

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- โกวิท ประวาลพฤกษ์. การปฏิรูปครูสู่ความเป็นมาตรฐานสากล. วารสารครุศาสตร์ 27 (พฤศจิกายน 2541- กุมภาพันธ์ 2542): 37-52.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ (ฉบับที่ 8 พ.ศ. 2540 - 2544). กรุงเทพมหานคร: อรรถพลการพิมพ์, 2539.
- งามตา กมลวรรณ. ผลการฝึกกลวิธีคำถามนำที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์วิทยาลัย, 2537.
- จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช. การตั้งคำถาม. วารสารจันทร์เกษม 158 (มกราคม - กุมภาพันธ์ 2524): 57-58.
- ชวาล แพ้ตกุล. เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพมหานคร: (ม.ป.ท.), 2522 .
- ชัชวาล ศรีลละ. ปฏิสัมพันธ์ของตำแหน่งคำถามกับรูปแบบการคิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านพุทธิพิสัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์วิทยาลัย, 2528.
- เดชนรงค์ สุภิมารส. การวิเคราะห์พฤติกรรมการใช้คำถามของครูในการเรียนการสอนวิชาเคมี ระดับมัธยมศึกษา เขตการศึกษา 11. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529.
- दनัย ยังกง. หัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี บรรยาย, 5 ธันวาคม 2541.
- ทิตนา แคมมณี. การพัฒนากระบวนการคิด. วารสารครุศาสตร์ 2(ตุลาคม- ธันวาคม 2534): 19- 28.
- ทิตนา แคมมณี และ คณะ. การเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด. วารสารครุศาสตร์ 1 (กรกฎาคม-ตุลาคม 2540):35-36.
- ธงชัย ชิวปรีชา. การใช้คำถามในห้องเรียน. ข่าวสาร สสวท (มกราคม 2521 ): 5-6.
- บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ. ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะสังคมและมนุษยศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล, 2540.
- ประยุกต์ ประทุมทิพย์. 31 เคล็ดลับสู่การเป็นครูมืออาชีพ. กรุงเทพมหานคร: เลิฟ แอนส์ ลิฟ เพรส, 2540 .

ปานทอง กุลนาถศิริ. กลยุทธ์การใช้คำถาม . วารสารคณิตศาสตร์ 470-471 (พฤศจิกายน-ธันวาคม 2540) : 14-15.

ปิยนุช โชติสกุล สุนทรวิภาต. การศึกษาประเภทของคำถาม และกลวิธีการใช้คำถามในการเรียนการสอนของครูชั้นมัธยมศึกษาปีที่3โรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533 .

พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ .  
กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์, 2540.

เรขา ทองคุ้ม. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาชีววิทยาระหว่างการสอนโดยเน้นการใช้คำถามประเภทแคบกับการสอนโดยเน้นการใช้คำถามประเภทกว้าง. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2525.

เรวดี จันทเปรมจิตต์. การเปรียบเทียบความเข้าใจเรื่องโรคเอดส์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันที่เรียนจากโปรแกรมวิดีโอทัศน์ที่มีแอนิเมชันออร์แกนไนเซอร์ชนิดคำถามต่างประเภทกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาพลศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2535.

โรจน์ จะโนภาษ. แบบจำลองทักษะการตั้งคำถาม. วารสารครุศาสตร์  
( มกราคม - มิถุนายน 2532 ) : 221-230 .

โรจน์ จะโนภาษ และคณะ. แบบจำลองทักษะการสอนจุดภาค: ทักษะการตั้งคำถาม  
กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.

วิญญา วิศาลาภรณ์. การวิจัยทางการศึกษา:หลักและแนวทางการปฏิบัติ . กรุงเทพมหานคร:  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, 2540.

วิชาการ, กรม . คู่มือหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 ( ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533 ). กรุงเทพมหานคร : กรมวิชาการ, 2534 .

วิชัย ดิสระ และคณะ. ทักษะการตั้งคำถาม. การฝึกสอนจุดภาค  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒบางเขน, 2519 .

ศิริชัย กาญจนวสี และ คณะ. การเลือกใช้สถิติที่เหมาะสมสำหรับงานวิจัย.  
กรุงเทพมหานคร: พชรกานต์พับลิเคชั่น, 2540.

- ศิริชัย กาญจนวสี และ คณะ. การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ SPSS/PC<sup>+</sup> สำหรับงานวิจัย  
การวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย. กรุงเทพมหานคร:สำนักพิมพ์  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.
- สายัณห์ ผาน้อย. การตั้งคำถามในการสอน. วารสารพัฒนาหลักสูตร  
 (ตุลาคม 2539): 53-60.
- ส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษา  
ตอนต้น. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา, 2536.
- สุจิตรา ไอสถอภีรักษ์. การวิเคราะห์การใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา  
ตอนต้น กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา  
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2537.
- สุภาพร นัตถพร. การศึกษาพฤติกรรมการใช้คำถามและการรอคำตอบของครูวิทยาศาสตร์ใน  
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2529 .
- สุภัททา บินตะแพทย์. จิตวิทยาทั่วไป แนวคิดและทฤษฎีขั้นพื้นฐาน. (ม.ป.ท.), 2532.
- สุรศักดิ์ หลายมาลา. ยุทธวิธีการส่งเสริมการคิด. วารสารครูศาสตร์  
 (กันยายน-ธันวาคม 2540) : 21-24.
- สมวงศ์ แปลงประสพโชค. นวัตกรรมกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์  
 (พฤศจิกายน - ธันวาคม 2537) : 30.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : คณะครูศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541. (อัดสำเนา)
- สมศักดิ์ สินธุรเวชญ์. ยุทธศาสตร์การสอน ใน ทิศทางของหลักสูตรการศึกษาระดับชั้นพื้นฐาน  
 (สำนักงานศึกษาธิการอำเภอเมืองสมุทรสาคร, 2542) หน้า 48
- อนันต์ จันทร์ทวี. ผลการใช้คำถามของครูที่มีต่อทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์  
ผลสัมฤทธิ์และทัศนคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และมัธยมศึกษาปีที่ 3 .  
ปริญญาการศึกษาดุขฎิบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ประสานมิตร, 2523.
- อรุณรัตน์ พวงทิพากร. การศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้คำถามระดับต่างๆที่มีผลสัมฤทธิ์ ทาง  
การอ่านภาษาอังกฤษของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์  
ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาภาษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหิดล, 2532.

เอกรินทร์ แก้วประดิษฐ์. การวิจัยเทคโนโลยีการศึกษา. กรุงเทพมหานคร:

สุวีริยาสาส์นการพิมพ์, 2537 .

อรพิน ปุราคำ. การเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และ คณิตศาสตร์. รายงานประจำปี

สสวท, 2527: 46 .

อรวรรณ เลิศสังข์. การวิเคราะห์การใช้คำถามของครูสอนวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในจังหวัดสุพรรณบุรี. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย

ศรีนครินทรศรีวิโรฒประสานมิตร, 2524.

### ภาษาอังกฤษ

Aagard, Stanley. Oral Questioning by the Teacher Influence on Student Achievement international. Dissertation Abstracts International 2 (August 1973): 631-632-A.

Adams, M.F. 1975. An Examination of the Relationship between Teacher Use of Higher Level Cognitive Questions and the Development of Critical Thinking in Intermediate Elementary Students. Dissertation Abstracts International. 35(March 1975): 5978-A , 1975.

Bloom, Benjamin S. et.al. Taxonomy of Education objectives. Handbook I: The Cognitive Domain. New York, David Mckay, 1956.

Blosser, Patricia E. How to Ask the Right Questions. Washington D.C: National Science Teacher Association, 1975.

Brandt, Ron. Teaching of Thinking. Educational Leadership 40 (may 1983): 3.

Buggy, Lesley. A Student of the Relationship of Classroom Questions and Social Studies Achievement of Second Grade Children. Dissertation Abstracts International 32 (1972): 2543-A.

Carin, Athur. and Sund, Robert. Developing Question Techniques A Self- Concept Approach. Ohio: Charles E. Merrill Co, 1971.

Clark, Leonard. and Starr, Irving. Secondary School Teaching Method New York: The Macmillan Company, 1976.

- Cooney, Thomas., et al. Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics.  
Houghton: Mifflin Company, 1975.
- Dusen Van., and Lani M. The Efficacy of Level of Adjunct Questions over Time by  
Discourse Type [CD-ROM]. Abstract from: Pro Quest File: Dissertation  
Abstracts Item: 9402323.
- Hawley, Woodrow thomas. The Effect off Malching level of Feedback with Level of  
Questions in computer-Assisted in Struction(question Level). Dissertation  
Abstracts International,1991.
- Hudgins, Bryse B. Learning and Thinking . Illinois: F.E. Peacock Publishers, 1977 .
- Hyman, Ronald. Ways of Teaching. Philadelphia: J.B. Lippinocott Company,  
1970.
- Jacobsen, David Eggen, Paul., and Kanchak, Donald. Methods for Teaching a Skill  
Approach. 3<sup>rd</sup>. Ohio: Merril Publishing Company,1989.
- Ladd, George Thomas. Determining the level of Inquiry in Teacher's Questions.  
Dissertation Abstracts International, 31(1970): 247-A.
- Martin, Ralph E. Jr. and others. An Introduction to Teaching : A Question of  
Commitment. Massachusetts : Allyn and Bacon. Inc .1988.
- Mcaghlin Scoot, Maureen . Modeling peer response : A study of the Effects of  
deling questioning and oral. explorapory language onStudent Revisions  
Essays [CD-ROM]. Abstract from : Pro Quest File :Dissertation Abstracts tem  
: 9605491 ,1996.
- Mills, H.R. Teaching and Training. London : The Macmillan Press Ltd.1972 : 73.
- Omstein, Allen C. Questioning : The Essence of Good Teaching. NASSP  
Bulletin, 71(1987): 71-79.
- Pactic, Linda Unbas. Language and Higher Order Thinking in ' At Risk Pre- Schoolers :  
A Catalog of verbal Exchange Between Teachers and Young Children.  
[CD-ROM]. Abstract from: Proquest File: Dissertation Abstracts Item:  
9543872, 1995.
- Posamentier, Alfred.,and Stepelman, Jay. Teaching Secondary School mathematics  
Techniques and Enrichment Units. New Jesey: Prentice-Hall, 1965.

- Remedios E., Rullan. The Teacher's Questions in an Adult Esl Literacy Classroom: An Educational Cariticism [CD-ROM]. Abstract from : Proquest File : Dissertation Abstracts Item : 9638016, 1997.
- Richey, Robert W. Focus on Reading : A Handbook for Teachers . South Australia: Government Printer, 1977.
- Rowan Thomas E., and Robles, Josepha. Using Questions to help Children Build Mathematical Power. Teaching Children Mathematics (may 1998): 504-507.
- Sanders, Norris M. Classroom Question: What kind ?. New York Harper and Row, 1966.
- Schmalz , Rosemary. Categorization of Question that Mathematics Teachers Ask. The Mathematics Teacher 66 (July 1973) : 619-626.
- Dusen Van., and Lani M. The Efficacy of Level of Adjunct Questions over Time by Discourse Type [CD-ROM]. Abstract from : Pro Quest File : Dissertation Abstracts Item : 9402323.
- Weigand, James. Developing Teacher Competenciec. New Jersey: Printice- Hall, 1971.
- Wilson, James W. Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. Benjamin S. Bloom editor. pp660-662. New York: McGraw-Hill Book Company, 1971.

