การประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน

นางสาวอุบลวรรณ ตันตินุชวงศ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-5486-8

PERFORMANCE ASSESSMENT OF CONTROL LOOP BASED ON ROBUST MINIMUM VARIANCE

Miss Ubonwan Tantinuchawong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2003

ISBN 974-17-5486-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน

โดย นางสาวอุบลวรรณ ตันตินุชวงศ์

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.วราภรณ์ เชาว์วิศิษฐ)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย)

.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

.... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.แนบบุญ หุนเจริญ)

อุบลวรรณ ตันตินุชวงศ์: การประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน (PERFORMANCE ASSESSMENT OF CONTROL LOOP BASED ON ROBUST MINIMUM VARIANCE), อ. ที่ปรึกษา: ผศ.ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย, 94 หน้า, ISBN 974-17-5486-8

การประเมินสมรรถนะของวงควบคุมเป็นการบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่ทำให้สมรรถนะของวงควบคุมเลวลง และเราประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยการเปรียบเทียบสมรรถนะจริงของวงควบคุมกับค่ามาตรฐาน. ค่ามาตรฐานที่นิยมใช้คือค่าแปรปรวนต่ำสุด ซึ่งคำนวณได้จากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสัญญาณออกของวงควบคุมปิด. การวิเคราะห์อนุกรมเวลานี้เป็นปัญหากำลังสองน้อยสุด. อย่างไรก็ตามสัญญาณออกที่วัดได้ทั่วไปอาจมีค่าแตกต่างจากค่าจริง และมีแบบจำลองเป็นสัญญาณออกจริงบวกกับความคลาดเคลื่อนหรือความไม่แน่นอน. เพื่อคำนึงถึงผลของความไม่แน่นอนในการประเมินสมรรถนะเรานิยามค่ามาตรฐานใหม่เป็นค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน. พร้อมทั้งพัฒนาวิธีการคำนวณอนุกรมเวลาของสัญญาณออกโดยการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน. เราสามารถหาผลเฉลยของปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนโดยใช้การโปรแกรมกรวยอันดับสอง ที่มีคุณสมบัติเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงคอนเวกซ์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา. สุดท้ายเราได้แสดงตัวอย่างการจำลองผลการประเมินสมรรถนะกับระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขตและประยุกต์การประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เพื่อเปรียบเทียบการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะบนค่ามาตรฐานทั้งสองแบบ. จากตัวอย่างการประเมินสมรรถนะพบว่า ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในวงควบคุมได้ชัดเจนกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด.

ภาควิชา ...วิศวกรรมไฟฟ้า... ลายมือชื่อนิสิต ....
สาขาวิชา ...วิศวกรรมไฟฟ้า... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....
ปีการศึกษา ...2546...

##4470669921: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING
KEY WORD: PERFORMANCE ASSESSMENT/ MINIMUM VARIANCE CONTROL/ ROBUST LEAST SQUARES PROBLEM/ SECOND ORDER CONE PROGRAMMING / CONVEX OPTIMIZATION / LOAD FREQUENCY CONTROL / HEAT EXCHANGER

UBONWAN TANTINUCHAWONG: PERFORMANCE ASSESSMENT OF CONTROL LOOP BASED ON ROBUST MINIMUM VARIANCE, THESIS ADVISOR: DAVID BANJERD-PHONGCHAI, Ph.D., 94 pp., ISBN 974-17-5486-8

Performance assessment allows detection of performance degradation in the control loop by comparing the actual performance to a benchmark. A common benchmark is the minimum variance from the closed-loop minimum variance control. The minimum variance can be calculated from time-series analysis of the measured output. The analysis of time-series is formulated as the least squares problem. However, general measured output signals are corrupted by errors and modelled as the actual output plus the error or uncertainty. We define a new benchmark called the robust minimum variance and developa method to compute the time-series of the uncertain output signals which is the robust least squares problem. Its numerical solution can be obtained by solving the second order cone programming, a class of convex optimization problems. Finally, we illustrate the example by simulating the performance assessment to a load frequency control of an isolated power system and applying the performance assessment to the heat exchanger control system to compare the performance indexes based on both benchmarks. The results show that the performance index based on the robust minimum variance is more realistic and effectively indicate the change in the control loop more clearly than the performance index based on minimum variance.

Department ......Electrical Engineering......
Field of study ......Electrical Engineering......
Academic year ......2003......

Student's signature ....
Advisor's signature ....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้สละเวลาให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางและให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ทำให้ข้าพเจ้าเห็นแนวทางในการทำวิทยานิพนธ์ รวมทั้งท่านยังเป็นผู้ที่คอยให้โอกาส ให้อภัยต่อความผิดพลาดต่างๆ ของข้าพเจ้าที่เกิดขึ้นระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ ข้าพเจ้าจึงขอกราบขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้ด้วย. นอกจากนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.วราภรณ์ เชาว์วิศิษฐ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ และอาจารย์ ดร.แนบบุญ หุนเจริญ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น.

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาระบบควบคุม ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้พื้นฐานหลายอย่างที่เกี่ยวข้องกับสาขาวิชาระบบควบคุม ให้แก่ข้าพเจ้าอย่างมุ่งมั่นและตั้งใจเสมอมา.

ขอขอบพระคุณบิดามารดา ที่ได้ให้กำเนิด อบรมเลี้ยงดู ให้ความรักและความห่วงใย รวมทั้งสนับสนุนสิ่งที่ดีให้แก่ข้าพเจ้าเสมอมา พร้อมกันนี้ขอขอบคุณพี่สาวและน้องสาว สำหรับความห่วงใยและกำลังใจที่มอบให้จนข้าพเจ้าทำวิทยานิพนธ์นี้ได้สำเร็จ.

ขอขอบคุณพี่ๆ น้องๆ ในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุมทุกคน สำหรับความช่วยเหลือและกำลังใจที่มีให้กันเสมอ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง พี่จิตโกมุท ส่งศิริ และพี่กมลวรรณ ทิพย์ถาวรนุกูล ที่คอยช่วยคิดแก้ปัญหา ให้คำปรึกษา ทั้งเรื่องการใช้ชีวิต การศึกษาและการทำงานแก่ข้าพเจ้าเสมอมา.

ขอขอบคุณนายวทัญญู คล้ายสงคราม และนายสุทธิพงษ์ วชิรพงศ์ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและให้ความกระจ่างแก่ข้าพเจ้า ทั้งในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยและความรู้ในเรื่องคอมพิวเตอร์เสมอมา.

ขอขอบคุณนายเกียรติขจร วรปรัชญา และนายกรรณวัฒน์ สมสังข์ สำหรับกำลังใจและน้ำใจที่คอยอยู่เป็นเพื่อนในเวลาที่ต้องทำงานจนดึกรวมทั้งความช่วยเหลือด้านการทำงานเสมอมา.

ท้ายนี้ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งเป็นสถานที่ที่ทำให้ข้าพเจ้าได้เรียนรู้และทำงาน จนสามารถทำวิทยานิพนธ์นี้ได้สำเร็จ.

สารบาญ

สารบาญตาราง

สารบาญรูป

บทที่ 1

บทนำ

กระบวนการทางอุตสาหกรรมประกอบด้วยวงควบคุมมากมาย และวงควบคุมส่วนใหญ่ถูกออกแบบเพื่อให้สัญญาณออกจริง (actual output) หรือตัวแปรที่ถูกควบคุม (controlled variable) มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่พึงประสงค์ (desired-value) ขณะที่มีผลจากสัญญาณรบกวนต่อวงควบคุม. สัญญาณรบกวนในกระบวนการทางอุตสาหกรรมส่วนใหญ่เป็นสัญญาณสุ่มค่า (random signal). ในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม สัญญาณสุ่มค่ามักถูกจำลองด้วยสัญญาณรบกวนขาว (white noise). เราพิจารณาสมรรถนะของวงควบคุมจากค่ากำลังสองเฉลี่ย (mean square value) ของค่าคลาดเคลื่อนระหว่างสัญญาณออกจริงกับค่าที่พึงประสงค์ ซึ่งเราเรียกค่าดังกล่าวว่าค่าแปรปรวนสัญญาณออก. ถ้าการควบคุมหรือสภาวะการทำงานต่างๆ ของวงควบคุมไม่ดีเพียงพอ ค่าแปรปรวนของสัญญาณออกจะมีค่าสูง, แต่ถ้าการควบคุมหรือสภาวะการทำงานของวงควบคุมดี ค่าแปรปรวนจะมีค่าต่ำ. ดังนั้นเหตุผลในการใช้ค่าแปรปรวนเป็นตัวประเมินสมรรถนะของวงควบคุมคือ ความสัมพันธ์โดยตรงระหว่างค่าแปรปรวนกับสมรรถนะของวงควบคุม [1].

เพื่อให้วงควบคุมทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ เราต้องเฝ้าตรวจสมรรถนะ (performance monitoring) และประเมินสมรรถนะ (performance assessment) ของวงควบคุมอยู่เสมอ. การเฝ้าตรวจและการประเมินสมรรถนะจะต้องไม่ส่งผลกระทบใดๆ ที่เป็นการรบกวนการทำงานของวงควบคุม และควรกระทำภายใต้สภาวะวงปิด. การเฝ้าตรวจสมรรถนะจะให้ข้อมูลที่แสดงสภาวะการทำงานของวงควบคุม และการประเมินสมรรถนะจะชี้บ่งการเปลี่ยนแปลงที่ทำให้สมรรถนะของวงควบคุมเลวลง. เราจึงนำผลการเฝ้าตรวจและการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมมาใช้เป็นข้อมูล เพื่อตรวจสอบและปรับปรุงประสิทธิภาพการทำงานของวงควบคุมในกระบวนการอุตสาหกรรม. โดยทั่วไปเราจะประเมินสมรรถนะของวงควบคุมจากการเปรียบเทียบสมรรถนะจริงของวงควบคุมกับสมรรถนะที่กำหนดไว้เป็นค่ามาตรฐาน (benchmark). ค่ามาตรฐานที่นิยมใช้คือ ค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด (minimum variance control) [2, 3, 4]. ค่ามาตรฐานนี้มีชื่อเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าค่าแปรปรวนต่ำสุด (minimum variance).

เนื่องจากวัตถุประสงค์ของการควบคุม คือการลดค่าแปรปรวนสัญญาณออก. เราจึงนิยามดรรชนีสมรรถนะเป็นอัตราส่วนของค่าแปรปรวนต่ำสุดต่อค่าแปรปรวนสัญญาณออกจริง โดยคำนวณค่าแปรปรวนต่ำสุดจากการวิเคราะห์อนุกรมเวลา (time series) ของสัญญาณออก. อนุกรมเวลาที่เราวิเคราะห์นั้นเป็นอนุกรมเวลาในรูปแบบจำลองของวงควบคุมปิด. เราคำนวณค่าพารามิเตอร์ของอนุกรมเวลาได้จากการหาเอกลักษณ์ (identification) ของวงควบคุมปิด โดยใช้การแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุด (least squares problem) เป็นเครื่องมือในการคำนวณ. การหาเอกลักษณ์ของวงควบคุมปิดเป็นการหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าของแบบจำลอง โดยใช้สัญญาณออกของวงควบคุมเป็นข้อมูลในการคำนวณค่าพารามิเตอร์. หลักการของวิธีกำลังสองน้อยสุดคือ ทำให้ผลรวมกำลังสองของค่าคลาดเคลื่อนระหว่างสัญญาณออกจริงกับสัญญาณ

ออกที่ได้จากแบบจำลองมีค่าต่ำสุด. ที่ผ่านมา การหาเอกลักษณ์ของวงควบคุมปิดไม่ได้พิจารณาความไม่แน่นอนของข้อมูลในการแก้ปัญหา. แต่ในทางปฏิบัติ ข้อมูลสัญญาณออกที่ได้จากระบบจริงมักมีความไม่แน่นอนรวมอยู่ด้วย. ความไม่แน่นอนของข้อมูลอาจเกิดจากความคลาดเคลื่อนของตัวตรวจรู้ในการเก็บข้อมูล, การเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ, การเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์หรือโครงสร้างของตัวควบคุม หรือเกิดจากความไม่แน่นอนของค่าแปรปรวนสัญญาณรบกวน. เราจึงปรับปรุงวิธีการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของอนุกรมเวลา จากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดมาเป็นการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน (robust least squares: RLS). การแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน [5] เป็นการแก้ปัญหาที่พิจารณาความไม่แน่นอนของข้อมูลในการหาคำตอบ และมีการโปรแกรมกรวยอันดับสอง (second-order cone programming: SOCP) [6] เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา.

1.1 งานวิจัยที่ผ่านมา

วิธีการและมาตรฐานของการประเมินสมรรถนะสำหรับวงควบคุมใดๆ ขึ้นกับวัตถุประสงค์ของการควบคุม. โดยทั่วไป วัตถุประสงค์ของการควบคุมในกระบวนการอุตสาหกรรมคือการลดค่าแปรปรวนของสัญญาณออก ยกตัวอย่างเช่น การควบคุมค่าความถี่เบี่ยงเบน และการควบคุมค่ากำลังไฟฟ้าเบี่ยงเบนในระบบไฟฟ้ากำลัง, การควบคุมการเปลี่ยนแปลงค่าความหนืดของสารในกระบวนการหลอมโพลิเมอร์, การควบคุมการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของผลิตภัณฑ์ที่ยอดหอ หรือการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ในกระบวนการกลั่น เป็นต้น. ดังนั้นค่าแปรปรวนต่ำสุดจึงเป็นค่ามาตรฐานที่นิยมใช้ในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม. ลำดับต่อไป เป็นการนำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินสมรรถนะโดยใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นค่ามาตรฐานอย่างสังเขป.

- K. J. Åström และ B. Wittenmark [7] นำเสนอการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดสำหรับกระบวนการมีเสถียรภาพและมีเฟสต่ำสุด. การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นการควบคุมที่วางขั้วของวงควบคุมปิดทุกตัวไว้ที่จุดกำเนิด เพื่อทำให้สัญญาณออกหรือสัญญาณคลาดเคลื่อนของวงควบคุมปิดมีค่าเป็นศูนย์ภายในช่วงเวลาจำกัด โดยช่วงเวลาจำกัดมีค่าเท่ากับเวลาประวิงของกระบวนการ.

- T. J. Harris [8] นำเสนอการใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุด เป็นค่ามาตรฐานสำหรับคำนวณค่าดรรชนีสมรรถนะ เพื่อประเมินสมรรถนะของวงควบคุมปิดภายใต้การควบคุมใดๆ. วงควบคุมปิดที่พิจารณาเป็นวงควบคุมแบบป้อนกลับ และกระบวนการในวงควบคุมเป็นกระบวนการที่มีเสถียรภาพและมีเฟสต่ำสุด. Harris คำนวณค่าแปรปรวนต่ำสุดจากการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอนุกรมเวลาของสัญญาณออกของวงควบคุมปิด.

- N. Stanfelj, T. E. Marlin และ J. F. Macgregor [1] เสนอการประเมินสมรรถนะโดยใช้ค่ามาตรฐานที่นำเสนอโดย Harris เป็นค่ามาตรฐานในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมแบบป้อนกลับและแบบป้อนข้างหน้า.

- C. B. Lynch และ G. A. Dumont [9] นำเสนอการใช้แบบจำลอง Laguerru เป็นแบบจำลองของวงควบคุมปิด แทนการใช้แบบจำลองอนุกรมเวลา.

- A. Horch และ A. J. Isaksson [10] เสนอการปรับปรุงค่าดรรชนีสมรรถนะที่ริเริ่มโดย Harris โดยเปรียบเทียบค่าแปรปรวนสัญญาณออกจริง กับค่ามาตรฐานจากการควบคุมที่วางขั้วของวงปิดหนึ่งขั้วไว้ตรงตำแหน่งที่ต้องการแทนการเปรียบเทียบกับค่ามาตรฐานจากการควบคุมที่วางขั้วของวงปิดทุกตัวไว้ที่จุดกำเนิด.
- I. Campbell, D. Uduehi, A. Ordys และ G. V. Molen [11] นำค่ามาตรฐานที่นำเสนอโดย Harris ไปใช้ประเมินสมรรถนะของกระบวนการควบคุมความเป็นกรดเบส (pH control).

การคำนวณค่ามาตรฐาน เพื่อใช้คำนวณดรรชนีสมรรถนะที่กล่าวมาข้างต้นนั้น ต้องการสัญญาณออกของวงควบคุมปิดสำหรับการประมาณหาค่ามาตรฐาน. แต่การคำนวณค่ามาตรฐานนี้ยังไม่ได้พิจารณาความไม่นอนที่มีอยู่ในสัญญาณออก ทำให้เกิดแนวความคิดที่จะนำความไม่แน่นอนที่มีอยู่ในสัญญาณออกมาพิจารณาในการคำนวณค่ามาตรฐานเพื่อคำนวณดรรชนีสมรรถนะต่อไป.

1.2 วัตถุประสงค์

วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์นี้ เพื่อประเมินสมรรถนะของวงควบคุมในกระบวนการอุตสาหกรรม, โดยใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนเป็นค่ามาตรฐานในการคำนวณดรรชนีสมรรถนะ สำหรับประเมินสมรรถนะของวงควบคุม. ทั้งนี้เราคำนวณดรรชนีสมรรถนะมาตรฐานจากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน.

1.3 ขอบเขตวิทยานิพนธ์

1. คำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนเพื่อใช้ประเมินสมรรถนะของวงควบคุม.
2. พิจารณาปัจจัยที่ส่งผลต่อดรรชนีสมรรถนะของวงควบคุม.
3. จำลองผลการประเมินสมรรถนะกับระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต และประยุกต์วิธีการประเมินสมรรถนะกับกระบวนการอุตสาหกรรม คือเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน.

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด.
2. ศึกษาวิธีกำลังสองน้อยสุดสำหรับหาเอกลักษณ์ของวงควบคุมปิด เพื่อคำนวณค่าแปรปรวนต่ำสุด.
3. ศึกษาวิธีกำลังสองน้อยสุดคงทนสำหรับหาเอกลักษณ์ของวงควบคุมปิดภายใต้ความคลาดเคลื่อนสัญญาณออก เพื่อคำนวณค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน.
4. พิจารณาปัจจัยที่มีผลต่อดรรชนีสมรรถนะของวงควบคุมปิด.
5. ทดสอบการประเมินสมรรถนะกับตัวอย่างระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต.

6. ประยุกต์ใช้การประเมินสมรรถนะกับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน.

7. สรุปผลและเขียนวิทยานิพนธ์.

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. วิธีการคำนวณค่ามาตรฐานสำหรับการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม.

2. วิธีการประเมินสมรรถนะสำหรับกระบวนการอุตสาหกรรม.

3. วิเคราะห์ปัจจัยที่มีผลต่อดรรชนีสมรรถนะของวงควบคุม.

1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบไปด้วยเนื้อหาทั้งหมด 6 บท. ในแต่ละบทกล่าวถึงเนื้อหาต่างๆ ดังต่อไปนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมา ความสำคัญของปัญหา ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ ขั้นตอนการดำเนินงาน และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.

บทที่ 2 นำเสนอคณิตศาสตร์พื้นฐานที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้. ในส่วนแรกจะกล่าวถึงปัญหากำลังสองน้อยสุด, ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนและการโปรแกรมกรวยอันดับสอง. ในส่วนถัดมาจะกล่าวถึงการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสัญญาณออกและการหาเอกลักษณ์ของระบบ. ในส่วนสุดท้ายได้กล่าวถึงการวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่มีความไม่แน่นอน และนำเสนอการหาเอกลักษณ์ของระบบเพื่อใช้ในการคำนวณพารามิเตอร์ของแบบจำลองอนุกรมเวลาที่มีความไม่แน่นอน.

บทที่ 3 กล่าวถึงการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดและค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด เพื่อนำไปสู่นิยามของดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. จากนั้นนำเสนอการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด โดยแบ่งค่ามาตรฐานดังกล่าวออกเป็นสองประเภท คือค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ และค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี.

บทที่ 4 กล่าวถึงค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน และนิยามของดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน ซึ่งขยายผลการคำนวณค่ามาตรฐานจากกรณีที่ละเลยความไม่แน่นอน ไปสู่กรณีที่มีการพิจารณาความไม่แน่นอน. จากนั้นจะนำเสนอการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนโดยแบ่งการคำนวณค่ามาตรฐานดังกล่าวออกเป็นสองประเภท คือค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี.

บทที่ 5 นำเสนอการประยุกต์ใช้ค่ามาตรฐาน ที่ได้กล่าวในบทที่ 3 และบทที่ 4 ในการประเมินสมรรถนะของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนและระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต.

บทที่ 6 สรุปผลของวิทยานิพนธ์นี้ พร้อมทั้งแสดงข้อเสนอแนะหัวข้อที่น่าศึกษาต่อไป.

บทที่ 2

คณิตศาสตร์พื้นฐาน

เนื่องจากงานวิจัยนี้มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับปัญหาการหาคำตอบหรือพารามิเตอร์ของระบบเชิงเส้น, บทนี้จึงนำเสนอคณิตศาสตร์พื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว. ส่วนแรกกล่าวถึงปัญหากำลังสองน้อยสุดและปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน ซึ่งเป็นปัญหาการหาคำตอบของระบบเชิงเส้น. ทั้งนี้ได้นำเสนอการโปรแกรมกรวยอันดับสอง ซึ่งเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงคอนเวกซ์ ที่เราใช้เป็นเครื่องมือในการหาคำตอบของปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน. ต่อมากล่าวถึงการวิเคราะห์อนุกรมเวลาและนำเสนอการหาเอกลักษณ์ของระบบ ซึ่งเป็นการหาพารามิเตอร์ให้กับแบบจำลองอนุกรมเวลา. ในตอนท้ายนำเสนอการวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่มีความไม่แน่นอน และนำเสนอการหาพารามิเตอร์ให้กับแบบจำลองของอนุกรมเวลาที่มีความไม่แน่นอน.

2.1 ปัญหากำลังสองน้อยสุด

พิจารณาสมการเชิงเส้น

$$Ax \approx b, \tag{2.1}$$

เมื่อ $x \in \mathrm{R}^m$ คือคำตอบของสมการ (2.1), $A \in \mathrm{R}^{n\times m}$ เป็นเมทริกซ์ข้อมูลที่มีอันดับเต็ม (full rank) และ $b \in \mathrm{R}^n$ เป็นเวกเตอร์ข้อมูล. สำหรับ x ใด ๆ เรานิยามค่าตกค้าง (residue) ได้ดังนี้

$$r = \|Ax - b\|, \tag{2.2}$$

โดยที่ $\|\cdot\|$ เป็นนอร์มของเวกเตอร์. ปัญหากำลังสองน้อยสุดเป็นการหาคำตอบ x ที่สอดคล้องกับสมการ (2.1) และทำให้ค่าตกค้างมีค่าต่ำสุด. กำหนดให้ x_{ls} เป็นคำตอบของปัญหากำลังสองน้อยสุด นั่นคือ x_{ls} ทำให้ค่าตกค้างในสมการ (2.2) มีค่าต่ำสุด. การหาคำตอบ x_{ls} เริ่มจากการพิจารณาค่ากำลังสองของค่าตกค้างดังนี้

$$r^2 = x^TA^TAx - 2b^TAx + b^Tb. \tag{2.3}$$

จากนั้นหาอนุพันธ์ของ r^2 เทียบกับ x และกำหนดให้อนุพันธ์ดังกล่าวมีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$2x^TA^TA - 2b^TA = 0. \tag{2.4}$$

เมื่อจัดรูปสมการ (2.4) ใหม่ จะได้ว่า

$$A^TAx = A^Tb. \tag{2.5}$$

จากคุณสมบัติอันดับเต็มของเมทริกซ์ A ทำให้เมทริกซ์ A^TA ในสมการ (2.5) เป็นเมทริกซ์ที่มีตัวผกผัน. เมื่อคูณตัวผกผันของเมทริกซ์ A^TA ทั้งสองข้างของสมการ (2.5) พบว่าคำตอบ x_{ls} ของปัญหากำลังสอง

น้อยสุดคือ

$$x_{\mathrm{ls}} = (A^T A)^{-1} A^T b. \tag{2.6}$$

เนื่องจากการหาคำตอบ x_{ls} ของปัญหากำลังสองน้อยสุดไม่ได้พิจารณาผลของความไม่แน่นอนที่มีอยู่ในข้อมูล (A, b). เราจึงนำเสนอปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนในหัวข้อถัดไป. ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนเป็นปัญหาการหาคำตอบในรูปแบบคล้ายกับปัญหากำลังสองน้อยสุด แต่สิ่งที่ต่างกันคือการพิจารณาความไม่แน่นอนที่มีอยู่ในข้อมูล.

2.2 ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน

พิจารณาสมการเชิงเส้น

$$(A + \Delta A)x \approx (b + \Delta b), \tag{2.7}$$

เมื่อ $A \in \mathrm{R}^{n\times m},\ b \in \mathrm{R}^n$ และ $(A + \Delta A,\ b + \Delta b)$ เป็นข้อมูลที่มีความไม่แน่นอน โดยที่ $\Delta = [\Delta A\ \Delta b]$ เป็นความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขตของข้อมูล $(A,\ b)$ กล่าวคือ

$$\|\Delta\|_2 \le \rho,\ \ \rho \ge 0. \tag{2.8}$$

สำหรับ x ใดๆ เรานิยามค่าตกค้างเลวสุดได้ดังนี้

$$r(A, b, \rho, x) \triangleq \max_{\|[\Delta A\ \ \Delta b]\|_2 \le \rho} \|(A + \Delta A)x - (b + \Delta b)\|. \tag{2.9}$$

ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนเป็นปัญหาการหาค่าคำตอบ $x \in \mathrm{R}^m$ ที่สอดคล้องกับสมการ (2.7) และทำให้ค่าตกค้างกรณีเลวสุด (worst-case residue) มีค่าต่ำสุด. กำหนดให้ x_{rls} เป็นคำตอบของปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน นั่นคือ x_{rls} ทำให้ค่าตกค้างกรณีเลวสุดในสมการ (2.9) มีค่าต่ำสุด. เราสามารถแสดงปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนให้อยู่ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดดังนี้

$$\min_x \max_{\|[\Delta A\ \ \Delta b]\|_2 \le \rho} \|(A + \Delta A)x - (b + \Delta b)\|. \tag{2.10}$$

จากสมการ (2.9) เมื่อ $\rho = 0$ เราพบว่าคำตอบ x_{rls} มีค่าเทียบเท่ากับคำตอบ x_{rls}. ในกรณีที่ $\rho = 1$ พบว่า

$$r(A, b, \rho, x) = \rho\, r(A/\rho, b/\rho, 1, x/\rho). \tag{2.11}$$

ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการพิจารณาปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนในกรณีที่ $\rho = 1$, จึงกำหนดให้

$$r(A, b, x) = r(A, b, 1, x). \tag{2.12}$$

ต่อไปนำเสนอทฤษฎีบทที่ให้ค่าขอบเขตบนของ $r(A, b, \rho, x)$ สำหรับการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน.

ทฤษฎีบท 2.1 *[5] เมื่อกำหนดให้ $\rho = 1$ พบว่าค่าตกค้างกรณีเลวสุดคือ*

$$r(A, b, x) \ \ = \ \ \|Ax - b\| + \sqrt{\|x\|^2 + 1}. \tag{2.13}$$

และปัญหาการหาค่าต่ำสุดของ $r(A, b, x)$ บน $x \in \mathrm{R}^m$ จะมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว ซึ่งเรียกว่าคำตอบกำลังสองน้อยสุดคงทน (robust least squares solution: x_{rls}).

พิสูจน์ กำหนดเวกเตอร์ $x \in \mathrm{R}^m$ ค่าหนึ่ง, เมื่อใช้อสมการสามเหลี่ยม (triangle inequality) ในการพิจารณาฟังก์ชันค่าตกค้าง พบว่า

$$\|(A+\Delta A)x-(b+\Delta b)\| \leq \|Ax-b\| + \left\| [\Delta A \quad -\Delta b] \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \right\|. \tag{2.14}$$

จากขอบเขตของความไม่แน่นอนในสมการ (2.8) เราเขียนสมการ (2.14) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \left\| [\Delta A \quad -\Delta b] \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \right\| &\leq \|[\Delta A \quad -\Delta b]\| \left\| \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \right\| \\ &\leq \rho\sqrt{\|x\|^2+1}. \end{aligned} \tag{2.15}$$

กำหนดให้ $\rho = 1$ ถ้าเลือกให้ $[\Delta A \quad -\Delta b] = uv^T$ โดย $u,\ v$ มีค่าเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} u &= \begin{cases} \dfrac{Ax-b}{\|Ax-b\|}, & Ax-b \neq 0 \\ \text{unit vector}, & Ax-b = 0 \end{cases} \\ v &= \frac{[x^T \quad 1]}{\sqrt{\|x\|^2+1}}. \end{aligned}$$

จะเห็นว่า $u,\ v$ เป็นเวกเตอร์ที่ตรงกับเงื่อนไขขอบเขตของความไม่แน่นอนใน (2.8) นั่นคือ

$$\left\| [\Delta A \quad -\Delta b] \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \right\| = \|u\|\sqrt{\|x\|^2+1}, \tag{2.16}$$

ดังนั้นค่าตกค้างกรณีเลวสุดมีค่าเท่ากับ

$$r(A,b,x) = \|Ax-b\| + \sqrt{\|x\|^2+1}.$$

□

จากค่าตกค้างกรณีเลวสุดในทฤษฎีบท 2.1 ทำให้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดใน (2.10) จัดรูปได้เป็น

$$\min_x \quad \|Ax-b\| + \sqrt{\|x\|^2+1}. \tag{2.17}$$

ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดใน (2.17) เป็นปัญหาที่สมมูลกับปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสอง. เราแปลงปัญหาดังกล่าวให้อยู่ในรูปปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองดังนี้

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \lambda \\ \text{subject to} \quad & \|Ax-b\| \leq \lambda - \tau, \\ & \left\| \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \right\| \leq \tau. \end{aligned} \tag{2.18}$$

สำหรับค่า ρ ใดๆ พบว่าปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดใน (2.17) คือ

$$\min_x \quad \|Ax-b\| + \rho\sqrt{\|x\|^2+1}. \tag{2.19}$$

และปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองที่สมมูลกับปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดใน (2.19) คือ

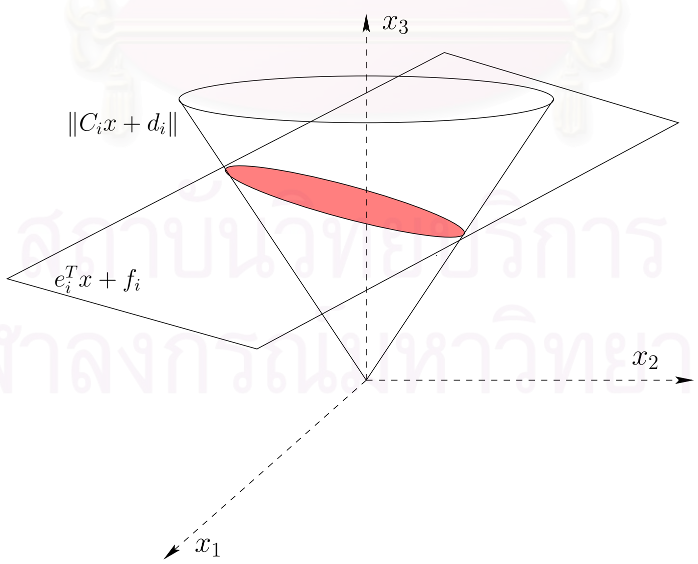
$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \lambda \\ \text{subject to} \quad & \|Ax - b\| \le \lambda - \tau, \\ & \rho \left\| \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \right\| \le \tau. \end{aligned} \tag{2.20}$$

ต่อไปจะนำเสนอปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสอง ซึ่งเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่เราใช้ในการหาคำตอบ x_{rls} ของปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน.

การโปรแกรมกรวยอันดับสองเป็นปัญหาการหาค่าต่ำสุดที่มีรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & c^T x \\ \text{subject to} \quad & \|C_i x + d_i\| \le {e_i}^T x + f_i, \ i = 1, \ldots, L \end{aligned} \tag{2.21}$$

เมื่อ $x \in \mathrm{R}^m$ เป็นเวกเตอร์ตัวแปรของปัญหา, $c \in \mathrm{R}^m$ เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันจุดประสงค์, $C_i \in \mathrm{R}^{n_i \times m}$, $d_i \in \mathrm{R}^{n_i}$, $e_i \in \mathrm{R}^m$, $f_i \in \mathrm{R}$ เป็นพารามิเตอร์ของเงื่อนไขบังคับ (constraints). เราเรียกเงื่อนไขบังคับที่ปรากฏใน (2.21) ว่าเงื่อนไขบังคับกรวยอันดับสองในมิติ n_i (second order cone constraint in dimension n_i), นอร์มของเวกเตอร์ที่ปรากฏในเงื่อนไขบังคับคือนอร์มของยูคลิเดียน (Euclidean norm). เมื่อ $m = 3$ เราแสดงปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองได้ดังรูปที่ 2.2.



รูปที่ 2.1: ปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสอง

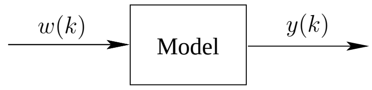
จากรูปที่ 2.2 พบว่าปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function) บนจุดตัด (intersection) ของเซตสัมพรรค (affine set) กับผลคูณของกรวยอันดับสอง (second-order cones). เนื่องจากฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์และกรวยอันดับสองเป็นเซตคอนเวกซ์. ปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองจึงเป็นปัญหาการโปรแกรมเชิงคอนเวกซ์. เราสามารถแปลงปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดในรูปแบบอื่นๆ อันได้แก่ การโปรแกรมเชิงเส้น (linear programs: LP), การโปรแกรมอันดับสอง (quadratic programs: QP), และการโปรแกรมอันดับสองภายใต้เงื่อนไขบังคับอันดับสอง (quadratically constrained quadratic programs: QCQP) ให้อยู่ในรูปปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองได้. อย่างไรก็ตามปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองนั้น มีความทั่วไปน้อยกว่าปัญหาโปรแกรมกึ่งแน่นอน (semidefinite programming: SDP) ซึ่งเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดบนจุดตัดของเซตสัมพรรค (affine set) กับกรวยของเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน (cone of positive semidefinite matrix). ปัญหาคู่กัน (dual problem) กับปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองคือ

$$\begin{aligned}
\text{maximize} \quad & -\sum_{i=1}^{L}({d_i}^T z_i + f_i s_i) \\
\text{subject to} \quad & \sum_{i=1}^{L}({C_i}^T z_i + e_i s_i) \;=\; c, \\
& \|z_i\| \le s_i, \quad i = 1, \ldots, L
\end{aligned} \tag{2.22}$$

เมื่อ $z_i \in \mathrm{R}^{n_i}$ และ $s_i \in \mathrm{R}$ เป็นตัวแปรคู่กัน (dual variables). เนื่องจากการหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ในปัญหาคู่กันเป็นฟังก์ชันเว้า (concave function) และเงื่อนไขบังคับเป็นเซตคอนเวกซ์. ทำให้ปัญหาคู่กันของปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองเป็นปัญหาการโปรแกรมเชิงคอนเวกซ์ด้วย. เราสามารถหาคำตอบ x ของปัญหาการโปรแกรมกรวยอันดับสองได้จากการปัญหาคู่กันโดยใช้วิธีจุดภายใน (interior point method) ซึ่งรายละเอียดในการหาคำตอบดูเพิ่มเติมได้ใน [6].