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

### 1. รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแผนการสอน

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| 1. นายสมนึก ธาตุทอง        | นักวิชาการการศึกษา สำนักงานศึกษาธิการ<br>อำเภอเมืองนครปฐม               |
| 2. นางนุชนารถ ธาตุทอง      | นักวิชาการการศึกษา สำนักพัฒนาการศึกษา<br>ศาสนาและวัฒนธรรม เขตการศึกษา 1 |
| 3. นางสาวสุมาลี สุรัตณ์ศรี | หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียน<br>สมุทรสาครบูรณะ                    |

### 2. รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

- |                           |   |
|---------------------------|---|
| 1. นายสิทธิ์ชัย ชื่นอ้อม  | อาจารย์ประจำหมวดวิชาคณิตศาสตร์ และ<br>หัวหน้างานวัดผลโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ   |
| 2. นางวัฒนา ธีบุญโกเศศสุข | อาจารย์ประจำหมวดวิชาคณิตศาสตร์และ<br>หัวหน้างานวัดผลโรงเรียนสมุทรสาครวิทยาลัย |
| 3. นางอนงค์ สุขขเสียง     | อาจารย์ประจำหมวดวิชาคณิตศาสตร์<br>โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ(สอนชั้น ม.3)         |

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข  
หนังสือเรียนเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ทม ๐๓๐๒(๒๗๐๐.๑๕๑)/๑๓๘

สำนักงานฝ่ายจัดการศึกษา  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ ๑๐๓๓๐

๒๗ มกราคม ๒๕๕๒

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน คุณสมนึก ธาตุทอง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางปรุง อินทมาตร์ นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชา  
การศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้ตำมระดับสูงที่  
มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี  
รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุคมนตรี เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ขอเรียนเชิญท่านเป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาตรวจสอบเครื่องมือวิจัยดังกล่าวเพื่อ  
ประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เริงรัชนี นิ่มนวล)

รองคณบดีฝ่ายจัดการศึกษา

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

สำนักงานฝ่ายจัดการศึกษา (ระดับบัณฑิตศึกษา)

โทร. ๒๑๘๒๖๘๒



ที่ ทม ๐๓๐๒(๒๗๐๐.๑๕๑)/๑๓๖

สำนักงานฝ่ายจัดการศึกษา  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ ๑๐๓๓๐

๒ มกราคม ๒๕๕๒

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

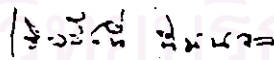
เรียน คุณนุชนารถ ชาติทอง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางปรุง อินทมาตร์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชา  
การศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้ค่าตามระดับสูงที่  
มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี  
รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีขอเรียนเชิญท่านเป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาตรวจสอบเครื่องมือวิจัยดังกล่าวเพื่อ  
ประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ



(รองศาสตราจารย์ ดร.เริงรณี นิมมวัก)

รองคณบดีฝ่ายจัดการศึกษา

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

สำนักงานฝ่ายจัดการศึกษา (ระดับบัณฑิตศึกษา)

โทร.๒๑๘๒๖๘๒

ที่ ทม ๐๓๐๒(๒๗๐๐.๑๕๑)/๑๓๐

สำนักงานฝ่ายจัดการศึกษา  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ ๑๐๓๓๐

๒๑ มกราคม ๒๕๔๒

เรื่อง ขอความร่วมมือในการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางปรุง อินทมาตร์ นิสิตชั้นปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา  
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการใช้คำถาม  
ระดับสูงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" โดยมี  
รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตจำเป็นต้องรวบรวมข้อมูล  
โดยนำเครื่องมือวิจัยไปใช้กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ อ.เมือง  
จ.สมุทรสาคร จำนวน ๑๐๖ คน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดอนุญาตให้ นางปรุง อินทมาตร์ ได้ทำการ  
เก็บรวบรวมข้อมูลดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไปและขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ



(รองศาสตราจารย์ ดร.เจียรณี นิมนอล)

รองคณบดีฝ่ายจัดการศึกษา

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

สำนักงานฝ่ายจัดการศึกษา (ระดับบัณฑิตศึกษา)

โทร. ๒๑๔๒๖๔๒



ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๕๐๐.๑๕๑)/๑๓๓

สำนักงานฝ่ายจัดการศึกษา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท กรุงเทพฯ ๑๐๓๓๐

๒๖ มกราคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนราชินีบูรณะ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือวิจัย

ด้วย นางปรุง อินทมาตร์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ “ผลของการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตจำเป็นต้องขอทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัยกับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนราชินีบูรณะ อ.เมือง จ. นครปฐม ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดอนุญาตให้ นางปรุง อินทมาตร์ ได้ทำการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไปและขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ



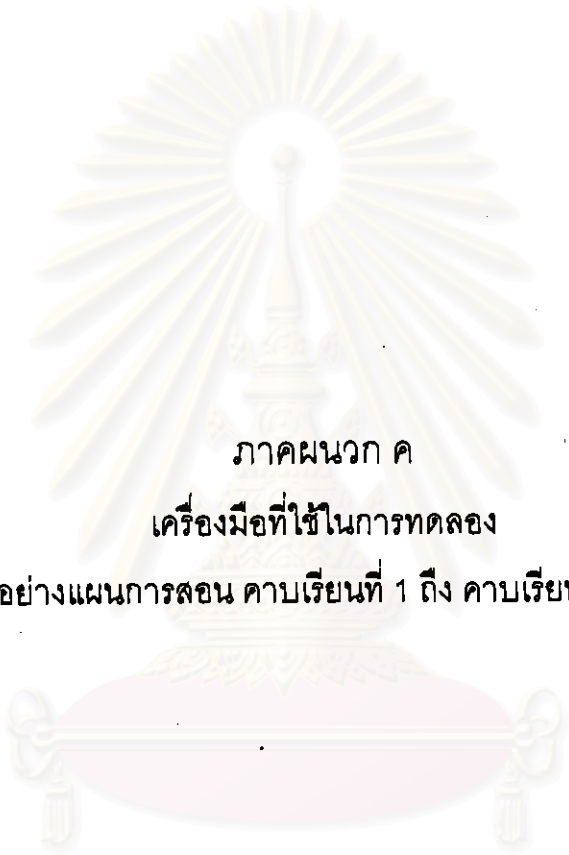
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวียรชณี นิมนawat)

รองคณบดีฝ่ายจัดการศึกษา

ปฏิบัติหน้าที่แทนคณบดีคณะครุศาสตร์

สำนักงานฝ่ายจัดการศึกษา (ระดับบัณฑิตศึกษา)

โทร. ๒๑๔๒๖๘๒



ภาคผนวก ค  
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง  
ตัวอย่างแผนการสอน คาบเรียนที่ 1 ถึง คาบเรียนที่ 3

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**คาบที่ 1**  
**สมการของพาราโบลา**

**สาระสำคัญ**

สมการ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $x$  แทนจำนวนจริง  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว

และ  $a \neq 0$  เรียกว่า สมการพาราโบลา

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกความแตกต่างของสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง และสมการของพาราโบลาได้
2. ระบุสมการในรูป สมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง และสมการพาราโบลาได้

**เนื้อหา**

1. สมการ  $y = ax^2 + bx + c$  ถ้า  $a = 0$  จะได้สมการในรูป  $y = ax + b$  ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้น ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

ตัวอย่างเช่น

1.  $Y = 2x + 5$

2.  $y = -4x - 3$

3.  $y = \frac{2}{3}x - 6$

4. สมการ  $y = ax^2 + bx + c$  ถ้า  $y = 0$  จะได้สมการในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  ซึ่งเป็นสมการกำลังสอง

ตัวอย่างเช่น

1.  $3x^2 + 5x - 2 = 0$

2.  $4x^2 - 16x = 0$

3.  $x^2 + 4x + 4 = 0$

3. สมการ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $x$  แทนจำนวนจริง  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  เราเรียนสมการนี้ว่า สมการพาราโบลา



เมื่อพิจารณาสมการ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  จะได้ว่า

3.1 ถ้า  $b$  และ  $c$  เป็นศูนย์ จะได้สมการในรูป

1.  $y = 2x^2$
2.  $y = -\frac{5}{3}x^2$
3.  $y = -x^2$

3.2 ถ้า  $b = 0$  จะได้สมการในรูป  $y = ax^2 + c$

- ตัวอย่างเช่น
1.  $y = 3x^2 + 4$
  2.  $y = 6x^2 - 1$
  3.  $y = -\frac{3}{4}x^2 + 2$

3.3 ถ้า  $c = 0$  จะได้สมการในรูป  $y = ax^2 + bx$

- ตัวอย่างเช่น
1.  $y = 2x^2 + 5x$
  2.  $y = \frac{5}{4}x^2 - 7x$
  3.  $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{7}x$

สมการ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  ตามเงื่อนไขทั้ง 3 ข้อ เป็นสมการของพาราโบลา และเรียกกราฟของสมการพาราโบลานี้ว่า "พาราโบลา"

### โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

จงบอกว่สมการที่กำหนดให้ข้อใดเป็นสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง และ สมการพาราโบลา

- ตัวอย่างเช่น
1.  $y = 3x - 1$
  2.  $y = 4x^2 - 6x$
  3.  $0 = -2x^2 + 7x - 4$

## สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นใส
2. เอกสารฝึกหัด

**กิจกรรมการเรียนการสอน** (คำถามที่ขีดเส้นใต้หมายถึงคำถามระดับสูง และคำถามที่ไม่ขีดเส้นใต้หมายถึงคำถามระดับต่ำ)

### 1. ขั้นนำ

1.1 ทบทวนเรื่องสมการเชิงเส้น และสมการกำลังสองโดยการใช้คำถามเป็นรายบุคคล ดังนี้

ครู	นักเรียน
1. สมการเชิงเส้นมีสมการเป็นอย่างไร	1. $y=2x$ , $y=3x-1$ , $y=ax+b$ , $Ax+Bx+c=0$
2. จากตัวอย่างที่เพื่อนยกมาให้ให้นักเรียนบอกเกี่ยวกับลักษณะของสมการเชิงเส้น	2. $x$ ยกกำลังหนึ่ง $y$ ยกกำลังหนึ่ง เขียนในรูป $y = ax+b$ ได้
3. สมการกำลังสองมีสมการเป็นอย่างไร	3. $2x^2+3x=0$ , $x^2-1=0$ , $x^2-x-3=0$ , $ax^2+bx+c$
4. สมการกำลังสองมีลักษณะเป็นอย่างไรบ้าง ให้นักเรียนอธิบาย	4. มีตัวแปรเพียงตัวเดียว, ตัวแปรมิตีกรีสูงสุดเป็น 2, อยู่ในรูป $y=ax^2+bx+c$
5. ดังนั้นสมการเชิงเส้นและสมการกำลังสองมีความแตกต่างกันอย่างไร	5. สมการเชิงเส้นตัวแปรมิตีกรีสูงสุดเป็น 1 สามารถเขียนในรูป $y=ax+b$ ได้ ส่วนสมการกำลังสองตัวแปรมิตีกรีสูงสุดเป็น 2 เขียนในรูป $ax^2+bx+c=0$ ได้

### 2. ขั้นสอน

2.1 ครูยกตัวอย่างโดยใช้แผ่นใสดังนี้

" สู้ท์คนได้รับค่าจ้างวันละ 35 บาท " ซึ่งแสดงข้อมูลด้วยตารางดังนี้

เวลา (x)	1	2	3	...
ค่าจ้าง (y)	35	70	105	...

เมื่อ  $x$  แทน เวลาเป็นวัน

$y$  แทน ค่าจ้างที่สู้ท์คนได้รับเป็นบาท

## 2.2 ครูสอนโดยใช้คำถามเป็นรายบุคคลดังนี้

ครู	นักเรียน
6. เมื่อพิจารณาค่าของตัวแปรเวลา(x) และค่าจ้าง(y)แล้วจะเห็นว่า มีความสัมพันธ์กันอย่างไร	6. ค่า y เพิ่มขึ้นครั้งละ 1, x เพิ่มขึ้นครั้งละ 35 $y=35x$
7. นักเรียนคนใดมีความคิดเป็นอย่างอื่นอีกหรือไม่	7. ค่า x เพิ่มขึ้นเท่ากัน, ค่า y เพิ่มขึ้นเท่ากัน
8. เขียนความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y ในรูปคู่ลำดับได้อย่างไร	8. (1,35),(2,70),(3,105),...
9. นักเรียนเขียนสมการแสดงความเกี่ยวข้องระหว่าง x และ y ได้อย่างไร	9. $y=35x$
10. เรียกสมการที่ได้ว่าอะไร	10. สมการเชิงเส้น
11. มีรูปทั่วไปว่าอย่างไร	11. $y=ax+b$

## 2.3 ครูนำแผ่นใสตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนดู ซึ่งมีข้อความดังนี้

" ในการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งแสดงด้วยข้อมูลดังนี้ "

ความยาว (x เซนติเมตร)	1	2	3	4	...
พื้นที่ (y ตารางเซนติเมตร)	1	4	9	16	...

เมื่อ x แทนความยาวด้าน

y แทนพื้นที่

## 2.4 ครูสอนโดยใช้คำถามเป็นรายบุคคลดังนี้

ครู	นักเรียน
12. เมื่อพิจารณาค่าตัวแปรความยาวด้าน(x) และพื้นที่ (y) แล้วพบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร	12. ค่า x เพิ่มขึ้นเท่ากัน, ค่า y เพิ่มขึ้นไม่เท่ากัน $y= x^2$
13. ให้ความรู้เรื่องใดมาเขียนสมการแสดงความเกี่ยวข้องระหว่าง x และ y ได้	13. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
14. $y=x^2$ เรียกว่าสมการอะไร	14. สมการกำลังสอง
15. ทำไมจึงเรียกแบบนี้	15. มีตัวแปรยกกำลังสอง

2.5 ครูอธิบายสมการ  $y = ax^2+bx+c$  เมื่อ  $a,b,c$  เป็นค่าคงตัวและ  $a \neq 0$  เรียกว่า  
สมการพาราโบลา

2.6 ครูสอนเรื่องสมการพาราโบลาโดยใช้คำถามเป็นรายบุคคลดังนี้

ครู	นักเรียน
16. ถ้ากำหนดให้ $a=0$ แล้ว เราสามารถบอกอะไรได้น่าง	16. พจน์ $x^2$ หายไป สมการอยู่ในรูป $y=ax+b$ ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้น ไม่เป็นสมการกำลังสอง
17. นักเรียนคนใดมีความคิดเห็นเป็นอย่างอื่นอีกหรือไม่	17. ไม่เป็นสมการพาราโบลา
18. ครูควรกำหนดค่า $b,c$ อย่างไร	18. เป็นค่าคงตัว ซึ่ง $b$ หรือ $c$ อาจเป็น 0 ได้
ครู	นักเรียน
19. ให้นักเรียนยกตัวอย่างประกอบ	19. $y=3x^2+4, y=7x^2, y=3x^2+4$
20. เขียนสมการพาราโบลาในรูปทั่วไปได้อย่างไร	20. $y=ax^2+bx, y=ax^2, y=ax^2+c$

### 3. ขั้นสรุป

3.1 ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปสมการของพาราโบลา โดยใช้คำถามเป็นรายบุคคลดังนี้

ครู	นักเรียน
21. รูปทั่วไปของสมการพาราโบลาคืออะไร	21. $y=ax^2+bx+c$
22. มีเงื่อนไขของสมการอย่างไร	22. เมื่อ $x$ เป็นจำนวนจริง $a,b,c$ เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ แต่ $b$ และ $c$ อาจเป็น 0 ได้
23. จะเป็นสมการเชิงเส้นเมื่อใด	23. $a=0$
24. จะเป็นสมการกำลังสองเมื่อใด	24. $y=0$
25. ในกรณีที่ $a \neq 0$ และ $b$ หรือ $c$ เป็น 0 จะได้สมการพาราโบลาแบบใดบ้าง	25. $y=ax^2, y=ax^2+bx, y=ax^2+c, y=ax^2+bx+c$

3.2 ครูแจกเอกสารฝึกหัดให้นักเรียนทำ และเฉลยในชั่วโมงเรียน

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. ทำเอกสารฝึกหัดที่ 1	2. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 ถูกต้องประมาณ 90%
3. ทำเอกสารฝึกหัดที่ 2	3. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 2 ถูกต้องประมาณ 95%

**หมายเหตุ** จำนวนคำถามที่ใช้ทั้งหมด 25 คำถาม  
เป็นคำถามระดับสูง 15 คำถาม คิดเป็นร้อยละ 60  
เป็นคำถามระดับต่ำ 10 คำถาม คิดเป็นร้อยละ 40

### เอกสารฝึกหัด

#### เรื่อง สมการของพาราโบลา

1. จงเขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่เป็นสมการของพาราโบลาและเครื่องหมาย X หน้าข้อที่

ไม่เป็นสมการพาราโบลา

- ..... 1.  $Y = 8 - 3x$   
 ..... 2.  $3y + 9x^2 = 12$   
 ..... 3.  $X^2 + y^2 = 25$   
 ..... 4.  $4y = -x^2$   
 ..... 5.  $F = 2x^2 - 10$   
 ..... 6.  $Y^2 = 3x^2 + x - 7$   
 ..... 7.  $s = \frac{4}{7}t^2$   
 ..... 8.  $Y = 3x - 2x + 6$   
 ..... 9.  $12 + 35x - 4x^2 = y - 2$

2. คำสั่ง จงเติมเครื่องหมาย  $\checkmark$  ลงในช่องที่ (1) , (2) หรือ (3) และเติมค่า a,b,c ลงในช่อง (4) , (5) หรือ (6) ตามลำดับ

สมการ	สมการ	สมการ	สมการ	ค่าคงตัว		
	เชิงเส้น	กำลังสอง	พาราโบลา	a	b	c
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1. $y=2-3x+4x^2$						
2. $y=0.25x^2-3$						
3. $y=3x$						
4. $4x-y+1=0$						
5. $y= -4x+5$						
6. $2y=3x^2$						
7. $-3y=4x^2-5x$						
8. $3x^2-27=0$						
9. $3x^2+2y-7=0$						
10. $px^2+mx=y$ เมื่อ $p \neq 0$						
11. $3s^2+4-y=0$						
12. $4=1-2x^2$						
13. $3y=12x$						
14. $5x^2-4=-6x$						
15. $2x^2+3=0$						

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## คาบที่ 2

### พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

#### สาระสำคัญ

พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  จะแยกพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ  $a > 0$  และ  $a < 0$

ในกรณีที่  $a > 0$  กราฟของสมการ  $y=ax^2$  มีลักษณะดังนี้

1. ถ้า  $a > 0$  จะมีกราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย
2. จุดยอดของพาราโบลา คือจุด  $(0,0)$
3. แกนสมมาตรของพาราโบลา คือแกน  $y$  หรือเส้นตรง  $x=0$
4. จุดต่ำสุดของพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด  $(0,0)$
5. ค่าต่ำสุดของพาราโบลา คือ  $y=0$
6. กราฟของพาราโบลาจะแคบลงเมื่อ  $|a|$  เพิ่มขึ้น

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. เขียนกราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  ได้
2. บอกได้ว่าสมการพาราโบลาที่กำหนดให้เป็นรูปพาราโบลาหงาย
3. บอกจุดยอดของกราฟของสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  ได้
4. บอกแกนสมมาตรของกราฟของสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  ได้
5. บอกจุดต่ำสุด และค่าต่ำสุดของกราฟของสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  ได้
6. บอกลักษณะของกราฟเมื่อเพิ่มหรือลดค่า  $a$  ได้

#### เนื้อหา

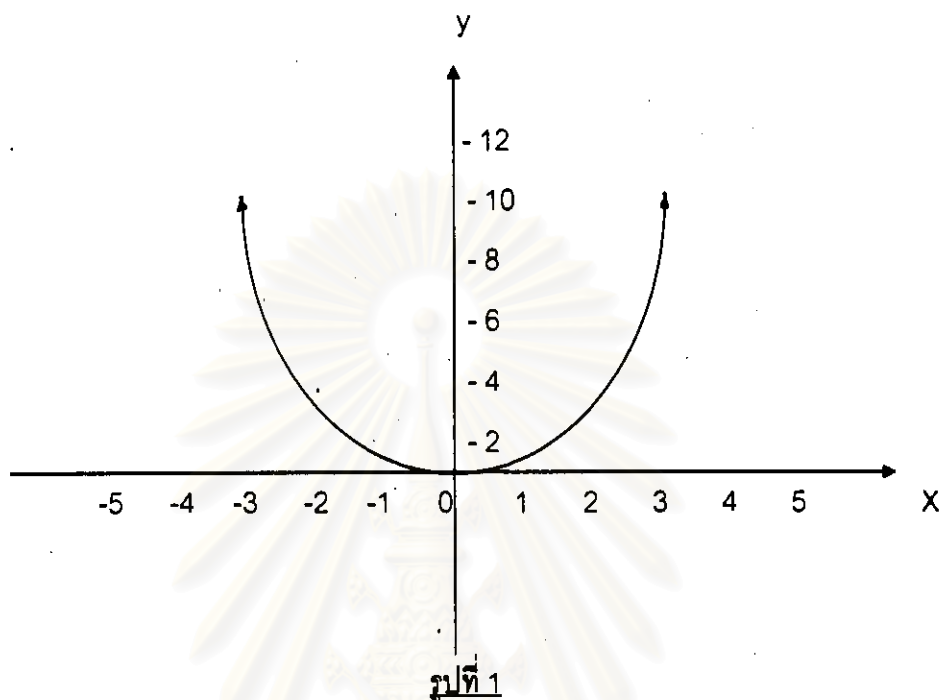
พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$

กรณีที่  $a > 0$  จะแยกพิจารณาค่า  $a$  เป็น 2 แบบ คือ  $a=1$  และ  $a \neq 1$

1. ถ้า  $a=1$  จะได้สมการพาราโบลา คือ  $y=x^2$  ดังนั้นเราสามารถสร้างตารางแสดงค่า  $x$  และ  $y$  บางค่าที่ทำให้ สมการ  $y=x^2$  เป็นจริง ดังนี้

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	9	4	1	0	1	4	9

เมื่อแทน  $x$  ในสมการ  $y=x^2$  ด้วยจำนวนจริงใดๆ จุดทั้งหมดที่เกิดจากคู่ลำดับ  $(x, y)$  ที่ทำให้สมการเป็นจริงจะเรียงกันเป็นเส้นโค้ง ดังรูปที่ 1



จะเห็นว่าลักษณะกราฟเป็นรูปสมมาตร ถ้าพับกราฟตามแนวแกน  $y$  จะได้เส้นกราฟทับกันสนิท เราเรียกแกน  $y$  หรือเส้นตรง  $x = 0$  ว่าแกนสมมาตร และกราฟนี้เป็นพาราโบลาหงายมีจุดต่ำสุดอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และมีค่า  $y=0$  เป็นค่าต่ำสุด

2. ถ้า  $a>0$  และ  $a\neq 1$  เช่น  $y=\frac{1}{2}x^2$  และ  $y=2x^2$  เราสามารถสร้างตารางแสดงค่าของ  $x$  และ  $y$  บางค่าของจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ  $y=\frac{1}{2}x^2$  และ  $y=2x^2$  ได้ดังนี้

$$y=\frac{1}{2}x^2$$

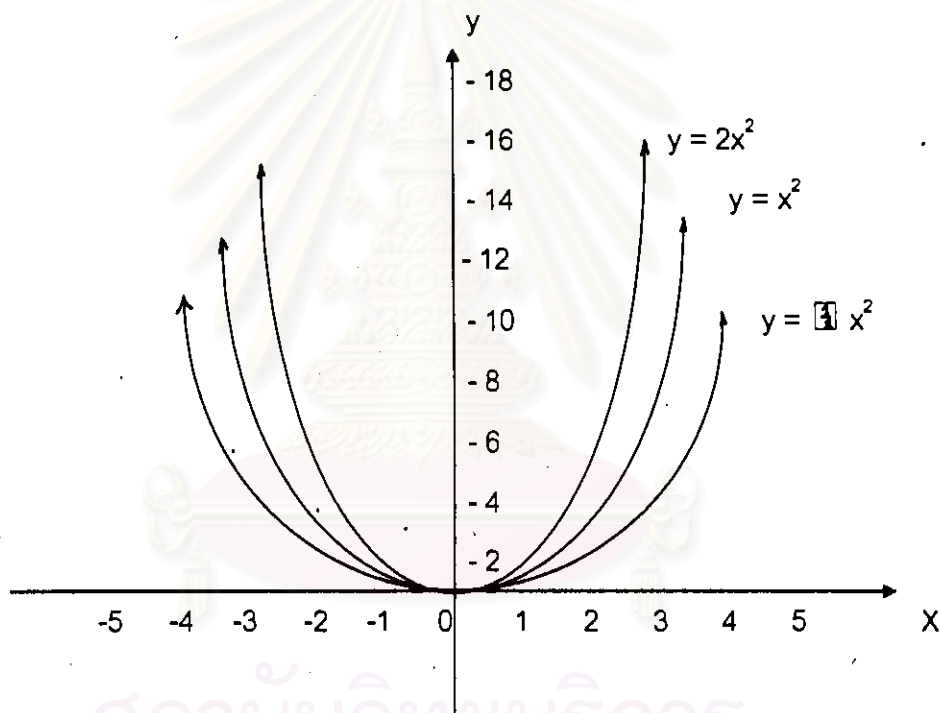
$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5



$$y = 2x^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	18	8	2	0	2	8	18

เมื่อเขียนกราฟของสมการ  $y = \frac{1}{2}x^2$  และ  $y = 2x^2$  ลงบนแกนคู่เดียวกันกับกราฟของสมการ  $y = x^2$  จะได้กราฟดังรูปที่ 2



รูปที่ 2

จะเห็นว่ากราฟของพาราโบลา  $y = \frac{1}{2}x^2$  และ  $y = 2x^2$  และ  $y = x^2$  เป็นรูปพาราโบลาหงาย มีจุดยอดเป็นจุดเดียวกัน คือจุด  $(0,0)$  และมีแกนสมมาตรเป็นแกนเดียวกัน คือแกน  $y$  หรือ เส้นตรง  $x=0$  แต่ลักษณะของกราฟจะมีความกว้างและแคบไม่เท่ากันกล่าวคือ เมื่อ  $a$  มากขึ้นกราฟจะแคบลง

จากทั้งหมดที่กล่าวมาสามารถสรุปลักษณะของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  ได้ดังนี้

1. ถ้า  $a > 0$  จะมีกราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย
2. จุดยอดของพาราโบลา คือจุด  $(0,0)$
3. แกนสมมาตรของพาราโบลา คือ แกน  $y$  หรือเส้นตรง  $x = 0$
4. จุดต่ำสุดของพาราโบลา คือจุด  $(0,0)$
5. ค่าต่ำสุดของพาราโบลา คือ  $y=0$
6. กราฟของพาราโบลา  $y=ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  จะแคบลงเมื่อค่า  $a$  เพิ่มขึ้น

### สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงาน 1
2. แผ่นโปร่งใสข้อ

กิจกรรมการเรียนการสอน (คำถามที่ขีดเส้นใต้ หมายถึงคำถามระดับสูง และคำถามที่ไม่ขีดเส้นใต้ หมายถึงคำถามระดับต่ำ)

#### 1. ขั้นนำ

ครูทบทวนสมการพาราโบลาโดยการใช้คำถามเป็นรายบุคคลดังนี้

ครู	นักเรียน
1. สมการพาราโบลามีรูปทั่วไป คืออะไร	1. $y=ax^2+bx+c$
2. มีเงื่อนไขของสมการว่าอย่างไร	2. $x, y$ เป็นจำนวนจริง $a, b, c$ เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ ค่า $b$ และ $c$ อาจเป็นศูนย์ได้
3. ถ้า $b$ และ $c$ เป็น 0 สมการทั่วไปเป็นอย่างไร	3. $y = ax^2$