2.3 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่พิจารณาในงานวิจัยนี้คือ การหาพารามิเตอร์ของแบบจำลอง (model) จากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสัญญาณออก $y(k)$ ของวงควบคุมภายใต้การรบกวน $w(k)$. ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ของแบบจำลองแสดงดังรูปที่ 2.2.



รูปที่ 2.2: ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกกับการรบกวนของแบบจำลอง

กำหนดให้ $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาว (white noise) ที่มีการกระจายความน่าจะเป็นแบบเกาส์เชียน (Guassian). กล่าวคือ $w(k)$ เป็นตัวแปรสุ่มอิสระ (independent random variables) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ_w^2. นิยามค่าเฉลี่ยและค่าแปรปรวนของการรบกวน $w(k)$ คือ

$$\mathrm{E}\{w(k)\} = 0, \tag{2.23}$$

$$\mathrm{E}\left\{w^2(k)\right\} = \sigma_w^2, \tag{2.24}$$

โดยที่ $\mathrm{E}\{\cdot\}$ คือค่าคาดหวัง (Expected value). เนื่องจาก $w(k)$ เป็นตัวแปรสุ่มอิสระ จะได้ว่า

$$E\{w(i)w(j)\} = \begin{cases} \sigma_w^2, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \tag{2.25}$$

เมื่อตัวแปรสุ่มมีจำนวนเท่ากับ N เราคำนวณ σ_w^2 ได้จากความสัมพันธ์

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N} w^2(k). \tag{2.26}$$

แบบจำลองที่ต้องการหาพารามิเตอร์คือ แบบจำลองอัตตถดถอย (autoregressive model: AR model) และแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average model: MA model). ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ของแบบจำลองอัตตถดถอยอันดับ n_a คือ

$$\Phi(q)y(k) = w(k), \tag{2.27}$$

โดยที่ $\Phi(q)$ เป็นพหุนามอันดับ n_a ดังสมการ (2.28)

$$\Phi(q) = 1 + \phi_1 q^{-1} + \phi_2 q^{-2} + \cdots + \phi_{n_a} q^{-n_a}, \tag{2.28}$$

และ $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{n_a}$ เป็นค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอย. เมื่อ q^{-1} คือตัวดำเนินการเลื่อนย้อนกลับ (backward-shift operater) นั่นคือ

$$q^{-1}y(k) = y(k-1).$$

อนุกรมเวลาของแบบจำลองอัตตถดถอยคือ

$$y(k) + \phi_1 y(k-1) + \phi_2 y(k-2) + \cdots + \phi_{n_a} y(k-n_a) = w(k). \tag{2.29}$$

เราสามารถแปลงแบบจำลองอัตตถดถอยให้อยู่ในรูปของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ดังนี้

$$y(k) = \Theta(q)w(k), \tag{2.30}$$

โดยที่

$$\Theta(q) = 1 + \theta_1 q^{-1} + \theta_2 q^{-2} + \cdots \tag{2.31}$$

และ $\Theta(q)$ เป็นพหุนามที่สอดคล้องกับเงื่อนไข [12, 13]

$$\Theta(q)\Phi(q) = 1. \tag{2.32}$$

อนุกรมเวลาของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่คือ

$$y(k) = w(k) + \theta_1 w(k-1) + \theta_2 w(k-2) + \cdots \tag{2.33}$$

โดยที่ $\theta_1, \theta_2, \ldots$ เป็นพารามิเตอร์ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่. กำหนดให้ σ_y^2 เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออก. เราคำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออกได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \mathrm{E}\left\{y^2(k)\right\} \\ &= \mathrm{E}\left\{(w(k) + \theta_1 w(k-1) + \theta_2 w(k-2) + \cdots)(w(k) + \theta_1 w(k-1) + \theta_2 w(k-2) + \cdots)\right\} \end{aligned}$$

จากคุณสมบัติของ $w(k)$ ใน (2.25) จึงได้ว่า

$$\sigma_y^2 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots)\sigma_w^2. \tag{2.34}$$

สำหรับรายละเอียดการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยกับแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ และการประมาณการรบกวนพิจารณาได้จากการหาเอกลักษณ์ของระบบ.

การหาเอกลักษณ์ของระบบเป็นการหาพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าของแบบจำลอง โดยใช้สัญญาณเข้าและสัญญาณออกของระบบเป็นข้อมูลในการคำนวณ. การหาเอกลักษณ์ของระบบที่พิจารณาในงานวิจัยนี้คือการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยและแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ โดยประมวลสัญญาณออก $y(k)$ ของวงควบคุมปิดภายใต้การรบกวน $w(k)$. จากความสัมพันธ์ของ $y(k)$ กับ $w(k)$ ในสมการ (2.29) และสมการ (2.33) พบว่าการคำนวณพารามิเตอร์ $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{n_a}$ และ $\theta_1, \theta_2, \ldots$ ของอนุกรมเวลาต้องการข้อมูลสัญญาณออกและการรบกวน. ในทางปฏิบัติ ข้อมูลสัญญาณออกได้จากตัวตรวจรู้ ขณะที่การวัดค่าการรบกวนซับซ้อนและยุ่งยาก. เราจึงไม่สามารถหาค่าพารามิเตอร์ $\theta_1, \theta_2, \ldots$ ได้จากการพิจารณาแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่โดยตรง. อย่างไรก็ตามเราสามารถหาพารามิเตอร์ $\theta_1, \theta_2, \ldots$ ได้จากการหาพารามิเตอร์ $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{n_a}$ ของแบบจำลองอัตตถดถอยก่อน, แล้วจึงย้อนกลับไปหาพารามิเตอร์ $\theta_1, \theta_2, \ldots$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่. จากความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกและการรบกวนของอนุกรมเวลาในสมการ (2.29) เมื่อจัดรูปความสัมพันธ์ใหม่ พบว่า

$$\phi_1 y(k-1) + \cdots + \phi_{n_a} y(k-n_a) = -y(k) + w(k). \tag{2.35}$$

กำหนดให้ข้อมูลสำหรับการหาแบบจำลองมีจำนวนเท่ากับ N โดยที่ $N \gg n_a$. จากสมการ (2.35) เมื่อแทนค่า k ด้วย $n_a+1, n_a+2, \ldots, N$ พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ และการรบกวน $w(k)$ ของแบบจำลองอัตตถดถอยในรูปเมตริกซ์คือ

$$A\phi = b + w, \tag{2.36}$$

โดยที่

$$
\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} y(n_a) & y(n_a-1) & \cdots & y(1) \\ y(n_a+1) & y(n_a) & \cdots & y(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(N-2) & y(N-1) & \cdots & y(N-n_a-1) \\ y(N-1) & y(N-2) & \cdots & y(N-n_a) \end{bmatrix} \\
b &= -\begin{bmatrix} y(n_a+1) & y(n_a+2) & \cdots & y(N) \end{bmatrix}^T \\
\phi &= \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_{n_a} \end{bmatrix}^T \\
w &= \begin{bmatrix} w(n_a+1) & w(n_a+2) & \cdots & w(N) \end{bmatrix}^T .
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ เราจึงพิจารณาให้ $w \approx 0$. เมื่อแทน w ด้วย $w \approx 0$ ในสมการ (2.36) พบว่า

$$A\phi \quad \approx \quad b. \tag{2.37}$$

เราคำนวณพารามิเตอร์ ϕ ใน (2.37) ได้จากการแก้ปัญหาลังสองน้อยสุด. กำหนดให้ ϕ_{ls} เป็นคำตอบของสมการ (2.37) ที่ได้จากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุด. ดังนั้นพารามิเตอร์ ϕ_{ls} จากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดมีค่าดังนี้

$$\phi_{\text{ls}} \quad = \quad (Y^T Y)^{-1} Y^T z. \tag{2.38}$$

จากค่าพารามิเตอร์ ϕ_{ls} ใน (2.38) ทำให้เราทราบค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมเวลาในสมการ (2.29) และคำนวณสัมประสิทธิ์ $\theta_1, \theta_2, \ldots$ ของอนุกรมเวลาในสมการ (2.33) ได้จากความสัมพันธ์ในสมการ (2.32). เมื่อพิจารณาค่าตกค้าง (residue) ของการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุด จะได้ว่า

$$w \quad = \quad -z + Y\phi_{\text{ls}}. \tag{2.39}$$

สมการ (2.39) ใช้สำหรับประมาณอนุกรมเวลาของการรบกวน. เมื่อรู้ค่าอนุกรมเวลาของการรบกวน ทำให้เราคำนวณค่าแปรปรวนของการรบกวนได้จากสมการ (2.26).

2.4 การวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่มีความไม่แน่นอน

เนื่องจากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่กล่าวมาในตอนต้นนั้น ละเลยความไม่แน่นอนที่มีอยู่ในสัญญาณออก. อย่างไรก็ตาม สัญญาณออกที่วัดได้ทั่วไปอาจมีค่าแตกต่างจากค่าจริง และมีแบบจำลองเป็นสัญญาณออกจริงบวกกับความคลาดเคลื่อนหรือความไม่แน่นอน. ความไม่แน่นอนอาจเกิดจากความคลาดเคลื่อนของตัวตรวจรู้, ความไม่ละเอียดของเครื่องวัดในการวัดค่าและการเก็บข้อมูล, หรือเกิดจากการรบกวนภายนอกที่กระทำต่อวงควบคุม. ดังนั้นในการวิเคราะห์อนุกรมเวลา เราควรพิจารณาความไม่แน่นอนที่มีอยู่ใน

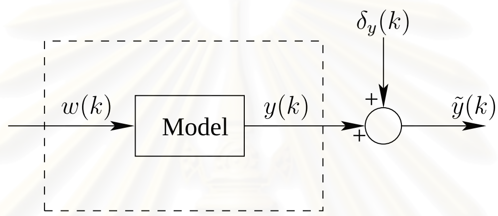
สัญญาณออกด้วย. ต่อไป จึงนำเสนอการวิเคราะห์อนุกรมเวลาของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน. ทั้งนี้ ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่มีความไม่แน่นอน กำหนดให้สัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนคือ

$$\tilde{y}(k) = y(k) + \delta_y(k), \tag{2.40}$$

โดยที่ $\delta_y(k)$ เป็นความคลาดเคลื่อนหรือความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขตของสัญญาณออก กล่าวคือ

$$\|\delta_y(k)\| \leq \alpha,\ \alpha \geq 0. \tag{2.41}$$

สัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ มีความสัมพันธ์กันดังรูปที่ 2.4. เราแสดง



รูปที่ 2.3: ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขตกับการรบกวน

ความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูปของแบบจำลองอัตตถดถอยอันดับ n_a ได้ดังนี้

$$\tilde{\Phi}(q)\tilde{y}(k) \quad = \quad w(k), \tag{2.42}$$

โดยที่ $\tilde{\Phi}(q)$ เป็นพหุนามอันดับ n_a ดังสมการ (2.43)

$$\tilde{\Phi}(q) = 1 + \tilde{\phi}_1 q^{-1} + \tilde{\phi}_2 q^{-2} + \cdots + \tilde{\phi}_{n_a} q^{-n_a}, \tag{2.43}$$

และ $\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \ldots, \tilde{\phi}_{n_a}$ เป็นค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยภายใต้ความไม่แน่นอนของสัญญาณออก. อนุกรมเวลาของแบบจำลองอัตตถดถอยภายใต้ความไม่แน่นอนของสัญญาณออกคือ

$$\tilde{y}(k) + \tilde{\phi}_1\tilde{y}(k-1) + \tilde{\phi}_2\tilde{y}(k-2) + \cdots + \tilde{\phi}_{n_a}\tilde{y}(k-n_a) = w(k). \tag{2.44}$$

เราสามารถแปลงแบบจำลองอัตตถดถอยภายใต้ความไม่แน่นอนของสัญญาณออกในสมการ (2.42) ให้อยู่ในรูปของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ดังนี้

$$\tilde{y}(k) \quad = \quad \tilde{\Theta}(q)w(k), \tag{2.45}$$

โดยที่

$$\tilde{\Theta}(q) = 1 + \tilde{\theta}_1 q^{-1} + \tilde{\theta}_2 q^{-2} + \cdots \tag{2.46}$$

และ $\tilde{\Theta}(q)$ เป็นพหุนามที่สอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\tilde{\Theta}(q)\tilde{\Phi}(q) = 1. \tag{2.47}$$

อนุกรมเวลาของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ภายใต้ความไม่แน่นอนของสัญญาณออกคือ

$$\tilde{y}(k) = w(k) + \tilde{\theta}_1 w(k-1) + \tilde{\theta}_2 w(k-2) + \cdots \tag{2.48}$$

โดยที่ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \ldots$ เป็นพารามิเตอร์ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ภายใต้ความไม่แน่นอนของสัญญาณออก. กำหนดให้ $\sigma^2_{\tilde{y}}$ เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน. เราคำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sigma^2_{\tilde{y}} &= \sup_{\|\delta_y\| \le \alpha} \mathrm{E}\left\{\tilde{y}^2(k)\right\} \\ &= \sup_{\|\delta_y\| \le \alpha} \mathrm{E}\left\{(w(k) + \tilde{\theta}_1 w(k-1) + \tilde{\theta}_2 w(k-2) + \cdots)(w(k) + \tilde{\theta}_1 w(k-1) + \tilde{\theta}_2 w(k-2) + \cdots)\right\} \end{aligned}$$

จากคุณสมบัติของ $w(k)$ ใน (2.25) จึงได้ว่าค่าแปรปรวนของสัญญาณออกมีค่าดังสมการ (2.49).

$$\sigma^2_{\tilde{y}} = \sup_{\|\delta_y\| \le \alpha} (1 + \tilde{\theta}_1^2 + \tilde{\theta}_2^2 + \cdots)\sigma^2_w. \tag{2.49}$$

รายละเอียดการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยและแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ภายใต้ความไม่แน่นอนสัญญาณออก รวมทั้งการประมาณการรบกวนพิจารณาได้จากการหาเอกลักษณ์ของระบบที่มีความไม่แน่นอน.

การหาเอกลักษณ์ของระบบที่มีความไม่แน่นอนที่พิจารณาในงานวิจัยนี้ เป็นการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยและแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ โดยประมวลสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ ของวงควบคุมภายใต้การรบกวน $w(k)$. โดยเริ่มต้นจากการหาพารามิเตอร์ $\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \ldots, \tilde{\phi}_{n_a}$ ของแบบจำลองอัตตถดถอยก่อน, แล้วจึงย้อนกลับไปหาพารามิเตอร์ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \ldots$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่. จากความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ในสมการ (2.44) เมื่อจัดรูปความสัมพันธ์ใหม่ พบว่า

$$\tilde{\phi}_1 \tilde{y}(k-1) + \cdots + \tilde{\phi}_{n_a} \tilde{y}(k-n_a) = -\tilde{y}(k) + w(k). \tag{2.50}$$

กำหนดให้ข้อมูลสำหรับการหาแบบจำลองมีจำนวนเท่ากับ N โดยที่ $N \gg n_a$. จากสมการ (2.50) เมื่อแทนค่า k ด้วย $n_a+1, n_a+2, \ldots, N$ พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ของแบบจำลองอัตตถดถอยในรูปเมตริกซ์คือ

$$(A + \Delta A)\tilde{\phi} = (b + \Delta b) + w \tag{2.51}$$

โดยที่

$$
\begin{aligned}
\Delta A &= \begin{bmatrix} \delta_y(n_a) & \delta_y(n_a-1) & \dots & \delta_y(1) \\ \delta_y(n_a+1) & \delta_y(n_a) & \dots & \delta_y(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_y(N-2) & \delta_y(N-1) & \dots & \delta_y(N-n_a-1) \\ \delta_y(N-1) & \delta_y(N-2) & \dots & \delta_y(N-n_a) \end{bmatrix} \\
\Delta b &= -\begin{bmatrix} \delta_y(n_a+1) & \delta_y(n_a+2) & \dots & \delta_y(N) \end{bmatrix}^T \\
\tilde{\phi} &= \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_1 & \tilde{\phi}_2 & \dots & \tilde{\phi}_{n_a} \end{bmatrix}^T.
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ เราจึงพิจารณาให้ $w \approx 0$. เมื่อแทน w ด้วย $w \approx 0$ ในสมการ (2.51) พบว่า

$$
(A + \Delta A)\tilde{\phi} \quad \approx \quad b + \Delta b. \tag{2.52}
$$

การหาค่าพารามิเตอร์ $\tilde{\phi}$ ใน (2.52) เป็นการแก้ปัญหาลังสองน้อยสุดคงทน. กำหนดให้ $\tilde{\phi}_{\text{rls}}$ เป็นคำตอบของสมการ (2.52) ที่ได้จากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน. ในการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน เราต้องกำหนดขอบเขตของเมตริกซ์ความไม่แน่นอนด้วย. เมื่อ $\Delta = [\Delta Y \ \ \Delta z]$ เป็นเมทริกซ์ความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขตด้วยค่าคงที่ ρ นั่นคือ

$$
\|\Delta\|_2 \leq \rho, \quad \rho \geq 0. \tag{2.53}
$$

เนื่องจากสมาชิกทุกตัวของเมทริกซ์ความไม่แน่นอน $\Delta \in \mathrm{R}^{(N-n_a)\times(n_a+1)}$ คือ $\delta_y(k), \quad k = 1, 2, \dots, N$ ซึ่งเป็นความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขตของสัญญาณออก นั่นคือ $\|\delta_y(k)\| \leq \alpha$. ดังนั้น $\max_{i,j} \|\Delta_{ij}\| \leq \alpha$, เมื่อ $i = 1, 2, \dots, (N - n_a)$ และ $j = 1, 2, \dots, (n_a + 1)$. จากค่า α ทำให้กำหนดค่าขอบเขต ρ ของเมทริกซ์ความไม่แน่นอน $\Delta \in \mathrm{R}^{(N-n_a)\times(n_a+1)}$ ได้จากความสัมพันธ์ระหว่างนอร์มของเมตริกซ์ [14] ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\|\Delta\|_2 &\leq \sqrt{(N-n_a)(n_a+1)} \ \max_{i,j} |\Delta_{ij}|, \\
&\leq \alpha \sqrt{(N-n_a)(n_a+1)}
\end{aligned} \tag{2.54}
$$

โดยที่ n_a คืออันดับของแบบจำลองอัตตถดถอยและ N คือจำนวนข้อมูลสัญญาณออก. หลังการคำนวณค่าพารามิเตอร์ $\tilde{\Phi}_{\text{rls}}$ ใน (2.52) ทำให้เราทราบค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมเวลาใน (2.50) และคำนวณสัมประสิทธิ์ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots$ ของอนุกรมเวลาในสมการ (2.48) ได้จากความสัมพันธ์ในสมการ (2.47). เมื่อพิจารณาค่าตกค้าง (residue) ของการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน จะได้ว่า

$$
w \quad = \quad -z + Y\tilde{\Phi}_{\text{rls}}. \tag{2.55}
$$

สมการ (2.55) ใช้สำหรับประมาณอนุกรมเวลาของการรบกวน. เมื่อรู้ค่าอนุกรมเวลาของการรบกวน ทำให้เราคำนวณค่าแปรปรวนของการรบกวนได้จากสมการ (2.26).

2.5 บทสรุป

บทนี้ได้นำเสนอคณิตศาสตร์พื้นฐานที่ใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาในงานวิจัย. ส่วนแรกเป็นการพิจารณาปัญหากำลังสองน้อยสุดและปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน ซึ่งเป็นการหาคำตอบให้กับระบบเชิงเส้น. การหาคำตอบของปัญหากำลังสองน้อยสุดละเลยความไม่แน่นอนในข้อมูล. ในขณะที่การหาคำตอบของปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนคำนึงถึงความไม่แน่นอนในข้อมูลด้วย. นอกจากนี้ ยังได้กล่าวถึงการโปรแกรมกรวยอันดับสอง ซึ่งเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดที่เรานำมาใช้ในการหาคำตอบให้กับปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน. ส่วนที่สองเป็นการวิเคราะห์อนุกรมเวลา ซึ่งเป็นการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยและแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ โดยประมวลสัญญาณออก $y(k)$ ภายใต้การรบกวน $w(k)$. ในตอนท้ายได้กล่าวถึงการวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่มีความไม่แน่นอน ซึ่งเป็นการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยและแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ โดยประมวลสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ ภายใต้การรบกวน $w(k)$.

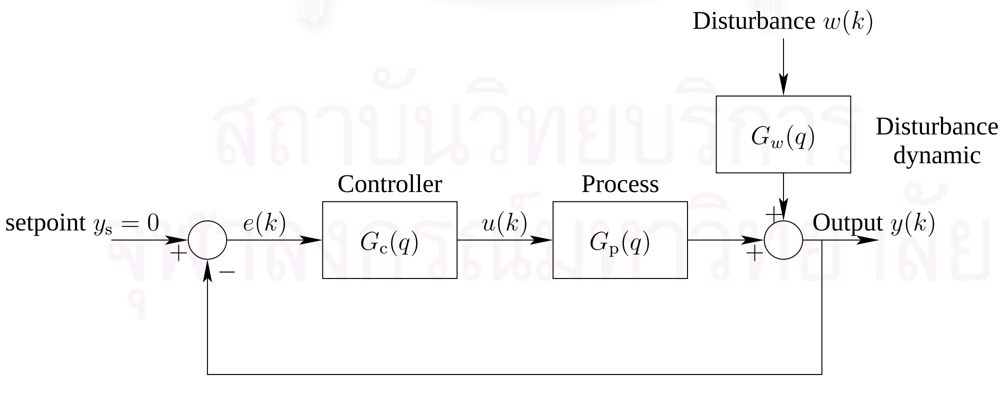
บทที่ 3

ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด

บทนี้นำเสนอนิยามและวิธีการคำนวณดรรชนีสมรรถนะ เพื่อนำไปใช้ในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม. ส่วนแรกกล่าวถึงทฤษฎีการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด ซึ่งเป็นทฤษฎีพื้นฐานในการใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นค่ามาตรฐานสำหรับการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมปิด. ส่วนที่สองกล่าวถึงดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. ส่วนที่สามนำเสนอผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนต่อค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด พร้อมทั้งนำเสนอการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด โดยแบ่งการคำนวณค่ามาตรฐานออกเป็นสองประเภท คือการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบี. ในตอนท้ายได้แสดงตัวอย่าง เพื่อเปรียบเทียบการใช้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดทั้งสองประเภทในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม.

3.1 การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด

การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นการควบคุมเหมาะที่สุด ที่มีวัตถุประสงค์เพื่อทำให้ค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมปิดมีค่าต่ำสุด. วงควบคุมปิดที่พิจารณา เป็นระบบสัญญาณเข้าหนึ่งสัญญาณ - สัญญาณออกหนึ่งสัญญาณ (SISO), เวลาไม่ต่อเนื่อง (discrete time), ไม่แปรผันตามเวลา (linear time invariant: LTI). กระบวนการมีเวลาประวิง (time delay) และมีการควบคุมแบบป้อนกลับ (feedback control) โดยที่สัญญาณการป้อนกลับถูกรบกวนจากการรบกวน ดังรูปที่ 3.1.



รูปที่ 3.1: กระบวนการ $G_p(q)$ ภายใต้การควบคุมแบบป้อนกลับ

จากวงควบคุมในรูปที่ 3.1 สัญญาณออกของวงควบคุม $y(k)$ เป็นฟังก์ชันของสัญญาณควบคุม $u(k)$ และการรบกวน $w(k)$ ดังสมการ (3.1)

$$y(k) = G_{\mathrm{p}}(q)u(k) \; + \; G_w(q)w(k), \tag{3.1}$$

เมื่อ $G_{\mathrm{p}}(q)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ (process) และ $G_w(q)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวน (disturbance dynamic). ในงานวิจัยนี้กำหนดให้สัญญาณอ้างอิง (setpoint) $y_{\mathrm{s}} = 0$ และ $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าแปรปรวนเท่ากับ σ_w^2. นอกจากนี้กำหนดให้ $G_{\mathrm{p}}(q)$ เป็นกระบวนการที่มีเสถียรภาพ (stable) และเฟสต่ำสุด (minimum phase) และมีรูปแบบดังสมการ (3.2)

$$G_{\mathrm{p}}(q) = q^{-d}\frac{B(q)}{A(q)}, \tag{3.2}$$

โดยที่ d เป็นเวลาประวิงของกระบวนการ และ

$$G_w(q) = \frac{C(q)}{D(q)}. \tag{3.3}$$

พหุนาม $A(q),\ B(q),\ C(q),\ D(q)$ เป็นพหุนามโมนิก (monic polynomial) และ

- อันดับของพหุนาม $A(q),\ B(q)$ คือ $n_A,\ n_B$ โดย $n_B \le n_A$,
- อันดับของพหุนาม $C(q),\ D(q)$ คือ $n_C,\ n_D$ โดย $n_C \le n_D$.

เนื่องจากกำหนดให้ $y_{\mathrm{s}} = 0$, สัญญาณควบคุม $u(k)$ จึงเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของสัญญาณคลาดเคลื่อน $e(k)$ ดังสมการ (3.4)

$$u(k) \;\; = \;\; -G_{\mathrm{c}}(q)e(k), \tag{3.4}$$

โดยที่ $G_{\mathrm{c}}(q)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมดังสมการ (3.5)

$$G_{\mathrm{c}}(q) = \frac{S(q)}{R(q)}. \tag{3.5}$$

เนื่องจาก $e(k) = y_{\mathrm{s}} - y(k)$ และ $y_{\mathrm{s}} = 0$ จึงทำให้ $e(k) = -y(k)$. ดังนั้นสัญญาณควบคุม $u(k)$ เป็นฟังก์ชันของสัญญาณออก $y(k)$ ดังสมการ (3.6)

$$u(k) \;\; = \;\; -G_{\mathrm{c}}(q)y(k). \tag{3.6}$$

เมื่อแทนสัญญาณควบคุม $u(k)$ จากสมการ (3.6) ในสมการ (3.1), แล้วจัดรูปสมการ (3.1) ใหม่พบว่า

$$y(k) = \frac{A(q)C(q)R(q)}{D(q)[A(q)R(q) + q^{-d}B(q)S(q)]}w(k). \tag{3.7}$$

ต่อไปเพื่อความสะดวกขอละตัวดำเนินการ q^{-1} ยกเว้นกรณีที่ต้องการระบุให้ชัดเจน. ปัญหาการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุด [7] ที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์ J_{mv} เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกดังสมการ (3.8)

$$J_{\mathrm{mv}} \;\; = \;\; \mathrm{E}\{y^2(k)\}. \tag{3.8}$$

ปัญหาการควบคุมเพื่อหาค่าต่ำสุดของ J_{mv} หมายถึงการหาสัญญาณควบคุม $u(k)$ ที่ทำให้สัญญาณออก $y(k)$ ในสมการ (3.1) มีค่าเป็นศูนย์หลังจากเวลาผ่านไปเท่ากับเวลาประวิง. เราสามารถแสดงปัญหาดังกล่าวในรูปแบบปัญหาการวางขั้ว (pole placement) โดยเลือกวางขั้วของวงปิดทุกตัวไว้ที่จุดกำเนิด. จากความสัมพันธ์ของพหุนามในสมการ (3.7) พบว่าตัวเศษ R ของตัวควบคุมต้องมีตัวประกอบเป็นตัวเศษ B ของกระบวนการและตัวส่วน D ของพลวัตการรบกวน นั่นคือ

$$R \quad = \quad BD\tilde{R}, \tag{3.9}$$

โดยที่ $\tilde{R}$ เป็นพหุนามที่มีอันดับ $d-1$ ดังสมการ (3.10)

$$\tilde{R}(q) \quad = \quad 1 + h_1 q^{-1} + h_2 q^{-2} + \ldots + h_{d-1} q^{-(d-1)}. \tag{3.10}$$

เมื่อแทนพหุนาม R จากสมการ (3.9) ในสมการ (3.7) พบว่าสัญญาณออกของวงควบคุมปิดคือ

$$y(k) \quad = \quad \frac{AC\tilde{R}}{AD\tilde{R} + q^{-d}S} w(k). \tag{3.11}$$

ถ้าฟังก์ชันถ่ายโอนในสมการ (3.11) สอดคล้องกับสมการไดโอแฟนไทน์ (diophantine equation)

$$AD\tilde{R} + q^{-d}S \quad = \quad AC, \tag{3.12}$$

สัญญาณออกจากวงควบคุมปิดภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดจะมีค่าเป็น

$$y_{\mathrm{mv}}(k) \quad = \quad \tilde{R}w(k). \tag{3.13}$$

อนุกรมเวลาของสัญญาณออกใน (3.13) คือ

$$y_{\mathrm{mv}}(k) \quad = \quad w(k) + h_1 w(k-1) + h_2 w(k-2) + \cdots + h_{d-1} w(k-d+1). \tag{3.14}$$

เนื่องจากพหุนาม A ปรากฏทั้งสองข้างของสมการ (3.12). ตัวเศษของตัวควบคุม S ต้องมี A เป็นตัวประกอบดังสมการ (3.15)

$$S \quad = \quad A\tilde{S}. \tag{3.15}$$

นั่นคือ ตัวเศษของตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดจะหักล้างกับขั้วที่มีเสถียรภาพของกระบวนการ. เมื่อแทนพหุนาม S จากสมการ (3.15) ในสมการ (3.12), เราจัดรูปสมการ (3.12) ใหม่ได้เป็น

$$D\tilde{R} + q^{-d}\tilde{S} \quad = \quad C. \tag{3.16}$$

จากสมการ (3.16) ถ้าอันดับของพหุนาม $\tilde{R}$ และ $\tilde{S}$ คือ $n_{\tilde{R}} = d-1$ และ $n_{\tilde{S}} = n_D - 1$ จะได้ว่าคำตอบ $\tilde{R}$ และ $\tilde{S}$ ของสมการ (3.16) เป็นคำตอบหนึ่งเดียว (unique solution). เมื่อเวลาประวิง d ที่ต่ำสุดของระบบเวลาไม่ต่อเนื่องคือ $d = 1$ ทำให้อันดับของพหุนาม C คือ $n_C \leq n_D + d - 1$ สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดไว้ตอนแรกคือ $n_C \leq n_D$. นอกจากนี้ ยังคำนวณพารามิเตอร์ของพหุนาม $\tilde{R}$ ได้จาก d เทอมแรกของการกระจายผลหาร C/D [10] ในสมการ

$$\frac{C}{D} \quad = \quad \tilde{R} + q^{-d}\frac{\tilde{S}}{D}. \tag{3.17}$$

เมื่อทราบค่า $\tilde{R}$ และ $\tilde{S}$, เราหาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\mathrm{c,mv}}$ ได้ดังสมการ (3.18)

$$G_{\mathrm{c,mv}} \quad = \quad \frac{A\tilde{S}}{BD\tilde{R}}. \tag{3.18}$$

กำหนดให้ σ^2_{mv} เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออก y_{mv} ซึ่งเป็นสัญญาณออกของวงควบคุมปิดภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด. เราพบว่า σ^2_{mv} เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมปิดภายใต้ตัวควบคุมใด ๆ และสามารถคำนวณ σ^2_{mv} ได้จากสมการ (3.19)

$$\sigma^2_{\mathrm{mv}} \quad = \quad (1 + h_1^2 + h_2^2 + \cdots + h_{d-1}^2)\ \sigma_w^2. \tag{3.19}$$

เนื่องจาก σ^2_{mv} เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมปิด จึงสามารถใช้ σ^2_{mv} เป็นค่ามาตรฐานในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม [8].