#### 2. ขั้นสอน

- 2.1 ครูเขียนสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  บนกระดาน เพื่อให้ให้นักเรียนได้ข้อสรุปว่า สมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  สามารถกำหนดค่า  $a$  ได้ 2 ลักษณะ คือ  $a > 0$  และ  $a < 0$  โดยการใช้คำถามเป็นรายบุคคลดังนี้

ครู	นักเรียน
4. <u>นักเรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับสมการ</u> $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$	4. $x, y$ เป็นตัวแปร และมีค่าเป็นจำนวนจริงใดๆ $a$ เป็นค่าคงตัว, เป็นสมการพาราโบลา
5. <u>ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการพาราโบลา</u> $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$	5. $y=x^2, y=3x^2, y=5x^2, y=0.5x^2, y=7x^2,$ $y=4x^2, y=6x^2, \dots$
6. <u>นักเรียนยกตัวอย่างสมการพาราโบลา</u> $y=ax^2$ ที่แตกต่างจากเพื่อนได้อีกหรือไม่	6. $y=-\sqrt{59}x^2, y=-0.2x^2, y=-0.6x^2,$ $y=-\frac{4}{7}x^2, y=-3x^2, \dots$
7. <u>นักเรียนควรกำหนดค่า <math>a</math> อย่างไร</u>	7. $a > 0$ และ $a < 0$

2.2 ครอบตัวอย่างสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  เช่น  $a=1$  จะได้สมการพาราโบลาในรูป  $y=x^2$  แล้วให้นักเรียนเขียนกราฟของสมการ  $y=x^2$  โดยทำบัตรงานที่ 1 ข้อ 1 เพื่อหาค่า  $x$  และ  $y$  แล้วนำค่า  $x, y$  ที่ได้ ไปเขียนกราฟโดยการใช้ค่าตามเป็นรายบุคคลดังนี้

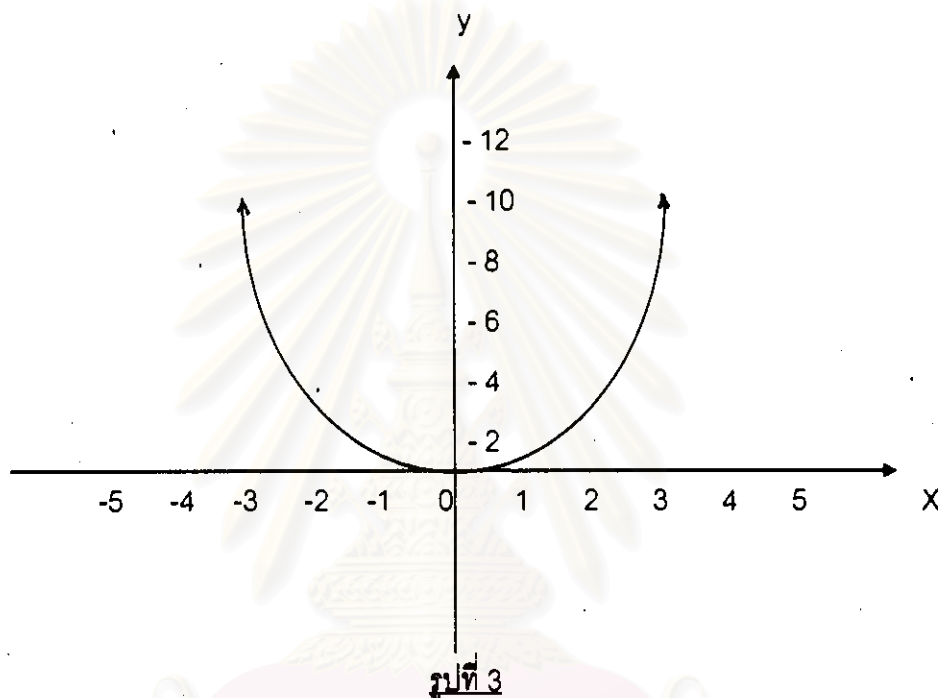
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของสมการ  $y = x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

ครู	นักเรียน
8. <u>นักเรียนจะหาค่า <math>y</math> ได้อย่างไร</u>	8. นำค่า $x$ จากตารางไปแทนในสมการ
9. <u>นักเรียนมีวิธีตรวจสอบได้อย่างไรว่า ค่า <math>y</math> ที่ได้นั้นถูกต้อง</u>	9. ค่า $x$ เป็นบวก หรือ ค่า $x$ เป็นลบ จะมีค่า $y$ เท่ากัน
10. <u>เพราะเหตุใด</u>	10. ค่า $x^2 > 0$ เสมอ
11. <u>นักเรียนมีความคิดเป็นอย่างอื่นอีกไหม</u>	11. หาค่า $y$ ในกรณีที่ $x \geq 0$ เท่านั้น ในกรณีที่ $x < 0$ จะมีค่า $y$ เท่ากัน
12. <u>ถ้าจะเขียนกราฟของสมการพาราโบลา <math>y=ax^2</math> จากค่า <math>x, y</math> ที่ได้ควรทำอย่างไรบ้าง</u>	12. สร้างแกน $x$ และแกน $y$ บนระนาบแกนมุมฉาก ที่มีจุดกำเนิดที่ $(0,0)$ แล้วกำหนดค่าบนแกน $x$ และ แกน $y$ ตามตาราง

2.3 ครูให้นักเรียน นำคู่อันดับ  $(x, y)$  จากตารางไปเขียนกราฟ โดยให้นักเรียนทำในบัตรงานที่ 1

2.4 ครูอธิบายว่า ถ้าเราแทนค่า  $x$  ในสมการ  $y=x^2$  ด้วยจำนวนจริงใดๆ จุดทั้งหมดที่เกิดจากคู่อันดับ  $(x,y)$  ที่ทำให้สมการเป็นจริงจะเรียงกันเป็นเส้นโค้ง ดังรูปที่ 3



2.5 ครูให้นักเรียนทำบัตรงานที่ 1 ข้อ 2 และข้อ 3 แล้วนำคู่อันดับ  $(x,y)$  ที่ได้จากตารางไปเขียนกราฟลงบนแกนเดียวกับกราฟของสมการ  $y=x^2$  ในรูปที่ 2 ดังนี้

ให้นักเรียน เติมค่า  $y$  ที่ทำให้สมการ  $y=\frac{1}{2}x^2$  และ  $y=2x^2$  เป็นจริง ในตารางที่เว้นไว้

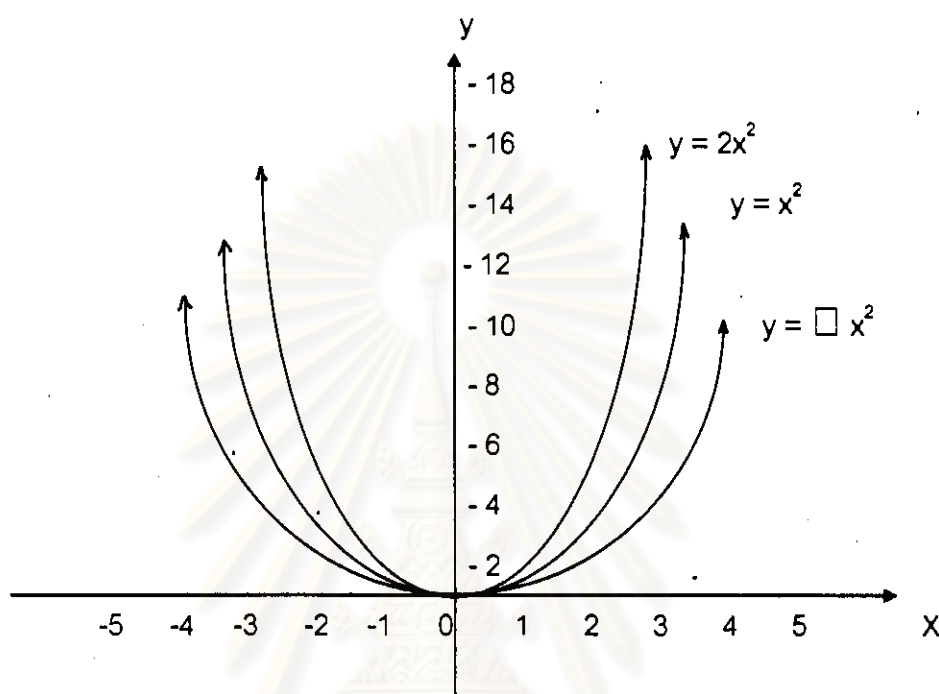
$$y = \frac{1}{2}x^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

$$y = 2x^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2.7 เมื่อนักเรียนเขียนกราฟเสร็จ ครูเฉลยการเขียนกราฟโดยใช้แผ่นโปร่งใสซ้อน ทำให้นักเรียนเห็นภาพทีละภาพแล้วใช้คำถามเป็นรายบุคคล ดังนี้



ครู	นักเรียน
13. จากกราฟ นักเรียนบอกอะไรได้บ้าง	13. กราฟเป็นเส้นโค้ง , ผ่านจุด (0,0) , เป็นรูปพาราโบลาหงาย
14. <u>กราฟทั้งสามมีลักษณะใดเหมือนกันบ้าง</u>	14. เป็นรูปพาราโบลาหงายทุกรูปและผ่านจุด (0,0)
15. <u>ทำไมกราฟทั้งหมดจึงเป็นพาราโบลาหงาย</u> ครูบอกนักเรียนว่าจุด(0,0) เรียกว่าจุดยอด หรือจุด เปลี่ยนโค้ง หรือ จุดวกกลับ	15. มีค่า a ในสมการเป็นบวกเหมือนกัน
17. <u>ครูถามนักเรียนว่ากราฟทั้งสามมีลักษณะใดแตกต่างกัน</u>	17. กราฟกว้างไม่เท่ากัน, กราฟหุบเข้าหาแกน y ไม่เท่ากัน, กราฟอยู่ห่างจากแกน y ไม่เท่ากัน
18. <u>จากสมการ <math>y = ax^2</math> ถ้ากำหนด <math>a = 10</math> กราฟจะมีลักษณะเป็นอย่างไร</u>	18. กราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย ผ่านจุด(0,0) และกราฟจะแคบเข้าหาแกน y มากกว่าทุกรูป
19. <u>อะไรในบ้านของนักเรียนที่มีรูปร่างแบบ</u>	19. กะทะ , จานรับสัญญาณดาวเทียม,

ครู	นักเรียน
พาราโบลา	สายไฟ , ขาม ฯลฯ
20. นักเรียนรู้อย่างไรว่าแกนใด เป็นแกนสมมาตร	20. นำกระดาษลอกลายมาวาดกราฟแล้วพับตามแนวแกน y หรือแกน x แล้วดูว่ากราฟจะทับกันสนิทตามแกนใดแกนนั้นจะเป็นแกนสมมาตร
21. จุดต่ำสุดของกราฟ คือจุดใด	21. จุด (0,0)
22. ค่าต่ำสุดของ y เป็นเท่าไร	22. $y=0$
23. นักเรียนจะอธิบายเกี่ยวกับจุดสูงสุด และค่าสูงสุดของกราฟทั้งสามอย่างไร	23. กราฟทั้งสามไม่มีจุดสูงสุดและไม่มีค่าสูงสุด เพราะค่า y เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ไม่มีที่สิ้นสุด

2.7 ครูสรุปอีกครั้งว่า จุด (0,0) เรียกว่า จุดยอดของพาราโบลาและเป็นจุดต่ำสุดของกราฟ แล้วให้นักเรียนทุกคนเขียนสมการของพาราโบลาที่มีค่า  $a>0$  และมีความกว้างจากมากไปหาน้อยคนละ 3 สมการลงในสมุดพร้อมทั้งบอกจุดยอด แกนสมมาตร และค่าต่ำสุดของ y

2.8 ครูเรียกนักเรียน 5 คน มาเฉลยสมการที่เขียน และครูอธิบายประกอบเมื่อนักเรียนไม่เข้าใจ

### 3. ขั้นสรุป

3.1 ครูให้นักเรียนสรุปกราฟของสมการพาราโบลา  $y=ax^2$  เมื่อ  $a>0$  โดยการใช้คำถามเป็นรายบุคคล ดังนี้

ครู	นักเรียน
พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a>0$	
24. ถ้า $a>0$ กราฟจะมีลักษณะเป็นอย่างไร	24. เป็นรูปพาราโบลาหงาย
25. จุดยอดของพาราโบลา คือจุดใด	25. จุด (0,0)
26. แกนสมมาตรของพาราโบลา คือเส้นตรงใด	26. แกน y หรือ เส้นตรง $x=0$
27. ค่าต่ำสุดของกราฟ คืออะไร	27. $y=0$
28. กราฟของสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a>0$ จะมีลักษณะอย่างไร ถ้า a เพิ่มขึ้น	28. กราฟจะแคบลง

3.2 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.2 ก หน้า 113 ในหนังสือเรียน

**การวัดและการประเมินผล**

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน 2. คำนวณค่า $y$ ในตาราง 3. ทำใบตรงานที่ 1 4. สังเกตจากการนำเสนอผลงานที่ทำ 3. ทำการบ้านในแบบเรียน แบบฝึกหัด 4.2 ก หน้า 113 ข้อ1,2	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนหาค่า $y$ เต็มในตารางได้ถูกต้อง 90% 3. นักเรียนทุกคนทำใบตรงานเสร็จ 4. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานถูกต้อง 5. นักเรียนทำโจทย์ในหนังสือเรียนถูกต้อง ประมาณ 85 %

**หมายเหตุ**

ครูใช้คำถามทั้งหมด 28 คำถาม

เป็นคำถามระดับสูง 16 คำถาม คิดเป็นร้อยละ 57.1

เป็นคำถามระดับต่ำ 12 คำถาม คิดเป็นร้อยละ 42.9

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### บัตรงานที่ 1

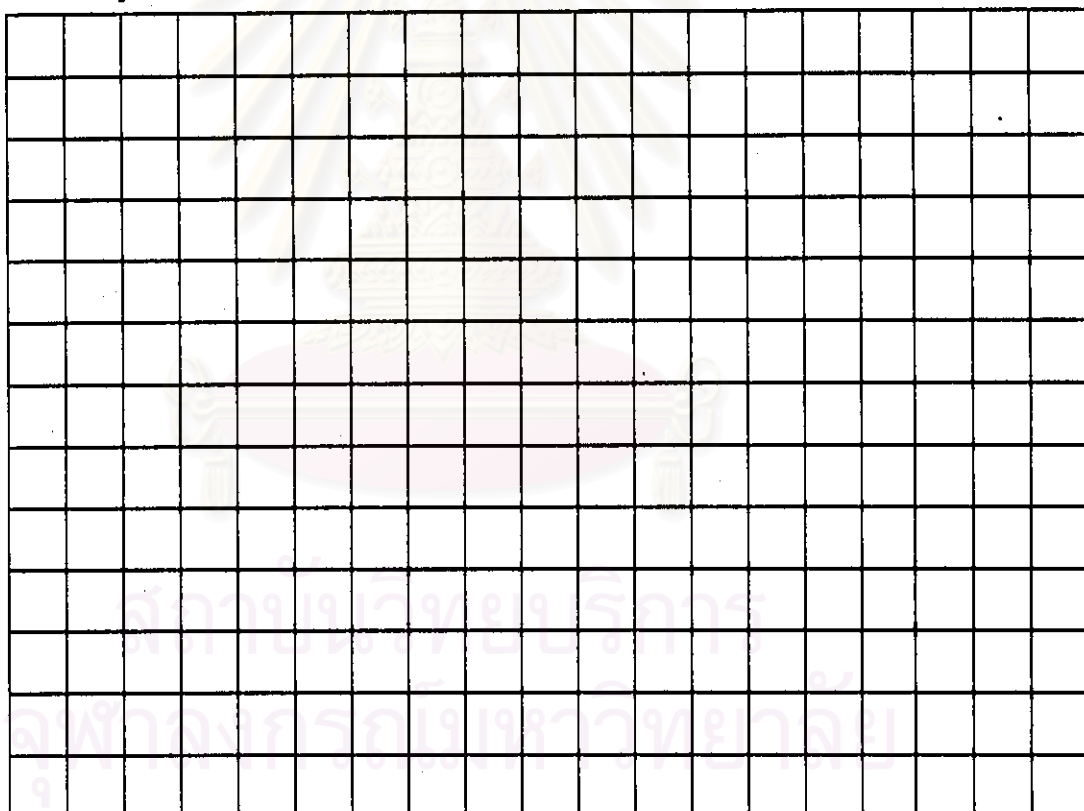
1. กราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a>0$

คำสั่ง จงเขียนกราฟของสมการ  $Y=x^2$  ,  $y=2x^2$  และ  $y=\frac{1}{2}x^2$  ลงบนแกนคู่เดียวกัน ดังนี้

1. ให้นักเรียนหาค่า  $y$  ที่ทำให้สมการเป็นจริง เติมในตาราง

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = x^2$									
$y = 2x^2$									
$y = \frac{1}{2}x^2$									

2. ให้นักเรียนนำคู่อันดับ (x,y) ที่ได้ของแต่ละสมการไปเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน



จากกราฟ ให้นักเรียนตอบคำถาม ดังนี้

1. กราฟทั้ง 3 มีลักษณะอย่างไร.....
2. จุดยอดของกราฟทั้ง 3 คือ.....
3. แกนสมมาตรของกราฟทั้ง 3 คือ .....
4. ค่าของ a เพิ่มขึ้นกราฟจะมีลักษณะอย่างไร.....



### คาบที่ 3

#### พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

**สาระสำคัญ** ลักษณะพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a < 0$

1. ถ้า  $a < 0$  จะมีกราฟเป็นรูปพาราโบลาคว่า
2. จุดยอดของพาราโบลา คือจุด  $(0,0)$
3. แกนสมมาตรของพาราโบลา คือ แกน  $y$  หรือ เส้นตรง  $x=0$
4. จุดสูงสุดของพาราโบลายู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด  $(0,0)$
5. ค่าสูงสุดของพาราโบลา คือ  $y=0$
6. กราฟของพาราโบลาจะแคบลงเมื่อ  $|a|$  เพิ่มขึ้น

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. เขียนกราฟของพาราโบลา  $y= ax^2$  เมื่อ  $a < 0$  ได้
2. บอกได้ว่าสมการพาราโบลาที่กำหนดให้มีกราฟเป็นพาราโบลาหงาย หรือพาราโบลาคว่า
3. บอกจุดยอดของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a < 0$  ได้
4. บอกแกนสมมาตรของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a < 0$  ได้
5. บอกจุดสูงสุดและค่าสูงสุดของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y= ax^2$  เมื่อ  $a < 0$  ได้
6. เปรียบเทียบลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y= ax^2$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a < 0$  ได้
7. บอกลักษณะของกราฟเมื่อเพิ่มหรือลด  $|a|$  ได้

#### เนื้อหา

พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y= ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$

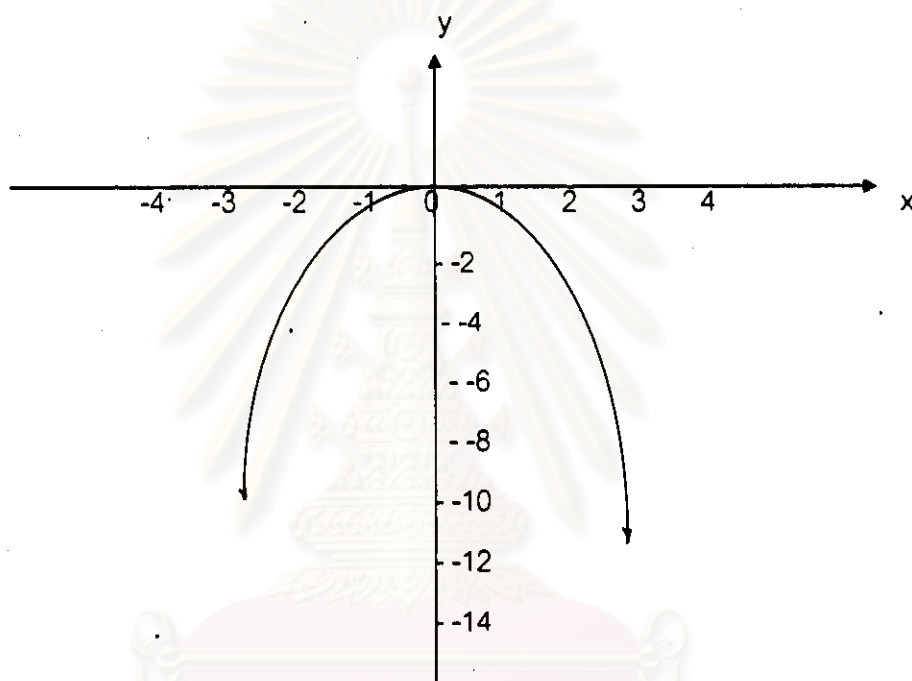
เมื่อ  $a < 0$  จะแยกพิจารณาค่า  $a$  เป็น 2 แบบ คือ  $a = -1$  และ  $a \neq -1$

1. ถ้า  $a = -1$  จะได้สมการพาราโบลา คือ  $y = -x^2$  ซึ่งสามารถสร้างตารางแสดงค่าของ  $x$  และ  $y$  บางค่าที่ทำให้สมการ  $y = -x^2$  เป็นจริง ดังนี้

$$y = -x^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

เมื่อแทน  $x$  ในสมการ  $y = -x^2$  ด้วยจำนวนจริงใดๆ จุดทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากคู่อันดับ  $(x,y)$  ที่ทำให้สมการเป็นจริงจะเรียงกันเป็นเส้นโค้งดังรูปที่ 1



รูปที่ 1

จะเห็นว่า กราฟเป็นรูปพาราโบลาคว่ำ มีจุดยอดอยู่ที่  $(0,0)$  แกน  $y$  เป็นแกนสมมาตร มีจุดสูงสุดอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด  $(0,0)$  และมีค่าสูงสุด คือ  $y=0$

2. ถ้า  $a < 0$  และ  $a \neq -1$  เช่น  $y = -\frac{1}{2}x^2$  และ  $y = -2x^2$  เราสามารถสร้างตารางแสดงค่า  $x$  และ  $y$  บางค่าของจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ  $y = -\frac{1}{2}x^2$  และ  $y = -2x^2$  ได้ดังนี้

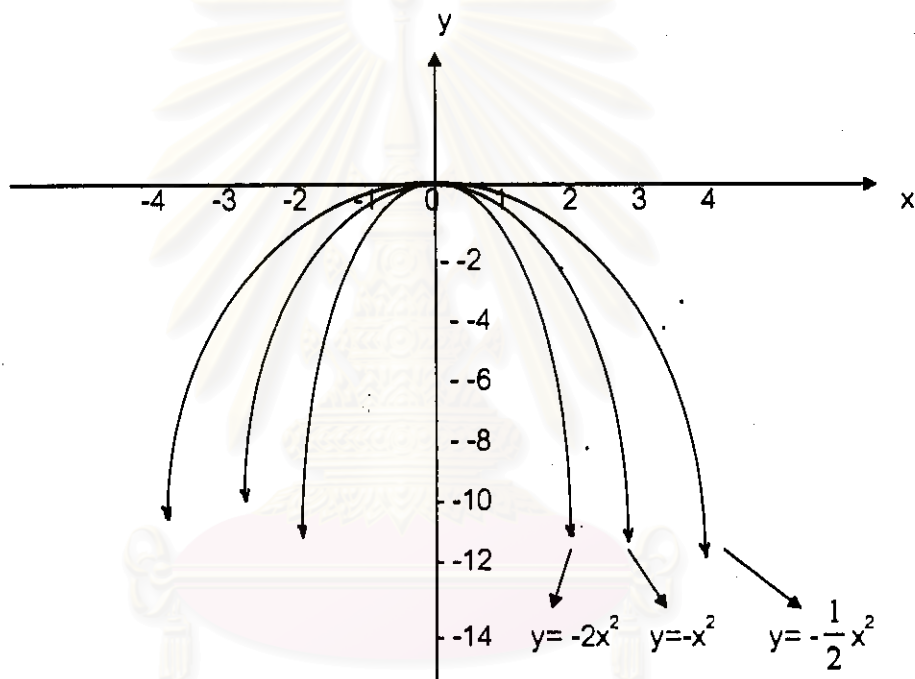
$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5

$$y = -2x^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18

เมื่อเขียนกราฟของสมการ  $y = -\frac{1}{2}x^2$  และ  $y = -2x^2$  ลงบนแกนคู่เดียวกันกับกราฟของสมการ  $y = -x^2$  จะได้กราฟ ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2

จะเห็นว่า กราฟของสมการ  $y = -2x^2$ ,  $y = -x^2$  และ  $y = -\frac{1}{2}x^2$  เป็นรูปพาราโบลาคว่ำ มีจุดยอดอยู่ที่เดียวกัน คือจุด  $(0,0)$  มีแกนสมมาตรเป็นแกนเดียวกัน คือ แกน  $y$  เมื่อ  $x$  มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า  $y$  จะลดลง ดังนั้นกราฟจึงไม่มีจุดต่ำสุด และค่าต่ำสุดของ  $y$  มีแต่จุดสูงสุด และค่าสูงสุด คือ  $y=0$  กราฟกว้างและแคบไม่เท่ากัน กล่าวคือ เมื่อ  $|a|$  มากขึ้นกราฟจะแคบลง

จากทั้ง 2 กรณี คือ  $a > 0$  และ  $a < 0$  เราสามารถสรุป ลักษณะของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  ดังนี้

1. ถ้า  $a > 0$  จะมีกราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย

ถ้า  $a < 0$  จะมีกราฟเป็นรูปพาราโบลาคว่ำ

2. จุดยอดของพาราโบลา คือจุด (0,0)
3. แกนสมมาตรของพาราโบลา คือแกน y หรือเส้นตรง  $x=0$
4. ถ้า  $a>0$  กราฟจะมีแต่จุดต่ำสุดคือจุด (0,0) และค่าต่ำสุดของกราฟ คือ  $y=0$
5. ถ้า  $a<0$  กราฟจะมีแต่จุดสูงสุด คือจุด (0,0) และค่าสูงสุดของกราฟ คือ  $y=0$
6. กราฟของสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a\neq 0$  จะแคบลงเมื่อ  $|a|$  เพิ่มขึ้น และ กราฟจะกว้างขึ้น เมื่อ  $|a|$  ลดลง

### สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 2
2. แผ่นโปรงใสซ้อน
3. เอกสารฝึกหัด

**กิจกรรมการเรียนการสอน** (คำถามที่ขีดเส้นใต้หมายถึงคำถามระดับสูง และคำถามที่ไม่ขีดเส้นใต้หมายถึงคำถามระดับต่ำ)

#### 1. ขั้นนำ

1.1 ครูอธิบายการบ้าน สมการพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a>0$

1.2 ครูทบทวนลักษณะของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a>0$  โดยการใช้คำถามเป็นรายบุคคลดังนี้

ครู	นักเรียน
พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a>0$	
1. กราฟมีลักษณะอย่างไร	1. เป็นรูปพาราโบลาหงาย
2. จุดยอดของพาราโบลา คืออะไร	2. จุด (0,0)
3. แกนสมมาตร คืออะไร	3. แกน y หรือเส้นตรง $x=0$
4. <u>นักเรียนจะอธิบายเกี่ยวกับค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดของกราฟได้อย่างไร</u>	4. เมื่อ $a>0$ กราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย ค่าของ y เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ทำให้กราฟไม่มีค่าสูงสุด ค่าต่ำสุดของกราฟ ตรงกับค่า y ตรงจุดยอด คือ $y=0$
5. กราฟจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร เมื่อ a เพิ่มขึ้น	5. กราฟจะแคบลง

## 2.ขั้นสอน

2.1 ครูยกตัวอย่างสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a<0$  เช่น  $a= -1$  จะได้สมการพาราโบลา คือ

$y= -x^2$  และ ถ้า  $a\neq -1$  เช่น  $a= -2$  หรือ  $a= -\frac{1}{2}x^2$  จะได้สมการพาราโบลา คือ

$y= -2x^2$  และ  $y= -\frac{1}{2}x^2$

2.2 ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียนทำบัตรงานที่ 2 โดยให้นักเรียนกำหนดค่า  $a$  ที่เป็นลบใน

สมการและเขียนกราฟของสมการที่กำหนด ซึ่งมี 2 แบบ คือ  $a= -1$  และ  $a\neq -1$

แล้วให้นักเรียนส่งตัวแทนของกลุ่มออกมานำเสนอกราฟที่ได้ พร้อมทั้งบอก

ลักษณะที่เหมือน และ ลักษณะที่แตกต่างกันของกราฟ โดยใช้คำถาม ดังนี้

6.กราฟของสมการที่ได้มีลักษณะเป็นอย่างไร เพราะเหตุใด

7.จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของแต่ละสมการคือจุดใด

8.แกนสมมาตรของกราฟทั้งสาม คือเส้นตรงใด

9.กราฟของแต่ละสมการมีค่าสูงสุด หรือค่าต่ำสุดเหมือน หรือต่าง

ต่างกันอย่างไรบ้าง จงอธิบาย

2.3 เมื่อนักเรียนนำเสนอเสร็จ ครูนำแผ่นโปสเตอร์ใส่ออนแสดงกราฟของพาราโบลา

$y=ax^2$  ในกรณีที่  $a<0$  โดยยกตัวอย่างสมการ คือ  $-2x^2$ ,  $y=-x^2$  และ  $y= -\frac{1}{2}x^2$

ให้นักเรียนเห็นทีละภาพ และให้นักเรียนสรุปลักษณะกราฟพาราโบลา  $y=ax^2$

เมื่อ  $a < 0$  โดยการใช้คำถามเป็นรายบุคคล ดังนี้

ครู	นักเรียน
10. กราฟทั้งสามมีลักษณะเป็นอย่างไร	10. เป็นรูปพาราโบลาคว่ำ
11. เพราะเหตุใด	11. ค่า $a$ เป็นจำนวนลบ
12. นักเรียนคนใดมีคำตอบเป็นอย่างอื่นหรือไม่	12. กราฟเป็นเส้นโค้ง มีจุดสูงสุดอยู่ที่จุด (0,0)
13. กราฟทั้งสามมีลักษณะใดเหมือนกัน	13. มีจุดยอดอยู่ที่ (0,0) ทั้งหมด, เป็นพาราโบลาคว่ำ, จุดสูงสุดคือ (0,0), แกนสมมาตรคือแกน $y$
14. กราฟทั้งสามมีลักษณะใดต่างกันบ้าง	14. กราฟมีความกว้างไม่เท่ากัน
15. ความกว้างของกราฟสัมพันธ์กับค่าใดในสมการ	15. ค่าของ $a$ คือ 2, -1, -1/2
16. นักเรียนจะอธิบายเกี่ยวกับ $ a $ ได้อย่างไร	16. ถ้า $ a $ เพิ่มขึ้นกราฟจะมีลักษณะแคบลง ถ้า $ a $ น้อยลงกราฟจะมีลักษณะกว้างขึ้น

2.4 ครูให้นักเรียนสรุปลักษณะของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a<0$  ลงสมุด เมื่อนักเรียนสรุปเสร็จ ครูติดแผนภูมิสรุปให้นักเรียนอ่านพร้อมกันอีกครั้ง

กราฟของสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a<0$  จะมีกราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ มีแกน  $y$  เป็นแกนสมมาตร มีจุดสูงสุดของกราฟ คือจุด  $(0,0)$  และกราฟมีลักษณะแคบลงเมื่อ  $|a|$  เพิ่มขึ้น

### 3. ขั้นสรุป

3.1 ครูให้นักเรียนสรุปรวมทั้ง 2 กรณีเกี่ยวกับพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a\neq 0$  โดยการใช้คำถามเป็นรายบุคคล เมื่อได้ข้อสรุปแล้วให้นักเรียนจดลงสมุด ดังนี้

ครู	นักเรียน
พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a\neq 0$	
17. ถ้า $a>0$ จะได้กราฟมีลักษณะอย่างไร	17. เป็นพาราโบลาหงาย
18. ถ้า $a<0$ จะได้กราฟมีลักษณะอย่างไร	18. เป็นพาราโบลาคว่ำ
19. จุดยอดของกราฟ คืออะไร	19. จุด $(0,0)$
20. แกนสมมาตรของกราฟ คืออะไร	20. แกน $y$
21. เขียนในรูปสมการเส้นตรงได้อย่างไร	21. เส้นตรง $x=0$
22. ค่า $ a $ มีความเกี่ยวข้องอย่างไรกับลักษณะของกราฟบ้าง	22. $ a $ มากขึ้นกราฟจะแคบลง , $ a $ น้อยลงกราฟจะแคบลง
23. ในกรณีที่ $a>0$ และ $a<0$ กราฟมีลักษณะใดบ้างที่เหมือนกัน	23. มีจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดอยู่ที่เดียวกัน คือจุด $(0,0)$ ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด คือ $y=0$ และแกนสมมาตรเป็นแกนเดียวกัน คือแกน $y$
24. ในกรณีที่ $a>0$ และ $a<0$ พาราโบลา $y=ax^2$ มีลักษณะใดบ้างที่แตกต่างกัน	24. ถ้า $a>0$ เป็นพาราโบลาหงาย ไม่มีจุดสูงสุด มีแต่จุดต่ำสุด คือ $(0,0)$ ค่าต่ำสุดของ $y$ คือ $y=0$ ถ้า $a<0$ เป็นพาราโบลาคว่ำ ไม่มีจุดต่ำสุด มีแต่จุดสูงสุด คือ $(0,0)$ ค่าสูงสุดของ $y$ คือ $y=0$

3.2 ครูแจกเอกสารฝึกหัดให้นักเรียนทุกคนทำหลังจากนั้น ครูเรียกนักเรียนเฉลยคำตอบว่ามีที่ผิด หรือนักเรียนไม่เข้าใจ ครูอธิบายให้ฟังอีกครั้ง

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน 2. สังเกตจากการสรุป 3. ทำใบตรวจงานที่ 2 4. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสรุปได้ถูกต้อง 3. นักเรียนทุกคนทำใบตรวจงานเสร็จ 4. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดได้ถูกต้องประมาณ 95%

หมายเหตุ ครูใช้คำถามทั้งหมด 24 คำถาม

เป็นคำถามระดับสูง 14 คำถาม คิดเป็นร้อยละ 58.3

เป็นคำถามระดับต่ำ 10 คำถาม คิดเป็นร้อยละ 41.7

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**บัตรงานที่ 2**

1. กราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=ax^2$  เมื่อ  $a < 0$

คำสั่ง จงเขียนกราฟของสมการ  $Y=-x^2$ ,  $y=-2x^2$  และ  $y=-\frac{1}{2}x^2$  ลงบนแกนคู่เดียวกัน ดังนี้

1. ให้นักเรียนหาค่า  $y$  ที่ทำให้สมการเป็นจริง เติมในตาราง

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = -x^2$									
$y = -2x^2$									
$y = -\frac{1}{2}x^2$									

2. ให้นักเรียนนำคู่อันดับ  $(x,y)$  ที่ได้ของแต่ละสมการไปเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน


จากกราฟ ให้นักเรียนตอบคำถาม ดังนี้

- กราฟทั้ง 3 มีลักษณะอย่างไร.....
- จุดยอดของกราฟทั้ง 3 คือ.....
- แกนสมมาตรของกราฟทั้ง 3 คือ.....
- ค่าของ  $|a|$  เพิ่มขึ้นกราฟจะมีลักษณะอย่างไร.....



## เอกสารฝึกหัด

### เรื่อง พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

**คำสั่ง** จงเติมคำตอบลงในช่องว่างต่อไปนี้

สมการ	ลักษณะกราฟ (หงาย/คว่ำ)	แกนสมมาตร	จุดสูงสุด/ต่ำสุด	ค่าสูงสุด/ต่ำสุด
1. $y = 4x^2$				
2. $y = -8x^2$				
3. $y = -\frac{2}{3}x^2$				
4. $y = -5x^2$				
5. $y = \pi x^2$				
6. $y = -14x^2$				
7. $y = \frac{25}{7}x^2$				
8. $y = -111x^2$				
9. $y = \frac{3}{4}x^2$				
10. $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$				
11. $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$				
12. $y = kx^2$ เมื่อ $k > 0$				

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลา ต่อไปนี้ แล้วตอบคำถามข้อ ถึงข้อ

1.  $y = 0.1x^2$

2.  $-2y = 8x^2$

3.  $\frac{y}{7} = -2x^2$

4.  $y = -\frac{5}{2}x^2$

5.  $y + \sqrt{3}x^2 = 0$

ก. สมการของพาราโบลาใดบ้างที่มีกราฟเป็นพาราโบลาหงาย .....

ข. สมการของพาราโบลาใดบ้างที่มีกราฟเป็นพาราโบลาคงว่า.....

ค. จุดสูงสุด หรือจุดต่ำสุดของแต่ละสมการคือจุดใด.....

ง. แกนสมมาตรของกราฟทั้ง 5 มีสมการเป็นอย่างไร.....

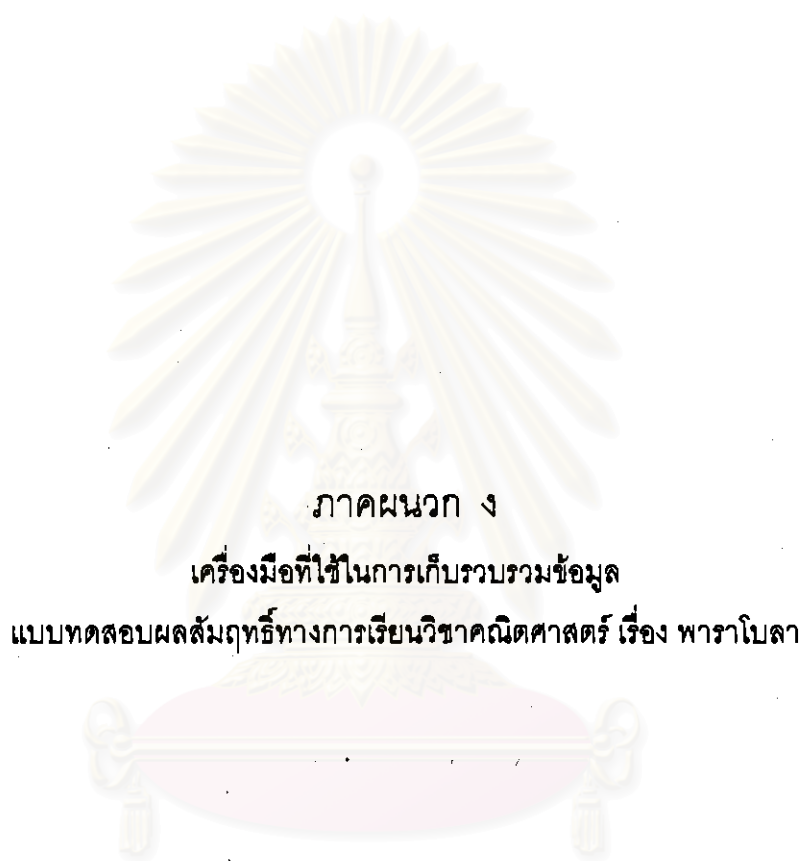
จ. จงเรียงสมการของพาราโบลาที่มีความกว้างจากน้อยไปมาก(ใส่เฉพาะหมายเลขข้อ)

.....