ต่อไปเป็นการพิจารณาสัญญาณออกภายใต้ตัวควบคุม G_{c} ใด ๆ ที่มีค่าแปรปรวนเท่ากับค่าแปรปรวนต่ำสุด. เพื่อความง่ายต่อการเข้าใจ พิจารณาวงควบคุมเช่นเดียวกับรูปที่ 3.1 โดยกำหนดให้

$$G_{\mathrm{p}} \quad = \quad q^{-d}G, \tag{3.20}$$

และ

$$G_w \quad = \frac{C}{D} = \quad \tilde{R} + q^{-d}\frac{\tilde{S}}{D}. \tag{3.21}$$

สัญญาณออกของวงควบคุมปิดถายใต้ตัวควบคุม G_{c} ใด ๆ คือ

$$\begin{aligned} y(k) \quad &= \quad \frac{G_w}{(1\ +\ G_{\mathrm{c}}G_{\mathrm{p}})}w(k) \\ &= \quad \frac{\tilde{R} + q^{-d}\dfrac{\tilde{S}}{D}}{(1\ +\ q^{-d}G_{\mathrm{c}}G)}w(k) \\ &= \quad \left(\frac{\tilde{R}(1 + q^{-d}G_{\mathrm{c}}G) + q^{-d}\dfrac{\tilde{S}}{D} - \tilde{R}q^{-d}G_{\mathrm{c}}G}{(1 + q^{-d}G_{\mathrm{c}}G)}\right)w(k) \\ &= \quad \left(\tilde{R} + q^{-d}\frac{\left(\dfrac{\tilde{S}}{D} - \tilde{R}G_{\mathrm{c}}G\right)}{(1 + q^{-d}G_{\mathrm{c}}G)}\right)w(k). \end{aligned} \tag{3.22}$$

เมื่อกำหนดให้

$$\begin{aligned} L \quad &= \quad \frac{\left(\dfrac{\tilde{S}}{D} - \tilde{R}G_{\mathrm{c}}G\right)}{(1 + q^{-d}G_{\mathrm{c}}G)} \\ &= \quad 1 + l_1q^{-1} + l_2q^{-2} + \cdots. \end{aligned}$$

พบว่าสัญญาณออกในสมการ (3.22) จัดรูปได้เป็น

$$y(k) \;=\; (\tilde{R} + q^{-d}L)w(k). \tag{3.23}$$

เมื่อเขียนสมการ (3.23) ในรูปอนุกรมเวลาจะได้ว่า

$$y(k) \;=\; y_{\tilde{R}}(k) + y_L(k), \tag{3.24}$$

โดยที่

$$y_{\tilde{R}}(k) \;=\; \tilde{R}w(k) \;=\; w(k) + h_1 w(k-1) + \ldots + h_{d-1}w(k-d+1), \tag{3.25}$$

$$y_L(k) \;=\; Lw(k-d) \;=\; w(k-d) + l_1 w(k-d-1) + l_2 w(k-d-2) + \ldots \tag{3.26}$$

จากสมการ (3.22) สังเกตได้ว่า $y_L(k)$ ขึ้นกับตัวควบคุม G_{c} ในขณะที่ $y_{\tilde{R}}(k)$ ไม่ขึ้นกับตัวควบคุม G_{c}. เมื่อคำนวณค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $y(k)$ ในสมการ (3.24) จะได้ว่า

$$\sigma_y^2 = \sigma_{y_{\tilde{R}}}^2 + \sigma_{y_L}^2. \tag{3.27}$$

โดยที่ $\sigma_{y_{\tilde{R}}}^2$ และ $\sigma_{y_L}^2$ เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $y_{\tilde{R}}(k)$ และ $y_L(k)$ ตามลำดับ. จากสมการ (3.25) สังเกตได้ว่าสัญญาณออก $y_{\tilde{R}}(k)$ มีค่าเทียบเท่ากับสัญญาณออก $y_{\mathrm{mv}}(k)$ ซึ่งเป็นสัญญาณออกภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด. ทำให้ค่าแปรปรวนของ $y_{\tilde{R}}(k)$ มีค่าเท่ากับค่าแปรปรวนของ $y_{\mathrm{mv}}(k)$. ดังนั้นในกรณีที่ $\sigma_{y_L}^2 = 0$ จะได้ว่า

$$\sigma_y^2 = \sigma_{y_{\tilde{R}}}^2 = \sigma_{\mathrm{mv}}^2. \tag{3.28}$$

จากผลข้างต้น เราสรุปได้ว่า $y_{\tilde{R}}(k)$ เป็นส่วนของสัญญาณออก $y(k)$ ภายใต้การควบคุม G_{c} ใดๆ ที่ให้ค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญานออก. เราจึงคำนวณค่าแปรปรวนต่ำสุด σ_{mv}^2 ได้จากการคำนวณค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $y_{\tilde{R}}(k)$ ซึ่งมีค่าขึ้นกับสัมประสิทธิ์ h_i ของพหุนาม $\tilde{R}$.

3.2 ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด

ในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม เราประเมินโดยเปรียบเทียบสมรรถนะของวงควบคุมกับค่ามาตรฐานค่าหนึ่ง. จาก §3.1 พบว่า σ_{mv}^2 เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุม. ในงานวิจัยนี้ เราเลือกใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นค่ามาตรฐาน และเรียกค่ามาตรฐานดังกล่าวว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. ต่อไป นิยามดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด (η_{mv}) เป็นอัตราส่วนของค่าแปรปรวนต่ำสุดต่อค่าแปรปรวนสัญญาณออกจริงจากวงควบคุม [8] ดังนี้

$$\eta_{\mathrm{mv}} \;=\; \frac{\sigma_{\mathrm{mv}}^2}{\sigma_y^2} \tag{3.29}$$

โดยที่ σ_{mv}^2 เป็นค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดและ σ_y^2 เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกจริงของวงควบคุม. เนื่องจาก $\sigma_{\mathrm{mv}}^2 \le \sigma_y^2$ จึงเป็นผลให้ η_{mv} มีค่ามากกว่า 0 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 1.

- $\eta_{\rm mv} \to 1$ หมายความว่าค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าต่ำเมื่อเทียบกับค่าแปรปรวนต่ำสุด ซึ่งสัมพันธ์กับสมรรถนะหรือสภาวะการทำงานที่ดีของวงควบคุม. ในการประเมินสมรรถนะหาก $\eta_{\rm mv} \to 1$ เราอาจไม่สามารถทำให้ค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าลดลงได้โดยการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ใช้อยู่ แม้ว่าจะยอมรับค่าดรรชนีสมรรถนะนั้นหรือไม่.
- $\eta_{\rm mv} \to 0$ หมายความว่าค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าสูงเมื่อเทียบกับค่าแปรปรวนต่ำสุด ซึ่งสัมพันธ์กับสมรรถนะหรือสภาวะการทำงานที่เลวของวงควบคุม. ในการประเมินสมรรถนะหาก $\eta_{\rm mv} \to 0$ เราสามารถทำให้ค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าลดลงได้โดยการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ใช้อยู่.

ถึงแม้ว่า ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดจะเป็นค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\rm c,mv}$. แต่เราสามารถคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดได้จากการคำนวณค่าแปรปรวนของ $y_{\tilde{R}}$ ซึ่งเป็นสัญญาณออกภายใต้ตัวควบคุมใดๆ ที่เทียบเท่ากับสัญญาณออกภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด. ในการคำนวณค่าแปรปรวนของ $y_{\tilde{R}}$ เราต้องรู้ค่าแปรปรวนของการรบกวนและรู้ค่าสัมประสิทธิ์ $h_1, h_2, \ldots, h_{d-1}$ ของพหุนาม $\tilde{R}$ ซึ่งหาได้จากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสัญญานออกของวงควบคุม. เราสรุปขั้นตอนการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดของวงควบคุมได้ดังนี้

(a) หาสัมประสิทธิ์ $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{n_a}$ ของแบบจำลองอัตตถดถอย และคำนวณค่าแปรปรวนการรบกวน σ_w^2 จากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุด. เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ของแบบจำลองอัตตถดถอยอันดับ n_a คือ

$$\Phi(q)y(k) = w(k),$$

โดยที่

$$\Phi(q) = 1 + \phi_1 q^{-1} + \phi_2 q^{-2} + \cdots + \phi_{n_a} q^{-n_a}.$$

จากนั้นแปลงแบบจำลองอัตตถดถอยให้อยู่ในรูปแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ เพื่อหาสัมประสิทธิ์ $\theta_1, \theta_2, \ldots$ ของแบบจำลอง. เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่คือ

$$y(k) = \Theta(q)w(k),$$

โดยที่

$$\Theta(q) = 1 + \theta_1 q^{-1} + \theta_2 q^{-2} + \cdots$$

และความสัมพันธ์ระหว่าง $y(k)$ กับ $w(k)$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในรูปอนุกรมเวลาคือ

$$y(k) = w(k) + \theta_1 w(k-1) + \theta_2 w(k-2) + \cdots + \theta_{d-1} w(k-d+1) + \cdots.$$

จากอนุกรมเวลาจะได้ว่า $h_i = \theta_i,\ i = 1, 2, \ldots, d-1.$

(b) คำนวณค่าแปรปรวนต่ำสุด σ^2_{mv} จากความสัมพันธ์

$$\sigma^2_{\mathrm{mv}} = (1 + h_1^2 + \cdots + h_{d-1}^2)\sigma^2_w.$$

(c) คำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออก σ^2_y จากความสัมพันธ์

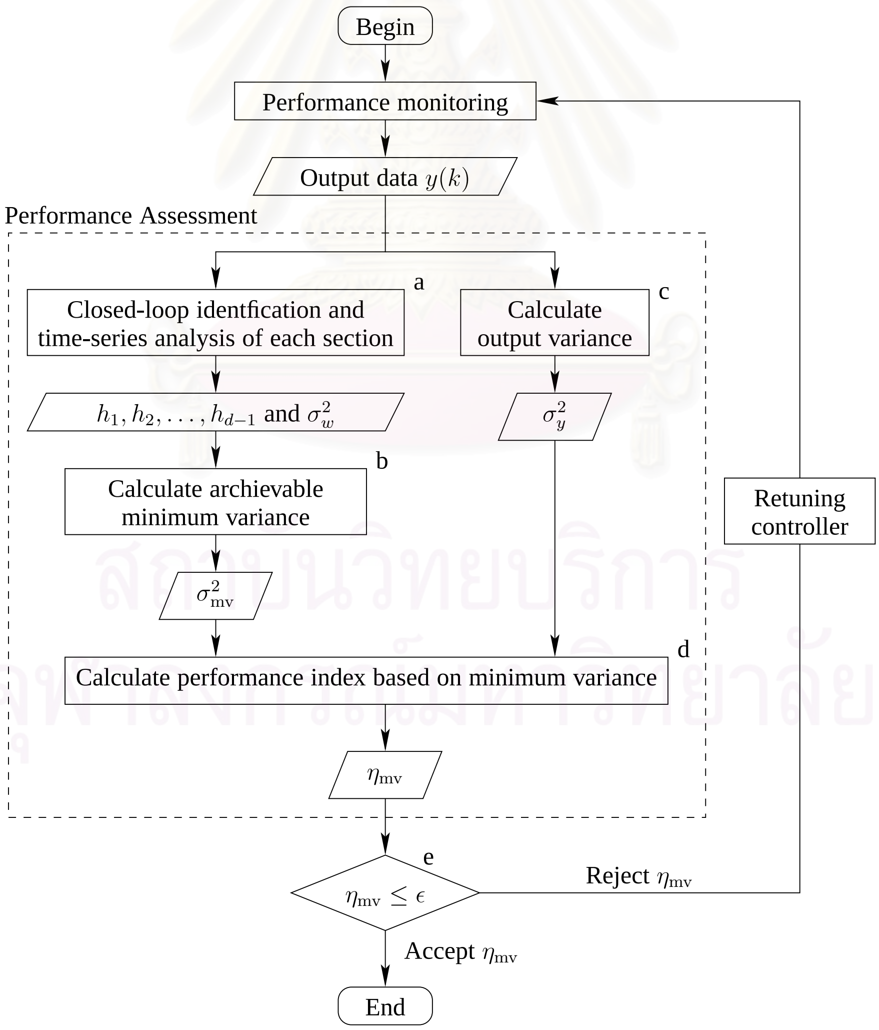
$$\sigma^2_y = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N} y^2(k).$$

(d) คำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดจากความสัมพันธ์

$$\eta_{\mathrm{mv}} = \frac{\sigma^2_{\mathrm{mv}}}{\sigma^2_y}.$$

(e) พิจารณาดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดเพื่อประเมินสมรรถนะของวงควบคุม.

จากขั้นตอนข้างต้น แสดงเป็นแผนผังได้ดังรูปที่ 3.2.

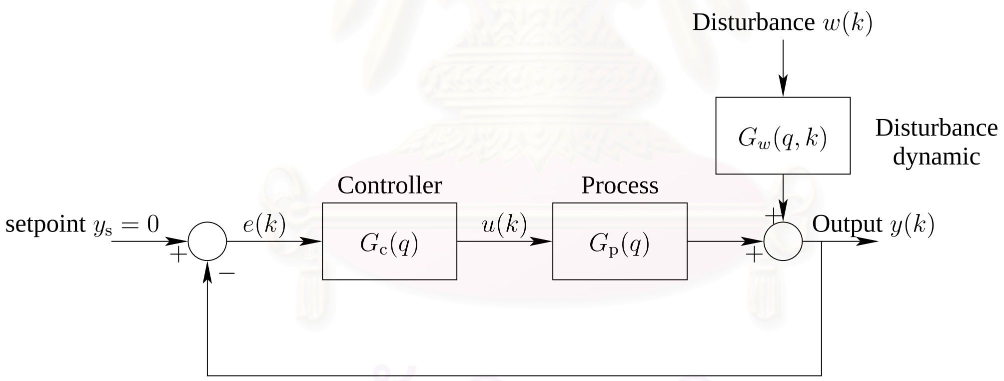


รูปที่ 3.2: แผนผังการคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด

อนึ่งค่าแปรปรวนต่ำสุดขึ้นกับพารามิเตอร์ของพหุนาม $\tilde{R}$ ซึ่งเป็นตัวประกอบส่วนของตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด. นอกจากนี้สมการ (3.17) บ่งชี้ว่าพหุนาม $\tilde{R}$ สัมพันธ์กับฟังก์ชันถ่ายโอน G_w ซึ่งจำลองพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุม. ความสัมพันธ์ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดและค่าแปรปรวนต่ำสุดขึ้นกับพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุม. ถ้าพลวัตการรบกวนเปลี่ยนแปลง จะส่งผลให้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดและค่าแปรปรวนต่ำสุดเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย. โดยทั่วไป เราแบ่งข้อมูลสำหรับการประเมินสมรรถนะเป็นหลายช่วง. ในแต่ละช่วงมีการหาแบบจำลองของวงควบคุมปิด เพื่อหาพารามิเตอร์ของอนุกรมเวลาและประมาณการรบกวน. การรบกวนที่ประมาณได้ในแต่ละช่วงอาจมีพลวัตเหมือนกันหรือต่างกัน. พลวัตการรบกวนที่ต่างกันย่อมส่งผลต่อค่าแปรปรวนต่ำสุดและตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดต่างกัน. สำหรับรายละเอียดของการเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนต่อตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดได้แสดงไว้ใน §3.3.

3.3 ผลการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนต่อค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด

การเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุม เปรียบได้กับการเปลี่ยนแปลงตามเวลาของฟังก์ชันถ่ายโอนที่จำลองพลวัตของการรบกวน [15]. วงควบคุมที่ใช้พิจารณาผลการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนต่อค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด แสดงดังรูปที่ 3.3.

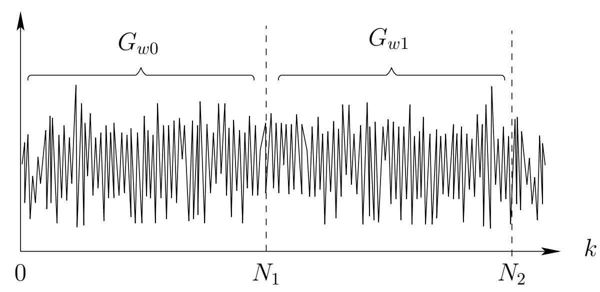


รูปที่ 3.3: วงควบคุมปิดที่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน

จากรูปที่ 3.3 สังเกตได้ว่า $G_w(q,k)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่แปรผันตามเวลา. เพื่อความสะดวกต่อการพิจารณา กำหนดให้การรบกวนมีพลวัต 2 ชุดคือ

$$G_w(q,k) = \begin{cases} G_{w0}(q), & 1 \le k < N_1 \\ G_{w1}(q), & N_1 + d \le k < N_2 \end{cases}$$

สำหรับช่วงเวลา $N_1 \le k < N_1 + d$, เวลาประวิง d มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ N_1 เราจึงละการพิจารณาในช่วงเวลาดังกล่าว. การเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนจาก $G_{w0}(q)$ ไปเป็น $G_{w1}(q)$ แสดงดังรูปที่ 3.4.



รูปที่ 3.4: การเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวน

เมื่อ N_1 คือเวลาที่การรบกวนเปลี่ยนแปลงพลวัตจาก G_{w0} เป็น G_{w1}.

$G_w(q,k)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนที่แปรผันตามเวลา.

$G_{w0}(q)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุมในช่วง $1 \leq k < N_1$.

$G_{w1}(q)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุมในช่วง $N_1 + d \leq k < N_2$.

พลวัตการรบกวนในรูปตัวประกอบพหุนามคือ

$$G_{w0}(q) = \tilde{R}_0(q) + q^{-d}\frac{\tilde{S}_0(q)}{D_0(q)} \tag{3.30}$$

$$G_{w1}(q) = \tilde{R}_1(q) + q^{-d}\frac{\tilde{S}_1(q)}{D_1(q)}. \tag{3.31}$$

จากรูปที่ 3.3 เมื่อ $G_{\mathrm{p}}(q) = q^{-d}B(q)/A(q)$ พบว่าสัญญาณออกของวงควบคุมคือ

$$y(k) = \frac{G_w(q,k)}{\left(1 + q^{-d}\dfrac{B(q)}{A(q)}G_{\mathrm{c}}(q)\right)}w(k). \tag{3.32}$$

เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนจาก $G_{w0}(q)$ ในช่วงเวลา $1 \leq k < N_1$ ไปเป็น $G_{w1}(q)$ ในช่วงเวลา $N_1 + d \leq k < N_2$ ทำให้เราพิจารณาผลการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนต่อตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดและต่อค่าแปรปรวนต่ำสุดได้ดังนี้

1. ในช่วงเวลา $1 \leq k < N_1$, จากสมการ (3.32) เมื่อแทน $G_w(q,k)$ ด้วย

$$G_{w0}(q) = \tilde{R}_0(q) + q^{-d}\frac{\tilde{S}_0(q)}{D_0(q)}$$

จะได้ว่าสัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุม G_{c} ในช่วงเวลา $1 \leq k < N_1$ คือ

$$y_0(k) = \tilde{R}_0 w(k) + \left[\frac{\tilde{S}_0}{D_0} - (G_{\mathrm{c}}^{-1}\frac{A}{B} + q^{-d})^{-1}G_{w0}\right]q^{-d}w(k). \tag{3.33}$$

เนื่องจากตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดในช่วงเวลา $1 \leq k < N_1$ คือ

$$G_{c,\mathrm{mv0}} = \frac{A\tilde{S}_0}{BD_0\tilde{R}_0}. \tag{3.34}$$

จากสมการ (3.33) เมื่อแทนตัวควบคุม G_{c} ด้วยตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\mathrm{c,mv0}}$ จะได้ว่าสัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดในช่วงเวลา $1 \le k < N_1$ คือ

$$y_{0,\mathrm{mv0}}(k) \quad = \quad \tilde{R}_0 w(k). \tag{3.35}$$

กำหนดให้ $\sigma^2_{y0,\mathrm{mv0}}$ เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $y_{0,\mathrm{mv0}}$. เราพบว่า $\sigma^2_{y0,\mathrm{mv0}}$ เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออก y_0.

2. ในช่วงเวลา $N_1 + d \le k < N_2$, จากสมการ (3.32) เมื่อแทน $G_w(q,k)$ ด้วย

$$G_{w1}(q) = \tilde{R}_1(q) + q^{-d}\frac{\tilde{S}_1(q)}{D_1(q)}$$

จะได้ว่าสัญญาณออกของวงควบคุมปิดภายใต้ตัวควบคุม G_{c} ในช่วงเวลา $N_1 + d \le k < N_2$ คือ

$$y_1(k) \quad = \quad \tilde{R}_1 w(k) + \left[\frac{\tilde{S}_1}{D_1} - (G_{\mathrm{c}}^{-1}\frac{A}{B} + q^{-d})^{-1} G_{w1}\right] q^{-d} w(k). \tag{3.36}$$

เนื่องจากตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดในช่วงเวลา $N_1 + d \le k < N_2$ คือ

$$G_{\mathrm{c,mv1}} = \frac{A\tilde{S}_1}{BD_1\tilde{R}_1}. \tag{3.37}$$

จากสมการ (3.36) เมื่อแทนตัวควบคุม G_{c} ด้วยตัวควบคุม $G_{\mathrm{c,mv1}}$ จะได้ว่าสัญญาณออกของวงควบคุมปิดภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดในช่วงเวลา $N_1 + d \le k < N_2$ คือ

$$y_{1,\mathrm{mv1}}(k) \quad = \quad \tilde{R}_1 w(k). \tag{3.38}$$

กำหนดให้ $\sigma^2_{y1,\mathrm{mv1}}$ เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $y_{1,\mathrm{mv1}}$. เราพบว่า $\sigma^2_{y1,\mathrm{mv1}}$ เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกในช่วงเวลา $N_1 + d \le k < N_2$.

ผลการเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนจาก G_{w0} ไปเป็น G_{w1} ต่อตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดและต่อค่าแปรปรวนต่ำสุดสรุปไว้ในตารางที่ 3.1.

ตารางที่ 3.1: ผลการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนต่อตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด

ช่วงเวลา	พลวัตการรบกวน	ตัวควบคุม ค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวนต่ำสุด
$1 \le k < N_1$	$G_{w0} = \tilde{R}_0 + q^{-d}\frac{\tilde{S}_0}{D_0}$	$G_{\mathrm{c,mv0}} = \frac{A\tilde{S}_0}{BD_0\tilde{R}_0}$	$\sigma^2_{y0,\mathrm{mv0}}$
$N_1 + d \le k < N_2$	$G_{w1} = \tilde{R}_1 + q^{-d}\frac{\tilde{S}_1}{D_1}$	$G_{\mathrm{c,mv1}} = \frac{A\tilde{S}_1}{BD_1\tilde{R}_1}$	$\sigma^2_{y1,\mathrm{mv1}}$

จากตารางที่ 3.1 พบว่า $G_{\mathrm{c,mv0}}$ มีค่าต่างจาก $G_{\mathrm{c,mv1}}$ ซึ่งเทียบได้การที่ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของวงควบคุมเป็นตัวควบคุมที่แปรผันตามเวลา นั่นคือ

$$G_{\mathrm{c,mv}}(q,k) \;=\; \begin{cases} G_{\mathrm{c,mv0}}(q), & k < N_1 \\ G_{\mathrm{c,mv1}}(q), & N_1 + d \le k < N_2. \end{cases}$$

เมื่อ σ^2_{mv0}, σ^2_{mv1} เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกภายใต้ตัวควบคุม $G_{\mathrm{c,mv0}}$ และ $G_{\mathrm{c,mv1}}$ จึงทำให้ σ^2_{mv} เป็นค่ามาตรฐานที่แปรผันตามเวลาด้วย. เนื่องจากตัวควบคุม $G_{\mathrm{c}}(q)$ ที่ใช้ในวงควบคุมเป็นตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลา. ค่าแปรปรวนต่ำสุดของตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลาจะมีเพียงค่าเดียว. การประเมินสมรรถนะโดยใช้ค่ามาตรฐานที่แปรผันตามเวลาจึงไม่สมจริงกับวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลา. เพื่อให้การประเมินสมรรถนะสมจริงกับวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลา เราควรเลือกตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดเพียงตัวเดียวเป็นตัวควบคุมมาตรฐาน ในการคำนวณค่ามาตรฐานสำหรับทุกช่วงเวลา. ในที่นี้กำหนดให้ใช้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\mathrm{c,mv0}}$ เป็นตัวควบคุมมาตรฐาน. จากสมการ (3.36) เมื่อแทนตัวควบคุม G_{c} ด้วยตัวควบคุม $G_{\mathrm{c,mv0}}$ จะได้ว่าสัญญาณออกของวงควบคุมปิดภายใต้ตัวควบคุม $G_{\mathrm{c,mv0}}$ ในช่วงเวลา $N_1 + d \le k < N_2 y$ คือ

$$\begin{aligned} y_{1,\mathrm{mv0}}(k) &= \tilde{R}w(k) + \left[\frac{\tilde{S}_1}{D_1} - \frac{\tilde{S}_0}{D_0}G_{w1}G_{w0}^{-1}\right] q^{-d}w(k) \\ &= \left[\tilde{R} + q^{-d}\frac{\tilde{S}_1}{D_1}\right] w(k) - q^{-d}\frac{G_{w1}\tilde{S}_0}{G_{w0}D_0}w(k) \\ &= G_{w1}w(k) - q^{-d}\frac{G_{w1}\tilde{S}_0}{G_{w0}D_0}w(k) \\ &= \frac{G_{w1}}{G_{w0}}\left[G_{w0} - q^{-d}\frac{\tilde{S}_0}{D_0}\right] w(k) \\ &= \frac{G_{w1}}{G_{w0}}\tilde{R}_0 w(k). \end{aligned} \tag{3.39}$$

หากกำหนดให้ $\sigma^2_{y1,\mathrm{mv0}}$ เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $y_{1,\mathrm{mv0}}$ ในสมการ (3.39) จะได้ว่า $\sigma^2_{y1,\mathrm{mv0}}$ เป็นค่ามาตรฐานในช่วงเวลา $N_1 + d \le k < N_2$. จากข้างต้น สามารถแบ่งค่ามาตรฐานได้เป็นสองแบบ. แบบแรกได้จากตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่เปลี่ยนตามเวลา และเรากำหนดให้เป็นค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ. แบบที่สองได้จากตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ไม่เปลี่ยนตามเวลา และเรากำหนดให้เป็นค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี.

3.3.1 ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ

ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของแต่ละช่วง. ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาในแต่ละช่วงอาจเป็นตัวเดียวกันหรือต่างกันก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นกับพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุม. หากไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัต

ของการรบกวนในแต่ละช่วงเวลา ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาจะเป็นตัวเดียวกัน. แต่ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนจะทำให้ตัวควบคุมที่พิจารณาเป็นตัวควบคุมที่ต่างกัน. กำหนดให้แบ่งข้อมูลสัญญาณออก y เป็นช่วงคือ

$$y = \{y_0,\ y_1,\ y_2, \ldots\}.$$

เมื่อ y_i เป็นข้อมูลช่วงที่ $i = 0,\ 1\ , 2, \ldots$ และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวนเท่ากับ N จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
y_0 &= \{y(1),\ y(2), \ldots,\ y(N)\} \\
y_1 &= \{y(N+1),\ y(N+2), \ldots,\ y(2N)\} \\
y_2 &= \{y(2N+1),\ y(2N+2), \ldots,\ y(3N)\} \\
\vdots & \qquad\qquad \vdots \\
y_i &= \{y(Ni+1),\ y(Ni+2), \ldots,\ y(Ni+N)\}
\end{aligned}$$

นอกจากนี้กำหนดให้

G_{wi} เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนช่วงที่ i.

$G_{\mathrm{c,mv}i}$ เป็นตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของช่วงที่ i.

$\sigma^2_{yi,\mathrm{mv}i}$ เป็นค่าแปรปรวนต่ำสุดของช่วงที่ i.

σ^2_{yi} เป็นค่าแปรปรวนสัญญาณออกของช่วงที่ i.

$\eta_{\mathrm{mv},Ai}$ เป็นดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอของช่วงที่ i.

ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอของแต่ละช่วง สรุปไว้ในตารางที่ 3.2.

ตารางที่ 3.2: ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอของข้อมูลแต่ละช่วง

ข้อมูล	พลวัต การรบกวน	ตัวควบคุม ค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวนต่ำสุด	ดรรชนีสมรรถนะอิง ค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ
y_0	G_{w0}	$G_{\mathrm{c,mv0}}$	$\sigma^2_{y0,\mathrm{mv0}}$	$\dfrac{\sigma^2_{y0,\mathrm{mv0}}}{\sigma^2_{y0}}$
y_1	G_{w1}	$G_{\mathrm{c,mv1}}$	$\sigma^2_{y1,\mathrm{mv1}}$	$\dfrac{\sigma^2_{y1,\mathrm{mv1}}}{\sigma^2_{y1}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

จากตารางที่ 3.2 ถ้าพลวัตของการรบกวนไม่เปลี่ยนแปลง กล่าวคือ

$$G_{wi} \quad = \quad G_w = \tilde{R} + q^{-d}\frac{\tilde{S}}{D} \quad i = 0, 1, 2, \ldots$$

พบว่าตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาในแต่ละช่วงเป็นตัวเดียวกัน

$$G_{c,\text{mvi}} \;=\; \frac{A\tilde{S}}{BD\tilde{R}} \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

และค่าแปรปรวนต่ำสุดของทุกช่วงก็จะมีค่าเท่ากัน ดังนี้

$$\sigma^2_{\text{mv1}} = \sigma^2_{\text{mv2}} = \cdots = \sigma^2_{\text{mv}n}.$$

ถ้าพลวัตของการรบกวนเปลี่ยนแปลง ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของแต่ละช่วงก็จะเปลี่ยนไปด้วย. ดังนั้นสรุปได้ว่าเมื่อการรบกวนไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัต ค่ามาตรฐานของแต่ละช่วงได้จากตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ไม่แปรผันตามเวลา, แต่ถ้าการรบกวนมีการเปลี่ยนแปลงพลวัต ค่ามาตรฐานของแต่ละช่วงได้จากตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา. การคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอมีขั้นตอนดังนี้

(a) หาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยและคำนวณ σ^2_{wi} จากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุด. แบบจำลองอัตตถดถอยมีความสัมพันธ์ระหว่าง $y_i(k)$ กับ $w_i(k)$ เป็น

$$\Phi_i(q)y_i(k) = w_i(k), \quad i = 1, 2, \ldots$$

จากนั้นแปลงแบบจำลองอัตตถดถอยให้อยู่ในรูปแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของพหุนาม $\Theta_i(q)$. แบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่มีความสัมพันธ์ระหว่าง $y_i(k)$ กับ $w_i(k)$ ดังนี้

$$y_i(k) = \Theta_i(q)w_i(k),$$

เมื่อความสัมพันธ์ระหว่าง $y_i(k)$ กับ $w_i(k)$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในรูปอนุกรมเวลา คือ

$$y_i(k) = w_i(k) + \theta_{i,1}w_i(k-1) + \theta_{i,2}w_i(k-2) + \cdots + \theta_{i,d-1}w_i(k-d+1) + \cdots.$$

จากอนุกรมเวลาจะได้ว่า $h_{i,j} = \theta_{i,j}, \; i = 1, 2, \ldots, \;\; j = 1, 2, \ldots, d-1.$

(b) คำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ $\sigma^2_{yi,\text{mv}i}$ ของช่วงที่ i จากความสัมพันธ์

$$\sigma^2_{yi,\text{mv}i} \;=\; (1 + h^2_{i,1} + h^2_{i,2} + \cdots + h^2_{i,d-1})\sigma^2_{wi}.$$

(c) คำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออก σ^2_{yi} ของช่วงที่ i จากความสัมพันธ์

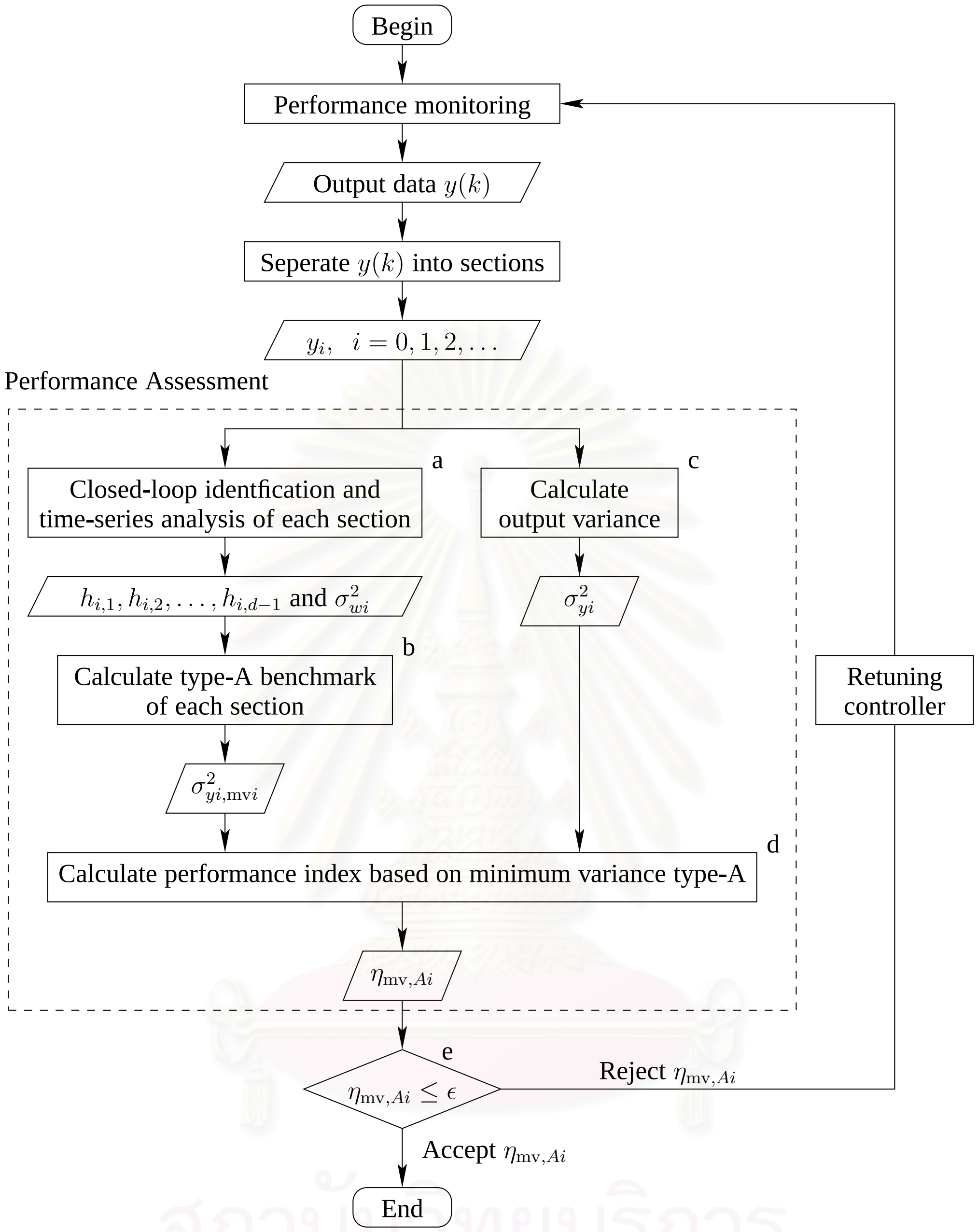
$$\sigma^2_{yi} \;=\; \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N} y_i^2(k).$$

(d) คำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอของแต่ละช่วง จากความสัมพันธ์

$$\eta_{\text{mv},Ai} \;=\; \frac{\sigma^2_{yi,\text{mv}i}}{\sigma^2_{yi}}.$$

(e) พิจารณาดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอของแต่ละช่วง เพื่อประเมินสมรรถนะของวงควบคุมต่อไป.

ขั้นตอนการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอแสดงเป็นแผนผังได้ดังรูปที่ 3.5.



รูปที่ 3.5: แผนผังการคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ

3.3.2 ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี

ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดมาตรฐานหนึ่งตัว. ถ้าเลือก $G_{c,\mathrm{mv0}}$ เป็นตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดมาตรฐาน, จะได้ว่าค่ามาตรฐานคือค่าแปรปรวนสัญญาณออกในแต่ละช่วงภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{c,\mathrm{mv0}}$. ดังนั้นการใช้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีเป็นค่ามาตรฐาน เราต้องเลือกข้อมูลที่เราสนใจหนึ่งช่วง เพื่อหาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดและคำนวณค่าแปรปรวนต่ำสุดของข้อมูลช่วงนั้นก่อน. จากนั้น

จึงใช้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของข้อมูลช่วงที่สนใจ เป็นตัวควบคุมมาตรฐานในการคำนวณค่ามาตรฐานของข้อมูลในช่วงอื่น. เพื่อความต่อเนื่องในการประเมินสมรรถนะ จึงเลือกตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของข้อมูลในช่วงแรก เป็นตัวควบคุมมาตรฐานสำหรับคำนวณค่ามาตรฐานของข้อมูลในช่วงอื่น. เพื่อความสะดวกในการพิจารณา กำหนดให้แบ่งข้อมูลสัญญาณออก y จำนวน $2N$ ตัว ออกเป็น 2 ช่วงคือ $y = \{y_0,\ y_1\}$. โดยที่ y_0, y_1 เป็นข้อมูลช่วง 0 และช่วง 1 ตามลำดับดังนี้

$$\begin{aligned} y_0 &= \{y(1), y(2), , \ldots, y(N)\}, \\ y_1 &= \{y(N+1), y(N+2), \ldots, y(2N)\}. \end{aligned}$$

และกำหนดให้การรบกวนมีพลวัต 2 ชุดคือ

$$G_w(q,k) = \begin{cases} G_{w0}, & 1 \le k \le N, \\ G_{w1}, & N+1 \le k \le 2N, \end{cases}$$

ซึ่งสามารถแยกตัวประกอบเป็น

$$\begin{aligned} G_{w0} &= \tilde{R}_0 + q^{-d}\frac{\tilde{S}_0}{D_0}, \\ G_{w1} &= \tilde{R}_1 + q^{-d}\frac{\tilde{S}_1}{D_1}, \end{aligned}$$

โดยที่ N_1 เป็นเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนจาก G_{w0} ในช่วงเวลา $1 \le k \le N$ ไปเป็น G_{w1} ในช่วงเวลา $N+1 \le k \le 2N$. กำหนดให้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\mathrm{c,mv0}}$ เป็นตัวควบคุมมาตรฐานในการคำนวณค่ามาตรฐานของข้อมูลทุกช่วง. ดังนั้นค่ามาตรฐานของข้อมูลช่วง 1 คือค่าแปรปรวนของ $y_{1,\mathrm{mv0}}$ ซึ่งเป็นค่าแปรปรวนของข้อมูลช่วง 1 ภายใต้ตัวควบคุม $G_{c,\mathrm{mv0}}$. ต่อไปเป็นแนวทางการหาสัญญาณออก $y_{1,\mathrm{mv0}}$. จากสมการ (3.39) ใน §3.3 พบว่า $y_{1,\mathrm{mv0}}$ เป็นฟังก์ชันของพลวัตการรบกวน G_{w0} และ G_{w1} ดังนี้

$$y_{1,\mathrm{mv0}} = \frac{G_{w1}}{G_{w0}}\tilde{R}_0 w(k),$$

เนื่องจากพลวัตการรบกวน G_{w0} และ G_{w1} มีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด G_{cl0} และ G_{cl1} ดังนี้

$$G_{\mathrm{cl0}} = \frac{G_{w0}}{1 + q^{-d}G_{\mathrm{c}}G}, \tag{3.40}$$

และ

$$G_{\mathrm{cl1}} = \frac{G_{w1}}{1 + q^{-d}G_{\mathrm{c}}G}. \tag{3.41}$$

เมื่อให้ G_{cl0} ในสมการ (3.40) เป็นตัวตั้งแล้วหารด้วย G_{cl1} ในสมการ (3.41) พบว่า

$$\frac{G_{w1}}{G_{w0}} = \frac{G_{\mathrm{cl1}}}{G_{\mathrm{cl0}}}. \tag{3.42}$$

เมื่อแทน G_{w1}/G_{w0} ในสมการ (3.39) ด้วย $G_{\text{cl1}}/G_{\text{cl0}}$ พบว่าสัญญาณออก $y_{1,\text{mv0}}(k)$ คือ

$$y_{1,\text{mv0}}(k) = \frac{G_{\text{cl1}}}{G_{\text{cl0}}}\tilde{R}_0 w(k). \tag{3.43}$$

นั่นคือ เราคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีของข้อมูลช่วง 1 ได้จากการคำนวณค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $y_{1,\text{mv0}}(k)$ ในสมการ (3.43). เมื่อกำหนดให้ $\sigma^2_{y0,\text{mv0}}$ เป็นค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีของข้อมูลช่วง 0 และ $\sigma^2_{y1,\text{mv0}}$ เป็นค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีของข้อมูลช่วง 1. ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีของข้อมูลช่วง 0 และช่วง 1 คือ

$$\eta_{\text{mv},B0} = \frac{\sigma^2_{y0,\text{mv0}}}{\sigma^2_{y0}} \tag{3.44}$$

$$\eta_{\text{mv},B1} = \frac{\sigma^2_{y1,\text{mv0}}}{\sigma^2_{y1}} \tag{3.45}$$

โดยที่ σ^2_{y0} และ σ^2_{y1} คือค่าแปรปรวนสัญญาณออกจริงของข้อมูลช่วง 0 และ 1 ซึ่งคำนวนได้จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$\sigma^2_{y0} = \frac{1}{N_1 - 2}\sum_{k=1}^{N_1-1} y^2(k) \tag{3.46}$$

$$\sigma^2_{y1} = \frac{1}{N_2 - N_1 - 1}\sum_{k=N_1}^{N_2} y^2(k) \tag{3.47}$$

ในกรณีทั่วไป เราแบ่งข้อมูลออกเป็นช่วง คือ

$$y = \{y_0,\ y_1,\ y_2, \ldots\},$$

โดยที่ y_i เป็นข้อมูลช่วงที่ i และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวนเท่ากับ N. เมื่อเลือกช่วงข้อมูล y_0 เป็นตัวแทนเพื่อหาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด จะได้ว่าตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด ค่ามาตรฐาน และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีของแต่ละช่วง แสดงในตารางที่ 3.3.

ตารางที่ 3.3: ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีของข้อมูลแต่ละช่วง

ข้อมูล	พลวัต การรบกวน	ตัวควบคุม ค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวนต่ำสุด	ดรรชนีสมรรถนะอิง ค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี
y_0	G_{w0}	$G_{\text{c,mv0}}$	$\sigma^2_{y0,\text{mv0}}$	$\frac{\sigma^2_{y0,\text{mv0}}}{\sigma^2_{y0}}$
y_1	G_{w1}	$G_{\text{c,mv0}}$	$\sigma^2_{y1,\text{mv0}}$	$\frac{\sigma^2_{y1,\text{mv0}}}{\sigma^2_{y1}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

การคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี และการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

(a) วิเคราะห์อนุกรมเวลาของช่วงข้อมูล $y_0, y_1, y_2, \ldots$ และประมาณหา $G_{\mathrm{cl}i}$, $\tilde{R}_0(q)$ และ σ^2_{wi} ของแต่ละช่วงจากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุด.

(b) คำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีจากการหาค่าแปรปรวนของสัญญาณออกภายใต้ควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\mathrm{c,mv0}}$ ของแต่ละช่วง. เมื่อสัญญาณออกภายใต้ควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\mathrm{c,mv0}}$ ของแต่ละช่วงมีค่าดังนี้

$$
\begin{aligned}
y_{0,\mathrm{mv0}}(k) &= \tilde{R}_0(q)w(k) \\
y_{1,\mathrm{mv0}}(k) &= \frac{G_{\mathrm{cl1}}}{G_{\mathrm{cl0}}}\tilde{R}_0(q)w(k) \\
y_{2,\mathrm{mv0}}(k) &= \frac{G_{\mathrm{cl2}}}{G_{\mathrm{cl0}}}\tilde{R}_0(q)w(k) \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots
\end{aligned}
$$

(c) คำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออกของแต่ละช่วง

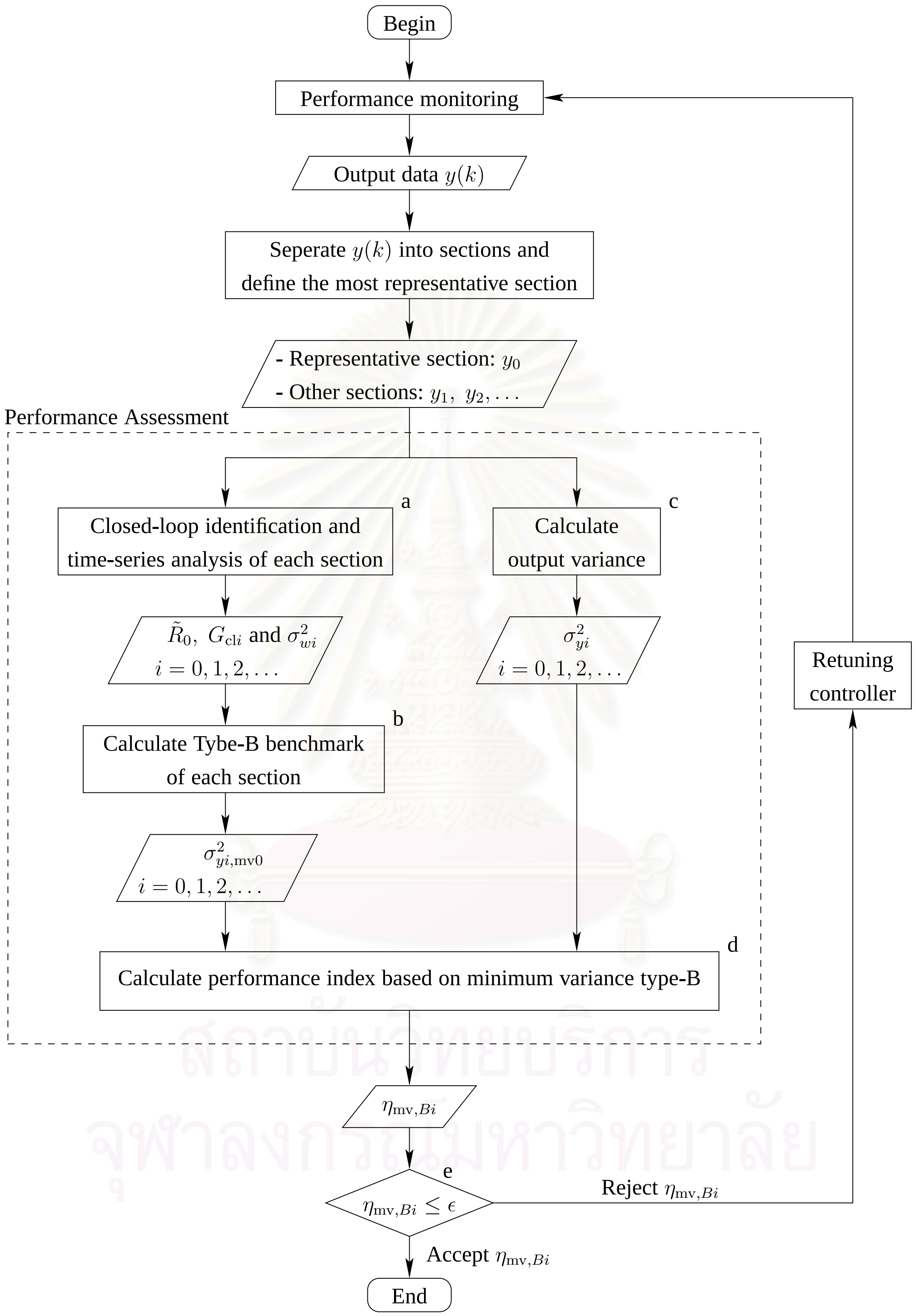
$$\sigma^2_{yi} = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N} y_i^2(k).$$

(d) คำนวณหาดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีจากความสัมพันธ์

$$\eta_{\mathrm{mv},Bi} = \frac{\sigma^2_{yi,\mathrm{mv0}}}{\sigma^2_{yi}}.$$

(e) พิจารณาดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีของแต่ละช่วง เพื่อประเมินสมรรถนะของวงควบคุมต่อไป.

แผนผังการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีแสดงได้ดังรูปที่ 3.6.



รูปที่ 3.6: แผนผังการคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี

3.4 ตัวอย่างการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด

ตัวอย่างที่นำเสนอในบทนี้มีสองตัวอย่างคือ การประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ และการประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน.

3.4.1 การประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ

พิจารณาวงควบคุมในรูปที่ **??** โดยกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ, ตัวควบคุมและพลวัตการรบกวนมีค่าดังนี้ [16]

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการคือ

$$G_{\mathrm{p}}(q) = q^{-4}\frac{B}{A} = q^{-4}\frac{b}{(1-aq^{-1})}. \tag{3.48}$$

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมคือ

$$G_{\mathrm{c}}(q) = \frac{S}{R} = \frac{(0.7-0.47q^{-1})}{(0.33-0.1q^{-1}-0.23q^{-4})}. \tag{3.49}$$

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนคือ

$$G_w(q) = \frac{C}{D} = \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-0.67q^{-1})} \tag{3.50}$$

- $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าแปรปรวน $\sigma_w^2 = 0.36$.

กำหนดให้แบ่งข้อมูลสัญญาณออก y เป็น 50 ช่วงดังนี้

$$y \;=\; \{y_0,\ y_1,\ y_2, \ldots,\ y_{49}\}.$$

เมื่อ $\tilde{y}_i$ เป็นข้อมูลช่วงที่ $i = 0,\ 1\ ,2, \ldots,\ 49$ และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 2000$ จะได้ว่าอนุกรมเวลาของสัญญาณออกในแต่ละช่วงมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_0 &= \{\tilde{y}(1),\ \tilde{y}(2), \ldots,\ \tilde{y}(2000)\},\\
\tilde{y}_1 &= \{\tilde{y}(2001),\ \tilde{y}(2002), \ldots,\ \tilde{y}(4000)\},\\
\tilde{y}_2 &= \{\tilde{y}(4001),\ \tilde{y}(4002), \ldots,\ \tilde{y}(6000)\},\\
&\vdots\\
\tilde{y}_{49} &= \{\tilde{y}(98001),\ \tilde{y}(98002), \ldots,\ \tilde{y}(100000)\}.
\end{aligned}$$

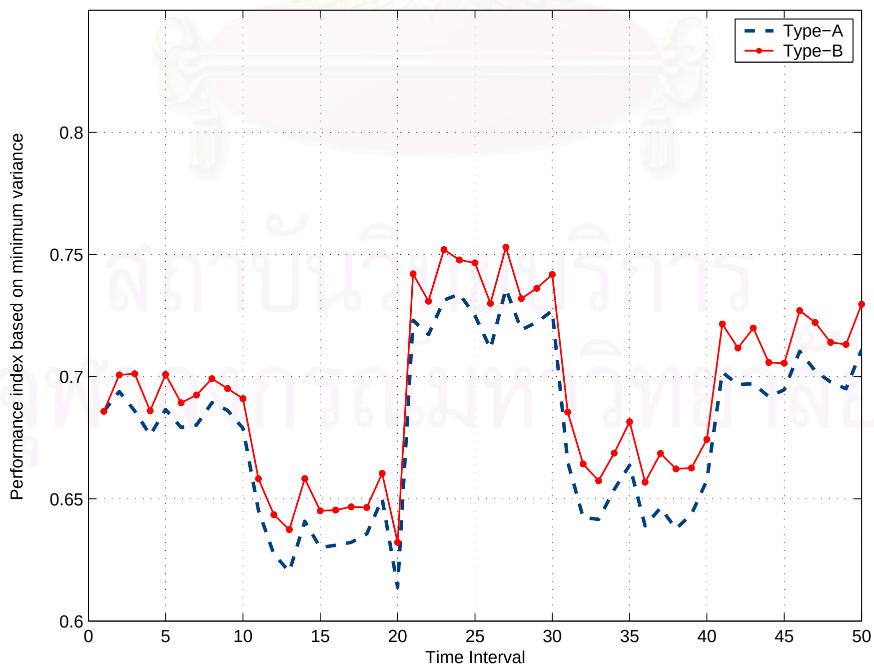
จากกระบวนการในสมการ (3.48) พารามิเตอร์ที่มีค่าเปลี่ยนแปลงประกอบด้วยอัตราขยายและขั้ว, โดยที่ b และ a คืออัตราขยายและขั้วของกระบวนการตามลำดับ. กำหนดให้อัตราขยายและขั้วของกระบวนการ ณ สภาวะระบุ (nominal condition) คือ $b_0 = 0.33$ และ $a_0 = 0.67$. นอกจากนี้ กำหนดให้อัตราขยายและขั้วของกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงจากค่า ณ สภาวะระบุที่เวลาต่างๆ ดังนี้

$$\begin{array}{lrcll}
\text{ณ สภาวะระบุ} & G_{\mathrm{p0}}(q) & = & \dfrac{0.33q^{-4}}{(1-0.67q^{-1})}, & 1 \le k \le 20000, \\
\text{อัตราขยายมีค่าเพิ่มขึ้น 10\%} & G_{\mathrm{p1}}(q) & = & \dfrac{0.363q^{-4}}{(1-0.67q^{-1})}, & 20001 \le k \le 40000, \\
\text{อัตราขยายมีค่าลดลง 10\%} & G_{\mathrm{p2}}(q) & = & \dfrac{0.297q^{-4}}{(1-0.67q^{-1})}, & 40001 \le k \le 60000, \\
\text{ขั้วมีค่าเพิ่มขึ้น 10\%} & G_{\mathrm{p3}}(q) & = & \dfrac{0.33q^{-4}}{(1-0.737q^{-1})}, & 60001 \le k \le 80000, \\
\text{ขั้วมีค่าลดลง 10\%} & G_{\mathrm{p4}}(q) & = & \dfrac{0.33q^{-4}}{(1-0.603q^{-1})}, & 80001 \le k \le 100000.
\end{array}$$

ต่อไปเป็นวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดเพื่อคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. เนื่องจากไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน, จึงเป็นผลให้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดทั้งแบบเอและแบบบีของทุกช่วงที่ได้จากการวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดมีค่าเท่ากันดังนี้

$$\begin{aligned}
\tilde{R}(q) &= 1 + 0.2700q^{-1} + 0.1802q^{-2} + 0.1212q^{-3}, \\
\sigma^2_{\mathrm{mv}} &= (1 + 0.2700^2 + 0.1802^2 + 0.1212^2)\sigma^2_w = 1.1203\sigma^2_w = 0.4031.
\end{aligned}$$

ต่อไปเป็นการจำลองผลการประเมินสมรรถนะ เมื่อกระบวนการเปลี่ยนแปลงจาก $G_{\mathrm{p0}}(q)$ ไปเป็น $G_{\mathrm{p1}}(q)$ ในช่วงที่ 11 ถึง 20 ($20001 \le k \le 40000$), เปลี่ยนแปลงจาก $G_{\mathrm{p1}}(q)$ ไปเป็น $G_{\mathrm{p2}}(q)$ ในช่วงที่ 21 ถึง 30 ($40001 \le k \le 60000$), เปลี่ยนแปลงจาก $G_{\mathrm{p2}}(q)$ ไปเป็น $G_{\mathrm{p3}}(q)$ ในช่วงที่ 31 ถึง 40 ($60001 \le k \le 80000$) และเปลี่ยนแปลงจาก $G_{\mathrm{p3}}(q)$ ไปเป็น $G_{\mathrm{p4}}(q)$ ในช่วงที่ 41 ถึง 50 ($80001 \le k \le 100000$). ผลการประเมินสมรรถนะเมื่อพารามิเตอร์ของกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากค่า ณ สภาวะระบุแสดงดังรูปที่ 3.7.



รูปที่ 3.7: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบี เมื่อพารามิเตอร์ของกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากค่า ณ สภาวะระบุ

จากรูปที่ 3.7 สังเกตได้ว่าการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการส่งผลกระทบต่อสมรรถนะของวงควบคุม. การเพิ่มขึ้นของอัตราขยายจะส่งผลให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าลดลง. ในขณะที่การลดลงของอัตราขยายทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าเพิ่มขึ้น. นอกจากนี้ยังพบว่า การเพิ่มค่าขั้วของกระบวนการจะทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าเพิ่มขึ้น. ส่วนการลดค่าขั้วของกระบวนการจะทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าลดลง. การเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้น พิจารณาได้จากสมการสัญญาณออกของวงควบคุมดังนี้

$$y(k) = \frac{ACR}{D(AR + q^{-d}BS)}w(k) \tag{3.51}$$

จากสมการ (3.51) เห็นได้ว่าอัตราขยายของกระบวนการ $B = b$ เป็นตัวประกอบตัวหารของสัญญาณออก.

- เมื่ออัตราขยายกระบวนการมีค่าเพิ่มขึ้น, ค่าแปรปรวนสัญญาณออกจะมีค่าลดลง จึงเป็นผลให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าเพิ่มขึ้น.
- เมื่ออัตราขยายกระบวนการมีค่าลดลง, ค่าแปรปรวนสัญญาณออกจะมีค่าเพิ่มขึ้น จึงเป็นผลให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ได้มีค่าลดลง.

จากสมการ (3.51) เราจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$y(k) = q^{-d}\frac{B}{A}\frac{S}{R}y(k) + \frac{C}{D}w(k) \tag{3.52}$$

จากสมการ (3.52) เห็นได้ว่า $A = (1 - aq^{-1})$ เป็นตัวหารในเทอมแรกของสัญญาณออก

- เมื่อขั้วของกระบวนการมีค่าเพิ่มขึ้น, ค่าแปรปรวนสัญญาณออกจะมีค่าเพิ่มขึ้น จึงเป็นผลให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าลดลง.
- เมื่อขั้วของกระบวนการมีค่าลดลง, ค่าแปรปรวนสัญญาณออกจะมีค่าลดลง จึงเป็นผลให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าเพิ่มขึ้น.

3.4.2 การประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน

พิจารณาวงควบคุมในรูปที่ 3.3 โดยกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ, ตัวควบคุมและพลวัตการรบกวนมีค่าดังนี้

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการคือ

$$G_{\mathrm{p}}(q) = q^{-4}\frac{0.33}{(1 - 0.67q^{-1})}.$$

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมคือ

$$G_{\mathrm{c}}(q) = \frac{(0.7 - 0.47q^{-1})}{(0.33 - 0.1q^{-1} - 0.23q^{-4})}.$$

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาคือ

$$G_w(q) = \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-\lambda q^{-1})}, \tag{3.53}$$

โดยที่ λ เป็นพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

- $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าแปรปรวน $\sigma_w^2 = 0.36.$

กำหนดให้แบ่งข้อมูลสัญญาณออก y เป็น 60 ช่วงดังนี้

$$y \;=\; \{y_0,\; y_1,\; y_2, \ldots,\; y_{59}\}.$$

เมื่อ y_i เป็นข้อมูลช่วงที่ $i = 0,\; 1\;, 2, \ldots,\; 59$ และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 2000$ จะได้ว่าอนุกรมเวลาของสัญญาณออกในแต่ละช่วงมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}
y_0 &= \{y(1),\; y(2), \ldots,\; y(2000)\} \\
y_1 &= \{y(2001),\; y(2002), \ldots,\; y(4000)\} \\
\vdots & \qquad\qquad \vdots \\
y_{59} &= \{y(118001),\; y(118002), \ldots,\; y(120000)\}
\end{aligned}$$

นอกจากนี้ กำหนดให้การรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุมมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตที่เวลา $k = 40001$ และ $k = 80001$ ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนในแต่ละช่วงคือ

$$\begin{aligned}
G_{w0}(q) &= \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-0.67q^{-1})}, \;\; 1 \le k \le 40000, \\
G_{w1}(q) &= \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-0.77q^{-1})}, \;\; 40001 \le k \le 80000, \\
G_{w2}(q) &= \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-0.57q^{-1})}, \;\; 80001 \le k \le 120000.
\end{aligned}$$

ต่อไปจะเป็นการวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด เพื่อคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบีของข้อมูลทั้ง 3 ช่วง. โดยกำหนดให้เลือกตัวควบคุม $G_{\mathrm{c,mv0}}$ เป็นตัวควบคุมมาตรฐานสำหรับคำนวณค่ามาตรฐานของวงควบคุมในทุกช่วง.

- ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ

  - สำหรับช่วง $1 \le k \le 40000$ พบว่า

$$\begin{aligned}
\tilde{R}_0(q) &= 1 + 0.2700q^{-1} + 0.1802q^{-2} + 0.1212q^{-3}, \\
\sigma_{\mathrm{mv0}}^2 &= (1 + 0.2700^2 + 0.1802^2 + 0.1212^2)\sigma_w^2 = 1.1203\sigma_w^2 = 0.4031, \\
\eta_{\mathrm{mv},A0} &= \frac{\sigma_{\mathrm{mv0}}^2}{\sigma_{y0}^2}.
\end{aligned}$$

- สำหรับช่วง $40001 \leq k \leq 80000$ พบว่า

$$\begin{aligned} \tilde{R}_1(q) &= 1 + 0.3700q^{-1} + 0.2849q^{-2} + 0.2194q^{-3}, \\ \sigma^2_{\mathrm{mv1}} &= (1 + 0.3700^2 + 0.3849^2 + 0.2194^2)\sigma^2_w = 1.2662\sigma^2_w = 0.4556, \\ \eta_{\mathrm{mv},A1} &= \frac{\sigma^2_{\mathrm{mv1}}}{\sigma^2_{y1}}. \end{aligned}$$

- สำหรับช่วง $80001 \leq k \leq 120000$ พบว่า

$$\begin{aligned} \tilde{R}_2(q) &= 1 + 0.1700q^{-1} + 0.0969q^{-2} + 0.0552q^{-3}, \\ \sigma^2_{\mathrm{mv2}} &= (1 + 0.1700^2 + 0.0969^2 + 0.0552^2)\sigma^2_w = 1.0413\sigma^2_w = 0.3747, \\ \eta_{\mathrm{mv},A2} &= \frac{\sigma^2_{\mathrm{mv2}}}{\sigma^2_{y2}}. \end{aligned}$$

- ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี

- สำหรับช่วง $1 \leq k \leq 40000$ พบว่า

$$\begin{aligned} y_{0,\mathrm{mv0}}(k) &= \tilde{R}_0(q)w(k) \\ &= (1 + 0.2700q^{-1} + 0.1802q^{-2} + 0.1212q^{-3})w(k), \\ \sigma^2_{y0,\mathrm{mv0}} &= 0.4031, \\ \therefore \eta_{\mathrm{mv},B0} &= \frac{\sigma^2_{y0,\mathrm{mv0}}}{\sigma^2_{y0}}. \end{aligned}$$

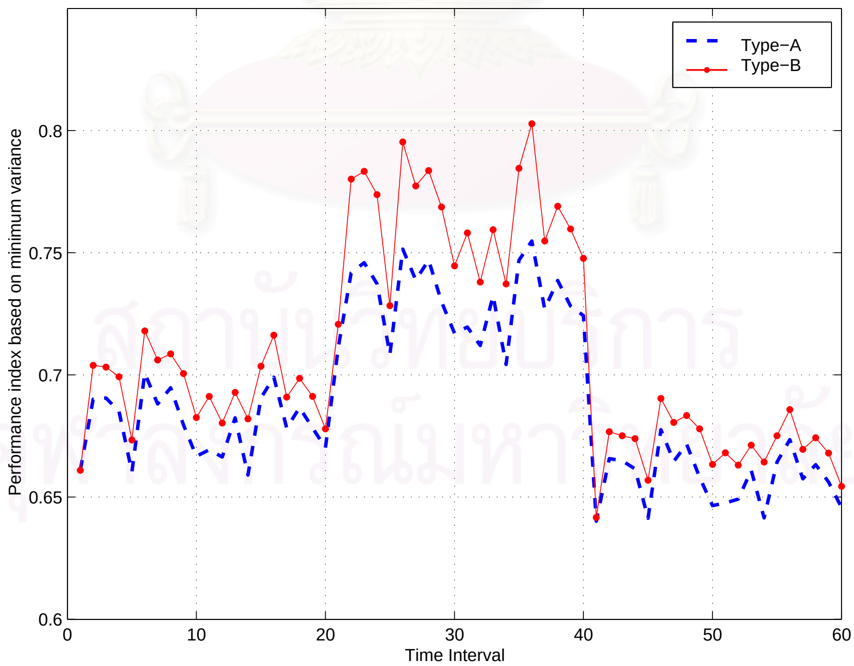
- สำหรับช่วง $40001 \leq k \leq 80000$ พบว่า

$$\begin{aligned} y_{1,\mathrm{mv0}}(k) &= \frac{G_{w1}(q)}{G_{w0}(q)}\tilde{R}_0(q)w(k) \\ &= \frac{(1 - 0.67q^{-1})}{(1 - 0.77q^{-1})}(1 + 0.2700q^{-1} + 0.1802q^{-2} + 0.1212q^{-3})w(k), \\ \sigma^2_{y1,\mathrm{mv0}} &= 0.5086, \\ \therefore \eta_{\mathrm{mv},B1} &= \frac{\sigma^2_{y1,\mathrm{mv0}}}{\sigma^2_{y1}}. \end{aligned}$$

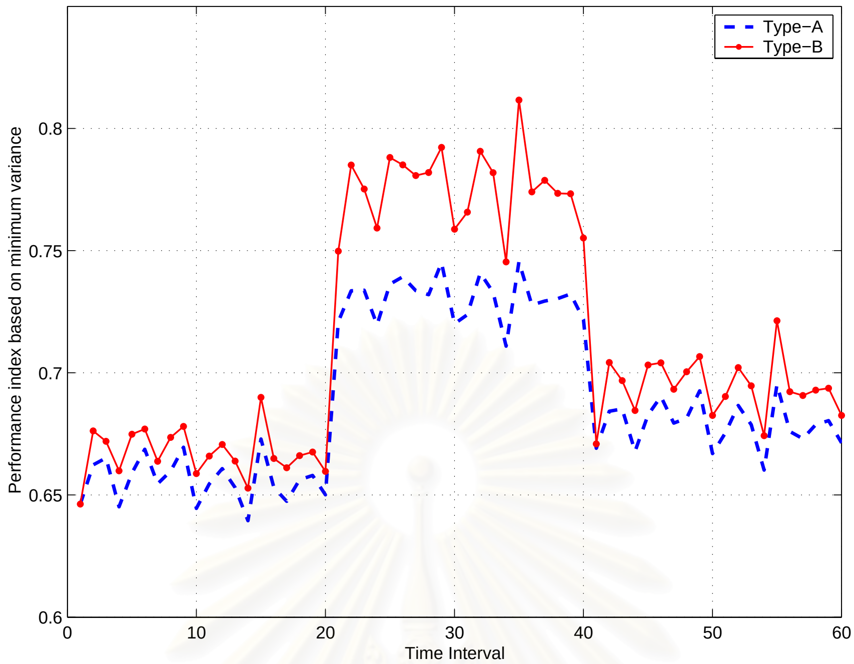
- สำหรับช่วง $80001 \leq k \leq 120000$ พบว่า

$$
\begin{aligned}
y_{2,\mathrm{mv0}}(k) &= \frac{G_{w2}(q)}{G_{w0}(q)}\tilde{R}_0(q)w(k) \\
&= \frac{(1-0.67q^{-1})}{(1-0.57q^{-1})}(1+0.2700q^{-1}+0.1802q^{-2}+0.1212q^{-3})w(k), \\
\sigma^2_{y2,\mathrm{mv0}} &= 0.4336, \\
\therefore \eta_{\mathrm{mv},B2} &= \frac{\sigma^2_{y2,\mathrm{mv0}}}{\sigma^2_{y2}}.
\end{aligned}
$$

ต่อไปเป็นการจำลองผลการประเมินสมรรถนะเพื่อเปรียบเทียบค่าดรรชนีสมรรถนะ เมื่อพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุมคือ G_{w0}, G_{w1} และ G_{w2}. เริ่มต้น กำหนดให้ G_{w0} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 1 ถึงช่วงที่ 20 $(1 \leq k \leq 40000)$, G_{w1} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 21 ถึงช่วงที่ 40 $(40001 \leq k \leq 80000)$ และ G_{w2} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 41 ถึงช่วงที่ 60 $(80001 \leq k \leq 120000)$ ตามลำดับ. ผลการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบีแสดงดังรูปที่ 3.8. เมื่อเปลี่ยนให้ G_{w2} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 1 ถึงช่วงที่ 20, G_{w1} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 21 ถึงช่วงที่ 40 และ G_{w0} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 41 ถึงช่วงที่ 60 ตามลำดับ. ผลการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบี แสดงดังรูปที่ 3.9.



รูปที่ 3.8: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบี เมื่อพลวัตของการรบกวนเปลี่ยนแปลงจาก G_{w0} ไปเป็น G_{w1} และ G_{w2} ตามลำดับ



รูปที่ 3.9: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบี เมื่อพลวัตของการรบกวนเปลี่ยนแปลงจาก G_{w2} ไปเป็น G_{w1} และ G_{w0} ตามลำดับ

จากรูปที่ 3.8 และรูปที่ 3.9 พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบีมีค่าเปลี่ยนแปลงในแนวโน้มเดียวกัน โดยดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีสามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในวงควบคุมได้ชัดเจนกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ. เนื่องจากดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอในแต่ละช่วงได้มาจากการพิจารณาค่าแปรปรวนต่ำสุดของตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่แปรผันตามเวลา แต่ตัวควบคุมที่ใช้ในวงควบคุมที่เราพิจารณาเป็นตัวควบคุมที่ไม่แปรผันตามเวลา. เราจึงกล่าวได้ว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอเป็นดรรชนีสมรรถนะที่แปรผันตามช่วงเวลา. ในขณะที่ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีได้มาจากการพิจารณาค่าแปรปรวนต่ำสุดจากตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดเพียงตัวเดียว นั่นคือดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีไม่แปรผันตามเวลา. จากสาเหตุดังกล่าว จึงเป็นผลให้การประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีมีความเหมาะสม และสมจริงกับสภาวะของวงควบคุมที่พิจารณามากกว่าการใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ.