3. จงเปรียบเทียบลักษณะกราฟของสมการ  $y = \sqrt{2}x^2$  กับ  $3y = -2x^2$

.....  
 .....  
 .....

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 17 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหา และพฤติกรรมที่ต้องการวัด

เนื้อหา	ระดับของพฤติกรรมที่ต้องการวัด				
	ความรู้ ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม
1. สมการพาราโบลา	1 (ข้อ1)	1 (ข้อ16)	1 (ข้อ31)	1 (ข้อ46)	4
2. พาราโบลาที่กำหนดด้วย สมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$	2 (ข้อ 2-3)	2 (ข้อ 17-18)	2 (ข้อ 32-33)	2 (ข้อ 47-48)	8
3. พาราโบลาที่กำหนดด้วย สมการ $y=ax^2+k$ เมื่อ $a \neq 0$	3 (ข้อ 4-6)	3 (ข้อ 19-21)	3 (ข้อ 34-36)	3 (ข้อ 49-61)	12
4. พาราโบลาที่กำหนดด้วย สมการ $y=a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$	2 (ข้อ 7-8)	2 (ข้อ 22-23)	2 (ข้อ 37-38)	2 (ข้อ 52-53)	8
5. พาราโบลาที่กำหนดด้วย สมการ $y=a(x-h)^2+k$ เมื่อ $a \neq 0$	3 (ข้อ 9-11)	3 (ข้อ 24-26)	3 (ข้อ 39-41)	3 (ข้อ 54-56)	12
6. พาราโบลาที่กำหนดด้วย สมการ $y=ax^2+bx+c$ เมื่อ $a \neq 0$	4 (ข้อ12-15)	4 (ข้อ 27-30)	4 (ข้อ 42-45)	4 (ข้อ 57-60)	16
รวมจำนวนข้อสอบทั้งหมด	15	15	15	15	60

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 18 แสดงจำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกในกลุ่มสูง ( $R_H$ ) จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกในกลุ่มต่ำ ( $R_L$ ) ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา จำนวน 40 ข้อ

ข้อที่	$R_H$	$R_L$	P	r
1	57	25	0.74	0.23
2	45	10	0.50	0.41
3	58	25	0.75	0.25
4	59	15	0.67	0.50
5	62	23	0.77	0.35
6	58	16	0.67	0.46
7	59	24	0.75	0.28
8	32	8	0.36	0.27
9	50	11	0.55	0.46
10	53	22	0.68	0.24
11	42	16	0.52	0.23
12	47	14	0.55	0.35
13	35	5	0.36	0.39
14	44	10	0.49	0.40
15	46	9	0.50	0.45
16	45	19	0.58	0.20
17	27	8	0.32	0.20
18	30	8	0.34	0.24
19	44	18	0.56	0.21
20	36	12	0.43	0.24
21	57	18	0.68	0.40
22	57	19	0.68	0.37
23	22	5	0.24	0.20

ข้อที่	$R_H$	$R_L$	P	$r$
24	46	13	0.53	0.36
25	41	10	0.46	0.36
26	38	7	0.41	0.38
27	41	12	0.48	0.31
28	39	10	0.44	0.33
29	50	17	0.60	0.32
30	36	8	0.40	0.33
31	45	13	0.52	0.34
32	36	9	0.41	0.31
33	32	10	0.38	0.23
34	27	4	0.28	0.30
35	42	12	0.49	0.32
36	38	11	0.44	0.29
37	38	13	0.46	0.24
38	40	14	0.49	0.25
39	34	7	0.37	0.33
40	32	5	0.33	0.34

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา

### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 40 ข้อ ใช้เวลาทำ 90 นาที
2. มีบางรูปในข้อสอบเขียนโดยไม่ได้ใช้ขนาดที่ถูกต้องตามข้อกำหนดเป็นเพียงรูปคร่าวๆเท่านั้น
3. ขอให้นักเรียนทำข้อสอบทุกข้อ
4. ห้ามขีดเขียน หรือทำเครื่องหมาย หรือข้อความใดๆลงในข้อสอบ
5. วิธีตอบแบบทดสอบให้นักเรียนอ่านข้อคำถาม แล้วเลือกคำตอบที่นักเรียนเห็นว่าถูกต้องเพียงข้อเดียว ในการตอบคำถามแต่ละข้อให้เขียน X ลงในช่อง  ที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบ

### ตัวอย่าง

ข้อ 0 กราฟของสมการ  $y=0$  และ  $y=x-5$  ตัดกันที่จุดใด

- |          |           |
|----------|-----------|
| ก. (5,0) | ข. (-5,0) |
| ค. (0,0) | ง. (0,-5) |

ถ้านักเรียนเลือกตอบข้อ ค ให้ทำเครื่องหมายในกระดาษคำตอบดังนี้

ก            ข            ค            ง

ข้อ 0

		X	
--	--	---	--

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ขีดเส้นทับในข้อที่ไม่ต้องการ เช่น เปลี่ยนจากข้อ ค เป็นข้อ ก ดังนี้

ก            ข            ค            ง

ข้อ 0

X		X	
---	--	---	--

(1) กราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y = -x^2 + 3$  มีจุดสูงสุด หรือจุดต่ำสุดเป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

ก. มีจุดต่ำสุด คือจุด (0,3)

ข. มีจุดสูงสุด คือจุด (3,0)

ค. มีจุดต่ำสุด คือจุด (3,0)

ง. มีจุดสูงสุด คือจุด (0,3)

(2) เส้นตรงในข้อใดต่อไปนี้ เป็นแกนสมมาตรของพาราโบลา  $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$

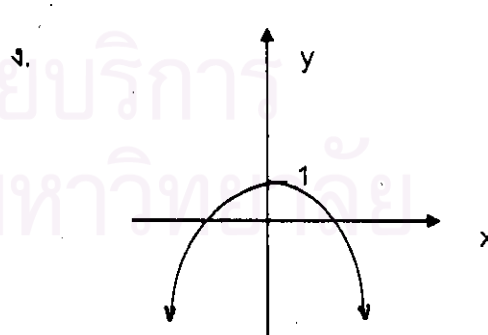
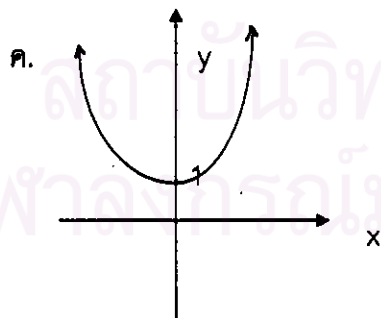
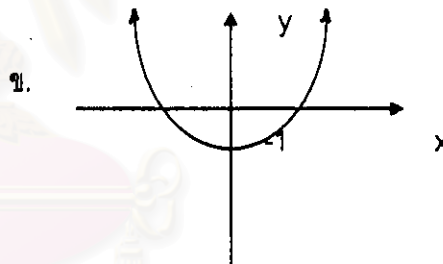
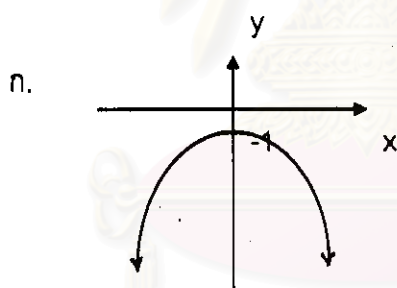
ก. เส้นตรง  $y=0$

ข. เส้นตรง  $x = \frac{1}{4}$

ค. เส้นตรง  $x=0$

ง. เส้นตรง  $x=-2$

(3) กราฟของสมการ  $y = x^2 - 1$  ตรงกับข้อใดต่อไปนี้



(4) กราฟของสมการ  $y = a(x-h)^2$  มีพิกัดของจุดยอดตรงกับข้อใด

ก. (a,h)

ข. (h,a)

ค. (0,h)

ง. (h,0)



**คำชี้แจง** ให้ใช้ข้อความข้างล่างนี้ตอบคำถามข้อ (5) ถึง ข้อ (7)

“กำหนดสมการของพาราโบลา คือ  $y = -\frac{1}{2}(x-5)^2 + 3$  ”

(5) พาราโบลาที่กำหนดมีพิกัดของจุดยอดตรงกับข้อใด

- |           |            |
|-----------|------------|
| ก. (5,3)  | ข. (5,-3)  |
| ค. (-5,3) | ง. (-5,-3) |

(6) เมื่อพิจารณาจากสมการที่กำหนดให้ แกนสมมาตรของพาราโบลา คือเส้นตรงใด

- |            |             |
|------------|-------------|
| ก. $X = 5$ | ข. $X = -5$ |
| ค. $X = 3$ | ง. $y = 3$  |

(7) ค่าสูงสุด หรือ ค่าต่ำสุดของพาราโบลาที่กำหนดให้ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- |                        |                              |
|------------------------|------------------------------|
| ก. ค่าสูงสุด คือ $y=5$ | ข. ค่าสูงสุด คือ $y=3$       |
| ค. ค่าต่ำสุด คือ $y=3$ | ง. พาราโบลานี้ไม่มีค่าสูงสุด |

(8) กราฟของสมการ  $y = x^2 + 2x - 3$  ตัดแกน  $x$  ที่จุดใด

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| ก. (0,3) และ (0,-1) | ข. (3,0) และ (-1,0) |
| ค. (0,-3) และ (0,1) | ง. (-3,0) และ (1,0) |

**คำชี้แจง** ใช้ข้อความต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ (9) ถึง ข้อ(10)

“กำหนดสมการพาราโบลา คือ  $y = 2x^2 - 4x + 5$  ”

(9) ค่าสูงสุด หรือค่าต่ำสุดของพาราโบลาเป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| ก. ค่าสูงสุด คือ $y = 7$ | ข. ค่าต่ำสุด คือ $y = 3$ |
| ค. ค่าสูงสุด คือ $y = 1$ | ง. ค่าต่ำสุด คือ $y = 5$ |

(10) จุดต่ำสุดของพาราโบลา มีพิกัดตรงกับข้อใด

- |          |          |
|----------|----------|
| ก. (3,1) | ข. (1,3) |
| ค. (1,7) | ง. (2,7) |

(11) กำหนดสมการ  $y=cx^2+dx+e$  ถ้าต้องการเขียนให้ได้กราฟพาราโบลา

ต้องกำหนดเงื่อนไขอย่างไรจึงจะถูกต้องที่สุด

- ก. ต้องให้  $c \neq 0$  และ  $d \neq 0$  ด้วย
- ข. ต้องให้  $c \neq 0$  และ  $e \neq 0$  ด้วย
- ค. ต้องให้  $c \neq 0$  และ  $d \neq 0$  และ  $e \neq 0$
- ง. ต้องให้  $c \neq 0$  ส่วน  $d$  หรือ  $e$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

(12) ข้อใดกล่าวถึงกราฟของสมการ  $p=\sqrt{2}q^2$  ได้ถูกต้องที่สุด

- ก. จุดยอด คือจุด  $(\sqrt{2}, 0)$
- ข. แกนสมมาตร คือเส้นตรง  $q=0$
- ค. เป็นรูปพาราโบลาคว่ำ
- ง. ค่าสูงสุดของกราฟ คือ  $p=0$

(13) กำหนดสมการ  $y = \frac{2}{3}x^2$  และ  $y = -\frac{2}{3}x^2$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- ก. จุดยอดของกราฟทั้ง 2 อยู่ที่เดียวกัน
- ข. ค่าสูงสุดของกราฟทั้ง 2 เท่ากัน
- ค. แกนสมมาตรของกราฟทั้งสอง คือเส้นตรง  $y=0$  เดียวกัน
- ง. กราฟทั้งสองผ่านจุด  $(3,6)$

(14) กราฟของสมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นพาราโบลานางายทุกรูป

- ก.  $Y=4x^2+7$ ,  $4-y = 3x^3$ ,  $y=3x^2$
- ข.  $Y=9x^2$ ,  $y=2x^2-6$ ,  $y=3-4x^2$
- ค.  $x^2-y = 0$ ,  $-6x^2 = -y$ ,  $7y = 4x^2+5$
- ง.  $3-y=3x^2$ ,  $y=2+5x^2$ ,  $y=x^2-1$

(15) พิจารณากราฟของสมการ  $y = \frac{1}{7}x^2 - 2$ ,  $y = \frac{1}{7}x^2$  และ  $y = \frac{1}{7}x^2 + 2$  ข้อสรุปต่อไปนี้เป็นเท็จ

- ก. กราฟทั้ง 3 เป็นพาราโบลาหงาย
- ข. จุดต่ำสุดของกราฟทั้ง 3 เป็นจุดเดียวกัน
- ค. แกนสมมาตรของกราฟทั้ง 3 เป็นเส้นตรงเดียวกัน
- ง. จุดยอดของกราฟ  $y = \frac{1}{7}x^2 - 2$  และกราฟ  $y = \frac{1}{7}x^2 + 2$  อยู่ห่างกัน 4 หน่วย