3.5 บทสรุป

บทนี้นำเสนอการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด ซึ่งเป็นการควบคุมที่ให้ค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกจากวงควบคุม. พร้อมทั้งนำเสนอการใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นค่ามาตรฐานในการประเมินสมรรถนะสำหรับวงควบคุม. นอกจากนี้เรายังได้แสดงวิธีการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดเพื่อนำไปประเมินสมรรถนะสำหรับวงควบคุมต่างๆ โดยแบ่งค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดออกเป็นสองประเภท. ประเภทแรกเรียกว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานที่ได้

จากการพิจารณาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่แปรผันตามเวลา. ประเภทที่สองเรียกว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานที่ได้จากการพิจารณาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ไม่แปรผันตามเวลา. ในตอนท้าย เราได้แสดงตัวอย่างเปรียบเทียบการใช้ค่ามาตรฐานทั้งสองประเภทเป็นค่ามาตรฐานในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม. จากตัวอย่างแรกซึ่งเป็นตัวอย่างการประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการ พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดทั้งแบบเอและแบบบีสามารถชี้บ่งการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นได้เช่นเดียวกัน. ในตัวอย่างที่สองซึ่งเป็นการประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีสามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงได้ชัดเจนกว่า และมีความสมจริงกับสภาวะของวงควบคุมที่พิจารณามากกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ.

บทที่ 4

ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน

บทนี้นำเสนอนิยามและวิธีการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน ซึ่งขยายผลการคำนวณดรรชนีสมรรถนะไปสู่กรณีที่มีการพิจารณาความไม่แน่นอน. ส่วนแรกกล่าวถึงสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนและค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน. ส่วนที่สองนำเสนอดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนและการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน โดยแบ่งการคำนวณค่ามาตรฐานออกเป็นสองประเภท คือการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบี. ในตอนท้ายได้แสดงตัวอย่าง เพื่อเปรียบเทียบการใช้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งสองประเภทในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมปิด.

4.1 ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน

จากขั้นตอนการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดใน §3.2 แสดงให้เห็นว่าเราคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดได้จากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสัญญาณออกของวงควบคุม. เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ในรูปอนุกรมเวลาคือ

$$y(k) = w(k) + h_1 w(k-1) + h_2 w(k-2) + \cdots . \tag{4.1}$$

นอกจากนี้ ยังพบว่าสัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดคือ

$$y_{\rm mv}(k) = w(k) + h_1 w(k-1) + h_2 w(k-2) + h_{d-1} w(d-1).$$

โดยที่ d คือเวลาประวิงของกระบวนการ และเราสามารถคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดได้จากการคำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออก $y_{\rm mv}$ ของวงควบคุมดังนี้

$$\sigma_{\rm mv}^2 = (1 + h_1^2 + \cdots + h_{d-1}^2)\sigma_w^2.$$

เนื่องจากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาเพื่อคำนวณค่ามาตรฐานที่กล่าวมาข้างต้นนั้นละเลยความไม่แน่นอนที่มีอยู่ในสัญญาณออก. อย่างไรก็ตาม สัญญาณออกที่วัดได้มักมีความคลาดเคลื่อนหรือความไม่แน่นอนรวมอยู่ด้วย. ต่อไป จึงนำเสนอการคำนวนค่ามาตรฐานที่พิจารณาความไม่แน่นอนในสัญญาณออก. ทั้งนี้จาก §2.4 ได้กำหนดให้สัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนคือ

$$\tilde{y}(k) = y(k) + \delta_y(k),$$

โดยที่ $\delta_y(k)$ เป็นความคลาดเคลื่อนหรือความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขตของสัญญาณออก กล่าวคือ

$$\|\delta_y(k)\| \le \alpha,\ \alpha \ge 0.$$

กำหนดให้ ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ในรูปอนุกรมเวลาคือ

$$\tilde{y}(k) = w(k) + \tilde{h}_1 w(k-1) + \tilde{h}_2 w(k-2) + \cdots . \tag{4.2}$$

จากการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดใน §3.1 พบว่าสัญญาณออกภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าเป็นศูนย์หลังจากเวลาผ่านไปเท่ากับเวลาประวิง. จากสมการ (4.2) เมื่อกำหนดให้สัมประสิทธิ์ $\tilde{h}_d,\ \tilde{h}_{d+1},\ldots$ มีค่าเป็นศูนย์, จะได้ว่าสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนของวงควบคุมภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดคือ

$$\tilde{y}_{\mathrm{mv}}(k) = w(k) + \tilde{h}_1 w(k-1) + \tilde{h}_2 w(k-2) + \tilde{h}_{d-1} w(d-1). \tag{4.3}$$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณค่าแปรปรวนของ $\tilde{y}(k)$ ในสมการ (4.2) จึงจัดรูปสมการใหม่ ดังนี้

$$\tilde{y}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{h}_i w(k-i), \quad \tilde{h}_0 = 1. \tag{4.4}$$

เราคำนวณค่าแปรปรวนสัญญานออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\sigma_{\tilde{y}}^2 &= \sup_{\|\delta_y\|\le\alpha} \mathrm{E}\left\{\tilde{y}^2(k)\right\} \\
&= \sup_{\|\delta_y\|\le\alpha} \mathrm{E}\left\{\sum_{i=0}^{\infty} \tilde{h}_i w(k-i) y(k)\right\} \\
&= \sup_{\|\delta_y\|\le\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{h}_i \mathrm{E}\left\{w(k-i) y(k)\right\} \\
&= \sup_{\|\delta_y\|\le\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{h}_i \mathrm{E}\left\{w(k-i) \sum_{j=0}^{\infty} \tilde{h}_j w(k-j)\right\} \\
&= \sup_{\|\delta_y\|\le\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{h}_i \sum_{j=0}^{\infty} \tilde{h}_j \mathrm{E}\left\{w(k-i) w(k-j)\right\}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

เมื่อ $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าแปรปรวน σ_w^2 และจากคุณสมบัติของ $w(k)$ ใน (2.25) จะได้ว่าค่าแปรปรวนสัญญานออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ ในสมการ (4.5) จัดรูปได้เป็น

$$\begin{aligned}
\sigma_{\tilde{y}}^2 &= \sup_{\|\delta_y\|\le\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{h}_i^2 \sigma_w^2 \\
&= \sup_{\|\delta_y\|\le\alpha} (1 + \tilde{h}_1^2 + \tilde{h}_2^2 + \cdots)\sigma_w^2.
\end{aligned} \tag{4.6}$$

จากสมการ (4.6) เมื่อแทน $\tilde{h}_i = 0, \ \ i \ge d$ จะได้ว่าค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $\tilde{y}_{\mathrm{mv}}(k)$ คือ

$$\sigma_{\mathrm{rmv}}^2 = \sup_{\|\delta_y\|\le\alpha} (1 + \tilde{h}_1^2 + \tilde{h}_2^2 + \cdots + \tilde{h}_{d-1}^2)\sigma_w^2. \tag{4.7}$$

โดยที่ σ^2_{rmv} เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด. ค่าแปรปรวนของสัญญาณออกในสมการ (4.6) และสมการ (4.7) แสดงให้เห็นว่า

$$\sigma^2_{\mathrm{rmv}} \leq \sigma^2_{\tilde{y}}. \tag{4.8}$$

นั่นคือ σ^2_{rmv} เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนของวงควบคุม และเราเรียก σ^2_{rmv} ว่าค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนของวงควบคุมภายใต้ความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขตของสัญญาณออก.

4.2 ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน

จาก §4.1 เราพบว่าค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน σ^2_{rmv} เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนของวงควบคุม. เพื่อคำนึงถึงผลของความไม่แน่นอนในการประเมินสมรรถนะ จึงเลือกใช้ σ^2_{rmv} เป็นค่ามาตรฐาน และเรียกค่ามาตรฐานดังกล่าวว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน. ต่อไปนิยามดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน η_{rmv} เป็นอัตราส่วนของค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนต่อค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขต ดังสมการ (4.9)

$$\eta_{\mathrm{rmv}} = \frac{\sigma^2_{\mathrm{rmv}}}{\sigma^2_{\tilde{y}}}. \tag{4.9}$$

โดยที่ σ^2_{rmv} เป็นค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน และ $\sigma^2_{\tilde{y}}$ เป็นค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนของวงควบคุม. เนื่องจาก $\sigma^2_{\mathrm{rmv}} \leq \sigma^2_{\tilde{y}}$ จึงเป็นผลให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีค่ามากกว่า 0 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 1 $(0 < \eta_{\mathrm{rmv}} \leq 1)$.

- $\eta_{\mathrm{rmv}} \to 1$ หมายความว่าค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าต่ำเมื่อเทียบกับค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน ซึ่งมีความสัมพันธ์กับสมรรถนะหรือสภาวะการทำงานที่ดีของวงควบคุม. ในการประเมินสมรรถนะหาก $\eta_{\mathrm{rmv}} \to 1$ เราอาจไม่สามารถทำให้ค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าลดลงได้โดยการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ใช้อยู่ แม้ว่าจะยอมรับค่าดรรชนีสมรรถนะนั้นหรือไม่.

- $\eta_{\mathrm{rmv}} \to 0$ หมายความว่าค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าสูงเมื่อเทียบกับค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน ซึ่งมีความสัมพันธ์กับสมรรถนะหรือสภาวะการทำงานที่เลวของวงควบคุม. ในการประเมินสมรรถนะหาก $\eta_{\mathrm{rmv}} \to 0$ เราสามารถทำให้ค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าลดลงได้โดยการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ใช้อยู่.

การคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนในสมการ (4.9) ต้องคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนก่อน. การคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนในสมการ (4.7) ต้องรู้ค่าแปรปรวนการรบกวนและค่าสัมประสิทธิ์ $\tilde{h}_1, \tilde{h}_2, \ldots, \tilde{h}_{d-1}$ ซึ่งหาได้จากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาของสัญญานออกที่มีความไม่แน่นอนของวงควบคุมปิด. เราสรุปขั้นตอนการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนของวงควบคุมปิดได้ดังนี้

(a) หาสัมประสิทธิ์ $\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \ldots, \tilde{\phi}_{n_a}$ ของแบบจำลองอัตตถดถอยภายใต้ความไม่แน่นอน และคำนวณ σ_w^2 จากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน. เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขต $\tilde{y}(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ของแบบจำลองอัตตถดถอยอันดับ n_a คือ

$$\tilde{\Phi}(q)\tilde{y}(k) = w(k), \tag{4.10}$$

โดยที่

$$\tilde{\Phi}(q) = 1 + \tilde{\phi}_1 q^{-1} + \tilde{\phi}_2 q^{-2} + \cdots + \tilde{\phi}_{n_a} q^{-n_a}. \tag{4.11}$$

จากนั้นแปลงแบบจำลองอัตตถดถอยภายใต้ความไม่แน่นอนให้อยู่ในรูปแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \ldots$ ของแบบจำลอง. เมื่อแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เป็นแบบจำลองที่มีความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}(k)$ กับการรบกวน $w(k)$ ดังนี้

$$y(k) = \tilde{\Theta}(q)w(k),$$

โดยที่

$$\tilde{\Theta}(q) = 1 + \tilde{\theta}_1 q^{-1} + \tilde{\theta}_2 q^{-2} + \cdots.$$

และความสัมพันธ์ระหว่าง $\tilde{y}(k)$ กับ $w(k)$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในรูปอนุกรมเวลาคือ

$$y(k) = w(k) + \tilde{\theta}_1 w(k-1) + \tilde{\theta}_2 w(k-2) + \cdots + \tilde{\theta}_{d-1} w(k-d+1) + \cdots.$$

จากอนุกรมเวลาจะได้ว่า $\tilde{h}_i = \tilde{\theta}_i,\ i = 1, 2, \ldots, d-1.$

(b) คำนวณมาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน σ_{rmv}^2 จากความสัมพันธ์

$$\sigma_{\mathrm{rmv}}^2 = (1 + \tilde{h}_1^2 + \cdots + \tilde{h}_{d-1}^2)\sigma_w^2.$$

(c) คำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\sigma_{\tilde{y}}^2$ จากความสัมพันธ์

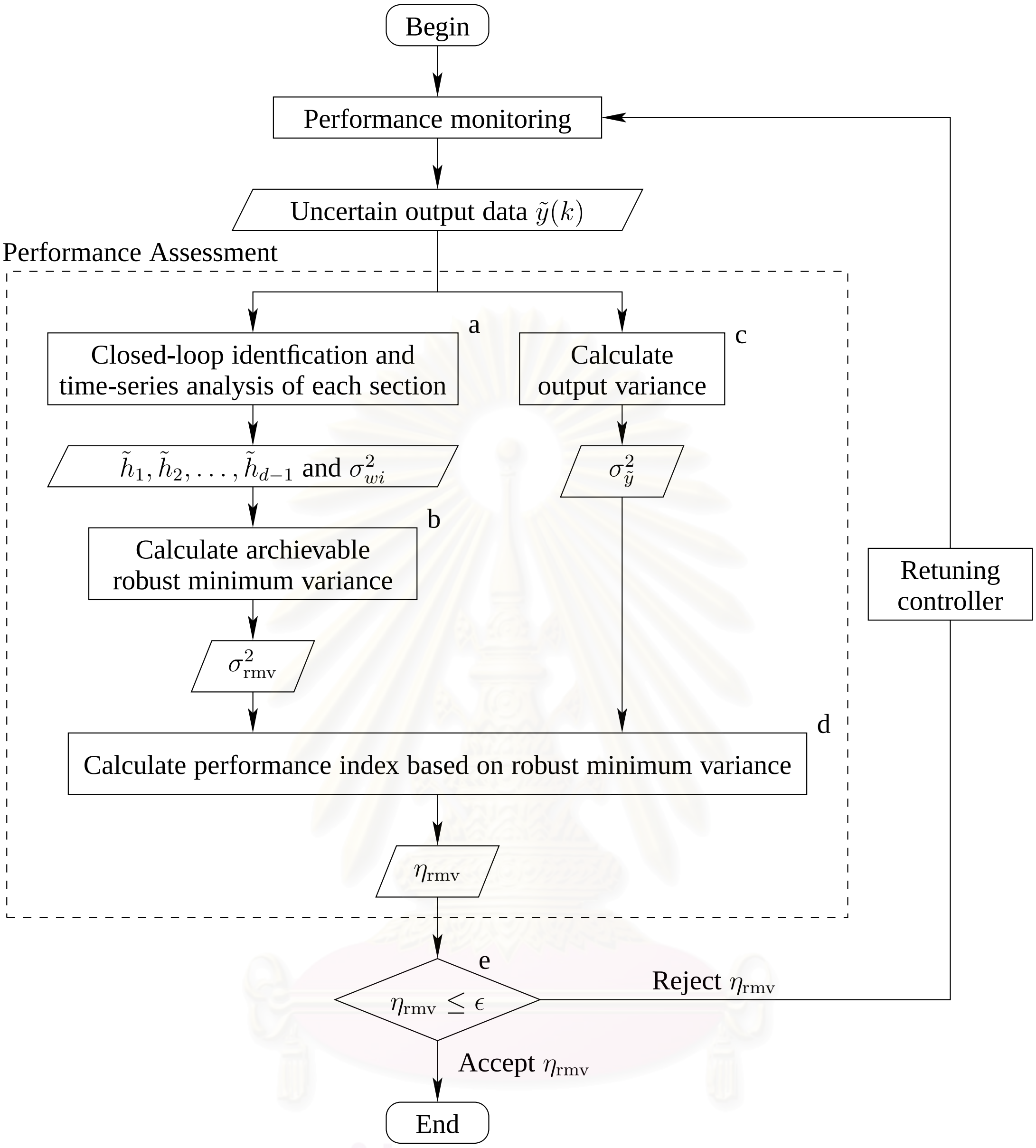
$$\sigma_{\tilde{y}}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^{N} \tilde{y}^2(k).$$

(d) คำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนจากความสัมพันธ์

$$\eta_{\mathrm{rmv}} = \frac{\sigma_{\mathrm{rmv}}^2}{\sigma_{\tilde{y}}^2}.$$

(e) พิจารณาดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน เพื่อประเมินสมรรถนะของวงควบคุมต่อไป.

ขั้นตอนการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนในข้างต้น แสดงเป็นแผนผังได้ดังรูปที่ 4.2. เนื่องจากค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีค่าขึ้นกับพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุม เช่นเดียวกันกับค่าแปรปรวนต่ำสุด. เราจึงแบ่งค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนได้เป็น 2 แบบ. แบบแรกเรียกว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานที่แปรผันตามเวลา. แบบที่สองเรียกว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานที่ไม่แปรผันตามเวลา. โดยรายละเอียดการคำนวณของแต่ละแบบพิจารณาได้ใน §4.2.1 และ §4.2.2 ตามลำดับ.



รูปที่ 4.1: แผนผังการคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน

4.2.1 ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ

ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอเป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนของแต่ละช่วง. เนื่องจากข้อมูลในการประเมินสมรรถนะจะมีหลายช่วง. ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาในแต่ละช่วงอาจเป็นตัวเดียวกันหรือต่างกันก็ได้ ขึ้นกับพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุม. หากในทุกช่วงเวลาพลวัตของการรบกวนไม่มีการเปลี่ยนแปลง ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาจะเป็นตัวเดียวกัน. แต่ถ้าในทุกช่วงเวลาพลวัตของการรบกวนมีการเปลี่ยนแปลง ตัวควบคุมที่

พิจารณาจะเป็นตัวควบคุมที่ต่างกัน. กำหนดให้แบ่งข้อมูลสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนออกเป็นช่วงคือ

$$\tilde{y} = \{\tilde{y}_0,\ \tilde{y}_1,\ \tilde{y}_2, \ldots\}$$

เมื่อ $\tilde{y}_i$ เป็นข้อมูลที่มีความไม่แน่นอนช่วงที่ i โดยที่ $i = 0, 1, 2, \ldots$ และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวนเท่ากับ N จะได้ว่าเป็นอนุกรมเวลาของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนของแต่ละช่วงคือ

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_0 &= \{\tilde{y}(1),\ \tilde{y}(2), \ldots,\ \tilde{y}(N)\} \\
\tilde{y}_1 &= \{\tilde{y}(N+1),\ \tilde{y}(N+2), \ldots,\ \tilde{y}(2N)\} \\
\tilde{y}_2 &= \{\tilde{y}(2N+1),\ \tilde{y}(2N+2), \ldots,\ \tilde{y}(3N)\} \\
&\ \vdots \\
\tilde{y}_i &= \{\tilde{y}(Ni+1),\ \tilde{y}(Ni+2), \ldots,\ \tilde{y}(Ni+N)\}
\end{aligned}$$

นอกจากนี้กำหนดให้

G_{wi} เป็นพลวัตการรบกวนในช่วงที่ i.

$G_{\mathrm{c,mv}i}$ เป็นตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของช่วงที่ i.

$\sigma^2_{\tilde{y}i,\mathrm{rmv}i}$ เป็นค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนของช่วงที่ i.

$\sigma^2_{\tilde{y}i}$ เป็นค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขตของช่วงที่ i.

$\eta_{\mathrm{rmv},Ai}$ เป็นดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของช่วงที่ i.

ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของแต่ละช่วง สรุปไว้ในตารางที่ 4.1.

ตารางที่ 4.1: ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของข้อมูลแต่ละช่วง

ข้อมูล	พลวัต การรบกวน	ตัวควบคุม ค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวน ต่ำสุดคงทน	ดรรชนีสมรรถนะอิงค่า แปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ
$\tilde{y}_0$	G_{w0}	$G_{\mathrm{c,mv0}}$	$\sigma^2_{\tilde{y}0,\mathrm{rmv0}}$	$\frac{\sigma^2_{\tilde{y}0,\mathrm{rmv0}}}{\sigma^2_{\tilde{y}0}}$
$\tilde{y}_1$	G_{w1}	$G_{\mathrm{c,mv1}}$	$\sigma^2_{\tilde{y}1,\mathrm{rmv1}}$	$\frac{\sigma^2_{\tilde{y}1,\mathrm{rmv1}}}{\sigma^2_{\tilde{y}1}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

การคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอมีขั้นตอนดังนี้

(a) หาพารามิเตอร์ของแบบจำลองอัตตถดถอยจากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน โดยใช้สัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}_i(k)$ ของแต่ละช่วง และประมาณการรบกวนจากค่าตกค้างของการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน. เมื่อแบบจำลองอัตตถดถอยมีความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}_i(k)$ กับการรบกวน $w_i(k)$ เป็น

$$\tilde{\Phi}_i(q)\tilde{y}_i(k) = w_i(k), \quad i = 1, 2, \ldots$$

จากนั้น แปลงแบบจำลองอัตตถดถอยให้อยู่ในรูปแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ เพื่อหาพารามิเตอร์ของพหุนาม $\Theta_i(q)$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่. เมื่อแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่มีความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}_i(k)$ กับการรบกวน $w_i(k)$ เป็น

$$\tilde{y}_i(k) = \tilde{\Theta}_i(q)w_i(k),$$

เมื่อความสัมพันธ์ระหว่าง $\tilde{y}_i(k)$ กับ $w_i(k)$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในรูปอนุกรมเวลา คือ

$$\tilde{y}_i(k) = w_i(k) + \tilde{\theta}_{i,1}w_i(k-1) + \tilde{\theta}_{i,2}w_i(k-2) + \cdots + \tilde{\theta}_{i,d-1}w_i(k-d+1) + \cdots.$$

จากอนุกรมเวลาจะได้ว่า $\tilde{h}_{i,j} = \tilde{\theta}_{i,j}, \ i = 1, 2, \ldots, \quad j = 1, 2, \ldots, d-1.$

(b) คำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ $\sigma^2_{\tilde{y}i,\mathrm{rmvi}}$ ของช่วงที่ i จากความสัมพันธ์

$$\sigma^2_{\tilde{y}i,\mathrm{rmvi}} = (1 + \tilde{h}^2_{i,1} + \tilde{h}^2_{i,2} + \cdots + \tilde{h}^2_{i,d-1})\sigma^2_{wi}.$$

(c) คำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออก $\sigma^2_{\tilde{y}i}$ ของช่วงที่ i จากความสัมพันธ์

$$\sigma^2_{\tilde{y}i} = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\tilde{y}^2_i(k).$$

(d) คำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอของแต่ละช่วง จากความสัมพันธ์

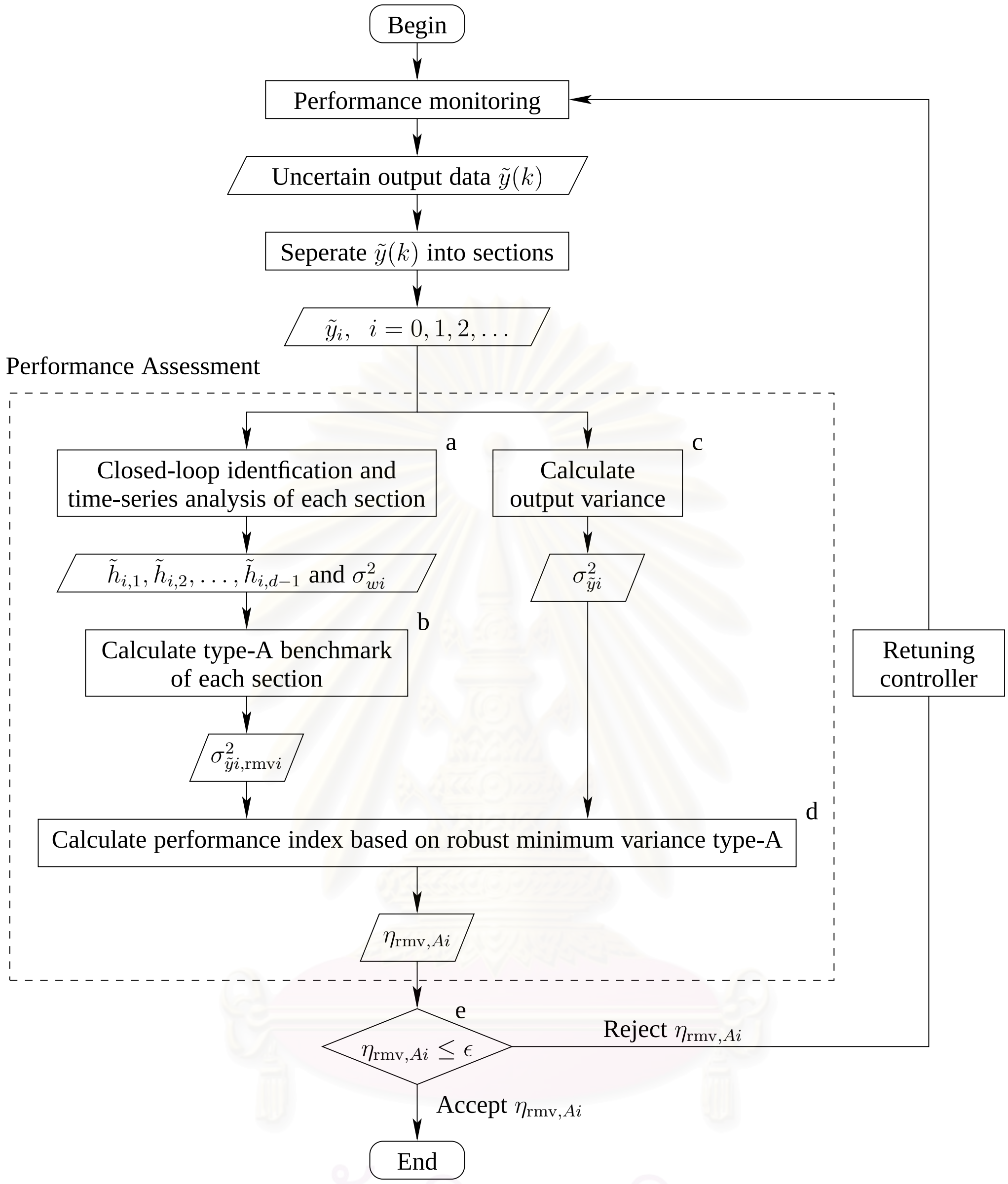
$$\eta_{\mathrm{rmv},Ai} = \frac{\sigma^2_{\tilde{y}i,\mathrm{rmvi}}}{\sigma^2_{\tilde{y}i}}.$$

(e) พิจารณาดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของแต่ละช่วง เพื่อประเมินสมรรถนะของวงควบคุมต่อไป.

ขั้นตอนการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอแสดงเป็นแผนผังได้ดังรูปที่ 4.2.1.

4.2.2 ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี

ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี เป็นค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดมาตรฐานหนึ่งตัว. นั่นคือ ถ้าเราให้ $G_{c,\mathrm{mv0}}$ เป็นตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดมาตรฐาน, จะได้ว่าค่ามาตรฐานคือ ค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนภายใต้



รูปที่ 4.2: แผนผังการคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ

ตัวควบคุม $G_{c,\mathrm{mv0}}$ ของแต่ละช่วง. ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีมีหลักการพิจารณาเช่นเดียวกับที่ได้กล่าวไว้ใน §3.3.2. กำหนดให้ แบ่งข้อมูลออกเป็นช่วงคือ

$$\tilde{y} = \{\tilde{y}_0,\ \tilde{y}_1,\ \tilde{y}_2, \ldots\}$$

โดยที่ $\tilde{y}_i$ เป็นข้อมูลช่วงที่ i และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวนเท่ากับ N. เมื่อเลือกช่วงข้อมูล $\tilde{y}_0$ เป็นตัวแทนเพื่อหาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด. ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด, ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีของแต่ละช่วงแสดงในตารางที่ 4.2.

ตารางที่ 4.2: ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีของข้อมูลแต่ละช่วง

ข้อมูล	พลวัตการรบกวน	ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน	ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี
$\tilde{y}_0$	G_{w0}	$G_{\mathrm{c,mv0}}$	$\sigma^2_{\tilde{y}0,\mathrm{rmv0}}$	$\frac{\sigma^2_{\tilde{y}0,\mathrm{rmv0}}}{\sigma^2_{\tilde{y}0}}$
$\tilde{y}_1$	G_{w1}	$G_{\mathrm{c,mv0}}$	$\sigma^2_{\tilde{y}1,\mathrm{rmv0}}$	$\frac{\sigma^2_{\tilde{y}1,\mathrm{rmv0}}}{\sigma^2_{\tilde{y}1}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

การคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

(a) วิเคราะห์อนุกรมเวลาของช่วงข้อมูล $\tilde{y}_0, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \ldots$ และประมาณหา $G_{\mathrm{cl}i}$, $\tilde{R}_0(q)$ และ σ^2_{wi} จากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน.

(b) คำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี จากการคำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนภายใต้ควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\mathrm{c,mv0}}$ ของแต่ละช่วง. เมื่อสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนภายใต้ควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{\mathrm{c,mv0}}$ ของแต่ละช่วงมีค่าดังนี้

$$
\begin{aligned}
\tilde{y}_{0,\mathrm{mv0}}(k) &= \tilde{R}_0(q)w(k) \\
\tilde{y}_{1,\mathrm{mv0}}(k) &= \frac{G_{\mathrm{cl1}}}{G_{\mathrm{cl0}}}\tilde{R}_0(q)w(k) \\
\tilde{y}_{2,\mathrm{mv0}}(k) &= \frac{G_{\mathrm{cl2}}}{G_{\mathrm{cl0}}}\tilde{R}_0(q)w(k) \\
\vdots \quad &\vdots \quad \vdots
\end{aligned}
$$

(c) คำนวณค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนของแต่ละช่วง

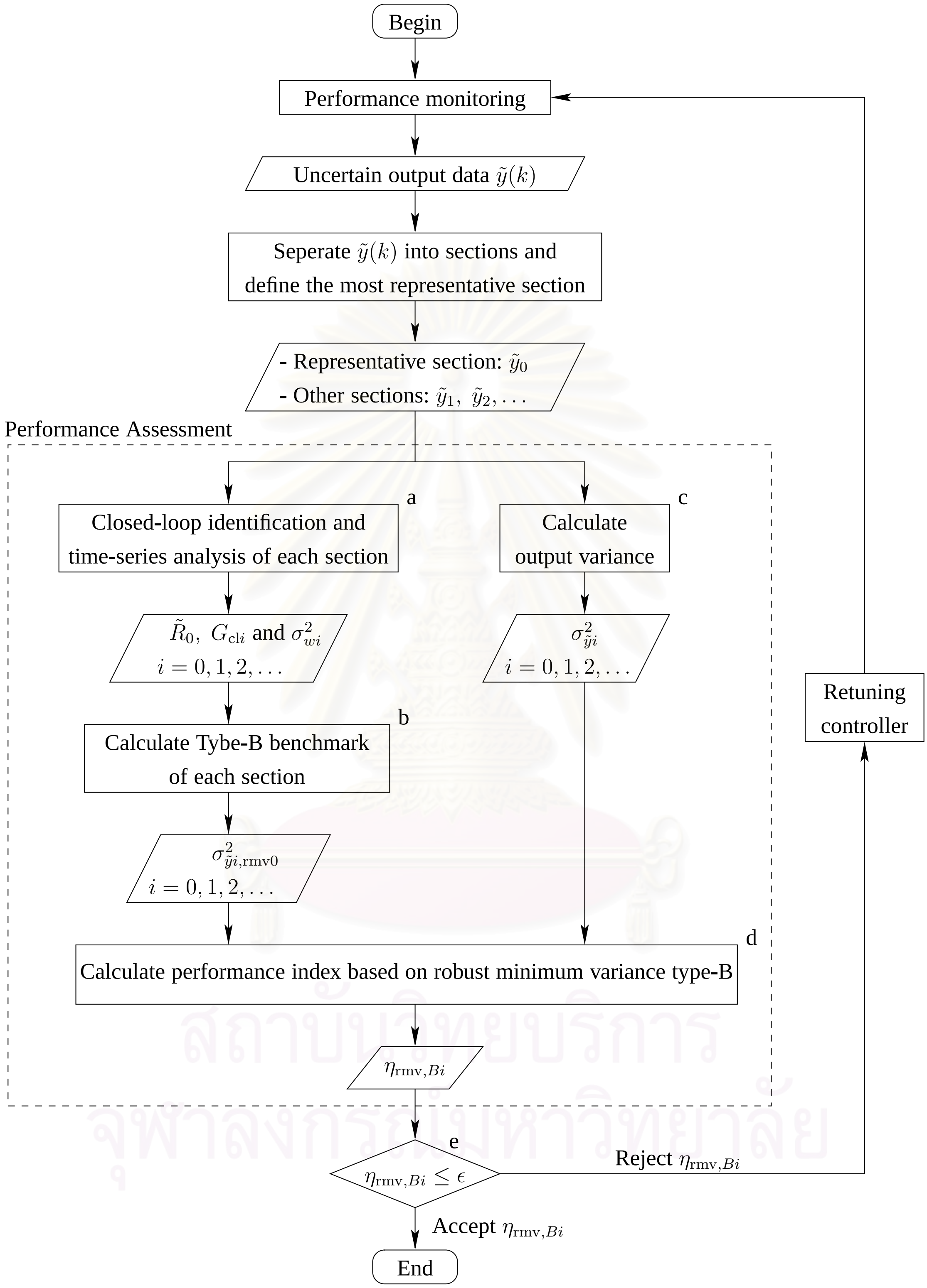
$$\sigma^2_{\tilde{y}i} = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\tilde{y}_i^2(k).$$

(d) คำนวณหาดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีจากความสัมพันธ์

$$\eta_{\mathrm{rmv},Bi} = \frac{\sigma^2_{\tilde{y}i,\mathrm{rmv0}}}{\sigma^2_{\tilde{y}i}}.$$

(e) พิจารณาดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีของแต่ละช่วง เพื่อประเมินสมรรถนะของวงควบคุมต่อไป.

ขั้นตอนการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีแสดงได้ดังรูปที่ 4.3.



รูปที่ 4.3: แผนผังการคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี

4.3 ตัวอย่างการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน

ตัวอย่างที่นำเสนอในบทนี้มีสองตัวอย่างคือ การประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ และการประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน.

4.3.1 การประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ

พิจารณาวงควบคุมที่ประกอบด้วยกระบวนการ, ตัวควบคุมและการรบกวนเช่นเดียวกับตัวอย่างใน §3.4.1 ดังนี้

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการคือ

$$G_{\mathrm{p}}(q) = q^{-4}\frac{B}{A} = q^{-4}\frac{b}{(1-aq^{-1})}.$$

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมคือ

$$G_{\mathrm{c}}(q) = \frac{S}{R} = \frac{(0.7-0.47q^{-1})}{(0.33-0.1q^{-1}-0.23q^{-4})}.$$

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนคือ

$$G_w(q) = \frac{C}{D} = \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-0.67q^{-1})}.$$

- $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าแปรปรวน $\sigma_w^2 = 0.36$.

กำหนดให้แบ่งข้อมูลสัญญาณออก $\tilde{y}$ เป็น 50 ช่วงดังนี้

$$\tilde{y} \ = \ \{\tilde{y}_0,\ \tilde{y}_1,\ y_2,\dots,\ y_{49}\}.$$

เมื่อ $\tilde{y}_i$ เป็นข้อมูลช่วงที่ $i = 0,\ 1\ ,2,\dots,\ 49$ และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 2000$ จะได้ว่าอนุกรมเวลาของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนในแต่ละช่วงมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_0 &= \{\tilde{y}(1),\ \tilde{y}(2),\dots,\ \tilde{y}(2000)\},\\
\tilde{y}_1 &= \{\tilde{y}(2001),\ \tilde{y}(2002),\dots,\ \tilde{y}(4000)\},\\
\tilde{y}_2 &= \{\tilde{y}(4001),\ \tilde{y}(4002),\dots,\ \tilde{y}(6000)\},\\
\vdots & \qquad\qquad \vdots,\\
\tilde{y}_{49} &= \{\tilde{y}(98001),\ \tilde{y}(98002),\dots,\ \tilde{y}(100000)\}.
\end{aligned}$$

กำหนดให้อัตราขยายและขั้วของกระบวนการ ณ สภาวะระบุ (nominal condition) คือ $b_0 = 0.33$ และ $a_0 = 0.67$. นอกจากนี้ กำหนดให้อัตราขยายและขั้วของกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงจากค่า ณ สภาวะระบุที่เวลาต่างๆ ดังนี้

$$
\begin{array}{llcll}
\text{ณ สภาวะระบุ} & G_{\mathrm{p0}}(q) & = & \dfrac{0.33q^{-4}}{(1-0.67q^{-1})}, & 1 \leq k \leq 20000, \\
\text{อัตราขยายมีค่าเพิ่มขึ้น } 10\% & G_{\mathrm{p1}}(q) & = & \dfrac{0.363q^{-4}}{(1-0.67q^{-1})}, & 20001 \leq k \leq 40000, \\
\text{อัตราขยายมีค่าลดลง } 10\% & G_{\mathrm{p2}}(q) & = & \dfrac{0.297q^{-4}}{(1-0.67q^{-1})}, & 40001 \leq k \leq 60000, \\
\text{ขั้วมีค่าเพิ่มขึ้น } 10\% & G_{\mathrm{p3}}(q) & = & \dfrac{0.33q^{-4}}{(1-0.737q^{-1})}, & 60001 \leq k \leq 80000, \\
\text{ขั้วมีค่าลดลง } 10\% & G_{\mathrm{p4}}(q) & = & \dfrac{0.33q^{-4}}{(1-0.603q^{-1})}, & 80001 \leq k \leq 100000.
\end{array}
$$

ในการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน เรากำหนดค่าขอบเขตความไม่แน่นอน ρ ได้โดยการพิจารณาดังนี้

- ความไม่แน่นอนของสัญญาณออกมีขอบเขตด้วย $\alpha = 0.01$ นั่นคือ

$$\|\delta_y(k)\| \leq 0.01.$$

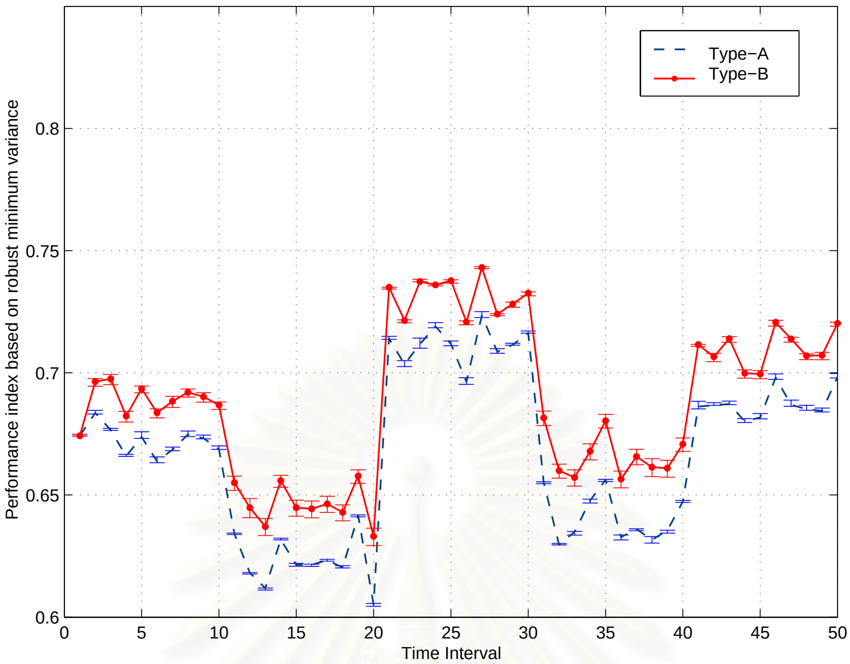
- ข้อมูลที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 2000$.
- อันดับของแบบจำลองอัตตถดถอยคือ $n_a = 50$.

จากสมการ (2.54) เมื่อแทนค่าขอบเขตความไม่แน่นอน $\alpha = 0.01$, จำนวนข้อมูล $N = 2000$ และอันดับของแบบจำลองอัตตถดถอย $n_a = 50$ จะได้ว่า

$$\|\Delta\|_2 \leq 0.01\sqrt{(2000-50)(50+1)} = 3.15.$$

ดังนั้น ในการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนจึงเลือก $\rho = 3.0$ ถึง $\rho = 3.5$.

ต่อไปเป็นการจำลองผลการประเมินสมรรถนะ เมื่อกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงจาก $G_{\mathrm{p0}}(q)$ ไปเป็น $G_{\mathrm{p1}}(q)$ ในช่วงที่ 11 ถึง 20 $(20001 \leq k \leq 40000)$, เปลี่ยนแปลงจาก $G_{\mathrm{p1}}(q)$ ไปเป็น $G_{\mathrm{p2}}(q)$ ในช่วงที่ 21 ถึง 30 $(40001 \leq k \leq 60000)$, เปลี่ยนแปลงจาก $G_{\mathrm{p2}}(q)$ ไปเป็น $G_{\mathrm{p3}}(q)$ ในช่วงที่ 31 ถึง 40 $(60001 \leq k \leq 80000)$ และเปลี่ยนแปลงจาก $G_{\mathrm{p3}}(q)$ ไปเป็น $G_{\mathrm{p4}}(q)$ ในช่วงที่ 41 ถึง 50 $(80001 \leq k \leq 100000)$ ตามลำดับ. ผลการประเมินสมรรถนะเมื่อพารามิเตอร์ของกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากค่า ณ สภาวะระบุแสดงดังรูปที่ 4.4. จากรูปที่ 4.4 สังเกตได้ว่าการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการในสมการ (3.48) มีผลต่อสมรรถนะของวงควบคุม. โดยการเพิ่มขึ้นของอัตราขยายจะส่งผลให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าลดลง. ในขณะที่การลดลงของอัตราขยายทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าเพิ่มขึ้น. นอกจากนี้ยังพบว่า การเพิ่มค่าขั้วของกระบวนการจะทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าเพิ่มขึ้น. ส่วนการลดค่าขั้วของกระบวนการจะทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าลดลง.



รูปที่ 4.4: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบี เมื่อพารามิเตอร์ของกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากค่า ณ สภาวะระบุ

4.3.2 การประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน

พิจารณาวงควบคุมที่ประกอบด้วยกระบวนการ, ตัวควบคุมและการรบกวนที่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัตเช่นเดียวกับตัวอย่างใน §3.4.1 ดังนี้

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการคือ

$$G_{\rm p}(q) = \frac{0.33}{(1-0.67q^{-1})}q^{-4}.$$

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมคือ

$$G_{\rm c}(q) = \frac{(0.7-0.47q^{-1})}{(0.33-0.1q^{-1}-0.23q^{-4})}.$$

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาคือ

$$G_w(q) = \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-\lambda q^{-1})},$$

  โดยที่ λ เป็นพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

- $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าแปรปรวน $\sigma_w^2 = 0.36$.

กำหนดให้แบ่งข้อมูลสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน $\tilde{y}$ เป็น 60 ช่วงดังนี้

$$\tilde{y} \;=\; \{\tilde{y}_0,\ \tilde{y}_1,\ \tilde{y}_2, \ldots,\ \tilde{y}_{59}\}.$$

เมื่อ $\tilde{y}_i$ เป็นข้อมูลที่มีความไม่แน่นอนช่วงที่ i โดยที่ $i = 0,\ 1\ ,2, \ldots,\ 59$ และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 2000$ จะได้ว่าอนุกรมเวลาของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนในแต่ละช่วงมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_0 &= \{\tilde{y}(1),\ \tilde{y}(2), \ldots,\ \tilde{y}(2000)\}, \\
\tilde{y}_1 &= \{\tilde{y}(2001),\ \tilde{y}(2002), \ldots,\ \tilde{y}(4000)\}, \\
\tilde{y}_2 &= \{\tilde{y}(4001),\ \tilde{y}(4002), \ldots,\ \tilde{y}(6000)\}, \\
\vdots & \qquad \vdots \\
\tilde{y}_{59} &= \{\tilde{y}(118001),\ \tilde{y}(118002), \ldots,\ \tilde{y}(120000)\}.
\end{aligned}$$

นอกจากนี้ กำหนดให้การรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุมมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตที่เวลา $k = 40001$ และ $k = 80001$ ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนในแต่ละช่วงคือ

$$\begin{aligned}
G_{w0}(q) &= \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-0.67q^{-1})}, \quad 1 \le k \le 40000, \\
G_{w1}(q) &= \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-0.77q^{-1})}, \quad 40001 \le k \le 80000, \\
G_{w2}(q) &= \frac{(1-0.4q^{-1})}{(1-0.57q^{-1})}, \quad 80001 \le k \le 120000.
\end{aligned}$$

ในการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน เรากำหนดค่าขอบเขตความไม่แน่นอน ρ ได้โดยการพิจารณาดังนี้

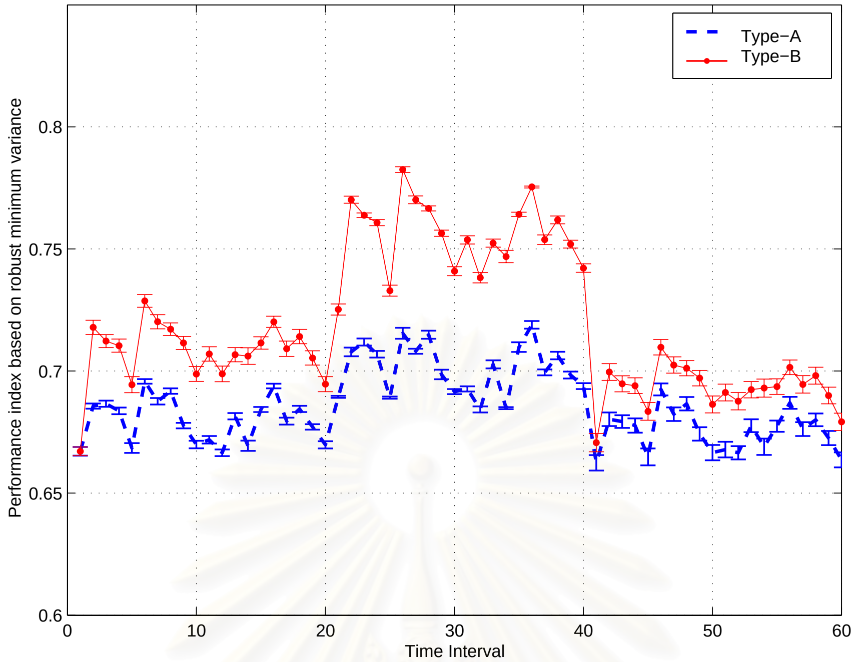
- ความไม่แน่นอนของสัญญาณออกมีขอบเขตด้วย $\alpha = 0.01$ นั่นคือ
- ข้อมูลที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 2000$.
- อันดับของแบบจำลองอัตตถดถอยคือ $n_a = 50$.

จากสมการ (2.54) เมื่อแทนค่าขอบเขตความไม่แน่นอน $\alpha = 0.01$, $N = 2000$ และ $n_a = 50$ จะได้ว่า

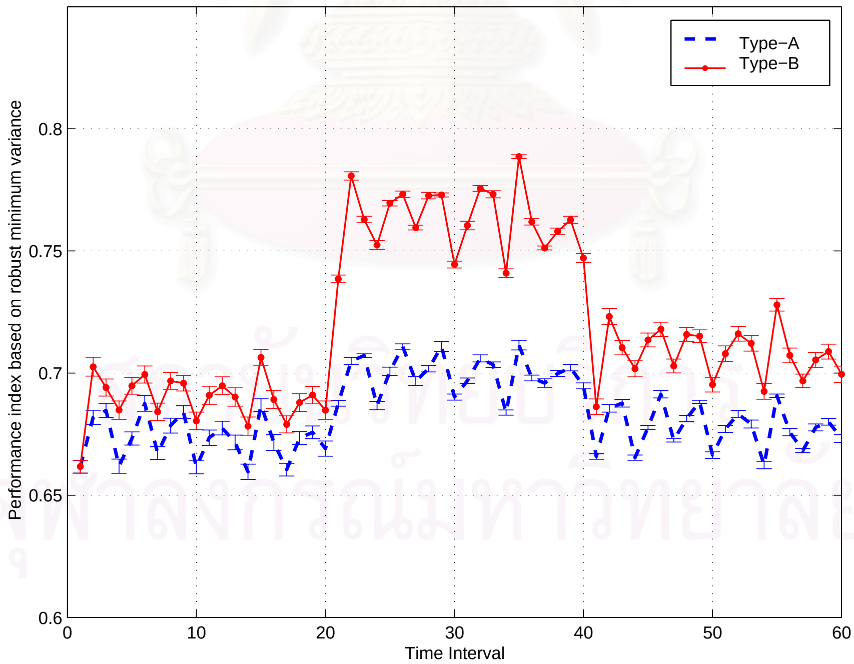
$$\|\Delta\|_2 \le 0.01\sqrt{(2000-50)(50+1)} = 3.15.$$

ดังนั้น ในการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนจึงเลือก $\rho = 3.0$ ถึง $\rho = 3.5$.

ต่อไปเป็นการจำลองผลเพื่อประเมินสมรรถนะวงควบคุมที่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน. เริ่มต้นกำหนดให้ G_{w0} มีผลต่อวงควบคุมในช่วงที่ 1 ถึงช่วงที่ 20 $(1 \le k \le 40000)$, G_{w1} มีผลต่อวงควบคุมในช่วงที่ 21 ถึงช่วงที่ 40 $(40001 \le k \le 80000)$ และ G_{w2} มีผลต่อวงควบคุมในช่วงที่ 41 ถึงช่วงที่ 60 $(80001 \le k \le 120000)$. ผลการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบีแสดงดังรูปที่ 4.5. เมื่อเปลี่ยนให้ G_{w2} มีผลต่อวงควบคุมในช่วงที่ 1 ถึงช่วงที่ 20, G_{w1} มีผลต่อวงควบคุมในช่วงที่ 21 ถึงช่วงที่ 40 และ G_{w0} มีผลต่อวงควบคุมในช่วงที่ 41 ถึงช่วงที่ 60 ตามลำดับ. ผลการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบีแสดงดังรูปที่ 4.6.



รูปที่ 4.5: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบี เมื่อพลวัตการรบกวนเปลี่ยนแปลงจาก G_{w0} ไปเป็น G_{w1} และ G_{w2} ตามลำดับ



รูปที่ 4.6: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบี เมื่อพลวัตการรบกวนเปลี่ยนแปลงจาก G_{w2} ไปเป็น G_{w1} และ G_{w0} ตามลำดับ

จากรูปที่ 4.5 และรูปที่ 4.6 พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบีมีค่าเปลี่ยนแปลงในแนวโน้มเดียวกัน โดยที่ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีสามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในวงควบคุมได้ชัดเจนกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ. เนื่องจากดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของข้อมูลในแต่ละช่วงได้มาจากการพิจารณาค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนที่แปรผันตามเวลา แต่ตัวควบคุมที่ใช้ในวงควบคุมปิดที่เราพิจารณาเป็นตัวควบคุมที่ไม่แปรผันตามเวลา. เราจึงกล่าวได้ว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอเป็นดรรชนีสมรรถนะที่แปรผันตามช่วงเวลา. ในขณะที่ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีได้มาจากการพิจารณาค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนเพียงค่าเดียว นั่นคือดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีไม่แปรผันตามเวลา. จากสาเหตุดังกล่าวจึงเป็นผลให้การประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีมีความสมจริงและใกล้เคียงกับสภาวะของวงควบคุมที่พิจารณามากกว่าการใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ.

4.4 บทสรุป

บทนี้นำเสนอดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน ซึ่งเป็นดรรชนีสมรรถนะที่คำนวณโดยพิจารณาถึงความไม่แน่นอนในสัญญาณออกด้วย. นอกจากนี้ ยังได้นำเสนอวิธีการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน เพื่อใช้เป็นค่ามาตรฐานในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม โดยแบ่งค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนออกเป็นสองประเภท. ประเภทแรกเรียกว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานที่ได้จากการพิจารณาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา, ประเภทที่สองเรียกว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานที่ได้จากการพิจารณาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา. ในตอนท้าย ได้แสดงตัวอย่างเปรียบเทียบการใช้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งสองประเภทเป็นค่ามาตรฐานในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม. จากตัวอย่างแรก ซึ่งเป็นตัวอย่างการประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งแบบเอและแบบบีสามารถชี้บ่งการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นได้เช่นเดียวกัน. ในตัวอย่างที่สองซึ่งเป็นการประเมินสมรรถนะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีสามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงได้ชัดเจนกว่า และมีความสมจริงกับสภาวะของวงควบคุมที่พิจารณามากกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ.

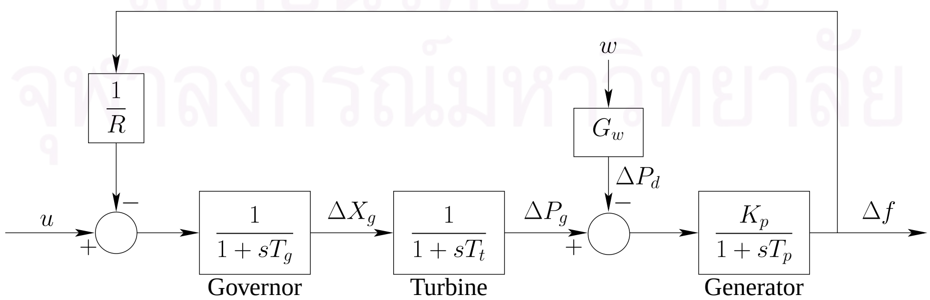
บทที่ 5

การจำลองและการประยุกต์การประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุม

บทนี้นำเสนอตัวอย่างการจำลองผลและการประยุกต์การประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุม โดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนเป็นตัวบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในระบบควบคุมพร้อมทั้งเปรียบเทียบผลลัพธ์. ส่วนแรกเป็นการจำลองผลการประเมินสมรรถนะกับระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต ซึ่งพิจารณาสมรรถนะของระบบได้ค่าแปรปรวนของค่าเบี่ยงเบนความถี่. ส่วนที่สองเป็นการประยุกต์การประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน โดยพิจารณาสมรรถนะของระบบจากค่าแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนระหว่างอุณหภูมิที่ปลายท่อกับอุณหภูมิที่พึงประสงค์.

5.1 ระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต

แบบจำลองของระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขตแสดงดังรูปที่ 5.1. สัญญาณออกของระบบคือค่าเบี่ยงเบนความถี่ (frequency deviation) และการรบกวนที่กระทำต่อระบบคือการรบกวนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงความต้องการของโหลด (load demand). วัตถุประสงค์ในการควบคุมคือ การทำให้ค่าเบี่ยงเบนความถี่ของไฟฟ้าที่ผลิตอยู่ในพิสัยที่ยอมรับได้. เนื่องจากความถี่ของระบบขึ้นกับความสมดุลของกำลังจริง. โดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงโหลดของระบบไฟฟ้ากำลังเป็นการเปลี่ยนแปลงแบบสุ่มค่าและต่อเนื่อง. ดังนั้นหากเกิดการเปลี่ยนแปลงกำลังจริงก็จะส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงที่ความถี่ด้วย. เมื่อค่าเบี่ยงเบนความถี่มีค่าเกินพิสัยที่ยอมรับได้. ระบบจะส่งค่าเบี่ยงเบนความถี่ที่เกิดขึ้นไปยังตัวบังคับความเร็ว (speed governor) ซึ่งมีหน้าที่ควบคุมความเร็วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าให้เพิ่มหรือลดกำลังการผลิตเพื่อรักษาสมดุลของระบบต่อไป.



รูปที่ 5.1: ระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต

จากรูปที่ 5.1 สมการปริภูมิสถานะของแบบจำลองระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต [17, 18] คือ

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + F\Delta P_d(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{5.1}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} \Delta f \; \Delta P_g \; \Delta X_g \end{bmatrix}^T \\ A &= \begin{bmatrix} -1/T_p & K_p/T_p & 0 \\ 0 & -1/T_p & 1/T_p \\ -1/RT_g & 0 & -1/T_g \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/T_g \end{bmatrix}^T \\ F &= \begin{bmatrix} -K_p/T_p & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

และ Δf คือค่าเบี่ยงเบนความถี่ (Hz)

ΔP_g คือการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณออกจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (pu.)

ΔX_g คือการเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งวาล์วของตัวบังคับ (pu.)

ΔP_d คือการรบกวนที่เกิดจากภาระ (pu.)

T_g คือค่าคงตัวทางเวลาของตัวบังคับ (sec)

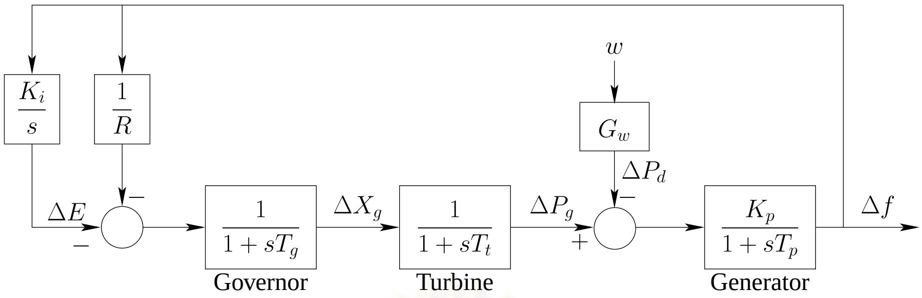
T_t คือค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์ (sec)

T_p คือค่าคงตัวทางเวลาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (sec)

K_p คืออัตราขยายของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

R คือการควบคุมค่าความเร็วเนื่องจากผลของตัวบังคับ

ในการควบคุมระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต ได้เพิ่มตัวควบคุมอินทิกรัลในวงควบคุมเพื่อแก้ปัญหาความผิดพลาดที่สภาวะคงตัว. แผนภาพของการควบคุมระบบไฟฟ้ากำลังที่เพิ่มตัวควบคุมอินทิกรัล แสดงดังรูปที่ 5.1.



รูปที่ 5.2: ระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขตภายใต้ตัวควบคุมอินทิกรัล

การใช้ตัวควบคุมอินทิกรัลทำให้ตัวแปรสถานะของระบบมีจำนวนเพิ่มขึ้น 1 ตัวคือ ΔE. จากแบบจำลองใน (5.1) เมื่อเพิ่มตัวแปรและจัดรูปแบบสมการใหม่จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + F_c \Delta P_d(t) \\ y(t) &= C x_c(t). \end{aligned} \tag{5.2}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} x_c &= \begin{bmatrix} \Delta f & \Delta P_g & \Delta X_g & \Delta E \end{bmatrix}^T \\ A_c &= \begin{bmatrix} -1/T_p & K_p/T_p & 0 & 0 \\ 0 & -1/T_p & 1/T_p & 0 \\ -1/RT_g & 0 & -1/T_g & -1/T_g \\ K_i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ F_c &= \begin{bmatrix} -K_p/T_p & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ในการจำลองผลได้เปลี่ยนแบบจำลองของระบบให้อยู่ในรูปเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้เวลาสุ่ม $T = 0.1$ วินาที. ทำให้แบบจำลองใน (5.2) เปลี่ยนไปเป็น

$$\begin{aligned} x_c(k+1) &= \hat{A}_c x_c(k) + \hat{F}_c \Delta P_d(k) \\ y(k) &= C x_c(k) \end{aligned} \tag{5.3}$$

โดยที่

$$\hat{A}_c = \mathrm{e}^{-A_c T} \tag{5.4}$$

$$\hat{F}_c = \int_0^T \mathrm{e}^{-A_c \tau} F_c \, d\tau. \tag{5.5}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดจากการรบกวนทางโหลด $P_d(k)$ ไปยังค่าเบี่ยงเบนความถี่ Δf ซึ่งเป็นสัญญาณออกของระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขตคือ

$$G_{\mathrm{cl}}(q) = C(q\, I_{4\times 4} - \hat{A}_c)^{-1} \hat{F}_c \tag{5.6}$$

ระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขตที่ใช้ในการจำลองผลเป็นระบบขนาด 250 MVA และค่าพารามิเตอร์ของระบบ [19] คือ

$$T_g = 0.4 \text{ sec}, \, T_t = 0.5 \text{ sec}, \, T_p = 20 \text{ sec}$$

$$K_p = 100, \, R = 3, \, K_i = 0.09.$$

5.2 การจำลองการประเมินสมรรถนะกับระบบไฟฟ้าแบบควบคุมความถี่ 1 เขต

การประเมินสมรรถนะของระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ เริ่มต้นกำหนดให้ระบบอยู่ในสภาวะอยู่ตัว. การรบกวนที่กระทำต่อระบบเป็นเพียงการรบกวนที่ย้ายสถานะของระบบจากสภาวะอยู่ตัวปัจจุบันไปยังสภาวะอยู่ตัวใหม่. ในการประเมินสมรรถนะกับระบบไฟฟ้ากำลังในรูปที่ 5.1 เราจะทดสอบโดยการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน และจะใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดกับดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งแบบเอและแบบบีเป็นตัวบ่งชี้ช่วงเวลาที่ค่าเบี่ยงเบนความถี่ Δf มีค่าเกินพิสัยการยอมรับ. กำหนดให้ค่าเบี่ยงเบนความถี่ที่ยอมรับนั้น มีค่าสอดคล้องกับดรรชนีสมรรถนะที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.2. ในการจำลองผลที่คาบเวลาสุ่ม $T = 0.1$ วินาที ได้แบ่งข้อมูลสัญญาณออก $\tilde{y} = \Delta f$ ของระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต ออกเป็น 30 ช่วงดังนี้

$$\tilde{y} \; = \; \{\tilde{y}_0, \; \tilde{y}_1, \; \tilde{y}_2, \ldots, \; \tilde{y}_{29}\}.$$

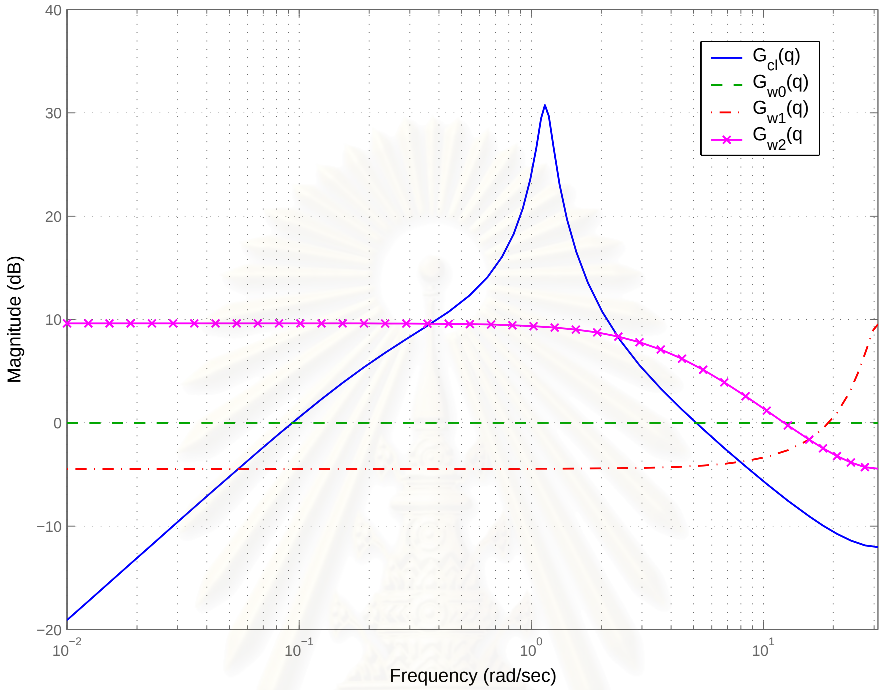
เมื่อ $\tilde{y}_i$ เป็นข้อมูลที่มีความไม่แน่นอนช่วงที่ i โดยที่ $i = 0, 1, 2, \ldots, 29$ และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 6000$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_0 &= \{\tilde{y}(1), \; \tilde{y}(2), \ldots, \; \tilde{y}(6000)\}, \\
\tilde{y}_1 &= \{\tilde{y}(6001), \; \tilde{y}(6002), \ldots, \; \tilde{y}(12000)\}, \\
\tilde{y}_2 &= \{\tilde{y}(12001), \; \tilde{y}(12002), \ldots, \; \tilde{y}(18000)\}, \\
\vdots & \qquad\qquad \vdots \\
\tilde{y}_{29} &= \{\tilde{y}(174001), \; \tilde{y}(174002), \ldots, \; \tilde{y}(180000)\}.
\end{aligned}$$

นอกจากนี้ กำหนดให้การรบกวนทางโหลดที่กระทำต่อระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต มีการเปลี่ยนแปลงพลวัตที่เวลา $k = 60001$ และ $k = 120001$ ตามลำดับ. ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนในแต่ละช่วงคือ

$$\begin{aligned}
G_{w0}(q) &= 1, \;\; 1 \leq k \leq 60000, \\
G_{w1}(q) &= \frac{1}{(1 + 0.67q^{-1})}, \;\; 60001 \leq k \leq 120000, \\
G_{w2}(q) &= \frac{1}{(1 - 0.67q^{-1})}, \;\; 120001 \leq k \leq 180000.
\end{aligned}$$

$w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าแปรปรวน $\sigma_w^2 = 25 \times 10^{-6}$. ผลตอบความถี่ระหว่างฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขตกับฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนในแต่ละช่วงแสดงดังรูปที่ 5.3.



รูปที่ 5.3: ผลตอบความถี่ของพลวัตการรบกวนที่กระทำต่อระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต

จากผลตอบความถี่ของพลวัตการรบกวนในแต่ละช่วงเวลา เราพิจารณาได้ดังนี้

1. ในช่วง $1 \leq k \leq 60000$ ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวนมีค่าเป็น 1.
2. ในช่วง $60001 \leq k \leq 120000$ ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวน $G_{w1}(q)$ มีผลตอบความถี่ไม่ตรงกับของระบบมากนัก ทำให้การรบกวนมีผลต่อระบบในช่วงดังกล่าวน้อยกว่า $G_{w0}(q)$ ในช่วง $1 \leq k \leq 60000$.
3. ในช่วง $120001 \leq k \leq 180000$ ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวน $G_{w2}(q)$ มีผลตอบความถี่ที่ตรงกับของระบบมากที่สุด จึงเป็นผลให้การรบกวนมีผลต่อระบบในช่วงดังกล่าวมากกว่าในช่วงอื่น

ในการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน เรากำหนดค่าขอบเขตความไม่แน่นอน ρ ได้โดยการพิจารณาดังนี้

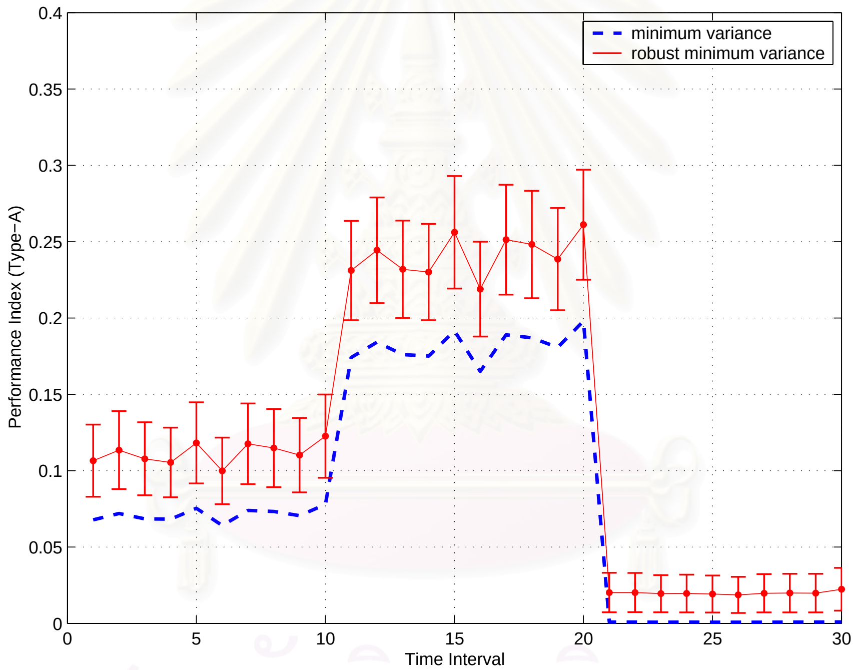
- ความไม่แน่นอนของสัญญาณออกมีขอบเขตด้วย $\alpha = 0.005$.
- ข้อมูลที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 6000$.
- อันดับของแบบจำลองอัตตถดถอยคือ $n_a = 30$.

จากสมการ (2.54) จะได้ว่า

$$\|\Delta\|_2 \leq 0.005\sqrt{(6000-30)(30+1)} = 2.1510.$$

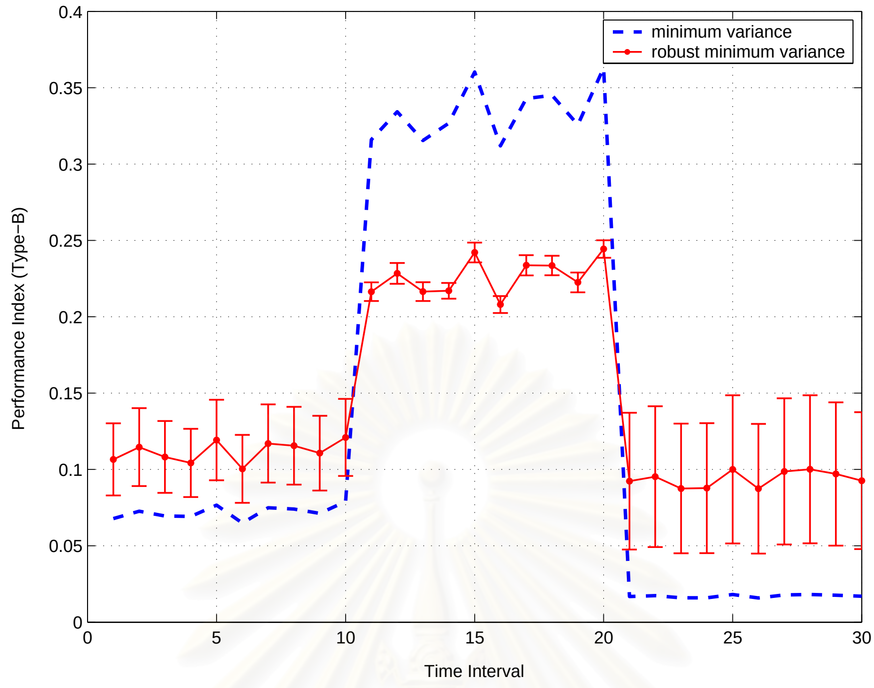
ดังนั้น ในการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนจึงเลือก $\rho = 2.0$ ถึง $\rho = 2.5$.

ต่อไปเป็นการจำลองผลเพื่อประเมินสมรรถนะของระบบไฟฟ้าแบบควบคุมความถี่ 1 เขต ที่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน. เมื่อ G_{w0} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 1 ถึงช่วงที่ 10 $(1 \leq k \leq 60000)$, G_{w1} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 11 ถึงช่วงที่ 20 $(60001 \leq k \leq 120000)$ และ G_{w2} เป็นพลวัตการรบกวนของวงควบคุมในช่วงที่ 21 ถึงช่วงที่ 30 $(120001 \leq k \leq 180000)$ ตามลำดับ. ผลการประเมินสมรรถนะของระบบไฟฟ้ากำลังโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะแบบต่างๆ แสดงดังรูปที่ 5.4, 5.5, 5.6 และรูปที่ 5.7.

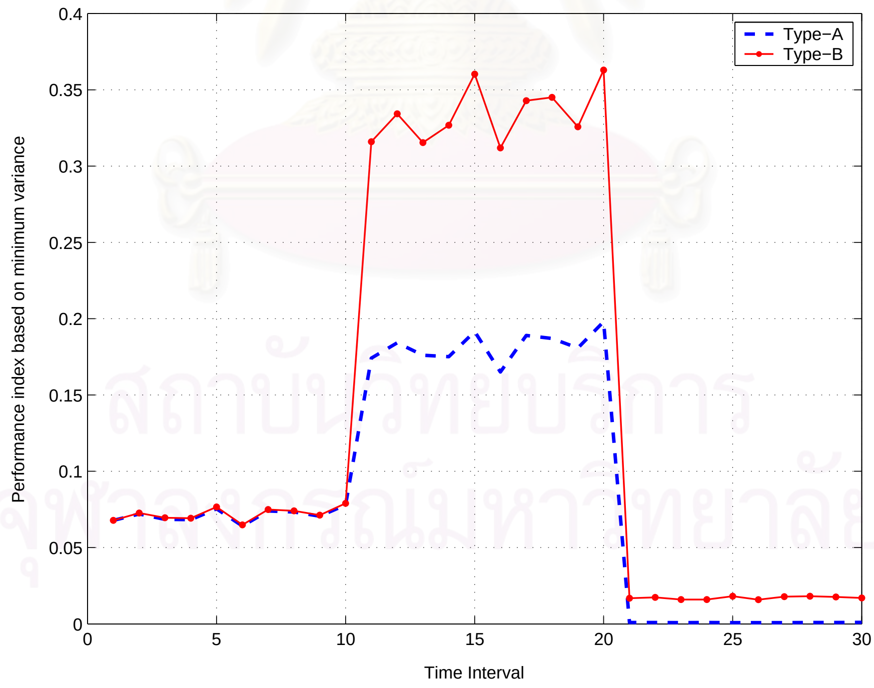


รูปที่ 5.4: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของระบบไฟฟ้าแบบควบคุมความถี่ 1 เขต ภายใต้การเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนทางโหลด

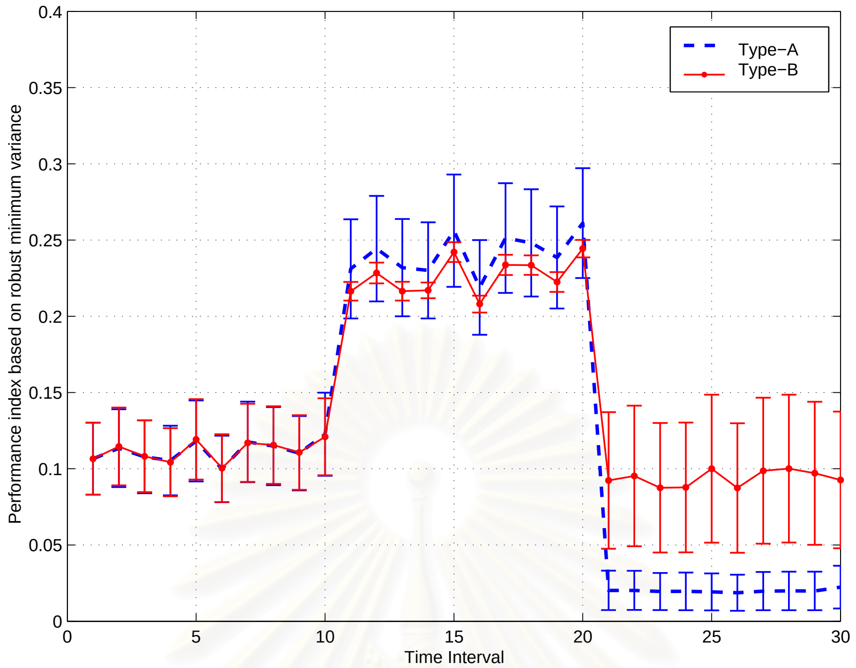
จากรูปที่ 5.4 พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอให้ค่าในทิศทางเดียวกัน โดยที่ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีค่าสูงกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. ทั้งนี้เนื่องจากการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนได้รวมความไม่แน่นอนของสัญญาณออกเข้าไปด้วย, จึงเป็นผลให้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีค่าสูงกว่าค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. เมื่อคำนวณดรรชนีสมรรถนะของวงควบคุมโดยการนำค่ามาตรฐานทั้งสองมาเป็นตัวตั้ง แล้วหารด้วยค่าแปรปรวนสัญญาณออกตัวเดียวกัน จึงทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีค่ามากกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. จากรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีของระบบไฟฟ้าแบบควบคุมความถี่ 1 เขต ภายใต้การเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนทางโหลด



รูปที่ 5.6: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบีของระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต ภายใต้การเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนทางโหลด



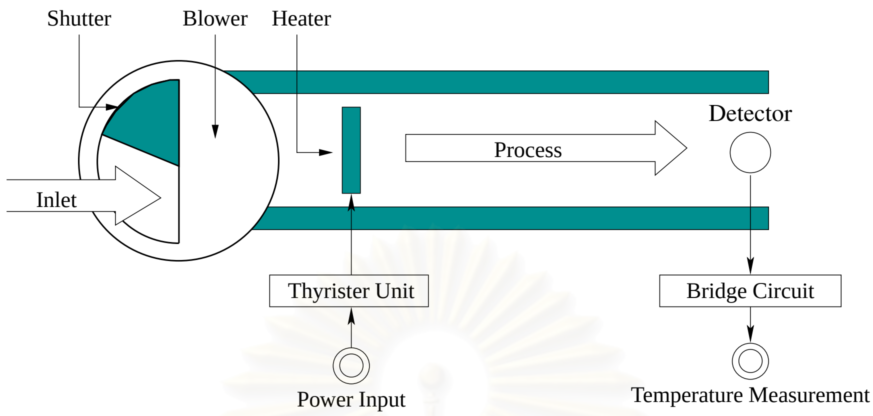
รูปที่ 5.7: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบีของระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต ภายใต้การเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนทางโหลด

พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีให้ค่าในทิศทางเดียวกัน แต่ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดมีช่วงการเปลี่ยนแปลงกว้างกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี. จากรูปที่ 5.6 ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดทั้งสองแบบให้ค่าในทิศเดียวกัน โดยดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีมีช่วงการเปลี่ยนแปลงกว้างกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ. จากรูปที่ 5.7 พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งสองแบบให้ค่าในทิศเดียวกัน และสามารถชี้บ่งการเปลี่ยนแปลงได้เช่นเดียวกัน. ถึงแม้ว่าดรรชนีสมรรถนะทั้ง 4 แบบ สามารถชี้บ่งการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในระบบได้เช่นเดียวกัน. แต่ในทางปฏิบัติ สัญญาณออกที่นำมาใช้เป็นข้อมูลในการคำนวณดรรชนีสมรรถนะมีผลจากการรบกวนการวัดหรือความไม่แน่นอนต่างๆ ในวงควบคุมค่อนข้างสูง. ทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีความเหมาะสมกับระบบในทางปฏิบัติมากกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. นอกจากนี้ เพื่อให้การคำนวณดรรชนีสมรรถนะเหมาะสมกับระบบที่มีตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลา เราก็ควรเลือกใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีเป็นตัวประเมินสมรรถนะของระบบควบคุมต่อไป.

5.3 ระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนมีโครงสร้างดังรูปที่ 5.8. สัญญาณออกของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนคืออุณหภูมิด้านขาออกที่ตัวตรวจวัด (detector). สัญญาณรบกวนที่กระทำต่อกระบวนการ เป็นสัญญาณรบกวนเนื่องจากสภาพแวดล้อมภายนอก. วัตถุประสงค์ของการควบคุมกระบวนการเครื่องแลกเปลี่ยนความ

ร้อน คือทำให้สัญญาณออกมีค่าใกล้เคียงกับค่าพึงประสงค์ ภายใต้สัญญาณรบกวนที่เข้ามาภายในระบบ.



รูปที่ 5.8: เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

ส่วนประกอบหลักของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนในรูปที่ 5.8 มีดังนี้

- ตัวทำความร้อน (heater) เป็นแหล่งความร้อนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน โดยมีไทรีสเตอร์เป็นตัวขับเร้าและสร้างพลังงานตามการกระตุ้นของสัญญาณแรงดันที่ป้อนให้กับเครื่องทำความร้อน.
- เครื่องเป่าลม (blower) ทำหน้าที่เป่าอากาศร้อนให้ไหลตามท่อนำอากาศไปยังปลายท่อ.
- เทอร์มิสเตอร์ (thermistor) และวงจรบริดจ์ (bridge circuit) ทำหน้าที่แปลงอุณหภูมิของอากาศที่วัดได้ให้เป็นสัญญาณแรงดันไฟฟ้าเพื่อนำใช้ในการควบคุมต่อไป.
- ม่านควบคุม (shutter) ทำหน้าที่ควบคุมปริมาณและปรับความเร็วของอากาศที่ไหลเข้ามาสู่กระบวนการทางช่องเปิด ซึ่งแต่ละตำแหน่งของม่านควบคุมจะมีหมายเลข 0 – 10 กำกับไว้.

สัญญาณเข้าที่ป้อนให้ระบบและสัญญาณออกที่วัดจากระบบคือสัญญาณแรงดันไฟฟ้าในหน่วยโวลต์. สัญญาณรบกวนที่กระทำต่อระบบคืออุณหภูมิของอากาศภายนอกที่ไหลผ่านเข้ามาทางช่องเปิด. เนื่องจากอากาศร้อนต้องใช้เวลาในการเดินทางจากตัวทำความร้อน ผ่านท่อนำมายังตัวตรวจวัดที่ติดอยู่ปลายท่อจึงทำให้ระบบมีเวลาประวิงเกิดขึ้น. เวลาประวิงที่เกิดขึ้นมีค่าขึ้นกับระยะห่างระหว่างตัวทำความร้อนกับตัวตรวจวัดและความเร็วของเครื่องเป่าลม. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนเป็นระบบอันดับหนึ่งที่มีเวลาประวิง [20] ดังสมการ

$$G_{\mathrm{p}}(s) = \mathrm{e}^{-\tau_d s}\frac{K}{\tau s+1} \tag{5.7}$$

โดยที่ K คืออัตราขยายของสัญญาณที่สภาวะอยู่ตัว, และ τ คือช่วงเวลาที่สัญญาณออกเริ่มเปลี่ยนแปลงตามสัญญาณเข้าแบบขั้นจนกระทั่งสัญญาณออกมีค่าเป็น $63.2\,\%$ ของค่าที่สภาวะอยู่ตัว, τ_d คือเวลาประวิง ซึ่งหาได้จากการป้อนสัญญาณเข้าแบบขั้นให้กับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน. จากการทดลองโดยใช้

เวลาสุ่ม $T = 0.065$ วินาที พบว่าเวลาประวิง $\tau_d = 0.26$ วินาที. เมื่อแปลงแบบจำลองของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนในสมการ (5.7) ให้อยู่ในรูปเวลาไม่ต่อเนื่องจะได้ว่า

$$G_{\rm p}(q) = q^{-d}\frac{bq^{-1}}{1+aq^{-1}} \tag{5.8}$$

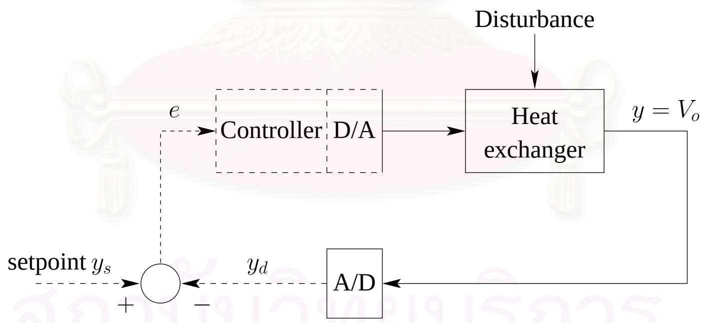
โดยที่ a และ b เป็นพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่คำนวณจากการหาเอกลักษณ์ของระบบ. จากการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่ตำแหน่งม่านควบคุมเท่ากับ 2 จะได้ว่า $d = 4,\ a = -0.9441,\ b = 0.0863$ และฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองในรูปเวลาไม่ต่อเนื่องคือ

$$G_{\rm p}(q) = q^{-4}\frac{0.0863q^{-1}}{1-0.9441q^{-1}}. \tag{5.9}$$

จากการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่ตำแหน่งม่านควบคุมเท่ากับ 7 จะได้ว่า $d = 4,\ a = -0.9422,$ $b = 0.1013$ และฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองในรูปเวลาไม่ต่อเนื่องคือ

$$G_{\rm p}(q) = q^{-4}\frac{0.1013q^{-1}}{1-0.9422q^{-1}}. \tag{5.10}$$

ต่อไปเป็นการพิจารณาความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นในระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน. เนื่องจากการควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนเป็นการควบคุมแบบสัดส่วนและอินทิกรัล โดยใช้คอมพิวเตอร์ที่เชื่อมต่อกับระบบด้วยตัวแปลงผันแอนะลอกเป็นดิจิตอล (analog to digital converter: A/D converter) เป็นตัวสร้างสัญญาณควบคุมและเก็บข้อมูลสัญญาณออก ดังรูปที่ 5.9.



รูปที่ 5.9: ระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

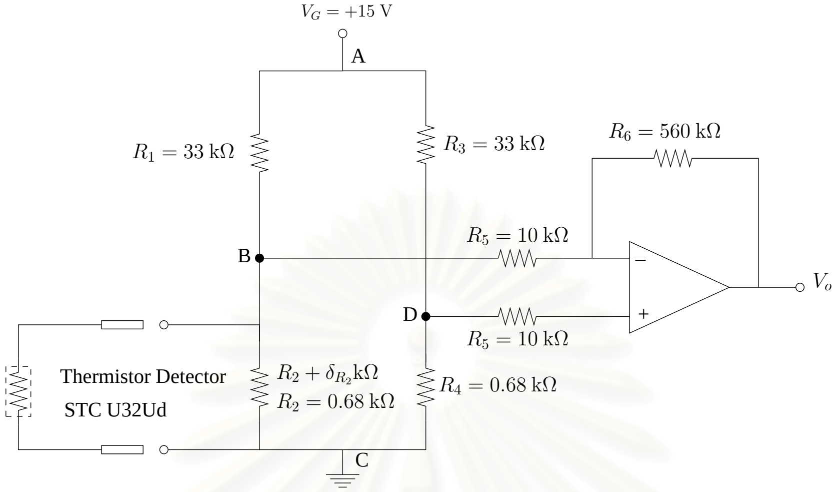
เครื่องแปลงผันแอนะลอกเป็นดิจิตอลที่ใช้มีจำนวนบิตเท่ากับ 12 และย่านวัดสัญญาณเข้าแบบแอนะลอกมีค่าตั้งแต่ -5 V ถึง 5 V ทำให้ค่าผิดพลาดจากการควอนไทม์ (quantization error) ซึ่งเป็นความไม่แน่นอนในการแปลงผัน 1 บิตคือ

$$\Delta V_{\rm A/D} \;=\; \pm\frac{10}{2^{12}}\ {\rm V} \;=\; \pm 2.44\ {\rm mV} \tag{5.11}$$

หรือ

$$\frac{\Delta V_{\rm A/D}}{V_{\rm A/D}} \;=\; \pm 0.0244\%. \tag{5.12}$$

ข้อมูลสัญญาณออก y ที่ได้จากเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน คือสัญญาณแรงดันออก V_o ของวงจรขยาย (amplifier circuit) ซึ่งต่อเชื่อมกับวงจรบริดจ์ ดังรูปที่ 5.10. เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของตัวต้านทานทุก



รูปที่ 5.10: เทอร์มิสเตอร์ วงจรบริดจ์และวงจรขยายของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

ตัวในวงจรบริดจ์และวงจรขยายคือ $\Delta R = \pm 1\%$. δ_{R_2} เป็นตัวต้านทานที่เปลี่ยนค่าตามการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของเทอร์มิสเตอร์. เนื่องจากไม่มีข้อมูลของ δ_{R_2}, จึงกำหนดให้เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ δR_2 มีค่าเป็นศูนย์. จากรูปที่ 5.10 สังเกตได้ว่าสัญญาณออก V_o ของวงจรขยายเป็นฟังก์ชันของตัวต้านทานกับสัญญาณออก V_{BD} ของวงจรบริดจ์ดังสมการ (5.13)

$$V_o = -\frac{R_6}{R_5} V_{BD}. \tag{5.13}$$

และสัญญาณออกของวงจรบริดจ์เป็นฟังก์ชันของความต้านทานดังสมการ (5.14)

$$V_{BD} = \left(\frac{R_1}{(R_2 + \Delta R_2) + R_1} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) V_s. \tag{5.14}$$

เมื่อตัวต้านทาน $R_1, R_2, \ldots, R_6$ มีความผิดพลาดหรือความไม่แน่นอน จึงเป็นผลให้สัญญาณออกของวงจรบริดจ์ V_{BD} และสัญญาณออก V_o ของวงจรขยายมีความไม่แน่นอนรวมอยู่ด้วย. เนื่องจากเราไม่มีข้อมูลความผิดพลาดหรือความไม่แน่นอนของวงจรบริดจ์และวงจรขยาย, เราจึงคำนวณความไม่แน่นอนของสัญญาณออกในรูปความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (Relative error) จากการพิจารณาเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของตัวต้านทานในวงจร. จากการคำนวณพบว่าความไม่แน่นอนของสัญญาณออกของวงจรบริดจ์คือ

$$\frac{\Delta V_{BD}}{V_{BD}} = \pm 6\,\%. \tag{5.15}$$

เนื่องจากความผิดพลาดของ R_6/R_5 มีค่าเท่ากับ $\pm 2\,\%$, จึงได้ว่าความไม่แน่นอนของสัญญาณออกของวงจรขยายคือ

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta V_o}{V_o} = \pm 8\%. \tag{5.16}$$

จากรูปที่ 5.9 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิง y_s เป็นสัญญาณแน่นอน (ไม่มีความผิดพลาด). ความไม่แน่นอนของสัญญาณคลาดเคลื่อน e จึงมีค่าเท่ากับความไม่แน่นอนของสัญญาณ y_d ซึ่งเป็นสัญญาณจากการแปลงสัญญาณแอนะลอก y ผ่าน D/A. ดังนั้นความไม่แน่นอนของสัญญาณคลาดเคลื่อน e จึงมีค่าเท่ากับผลรวมความไม่แน่นอนของสัญญาณออก y ในสมการ (5.16) กับความไม่แน่นอนของการแปลงข้อมูล 1 บิตในสมการ (5.11) ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{\Delta e}{e} &= \pm\,(\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta V_{\mathrm{A/D}}}{V_{\mathrm{A/D}}})\% \\ &= \pm\,(8+0.0244)\% \\ &= \pm\,8.0244\%. \end{aligned} \tag{5.17}$$

จากข้อมูลความไม่แน่นอนนี้ เราจะนำไปใช้ในการคำนวณค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนต่อไป.

5.4 การประยุกต์การประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

ในการประเมินสมรรถนะของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เราจะทดสอบโดยการเปลี่ยนแปลงสภาวะการทำงานของระบบควบคุมภายใต้การควบคุมแบบสัดส่วนอินทิกรัล. เมื่อการเปลี่ยนแปลงที่ส่งผลต่อสภาวะการทำงานและสมรรถนะของกระบวนกระบวนการคือปริมาณอากาศจากภายนอกที่ผ่านเข้าสู่กระบวนการทางช่องเปิด. ทั้งนี้ เราปรับขนาดของช่องเปิดได้จากการปรับตำแหน่งของม่านควบคุม ซึ่งแต่ละตำแหน่งของม่านควบคุมจะมีหมายเลข $0-10$ กำกับไว้. ตำแหน่ง 0 คือตำแหน่งที่ช่องอากาศปิดสนิท และตำแหน่ง 10 คือตำแหน่งที่ช่องอากาศเปิดกว้างที่สุด. ในที่นี้กำหนดให้สภาวะการทำงานปกติคือม่านควบคุมอยู่ที่ตำแหน่ง 2 และสภาวะการทำงานที่เปลี่ยนแปลงไปจากสภาวะการทำงานปกติคือม่านควบคุมอยู่ที่ตำแหน่ง 7. ในการจำลองผลที่คาบเวลาสุ่ม $T = 0.065$ วินาที ได้แบ่งข้อมูลสัญญาณคลาดเคลื่อน e ของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนออกเป็น 40 ช่วงดังนี้

$$e = \{e_0,\ e_1,\ e_2, \ldots,\ e_{39}\}.$$

เมื่อ e_i เป็นข้อมูลที่มีความไม่แน่นอนช่วงที่ i โดยที่ $i = 0, 1, 2, \ldots, 39$ และข้อมูลของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 2000$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} e_0 &= \{e(1),\ e(2), \ldots,\ e(2000)\} \\ e_1 &= \{e(2001),\ e(2002), \ldots,\ e(4000)\} \\ e_2 &= \{e(4001),\ e(4002), \ldots,\ e(6000)\} \\ &\ \ \vdots \\ e_{39} &= \{e(78001),\ e(78002), \ldots,\ e(80000)\} \end{aligned}$$

ในการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เราพิจารณาความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นได้ดังนี้

- จากข้อมูลพบว่า $\max(|e|) = 0.2421$.
- ความไม่แน่นอนของสัญญาณคลาดเคลื่อน e มีขอบเขตด้วยค่า α ดังนี้

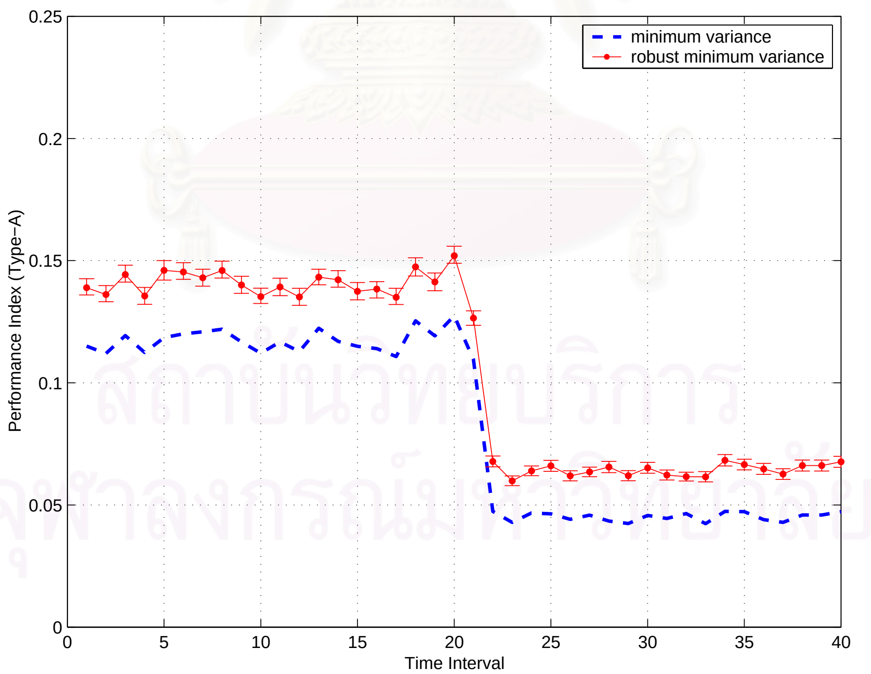
$$\alpha = \frac{8.0244}{100} \times 0.2421 = 0.0194\mathrm{V}.$$

- ข้อมูลที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะของแต่ละช่วงมีจำนวน $N = 2000$.
- อันดับของแบบจำลองอัตตถดถอยคือ $n_a = 20$.

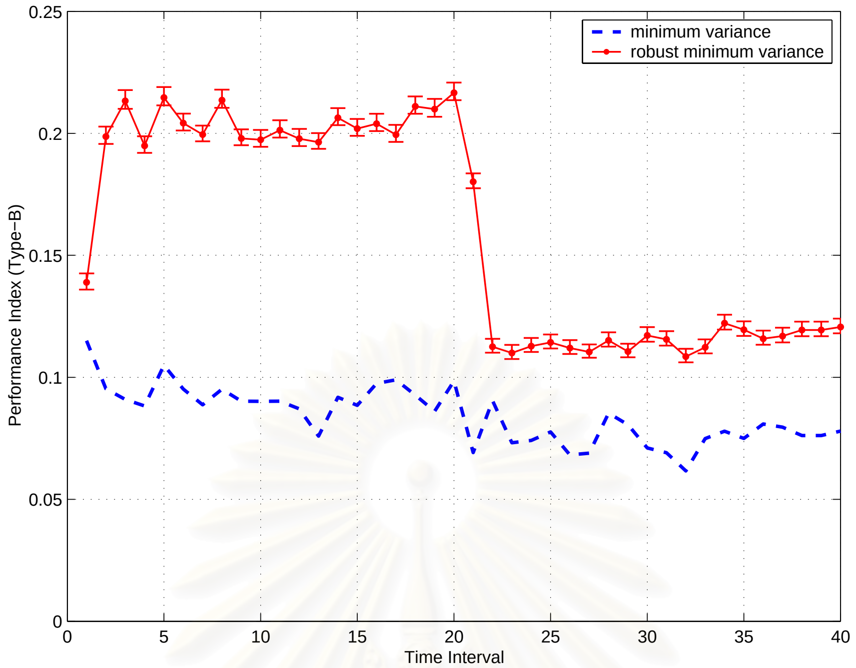
จากสมการ (2.54) จะได้ว่า

$$\|\Delta\|_2 \leq 0.0194\sqrt{(2000-20)(20+1)} = 3.9615.$$

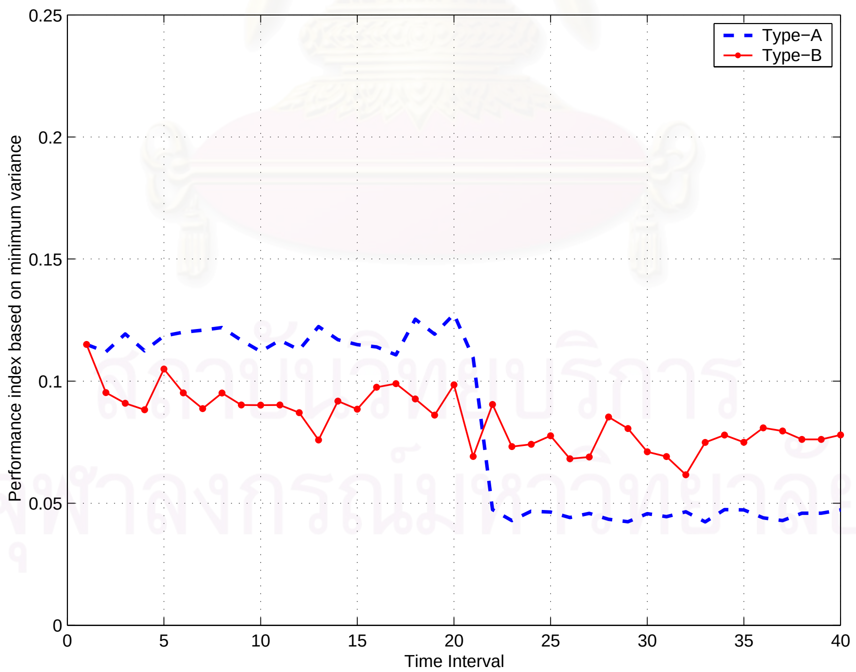
ดังนั้น ในการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนจึงเลือกใช้ $\rho = 3.5$ ถึง $\rho = 4$. ผลการประเมินสมรรถนะของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุมจากตำแหน่ง 2 ไปยังตำแหน่ง 7 แสดงดังรูปที่ 5.11, 5.12, 5.13 และรูปที่ 5.14.



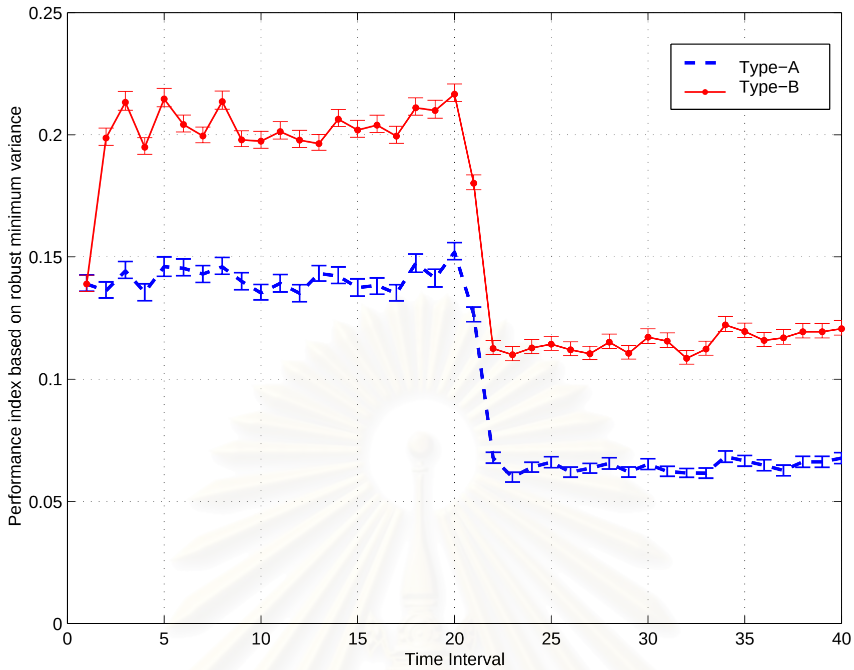
รูปที่ 5.11: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุมจาก 2 ไป 7



รูปที่ 5.12: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุมจาก 2 ไป 7



รูปที่ 5.13: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบีของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุมจาก 2 ไป 7



รูปที่ 5.14: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบีของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุมจาก 2 ไป 7

จากรูปที่ 5.11 พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ และดรรชนีอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอมีค่าไปในแนวโน้มเดียวกัน คือเริ่มมีค่าลดลงในช่วงเวลาที่ 21. เนื่องจากที่ช่วงเวลาดังกล่าว เราได้เปลี่ยนตำแหน่งของม่านควบคุมจากตำแหน่ง ไปยังตำแหน่ง 7, จึงเป็นผลให้อากาศจากภายนอกไหลเข้าสู่ภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนด้วยความเร็วและปริมาณที่มากขึ้น. ทั้งนี้ เราสามารถพิจารณาการลดลงของดรรชนีสมรรถนะในช่วงเวลาที่ 21 ได้จากค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองในสมการ (5.7) และสมการ (5.8) ซึ่งเป็นแบบจำลองของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่ตำแหน่งม่านควบคุมเท่ากับ 2 และเท่ากับ 7 ตามลำดับ. จากแบบจำลองดังกล่าว เห็นได้ว่าอัตราขยายของแบบจำลองที่ตำแหน่งม่านควบคุมเท่ากับ 7 มีค่ามากกว่าอัตราขยายของแบบจำลองที่ตำแหน่งม่านควบคุมเท่ากับ 2. ในขณะที่ขั้วของแบบจำลองที่ตำแหน่งม่านควบคุมเท่ากับ 7 มีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากขั้วของแบบจำลองที่ตำแหน่งม่านควบคุมเท่ากับ 2 เพียงเล็กน้อย. และจากตัวอย่างการประเมินสมรรถนะใน §3.4.1 และ §4.3.1 เราพบว่าการเพิ่มค่าอัตราขยายของกระบวนการนั้นส่งผลให้ดรรชนีสมรรถนะมีค่าลดลง. นอกจากนี้ ยังพบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอในรูปที่ 5.11 จะให้ค่าดรรชนีสมรรถนะมากกว่าดรรชนีอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ. จากรูปที่ 5.12 พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีมีค่าลดลงเมื่อมีอากาศจากภายนอกไหลเข้าสู่ภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนมากขึ้น. ในขณะเดียวกันเราสังเกตได้ว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีไม่มีการเปลี่ยนแปลง อีกทั้งยังมีค่าต่ำกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีด้วย. จากรูปที่ 5.13 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบระหว่างดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและแบบบี พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวน

ต่ำสุดแบบเอมีค่าลดลง ณ ช่วงเวลาที่มีอากาศจากภายนอกไหลเข้ามา. ในขณะที่ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีนั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลง ณ ช่วงเวลาดังกล่าว. จากรูปที่ 5.14 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบระหว่างดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบี พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอและแบบบีให้ค่าไปในแนวโน้มเดียวกัน โดยดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีจะให้ค่าดรรชนีสมรรถนะมากกว่าแบบเอ. จากการประเมินสมรรถนะของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เราสรุปได้ว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีความเหมาะสมกับระบบมากกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด โดยดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีมีความเหมาะสมและสมจริงกับสภาวะของระบบควบคุมมากกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ.

5.5 บทสรุป

บทนี้นำเสนอการจำลองผลเพื่อประเมินสมรรถนะกับระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต และการประยุกต์การประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน. จากการจำลองผลการประเมินสมรรถนะกับระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต พบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน สามารถบ่งชี้ช่วงเวลาที่ค่าเบี่ยงเบนความถี่มีค่าเกินพิสัยการยอมรับได้เช่นเดียวกัน. เนื่องจากความไม่แน่นอนของข้อมูลสัญญาณออกในการจำลองผลการประเมินสมรรถนะมีค่าน้อย, จึงเป็นผลให้การประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ละเลยความไม่แน่นอนในสัญญาณออกให้ผลใกล้เคียงกับการใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนที่คำนึงถึงความไม่แน่นอน. จากการประยุกต์ใช้การประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เราพบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ, ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีสามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นภายในวงควบคุมได้เช่นเดียวกัน. ในขณะที่ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีไม่สามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นได้. ผลข้างต้นแสดงให้เห็นว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีความเหมาะสมมากกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด. นอกจากนี้ยังพบว่าการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีให้ความสมจริงกับระบบที่ตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลามากกว่าการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ. ดังนั้นเราจึงสามารถสรุปได้ว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบมีความเหมาะสมและสมจริงกับสภาวะของระบบควบคุมที่พิจารณามากกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ.

บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการศึกษาวิธีการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม โดยการเปรียบเทียบสมรรถนะจริงของวงควบคุมกับสมรรถนะที่กำหนดเป็นค่ามาตรฐาน. ค่ามาตรฐานที่นิยมใช้คือค่าแปรปรวนต่ำสุด ซึ่งคำนวณได้จากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาของสัญญาณออกของวงควบคุม. การคำนวณค่าพารามิเตอร์ของอนุกรมเวลานั้นเทียบเท่ากับปัญหาการหาเอกลักษณ์ของระบบ ซึ่งใช้การแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดเป็นเครื่องมือในการหาคำตอบ. ดรรชนีที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมคือดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด ซึ่งนิยามเป็นอัตราส่วนระหว่างค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดต่อค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุม.

ที่ผ่านมา การวิเคราะห์อนุกรมเวลาละเลยความไม่แน่นอนของข้อมูลสัญญาณออก. แต่ในทางปฏิบัติการวัดสัญญาณออกจากระบบจริงมักประสบกับความไม่แน่นอนที่มีขอบเขตรวมอยู่ด้วย. เราจึงปรับปรุงวิธีการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของอนุกรมเวลาจากการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดมาเป็นการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน อีกทั้งได้นิยามค่ามาตรฐานใหม่เป็นค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน. นอกจากนี้ยังได้ขยายผลการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดไปสู่การคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน พร้อมทั้งได้กำหนดดรรชนีที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมเป็นดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน โดยนิยามดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนเป็นอัตราส่วนระหว่างค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนต่อค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุม.

เพื่อให้การประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีความสมจริงกับลักษณะของตัวควบคุมที่ใช้ในวงควบคุม. เราจึงแบ่งดรรชนีสมรรถนะออกเป็นประเภทย่อยได้ดังนี้

1. ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ ($\eta_{\mathrm{mv,A}}$)
2. ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี ($\eta_{\mathrm{mv,B}}$)
3. ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ ($\eta_{\mathrm{rmv,A}}$)
4. ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี ($\eta_{\mathrm{rmv,B}}$)

จากดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งสี่แบบ เราสามารถสรุปจุดเด่นและจุดด้อยของดรรชนีสมรรถนะแต่ละแบบได้ดังนี้

ดรรชนีสมรรถนะ	จุดเด่น	จุดด้อย
$\eta_{\mathrm{mv,A}}$	เหมาะกับระบบที่ตัวควบคุมแปรผันตามเวลา	ละเลยความไม่แน่นอนของข้อมูล
$\eta_{\mathrm{mv,B}}$	เหมาะกับระบบที่ตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลา	ละเลยความไม่แน่นอนของข้อมูล
$\eta_{\mathrm{rmv,A}}$	เหมาะกับระบบที่ตัวควบคุมแปรผันตามเวลา	คำนึงถึงความไม่แน่นอนของข้อมูล
$\eta_{\mathrm{rmv,B}}$	เหมาะกับระบบที่ตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลา	คำนึงถึงความไม่แน่นอนของข้อมูล

นอกจากนี้ เรายังสามารถสรุปปัจจัยที่ทำให้สมรรถนะของวงควบคุมเปลี่ยนแปลงได้ดังนี้

1. พารามิเตอร์ของกระบวนการหรือตัวควบคุม
2. พลวัตของการรบกวน

เราสามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงสมรรถนะของวงควบคุมที่เกิดขึ้นจากปัจจัยดังกล่าว ได้จากการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยใช้ค่าของดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งแบบเอและแบบบีเป็นตัวบ่งชี้. จากการประเมินสมรรถนะ เราพบว่าดรรชนีสมรรถนะที่มีความเหมาะสมและสมจริงกับสภาวะของวงควบคุมที่พิจารณามากที่สุดคือ ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี ซึ่งเป็นดรรชนีสมรรถนะที่ไม่แปรผันตามเวลาและได้จากวิธีการคำนวณที่คำนึงถึงความไม่แน่นอนของข้อมูล.

ในตอนท้าย เราได้จำลองผลการประเมินสมรรถนะกับระบบไฟฟ้ากำลังแบบควบคุมความถี่ 1 เขต และประยุกต์ใช้การประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณดรรชนีสมรรถนะของวงควบคุมบนค่ามาตรฐานทั้งสี่แบบ. จากตัวอย่างการประเมินสมรรถนะพบว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีนั้นสามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นภายในวงควบคุมได้ชัดเจนกว่าและสมจริงกว่าดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบอื่น.

6.2 ข้อเสนอแนะในงานวิจัยนี้

1. แม้ว่าการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งแบบเอและแบบบี ต้องการแค่เพียงข้อมูลสัญญาณออกของวงควบคุมเท่านั้น. แต่การ

ประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะทั้งสองแบบ เป็นเพียงการประเมินสมรรถนะที่สภาวะอยู่ตัว โดยไม่ได้พิจารณาสมรรถนะของวงควบคุมที่สภาวะชั่วครู่.

2. การคำนวณดรรชนีสมรรถนะในงานวิจัยนี้ เราจำกัดชนิดของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุมเป็นสัญญาณรบกวนแบบสุ่มเท่านั้น.

3. ระบบควบคุมที่ศึกษาในงานวิจัยนี้เป็นเพียงระบบสัญญาณเข้าหนึ่งสัญญาณ - สัญญาณออกหนึ่งสัญญาณ (SISO) จึงควรมีการขยายผลไปสู่การประเมินสมรรถนะของระบบควบคุมที่มีสัญญาณเข้าหลายสัญญาณ - สัญญาณออกหลายสัญญาณ (MIMO) ซึ่งมีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น ระบบไฟฟ้ากำลังสองเขตการควบคุม, ระบบหอกลั่นแยกสารผสม เป็นต้น.

4. ควรมีการศึกษาและขยายขอบเขตการประเมินสมรรถนะ เพื่อนำผลที่ได้จากการประเมินสมรรถนะไปใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมต่อไป.

5. เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้สมรรถนะของวงควบคุมเปลี่ยนแปลง. สิ่งที่น่าศึกษาต่อไปคือการนำขั้นตอนวิธีการลู่ออกของแบบจำลอง 2 แบบจำลอง (two-model divergence algorithm) [21] มาใช้ร่วมกับการประเมินสมรรถนะโดยใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน.

บรรณานุกรม

1. Stanfelj, N.; Marlin, T. E. and Macgregor, J. F. “Monitoring and diagnosing process control performance: The single loop case.” Ind. Eng. Chem. Res. 32 (1993): 301–314.

2. Qin, S. J. “Control performance monitoring - a review and assessment.” Com. & Chem. Eng. 23(2) (July 1998): 173–186.

3. Harris, T. J.; Seppala, C. T. and Desborough, L. D. “A review of performance monitoring and assessment techniques for univariate and multivariate control systems.” J. Proc. Control 9(1) (1999): 1–17.

4. Huang, B. and Shah, S. L. Performance assessment of control loops: Theory and Applications. London: Springer, 1999.

5. El Ghaoui, L. and Lebret, H. “Robust solutions to least-squares problems with uncertain data.” Siam J. Matrix Anal. Appl. 18(4) (October 1997): 1035–1064.

6. Lobo, M.; Vandenberghe, L. and Boyd, S. “Applications of second-order cone programming.” Linear Algebra and its Applications 284 (November 1998): 193–228.

7. Åström, K. J. and Wittenmark, B. Computer-Controlled Systems: Theory And Design. United States of America: Prentice Hall, 1997.

8. Harris, T. J. “Assessment of control loop performance.” Can. J. Chem. Eng. 67 (October 1989): 685–861.

9. Lynch, C. B. and Dumont, G. A. “Control loop performance monitoring.” IEEE Trans. Contr. Sys. Tech. 4(2) (March 1996): 185–192.

10. Horch, A. and Isaksson, A. J. “A modified index for control performance assessment.” J. Proc. Control 9 (Febuary 1999): 475–483.

11. Campbell, I.; Uduehi, D.; Ordys, A. and Van der Molen, G. “pH process control system benchmarking.” Proc. American Control Conf. 6 (June 2001): 4332–4335.

12. Box, G. P.; Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C. Time Series Analysis: Forecasting and Control. 3rd ed. New Jercy: Prentice Hall, 1994.

13. Harris, T. J.; Seppala, C. T. and Bacon, D. W. “Time series methods for dynamic analysis of multiple controlled variables.” J. Proc. Control 12 (February 2002): 257–276.

14. Golub, G. H. and Van Loan C. F. Matrix Computations. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1989.

15. Huang, B. "Performance assessment of processes with abrupt changes of disturbances." Can. J. Chem. Eng. 77(5) (October 1999): 1044–1054.

16. Eriksson, P. G. and Isaksson, A. J. "Some aspects of control loop performance monitoring." The 3rd IEEE Conference on Control Applications Glasgow, Scotland (1994): 1029–1034.

17. Wang, W.; Zhou, R. and Wen, C. "Robust load-frequency controller design for power systems." IEE Proceeding 140(1) (January 1993): 11–16.

18. Kundur, P. Power system stability and control. New York: McGraw-Hill, 1994.

19. Elgerd, O. I. Electric energy systems theory: An introduction. New York: McGraw-Hill, 1971.

20. Feedback Instrument. Feedback Control&Instrumentation: Process Trainer PT326. England: Crowborough, 1999.

21. Huang, B. "On-line closed-loop model validation and detection of abrupt parameter changes." J. Proc. Control 11 (February 2001): 699–715.

22. Lobo, M.; Vandenberghe, L. and Boyd, S. "Second-Order Cone Programming (SOCP)." Available from: http://www.stanford.edu/ boyd/SOCP.html

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

โปรแกรมการคำนวณดรรชนีสมรรถนะ

ในการคำนวณดรรชนีสมรรถนะ ได้แบ่งโปรแกรมที่ใช้คำนวณออกเป็น 3 โปรแกรม. โปรแกรมแรกคือ mvindex.m เป็นการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดทั้งแบบเอและแบบบี. โปรแกรมที่สองคือ rmvindex.m เป็นการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งแบบเอและแบบบี. โดยภายในตัวโปรแกรม rmvindex.m จะมีการเรียกใช้ socp.m [22] เพื่อแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน. โปรแกรมสุดท้ายคือ indexdelay.m เป็นการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งแบบเอและบีที่ค่าเวลาประวิง d ต่างๆ.

1. mvindex.m

```
function [Pmva, Pmvb, mva, mvb] = mvindex(data, timedelay, idsize, na)
%
% ===================================================== %
% Calculate the Performane index based on minimum variance (eta_mv).
% ===================================================== %
% eta_mv = mv/vy
% mv - minimum variance
% vy - output variance
%
% Input and/or output parameters may be omitted, starting from the end.
% For input parameters, default values are then used.
% This is also done when a parameter is the empty list, [ ].
% The shortest calling sequence is :
%
% [Pmva, Pmvb, mva, mvb] = mvindex(data, timedelay).
% Pmva - Performance index based on minimum variance Type-A.
% Pmvb - Performance index based on minimum variance Type-B.
% mva -Minimum variance Type-A.
% mvb - Minimum variance Type-B.
%
% INPUT ARGUMENTS :
% data - the output or error from closed-loop system.
% timedelay - the time delay of process.
% idsize - the number of data in each section.
% na - the order of Auto-regressive model.


% ================= %
% min. num. of parameters.
% ================= %
Nin=2;
```

```
if        nargin < Nin + 2,
          idsize = [ ];
          if        nargin < Nin + 1,
                    na = [ ];
                    if        nargin < Nin,
                              error(' insuficient number of parameters. ');
                    end;
          end;
end;

% ==================== %
% Check dim. of output data.
% ==================== %
if        isempty(data),
          error('data is not specifided');
elseif    min(size(data)) ~ = 1,
          error(' Only scalar time series data can be handled. ');
else      y = data(:);
end;
Ny = length(y);
% ====================== %
% Number of data in each section.
% ====================== %
if        isempty(idsize),
          idsize = Ny;
          if        idsize > 5000,
                    idsize = 5000;
          end;
elseif    max(size(idsize)) ~= 1,
          error(' Number of data in each section must be a scalar. ');
else      idsize = idsize;
end;
% ================== %
% Index of the last iteration.
% ================== %
nn = floor(Ny/idsize);
% ====================== %
% Specify the order of AR model.
% ====================== %
if        isempty(na),
          na = floor(0.01 * idsize);
          if        na < 10,
                    na = 10;
          end;
elseif    max(size(na)) ~ = 1,
          error(' Order of AR model must be a scalar. ');
else      na = na;
end;
% ====================== %
```

```
% ========================================================================== %
% Seperate data y into section.
% ========================================================================== %
for     n = 1 : nn
        yident(1 : idsize, n) = y( 1 + idsize * (n - 1) : n * idsize );
        % ======================================================== %
        % Form data to matrix relation z = Y * phi_l, Y is Toeplitz matrix of data y.
        % ======================================================== %
        z = -yident(na + 1 : idsize, n);
        % Output variance of each section.
        vy(n) = var(z);
        % The first column and row of Toeplizt matrix.
        Cy = yident(na : idsize - 1, n);
        Ry = fliplr( yident(1 : na, n)' );
        % The Toeplitz matrix.
        Y = toeplitz(Cy, Ry);
        % ===================================================== %
        % Find coeff. of Auto-regressive model (phi_l) by solving LS problem.
        % ===================================================== %
        phi_l = inv(Y' * Y) * Y' * z;
        % Estimate the disturbance from the residue of LS problem.
        wl( : , n) = -z + Y * phi_l;
        % Calculate variance of the disturbance.
        vwl(n) = var( wl( : , n) );
        % ======================================= %
        % Find the coeff. of Moving Average model (theta_l).
        % ======================================= %
        theta_l(1) = -phi_l(1);
        for     i = 2 : na,
                for     j = 1 : i - 1,
                        lx(j) = theta_l(i - j) * phi_l(j);
                        theta_l(i) = -phi_l(i) - lx(j);
                end;
                clear lx
        end;
        % =================================================== %
        % Calculate Performance Index based on minimum variance Type A.
        % =================================================== %
        Fphi_l = [1; theta_l'];
        % Minimum variance Type A of each section
        mva(n) = vwl(n) * Fphi_l(1 : timedelay)' * Fphi_l(1 : timedelay);
        % Performance index based on mv Type A of each section
        Pmva(n) = mva(n)/vy(n);
        % =================================================== %
        % Calculate Performance Index based on minimum variance Type B.
        % =================================================== %
        numphi_l = 1; denphi_l = [1 (phi_l')];
        % For the representative section
        if      n == 1,
                dl0 = denphi_l;
```

```
            Fl0 = Fphi_l(1 : timedelay);
            mvb(1) = mva(1);
            Pmvb(1) = Pmva(1);
        end;
        % For the other section
        if      n < 1,
            dl1 = denphi_l;
            numl10 = conv(dl0, Fl0);
            denl10 = [dl1 zeros(1, timedelay)];
            yl10 = dlsim(numl10, denl10, wl);
            mvb(n) = var(yl10);
            Pmvb(n) = mvb(n)/vy(n);
        end;
end;
%------------------------------------------------------------------------------------------------ %
```

2. rmvindex.m

```
function [Prmva,Prmvb,rmva,rmvb]=rmvindex(data,timedelay,alpha,rhosize,rhomin,rhomax,idsize,na)
%
% =========================================================== %
% Calculate the Performanc index based on robust minimum variance (eta_rmv)
% =========================================================== %
% eta_rmv = rmv/vy
% rmv - robust minimum variance
% vy - output variance
%
% Input and/or output parameters may be omitted, starting from the end.
% For input parameters, default values are then used.
% This is also done when a parameter is the empty list, [ ].
% The shortest calling sequence is :
%
% [Prmva, Prmvb, rmva, rmvb] = rmvindex(data,timedelay,alpha)
% Prmva - Performance index based on robust minimum variance Type-A
% Prmvb - Performance index based on robust minimum variance Type-B
% rmva - Robust minimum variance Type-A
% rmvb - Robust minimum variance Type-B
%
% INPUT ARGUMENTS :
% data - the output or error from closed-loop
% timedelay - the time delay of process
% alpha - the constant defining the uncertainty level of output data => norm( delta_y(k) ) < alpha
% rhosize - the constant defining the uncertainty level of matrix Delta => Delta = [Delta_A   Delta_b]
% rhomin - the lower bound of rho
% rhomax - the upper bound of rho
% na - the order of Auto-regressive model
% idsize - the number of data in each section

% ================== %
% min. num. of parameters.
% ================== %
```

```
Nin=2;
if nargin < Nin + 6,
   na = [ ];
   if nargin < Nin + 5,
      idsize = [ ];
      if nargin < Nin + 4
         rhomax = [ ];
         if nargin < Nin + 3
            rhomin = [ ];
            if nargin < Nin + 2
               rhosize = [ ];
               if nargin < Nin + 1
                  alpha = [ ];
                  if nargin < Nin,
                     error(' insuficient number of parameters. ');
                  end;
               end;
            end;
         end;
      end;
   end;
end;
% =================== %
% Check dim. of output data.
% =================== %
if        isempty(data),
          error(' data is not specified ');
elseif    min(size(data)) ~ = 1,
          error(' Only scalar time series data can be handled. ');
else      y = data(:);
end;
Ny = length(y);
% =================== %
% Check dim. of timedelay.
% =================== %
if        isempty(timedelay),
          error(' timedelay is not specified. ');
elseif    min( size(timedelay) ) ~ = 1,
          error(' Value of timedelay must be a scalar. ');
else      timedelay = timedelay;
end;
% ======================== %
% Number of data in each section.
% ======================== %
if        isempty(idsize),
          idsize = Ny;
          if        idsize > 5000,
                    idsize = 5000;
          end;
elseif    max(size(idsize)) ~ = 1,
```

```
        error(' Number of data in each section must be a scalar. ');
else    idsize = idsize;
end;
% ================== %
% Index of the last iteration.
% ================== %
nn = floor(Ny/idsize);
% ====================== %
% Specify the order of AR model.
% ====================== %
if      isempty(na),
        na = floor(0.01 * idsize);
        if      na < 10,
                na =10;
        end;
elseif  max( size(na) ) ~ = 1,
        error(' Order of AR model must be a scalar. ');
else    na = na;
end;
% ================== %
% Define the value of rho.
% ================== %
if      isempty(alpha),
        if      isempty(rhosize),
                rho = 1;
        else    rho_size = rhosize;
        end;
elseif  max( size(alpha) ) ~ = 1,
        error(' Bound of output uncertainty must be a scalar. ');
else    bound = alpha * sqrt( (idsize - na) * (na + 1) );
        if      isempty(rhosize),
                rho = bound;
        elseif  max( size(rhosize) ) ~ = 1,
                error(' Bound of matrix uncertainty must be a scalar. ');
        else    rho_size = rhosize;
        end;
end;
% Upper bound of rho
if      isempty(rhomax),
        rho_max = rho_size;
elseif  max(size(rhomax)) ~ = 1,
        error(' Upper bound of matrix uncertainty must be a scalar. ');
else    rho_max = rhomax;
end;
% Lower bound of rho
if      isempty(rhomin),
        rho_min = rho_size;
elseif  max( size(rhomin) ) ~ = 1,
        error(' Lower bound of matrix uncertainty must be a scalar. ');
else    rho_min = rhomin;
```

```
end;
rhos = [rho_min, rho_size, rho_max];
nr = length(rhos);
% ============================================================================ %
% Seperate data y into section.
% ============================================================================ %
for r = 1 : 1 : nr,
    rho = rhos(r);
    for n = 1 : nn,
        yident(1 : idsize, n) = y( 1 + idsize * (n - 1) : n * idsize );
        % ================================================================================ %
        % Form data to matrix relation (z + Delta_z) = (Y + Delta_Y) * phi_r, Y is Toeplitz matrix of data y.
        % ================================================================================ %
        z = -yident(na + 1 : idsize, n);
        % Output variance of each section
        vy(n) = var(z);
        % The first column and row of Toeplizt matrix
        Cy = yident(na : idsize -1, n);
        Ry = fliplr( yident(1 : na, n)' );
        % The Toeplitz matrix
        Y = toeplitz(Cy, Ry);
        % ============================================ %
        % Formulate the Rubust least square (RLS) problem to SOCP.
        % ============================================ %
        Nz = length(z);
        [NY1, NY2] = size(Y);
        f = [zeros(1, NY2)  1  0];
        A1 = [Y  zeros(NY1, 1)  zeros(NY1, 1)];
        [NA11, NA12] = size(A1);
        A2 = [rho * eye(NY2)  zeros(NY2, 1)  zeros(NY2, 1);  zeros(1, NY2)  zeros(1, 1)  zeros(1, 1)];
        [NA21, NA22] = size(A2);
        A = [A1; A2];
        N=[NA11; NA21];
        b1 = -z; b2 = [zeros(NY2,1); rho]; b = [b1; b2];
        c1 = [zeros(1, NY2)  1  -1]'; c2 = [zeros(1, NY2)  0  1]'; C = [c1'; c2'];
        d1 = 0; d2 = 0; d = [d1; d2];
        % ============================================ %
        % Find solution x of RLS problem by solving the SOCP
        % [x, info, z, w, hist, time] = socp(f, A, b, C, d, N)
        % ============================================ %
        x = socp(f, A, b, C, d, N);
        % Get coeff. of Auto-regressive model (phi_r).
        phi_r = x(1 : length(x) - 2);
        % Estimate the disturbance from the residue of RLS problem.
        wr = -z + Y * phi_r;
        % Calculate variance of the disturbance.
        vwr(n, r) = var(wr);
        % ========================================== %
        % Find the coeff. of Moving Average model (theta_r).
        % ========================================== %
```

```
        theta_r(1) = -phi_r(1);
        for i = 2 : na,
            for j = 1 : i - 1,
                rx(j) = theta_r(i - j) * phi_r(j);
                theta_r(i) = -phi_r(i) - rx(j);
            end;
            clear rx
        end;
        % ======================================================= %
        % Calculate Performance Index based on robust minimum variance Type A.
        % ======================================================= %
        Fphi_r = [1; theta_r'];
        % Robust minimum variance Type A of each section
        rmva(n, r) = vwr(n,r) * Fphi_r(1 : timedelay)' * Fphi_r(1 : timedelay);
        % Performance index based on robust mv Type A of each section
        Prmva(n, r) = rmva(n, r)/vy(n);
        % ======================================================= %
        % Calculate Performance Index based on robust minimum variance Type B
        % ======================================================= %
        numphi_r = 1; denphi_r = [1  phi_r'];
        % For the representative section
        if n == 1,
          dr0 = denphi_r;
          Fr0 = Fphi_r(1 : timedelay);
          rmvb(1, r) = rmva(1, r);
          Prmvb(1, r) = Prmva(1, r);
        end;
        % For the other section
        if n > 1,
          dr1 = denphi_r;
          numr10 = conv(dr0, Fr0);
          denr10 = [dr1  zeros(1, timedelay)];
          yr10 = dlsim(numr10, denr10, wr);
          rmvb(n, r) = var(yr10);
          Prmvb(n, r) = rmvb(n, r)/vy(n);
        end;
        % ================================================================== %
    end;
end;
%------------------------------------------------------------------------------ %
```

3. indexdelay.m

```
function [Pmva,Pmvb,Prmva,Prmvb,rho] = indexdelay(data,alpha,rho,maxdelay,idsize,na)
%
% Performance index with varing timedelay
% ================================================================== %
% Calculate the Performanc index based on minimum variance (eta_mv)
% ================================================================== %
% eta_mv = mv/vy
```

```
% mv - minimum variance
% vy - output variance
%
% and
%
% ================================================================== %
% Calculate the Performanc index based on robust minimum variance (eta_rmv)
% ================================================================== %
% eta_rmv = rmv/vy
% rmv - robust minimum variance
% vy - output variance
%
% Input and/or output parameters may be omitted, starting from the end.
% For input parameters, default values are then used.
% This is also done when a parameter is the empty list, [ ].
% The shortest calling sequence is :
%
% [Pmva, Pmva, Prmva, Prmvb] = indexdelay(data)
%
% INPUT ARGUMENTS :
% data - the output or error from closed-loop
% alpha - the constant defining the uncertainty level of output data => norm( delta_y(k) ) < alpha
% rho - the constant defining the uncertainty level of matrix Delta => Delta = [Delta_A Delta_b]
% maxdelay - the maximum time delay of process
% idsize - the number of data in each section
% na - the order of Auto-regressive model
%

% ================= %
% min. num. of parameters.
% ================= %
Nin = 1;
if nargin < Nin + 5,
  na = [ ];
  if nargin < Nin + 4,
    idsize = [ ];
    if nargin < Nin + 3,
      maxdelay = [ ];
      if nargin < Nin + 2,
        rho = [ ];
        if nargin < Nin + 1,
          alpha = [ ];
          if nargin < Nin,
            error(' insuficient number of parameters ');
          end;
        end;
      end;
    end;
  end;
end;
```

```
% ================== %
% Check dim. of output data.
% ================== %
if        isempty(data),
          error(' data is not specifided. ');
elseif    min( size(data) ) ~ = 1,
          error(' Only scalar time series data can be handled. ');
else      y = data(:);
end;
Ny = length(y);
% ======================= %
% Number of data in each section.
% ======================= %
if        isempty(idsize),
          idsize = Ny;
          if        idsize > 5000,
                    idsize = 5000;
          end;
elseif    max( size(idsize) ) ~ = 1,
          error(' Number of data in each section must be a scalar. ');
else      idsize = idsize;
end;
% ================= %
% Index of the last iteration
% ================= %
nn = floor(Ny/idsize);
% ====================== %
% Specify the order of AR model.
% ====================== %
if        isempty(na),
          na = floor(0.01 * idsize);
          if        na < 10,
                    na =10;
          end;
elseif    max( size(na) ) ~ = 1,
          error(' Order of AR model must be a scalar. ');
else      na = na;
end;
% ================= %
% Define the value of rho.
% ================= %
if        isempty(alpha),
          if        isempty(rhosize),
                    rho = 1;
          else      rho = rhosize;
          end;
elseif    max( size(alpha) ) ~ = 1,
          error(' Bound of output uncertainty must be a scalar. ');
else      bound = alpha * sqrt( (idsize - na) * (na + 1) );
          if        isempty(rhosize),
```

```
            rho = bound;
        elseif  max( size(rhosize) ) ~ = 1,
                error(' Bound of matrix uncertainty must be a scalar. ');
        else    rho = rhosize;
        end;
end;
% ============================== %
% Check dim. of maximum value of timedelay.
% ============================== %
if      isempty(maxdelay),
        maxdelay = na;
elseif  min( size(maxdelay) ) ~ = 1,
        error(' Maximum value of timedelay must be a scalar. ');
else    maxdelay = maxdelay;
end;
% ==================================================================== %
% Seperate data y into section.
% ==================================================================== %
for timedelay = 1 : maxdelay,
    for n=1 : nn,
        yident(1 : idsize , n) = y( 1 + idsize*(n-1) : n * idsize );
        % ==================================================================== %
        % Form data to matrix relation (z + Delta_z) = (Y + Delta_Y) * phi_r, Y is Toeplitz matrix of data y.
        % ==================================================================== %
        z = -yident(na + 1 : idsize, n);
        % Output variance of each section
        vy(n) = var(z);
        % The first column and row of Toeplizt matrix
        Cy = yident(na : idsize -1, n);
        Ry = fliplr( yident(1 : na, n)' );
        % The Toeplitz matrix
        Y = toeplitz(Cy, Ry);
        % ============================================ %
        % Formulate the Rubust least square (RLS) problem to SOCP.
        % ============================================ %
        Nz = length(z);
        [NY1, NY2] = size(Y);
        f = [zeros(1, NY2)  1  0];
        A1 = [Y  zeros(NY1, 1)  zeros(NY1, 1)];
        [NA11, NA12] = size(A1);
        A2 = [rho * eye(NY2)  zeros(NY2, 1)  zeros(NY2, 1);  zeros(1, NY2)  zeros(1, 1)  zeros(1, 1)];
        [NA21, NA22] = size(A2);
        A = [A1; A2];
        N=[NA11; NA21];
        b1 = -z; b2 = [zeros(NY2,1); rho]; b = [b1; b2];
        c1 = [zeros(1, NY2)  1  -1]'; c2 = [zeros(1, NY2)  0  1]'; C = [c1'; c2'];
        d1 = 0; d2 = 0; d = [d1; d2];
        % ============================================ %
        % Find solution x of RLS problem by solving the SOCP.
        % [x, info, z, w, hist, time] = socp(f, A, b, C, d, N).
```

```
% =========================================== %
x = socp(f, A, b, C, d, N);
phi_r = x(1 : length(x) - 2);
wr = -z + Y * phi_r;
vwr(n) = var(wr);
% ===================================== %
% Find the coeff. of Moving Average model (theta_r).
% ===================================== %
theta_r(1) = -phi_r(1);
for i = 2 : na,
    for j = 1 : i - 1
        rx(j) = theta_r(i - j) * phi_r(j);
        theta_r(i) = -phi_r(i) - rx(j);
    end;
    clear rx
end;
% ===================================================== %
% Calculate Performance Index based on robust minimum variance Type A.
% ===================================================== %
Fphi_r( : , n) =[1; theta_r'];
% Robust minimum variance Type A of each section
rmva(n, timedelay) = vwr(n) * Fphi_r(1 : timedelay, n)' * Fphi_r(1 : timedelay, n);
% Performance index based on robust mv Type A of each section
Prmva(n, timedelay) = rmva(n, timedelay)/vy(n);
% ====================================================== %
% Calculate Performance Index based on robust minimum variance Type B.
% ====================================================== %
numphi_r = 1;
denphi_r = [1 (phi_r')];
% For the representative section
if n == 1,
   dr0 = denphi_r;
   Fr0 = Fphi_r(1 : timedelay, n);
   rmvb(1, timedelay) = rmva(1, timedelay);
   Prmvb(1, timedelay) = Prmva(1, timedelay);
end
% For the other section
if n > 1,
   dr1 = denphi_r;
   numr10 = conv(dr0, Fr0);
   denr10 = [dr1 zeros(1, timedelay)];
   yr10 = dlsim(numr10, denr10, wr);
   rmvb(n, timedelay) = var(yr10);
   Prmvb(n, timedelay) = rmvb(n, timedelay)/vy(n);
end
% ================================================ %
% Find coeff. of Auto-regressive model (phi_l) by solving LS problem.
% ================================================ %
phi_l = inv(Y' * Y) * Y' * z;
% Estimate the disturbance from the residue of LS problem.
```

```
        wl( : , n) = -z + Y * phi_l;
        % Calculate variance of the disturbance.
        vwl(n) = var( wl( : , n) );
        % ======================================= %
        % Find the coeff. of Moving Average model (theta_l).
        % ======================================= %
        theta_l(1) = -phi_l(1);
        for i = 2 : na,
            for j = 1 : i - 1,
                lx(j) = theta_l(i - j) * phi_l(j);
                theta_l(i) = -phi_l(i) - lx(j);
            end;
            clear lx
        end;
        % ==================================================== %
        % Calculate Performance Index based on minimum variance Type A.
        % ==================================================== %
        Fphi_l( : , n) = [1; theta_l'];
        % Minimum variance Type A of each section
        mva(n, timedelay) = vwl(n) * Fphi_l(1 : timedelay, n)' * Fphi_l(1 : timedelay, n);
        % Performance index based on mv Type A of each section
        Pmva(n, timedelay) = mva(n, timedelay)/vy(n) ;
        % ==================================================== %
        % Calculate Performance Index based on minimum variance Type B.
        % ==================================================== %
        numphi_l = 1; denphi_l = [1  (phi_l')];
        % For the representative section
        if n == 1,
          dl0 = denphi_l;
          Fl0 = Fphi_l(1 : timedelay, n);
          mvb(1, timedelay) = mva(1, timedelay);
          Pmvb(1, timedelay) = Pmva(1, timedelay)
        end;
        % For the other section
        if n > 1,
          dl1 = denphi_l;
          numl10 = conv(dl0, Fl0);
          denl10 = [dl1  zeros(1, timedelay)];
          yl10 = dlsim(numl10, denl10, wl);
          mvb(n, timedelay) = var(yl10);
          Pmvb(n, timedelay) = mvb(n, timedelay)/vy(n);
        end;
        % ================================================================== %
    end;
end;
%------------------------------------------------------------------------------------------------ %
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอุบลวรรณ ตันตินุชวงศ์ เกิดวันอาทิตย์ที่ 27 มกราคม พ.ศ. 2523 อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี เป็นบุตรของนายยิ่งศักดิ์ ตันตินุชวงศ์ และนางเบญจวรรณ ตันตินุชวงศ์ สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ในปีการศึกษา 2543 และศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม เมื่อ พ.ศ. 2544

ผลงานนำเสนอในการประชุมวิชาการ

1. อุบลวรรณ ตันตินุชวงศ์ และ เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย การควบคุมแบบลื่นไหลที่มีการลดการสั่นแบบฟันปลาสำหรับเพนดูลัมผกผัน <u>การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 25</u> มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ (พฤศจิกายน 2545): 46–50.
2. อุบลวรรณ ตันตินุชวงศ์ และ เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย การประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน <u>การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 26</u> สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ (พฤศจิกายน 2546): 847–852.