(16) กำหนดสมการ  $y = mx^2 + n$  เมื่อ  $m, n$  เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้า  $m > 0$  และ  $n < 0$  แล้วข้อใดสรุปถูก

- ก. กราฟเป็นรูปพาราโบลาคว่ำ
- ข. จุดยอดของกราฟ คือจุด  $(m, n)$
- ค. แกนสมมาตร คือ แกน  $y$
- ง. ค่าสูงสุดของกราฟ คือ  $y = n$

(17) ข้อใดกล่าวถึงกราฟของสมการ  $y = \frac{3}{4}(x-5)^2$  และ  $y = \frac{3}{4}(x+5)^2$  ไม่ถูกต้อง

- ก. มีแกนสมมาตรเป็นเส้นตรงเดียวกัน
- ข. ค่าต่ำสุดของกราฟทั้งสองเท่ากัน
- ค. จุดต่ำสุดของกราฟทั้งสองอยู่ห่างกัน 10 หน่วย
- ง. ถ้าเขียนกราฟของสมการบนกระดาษกราฟคนละแผ่น โดยใช้สเกลบนแกนพิกัดฉากเหมือนกัน แล้วนำกราฟมาทับกันจะทับกันได้สนิท

(18) พิจารณาสมการพาราโบลาต่อไปนี้

1.  $y = -2(x+3)^2$
2.  $y = \frac{4}{3}(x-1)^2 + 5$
3.  $3y = (x+2)^2 + 1$
4.  $\frac{y}{4} = -(x+9)^2 - 1$

ข้อต่อไปนี้เป็นเรียงลำดับความกว้างของกราฟในข้อ 1-4 จากมากไปน้อยได้ถูกต้อง

- ก. 4,1,3,2      ข. 4,1,2,3
- ค. 1,4,3,2      ง. 3,2,1,4

(19) กราฟในข้อใดต่อไปนี้เป็นแคบที่สุด

ก.  $Y = -0.2x^2 + 5x - 1$

ข.  $Y = -3x^2 + 4x - 13$

ค.  $Y = 2x^2 - 3x - 9$

ง.  $Y = 0.1x^2 + 6x + 4$

(20) จากรูปเป็นกราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y = A(x-H)^2 + K$

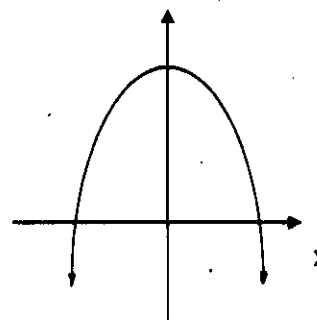
ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก.  $A > 0, H = 0, K > 0$

ข.  $A > 0, H \neq 0, K = 0$

ค.  $A < 0, H = 0, K > 0$

ง.  $A < 0, H \neq 0, K = 0$



(21) สมการในข้อใด เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด

ก.  $Y = x^2 + 1$

ข.  $Y^2 - x^2 = y^2 - y - 2$

ค.  $Y - 6x^2 = 0$

ง.  $Y - 2 = x^2$

(22) จากรูป เป็นกราฟของสมการ  $y = \frac{3}{4}x^2$  ดังนั้นความยาว

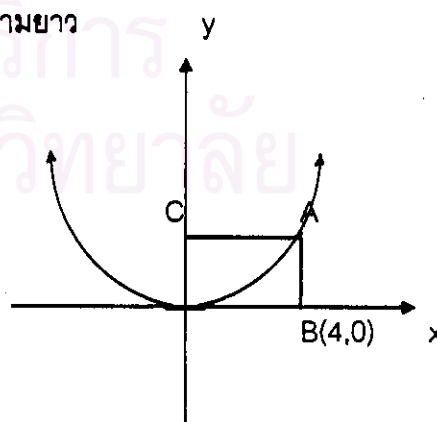
ของส่วนของเส้นตรง AB เท่ากับข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. 10.5 หน่วย

ข. 12.0 หน่วย

ค. 14.2 หน่วย

ง. 16.0 หน่วย



(23) กราฟของสมการ  $y = x^2 - K$  ตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(\sqrt{5}, 0)$  และ  $(-\sqrt{5}, 0)$  แล้ว  $K$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $\pm\sqrt{5}$

ข.  $\sqrt{5}$

ค.  $\pm 5$

ง. 5

(24) เมื่อโยนลูกบอลขึ้นไปในอากาศในเวลา  $t$  (นาทิจ) ระยะทางที่ลูกบอลเคลื่อนที่  $s$  (เมตร) เป็นไปตามสมการ  $S = 20 - 5t^2$  จงหาว่าลูกบอลขึ้นไปได้สูงสุดเป็นระยะทางเท่าไร

ก. 10 เมตร

ข. 15 เมตร

ค. 20 เมตร

ง. 21 เมตร

(25) ถ้า  $(m, n)$  เป็นจุดยอดของกราฟ  $y = -2x^2 + \frac{1}{2}$  แล้วค่าของ  $m^2 + 2mn + n^2$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $\frac{1}{4}$

ข.  $\frac{1}{2}$

ค.  $\frac{3}{4}$

ง.  $\frac{3}{2}$

(26) แกนสมมาตรของกราฟของสมการ  $y = 2(x-6)^2$  กับ  $y = -3(x+1)^2$  อยู่ห่างกันกี่หน่วย

ก. 4 หน่วย

ข. 5 หน่วย

ค. 6 หน่วย

ง. 7 หน่วย

(27) กราฟของสมการในข้อใดต่อไปนี้มีจุดต่ำสุดอยู่บนเส้นตรง  $x+4 = 0$

ก.  $Y = (x-4)^2$

ข.  $Y = (x+4)^2$

ค.  $Y = x^2 + 4$

ง.  $Y = x^2 - 4$

(28) ถ้า  $(a,b)$  เป็นจุดสูงสุดของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=-7(x+1)^2+2$  แล้ว  $(a,b)$  เป็นจุดอยู่บนเส้นตรงใด

ก.  $X+y=-6$

ข.  $X+y=3$

ค.  $X+y=1$

ง.  $X+y=-5$

(29) ถ้าจุดยอดของกราฟของสมการ  $y=1-2(x+3)^2$  คือจุด  $(a,b)$  แล้วค่าของ  $2a-3b$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 2

ข. 8

ค. 9

ง. -9

(30) ถ้าพาราโบลา  $y=2x^2+9x-5$  ตัดแกน  $x$  ที่จุด 2 จุดที่ต่างกัน คือจุด  $(m,0)$  และจุด  $(n,0)$  แล้ว  $m+n$  มีค่าเท่าใด

ก. 4.5

ข. 5.5

ค. -4.5

ง. -5.5

(31) กำหนดให้  $p, q$  และ  $r$  เป็นค่าคงตัว เส้นในข้อใดต่อไปนี้ทำให้สมการ  $y=px^2+qx+r$  ไม่ใช่สมการพาราโบลา

ก.  $P>0, q=0$  และ  $r<0$

ข.  $P<0, q\neq 0$  และ  $r=0$

ค.  $P=0, q\neq 0$  และ  $r>0$

ง.  $P\neq 0, q>0$  และ  $r\neq 0$

(32) ถ้าให้กราฟของสมการ  $y=x^2$  เคลื่อนที่ไปทางซ้ายของแกน  $y$  เป็นระยะ 9 หน่วย แล้วสมการที่ได้ใหม่ มีสมการตรงกับข้อใด

ก.  $Y=(x+9)^2$

ข.  $Y=x^2+9$

ค.  $Y=(x-9)^2$

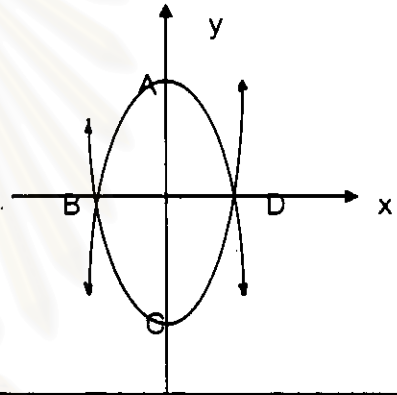
ง.  $Y=x^2-9$

(33) ถ้ากราฟของสมการ  $y = -x^2 + 3$  ตัดแกน  $x$  ที่จุด  $A$  และ  $B$  และตัดแกน  $y$  ที่จุด  $C$  พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มีค่าเท่าใด

- ก.  $\sqrt{3}$  ตารางหน่วย  
 ข.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  ตารางหน่วย  
 ค.  $3\sqrt{3}$  ตารางหน่วย  
 ง.  $2\sqrt{3}$  ตารางหน่วย

(34) จากรูปเป็นกราฟของสมการ  $y = x^2 - 9$  และ  $y = -x^2 + 9$  พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$  เท่ากับเท่าใด

- ก. 9 ตารางหน่วย  
 ข. 18 ตารางหน่วย  
 ค. 27 ตารางหน่วย  
 ง. 54 ตารางหน่วย

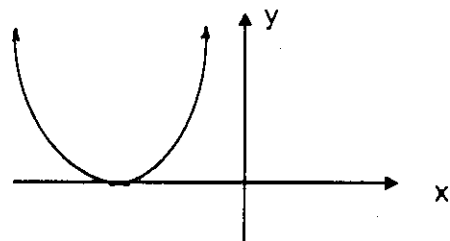


(35) กำหนดสมการ  $y = x^2 + k$  และ  $y = -2x^2 + p$  โดยที่  $k, p$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $k > 0, p < 0$  ถ้าเขียนกราฟของสมการทั้งสองลงบนแกนเดียวกัน แล้วจุดยอดของกราฟทั้งสองอยู่ห่างกันกี่หน่วย

- ก.  $|k| - |p|$  หน่วย  
 ข.  $p - k$  หน่วย  
 ค.  $|k| + |p|$  หน่วย  
 ง.  $|p + k|$  หน่วย

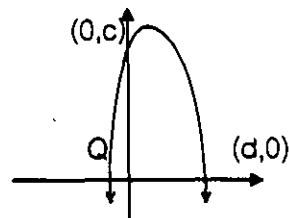
(36) จากรูป เป็นกราฟของสมการ  $y = a(x-h)^2$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- ก.  $A > 0, h < 0$   
 ข.  $A > 0, h > 0$   
 ค.  $A < 0, h < 0$   
 ง.  $A < 0, h > 0$



(37) จากรูป เป็นพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ  $y=-(x-3)^2+36$  ตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(0,c)$  และตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(d,0)$  และจุด  $Q$  แล้ว ค่าของ  $c+d$  เท่ากับข้อใด

- ก. 10  
ข. 24  
ค. 28  
ง. 36



(38) กำหนดสมการ  $y=ax^2+bx+c$  เมื่อ  $a>0, b\neq 0, c\neq 0$  ถ้า  $\frac{4ac-b^2}{4a} = 0$  แล้วข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นเท็จ

- ก. สมการใหม่เป็น  $y = a(x + \frac{b}{2a})^2$   
ข. กราฟมีค่าต่ำสุด คือ  $y=0$   
ค. สมการแกนสมมาตร คือ  $x=0$   
ง. จุดต่ำสุดของกราฟ คือ  $(-\frac{b}{2a}, 0)$

(39) พิจารณาขั้นตอนการหาจุดยอดของพาราโบลา  $y=6x^2-10x+7$  โดยจัดสมการให้อยู่ในรูป  $y=a(x-h)^2+k$  ดังนี้

$$y = 6x^2 - 10x + 7$$

$$y = 6[x^2 - \frac{10}{6}x + \frac{7}{6}]$$

$$y = 6[x^2 - 2(A)x + (A^2 - A^2) + \frac{7}{6}]$$

$$y = 6[(x^2 - 2(A)x + A^2) - A^2 + \frac{7}{6}]$$

$$y = 6[(x - A)^2 + B]$$

$$y = 6(x - A)^2 + C$$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- ก.  $B = -3$   
ข.  $A + C = 2$   
ค.  $B = C$   
ง.  $A > B$



(40) วิธีหาจุดยอดของพาราโบลา  $y=3x^2-6x-5$  โดยเปลี่ยนสมการให้อยู่ในรูป  $y=a(x-h)^2+k$

ดังนี้

(1)  $y = 3x^2-6x-5$

(2)  $y = 3\left[x^2-2x-\frac{5}{3}\right]$

(3)  $y = 3\left[x^2-2(1)x+\{1^2-1^2\}-\frac{5}{3}\right]$

(4)  $y = 3\left[(x^2-2(1)x+1^2)-1^2-\frac{5}{3}\right]$

(5)  $y = 3\left[(x-1)^2-\frac{8}{3}\right]$

(6)  $y = 3(x-1)^2-\frac{8}{3}$

วิธีการหาจุดยอดนี้มีที่ผิดตรงไหน

ก. (2)

ข. (3)

ค. (5)

ง. (6)

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียน

นางปรุง อินทมาตร์ เกิดเมื่อวันที่ 26 ธันวาคม 2504 ที่อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสาคร สำเร็จการศึกษาปริญญาการศึกษาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร เมื่อปีการศึกษา 2527 และเข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโทบัณฑิตสาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2540 ปัจจุบันรับราชการในตำแหน่ง อาจารย์ 2 ระดับ 6 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสาคร



สถาบันวิทย์บริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย