

หุ่นยนต์โคบอลทปรับขนาด



นายศุภพน จันทรพัฒน์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2551

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A RESIZABLE COLLABORATIVE ROBOT



Mr. Supaphon Chanphat

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Engineering Program in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic year 2008

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

หุ่นยนต์โคบอลทอปปรับขนาด

โดย

นายศุภพน จันทรพัฒน์

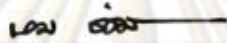
สาขาวิชา

วิศวกรรมเครื่องกล

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์

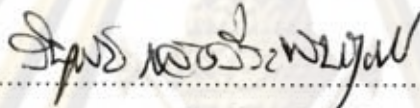
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาตรีบัณฑิต



คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

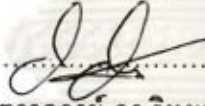
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศฤทธิ์วงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ)



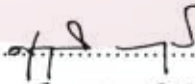
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์)



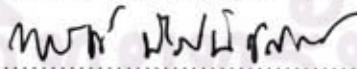
กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รัชทิน จันทรเจริญ)



กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศุภวุฒิ จันทรานุกวัฒน์)



กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.พรชัย นิเวศน์รังสรรค์)

ศูนย์วิจัยและพัฒนาการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศุภพน จันทรพัฒน์ : หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด. (A RESIZABLE COLLABORATIVE ROBOT) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร. วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์, 121 หน้า.

โคบอท หรือหุ่นยนต์โคบอท คือกลุ่มของเครื่องอัตโนมัติและอุปกรณ์เชิงหุ่นยนต์ชนิด แพลตฟอร์มแบบสมบูรณ์ที่ออกแบบสำหรับทำงานร่วมกับมนุษย์โดยตรงบนพื้นที่ทำงานเดียวกัน งานวิจัยนี้นำเสนอหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบใหม่ โดยเรียกว่า หุ่นยนต์โคบอทแบบปรับขนาดได้ ซึ่งมีคุณลักษณะพิเศษที่ขยายและลดขนาดของรูปร่างระหว่างการใช้งานตามเส้นทาง โปรแกรมที่กำหนดไว้ หุ่นยนต์โคบอทแบบปรับขนาดมีพื้นที่ทำงานในแนวระนาบสามมิติ โดยมีการปรับขยายตัวเพิ่มอีกหนึ่งมิติ ในงานวิจัยได้ทำการพัฒนาจลนศาสตร์ของ หุ่นยนต์โคบอทอย่างมีรูปแบบ วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของเวกเตอร์สัมผัสและเวกเตอร์ ความโค้ง โดยใช้ความยาวของเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นพารามิเตอร์หลัก และนำเสนอแนวคิด ใหม่ด้วยการกำหนดปริภูมิการปรับขนาดแยกจากปริภูมิการทำงาน ต้นแบบของ หุ่นยนต์โคบอทแบบปรับขนาดได้ถูกออกแบบและสร้างเพื่อทดสอบความถูกต้องของ จลนศาสตร์การปรับขนาดและเพื่อศึกษาพฤติกรรม โดยพัฒนาระบบควบคุมแบบป้อน ล่วงหน้าและแบบป้อนกลับสำหรับควบคุม และได้นำเสนอผลการจำลองและการทดสอบจริง ของหุ่นยนต์ต้นแบบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....
ปีการศึกษา.....2551.....

ลายมือชื่อนิสิต.....ศุภพน จันทรพัฒน์.....
ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

4771840221 : MAJOR Mechanical Engineering

KEYWORDS : Cobot: Collaborative Robot / Haptic / CVT: Continuously Variable Transmission.

Supaphon Chanphat : A RESIZABLE COLLABORATIVE ROBOT. ADVISOR :
Asst. Prof. WITAYA WANNASUPHOPRASIT, 121 pp.

Cobots, or Collaborative Robots, are a class of intrinsically passive robotic devices designed for direct collaboration with a human operator within a shared workspace. This research presents a novel Cobot called Resizable Cobot that can expand or retract its configuration during operation according to preprogrammed paths. The Resizable Cobot is a planar Cobot that possesses a three-dimensional configuration space, with an additional transformation expanding its space. Tangent and curvature transformations including detailed kinematics of the transformable Cobot using a path length parameter are systematically derived. In addition, kinematics of motion and expansion can be planned separately. The design and construction of the tabletop prototype is presented. A feed-forward with feedback control is implemented and kinematic simulation and experimental results are provided.

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department : Mechanical Engineering

Student's Signature

Ch. Supaphan

Field of Study : Mechanical Engineering

Advisor's Signature

Witaya Wannasuphopsit

Academic Year : 2008

กิตติกรรมประกาศ

การจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างยิ่งของ ผศ.ดร. วิทยา วัฒนสุโขประสิทธิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้กรุณาสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำแนะนำ คำปรึกษา และข้อคิดเห็นต่างๆ พร้อมทั้งจัดหาทุนวิจัยและอุปกรณ์ที่ใช้ในการจัดทำวิทยานิพนธ์นี้มาให้โดยตลอด ในที่นี้ ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ตลอดจนท่านคณะกรรมการทุกท่านสำหรับคำแนะนำและการเอื้อเฟื้ออุปกรณ์ต่างๆ

นอกจากนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ได้ให้ทุนอุดหนุนการทำวิจัยและการจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รวมทั้งสถาบันเทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติที่ได้ให้โอกาสผู้วิจัยเข้าร่วมโครงการวิจัยอันนำมาซึ่งประสบการณ์และทุนวิจัยแก่ผู้วิจัย

นอกจากนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่ได้ให้กำลังใจและความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัยในทุกๆ ด้าน มาโดยตลอด ตลอดจนท่านคณาจารย์ผู้ทรงคุณวุฒิที่ได้ถ่ายทอดความรู้และให้คำแนะนำ รวมไปถึงเพื่อนนักศึกษา รุ่นพี่ รุ่นน้อง ทั้งในระดับปริญญาเอกและปริญญาโทที่ได้ร่วมกันให้ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะต่างๆ พร้อมทั้งยังได้ให้กำลังใจที่ดีแก่กันเสมอมา

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 หลักการทำงานของหุ่นยนต์โคบอท.....	1
1.2 ปัญหาและที่มาของงานวิจัย	3
1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	3
1.4 ขอบเขตของงานวิจัย	3
1.5 ประโยชน์ของงานวิจัย	4
บทที่ 2 หุ่นยนต์โคบอท.....	5
2.1 ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดแบบต่อเนื่อง (Continuous Variable Transmission, CVT) ..	5
2.2 ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่องแบบล้อ.....	6
2.3 ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่องแบบทรงกลม.....	7
2.4 หุ่นยนต์โคบอท	8
2.4.1 การทำงานในแบบเคลื่อนที่อิสระ (Virtual Caster Mode/Free mode)	10
2.4.2 การทำงานในแบบบังคับเส้นทางการเคลื่อนที่ (Path mode).....	10
2.4.3 การทำงานในแบบสร้างกำแพงเสมือน (Virtual Wall Mode).....	10
2.5 ตัวอย่างผลงานสร้างหุ่นยนต์โคบอทที่ผ่านมา	12
2.5.1 ยูนิไซเคิลหุ่นยนต์โคบอท (Unicycle Cobot).....	12
2.5.2 หุ่นยนต์โคบอทแบบสกูตเตอร์ (Scooter Cobot)	13
2.5.3 หุ่นยนต์โคบอทแบบ 3R (3R Cobot).....	13
2.5.4 หุ่นยนต์โคบอทแบบจอยสติค (Joystick Cobot)	14
2.5.5 หุ่นยนต์โคบอทแบบแขนกลยูนิไซเคิล (Unicycle Two-Arm Cobot).....	14

2.5.6 หุ่นยนต์โคบอทแขนกล 3 มิติ [8]	15
2.5.7 แผนโทกราฟหุ่นยนต์โคบอท [9]	16
2.5.8 หุ่นยนต์โคบอทแบบของไหล [10]	17
2.5.9 A High Performance 6 DOF Cobot [11].....	17
2.6 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด	18
บทที่ 3 การออกแบบและสร้างต้นแบบหุ่นยนต์โคบอทแบบปรับขนาด.....	20
3.1 แนวคิดเบื้องต้นในการออกแบบหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด	20
3.2 โมดูลล้อ	21
3.3 กลไกปรับขนาด.....	25
3.4 โมดูลฐาน.....	26
3.5 กลไกบังคับการปรับขนาด	28
3.6 โครงสร้างแขนวัดตำแหน่ง	29
3.7 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดติดตั้งแขนวัดตำแหน่ง	30
3.8 การจัดสร้างหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดพร้อมติดตั้งแขนกลวัดตำแหน่ง.....	31
บทที่ 4 จลนศาสตร์การปรับขนาดของหุ่นยนต์โคบอท	34
4.1 จลนศาสตร์ของล้อ.....	34
4.2 จลนศาสตร์การปรับขนาด	35
บทที่ 5 การจำลองระบบจลนศาสตร์.....	53
5.1 จลนศาสตร์สำหรับหุ่นยนต์ต้นแบบ.....	53
5.2 ไดอะแกรมของระบบจลนศาสตร์.....	59
5.3 การจำลองการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง	65
5.4 การจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียว 3 มิติ	69
5.4.1 การจำลองการเคลื่อนที่แบบขนาดคงที่.....	70
5.4.2 การจำลองการเคลื่อนที่พร้อมการขยายตัวเมื่อติดตั้งกลไกบังคับการบังคับการปรับขนาด.....	73
5.4.3 การจำลองการเคลื่อนที่พร้อมการขยายตัวอิสระ.....	77
5.6 สรุปผลการจำลองการทำงาน.....	80
บทที่ 6 ระบบควบคุมป้อนกลับ	82
6.1 การประมาณค่าความยาวโค้งการเคลื่อนที่.....	82

6.2 ระบบควบคุมป้องกันกลับในปริภูมิการทำงาน.....	85
6.3 ระบบควบคุมป้องกันกลับในปริภูมิปรับขนาด.....	87
6.4 การควบคุมมุมเดี่ยวล้อ.....	88
บทที่ 7 การทดลองจลนศาสตร์การปรับขนาด.....	90
7.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในระบบควบคุม.....	90
7.2 การเก็บค่าสัญญาณป้องกันกลับ.....	91
7.3 ผลการทดลอง.....	93
7.4 สรุปผลการทดลอง.....	103
บทที่ 8 สรุปผลและข้อเสนอแนะ.....	105
8.1 สรุปผลการวิจัย.....	105
8.2 ข้อเสนอแนะ.....	106
รายการอ้างอิง.....	108
ภาคผนวก.....	110
ภาคผนวก ก จลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอลทูปแบบเดิม.....	111
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	121



ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1 ตารางเปรียบเทียบคุณสมบัติของ CVT ชนิดต่างๆ.....	8
ตารางที่ 2.2 เปรียบเทียบคุณสมบัติของหุ่นยนต์โคบอลท์กับหุ่นยนต์และอุปกรณ์แฮฟติก.....	11



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

หน้า

รูปที่ 1.1 หุ่นยนต์โคบอทแบบยูนิไซเคิล.....	2
รูปที่ 1.2 หุ่นยนต์ที่ทำงานบนระนาบ [2].....	2
รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราทดและมุมเลี้ยวของล้อ	6
รูปที่ 2.2 ส่วนประกอบของซีวีทีแบบล้อ.....	6
รูปที่ 2.3 ส่วนประกอบของซีวีทีแบบทรงกลม.....	7
รูปที่ 2.4 มุมมองด้านบนของการจัดวางอุปกรณ์ของซีวีทีแบบทรงกลม.....	7
รูปที่ 2.5 มุมมองด้านข้างของการจัดวางอุปกรณ์ของซีวีทีแบบทรงกลม.....	7
รูปที่ 2.6 หุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอท [1].....	9
รูปที่ 2.7 การสร้างกำแพงเสมือน.....	9
รูปที่ 2.8 ไดอะแกรมแรงที่ผู้ใช้กระทำ [1].....	9
รูปที่ 2.9 หุ่นยนต์สตูดเตอร์โคบอท.....	12
รูปที่ 2.10 แผนผังซีวีทีของสตูดเตอร์.....	12
รูปที่ 2.11 การทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์กับหุ่นยนต์โคบอท (ซ้าย) และการประกอบประตู รถยนต์โดยใช้สตูดเตอร์หุ่นยนต์โคบอท [5].....	13
รูปที่ 2.12 หุ่นยนต์โคบอทแบบ 3R [7].....	14
รูปที่ 2.13 แผนผังการเชื่อมต่อซีวีทีใน 3R หุ่นยนต์โคบอท.....	14
รูปที่ 2.14 หุ่นยนต์โคบอทแบบจอยสติค.....	14
รูปที่ 2.15 หุ่นยนต์โคบอทแกนกลยูนิไซเคิล	15
รูปที่ 2.16 หุ่นยนต์โคบอทแกนกล 3 มิติ [8].....	16
รูปที่ 2.17 แผนผังการวางตัวของซีวีทีแบบล้อโดยมีทรงกลมเป็นชั้นเชื่อมต่อ	16
รูปที่ 2.18 หุ่นยนต์แพนโทกราฟโคบอท [9]	16
รูปที่ 2.19 การเชื่อมต่อซีวีทีแบบทรงกลม	17
รูปที่ 2.20 หุ่นยนต์โคบอทแบบของไหล [10]	17
รูปที่ 2.21 การแบ่งจ่ายของไหล [10]	17
รูปที่ 2.22 A High Performance 6 DOF Cobot [11].....	18
รูปที่ 2.23 ซีวีทีในหุ่นยนต์โคบอท High Performance	18
รูปที่ 2.24 การปรับขนาดของหุ่นยนต์โคบอท.....	19

รูปที่ 3.1 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดเมื่ออยู่ในขนาดปกติ	20
รูปที่ 3.2 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดในลักษณะขยายตัว	21
รูปที่ 3.3 ภาพด้านบนของโมดูลล้อ	23
รูปที่ 3.4 ภาพด้านล่างของโมดูลล้อ	24
รูปที่ 3.5 ส่วนประกอบของล้อ	25
รูปที่ 3.6 ส่วนประกอบของข้อต่อของแขนกลขนาน (ในรูปแบบแสดงเพียงข้างเดียว)	26
รูปที่ 3.7 โมดูลฐาน	27
รูปที่ 3.8 กลไกปรับขนาด	27
รูปที่ 3.9 การตั้งแกนพิกัดฉากของแขนวัดตำแหน่ง	29
รูปที่ 3.10 รายละเอียดบริเวณด้ามจับ	30
รูปที่ 3.11 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดและแขนวัดตำแหน่ง	31
รูปที่ 3.12 โมดูลล้อ	32
รูปที่ 3.13 หุ่นยนต์โคบอทขนาดปกติ	32
รูปที่ 3.14 หุ่นยนต์โคบอทขนาดขณะขยายตัว	33
รูปที่ 3.15 หุ่นยนต์โคบอทขณะขยายตัวออก ติดตั้งกับแขนวัดตำแหน่ง	33
รูปที่ 4.1 การเคลื่อนที่ของล้อ	34
รูปที่ 4.2 การตั้งแกนปริภูมิของหุ่นยนต์ต้นแบบ	35
รูปที่ 5.1 แผนผังภาพรวมของการจำลองการทำงานของจลนศาสตร์การปรับขนาด	60
รูปที่ 5.2 การกำเนิดการเคลื่อนที่อ้างอิงของปริภูมิการทำงาน	60
รูปที่ 5.3 การกำเนิดการเคลื่อนที่อ้างอิงของปริภูมิการปรับขนาด	61
รูปที่ 5.4 แผนผังรายละเอียดการจำลองการคำนวณมุมเลี้ยวของล้อ	62
รูปที่ 5.5 แผนผังการหาเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อจากความเร็วเลี้ยวของล้อ	63
รูปที่ 5.6 การหาเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงของล้อ	64
รูปที่ 5.7 กราฟความยาวโค้งของการเคลื่อนที่อ้างอิงและอัตราเร็ว	65
รูปที่ 5.8 กราฟอัตราเร็วอ้างอิงของการปรับขนาดอิสระของการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง	66
รูปที่ 5.9 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงพร้อมการปรับขนาดอิสระ	67
รูปที่ 5.10 มุมเลี้ยวล้อของการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงพร้อมการปรับขนาดอิสระ	68
รูปที่ 5.11 ระยะเวลาปรับขนาด t_i ของการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงพร้อมการปรับขนาดอิสระ	68
รูปที่ 5.12 เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงแบบเกลียวในปริภูมิการทำงาน	70

รูปที่ 5.13 ผลการจำลองการทำงานการเคลื่อนที่ตามเกลียว, ขนาดคงที่ และค่า $c = 1$	71
รูปที่ 5.14 มุมเลี้ยวล้อที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียว, ขนาดคงที่ และค่า $c = 1$..	71
รูปที่ 5.15 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียว, ขนาดคงที่ และค่า $c = 2$	72
รูปที่ 5.16 มุมเลี้ยวล้อที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียว, ขนาดคงที่และค่า $c = 2$	73
รูปที่ 5.17 แผนผังการกำเนิดการเคลื่อนที่อ้างอิงสำหรับการปรับขนาดบังคับ.....	74
รูปที่ 5.18 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียวและบังคับการปรับขนาด	75
รูปที่ 5.19 มุมเลี้ยวล้อที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียวและบังคับการปรับขนาด	76
รูปที่ 5.20 ระยะปรับขนาด L_i ของการเคลื่อนที่ตามเกลียวและบังคับการปรับขนาด.....	76
รูปที่ 5.21 กราฟความเร็วอ้างอิงของการปรับขนาดอิสระของการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง	77
รูปที่ 5.22 ผลการเคลื่อนที่ตามเกลียวและปรับขนาดอิสระ.....	78
รูปที่ 5.23 มุมเลี้ยวของที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียวและปรับขนาดอิสระ	79
รูปที่ 5.24 ระยะการขยายตัว L_i ของการเคลื่อนที่ตามเกลียวและปรับขนาดอิสระ	80
รูปที่ 6.1 การประมาณค่าความยาวโค้ง	83
รูปที่ 6.2 แผนผังการจำลองการประมาณค่าความยาวโค้ง	84
รูปที่ 6.3 ผลการจำลองการประมาณค่าความยาวโค้ง	85
รูปที่ 6.4 การทำงานของระบบควบคุมป้อนกลับเชิงตำแหน่ง	86
รูปที่ 6.5 ระบบควบคุมป้อนกลับสำหรับควบคุมความเร็วเลี้ยว	88
รูปที่ 7.1 องค์ประกอบของอุปกรณ์ที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ต้นแบบ	90
รูปที่ 7.2 สัญญาณป้อนกลับจากหุ่นยนต์ต้นแบบ.....	91
รูปที่ 7.3 การแปลงมุมของข้อต่อแขนวัดตำแหน่งเป็นตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอท.....	91
รูปที่ 7.4 การแปลงมุมของจานเหวี่ยงปรับขนาดเป็นระยะปรับขนาด.....	92
รูปที่ 7.5 วงรอบควบคุมย่อยสำหรับการควบคุมมุมเลี้ยวล้อ	92
รูปที่ 7.6 เส้นทางเคลื่อนที่ตามเส้นตรงในปริภูมิการทำงาน	93
รูปที่ 7.7 เส้นทางเคลื่อนที่ของล้อในการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง.....	94
รูปที่ 7.8 การเคลื่อนที่ในแกน X, Y, θ ของการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง.....	95
รูปที่ 7.9 มุมเลี้ยวล้อของการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง	96
รูปที่ 7.10 ความเร็วเลี้ยวของล้อของการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง	97
รูปที่ 7.11 ระยะปรับขนาดของการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง	98
รูปที่ 7.12 เส้นทางเคลื่อนที่ตามเกลียวในปริภูมิการทำงาน	99

	หน้า
รูปที่ 7.13 เส้นทางการเคลื่อนที่ของล้อในการเคลื่อนที่ตามเกลียว.....	99
รูปที่ 7.14 การเคลื่อนที่ในแกน X, Y, θ ของการเคลื่อนที่ตามเกลียว	100
รูปที่ 7.15 มุมเลี้ยวของล้อของการเคลื่อนที่ตามเกลียว	101
รูปที่ 7.16 ความเร็วเลี้ยวของล้อของการเคลื่อนที่ตามเกลียว.....	102
รูปที่ 7.17 ระยะปรับขนาดของการเคลื่อนที่ตามเกลียว.....	103



ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ในภาคอุตสาหกรรม หุ่นยนต์จำนวนมากถูกนำเข้ามาช่วยงานมนุษย์หรือทำงานแทนมนุษย์กันอย่างแพร่หลาย มีการนำหุ่นยนต์มาประยุกต์ใช้กับงานในด้านต่างๆ อย่างกว้างขวาง พร้อมกับการพัฒนาประสิทธิภาพของหุ่นยนต์ให้สูงขึ้นเพื่อทำงานที่ต้องการความละเอียดและซับซ้อนมากยิ่งขึ้น การพัฒนาด้านหนึ่งของหุ่นยนต์ คือ การพัฒนาหุ่นยนต์เพื่อทำงานร่วมกับมนุษย์โดยตรง ตัวอย่างของงานลักษณะนี้ได้แก่ งานที่ใช้หุ่นยนต์เสริมความสามารถในการทำงานของมนุษย์ เป็นการรวมข้อดีของมนุษย์และหุ่นยนต์เข้าด้วยกัน งานทางด้านระบบเสมือนจริง อุปกรณ์ที่ใช้สร้างความรู้สึกละเอียดเสมือนจริงนั้นถือได้ว่าเป็นหุ่นยนต์ชนิดหนึ่ง หรือการใช้หุ่นยนต์ช่วยผู้ป่วยในการทำกายภาพบำบัด เป็นต้น

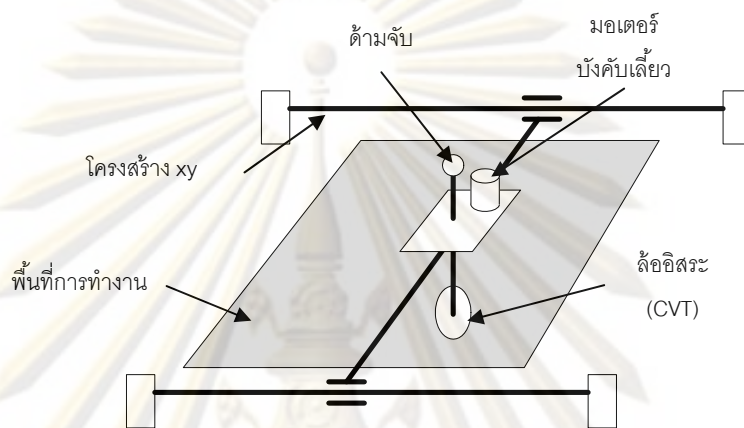
การนำหุ่นยนต์มาใช้งานร่วมกับมนุษย์โดยตรงนี้ หุ่นยนต์ต้องมีความปลอดภัยกับมนุษย์ที่เข้ามาทำงานในพื้นที่ทำงานของหุ่นยนต์หรือสัมผัสกับหุ่นยนต์โดยตรง แต่หุ่นยนต์อุตสาหกรรมส่วนใหญ่ไม่ได้ออกแบบขึ้นเพื่อให้ทำงานร่วมกับมนุษย์โดยตรง ดังจะเห็นได้จากการใช้งานหุ่นยนต์ในโรงงานอุตสาหกรรมต้องกั้นบริเวณการทำงานของหุ่นยนต์ให้แยกออกจากพื้นที่การทำงานของมนุษย์ ดังนั้นหุ่นยนต์ที่ทำงานร่วมกับมนุษย์นั้นจึงต้องออกแบบขึ้นเป็นพิเศษ หุ่นยนต์ที่ถูกออกแบบให้ทำงานร่วมกับมนุษย์ได้อย่างปลอดภัยและมีประสิทธิภาพสูงแบบหนึ่งก็คือหุ่นยนต์โคบอท

หุ่นยนต์โคบอทเป็นหุ่นยนต์ที่ถูกพัฒนาขึ้นโดย Colgate, J และคณะ [1] โดยใช้อุปกรณ์ปรับอัตราทดของการเคลื่อนที่ระหว่างข้อต่อต่างๆของหุ่นยนต์แทนการใช้อุปกรณ์ต้นกำลังในการขับเคลื่อนของหุ่นยนต์โดยตรง ผลที่ได้คือ หุ่นยนต์โคบอทสามารถควบคุมทิศทางปลายแขนหุ่นยนต์ โดยไม่ส่งถ่ายกำลังไปโดยตรงทำให้มีความปลอดภัยสูงเนื่องจากมีคุณสมบัติเป็นอุปกรณ์แพสซีฟ อย่างแท้จริง ในการออกแบบมิได้ใช้ระบบควบคุมหรือการจำกัดพลังงานเพื่อสร้างความเป็นแพสซีฟ ดังนั้น หุ่นยนต์โคบอทจึงมีความปลอดภัยสูง แม้ว่าระบบควบคุมของหุ่นยนต์โคบอทจะเสียบatteryภาพก็ตาม

1.1 หลักการทำงานของหุ่นยนต์โคบอท

หุ่นยนต์โคบอท (Collaborative Robot) เป็นหุ่นยนต์ที่ออกแบบขึ้นเพื่อทำงานร่วมกับมนุษย์โดยตรง คุณลักษณะที่สำคัญของหุ่นยนต์โคบอทคือเป็นอุปกรณ์แพสซีฟหมายถึง

อุปกรณ์ที่ไม่สร้างพลังงานเชิงกลออกจากตัวเอง (ยกเว้นในกรณีของหุ่นยนต์โคบอทเสริมกำลัง) ในการทำงานร่วมกันของมนุษย์และหุ่นยนต์โคบอท มนุษย์จะเป็นผู้ออกแรงที่ใช้ในการเคลื่อนที่ ในขณะที่หุ่นยนต์โคบอททำหน้าที่รับน้ำหนักของชิ้นงานและบังคับเส้นทางการเคลื่อนที่ตามที่กำหนด เพื่อให้เข้าใจหลักการการทำงานของหุ่นยนต์โคบอทได้ง่ายขึ้น จึงขอยกตัวอย่างหุ่นยนต์โคบอทที่มีหลักการทำงานของงานง่ายที่สุด คือ ยูนิทไฮเคิลหุ่นยนต์โคบอท ดังแสดงไว้ในรูป 1.1



รูปที่ 1.1 หุ่นยนต์โคบอทแบบยูนิทไฮเคิล



รูปที่ 1.2 หุ่นยนต์ที่ทำงานบนระนาบ [2]

ยูนิทไฮเคิลหุ่นยนต์โคบอทประกอบด้วยล้อ โครงสร้าง x-y และอุปกรณ์วัดแรงเมื่อมนุษย์ต้องการเคลื่อนที่หุ่นยนต์โคบอทจะวัดแรงที่มนุษย์ต้องการไปและหมุนล้อให้ไปในทิศทางนั้น ทำให้มนุษย์สามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระในระนาบ x-y และเมื่อต้องการให้มนุษย์เคลื่อนที่ในเส้นทางที่กำหนดไว้ หุ่นยนต์โคบอทจะเลี้ยวล้อให้อยู่ในแนวสัมผัสของเส้นทางการเคลื่อนที่การปรับมุมเลี้ยวของล้ออย่างเหมาะสมจะทำให้หุ่นยนต์โคบอทซึ่งตั้งอยู่บนล้อเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่เราต้องการ เมื่อนำไปเปรียบเทียบกับหุ่นยนต์ เช่น หุ่นยนต์ที่มีมิติการทำงานบนระนาบในรูปที่ 1.2 การเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดของหุ่นยนต์อุตสาหกรรมทั่วไปจะทำได้โดยการสร้างแรงจากอุปกรณ์ต้นกำลังชนิดต่างๆ สร้างแรงขับเคลื่อนให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด แต่แรงต้านที่ใช้สำหรับบังคับการเคลื่อนที่ของยูนิทไฮเคิลหุ่นยนต์โคบอทในกรณีที่ใช้พยายามผลักดันให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ออกจากเส้นทางที่กำหนดได้มาจากแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างล้อกับพื้น

หุ่นยนต์โคบอทที่ใช้ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่องในการควบคุมอัตราส่วนการเคลื่อนที่ระหว่างข้อต่อของหุ่นยนต์โคบอท ระบบส่งกำลังดังกล่าวเป็นระบบส่งกำลังที่สามารถปรับอัตราทดได้ต่อเนื่องและมีอัตราทดตั้งแต่ $-\infty$ ถึง ∞ เรียกว่าระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่อง (Continuously Variable Transmission; CVT) สำหรับยูนิไซเคิลหุ่นยนต์โคบอท ล้อถือเป็นระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่องที่ทำหน้าที่ในการปรับอัตราทดระหว่างความเร็วในแกน x และแกน y ของหุ่นยนต์โคบอท ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่องสามารถต่อเข้าด้วยกันทั้งแบบขนานและอนุกรมเพื่อนำไปควบคุมการเคลื่อนที่หุ่นยนต์โคบอทที่มีมิติการทำงานมากขึ้น

โดยสรุปข้อแตกต่างที่ระหว่างหุ่นยนต์โคบอทกับหุ่นยนต์อุตสาหกรรมคือ หุ่นยนต์ในอุตสาหกรรมจะเคลื่อนไหวได้ด้วยการใช้มอเตอร์ขับเคลื่อนที่ข้อต่อของโครงสร้างหุ่นยนต์ ในขณะที่หุ่นยนต์โคบอทสามารถเคลื่อนที่ได้ก็ต่อเมื่อผู้ใช้ออกแรงผลัก การกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทเป็นผลจากการควบคุมอัตราทดระหว่างข้อต่อแต่ละข้อต่อของหุ่นยนต์โคบอท

1.2 ปัญหาและที่มาของงานวิจัย

ในปัจจุบันหุ่นยนต์โคบอทที่ถูกพัฒนาขึ้นทั้งหมดเป็นหุ่นยนต์โคบอทที่มีรูปร่างและขนาดคงที่ หรือตำแหน่งของระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่องของหุ่นยนต์โคบอทคงที่ซึ่งอาจเป็นข้อจำกัดในการทำงานในสภาพแวดล้อมและเงื่อนไขการทำงานที่ซับซ้อน เช่น การทำงานในสภาพแวดล้อมที่มีสิ่งกีดขวาง ถ้าหุ่นยนต์โคบอทสามารถปรับขนาดให้เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมหรือเงื่อนไขการทำงานได้ ก็จะเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพและความอ่อนตัวในการทำงานให้กับหุ่นยนต์โคบอท งานวิจัยนี้จะทำการพัฒนาจลนศาสตร์การปรับขนาดของหุ่นยนต์โคบอทเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบควบคุมหุ่นยนต์โคบอทที่ปรับขนาดได้

1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. พัฒนาจลนศาสตร์การปรับขนาดของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด
2. ออกแบบและสร้างต้นแบบของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้จะศึกษาและพัฒนาจลนศาสตร์การปรับขนาดสำหรับหุ่นยนต์โคบอท โดยทำการทดสอบจลนศาสตร์การปรับขนาดกับต้นแบบของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดที่มีพื้นที่การทำงานในระนาบ มีมิติการทำงาน 3 มิติคือ $x-y-l\theta$ โดยในการวิจัยจะมีการทดสอบจลนศาสตร์ที่ได้พัฒนาขึ้นดังนี้

1. ทดสอบพฤติกรรมของจลนศาสตร์การปรับขนาดด้วยการจำลองในคอมพิวเตอร์
2. ทดสอบจลนศาสตร์และระบบควบคุมกับหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดโดยให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ตามเส้นทางต่างๆ ที่กำหนด พร้อมกับการปรับขนาดระหว่างการเคลื่อนที่

1.5 ประโยชน์ของงานวิจัย

จากผลของงานวิจัยชิ้นนี้ คาดว่าจะได้รับประโยชน์ดังนี้

1. จลนศาสตร์การปรับขนาดของหุ่นยนต์โคบอท
2. สามารถออกแบบสร้างและควบคุมหุ่นยนต์โคบอทที่มีความสามารถในการปรับขนาด
3. เป็นการเพิ่มความสามารถให้กับหุ่นยนต์โคบอท
4. พัฒนาเทคโนโลยีทางการปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์
5. เพิ่มประสิทธิภาพของหุ่นยนต์ในการทำหน้าที่ช่วยงานมนุษย์



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

หุ่นยนต์โคบอท

หุ่นยนต์โคบอทเป็นหุ่นยนต์รูปแบบใหม่ที่ถูกออกแบบให้สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ในพื้นที่ทำงาน (Workspace) เดียวกันได้อย่างปลอดภัย เนื่องจากหุ่นยนต์โคบอทมีพฤติกรรมเป็นอุปกรณ์แบบพาสซีฟในระดับโครงสร้างทางกายภาพ (Intrinsically Passive) กล่าวคือหุ่นยนต์โคบอทไม่สามารถส่งผ่านกำลังเชิงกลให้กับผู้ใช้ได้ ถึงแม้ว่าระบบควบคุมของหุ่นยนต์โคบอทจะเสถียรภาพ (Unstable) การทำงานร่วมกับมนุษย์หุ่นยนต์โคบอททำหน้าที่ในการนำการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดเท่านั้น ในขณะที่การเคลื่อนที่ที่เกิดจากแรงกระทำจากผู้ใช้การทำงานในลักษณะดังกล่าวเป็นการเปิดโอกาสให้มนุษย์ใช้จุดเด่นของมนุษย์ร่วมกับจุดเด่นของหุ่นยนต์ในการทำงาน เช่น ประสาทสัมผัสของมนุษย์ การเรียนรู้และแก้ไขปัญหาเฉพาะหน้าในการทำงาน ความสามารถในการผ่อนหนักเบา ส่วนหุ่นยนต์โคบอทที่มีความแข็งแรงและความแม่นยำมากกว่าทำหน้าที่รับภาระที่เกิดขึ้น และนำการเคลื่อนที่ของมนุษย์ตามเส้นทางที่ต้องการ

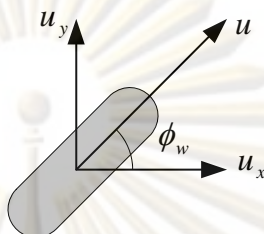
หุ่นยนต์โคบอทสามารถกำหนดเส้นทางเคลื่อนที่โดยใช้วิธีที่ควบคุมอัตราทดระหว่างข้อต่อของหุ่นยนต์โคบอท แรงที่ต้านแรงจากผู้ใช้ได้มาจากแรงปฏิกิริยาในชีวิตที่เอง มิใช่แรงที่เกิดจากการขับ จากหลักการของแรงกิริยากับแรงปฏิกิริยา จะเห็นว่าแรงทั้งคู่ต้องมีขนาดเท่ากันเสมอ จึงเป็นไปได้เลย ที่หุ่นยนต์โคบอทจากส่งแรงทำอันตรายกับผู้ใช้ เมื่อเปรียบเทียบกับหุ่นยนต์ทั่วไปรวมถึงอุปกรณ์แฮฟติกส่วนใหญ่ที่ใช้มอเตอร์หรืออุปกรณ์ต้นกำลัง (Power actuator) ส่งกำลังให้กับผู้ใช้ผ่านโครงสร้างกลไก ซึ่งมีโอกาสที่ระบบควบคุมเกิดความผิดพลาด และทำให้อุปกรณ์ขับจ่ายกำลังที่สูงเกินไปให้กับผู้ใช้ ส่งผลให้เกิดอันตรายต่อผู้ใช้ได้

2.1 ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดแบบต่อเนื่อง (Continuous Variable Transmission, CVT)

ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่อง ทำหน้าที่ปรับอัตราทดระหว่างความเร็วสองความเร็วของการเคลื่อนที่ตามองศาอิสระของการเคลื่อนที่สองแกนอย่างต่อเนื่องเพื่อควบคุมอัตราทดของความเร็วระหว่างข้อต่อต่างๆ ของโครงสร้างหุ่นยนต์โคบอท ความเร็วในที่นี้เป็นความเร็วเชิงเส้นหรือความเร็วเชิงมุมขึ้นอยู่กับชนิดของชีวิตที่ งานพัฒนาที่ผ่านมาได้มีการออกแบบและสร้างชีวิตที่ไว้หลายแบบด้วยกัน เช่น ชีวิตที่แบบกรวย (Cone-Friction CVT) ชีวิตที่แบบสายพานตัววี (V-belt CVT) หรือชีวิตที่แบบไม่ใช้สายพาน (Beltless CVT) แต่ชีวิตที่นำมาใช้ในหุ่นยนต์โคบอทต้องสามารถปรับ

อัตราได้ต่อเนื่องตั้งแต่ $-\infty$ ถึง ∞ ในปัจจุบันมีซีวีทีดังกล่าว 2 ชนิด คือซีวีทีแบบล้อ (Wheel CVT) และซีวีทีแบบทรงกลม (Spherical CVT)

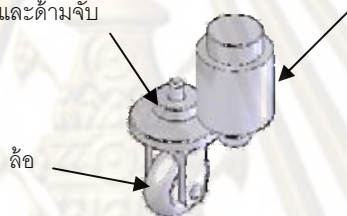
2.2 ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่องแบบล้อ



รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราทดและมุมเอียงของล้อ

ตลับลูกปืนสำหรับติดตั้งบน
โครงสร้างและด้ามจับ

มอเตอร์บังคับ
เลี้ยว



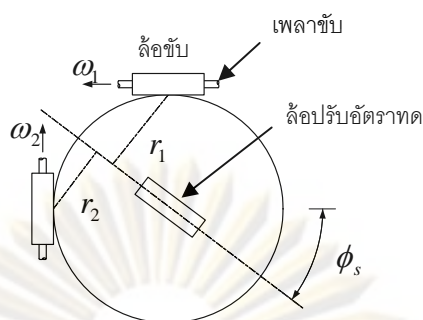
รูปที่ 2.2 ส่วนประกอบของซีวีทีแบบล้อ

ล้อ [3] สามารถพิจารณาให้เป็นซีวีทีที่มีหลักการทำงานง่ายและเก่าแก่ที่สุด รูปที่ 2.1 แสดงการนำล้อมาใช้ในการควบคุมอัตราทดระหว่างความเร็ว u_x และ u_y ดังจะเห็นว่าอัตราทดของความเร็วถูกกำหนดด้วยมุมล้อ ϕ_w ตามความสัมพันธ์

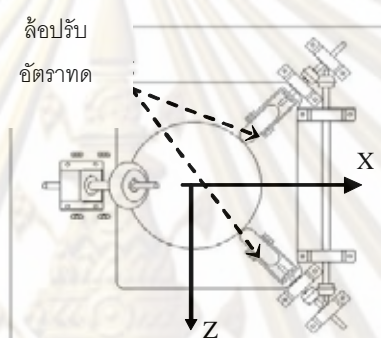
$$\tan \phi_w = \frac{u_y}{u_x} \quad (2.1)$$

มุม ϕ_w ดังกล่าวนี้สามารถปรับได้อย่างต่อเนื่อง ทำให้สามารถควบคุมอัตราทดได้อย่างต่อเนื่อง และสามารถสร้างอัตราทดได้ตั้งแต่ $-\infty$ ถึง ∞

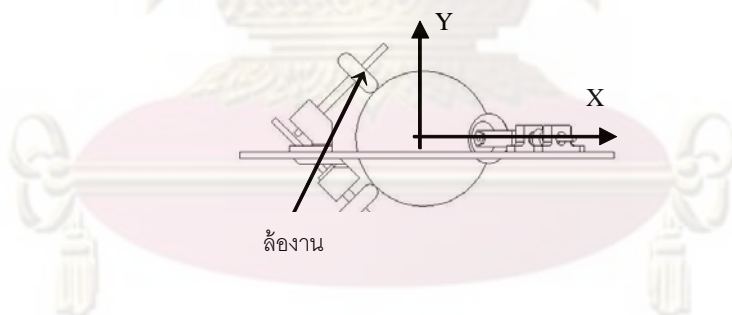
ซีวีทีที่ใช้ล้อประกอบด้วยส่วนประกอบสำคัญคือล้อและมอเตอร์ปรับมุมเอียงตามรูปที่ 2.2 มอเตอร์ปรับมุมเอียงทำหน้าที่ในการปรับมุมเอียง ϕ_w เพื่อให้ได้อัตราทดตามที่ต้องการซีวีทีแบบล้อนี้สามารถนำไปติดตั้งในหุ่นยนต์โคบอทได้ทั้งแบบเคลื่อนที่ตามผิวราบและหุ่นยนต์โคบอทที่เคลื่อนที่ใน 3 มิติ



รูปที่ 2.3 ส่วนประกอบของซีวีทีแบบทรงกลม



รูปที่ 2.4 มุมมองด้านบนของการจัดวางอุปกรณ์ของซีวีทีแบบทรงกลม



รูปที่ 2.5 มุมมองด้านข้างของการจัดวางอุปกรณ์ของซีวีทีแบบทรงกลม

2.3 ระบบส่งกำลังปรับอัตราทดต่อเนื่องแบบทรงกลม

ซีวีทีแบบทรงกลมถูกพัฒนาโดย C. Moore [4]. ซีวีทีแบบทรงกลมทำหน้าที่ปรับอัตราทดระหว่างความเร็วเชิงมุมของเฟลาขับในรูปที่ 2.3 ซีวีทีแบบทรงกลมประกอบด้วยล้องานจำนวน 2 ล้อ ซึ่งเป็นล้อที่ต่อเฟลาออกไปใช้งาน และล้อปรับอัตราทด 2 ตัวทางด้านหน้า (ล้อตรงกลาง) และด้านหลัง ทำหน้าที่ในการกำหนดแกนหมุนของทรงกลมให้เป็นมุม ϕ_s รัศมี r_1 และ r_2 เป็นรัศมีที่วัดตั้งฉากจากแกนหมุนของทรงกลมไปถึงจุดสัมผัสของล้องานทั้งสองบนผิวของทรงกลม

ซึ่งระยะ r_1 และ r_2 นั้นจะเปลี่ยนแปลงตามมุม ϕ_s ความเร็วที่ผิวของทรงกลมที่จุดสัมผัสของล้อขับลำดับที่ i ($i=1,2$) เท่ากับ $\Omega \times r_i$ ดังนั้น อัตราทดระหว่าง u_1 กับ u_2 คือ

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{r_2}{r_1} = \tan \phi_s \quad (2.2)$$

ถ้ารัศมีของล้อขับทั้งสองมีขนาดเท่ากัน จะได้ว่า

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \tan \phi_s \quad (2.3)$$

ดังนั้น การปรับอัตราทดของซีวีทีแบบทรงกลมทำได้โดยการปรับมุมเลี้ยว ϕ_s ซึ่งก็คือการมุมเลี้ยวของล้อปรับอัตราทदनั่นเอง ในการสร้างซีวีทีที่แบบทรงกลมชุดล้อปรับอัตราทดถูกออกแบบให้ทำหน้าที่ประคองทรงกลมไปด้วย

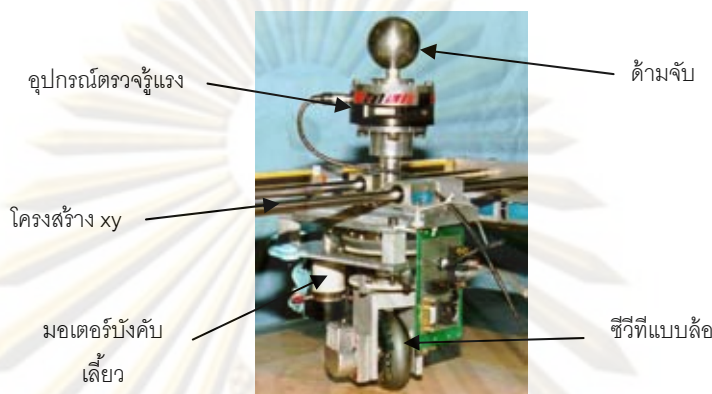
ตารางที่ 2.1 ตารางเปรียบเทียบคุณสมบัติของ CVT ชนิดต่างๆ

ชนิดของ CVT	ลักษณะ	การส่งกำลัง	ช่วงอัตราทด
Cone Friction CVT	ปรับอัตราทดโดยการปรับระยะห่างของแกนหมุน ทำให้ไม่เหมาะที่จะนำมาใช้งาน	เชิงมุม	แคบและเป็นบวกเท่านั้น
V-belt CVT	ใช้วิธีปรับความกว้างของพูล์ เพื่อเปลี่ยนเส้นผ่าศูนย์กลางของการส่งกำลัง	เชิงมุม	แคบและเป็นบวกเท่านั้น
DECC Drive CVT	เปลี่ยนอัตราทดโดยการปรับระยะห่างของวงแหวน	เชิงมุม	แคบและเป็นบวกเท่านั้น
Beltless CVT	เปลี่ยนตำแหน่งของลูกล้อไปบนกรวยโค้ง	เชิงมุม	กว้างและเป็นบวกเท่านั้น
CVT ประเภทล้อ	ปรับมุมแกนหมุนของล้อ	เชิงเส้น	$-\infty$ ถึง ∞
CVT ประเภททรงกลม	ปรับมุมแกนหมุนของล้อ	เชิงมุม	$-\infty$ ถึง ∞

2.4 หุ่นยนต์โคบอท

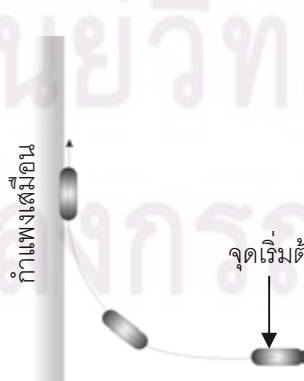
หุ่นยนต์โคบอทใช้ซีวีทีเพื่อสร้างอัตราทดระหว่างข้อต่อของหุ่นยนต์โคบอทอัตราทดที่สร้างขึ้นเป็นเงื่อนไขบังคับเพื่อลดองศาอิสระในการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทให้เหลือเพียงองศาอิสระเดียวเท่านั้น ซึ่งก็คือทิศทางที่หุ่นยนต์โคบอทสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระการบังคับ

เส้นทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทเกิดจากการปรับทิศทางขององศาอิสระให้อยู่ในแนวเดียวกับทิศทางที่ต้องการให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ด้วยการปรับอัตราทดของซีวีทีบนหุ่นยนต์โคบอท เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจจึงขอใช้หุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอท (Unicycle Cobot) เป็นตัวอย่างในการอธิบาย

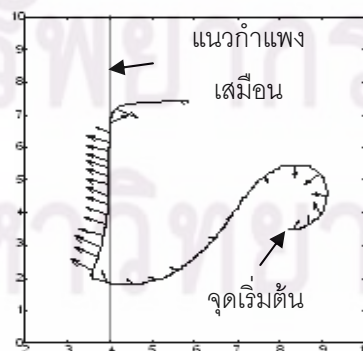


รูปที่ 2.6 หุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอท [1]

หุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอท[1] เป็นหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้ซีวีทีแบบล้อ หุ่นยนต์โคบอทชนิดนี้มีพื้นที่ทำงานอยู่ใน 2 มิติ ($x - y$) หุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอททำงานโดยอาศัยซีวีทีแบบล้อในการควบคุมอัตราทดของการเคลื่อนที่ระหว่างแกน x และแกน y โครงสร้างของหุ่นยนต์โคบอทประกอบด้วย ชุดค้ำจับซึ่งประกอบไปด้วย ล้อทำหน้าที่เป็นซีวีที มอเตอร์บังคับเลี้ยวสำหรับบังคับมุมเลี้ยวของล้อ อุปกรณ์ตรวจวัดแรงใช้ตรวจวัดทิศทางของแรงจากผู้ใช้งาน เนื่องจากหุ่นยนต์โคบอทแบบนี้มีเพียงล้อเดียวจึงจำเป็นต้องมีโครงสร้าง xy เพื่อระคองให้หุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอทตั้งตรงอยู่ได้ หุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอทใช้มอเตอร์บังคับเลี้ยวในการบิดเลี้ยวล้อเพื่อควบคุมอัตราทดระหว่างความเร็วในแนวแกน x และความเร็วในแนวแกน y เพื่อให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด



รูปที่ 2.7 การสร้างก้ำแกงเส้นเอ็น



รูปที่ 2.8 ไดอะแกรมแรงที่ผู้ใช้กระทำ [1]

ลักษณะการทำงานของหุ่นยนต์โคบอทแบ่งได้เป็น 3 รูปแบบคือ

2.4.1 การทำงานในแบบเคลื่อนที่อิสระ (Virtual Caster Mode/Free mode)

ในการทำงานแบบนี้หุ่นยนต์โคบอทจะอนุญาตให้ผู้ใช้งานสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระในลักษณะเดียวกับการเคลื่อนที่ของล้อรถเข็น (Caster Wheel) ทั่วๆ ไป โดยที่มีอุปกรณ์ตรวจจับแรง (Force Sensor) ทำการตรวจจับองค์ประกอบของแรงจากผู้ใช้ในแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของล้อ แล้วพยายามทำแรงนั้นให้เป็นศูนย์ โดยการปรับมุมเลี้ยว ϕ_w ของล้อให้มีทิศทางเดียวกันกับแรงนั้น

2.4.2 การทำงานในแบบบังคับเส้นทางการเคลื่อนที่ (Path mode)

การทำงานในแบบนี้ หุ่นยนต์โคบอทเป็นผู้กำหนดทิศทางการเคลื่อนที่ด้วยการปรับมุมเลี้ยวล้อหรือปรับอัตราทดของซีวีที บังคับให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่อยู่บนเส้นทางที่กำหนดไว้เท่านั้น

2.4.3 การทำงานในแบบสร้างกำแพงเสมือน (Virtual Wall Mode)

การสร้างกำแพงเสมือนเป็นการรวมการทำงานในแบบเคลื่อนที่อิสระและการเคลื่อนที่แบบบังคับเส้นทางเข้าด้วยกัน ในรูปที่ 2.7 และ 2.8 เมื่อตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอท (ตำแหน่งของชุดด้ามจับ) อยู่ห่างจากตำแหน่งของกำแพงเสมือนหุ่นยนต์โคบอทจะอนุญาตให้ผู้ใช้เคลื่อนที่หุ่นยนต์โคบอทได้อย่างอิสระด้วยการทำงานในแบบเคลื่อนที่อิสระ แต่เมื่อตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทไปอยู่ที่ตำแหน่งของกำแพงเสมือนที่กำหนดไว้ หุ่นยนต์โคบอทจะเปลี่ยนการทำงานจากแบบเคลื่อนที่อิสระไปเป็นการทำงานในแบบบังคับเส้นทางการเคลื่อนที่ ด้วยการใช้ซีวีทีปรับเปลี่ยนอัตราทดให้ความเร็วในแนวตั้งฉากกับกำแพงเสมือนเป็นศูนย์ นั่นคือปรับมุมเลี้ยวของล้อให้ขนานกับกำแพงเสมือน ถ้าหากผู้ใช้งานยังคงออกแรงบังคับให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่เข้าไปในกำแพงเสมือนผู้ใช้จะถูกต้านแรงโดยแรงเสียดทานระหว่างล้อกับพื้นผิวสัมผัส ทำให้ผู้ใช้งานไม่สามารถนำหุ่นยนต์โคบอทเข้าไปในกำแพงเสมือนได้ จนกระทั่งผู้ใช้ออกแรงดึงหุ่นยนต์โคบอทออกจากแนวกำแพงเสมือนหุ่นยนต์โคบอทจะปรับการทำงานกลับไปทำงานในแบบเคลื่อนที่อิสระอีกครั้ง อนุญาตให้ผู้ใช้ดึงหุ่นยนต์โคบอทออกจากแนวกำแพงไป

ตารางที่ 2.2 เปรียบเทียบคุณสมบัติของหุ่นยนต์โคบอทกับหุ่นยนต์และอุปกรณ์แฮฟติก

	หุ่นยนต์ธรรมดา	อุปกรณ์แฮฟติก	หุ่นยนต์โคบอท
ระบบ	แอคทีฟ	แอคทีฟ	แพสซีฟ
การควบคุมการเคลื่อนที่ของข้อต่อ	ใช้อุปกรณ์ต้นกำลัง	ใช้อุปกรณ์ต้นกำลัง	การปรับอัตราทด
แรงที่ใช้เคลื่อนชิ้นงาน	ขับจากอุปกรณ์ต้นกำลัง	แรงจากผู้ใช้งาน	แรงจากผู้ใช้งาน
การสร้างกำแพงเสมือน	ไม่เหมาะสม	สร้างได้	สร้างได้
การสร้างเส้นทาง	ใช้มอเตอร์ขับเคลื่อนข้อต่อ	ใช้แรงจากมอเตอร์ขับเคลื่อนจากผู้ใช้งาน	ใช้วิธีที่ในการเปลี่ยนทิศทางเคลื่อนที่
ความสามารถในการทำงานร่วมกับมนุษย์	ไม่ได้สร้างขึ้นเพื่อทำงานในพื้นที่ทำงานเดียวกับมนุษย์	สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ได้ แต่ต้องใช้ความระมัดระวังสูง ระบบควบคุมต้องเสถียรภาพสูง	สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ได้อย่างปลอดภัย
กรณีเกิดข้อผิดพลาดในระบบ	สามารถเคลื่อนที่ได้ด้วยตัวเอง	อาจจะเคลื่อนที่ได้ด้วยตัวเอง	ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ด้วยตัวเอง
ขนาดมอเตอร์	ขนาดใหญ่	ขนาดขึ้นอยู่กับความต้องการ	ขนาดเล็กเพราะใช้สำหรับปรับอัตราทดของซีวีที

หุ่นยนต์โคบอทที่มีติการทำงานมากขึ้นจะประกอบด้วยซีวีทีมากกว่าหนึ่งชุดขึ้นไป ซีวีทีเหล่านี้อาจเชื่อมต่อกันทั้งแบบอนุกรมหรือแบบขนาน การเชื่อมต่อนี้ใช้ซีวีทีเข้าด้วยกันนั้นใช้ชิ้นส่วนกลที่ทำหน้าที่ในการส่งผ่านกำลังระหว่างซีวีทีแต่ละชุด ในกรณีที่เป็นซีวีทีแบบทรงกลมชิ้นส่วนดังกล่าวอาจเป็นเพลลาที่เชื่อมต่อกันระหว่างล้องานของซีวีทีแบบทรงกลมนั่นเอง สำหรับในกรณีของซีวีทีแบบล้อจะมีชิ้นส่วนเชื่อมต่อในรูปแบบต่างๆ กันตามรูปแบบของหุ่นยนต์โคบอทนั้นๆ

ตัวอย่างเช่น พื้นราบ ทรงกลม หรือทรงกระบอก โดยที่ล้อทุกล้อจะวางอยู่บนชิ้นส่วนเชื่อมต่อดังกล่าว

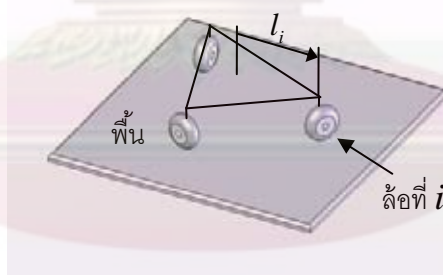
2.5 ตัวอย่างผลงานสร้างหุ่นยนต์โคบอทที่ผ่านมา

2.5.1 ยูนิไซเคิลหุ่นยนต์โคบอท (Unicycle Cobot)

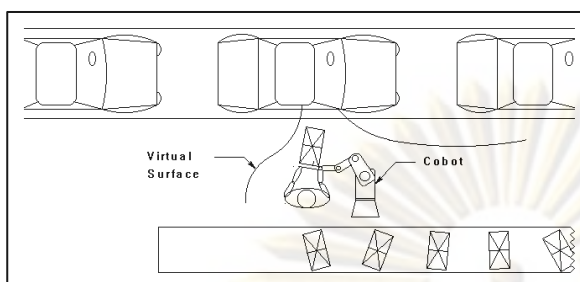
ยูนิไซเคิลหุ่นยนต์โคบอทเป็นหุ่นยนต์โคบอทตัวแรกที่ได้กล่าวถึงหลักการการทำงานไปแล้ว ยูนิไซเคิลหุ่นยนต์โคบอทถูกสร้างขึ้นในปี 1997 โดย Wannasupoprasit [1]



รูปที่ 2.9 หุ่นยนต์สกูตเตอร์โคบอท



รูปที่ 2.10 แผนผังชี้วัดของสกูตเตอร์



รูปที่ 2.11 การทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์กับหุ่นยนต์โคบอท (ซ้าย) และการประกอบประตูรถยนต์โดยใช้สกูตเตอร์หุ่นยนต์โคบอท [5]

2.5.2 หุ่นยนต์สกูตเตอร์โคบอท (Scooter Cobot)

หุ่นยนต์สกูตเตอร์โคบอทถูกพัฒนาต่อเนื่องจากยูนิไซเคิลหุ่นยนต์โคบอทโดย Wannasupoprasit [6] มีพื้นที่การทำงาน 3 มิติ (x, y, θ) โดยที่สามารถเคลื่อนที่ในระนาบการทำงานและสามารถหมุนตัวได้ หุ่นยนต์โคบอทตัวนี้ใช้ซีวีทีแบบล้อ 3 ชุด เพื่อให้สามารถทรงตัวได้เอง การทำงานของหุ่นยนต์สกูตเตอร์โคบอทมีอยู่ด้วยกัน 3 รูปแบบ เช่นเดียวกับหุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอทคือ แบบเคลื่อนที่อิสระ, แบบบังคับเส้นทางการเคลื่อนที่และการสร้างกำแพงเสมือน

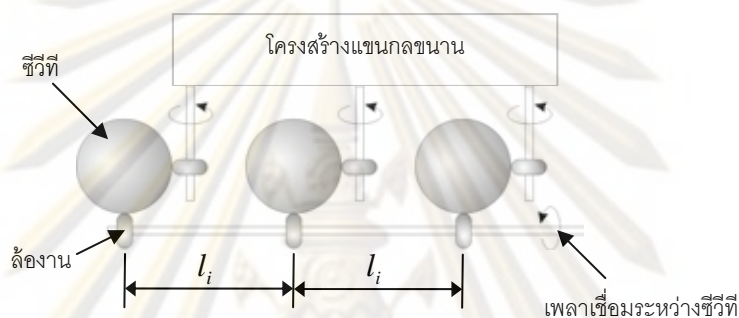
ซีวีทีแบบล้อทั้ง 3 ชุด ติดตั้งขนานกันโดยมีพื้นที่ทำหน้าที่ส่งผ่านความเร็วระหว่างล้อซีวีทีทั้ง 3 ตัว ดังแผนผังในรูปที่ 2.10 ในรูปที่ 2.11 เป็นตัวอย่างการนำสกูตเตอร์ไปใช้ในการประกอบประตูรถยนต์

2.5.3 หุ่นยนต์โคบอทแบบ 3R (3R Cobot)

Moore [7] ได้พัฒนาออกแบบ อุปกรณ์ปรับอัตราทดต่อเนื่องชนิดทรงกลมเพื่อนำมาใช้ปรับอัตราทดของความเร็วเชิงมุมของข้อต่อของหุ่นยนต์โคบอทแบบ 3R ในรูปที่ 2.12 ซึ่งมีลักษณะเป็นหุ่นยนต์โคบอทแขนกลแบบขนาน มีมิติการทำงานเป็นเชิงเส้น 3 มิติ และใช้อุปกรณ์ปรับอัตราทดแบบต่อเนื่องชนิดทรงกลมจำนวน 3 ชุด ซีวีทีแบบทรงกลมนี้เชื่อมต่อกันแบบขนานตามแผนผังในรูปที่ 2.13 ในแผนผังแสดงเพลลาทางด้านล่างทำหน้าที่เชื่อมต่อซีวีทีแต่ละชุดเข้าด้วยกัน ความเร็วเชิงมุมของเพลลาเป็นความเร็วร่วมของซีวีทีทั้งสามตัว ซีวีทีเป็นตัวกำหนดอัตราทดระหว่างความเร็วร่วมกับความเร็วเชิงมุมของเพลลาที่ต่อขึ้นไปขับโครงสร้างแขนกลขนานด้านบน



รูปที่ 2.12 หุ่นยนต์โคบอทแบบ 3R [7]



รูปที่ 2.13 แผนผังการเชื่อมต่อข้อต่อใน 3R หุ่นยนต์โคบอท

2.5.4 หุ่นยนต์โคบอทแบบจอยสติค (Joystick Cobot)

หุ่นยนต์โคบอทชนิดนี้เป็นการประยุกต์ใช้หลักการของสจูดเตอร์หุ่นยนต์โคบอท หุ่นยนต์โคบอทแบบจอยสติคใช้อุปกรณ์ปรับอัตราทดต่อเนื่องชนิดล้อ 3 ชุด มาใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ของลูกทรงกลมโดยกำหนดให้ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของลูกทรงกลมไม่เคลื่อนที่ทำให้สามารถที่ควบคุมการหมุนรอบแกนทั้งสามของลูกทรงกลมได้ด้วยการควบคุมทิศทางของล้อเท่านั้น หุ่นยนต์โคบอทแบบนี้มีมิติการทำงาน 2 มิติ เหมือนกับจอยสติคทั่วไป



รูปที่ 2.14 หุ่นยนต์โคบอทแบบจอยสติค

2.5.5 หุ่นยนต์แขนกลยูนิไซเคิลโคบอท (Unicycle Two-Arm Cobot)

หุ่นยนต์แขนกลยูนิไซเคิลโคบอทเป็นหุ่นยนต์โคบอทที่ได้รับการพัฒนามาจากหุ่นยนต์โคบอทยูนิไซเคิล โดยใช้แขนกลมายึดจับตัวชุดล้อแทนที่ โครงสร้าง x-y ของหุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอท ทำงานบนระนาบเช่นเดียวกับหุ่นยนต์ยูนิไซเคิลโคบอท

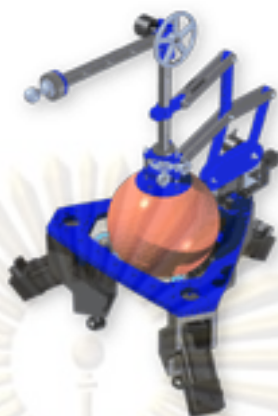


รูปที่ 2.15 หุ่นยนต์โคบอทแขนกลยูนิไซเคิล

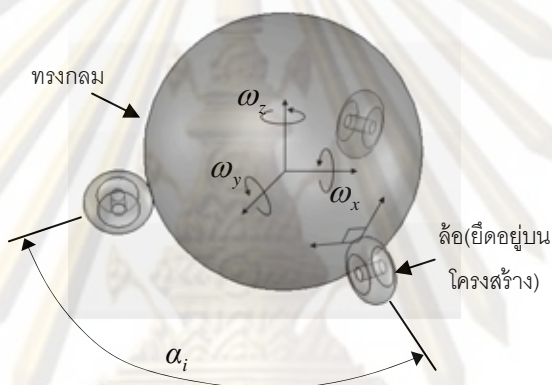
2.5.6 หุ่นยนต์โคบอทแขนกล 3 มิติ [8]

หุ่นยนต์โคบอทแบบแขนกลสามมิติถูกพัฒนาขึ้นโดยศิริศักดิ์และคณะผู้วิจัย [8] หุ่นยนต์โคบอทตัวนี้ใช้ซีวีทีแบบล้อจำนวนสามชุด เพื่อบังคับแกนการหมุนของทรงกลมเช่นเดียวกับหุ่นยนต์โคบอทจอยสติค แต่ติดตั้งโครงสร้างแขนกลทางด้านบนเพื่อเปลี่ยนการเคลื่อนที่เชิงมุม $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ของทรงกลมให้กลายเป็นการเคลื่อนที่เชิงเส้นสามมิติที่ปลายแขนกล

แผนผังการวางตำแหน่งของซีวีทีแสดงในรูปที่ 2.17 ซีวีทีแบบล้อทั้งสามชุดจะวางตัวแบบขนานเช่นเดียวกับสเกตเตอร์หุ่นยนต์โคบอทดังแสดงในรูปที่ 2.17 ทรงกลมที่ทำหน้าที่เป็นตัวส่งผ่านความเร็วระหว่างล้อเช่นเดียวกับพื้นสำหรับหุ่นยนต์สเกตเตอร์โคบอทแต่ในหุ่นยนต์โคบอทตัวนี้ทรงกลมเป็นชิ้นส่วนเคลื่อนที่ ล้อจะถูกยึดบนโครงสร้างของหุ่นยนต์โคบอททำหน้าที่ในการควบคุมความเร็วเชิงมุมทั้ง 3 แกนของทรงกลม คือ $\omega_x, \omega_y, \omega_z$



รูปที่ 2.16 หุ่นยนต์โคบอทแขนกล 3 มิติ [8]



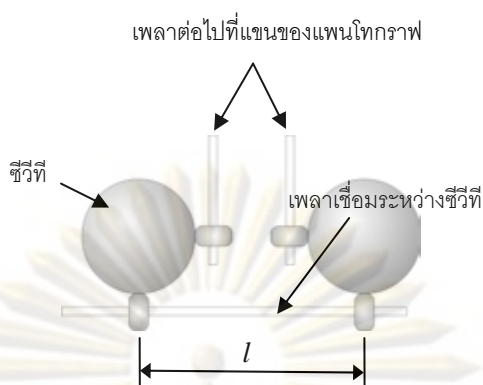
รูปที่ 2.17 แผนผังการวางตัวของซีวีทีแบบล้อโดยมีทรงกลมเป็นขึ้นเชื่อมต่อ

2.5.7 หุ่นยนต์แพนโทกราฟโคบอท [9]

หุ่นยนต์แพนโทกราฟโคบอทเป็นหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้ชุดซีวีทีแบบทรงกลมสองชุดเพื่อปรับอัตราทดของข้อต่อแขนกลแบบแพนโทกราฟตามในรูปที่ 2.18 ซีวีทีทั้งสองชุดต่อกับแบบขนานด้วยเพลลาขับด้านล่างตามแผนผังในรูปที่ 2.19 เพลลาขับที่เหลือจะต่อเข้ากับแขนกลแพนโทกราฟ หุ่นยนต์แพนโทกราฟโคบอทสามารถติดตั้งอุปกรณ์ขับเข้ากับเพลลาขับด้านล่างเพื่อทำให้เป็นหุ่นยนต์โคบอทแบบเสริมกำลังได้อีกด้วย



รูปที่ 2.18 หุ่นยนต์แพนโทกราฟโคบอท [9]



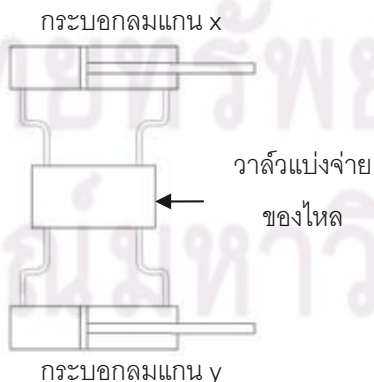
รูปที่ 2.19 การเชื่อมต่อซีวี่ทีแบบทรงกลม

2.5.8 หุ่นยนต์โคบอทแบบของไหล [10]

หุ่นยนต์โคบอทตัวนี้เป็นหุ่นยนต์ต้นแบบเพื่อใช้ในงานวิจัยซีวี่ทีแบบของไหล หุ่นยนต์โคบอทแบบของไหลมีลักษณะเป็นโครงสร้าง xy มีมิติการทำงาน 2 มิติ การควบคุม อัตราทระหว่างแกน x และแกน y ใช้เทคนิคการแบ่งจ่ายของไหลระหว่างกระบอกลมที่ติดตั้งเข้ากับแกน x และแกน y ด้วยวาล์วแบ่งจ่ายของไหล



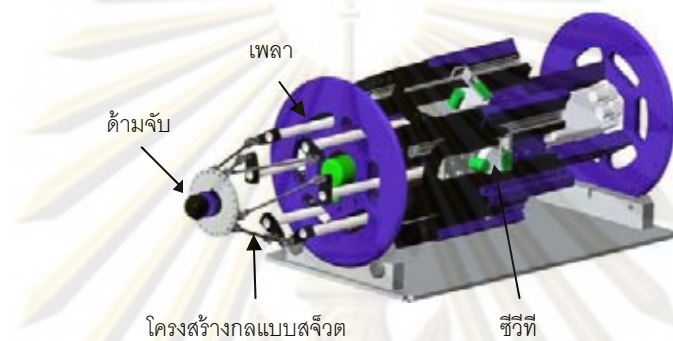
รูปที่ 2.20 หุ่นยนต์โคบอทแบบของไหล [10]



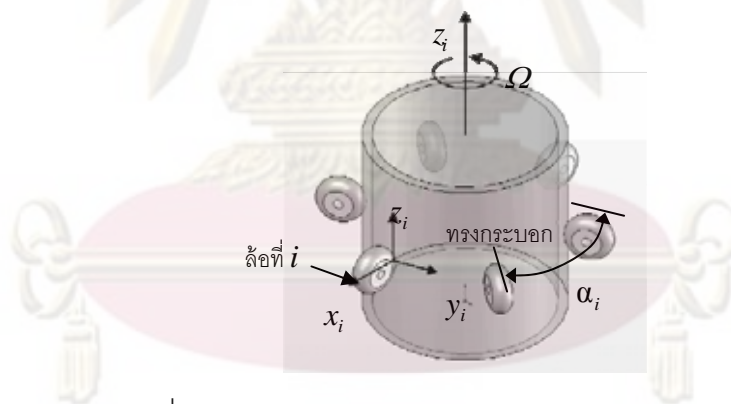
รูปที่ 2.21 การแบ่งจ่ายของไหล [10]

2.5.9 A High Performance 6 DOF Cobot [11]

หุ่นยนต์โคบอทตัวนี้มีมิติการทำงานถึง 6 มิติ ประกอบด้วยซีวีทีที่แบบล้อจำนวน 6 ชุด ติดตั้งแบบขนานบนทรงกระบอกซึ่งทำหน้าที่ส่งผ่านความเร็วดังแผนผังในรูปที่ 2.23 ซีวีทีแต่ละชุดทำหน้าที่ปรับอัตราทดระหว่างความเร็วเชิงมุมของทรงกระบอก Ω และความเร็วเชิงเส้นในแนว z_i ของชุดซีวีที ซึ่งต่อผ่านเพลาส่งผ่านการเคลื่อนที่ให้กับโครงสร้างกลแบบสจ๊วตทางด้านบนเพื่อควบคุมมือจับทางด้านบน



รูปที่ 2.22 A High Performance 6 DOF Cobot [11]

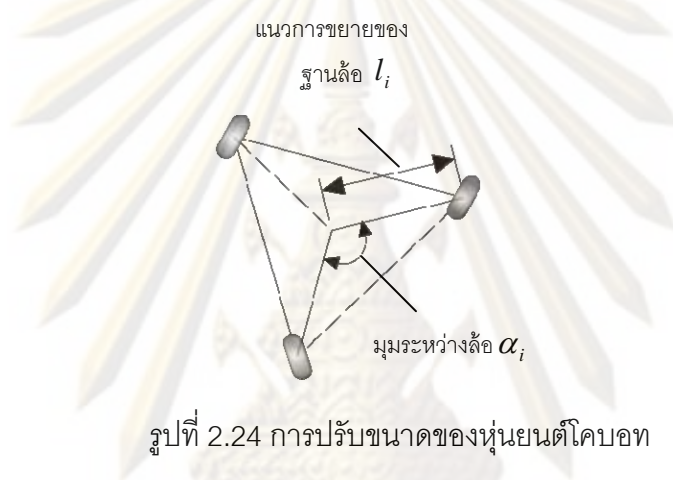


รูปที่ 2.23 ซีวีทีในหุ่นยนต์โคบอท High Performance

2.6 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด

หุ่นยนต์โคบอททั้งหมดที่ถูกพัฒนาขึ้นจนถึงปัจจุบันเป็นหุ่นยนต์โคบอทที่มีรูปร่างคงที่ โดยพิจารณาจากรูปแบบและตำแหน่งของซีวีทีที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรวมถึงชิ้นส่วนกลสำหรับเชื่อมต่อซีวีทีนั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดและตำแหน่งการวางตัว แผนผังการวางตัวของซีวีทีในรูปที่ 2.10, 2.13, 2.17, 2.19 และ 2.23 แสดงให้เห็นว่าระยะเชิงเส้น l_i และระยะเชิงมุม α_i เป็นค่าคงที่ที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลง

รูปแบบและตำแหน่งของซีวีทีนั้นเป็นตัวกำหนดมิติการทำงานของหุ่นยนต์โคบอท และคุณสมบัติหลายๆด้านของหุ่นยนต์โคบอท การที่หุ่นยนต์โคบอทมีขนาดคงที่ในการทำงานนั้น ทำให้หุ่นยนต์โคบอทขาดความคล่องตัวในการทำงาน และเป็นข้อจำกัดอันหนึ่งในการพัฒนาหุ่นยนต์โคบอท เช่น ในหุ่นยนต์สกรูเตอร์โคบอทที่มีความกว้างของฐานล้อมากนั้นจะป้องกันการพลิกของหุ่นยนต์โคบอทได้ดีกว่าหุ่นยนต์โคบอทที่มีฐานล้อแคบ แต่ก็ทำให้หุ่นยนต์โคบอทไม่สามารถทำงานในพื้นที่แคบๆได้ เป็นที่มาของแนวคิดของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดจากการศึกษา รูปแบบต่างๆของหุ่นยนต์โคบอท พบว่ารูปแบบที่เหมาะสมของหุ่นยนต์โคบอทควรเป็นหุ่นยนต์โคบอทที่มีมิติการทำงานบนระนาบเช่นเดียวกับหุ่นยนต์สกรูเตอร์โคบอท



ในงานวิจัยนี้จะทำการพัฒนาหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด โดยการศึกษากลศาสตร์การปรับขนาดและสร้างหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดต้นแบบ การปรับขนาดของหุ่นยนต์โคบอทเป็นการปรับระยะปรับขนาด l_i ดังในรูปที่ 2.24 ขณะที่หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่โดยที่มุม α_i คงที่ หุ่นยนต์โคบอทต้นแบบปรับขนาดสร้างขึ้นเพื่อทดสอบกลศาสตร์การปรับขนาด โดยจะกล่าวถึงการออกแบบหุ่นยนต์ต้นแบบในบทที่ 3 และ กล่าวถึงกลศาสตร์การปรับขนาดในบทที่ 4 ต่อไป

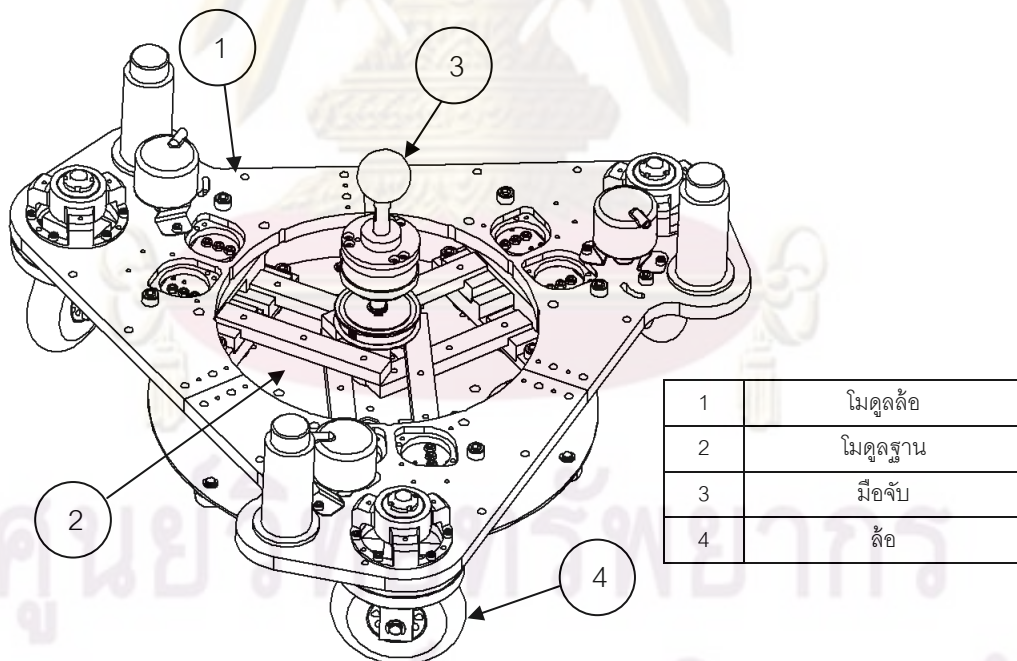
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

การออกแบบและสร้างต้นแบบหุ่นยนต์โคบอทแบบปรับขนาด

การออกแบบหุ่นยนต์โคบอทมีปัจจัยที่ต้องพิจารณาเป็นพิเศษหลายอย่าง เนื่องจากหุ่นยนต์โคบอทมีหลักการทำงานแตกต่างจากหุ่นยนต์อุตสาหกรรมทั่วไป หุ่นยนต์โคบอทมีปฏิสัมพันธ์กับมนุษย์โดยตรง ทำงานแบบแชสซีฟ และหุ่นยนต์โคบอทจะต้องมีความปลอดภัยเมื่อทำงานร่วมกับมนุษย์ สิ่งเหล่านี้ทำให้การออกแบบหุ่นยนต์โคบอทต้องคำนึงถึงความรู้สึกสัมผัสที่มนุษย์จะรู้สึกได้จากหุ่นยนต์โคบอทที่มีความปลอดภัยและมีประสิทธิภาพเพียงพอที่จะตอบสนองต่อการเคลื่อนที่ของมนุษย์ได้อย่างสมบูรณ์ หุ่นยนต์โคบอทตัวนี้จึงถูกออกแบบตามข้อมูลความสามารถในการเคลื่อนที่ของมนุษย์ การรับรู้ และความเหมาะสมกับสรีระของมนุษย์ เพื่อให้เหมาะสมต่อการทำงานร่วมกับมนุษย์ให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

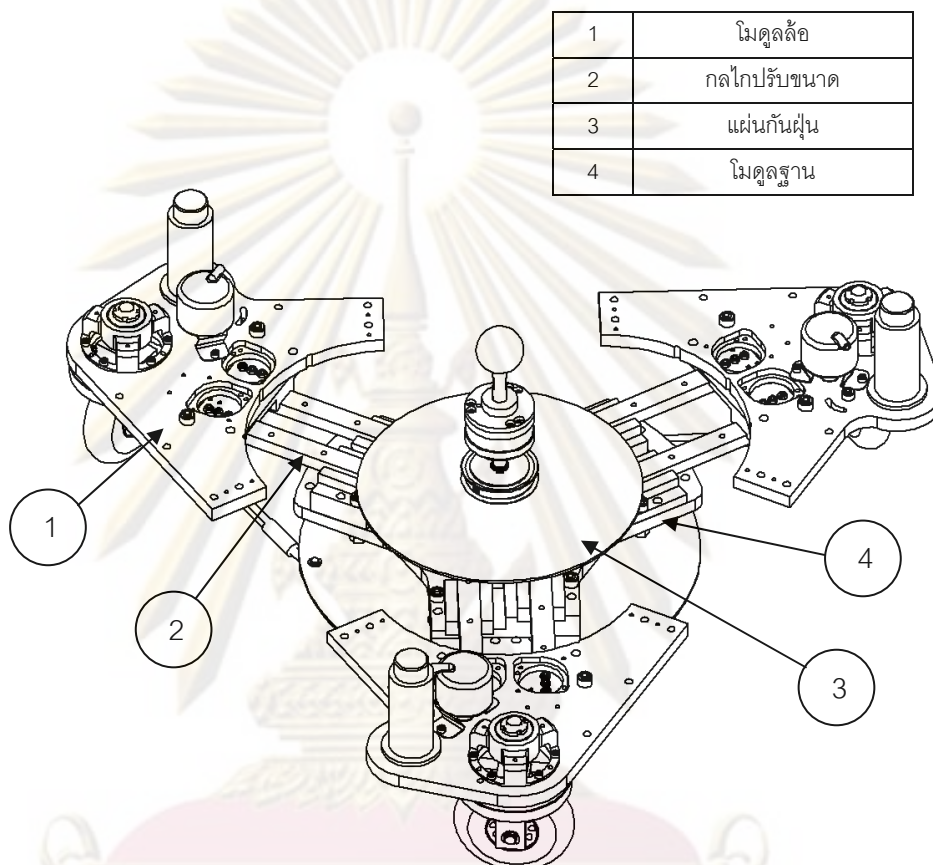
3.1 แนวคิดเบื้องต้นในการออกแบบหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด



รูปที่ 3.1 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดเมื่ออยู่ในขนาดปกติ

หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดเป็นหุ่นยนต์โคบอทชนิดล้อซึ่งมีปริภูมิการทำงานบนพื้นราบ (x, y, θ) หุ่นยนต์โคบอทต้นแบบมีขนาดพอเหมาะสำหรับทำงานบนโต๊ะและสามารถเคลื่อนย้าย

ได้ง่าย โครงสร้างหลักของหุ่นยนต์โคบอทประกอบด้วยซีวีทีแบบล๊อตจำนวน 3 ชุด เพื่อให้หุ่นยนต์โคบอทตั้งอยู่ได้ด้วยตัวเอง มีลักษณะคล้ายกลับสกุตเตอร์หุ่นยนต์โคบอท ส่วนประกอบหลักของหุ่นยนต์โคบอทนี้แสดงไว้ในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.2 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดในลักษณะขยายตัว

หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดถูกออกแบบโดยแบ่งออกเป็นโมดูล หุ่นยนต์โคบอทประกอบขึ้นจากโมดูลของล้อ 3 โมดูล และโมดูลฐานกลาง 1 โมดูลตามที่แสดงในรูปที่ 3.1 (แสดงรูปร่างปกติ) และรูปที่ 3.2 (แสดงรูปในขณะยืดแขนออก) โดยโมดูลล้อที่ประกอบขึ้นเป็นหุ่นยนต์โคบอทสามารถเคลื่อนที่เข้าออกจากโมดูลฐานได้ ด้วยการติดตั้งกลไกปรับขนาดระหว่างโมดูลล้อและโมดูลฐาน

3.2 โมดูลล้อ

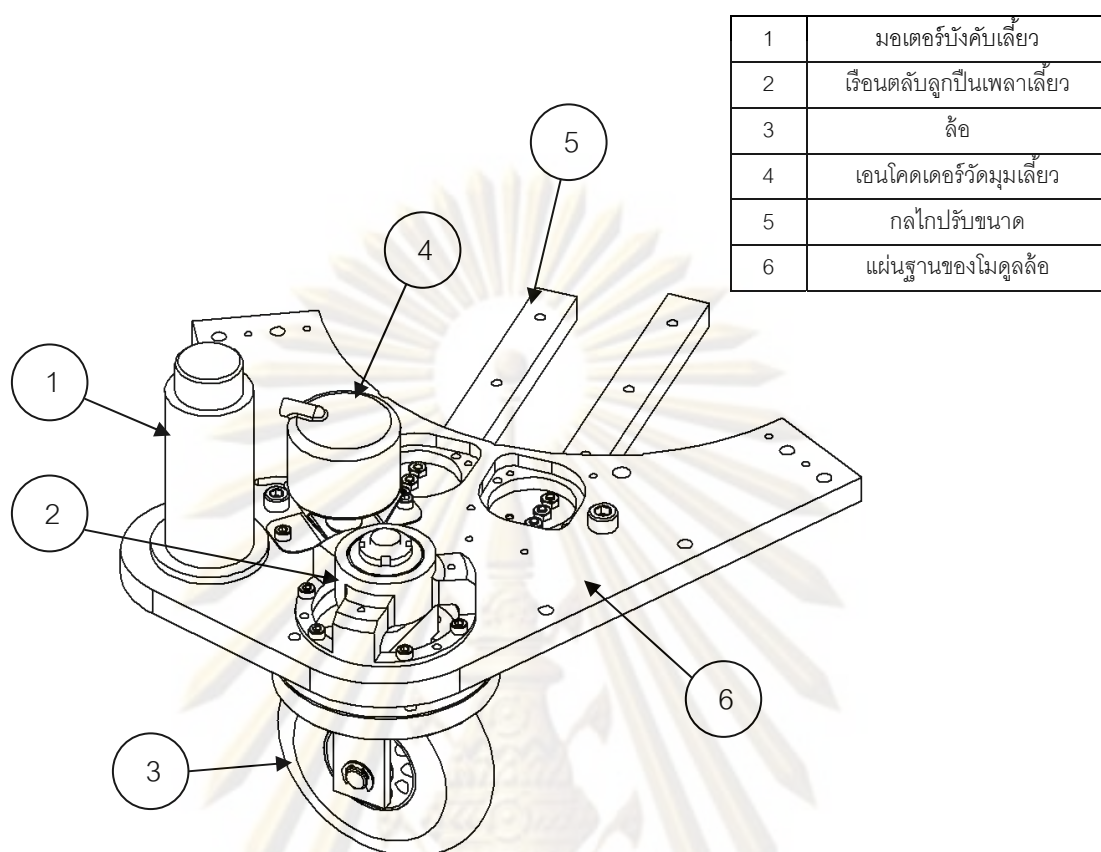
ส่วนประกอบของโมดูลล้อแสดงในรูปที่ 3.3 แต่ละโมดูลจะประกอบด้วยฐานของโมดูล ชุดล้อ และชุดขับที่ใช้เปลี่ยนทิศทางของล้อ ฐานของโมดูลทำด้วยอลูมิเนียมผสมมีความหนา

10 มิลลิเมตร ชุดล้อยแสดงในรูปที่ 3.4 ประกอบด้วย ล้อ ชุดจับยึดล้อ เฟลาแกนล้อ ไทมมิ่งพูลล์ เฟลาเดี่ยวของล้อและเรื่อนยึดเฟลาเดี่ยว ล้อถูกประกอบอยู่ในชุดจับยึดล้อโดยหมุนได้อิสระรอบเฟลาแกนล้อ ชุดจับยึดล้อถูกสวมเข้ากับไทมมิ่งพูลล์และสวมเข้าเฟลาเดี่ยว เฟลาเดี่ยวของล้อสวมเข้ากับตลับลูกปืนสองตัวที่นั้งอยู่ในเรื่อนยึดเฟลาเดี่ยว เรื่อนยึดเฟลาเดี่ยวจะยึดเข้ากับฐานของโมดูลอีกทีหนึ่งเพื่อให้ชิ้นส่วนทั้งหมดให้ตั้งฉากกับฐานของโมดูล

ชุดขับที่ใช้เปลี่ยนทิศทางของล้อประกอบด้วยมอเตอร์ปรับมุมเดี่ยวหนึ่งตัว สายพานไทมมิ่ง ชุดปรับความตึงของสายพานและเอนโคดเดอร์ ที่เฟลาของมอเตอร์จะติดตั้งพูลล์ขับทำหน้าที่ในการปรับมุมเดี่ยวของล้อผ่านสายพานไทมมิ่งที่มีระยะพิทช์ 0.08 นิ้วและความกว้างของสายพาน 1/4 นิ้ว สายพานไทมมิ่งเส้นนี้จะร้อยผ่านพูลล์ตามซึ่งติดตั้งอยู่กับชุดจับยึดล้อชุดปรับความตึงของสายพาน และพูลล์ของเอนโคดเดอร์ ซึ่งถูกติดตั้งอยู่บนเฟลาที่ต่อทะลุผ่านแผ่นฐานของโมดูลเพื่อติดตั้งกับเอนโคดเดอร์ทางด้านบนฐาน ที่เฟลาต่อระหว่างพูลล์กับเอนโคดเดอร์นี้จะมีตลับลูกปืนสำหรับรับภาระที่กระทำกับเฟลาและพูลล์ทั้งหมดแทนเฟลาของเอนโคดเดอร์ อัตราทดระหว่างพูลล์ขับกับพูลล์ตามเท่ากับ 1 ต่อ 10 ที่แผ่นฐานของโมดูลล้อจะติดตั้งแทนรางลูกปืนเชิงเส้นเพื่อรองรับตลับลูกปืนเชิงเส้นของกลไกปรับขนาด

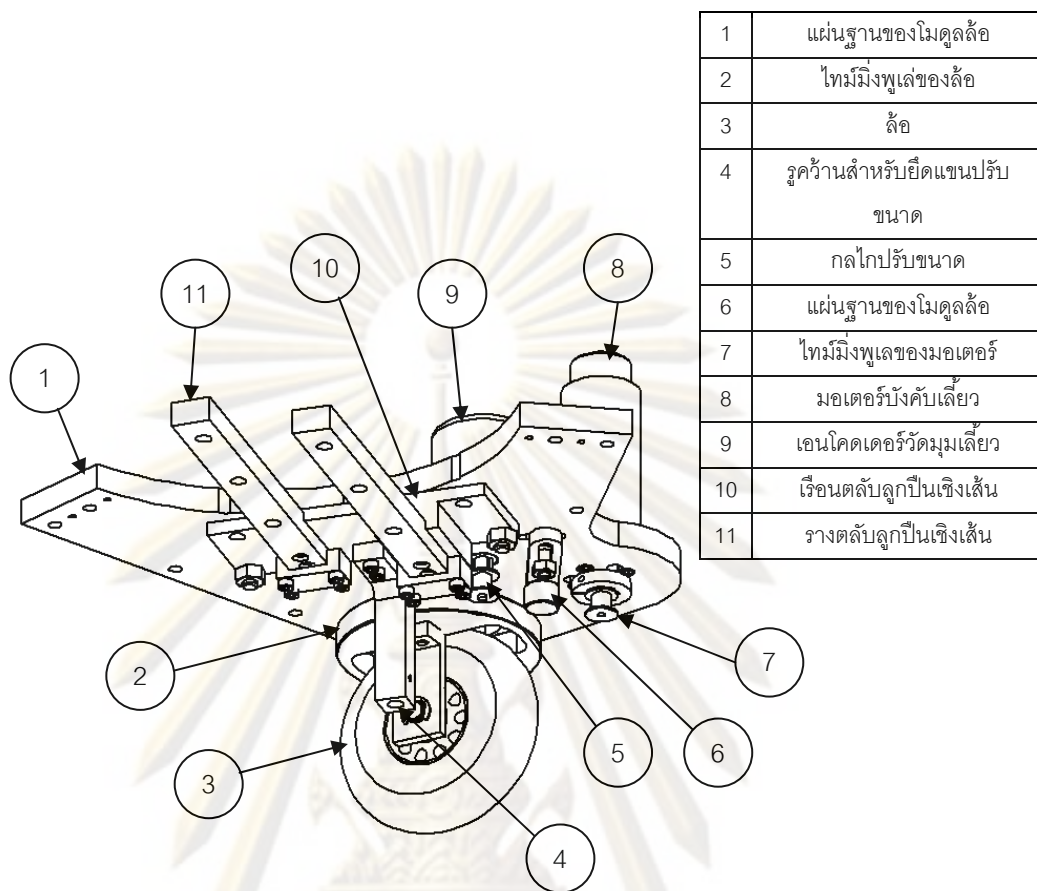
เมื่อประกอบชุดล้อและชุดขับที่ใช้เปลี่ยนทิศทางของล้อลงบนฐานของโมดูลจะได้โมดูลล้อที่สมบูรณ์นำไปประกอบเป็นหุ่นยนต์โคบอทได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.3 ภาพด้านบนของโมดูลล้อ

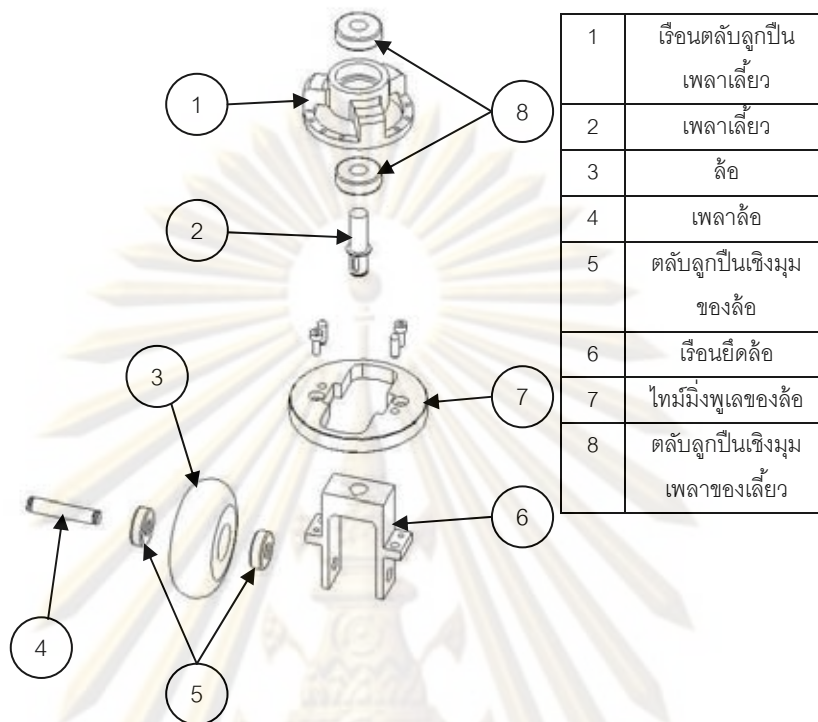
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



1	แผ่นฐานของมอเตอร์
2	โคมมิ่งพูล์ของล้อ
3	ล้อ
4	รูคว้านสำหรับยึดแกนปรับขนาด
5	กลไกปรับขนาด
6	แผ่นฐานของมอเตอร์
7	โคมมิ่งพูล์ของมอเตอร์
8	มอเตอร์บังคับเดี่ยว
9	เอนโคเดอร์วัดมุมเดี่ยว
10	เร็นตลับลูกปืนเชิงเส้น
11	รางตลับลูกปืนเชิงเส้น

รูปที่ 3.4 ภาพด้านข้างของมอเตอร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

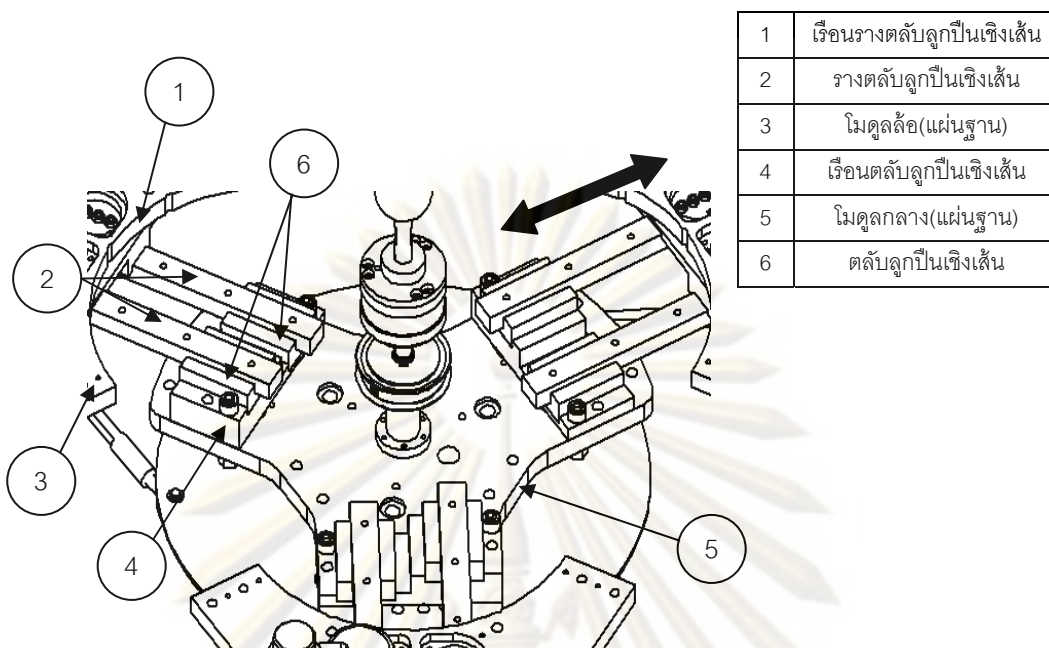


รูปที่ 3.5 ส่วนประกอบของล้อ

3.3 กลไกปรับขนาด

กลไกปรับขนาดประกอบด้วยตลับลูกปืนเชิงเส้นและรางตลับลูกปืนจำนวนสองชุดวางขนานกันเพื่อเพิ่มความแข็งแรงและลดระยะคลอนให้ได้น้อยที่สุด ความสูงของรางตลับลูกปืนจะต่างระดับกันเพื่อหลบรางตลับลูกปืนจากโมดูลล้อตัวข้างเคียง ตัวตลับลูกปืนจะมีแท่นตลับลูกปืนรองรับ และรางตลับลูกปืนจะมีแท่นรองรับเช่นกัน แท่นตลับลูกปืนจะเป็นชิ้นส่วนที่ติดตั้งเข้ากับโมดูลฐาน และแท่นรางตลับลูกปืนจะติดตั้งที่ด้านใต้ของโมดูลล้อ การติดตั้งกลไกปรับขนาดนี้ จะทำให้โมดูลล้อทั้งสามโมดูลเคลื่อนที่เข้าออกในแนวรัศมีของหุ่นยนต์โคบอท

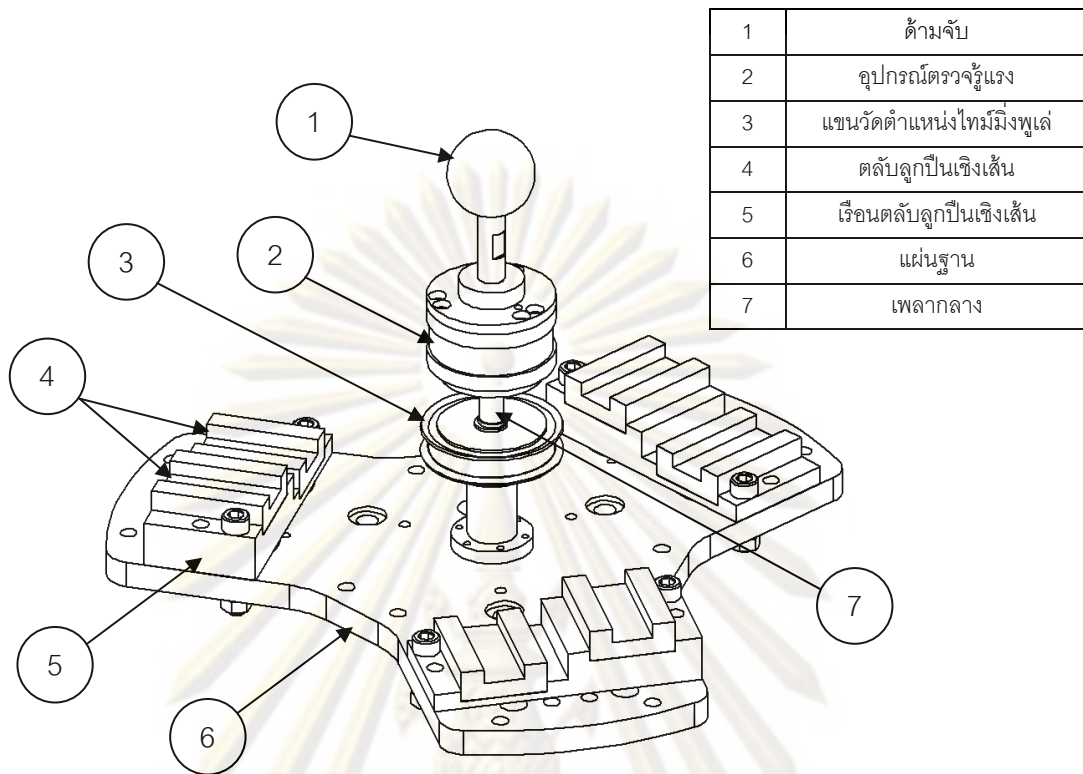
การเคลื่อนที่ของกลไกปรับขนาดเข้าออกตามแนวรัศมี ถูกบังคับด้วยกลไกบังคับการปรับขนาดให้แต่ละโมดูลเคลื่อนที่เข้าออกพร้อมๆกัน ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป การวัดตำแหน่งของโมดูลล้อตามแนวรัศมีนี้จะทำการวัดจากกลไกบังคับการปรับขนาดด้วยเช่นกัน



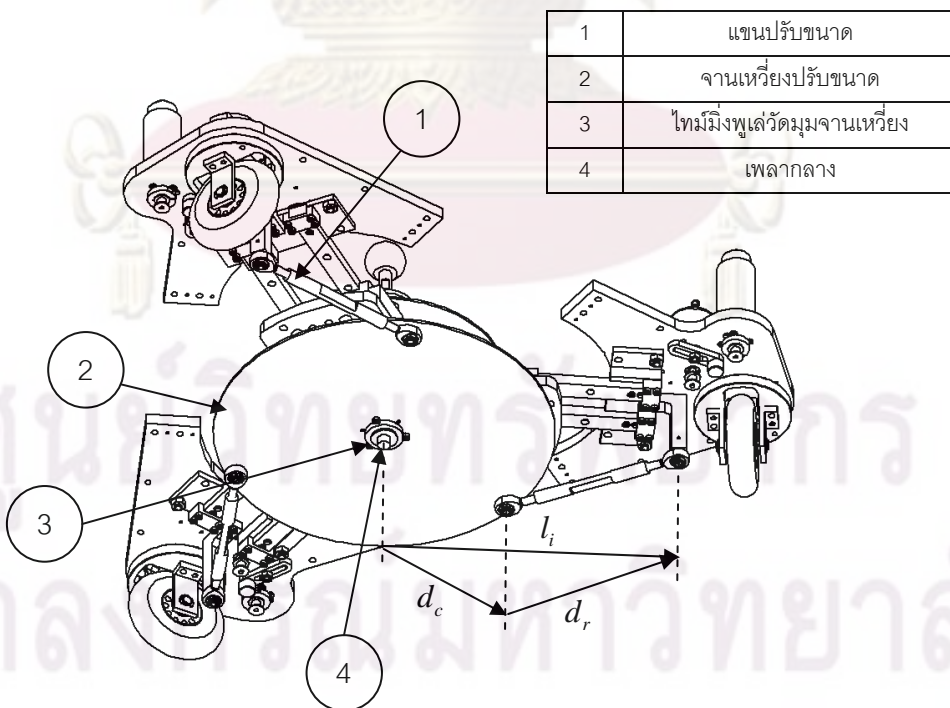
รูปที่ 3.6 ส่วนประกอบของข้อต่อของแขนกลขนาน (ในรูปแสดงเพียงข้างเดียว)

3.4 โมดูลฐาน

โมดูลฐานในรูปที่ 3.6 เป็นส่วนที่เชื่อมโมดูลทั้งหมดเข้าด้วยกัน ซึ่งได้แก่โมดูลล้อ ทั้งสามโมดูลและแขนสำหรับวัดตำแหน่ง บนโมดูลฐานจะมีแท่นตลับลูกปืนเชิงเส้นเพื่อรองรับตลับลูกปืนเชิงเส้นจำนวนสองตัวของกลไกปรับขนาด แขนวัดตำแหน่งติดตั้งเข้ากับโมดูลฐาน โดยที่ปลายแขนวัดตำแหน่งสวมลงที่เพลากลางของโมดูลฐานใต้อุปกรณ์วัดแรง อุปกรณ์วัดแรงทำหน้าที่ในการวัดแรงของผู้ใช้ที่กระทำกับด้ามจับที่ติดตั้งอยู่บนอุปกรณ์ตรวจรู้แรงอีกที่หนึ่งการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้แรงที่ตำแหน่งนี้เพื่อให้อุปกรณ์ตรวจรู้แรงวัดแรงจากผู้ใช้ได้โดยตรงถ้าติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้แรงใต้ข้อต่อของแขนวัดตำแหน่ง ทำให้แรงที่วัดได้มีผลจากความเฉื่อยของแขนวัดตำแหน่งรวมอยู่ด้วย ใต้จุดเชื่อมของแขนวัดตำแหน่งจะติดตั้งแผ่นอะลูมิเนียมเพื่อป้องกันมือของผู้ใช้จากกลไกปรับขนาดและป้องกันฝุ่นใต้แผ่นป้องกันฝุ่นจะติดตั้งพู่ไทม์มิ่งสำหรับร้อยสายพานจากแขนวัดตำแหน่ง พู่ไทม์มิ่งนี้ตั้งอยู่บนแท่นรองรับเพื่อปรับระดับให้อยู่ระดับเดียวกับสายพาน บริเวณรอบของแท่นรองรับพู่ไทม์มิ่งเป็นห้องสำหรับเก็บรางตลับลูกปืนของกลไกปรับขนาด เพลากลางของโมดูลฐานจะร้อยทะลุแผ่นฐานลงมาด้านล่าง เพื่อเป็นแกนสำหรับติดตั้งชุดกลไกบังคับการปรับขนาด



รูปที่ 3.7 ไมค์ดูลฐาน



รูปที่ 3.8 กลไกปรับขนาด

3.5 กลไกบังคับการปรับขนาด

กลไกบังคับการปรับขนาดทำหน้าที่ในการควบคุมให้โมดูลล์อทั้งสามเคลื่อนที่เข้าออกพร้อมๆกัน ชุดกลไกปรับขนาดประกอบด้วยจานเหวี่ยง แขนสำหรับเชื่อมกับโมดูลล์อ 3 แขน เอนโคดเดอร์สำหรับวัดมุมจานเหวี่ยง, และชุดไทม์มิ่งพูล์ พูล์ขับจะติดตั้งตลับลูกปืนสองชุดที่จุดศูนย์กลาง และสวมเข้ากับเพลากลางของโมดูลล์ฐาน ทำให้พูล์ตัวนี้สามารถหมุนได้อย่างอิสระรอบเพลากลางของโมดูลล์ฐาน จานเหวี่ยงยึดติดกับพูล์ขับโดยมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน บริเวณขอบของจานเหวี่ยงมีรูเจาะสามรูทำมุมห่างกัน $1/3$ ส่วนของจานเหวี่ยง รูเจาะทั้งสามรูใช้สำหรับติดตั้งแขนสำหรับยึดกับโมดูลล์อทั้งสาม เอนโคดเดอร์จะติดตั้งอยู่กับแผ่นฐานของโมดูลล์ ที่เพลากลางของเอนโคดเดอร์ติดตั้งพูล์ตามเพื่อวัดมุมของจานเหวี่ยง อัตราทดของชุดไทม์มิ่งพูล์เท่ากับ 1:10 แขนเชื่อมระหว่างจานเหวี่ยงและโมดูลล์อจะติดตั้งตลับลูกปืนที่ปลายแขนทั้งสองข้าง สำหรับเชื่อมเข้ากับเพลานบนจานเหวี่ยงและโมดูลล์อ

การบังคับการเคลื่อนที่ของโมดูลล์อด้วยกลไกบังคับการปรับขนาดมีหลักการเช่นเดียวกับกลไกข้อเหวี่ยงที่อยู่ในเครื่องยนต์ การหมุนของจานเหวี่ยงปรับขนาดควบคุมโมดูลล์อทางออกหรือหุบเข้าตามทิศทางการหมุนและตำแหน่งของจากเหวี่ยงปรับขนาด ความยาวแขนกำหนดด้วยสัญลักษณ์ d_r ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.1475 เมตร และรัศมีของจานเหวี่ยงปรับขนาด แทนด้วย d_c มีค่าเท่ากับ 0.125 เมตร มุม γ หาได้จากความสัมพันธ์

$$\frac{d_r}{\sin(\beta)} = \frac{d_c}{\sin(\gamma)} \quad (3.1)$$

แก้สมการหามุม γ

$$\gamma = \sin^{-1}\left(\frac{d_c \sin(\beta)}{d_r}\right) \quad (3.2)$$

ระยะ l_i หาได้จากความสัมพันธ์

$$l_i = d_r \cos(\gamma) + d_c \cos(\beta) \quad (3.3)$$

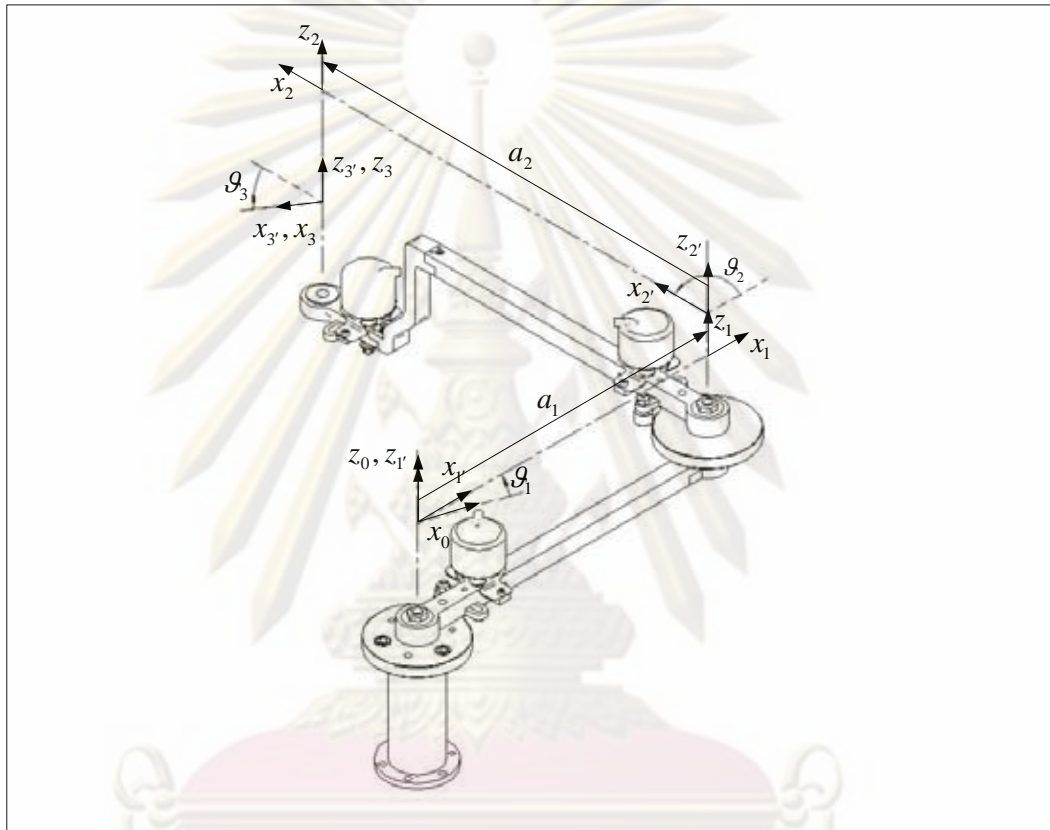
แทนค่าสมการที่ 3.2 ลงในสมการ 3.3 จะได้สมการที่ 3.4 ใช้ในการคำนวณค่า l_i เป็น

$$l_i = d_r \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{d_c \sin(\beta)}{d_r}\right)\right) + d_c \cos(\beta) \quad (3.4)$$

จัดรูปให้สะดวกต่อการคำนวณ

$$l_i = d_r \sqrt{1 - \frac{d_c^2 \sin^2(\beta)}{d_r^2}} + d_c \cos(\beta) \quad (3.5)$$

3.6 โครงสร้างแขนวัดตำแหน่ง



รูปที่ 3.9 การตั้งแกนพิกัดจากของแขนวัดตำแหน่ง

โครงสร้างแขนวัดตำแหน่งเป็นโครงสร้างแขนกลแบบอนุกรมตามรูปที่ 3.9 ทำหน้าที่สำหรับการวัดตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอท (x, y, θ) ข้อต่อบนแขนวัดตำแหน่งจะติดตั้งเอนโคดเดอร์ตัวที่ 1, 2 และ 3 สำหรับวัดมุม θ_1 , θ_2 , และ θ_3 ตามลำดับ เอนโคดเดอร์สำหรับวัดมุม θ_1 , θ_2 วัดผ่านระบบสายพานไทม์มิ่งอัตราทด 1 ต่อ 10 เพื่อเป็นการเพิ่มความละเอียดในการวัด เนื่องจากมุม θ_1 , θ_2 มีผลในการคำนวณตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอท ส่วนเอนโคดเดอร์ที่ใช้วัดมุม θ_3 สายพานไทม์มิ่งมีอัตราทดเพียง 1 ต่อ 5 เนื่องจากมุม θ_3 ใช้ในการคำนวณมุมวางตัวของหุ่นยนต์โคบอทเท่านั้น

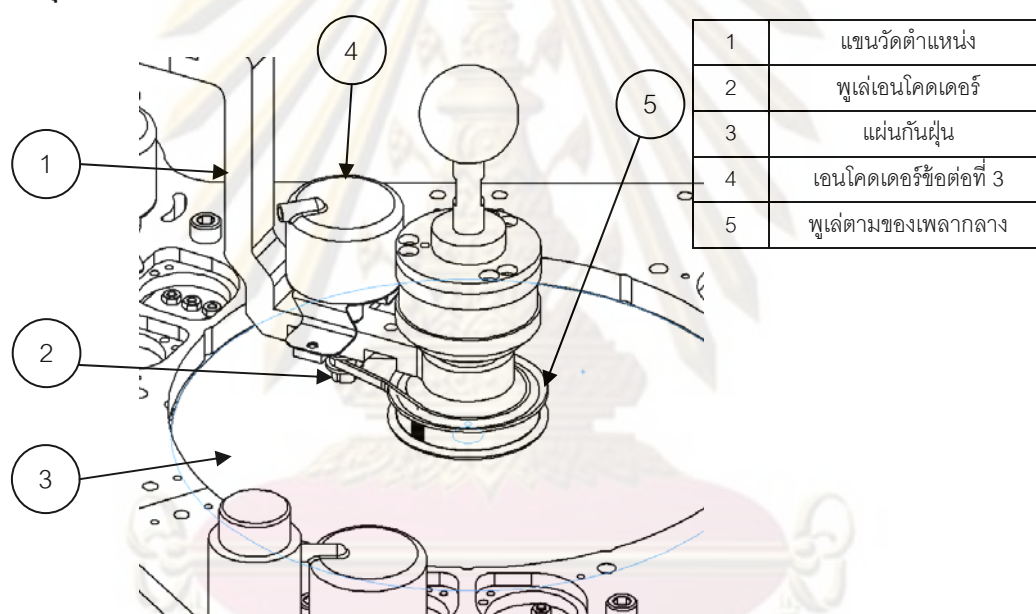
การคำนวณตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทจากมุมของข้อต่อของแขนวัดตำแหน่ง
นี้ใช้จลนศาสตร์ของแขนกล ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$X = d_1 \cos(\theta_1) + d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.6)$$

$$Y = d_1 \sin(\theta_1) + d_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.7)$$

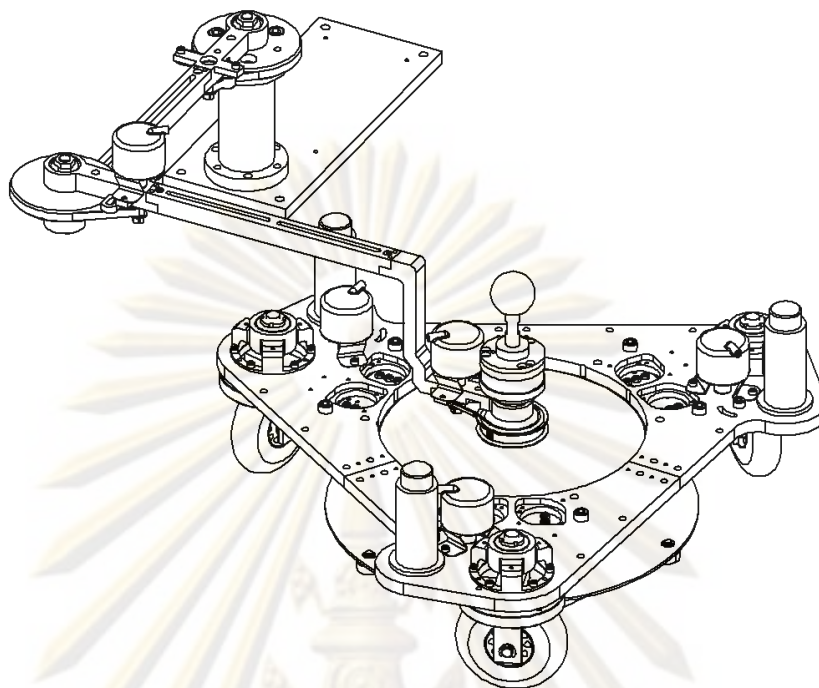
$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (3.8)$$

3.7 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดติดตั้งแขนวัดตำแหน่ง



รูปที่ 3.10 รายละเอียดบริเวณด้ามจับ

แขนวัดตำแหน่งประกอบเข้าตรงกลางโมดูลฐานของหุ่นยนต์โคบอท ปลายของ
แขนวัดตำแหน่งสวมเข้ากับเฟลากลางของโมดูลฐานบริเวณด้านใต้ของอุปกรณ์วัดแรงเป็น
ตำแหน่งที่ทำให้การคำนวณจลนศาสตร์ของแขนวัดตำแหน่งและหุ่นยนต์โคบอทง่ายที่สุด โครงรูป
สามมิติของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดพร้อมแขนวัดตำแหน่งได้แสดงในรูปที่ 3.11

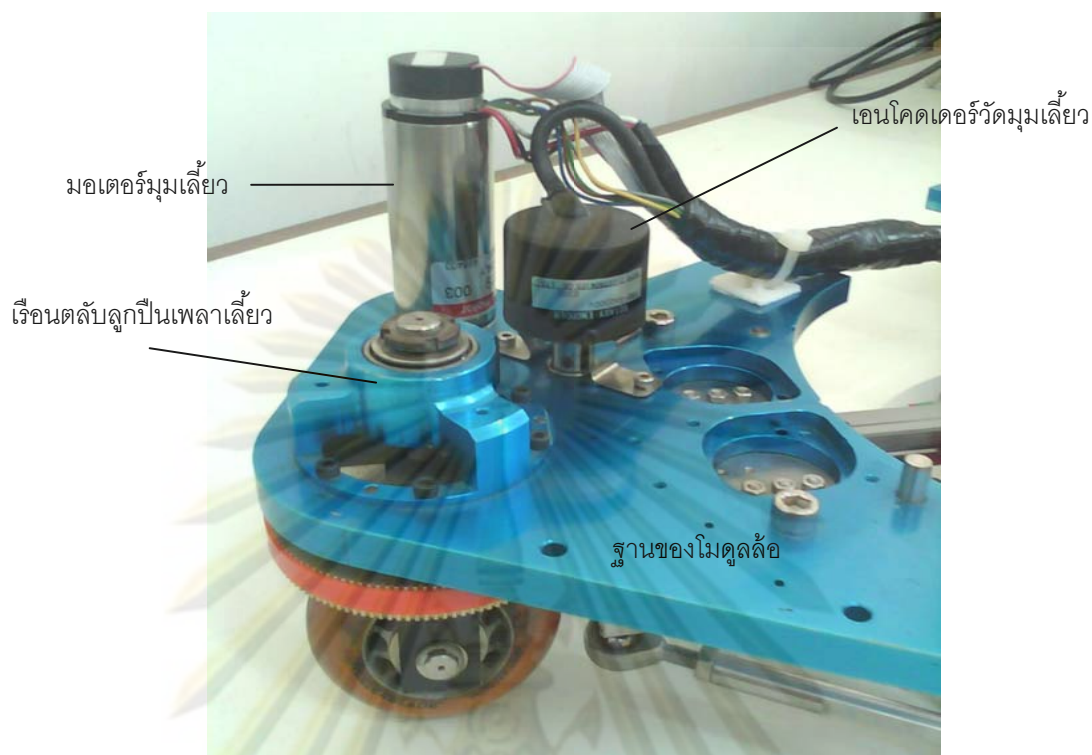


รูปที่ 3.11 หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดและแกนวัดตำแหน่ง

3.8 การจัดสร้างหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดพร้อมติดตั้งแกนกลวัดตำแหน่ง

การขึ้นรูปและประกอบตัวหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดค่อนข้างซับซ้อน และต้องการความแม่นยำสูง เนื่องจากหุ่นยนต์โคบอทถูกออกแบบให้หุ่นยนต์โคบอทสามารถปรับขนาด ทำให้หุ่นยนต์โคบอทมีข้อต่อจำนวนมาก ข้อต่อเหล่านี้ผ่านการขึ้นรูปและประกอบอย่างแม่นยำ ใช้พิถีพิถันในการประกอบ ชิ้นส่วนสำเร็จที่นำมาใช้ก็เป็นชิ้นส่วนคุณภาพสูง เพื่อเพิ่มความแม่นยำและลดระยะคลอนให้เหลือน้อยที่สุด ส่วนประกอบของหุ่นยนต์โคบอทเกือบทั้งหมดขึ้นรูปด้วยเครื่องจักรซีเอ็นซี ชิ้นส่วนที่ประกอบเข้าด้วยกันจะต้องใส่สลักเพื่อเพิ่มความแม่นยำในการประกอบ การใช้ชุดตลับลูกปืนเชิงเส้นถึงสองชุดวางขนานกันในกลไกปรับขนาดนั้น เพื่อกำจัดระยะคลอนให้เหลือน้อยที่สุดและสามารถรับภาระน้ำหนักได้มากขึ้น

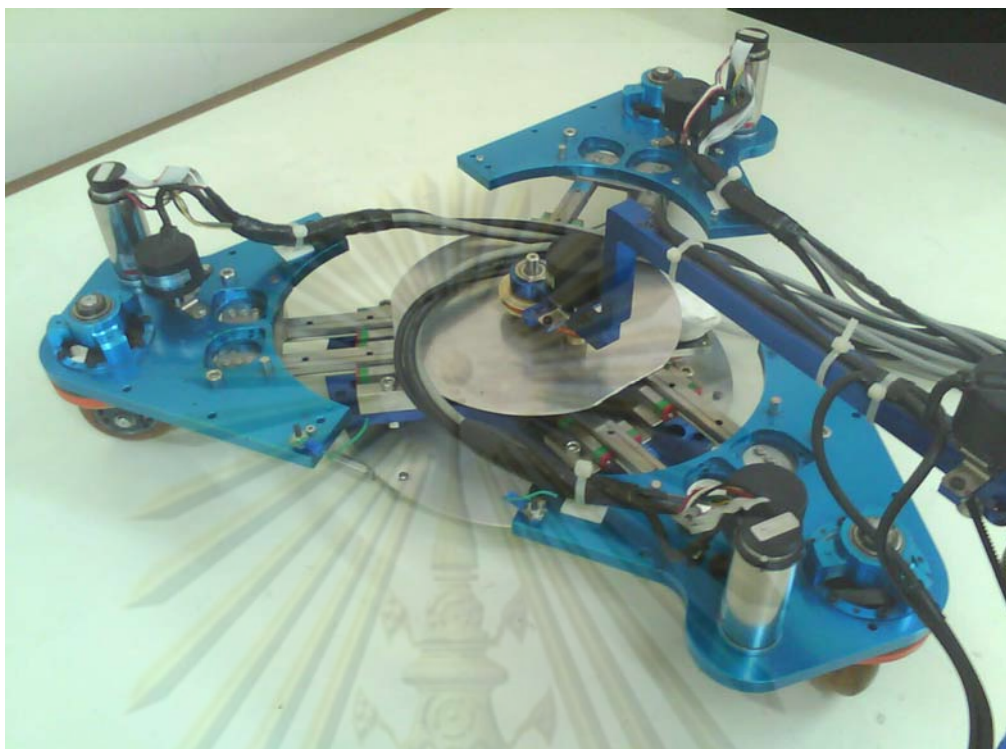
จากที่ได้ออกแบบไว้ ตัวของหุ่นยนต์โคบอทประกอบขึ้นจากโมดูล 4 โมดูล คือ โมดูลฐานและโมดูลล้อซึ่งสามารถขยายออกจากโมดูลฐานได้อีก 3 โมดูล หุ่นยนต์โคบอทที่ประกอบสมบูรณ์แล้วแสดงในรูปที่ 3.12 ถึง 3.14



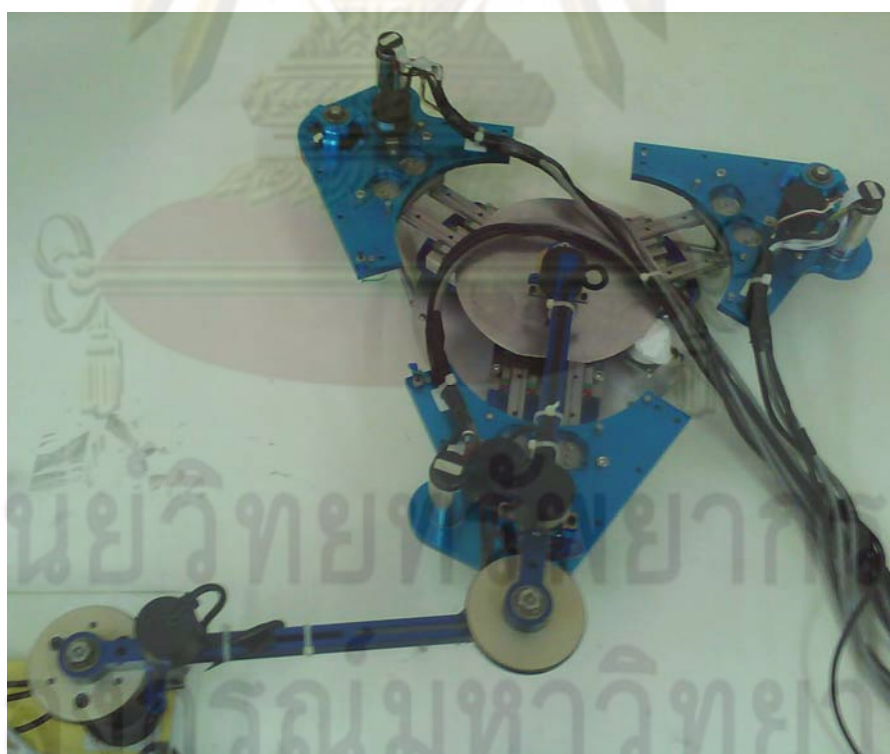
รูปที่ 3.12 โมดูลล้อ



รูปที่ 3.13 หุ่นยนต์โคบอลขนาดปกติ



รูปที่ 3.14 หุ่นยนต์โคบอทขนาดขณะขยายตัว



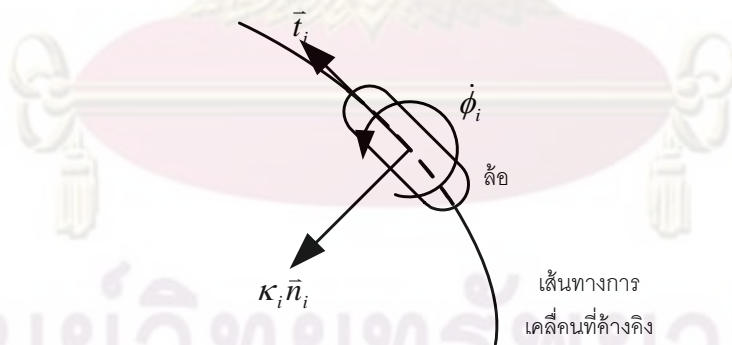
รูปที่ 3.15 หุ่นยนต์โคบอทขณะขยายตัวออก ติดตั้งกับแขนวัดตำแหน่ง

บทที่ 4

จลนศาสตร์การปรับขนาดของหุ่นยนต์โคบอท

จลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอททำหน้าที่ในการคำนวณมุมเลี้ยว เพื่อควบคุมอัตราทดของการเคลื่อนที่ของข้อต่อต่างๆ ของหุ่นยนต์โคบอท เพื่อให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด จลนศาสตร์สำหรับหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดนั้น ทำการพัฒนาเพิ่มเติมจากจลนศาสตร์ของสกุเตอ์หุ่นยนต์โคบอท [6] จลนศาสตร์การปรับขนาดนั้นรองรับความสามารถในการปรับขนาดของหุ่นยนต์โคบอทด้วย จึงทำให้จลนศาสตร์มีความซับซ้อนมากขึ้น การอธิบายจลนศาสตร์การปรับขนาดนั้นจะเริ่มจากการอธิบายหลักการของจลนศาสตร์แบบล้อยเป็นพื้นฐานก่อนแล้วจึงอธิบายจลนศาสตร์การปรับขนาดต่อไป อนึ่งการจัดรูปของจลนศาสตร์การปรับขนาดนั้นสามารถเขียนในรูปจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบเดิมได้ แต่จะทำให้การพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจลนศาสตร์กับการเคลื่อนที่ในความจริงได้ยากและทำให้เวกเตอร์ที่เกี่ยวข้องมีสมาชิกที่ไม่เป็นอิสระต่อกันซึ่งไม่นิยมเขียนเวกเตอร์ในลักษณะนี้ การเขียนในรูปแบบดังกล่าวจะกล่าวถึงในภาคผนวก ในบทนี้จะกล่าวถึงจลนศาสตร์การปรับขนาดที่แยกจลนศาสตร์ของปริภูมิการทำงานและปริภูมิการปรับขนาด เนื่องจากสามารถอธิบายความหมายทางกายภาพได้ชัดเจนกว่า

4.1 จลนศาสตร์ของล้อย

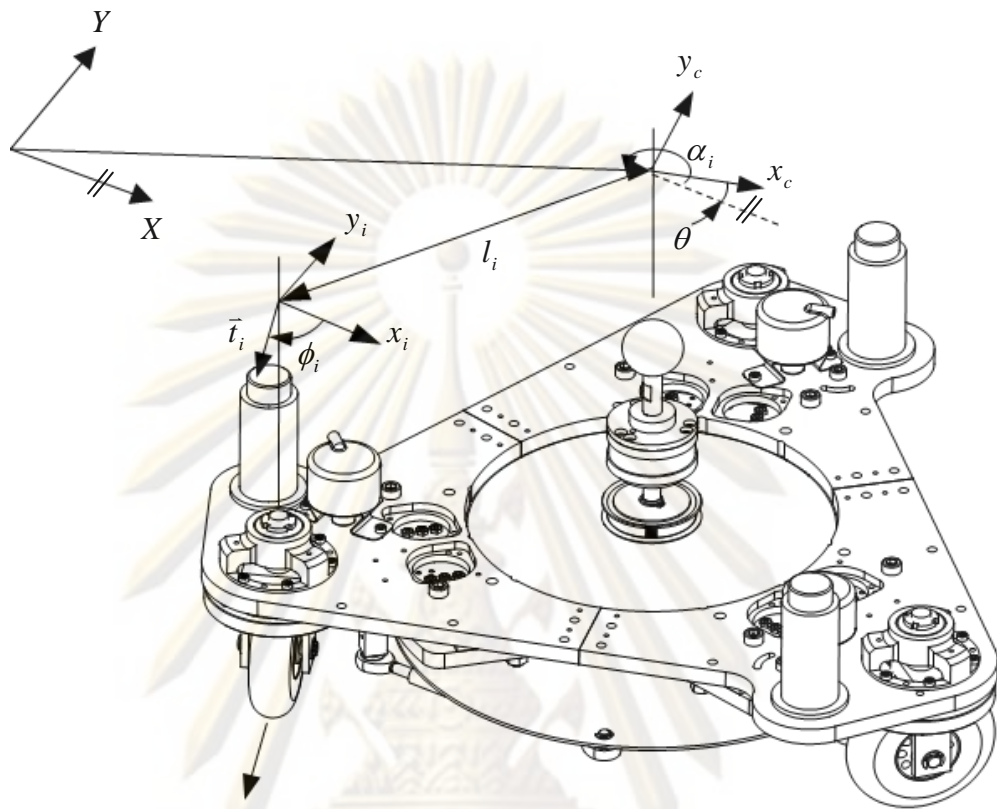


รูปที่ 4.1 การเคลื่อนที่ของล้อย

รูปที่ 4.1 แสดงล้อยที่กำลังเคลื่อนที่ตามเส้นโค้งอ้างอิงด้วยอัตราเร็ว u_i มีเวกเตอร์สัมผัส \vec{t}_i และเวกเตอร์ความโค้ง $\kappa_i \vec{n}_i$ เวกเตอร์ทั้งสองเป็นฟังก์ชันของความยาวโค้งของการเคลื่อนที่ s_i ความเร็วเชิงมุมในการเลี้ยวล้อยเพื่อให้เคลื่อนที่ตามเส้นโค้งโดยไม่มีการไถลจะเท่ากับ

$$\dot{\phi} = u_i \vec{t}_i \times \kappa_i \vec{n}_i \quad (4.1)$$

4.2 จลนศาสตร์การปรับขนาด



รูปที่ 4.2 การตั้งแกนปริภูมิของหุ่นยนต์ต้นแบบ

ในจลนศาสตร์การปรับขนาดการระบุโครงแบบ (Configuration) ของหุ่นยนต์โคบอทประกอบด้วยปริภูมิที่สำคัญสองปริภูมิ คือ ปริภูมิการทำงานและปริภูมิการปรับขนาด ปริภูมิการทำงานใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลางของหุ่นยนต์โคบอท ปริภูมิการปรับขนาดเป็นปริภูมิที่กำหนดขึ้นใหม่ในงานวิจัยนี้เพื่ออธิบายการปรับขนาดและรูปร่างของหุ่นยนต์โคบอท โครงแบบของปริภูมิการปรับขนาดสามารถกำหนดได้อิสระ เพื่อให้สอดคล้องโครงแบบของหุ่นยนต์โคบอท

รูปที่ 4.2 แสดงการตั้งแกนพิกัดของปริภูมิของหุ่นยนต์โคบอท ปริภูมิการทำงานเป็นปริภูมิสัมบูรณ์ไม่เคลื่อนที่ (Fixed coordinate) มี 3 มิติ คือ $[x, y, \theta]$ โดยที่ θ คือมุมวางตัวของหุ่นยนต์โคบอทมีหน่วยเป็นเรเดียน l เป็นค่าคงที่สำหรับแปลงหน่วยจากเรเดียนให้อยู่ในหน่วยเมตร และกำหนดให้มีค่าเป็น 1 เมตร/เรเดียน เพื่อให้ไม่มีผลต่อการคำนวณ นอกจากนี้ยังมีปริภูมิของล้อ $[x_i, y_i]$ เป็นปริภูมิสัมบูรณ์และมีจุดกำเนิดที่เดียวกับปริภูมิการทำงานแต่มีเพียง 2 มิติใช้

อธิบายการเคลื่อนที่ของล้อ ปริภูมิการปรับขนาด $[l_i, \alpha_i]$ ซึ่งไม่ได้แสดงแกนในรูป และปริภูมิของจุดศูนย์กลางของหุ่นยนต์โคบอท $[x_c, y_c]$ เป็นปริภูมิที่ติดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของหุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่และหมุนไปพร้อมกัน

ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของหุ่นยนต์โคบอทระบุด้วยเวกเตอร์ตำแหน่งในปริภูมิการทำงาน \bar{R} เวกเตอร์ เวกเตอร์ตำแหน่งของการปรับขนาดใช้สัญลักษณ์ \bar{E}_i โดยที่ i แสดงลำดับของล้อ เวกเตอร์ตำแหน่งของล้อใช้สัญลักษณ์ \bar{r}_i คำนวณได้จากเวกเตอร์ตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทในปริภูมิการทำงานและเวกเตอร์ตำแหน่งในปริภูมิการปรับขนาด โดยตัวดำเนินการ L_i

$$\bar{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ix}(\bar{R}, \bar{E}_i) \\ L_{iy}(\bar{R}, \bar{E}_i) \end{bmatrix} = L_i(\bar{R}, \bar{E}_i) \quad (4.2)$$

เวกเตอร์สัมผัสของล้อที่ i ใช้สัญลักษณ์ \bar{t}_i เป็นอนุพันธ์ของเวกเตอร์ตำแหน่ง \bar{r}_i เทียบความยาวโค้งของล้อ s_i

$$\bar{t}_i = \frac{d\bar{r}_i}{ds_i} = \begin{bmatrix} \frac{dx_i}{ds_i} \\ \frac{dy_i}{ds_i} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

เนื่องจากเวกเตอร์ตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทและเวกเตอร์ตำแหน่งของการปรับขนาดเป็นฟังก์ชันของความยาวโค้งการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงาน s เวกเตอร์สัมผัสจึงสามารถคำนวณหาได้ด้วยกฎลูกโซ่ (Chain's rule) และการหาอนุพันธ์ย่อยเวกเตอร์ (Partial derivative)

$$\bar{t}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

เขียนสมการที่ 4.4 .ให้อยู่ในรูปเมตริก

$$\bar{t}_i = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} \right) + \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \right) \\ \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} \right) + \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\begin{array}{c} \left[\frac{\partial x_i}{\partial X} \quad \frac{\partial x_i}{\partial Y} \quad \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right] \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} + \left[\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \quad \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right] \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \\ \\ \left[\frac{\partial y_i}{\partial X} \quad \frac{\partial y_i}{\partial Y} \quad \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right] \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} + \left[\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \quad \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right] \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \end{array} \right] \\
&= \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix}}_{J_{i(R)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dx}{ds} \\ \frac{dy}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix}}_{\vec{T}} \frac{ds}{ds_i} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix}}_{J_{i(E)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\frac{d\vec{E}_i}{ds}} \frac{ds}{ds_i} \quad (4.5)
\end{aligned}$$

สมการที่ 4.5 มีพจน์ตามนิยามทางคณิตศาสตร์ดังนี้ เมตริกจาโคเบียนของปริภูมิการทำงาน $J_{i(R)}$ เวกเตอร์สัมผัสของปริภูมิการทำงาน \vec{T} เมตริกจาโคเบียนของปริภูมิการปรับขนาด $J_{i(E)}$ อนุพันธ์ของเวกเตอร์ตำแหน่งของปริภูมิการปรับขนาดเทียบกับความยาวโค้ง $d\vec{E}_i/ds$ และอัตราส่วนอัตราเร็วระหว่างปริภูมิการทำงานกับปริภูมิล้อ ds/ds_i สมการที่ 4.5 สามารถเขียนด้วยสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\vec{t}_i = J_{i(R)} \vec{T} \frac{ds}{ds_i} + J_{i(E)} \frac{d\vec{E}_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \quad (4.6)$$

พจน์ $d\vec{E}_i/ds$ เป็นผลคูณระหว่างเวกเตอร์สัมผัสของปริภูมิการปรับขนาดและอัตราส่วนของอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ในปริภูมิการปรับขนาดกับการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงาน ดังสมการ

$$\frac{d\vec{E}_i}{ds} = \frac{d\vec{E}_i}{ds_E} \frac{ds_E}{ds} \quad (4.7)$$

โดยที่ $d\vec{E}_i/ds_E$ เป็นเวกเตอร์สัมผัสของปริภูมิการปรับขนาด และ ds_E/ds เป็นอัตราส่วนของอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ระหว่างปริภูมิการปรับขนาดกับปริภูมิการทำงาน หรืออาจพิจารณาเป็นเงื่อนไขบังคับ (Constraint) ระหว่างการเคลื่อนที่ของทั้งสองปริภูมิ จากความสัมพันธ์ตามสมการที่

4.7 จะเห็นได้ว่าเราสามารถกำหนดเวกเตอร์ตำแหน่งในปริภูมิการปรับขนาดได้อย่างอิสระโดยกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของความยาวโค้งการเคลื่อนที่ในปริภูมิการปรับขนาดเองได้ และสร้างเงื่อนไขบังคับเพื่อให้สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานได้ อย่างไรก็ตามความสัมพันธ์ดังกล่าวจะไม่ถูกกล่าวถึงในการพัฒนาระบบจลนศาสตร์การปรับขนาด เพื่อหลีกเลี่ยงความซับซ้อนของคณิตศาสตร์ โดยการกำหนดให้เวกเตอร์ตำแหน่งของการปรับขนาดเป็นฟังก์ชันของความยาวโค้งการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานดังนั้นพจน์ dE_i/ds จึงไม่สามารถเรียกเป็นเวกเตอร์สัมผัสได้

ในสมการที่ 4.5 จะปรากฏพจน์อัตราส่วนความเร็วระหว่างปริภูมิ ds/ds_i สามารถหาได้จากกำลังสองของผลต่างอนุพันธ์ (difference) ของความยาวโค้ง ซึ่งนิยามด้วย

$$ds_i^2 = dx_i^2 + dy_i^2 \quad (4.8)$$

x_i และ y_i เป็นฟังก์ชันของตัวแปร $X, Y, \theta, l_i, \alpha_i$ ดังนั้นผลต่างอนุพันธ์ในสมการจึงอยู่ในรูปผลต่างอนุพันธ์ย่อย (Partial difference)

$$dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial X} dX + \frac{\partial x_i}{\partial Y} dY + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} dl_i + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \quad (4.9)$$

$$dy_i = \frac{\partial y_i}{\partial X} dX + \frac{\partial y_i}{\partial Y} dY + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} dl_i + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \quad (4.10)$$

แทนค่าในสมการที่ 4.8 และจัดกลุ่มใหม่

$$\begin{aligned} \frac{ds}{ds_i} &= \sqrt{\frac{ds^2}{\left(\frac{\partial x_i}{\partial X} dX + \frac{\partial x_i}{\partial Y} dY + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} dl_i + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \right)^2 + \dots \\ &\quad \dots + \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} dX + \frac{\partial y_i}{\partial Y} dY + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} dl_i + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{\left[\left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) + \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \right]^2 + \dots \\ &\quad \dots + \left[\left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) + \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \right]^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right)^2 \right] \dots \left. \right]^{\frac{1}{2}} \\
& \dots + \left[2 \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \right] \dots \\
& \dots + 2 \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \dots \\
& \dots + \left[\left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right)^2 \right] \dots
\end{aligned} \tag{4.11}$$

เขียนสมการ 4.11 ให้อยู่ในรูปเมตริก

$$\begin{aligned}
& \left[\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} & \frac{dY}{ds} & \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial X} \\ \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} \\ \frac{\partial x_i}{\partial \theta} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix}}_{J_{i(R)}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix}}_{J_{i(R)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}} \dots \right]^{\frac{1}{2}} \\
& \dots + 2 \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dx_i}{dl_i} & \frac{dy_i}{dl_i} \\ \frac{dx_i}{d\alpha_i} & \frac{dy_i}{d\alpha_i} \end{bmatrix}}_{J_{i(E)}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix}}_{J_{i(R)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}} \dots \\
& \dots + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dx_i}{dl_i} & \frac{dy_i}{dl_i} \\ \frac{dx_i}{d\alpha_i} & \frac{dy_i}{d\alpha_i} \end{bmatrix}}_{J_{i(E)}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dx_i}{dl_i} & \frac{dx_i}{d\alpha_i} \\ \frac{dy_i}{dl_i} & \frac{dy_i}{d\alpha_i} \end{bmatrix}}_{J_{i(E)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\frac{d\bar{E}_i}{ds}} \dots
\end{aligned} \tag{4.12}$$

สมการที่ 4.12 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\frac{ds}{ds_i} = \left[\bar{T}^T J_{i(R)}^T J_{i(R)} \bar{T} + 2 \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(R)} \bar{T} + \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(E)} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.13}$$

อัตราส่วนความเร็วนี้สามารถใช้หาอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ของล้อ จากอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทในปริภูมิการทำงาน ตามสมการที่ 4.14

$$u_i = U \frac{ds}{ds_i} \quad (4.14)$$

เวกเตอร์ความโค้งของล้อหาได้จากอนุพันธ์ของเวกเตอร์สัมผัสเทียบความยาวโค้ง s_i

$$\kappa_i \bar{n}_i = \frac{d\bar{t}_i}{ds_i} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 x_i}{ds_i^2} \\ \frac{d^2 y_i}{ds_i^2} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

พิจารณาองค์ประกอบในแกน x_i

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_i}{ds_i^2} = \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} = \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{dX}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{dX} \frac{dX}{ds} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{ds}{ds_i} \right) \dots \\ \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{dY} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{dY}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{dY} \frac{dY}{ds} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{ds}{ds_i} \right) \dots \\ \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{d\theta} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{d\theta}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{d\theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{ds}{ds_i} \right) \dots \\ \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{dl_i} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{dl_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{dl_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{ds}{ds_i} \right) \dots \\ \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{d\alpha_i} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} + \frac{dx_i}{d\alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{ds}{ds_i} \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

จัดให้อยู่ในรูปแบบเมตริกและจัดกลุ่มของปริภูมิการทำงานและปริภูมิการปรับขนาด

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 x_i}{ds^2} &= \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) \quad \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) \quad \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \right] \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
&\dots + \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) \quad \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \right] \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
&\dots + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{dx_i}{dY} & \frac{dx_i}{d\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 X}{ds^2} \\ \frac{d^2 Y}{ds^2} \\ \frac{d^2 \theta}{ds^2} \end{bmatrix} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \begin{bmatrix} \frac{dx_i}{dl_i} & \frac{dx_i}{d\alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \\ \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \end{bmatrix} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \dots \\
&\dots + \begin{bmatrix} \frac{dx_i}{dX} & \frac{dx_i}{dY} & \frac{dx_i}{d\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \begin{bmatrix} \frac{dx_i}{dl_i} & \frac{dx_i}{d\alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \frac{d^2 s}{ds_i^2} \quad (4.18)
\end{aligned}$$

พิจารณาองค์ประกอบของแกน y_i พจน์ $d^2 y_i / ds_i^2$, จะมีส่วนประกอบเช่นเดียวกับพจน์ $d^2 x_i / ds_i^2$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 y_i}{ds_i^2} &= \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) \quad \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) \quad \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \right] \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
&\dots + \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) \quad \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \right] \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
&\dots + \begin{bmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 X}{ds^2} \\ \frac{d^2 Y}{ds^2} \\ \frac{d^2 \theta}{ds^2} \end{bmatrix} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \begin{bmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \\ \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \end{bmatrix} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \dots \\
&\dots + \begin{bmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \begin{bmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \frac{d^2 s}{ds_i^2} \quad (4.19)
\end{aligned}$$

แทนสมการที่ 4.18 และ 4.19 ลงในสมการที่ 4.15 จะได้สมการของเวกเตอร์ความโค้งของล้อยตามสมการ 4.20

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
\kappa_i \bar{n}_i &= \left[\begin{array}{ccc} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \end{array} \right] \underbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{array} \right]}_{\bar{T}} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
&\dots + \left[\begin{array}{ccc} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \end{array} \right] \underbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{array} \right]}_{\frac{d\bar{E}_i}{ds}} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
&\dots + \underbrace{\left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{array} \right]}_{J_i} \underbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{d^2 X}{ds^2} \\ \frac{d^2 Y}{ds^2} \\ \frac{d^2 \theta}{ds^2} \end{array} \right]}_{\kappa \bar{N}} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{array} \right] \underbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \\ \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \end{array} \right]}_{\frac{d^2 \bar{E}_i}{ds^2}} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \dots \\
&\dots + \underbrace{\left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{array} \right]}_{J_i} \underbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{array} \right]}_{\bar{T}} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{array} \right] \underbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{array} \right]}_{\frac{d\bar{E}_i}{ds}} \frac{d^2 s}{ds_i^2}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

ทำการหาพจน์อนุพันธ์ที่เหลืออยู่ในสมการ 4.20 เมตริกแรกนำมาหาอนุพันธ์ได้เป็น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} \\
& \dots = \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} & \frac{dY}{ds} & \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_i}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta^2} \end{bmatrix}}_{H_{ix(R)}} \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} & \frac{dY}{ds} & \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 y_i}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta^2} \end{bmatrix}}_{H_{iy(R)}} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \\
& \dots + \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\left(\frac{d\bar{E}}{ds} \right)^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} \end{bmatrix}}_{H_{ix(R,E)}} \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\left(\frac{d\bar{E}}{ds} \right)^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} \end{bmatrix}}_{H_{iy(R,E)}} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \tag{4.21}
\end{aligned}$$

เขียนโดยใช้สัญลักษณ์

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}^T H_{ix(R)} \\ \bar{T}^T H_{iy(R)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d\bar{E}}{ds} \right)^T H_{ix(R,E)} \\ \left(\frac{d\bar{E}}{ds} \right)^T H_{iy(R,E)} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \tag{4.22}$$

และเมตริกอนุพันธ์ชุดที่สองในสมการ 4.20 หาอนุพันธ์ได้เป็น

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \end{bmatrix} \\
& \dots = \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} & \frac{dY}{ds} & \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}^T} & \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} \end{bmatrix}}_{H_{ix(E,R)}} \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} & \frac{dY}{ds} & \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}^T} & \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} \end{bmatrix}}_{H_{iy(E,R)} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \\
& \dots + \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T} & \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i^2} \end{bmatrix}}_{H_{ix(E)}} \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T} & \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i^2} \end{bmatrix}}_{H_{iy(E)} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

เขียนโดยใช้สัญลักษณ์

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}^T H_{ix(E,R)} \\ \bar{T}^T H_{iy(E,R)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{ix(E)} \\ \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{iy(E)} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \tag{4.24}$$

พจน์ต่างๆที่ปรากฏในสมการที่ 4.20 ถึง 4.24 ประกอบด้วย เสดเสียนเมตริกของปริภูมิการทำงาน $H_{ix(R)}$ และ $H_{iy(R)}$, เสดเสียนเมตริกของปริภูมิการปรับขนาด $H_{ix(E)}$ และ $H_{iy(E)}$, เสดเสียน

เมตริกที่เป็นความสัมพันธ์ระหว่างสองปริภูมิ $H_{ix(R,E)}$, $H_{iy(R,E)}$, $H_{ix(E,R)}$ และ $H_{iy(E,R)}$, อนุพันธ์ลำดับสองของเวกเตอร์ตำแหน่งในปริภูมิการปรับขนาด $d^2\bar{E}/ds^2$ และอัตราส่วนความเร่งระหว่างปริภูมิการทำงานกับปริภูมิการปรับขนาด d^2s/ds_i^2 แทนสมการที่ 4.22 และ 4.24 ลงในสมการเวกเตอร์ความโค้งในปริภูมิข้อได้เป็น

$$\begin{aligned} \kappa_i \bar{n}_i = & \left\{ \begin{array}{l} \left[\bar{T}^T H_{ix(R)} \right] \frac{ds}{ds_i} + \left[\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{ix(R,E)} \right] \frac{ds}{ds_i} \\ \left[\bar{T}^T H_{iy(R)} \right] \frac{ds}{ds_i} + \left[\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{iy(R,E)} \right] \frac{ds}{ds_i} \end{array} \right\} \bar{T} \frac{ds}{ds_i} + J_{i(R)} \kappa \bar{N} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \quad \dots \\ & \dots + J_{i(R)} \bar{T} \frac{d^2s}{ds_i^2} + \left\{ \begin{array}{l} \left[\bar{T}^T H_{ix(E,R)} \right] \frac{ds}{ds_i} + \left[\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{ix(E)} \right] \frac{ds}{ds_i} \\ \left[\bar{T}^T H_{iy(E,R)} \right] \frac{ds}{ds_i} + \left[\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{iy(E)} \right] \frac{ds}{ds_i} \end{array} \right\} \frac{d\bar{E}_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \quad \dots \quad (4.25) \\ & \dots + J_{i(E)} \frac{d^2\bar{E}_i}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + J_{i(E)} \frac{d\bar{E}_i}{ds} \frac{d^2s}{ds_i^2} \end{aligned}$$

อัตราส่วนความเร่ง d^2s/ds_i^2 ในสมการของเวกเตอร์ความโค้งในปริภูมิของข้อ หาได้จากการหาอนุพันธ์ของ ds/ds_i

$$\frac{d^2s}{ds_i^2} = - \frac{\frac{d}{ds_i} \left(\bar{T}^T J_{i(R)}^T J_{i(R)} \bar{T} + 2 \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(R)} \bar{T} + \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(E)} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) \right)}{2 \left(\bar{T}^T J_{i(R)}^T J_{i(R)} \bar{T} + 2 \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(R)} \bar{T} + \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(E)} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) \right)^{3/2}} \quad (4.26)$$

พิจารณาพจน์อนุพันธ์

$$\begin{aligned} & \frac{d}{ds_i} \left(\bar{T}^T J_{i(R)}^T J_{i(R)} \bar{T} + 2 \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(R)} \bar{T} + \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(E)} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) \right) \quad \dots \\ & \dots = \frac{d}{ds_i} \left(\bar{T}^T J_{i(R)}^T J_{i(R)} \bar{T} \right) + 2 \frac{d}{ds_i} \left(\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(R)} \bar{T} \right) \quad \dots \quad (4.27) \\ & \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(E)} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) \right) \end{aligned}$$

อนุพันธ์ของพจน์แรกทางด้านขวาของสมการที่ 4.27 เป็น

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{ds_i} \left(\bar{T}^T J_{i(R)}^T J_{i(R)} \bar{T} \right) &= \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right)^2 \\
 &\quad \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right)^2 \\
 &= 2 \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{d^2 X}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \dots \right. \\
 &\quad \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{d^2 Y}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d^2 \theta}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \left. \right] \dots \\
 &\quad \dots + 2 \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{d^2 X}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \dots \right. \\
 &\quad \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{d^2 Y}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d^2 \theta}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \left. \right] \\
 &= 2 \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} & \frac{dY}{ds} & \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial X} \\ \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} \\ \frac{\partial x_i}{\partial \theta} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix} \\
 &\quad \dots \left\{ \begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \dots \right. \\
 &\quad \dots + \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 X}{ds^2} \\ \frac{d^2 Y}{ds^2} \\ \frac{d^2 \theta}{ds^2} \end{bmatrix} \right\} \frac{ds}{ds_i} \tag{4.28}
 \end{aligned}$$

เมตริกอนุพันธ์ที่ปรากฏในสมการเป็นเมตริกที่ได้ทำการหาไว้แล้วดังสมการที่ 4.28 ทำให้พจน์แรกนี้สามารถเขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} & \frac{d}{ds_i} (\bar{T}^T J_{i(R)}^T J_{i(R)} \bar{T}) \\ & \dots = 2\bar{T}^T J_{i(R)}^T \left[\begin{array}{c} \bar{T}^T H_{ix(R)} \\ \bar{T}^T H_{iy(R)} \end{array} \right] \bar{T} + \left[\begin{array}{c} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{ix(R,E)} \\ \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{iy(R,E)} \end{array} \right] \bar{T} + J_{i(R)}^T \kappa \bar{N} \frac{ds}{ds_i} \end{aligned} \quad (4.29)$$

พจน์ที่สอง

$$\begin{aligned} & 2 \frac{d}{ds_i} \left(\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(R)} \bar{T} \right) = \\ & \dots 2 \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \dots \right. \\ & \dots + \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \dots \\ & \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \dots \\ & \dots \left. + \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \right] \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
&= 2 \left[\left(\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{d^2 X}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{d^2 Y}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right) \dots \right. \\
&\quad \dots + \left. \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d^2 \theta}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right] \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \dots \\
&\quad \dots + \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \left(\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right. \\
&\quad \dots + \left. \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \frac{d\alpha_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right) \dots \\
&\quad \dots + \left(\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{d^2 X}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{d^2 Y}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right. \\
&\quad \dots + \left. \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d^2 \theta}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right] \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \dots \\
&\quad \dots + \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \right) \left(\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right. \\
&\quad \dots + \left. \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \frac{d\alpha_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right)
\end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
&= 2 \left\{ \left[\frac{dl_i}{ds} \quad \frac{d\alpha_i}{ds} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \\ \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \end{bmatrix} \dots \\
&\dots + \left[\frac{dl_i}{ds} \quad \frac{d\alpha_i}{ds} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \\ \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 X}{ds^2} \\ \frac{d^2 Y}{ds^2} \\ \frac{d^2 \theta}{ds^2} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
&\dots + \left[\frac{dX}{ds} \quad \frac{dY}{ds} \quad \frac{d\theta}{ds} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial X} \\ \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} \\ \frac{\partial x_i}{\partial \theta} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \dots \\
&\dots + \left. \left[\frac{dX}{ds} \quad \frac{dY}{ds} \quad \frac{d\theta}{ds} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial X} \\ \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} \\ \frac{\partial x_i}{\partial \theta} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \\ \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \right\}
\end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
& 2 \frac{d}{ds_i} \left(2 \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(R)} \bar{T} \right) \dots \\
& \dots = 2 \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T \left[\begin{array}{c} \bar{T}^T H_{ix(R)} \\ \bar{T}^T H_{iy(R)} \end{array} \right] \bar{T} + \left[\begin{array}{c} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{ix(R,E)} \\ \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{iy(R,E)} \end{array} \right] \bar{T} \dots \\
& \dots + J_{i(R)} \kappa \bar{N} \left[\frac{ds}{ds_i} + 2T^T J_{i(R)}^T \left[\begin{array}{c} \bar{T}^T H_{ix(E,R)} \\ \bar{T}^T H_{iy(E,R)} \end{array} \right] \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) \right] \dots \\
& \dots + \left[\begin{array}{c} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{ix(E)} \\ \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{iy(E)} \end{array} \right] \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) + J_{i(E)} \left(\frac{d^2 \bar{E}_i}{ds^2} \right) \frac{ds}{ds_i} \dots
\end{aligned} \tag{4.30}$$

และพจน์ที่สาม

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{ds_i} \left(\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(E)} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) \right) = \dots \\
& \dots 2 \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \dots \\
& \dots + 2 \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \\
& = 2 \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \dots \right. \\
& \dots \left. + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \frac{d\alpha_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right] \dots \\
& \dots + 2 \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \left[\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \dots \right. \\
& \dots \left. + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \frac{d\alpha_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \frac{ds}{ds_i} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \\ \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix} \right\} \dots \\
&\dots + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \\ \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix}} \right\} \\
&\frac{d}{ds_i} \left(\left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T J_{i(E)} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right) \right) = \dots \\
&\dots 2 \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T J_{i(E)}^T \begin{bmatrix} \bar{T}^T H_{ix(E,R)} \\ \bar{T}^T H_{iy(E,R)} \end{bmatrix} \frac{d\bar{E}_i}{ds} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{ix(E)} \\ \left(\frac{d\bar{E}_i}{ds} \right)^T H_{iy(E)} \end{bmatrix} \frac{d\bar{E}_i}{ds} \dots \quad (4.31) \\
&\dots + J_{i(E)} \frac{d^2 \bar{E}_i}{ds^2} \left. \vphantom{J_{i(E)}} \right] \frac{ds}{ds_i}
\end{aligned}$$

แทนสมการที่ 4.29 ถึง 4.31 ลงในสมการ 4.26 จะได้สมการของอัตราส่วนของอัตราเร่ง $d^2 s_i / ds^2$

ในลำดับสุดท้าย ความเร็วเชิงมุมของการเลี้ยวล้อยที่ i เกิดจากผลคูณเชิงเวกเตอร์ของความเร็วล้อย $u_i \bar{t}_i$ กับเวกเตอร์ความโค้ง โดยเวกเตอร์ความเร็วเกิดจากผลคูณเชิงสเกลาร์ของอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ของล้อยกับเวกเตอร์สัมผัสของล้อย ดังนั้นสมการความเร็วเลี้ยวของล้อยจะหาได้จากสมการที่ 4.1

$$\dot{\phi} = u_i \bar{t}_i \times \kappa_i \bar{n}_i$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

การจำลองระบบจลนศาสตร์

ในบทนี้กล่าวถึงการนำจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดที่ได้พัฒนาขึ้นมาจำลองการทำงานรูปแบบต่างๆเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง การจำลองถูกจัดทำขึ้นโดยใช้โปรแกรม Simulink ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้การต่อแผนผังของบล็อก (Block diagram) เพื่อการจำลองการทำงานของระบบได้โดยง่าย เนื้อหาในบทนี้จะเริ่มจากการแสดงร่างลำดับการต่อแผนผังสำหรับการจำลองระบบ จากนั้นจึงกล่าวถึงการจำลองและผลการจำลอง การอธิบายการจำลองระบบทั้งหมดนั้นจะอธิบายการจำลองจลนศาสตร์ของล้อเพียงล้อเดียวเท่านั้น เนื่องจากระบบจลนศาสตร์ของล้อทั้งสามมีลักษณะเหมือนกัน

5.1 จลนศาสตร์สำหรับหุ่นยนต์ต้นแบบ

เนื่องจากระบบจลนศาสตร์การปรับขนาดที่ได้พัฒนาขึ้นในงานวิจัย จัดทำขึ้นในรูปแบบทั่วไปมิได้กำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อกับการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานที่แน่นอน ทั้งนี้เพื่อให้จลนศาสตร์การปรับขนาดสามารถนำไปใช้กับหุ่นยนต์โคบอทที่มีโครงสร้างต่างๆได้ การนำจลนศาสตร์การปรับขนาดไปใช้กับหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดนั้นเริ่มจากการหาความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อทุกล้อกับเวกเตอร์ตำแหน่งในปริภูมิการทำงาน ซึ่งแทนด้วยตัวดำเนินการ L_i ในสมการที่ (4.2) สำหรับจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดต้นแบบที่ใช้ในการวิจัยนี้ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อคือ

$$x_i = X + l_i \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.1)$$

$$y_i = Y + l_i \sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.2)$$

จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (5.1) และ (5.2) ทำให้พจน์ในเมตริกจาโคเบียนและเฮสเซียนเมตริกในจลนศาสตร์การปรับขนาดมีค่าดังต่อไปนี้

เมตริก $J_{i(R)}$

$$\frac{\partial x_i}{\partial X} = 1 \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial Y} = 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial \theta} = -l_i \sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial y_i}{\partial X} = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial y_i}{\partial Y} = 1 \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial y_i}{\partial \theta} = l_i \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.8)$$

เมตริก $J_{i(E)}$

$$\frac{\partial x_i}{\partial l_i} = \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} = -l_i \sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial y_i}{\partial l_i} = \sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} = l_i \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.12)$$

เมตริก $H_{ix(R)}$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial X^2} = 0 \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial Y} = 0 \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \theta} = 0 \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial X} = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial Y^2} = 0 \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \theta} = 0 \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial X} = 0 \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial Y} = 0 \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta^2} = -l_i \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.21)$$

เมตริก $H_{iy(R)}$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial X^2} = 0 \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial Y} = 0 \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \theta} = 0 \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial X} = 0 \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial Y^2} = 0 \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \theta} = 0 \quad (5.27)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial X} = 0 \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial Y} = 0 \quad (5.29)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta^2} = -l_i \sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.30)$$

เมตริก $H_{ix(E,R)}$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial l_i} = 0 \quad (5.31)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \alpha_i} = 0 \quad (5.32)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial l_i} = 0 \quad (5.33)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \alpha_i} = 0 \quad (5.34)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial l_i} = -\sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.35)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} = -l_i \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.36)$$

เมตริก $H_{iy(E,R)}$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial l_i} = 0 \quad (5.37)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \alpha_i} = 0 \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial l_i} = 0 \quad (5.39)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \alpha_i} = 0 \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial l_i} = \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} = -l_i \sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.42)$$

เมตริก $H_{ix(R,E)}$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial X} = 0 \quad (5.43)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial Y} = 0 \quad (5.44)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \theta} = -\sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial X} = 0 \quad (5.46)$$

ศูนย์วิทยุทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial Y} = 0 \quad (5.47)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} = -l_i \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.48)$$

เมตริก $H_{ix(E)}$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i^2} = 0 \quad (5.49)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} = -\sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} = -\sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.51)$$

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i^2} = -l_i \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.52)$$

เมตริก $H_{iy(R,E)}$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial X} = 0 \quad (5.53)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial Y} = 0 \quad (5.54)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \theta} = \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.55)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial X} = 0 \quad (5.56)$$

ศูนย์วิทยุทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial Y} = 0 \quad (5.57)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} = -l_i \sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.58)$$

เมตริก $H_{iy(E)}$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i^2} = 0 \quad (5.59)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} = \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.60)$$

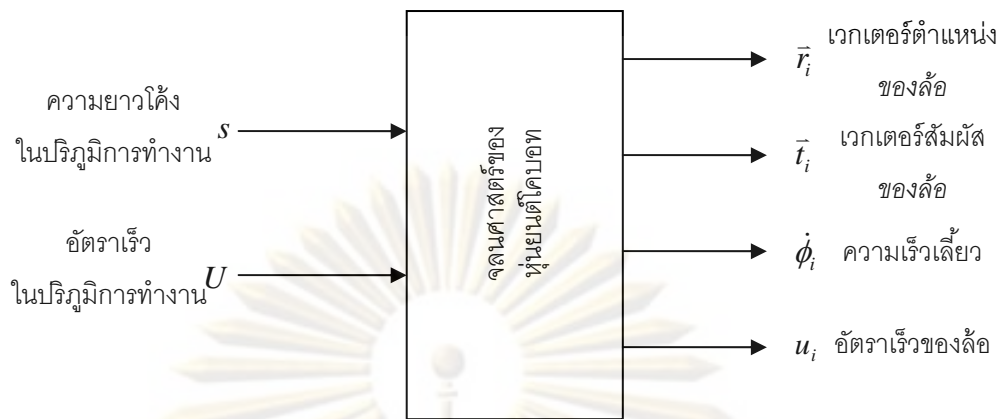
$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} = \cos(\theta + \alpha_i) \quad (5.61)$$

$$\frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i^2} = -l_i \sin(\theta + \alpha_i) \quad (5.62)$$

5.2 ไคอะแกรมของระบบจลนศาสตร์

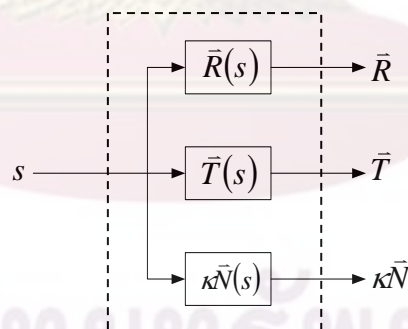
ระบบจลนศาสตร์ทำหน้าที่ในการคำนวณหาความเร็วเฉลี่ยของล้อ $\dot{\phi}_i$ ตามตำแหน่งซึ่งถูกระบุด้วยความยาวโค้งของเส้นทางการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงาน ความเร็วเฉลี่ยของล้อนี้เป็นค่าอ้างอิงป้อนให้กับระบบควบคุมเพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ของล้อในการใช้งานจริง สำหรับการจำลองการทำงาน ความเร็วดังกล่าวจะถูกนำไปคำนวณหาตำแหน่งของล้อตามระยะการเคลื่อนที่ เพื่อการแสดงผลและตรวจสอบความถูกต้อง แผนผังของภาพรวมของระบบจลนศาสตร์ทั้งหมดแสดงในรูปที่ 5.1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



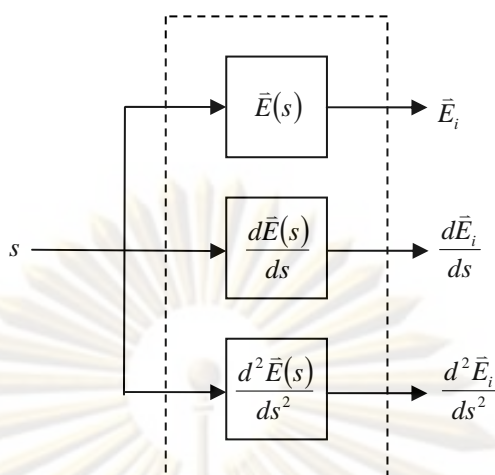
รูปที่ 5.1 แผนผังภาพรวมของการจำลองการทำงานของจลนศาสตร์การปรับขนาด

จากรูปที่ 5.1 ความยาวโค้งของการเคลื่อนที่ s และอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ U เป็นถูกป้อนเข้าบล็อกจลนศาสตร์ที่ทำหน้าที่ในการจำลองจลนศาสตร์ บล็อกจลนศาสตร์นี้ทำหน้าที่ในการคำนวณหาความเร็วเลี้ยวล้อ $\dot{\phi}$ เพื่อใช้ในการควบคุมมอเตอร์บังคับเลี้ยว และคำนวณหาเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อ \bar{r}_i , เวกเตอร์สัมผัสของล้อ \bar{t}_i , และอัตราเร็วในการเคลื่อนที่ของล้อ u_i ความเร็วเลี้ยวของล้อเป็นผลลัพธ์ที่ต้องการจากระบบจลนศาสตร์สำหรับใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์โคบอท ค่าผลลัพธ์อื่น ๆ นั้นจะถูกนำมาใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของความเร็วในการเลี้ยวของล้อ



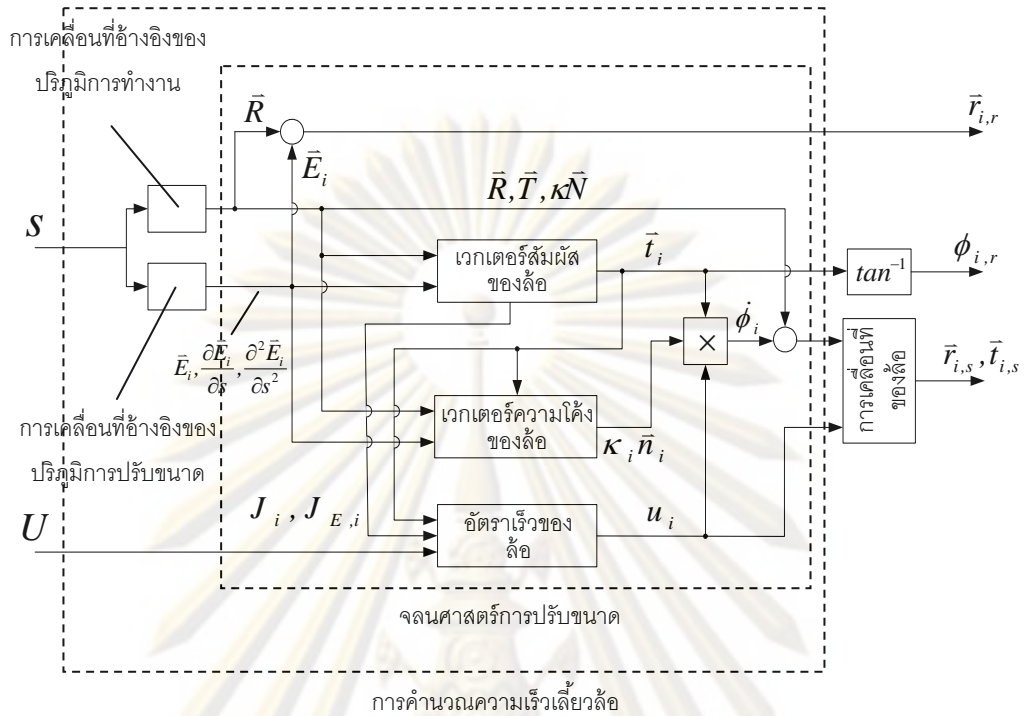
รูปที่ 5.2 การกำเนิดการเคลื่อนที่อ้างอิงของปริภูมิการทำงาน

ศูนย์วิทยศาสตร์พยาบาล
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.3 การกำเนิดการเคลื่อนที่อ้างอิงของปริมาณการปรับขนาด

การเคลื่อนที่อ้างอิงในปริมาณการทำงานและปริมาณการปรับขนาด เป็นค่าที่ใช้ป้อนเข้าบล็อกคำนวณมุมเดียวเพื่อคำนวณความเร็วเดียวในการจำลอง การเคลื่อนที่อ้างอิงทั้งสองเป็นฟังก์ชันของความยาวโค้งของการเคลื่อนที่ในปริมาณการทำงาน บล็อกที่ทำหน้าที่ในการสร้างการเคลื่อนที่อ้างอิงของปริมาณการทำงานแสดงในรูปที่ 5.2 ภายในบล็อกประกอบด้วยบล็อกย่อยที่ทำหน้าที่ในการสร้างเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิง \bar{R} , เวกเตอร์สัมผัสอ้างอิง \bar{T} และเวกเตอร์ความโค้งอ้างอิง $\kappa\bar{V}$ ซึ่งสร้างขึ้นจากสัญญาณป้อนเข้าที่เป็นค่าความยาวโค้ง s ดังแสดงในรูป การสร้างสัญญาณอ้างอิงของปริมาณการปรับขนาดแสดงในรูปที่ 5.3 ประกอบด้วยบล็อกย่อยทำหน้าที่ในการสร้างสัญญาณอ้างอิงของ เวกเตอร์ตำแหน่งของปริมาณการปรับขนาด \bar{E}_i , อนุพันธ์ลำดับหนึ่งของเวกเตอร์ตำแหน่งของปริมาณการปรับขนาด $d\bar{E}_i/ds$ และอนุพันธ์ลำดับสองของเวกเตอร์ตำแหน่ง-ของปริมาณการปรับขนาด $d^2\bar{E}_i/ds^2$ เทียบกับความยาวส่วนโค้งของเส้นทางการเคลื่อนที่ s

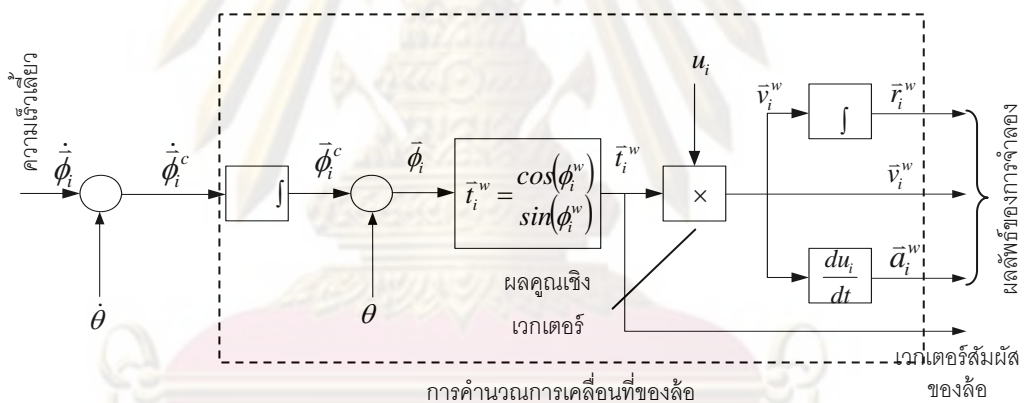


รูปที่ 5.4 แผนผังรายละเอียดการจำลองการคำนวณมุมเฉลี่ยของล้อ

รายละเอียดของบล็อกคำนวณความเร็วเฉลี่ยล้อแสดงในรูปที่ 5.4 บล็อกดังกล่าวถูกแสดงด้วยกรอบเส้นประ ซึ่งครอบคลุมบล็อกย่อยทั้งหมด ภายในบล็อกประกอบด้วย บล็อกสำหรับกำเนิดสัญญาณการเคลื่อนที่อ้างอิงของทั้งสองปริภูมิที่แสดงในรูปที่ 5.2 และ 5.3 บล็อกของจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทซึ่งแสดงด้วยกรอบเส้นประภายในบล็อกการคำนวณความเร็วเฉลี่ย บล็อกจลนศาสตร์ประกอบด้วยบล็อกย่อยต่างๆ ได้แก่ บล็อกเวกเตอร์สัมผัสของล้อซึ่งทำหน้าที่ในการคำนวณหาเวกเตอร์สัมผัสของล้อจากสัญญาณอ้างอิงของการเคลื่อนที่ของทั้งสองปริภูมิตามสมการที่ 4.6 และทำการคำนวณหาเมตริกจาโคเบียนของทั้งสองปริภูมิ $J_i, J_{i(E)}$ บล็อกเวกเตอร์ความโค้งทำหน้าที่ในการคำนวณหาเวกเตอร์ความโค้งของล้อ ตามสมการที่ 4.25 สัญญาณป้อนเข้าของบล็อกนี้ เป็นสัญญาณการเคลื่อนที่อ้างอิงของทั้งสองปริภูมิเช่นเดียวกับบล็อกเวกเตอร์สัมผัสของล้อ บล็อกอัตราเร็วของล้อทำหน้าที่คำนวณอัตราเร็วของล้อจากอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทในปริภูมิการทำงานตามสมการที่ 4.13 จากนั้นความเร็วในการเคลื่อนที่ของล้อคำนวณได้จากผลคูณของเวกเตอร์สัมผัสของล้อกับอัตราเร็วของล้อ ความเร็วเฉลี่ยของล้อเกิดจากผลคูณเชิงเวกเตอร์ระหว่างค่าเวกเตอร์ความเร็วของล้อและเวกเตอร์ความโค้ง

ของล้อตามสมการที่ 4.1 ค่าความเร็วเลี้ยวล้อ $\dot{\phi}_{i,s}$ เป็นค่าที่ป้อนเข้าระบบควบคุมการเลี้ยวล้อเพื่อใช้ในการควบคุมทิศทางรถเคลื่อนที่ต่อไป 4.1 ตัวห้อย s แสดงถึงค่าที่ได้จากการจำลอง

สัญญาณที่ส่งออกจากบล็อกความเร็วเลี้ยวล้อนี้ยังประกอบด้วย ค่าเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงของล้อ $\bar{r}_{i,r}$ ที่ได้จากผลบวกเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์ตำแหน่งบนปริภูมิการทำงานและเวกเตอร์ตำแหน่งบนปริภูมิการปรับขนาด ซึ่งจะนำไปใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องต่อไป ตัวห้อย r แสดงถึงค่านั้นเป็นค่าอ้างอิง ค่าเวกเตอร์สัมผัสของล้อ $\bar{t}_{i,s}$ นั้นสามารถนำไปคำนวณหามุมเลี้ยวของล้อ $\phi_{i,r}$ ได้โดยตรงด้วยการหาค่าฟังก์ชันอาร์คแทนของเวกเตอร์สัมผัส แต่ด้วยข้อจำกัดของฟังก์ชันอาร์คแทน ซึ่งให้ช่วงของมุมที่อยู่ระหว่าง $-\pi$ ถึง π ทำให้เกิดความไม่ต่อเนื่องของสัญญาณมุมเลี้ยวของล้อที่ทำให้เกิดปัญหากับระบบควบคุมของมุมเลี้ยวล้อได้ ค่า $\phi_{i,r}$ จึงนำมาใช้เป็นค่าอ้างอิงในการตรวจสอบเท่านั้น ไม่เหมาะสมที่จะนำมาเป็นสัญญาณอ้างอิงสำหรับการควบคุมการเลี้ยวจริงโดยตรง



รูปที่ 5.5 แผนผังการหาเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อจากความเร็วเลี้ยวของล้อ

ความเร็วเลี้ยวล้อที่ได้จากบล็อกความเร็วเลี้ยวล้อนั้นต้องนำมาตรวจสอบความถูกต้องของผลการจำลอง เนื่องจากเราสามารถหาเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงของล้อได้โดยตรงดังที่ได้กล่าวไปแล้ว ดังนั้นสัญญาณความเร็วเลี้ยวล้อจึงต้องแปลงเป็นค่าเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อก่อนเพื่อนำมาเปรียบเทียบกับเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงของล้อ โดอะแกรมของบล็อกที่ทำหน้าที่ในการคำนวณหาเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อจากความเร็วมุมเลี้ยวล้อแสดงในรูปที่ 5.5

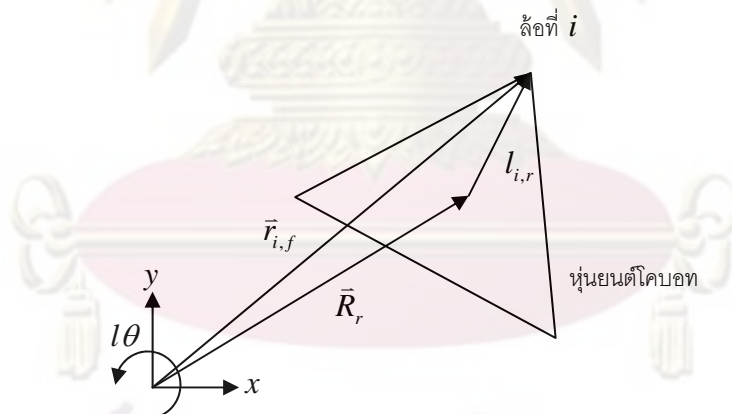
สัญญาณความเร็วเลี้ยวล้อจะถูกแปลงด้วยความเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอท เพื่อแปลงจากสัญญาณความเร็วเลี้ยวล้อ $\dot{\phi}_i$ ซึ่งอยู่ในปริภูมิการทำงานเป็นสัญญาณควบคุมมอเตอร์บังคับเลี้ยว $\dot{\phi}_i^c$ ที่อยู่ในปริภูมิ C เนื่องจากมอเตอร์บังคับเลี้ยวติดตั้งอยู่

บนตัวของหุ่นยนต์โคบอทและหมุนไปพร้อมกับหุ่นยนต์โคบอท จากนั้นสัญญาณความเร็วเฉลี่ยจะถูกอินทิเกรตเป็นมุมเฉลี่ยของล้อ $\bar{\phi}_i^C$ และบวกด้วยค่าตำแหน่งเชิงมุมของล้อ เพื่อแปลงมุมเฉลี่ยนี้กลับมาเป็นมุมเฉลี่ยในปริภูมิการทำงาน $\bar{\phi}_i$ มุมเฉลี่ยของล้อจะถูกแปลงเป็นเวกเตอร์สัมผัสของล้อตามสมการดังนี้

$$\bar{t}_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) \\ \sin(\phi_i) \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

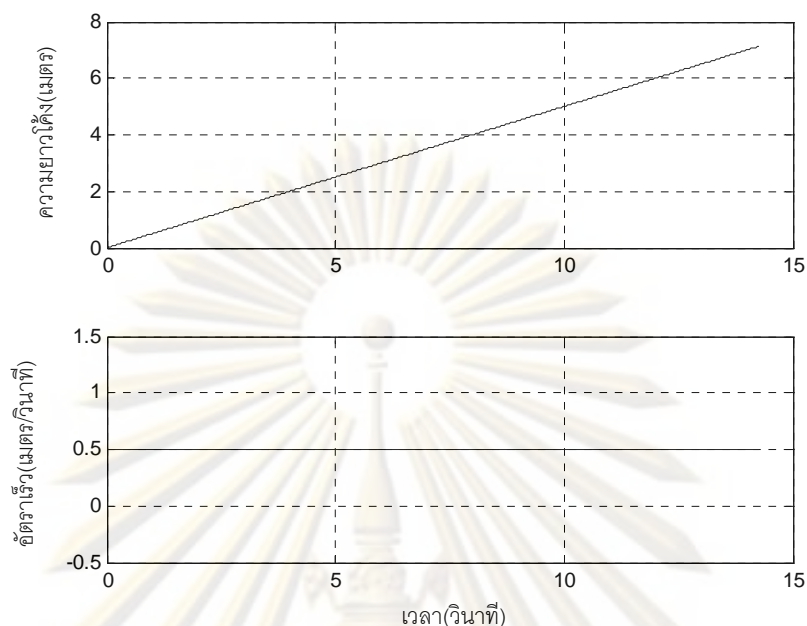
เวกเตอร์สัมผัสนี้จะถูกคูณด้วยอัตราเร็วของล้อที่ได้จากบล็อกความเร็วเฉลี่ยได้เป็นเวกเตอร์ความเร็วของล้อ และนำเวกเตอร์ความเร็วล้อไปอินทิเกรตเพื่อหาเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อ และหาเวกเตอร์ความเร่งของล้อได้จากอนุพันธ์ของเวกเตอร์ความเร็วของล้อ

การตรวจสอบความถูกต้องของจลนศาสตร์การปรับขนาดนี้สามารถตรวจสอบได้ด้วยการเปรียบเทียบเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อที่ได้จากการจำลองกับเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อที่เกิดจากผลบวกเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงในปริภูมิการทำงานและเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงในปริภูมิการปรับขนาดโดยตรง ดังรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 การหาเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงของล้อ

นอกจากนี้เวกเตอร์สัมผัสของล้อสามารถนำไปเทียบกับสัญญาณเวกเตอร์สัมผัสที่ได้จากฟังก์ชันอาร์คแทนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเวกเตอร์ความโค้งของล้อได้เช่นกัน



รูปที่ 5.7 กราฟความยาวโค้งของการเคลื่อนที่อ้างอิงและอัตราเร็ว

ความยาวโค้งในปริภูมิการทำงานซึ่งใช้เป็นค่าป้อนเข้าในการจำลอง กำหนดให้เป็นฟังก์ชันแรมปีตามในรูปที่ 5.7 ความชันหรืออัตราเร็วของการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากับ 0.5 เมตรต่อวินาที

5.3 การจำลองการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง

การจำลองการทำงานแบบแรกนี้กำหนดให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงตามแนวแกน y ในปริภูมิการทำงาน และปรับขนาดอิสระระหว่างการเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่อ้างอิงในปริภูมิการทำงานคำนวณได้จากสมการดังต่อไปนี้ เวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงมีสมการคือ

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 0.464 \\ s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

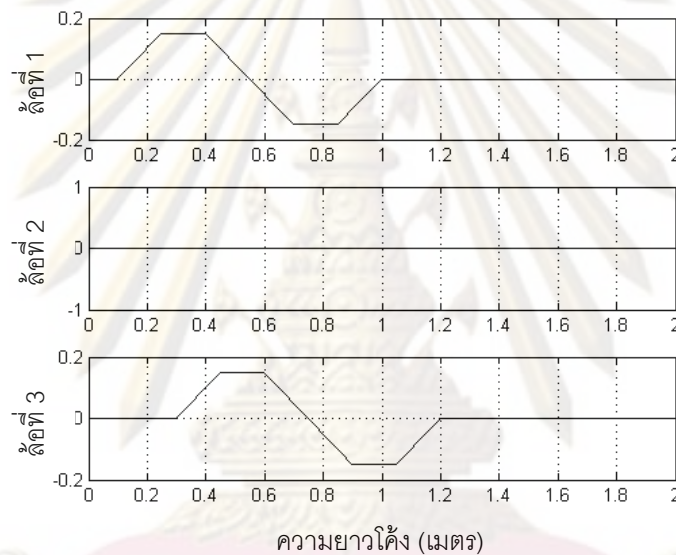
เวกเตอร์สัมผัสอ้างอิงมีสมการคือ

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

เวกเตอร์ความโค้งอ้างอิงมีสมการ คือ

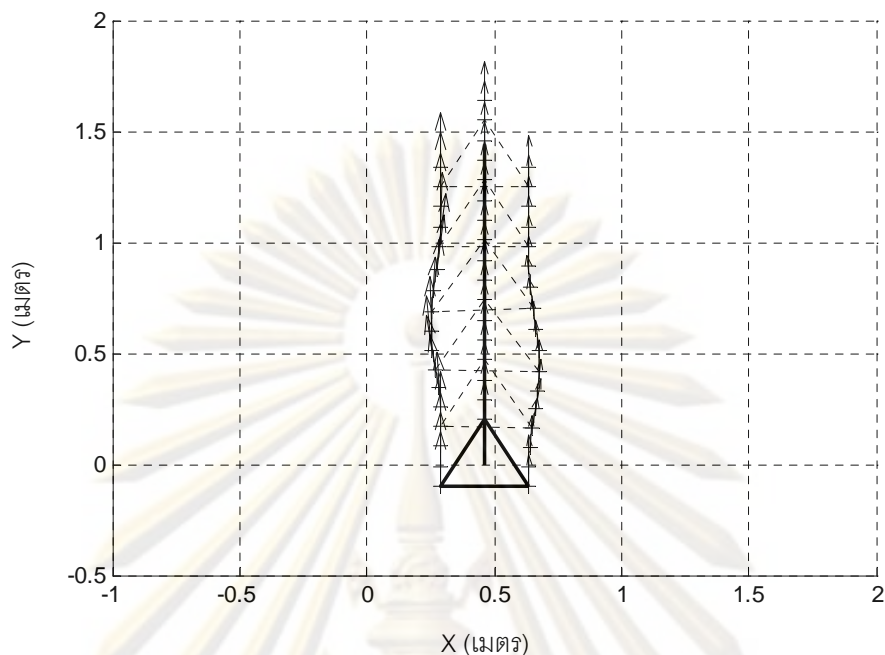
$$\kappa \vec{V} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

กราฟอัตราเร็วอ้างอิงของระยะ l , แสดงในรูปที่ 5.8 โดยที่ล้อที่ 1 เริ่มขยายตัวออกเมื่อความยาวโค้ง s มีค่าเท่ากับ 0.1 เมตร และล้อที่ 3 เริ่มการขยายตัวเมื่อความยาวโค้ง s เท่ากับ 0.3 เมตร



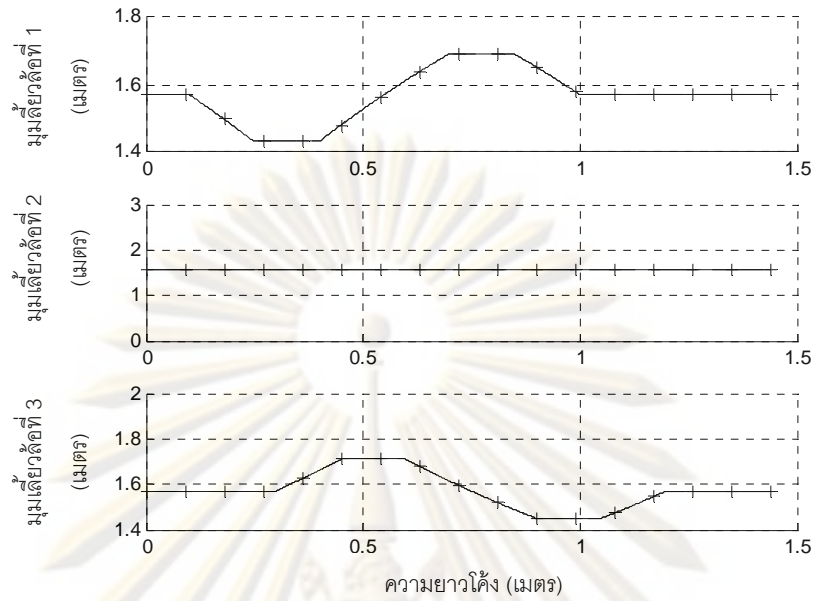
รูปที่ 5.8 กราฟอัตราเร็วอ้างอิงของการปรับขนาดอิสระของการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง

สมการของการเคลื่อนที่อ้างอิงเหล่านี้ เป็นสมการที่ถูกเขียนลงในบล็อกย่อยซึ่งเป็นองค์ประกอบของบล็อกการเคลื่อนที่อ้างอิงของปริภูมิการทำงานในรูปที่ 5.2 และ 5.3 ตัวแปรพารามิเตอร์ที่ใช้ในสมการคือความยาวโค้งของเส้นทางการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงาน สมาชิกลำดับที่ 3 ของเวกเตอร์ทั้งหมดจะใช้เป็นค่าอ้างอิงในการเคลื่อนที่เชิงมุมดังนั้นจึงต้องมีตัวคูณเพื่อแปลงหน่วยให้อยู่ในหน่วยเดียวกับสมาชิกตัว ในที่นี้กำหนดตัวแปลงหน่วยเป็น $l=1$ เมตรต่อเรเดียน ซึ่งไม่มีผลต่อรูปสมการ จุดเริ่มต้นการเคลื่อนที่ที่กำหนดให้เป็น $\vec{R} = [0.464 \ 0 \ 0]$ เมตรเวกเตอร์สัมผัสเป็น $\vec{T} = [0 \ 1 \ 0]$ ซึ่งมีทิศชี้ไปทางชี้ไปทาง +y

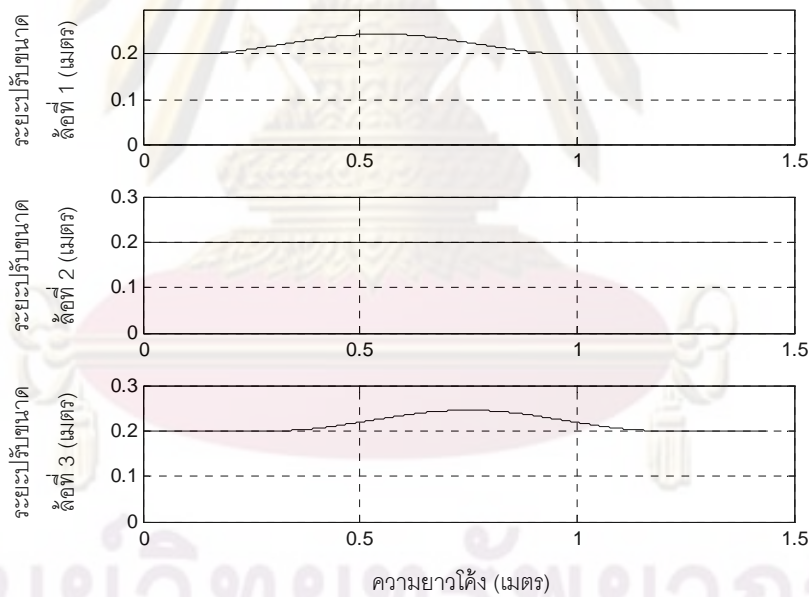


รูปที่ 5.9 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงพร้อมการปรับขนาดอิสระ

ผลการจำลองการเคลื่อนที่แสดงในรูปที่ 5.9 หุ่นยนต์โคบอทจะเคลื่อนที่ตามแนวแกน y และขยายตัวออกระหว่างการเคลื่อนที่ การขยายตัวเป็นแบบอิสระในแนวแกนรัศมี l_i เพียงอย่างเดียว โดยที่มุมของมอดูลส์ α_i คงที่มีค่าเท่ากับ $\alpha_1 = -\pi/6$ เรเดียน, $\alpha_2 = \pi/2$ เรเดียน และ $\alpha_3 = 7\pi/6$ เรเดียน เส้นที่บิดงอแสดงการเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลางของหุ่นยนต์โคบอท เส้นที่บิดงอแสดงการเคลื่อนที่ของล้อทั้งสาม เวกเตอร์สัมผัสของล้อแสดงด้วยลูกศร ลักษณะการวางตัวของหุ่นยนต์โคบอทแสดงด้วยเส้นประรูปสามเหลี่ยม ตำแหน่งอ้างอิงของล้อทั้งสามแสดงด้วยเครื่องหมายกากบาทตามแนวการเคลื่อนที่ ผลการจำลองแสดงให้เห็นว่าการเคลื่อนที่ที่คำนวณจากจลนศาสตร์ที่ได้พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้ สามารถเคลื่อนที่ตามเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงที่ต้องการได้ถูกต้อง



รูปที่ 5.10 มุมเลี้ยวล้อของการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงพร้อมการปรับขนาดอิสระ



รูปที่ 5.11 ระยะปรับขนาด l_i ของการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงพร้อมการปรับขนาดอิสระ

มุมเลี้ยวของล้อแสดงเทียบกับความยาวโค้งการเคลื่อนที่ในรูปที่ 5.10 เส้นเติมแสดงมุมเลี้ยวของล้อที่ได้จากการจำลอง และเครื่องหมายกากบาทแสดงมุมเลี้ยวอ้างอิง

ระยะการขยายตัว l , ซึ่งได้จากขนาดของผลต่างเชิงเวกเตอร์ระหว่าง เวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงของหุ่นยนต์โคบอทและเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อที่ได้จากการจำลอง นำมาวาดกราฟเทียบความยาวโค้งการเคลื่อนที่ในรูปที่ 5.11

5.4 การจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียว 3 มิติ

การจำลองการทำงานนี้ หุ่นยนต์โคบอทถูกกำหนดให้เคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานตามการเคลื่อนที่อ้างอิงที่เป็นเกลียว 3 มิติ (Helix path) โดยองค์ประกอบในแกนที่ 1 และ 2 นำมาใช้เป็นการเคลื่อนที่อ้างอิงบนระนาบ และนำองค์ประกอบในแกนที่ 3 นำมาใช้เป็นการเคลื่อนที่อ้างอิงของการหมุนตัวของหุ่นยนต์โคบอท เวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงของปริภูมิการทำงานมีสมการดังนี้ เวกเตอร์ตำแหน่งมีสมการ คือ

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} a \cdot \cos\left(\frac{s}{\sqrt{a^2 + c^2}}\right) \\ a \cdot \sin\left(\frac{s}{\sqrt{a^2 + c^2}}\right) \\ c \cdot \left(\frac{s}{\sqrt{a^2 + c^2}}\right) \end{bmatrix} \quad 5.67$$

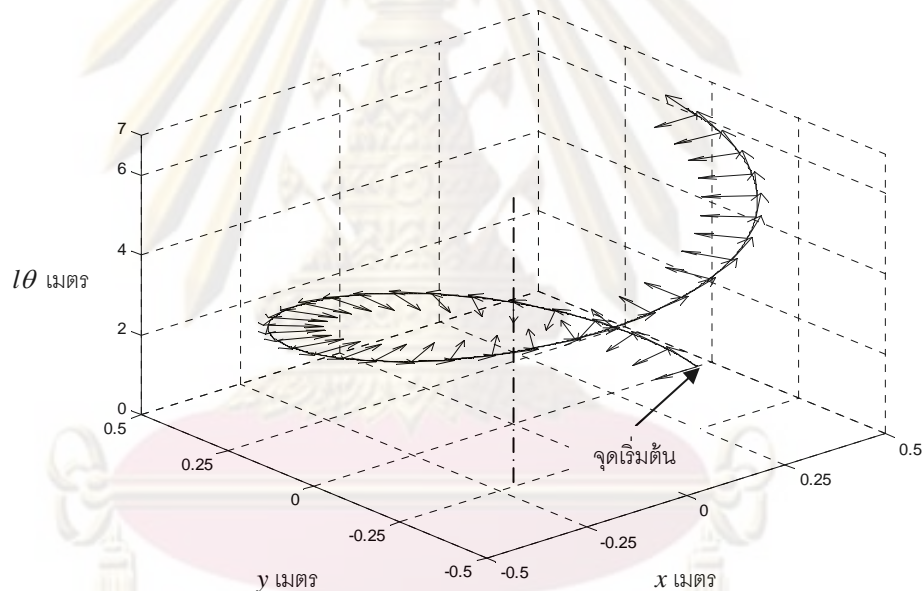
เวกเตอร์สัมผัสอ้างอิงของปริภูมิการทำงานมีสมการ คือ

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} -\frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}} \sin\left(\frac{s}{\sqrt{a^2 + c^2}}\right) \\ \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}} \cos\left(\frac{s}{\sqrt{a^2 + c^2}}\right) \\ \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} \end{bmatrix} \quad 5.68$$

เวกเตอร์ความโค้งอ้างอิงของปริภูมิการทำงานมีสมการ คือ

$$k\vec{N} = \begin{bmatrix} -\frac{a}{(a^2 + c^2)} \cos\left(\frac{s}{\sqrt{a^2 + c^2}}\right) \\ -\frac{a}{(a^2 + c^2)} \sin\left(\frac{s}{\sqrt{a^2 + c^2}}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.69$$

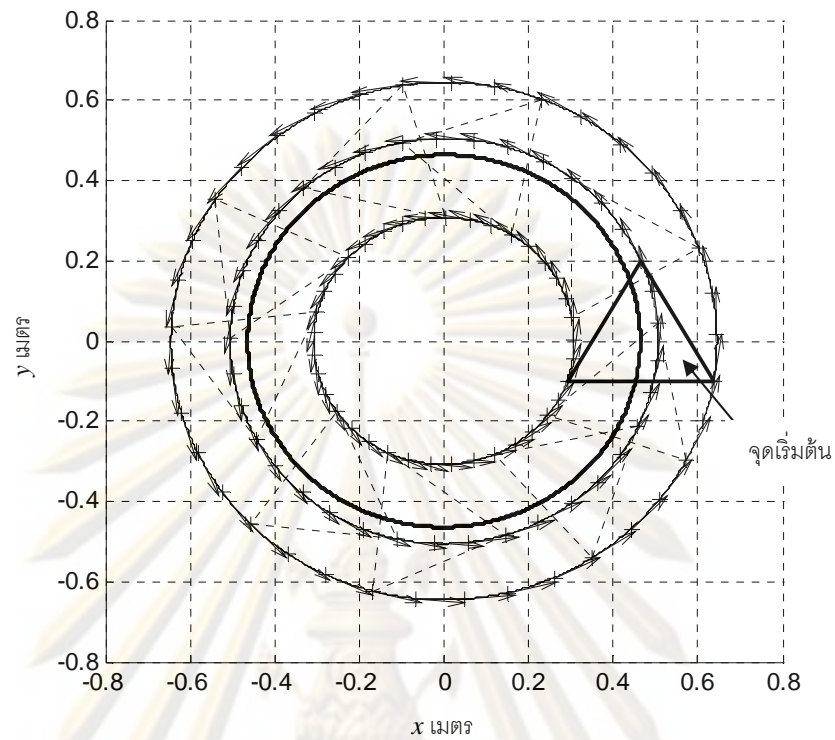
สมการของการเคลื่อนที่ข้างอิงเหล่านี้เป็นสมการที่ถูกเขียนลงในบล็อกย่อยในบล็อกการเคลื่อนที่ข้างอิงของปริภูมิการทำงานในรูปที่ 5.2 ตัวแปรพารามิเตอร์ที่ใช้ในสมการคือความยาวโค้งของเส้นทางการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงาน เช่นเดียวกับสมการข้างอิงในการจำลองการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงในการจำลองที่แล้ว ค่าของตัวแปร a เป็นค่าที่กำหนดรัศมีของเกลียวซึ่งกำหนดให้มีค่า 0.464 ค่า c จะแปรผันตรงกับจำนวนรอบของการหมุนรอบตัวเองระหว่างการเคลื่อนที่ จุดเริ่มต้นการเคลื่อนที่ที่กำหนดให้เป็น $\vec{R}=[0.464 \ 0 \ 0]$ เวกเตอร์สัมผัสเป็น $\vec{T}=[0 \ 1 \ 0]$ ซึ่งมีทิศชี้ไปทาง $+y$ และเวกเตอร์ความโค้งมีค่าเป็น $\kappa\vec{N}=[-2.155 \ 0 \ 0]$ มีทิศชี้ไปทาง $-x$ ส่วนค่าความโค้งนั้นจะเปลี่ยนตามค่า c ในแต่ละการทดลอง การเคลื่อนที่ข้างอิงแสดงในรูปที่ 5.12 เส้นทึบคือตำแหน่งข้างอิงของการเคลื่อนที่ที่ความยาวโค้งต่างๆ เวกเตอร์สัมผัสแสดงด้วยลูกศรที่ชี้ตามการเคลื่อนที่ และเวกเตอร์ความโค้งแสดงด้วยลูกศรที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์สัมผัส



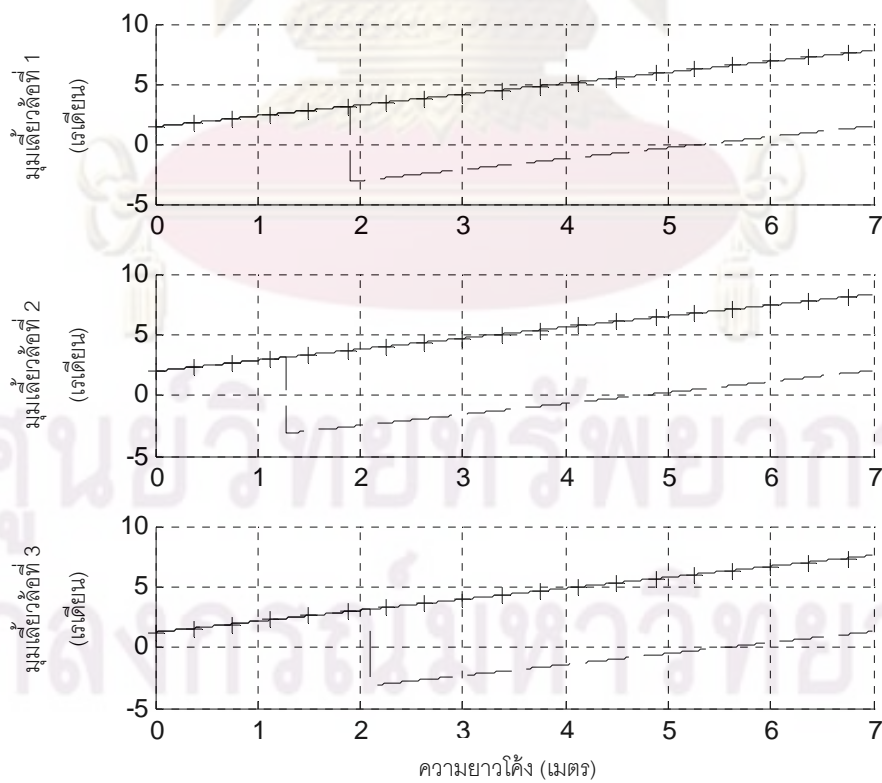
รูปที่ 5.12 เส้นทางการเคลื่อนที่ข้างอิงแบบเกลียวในปริภูมิการทำงาน

5.4.1 การจำลองการเคลื่อนที่แบบขนาดคงที่

ในการจำลองการทำงานนี้ หุ่นยนต์โคบอทจะเคลื่อนที่ตามการเคลื่อนที่ข้างอิงและรักษาขนาดไว้ที่ขนาดเล็กที่สุด ($l_f = 0.2$ เมตร) ผลการจำลองแสดงในรูปที่ 5.13 ซึ่งเห็นว่าการเคลื่อนที่ที่ได้จากการจำลอง (คำนวณจากการความเร็วเฉลี่ยของล้อ) สามารถเคลื่อนที่ตามการเคลื่อนที่ข้างอิงที่แสดงด้วยเครื่องหมายกากบาทได้อย่างสมบูรณ์ เวกเตอร์สัมผัสชี้ตามทิศการเคลื่อนที่อย่างถูกต้อง และขนาดของหุ่นยนต์โคบอทมีขนาดคงที่ตลอดการเคลื่อนที่

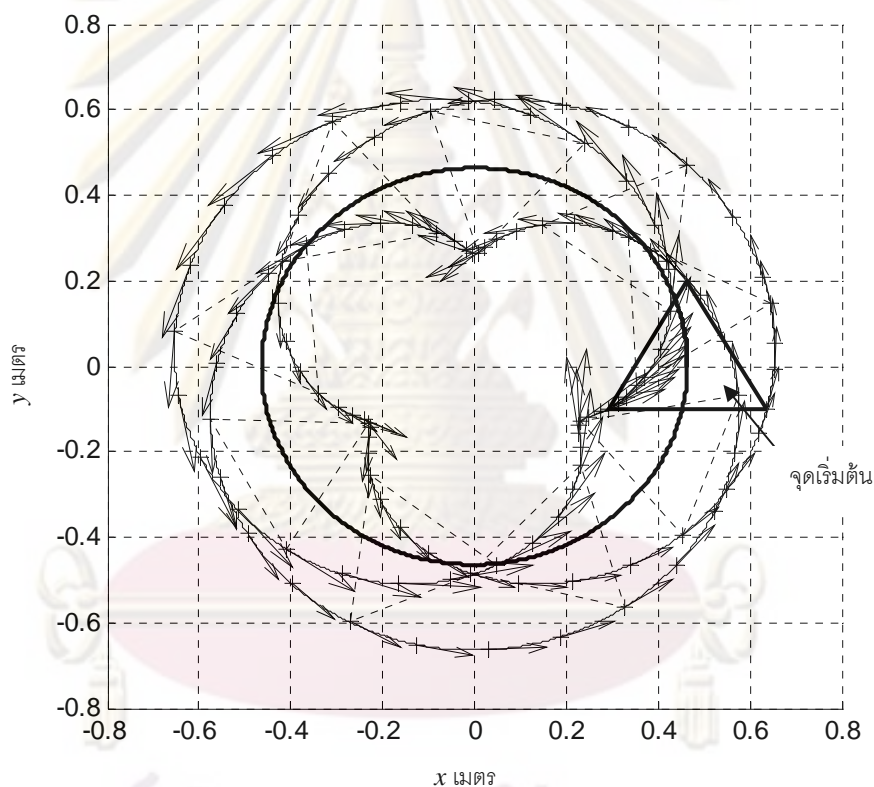


รูปที่ 5.13 ผลการจำลองการทำงานการเคลื่อนที่ตามเกลียว, ขนาดคงที่ และค่า $c = 1$

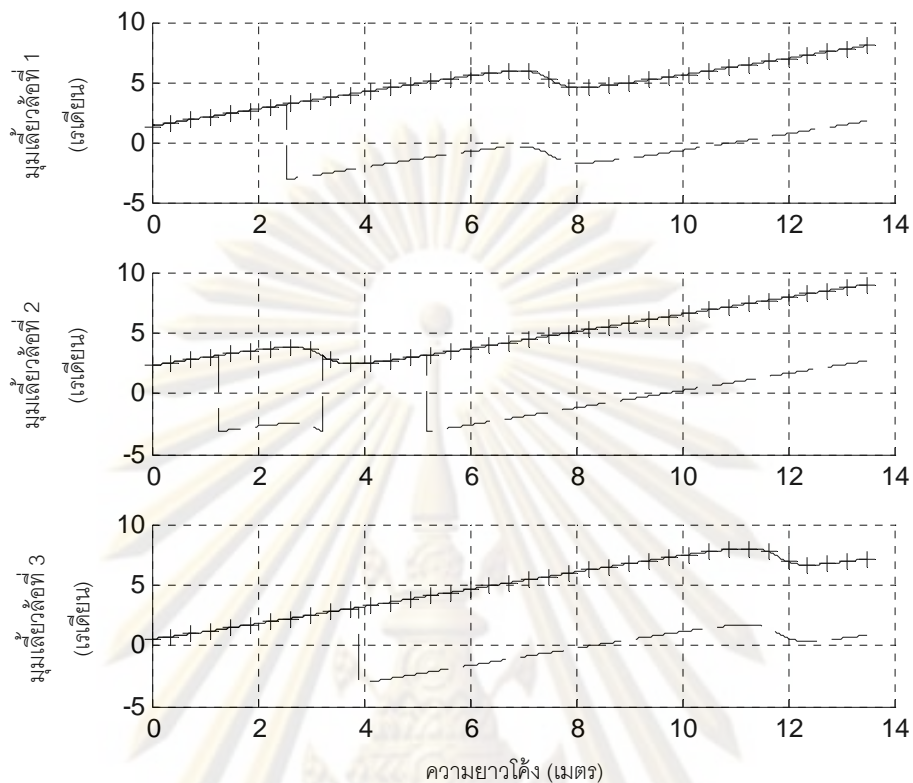


รูปที่ 5.14 มุมเลี้ยวข้อที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียว, ขนาดคงที่ และค่า $c = 1$

รูปที่ 5.14 แสดงมุมเลี้ยวของล้อแต่ละล้อ เส้นทึบแสดงมุมเลี้ยวล้อที่เกิดจากการอินทิเกรตผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์ความเร็วของล้อกับเวกเตอร์ความโค้ง เส้นประแสดงมุมเลี้ยวของล้อที่เกิดจากฟังก์ชันอาร์คแทน ซึ่งจะมีจุดที่ไม่ต่อเนื่องเมื่อมุมเลี้ยวของล้อเลี้ยวผ่านมุม π เรเดียน หรือ $-\pi$ เรเดียน เพื่อให้ง่ายต่อการเปรียบเทียบ ค่ามุมเลี้ยวของล้อจึงต้องทำการปรับให้เป็นมุมต่อเนื่องดังแสดงด้วยเครื่องหมายกากบาท ซึ่งจะเห็นว่าค่ามุมที่ได้จากการอินทิเกรตผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์ความเร็วของล้อกับเวกเตอร์ความโค้งมีค่าเท่ากับมุมเลี้ยวที่เกิดจากฟังก์ชันอาร์คแทน ทำให้สรุปได้ว่าการคำนวณเวกเตอร์ความโค้งในระบบจลนศาสตร์ถูกต้อง การจำลองด้วยค่า $c = 2$ แสดงในรูปที่ 5.15 รูปที่ 5.16



รูปที่ 5.15 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียว, ขนาดคงที่ และค่า $c = 2$



รูปที่ 5.16 มุมเลี้ยวโค้งที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียว, ขนาดคงที่และค่า $c = 2$

5.4.2 การจำลองการเคลื่อนที่พร้อมการขยายตัวเมื่อติดตั้งกลไกบังคับการปรับขนาด

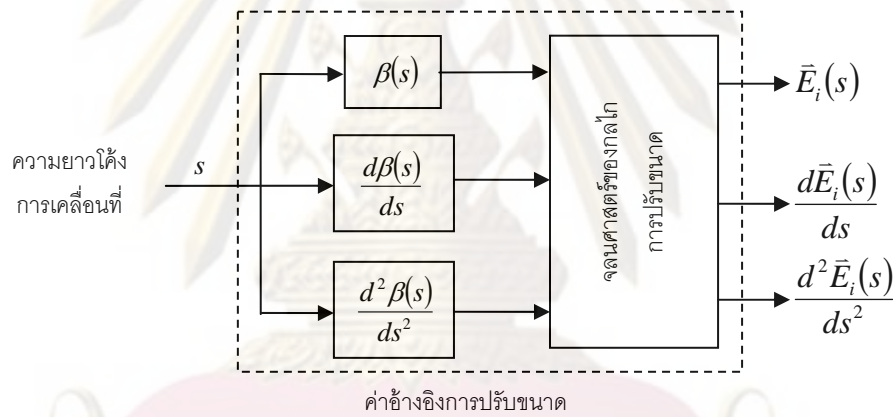
จลนศาสตร์การปรับขนาดที่ได้พัฒนาขึ้นนั้นสามารถรองรับการปรับขนาดได้อย่างอิสระ ปริภูมิการปรับขนาดนั้นสามารถกำหนดจำนวนองศาอิสระในการเคลื่อนที่โดยไม่จำกัดจำนวนและสามารถกำหนดเป็นฟังก์ชันใดๆก็ได้ ดังนั้นการจำลองการทำงานของจลนศาสตร์นั้นจึงสามารถกำหนดรูปแบบการเคลื่อนที่และการปรับขนาดได้อย่างอิสระ แต่ในการใช้งานจริงจะมีข้อจำกัดของจำนวนองศาอิสระในการเคลื่อนที่ของระบบกลไก เช่น จำนวนองศาอิสระเกินจำนวนเงื่อนไขและข้อจำกัดของระยะเวลาการเคลื่อนที่ในองศาต่างๆ ทำให้การกำหนดโครงสร้างและคุณสมบัติของปริภูมิการปรับขนาดต้องกำหนดให้สอดคล้องกับระบบกลไกของหุ่นยนต์ต้นแบบ

การจำลองการทำงานนี้เป็นการจำลองจลนศาสตร์ที่นำไปใช้จริงกับหุ่นยนต์ต้นแบบในงานวิจัย เนื่องจากหุ่นยนต์ต้นแบบติดตั้งกลไกการขยายตัวบังคับให้โมดูลล้อทั้งสามเคลื่อนที่เข้าออกพร้อมกัน เพื่อกำจัดองศาอิสระส่วนเกิน ดังนั้นการสร้างการเคลื่อนที่อ้างอิงในปริภูมิการปรับขนาดจึงถูกปรับให้สอดคล้องโครงสร้างทางกลของหุ่นยนต์ต้นแบบด้วย กลไกที่ใช้ในการ

บังคับการปรับขนาด ในการขยายตัวโมดูลัสทั้งสามจะเคลื่อนที่เข้าออกพร้อมๆกัน (ระยะการปรับขนาดเท่ากันทั้งสามโมดูล) ขึ้นอยู่กับมุมของจานเหวี่ยงปรับขนาด ในการสร้างการเคลื่อนที่อ้างอิง กำหนดให้มุมของจานเหวี่ยงเป็นฟังก์ชันของความยาวโค้งในปริภูมิการทำงานแทนด้วยสัญลักษณ์ $\beta(s)$ ระยะ l_i เป็นฟังก์ชันของมุม β อีกทีหนึ่ง และกำหนดให้มุมของโมดูลัสโมดูลที่ 1, 2 และ 3 เป็นค่าคงที่เท่ากับ $-\pi/6, \pi/2$ และ $7\pi/6$ ตามลำดับ ฟังก์ชันอ้างอิงการเคลื่อนที่ของจานเหวี่ยงแสดงในสมการที่ 5.70

$$\beta(s) = c_{amp} \cdot \sin(c_{freq} \cdot s) + c_{off} \tag{5.70}$$

โดยที่กำหนดค่า $\beta(s)$ เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดลักษณะของการปรับขนาดดังนี้ ค่า c_{amp} เป็นแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่, c_{freq} เป็นความถี่ของค่าขนาด และ c_{off} เป็นค่าขนาดตั้งต้นบล็อกไดอะแกรมแสดงในรูปที่ 5.17



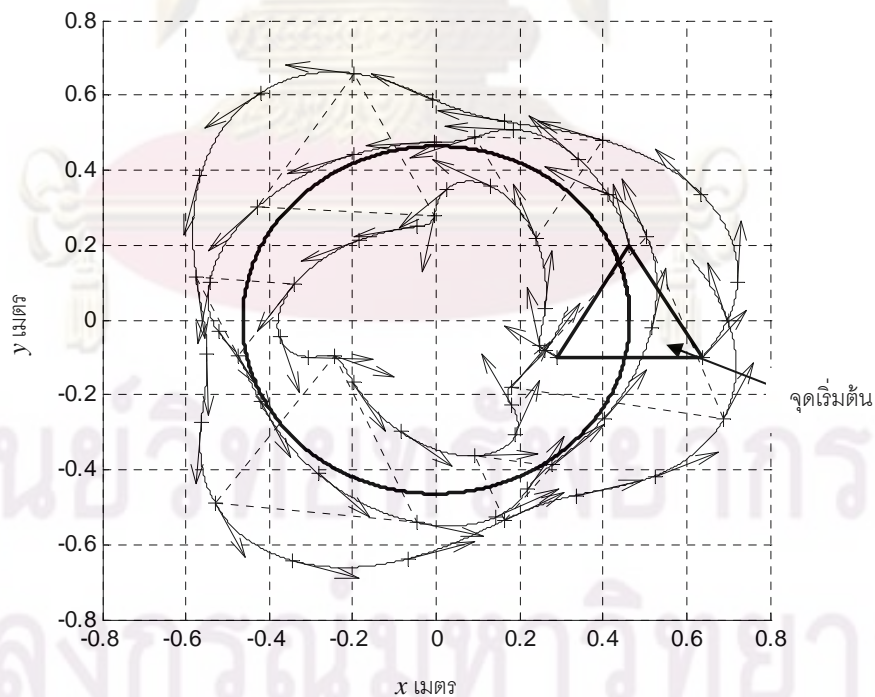
รูปที่ 5.17 แผนผังการกำเนิดการเคลื่อนที่อ้างอิงสำหรับการปรับขนาดบังคับ

ค่าความยาวส่วนโค้ง s จะถูกป้อนเข้าสู่บล็อกค่าอ้างอิงการปรับขนาด ซึ่งแสดงด้วยกรอบเส้นประตามในรูป 5.17 ภายในบล็อกประกอบด้วยบล็อกคำนวณค่ามุมของจานเหวี่ยงปรับขนาด ซึ่งรับค่าความยาวโค้ง s เพื่อคำนวณค่ามุมของจานเหวี่ยง และอนุพันธ์ลำดับที่ 1 และ 2 เทียบกับความยาวโค้ง s จากนั้นค่าเหล่านี้จะถูกป้อนเข้าสู่บล็อกจลนศาสตร์ของกลไกการปรับขนาด และคำนวณออกมาเป็นค่าอ้างอิงของการเคลื่อนที่ในปริภูมิการปรับขนาด เพื่อป้อนเข้าสู่บล็อกการคำนวณความเร็วเฉลี่ยต่อไป ค่าตำแหน่งอ้างอิงของปริภูมิการปรับขนาดที่ได้จากบล็อกประกอบด้วย เวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงประกอบด้วย การเคลื่อนที่เชิงเส้นในแนวรัศมี l_i ซึ่งถูกกำหนดด้วยสมการที่ 3.3 พารามิเตอร์ของการปรับขนาดในสมการที่กำหนดให้เป็น

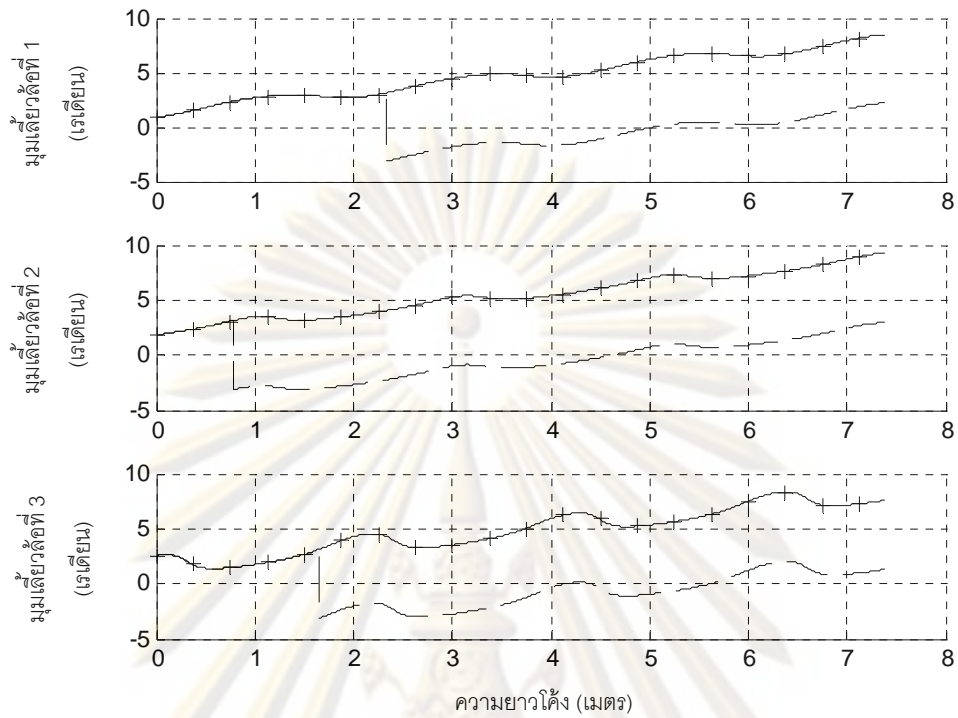
$c_{amp} = 0.1$ เมตร, $c_{freq} = 3$ เรเดียน และ $c_{off} = 0.2$ เมตร และการเคลื่อนที่เชิงมุม α_i ซึ่งกำหนดให้เป็นมุมคงที่ ($\alpha_1 = -\pi/6$ เรเดียน, $\alpha_2 = \pi/2$ เรเดียน และ $\alpha_3 = 7\pi/6$ เรเดียน)

ผลการทดลองในกรณีนี้แสดงในรูปที่ 5.18 ในการจำลองนี้กำหนดให้ค่า c มีค่าเท่ากับ 1 การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทที่เกิดจากการจำลองแสดงด้วยเส้นเต็มหนา มีจุดเริ่มต้นที่พิกัด $[0.464, 0, 0]$ เมตร เส้นเต็มบางแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของล้อทั้งสาม การเคลื่อนที่อ้างอิงของล้อทั้งสามที่ได้จากการคำนวณจากผลบวกระหว่างเวกเตอร์ตำแหน่งในปริภูมิการทำงานและเวกเตอร์ตำแหน่งในปริภูมิปรับขนาดตามรูปที่ 5.6 แสดงด้วยเครื่องหมายกากบาท ลูกศรตามเส้นทางการเคลื่อนที่ของล้อแสดงเวกเตอร์สัมผัสของล้อ ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าการเคลื่อนที่ที่ได้จากการจำลองเคลื่อนที่ตามการเคลื่อนที่อ้างอิงได้อย่างสมบูรณ์ และเวกเตอร์สัมผัสที่ไปตามทางการเคลื่อนที่ของล้อ และหุ่นยนต์โคบอทสามารถปรับขนาดระหว่างการเคลื่อนที่ได้ถูกต้อง

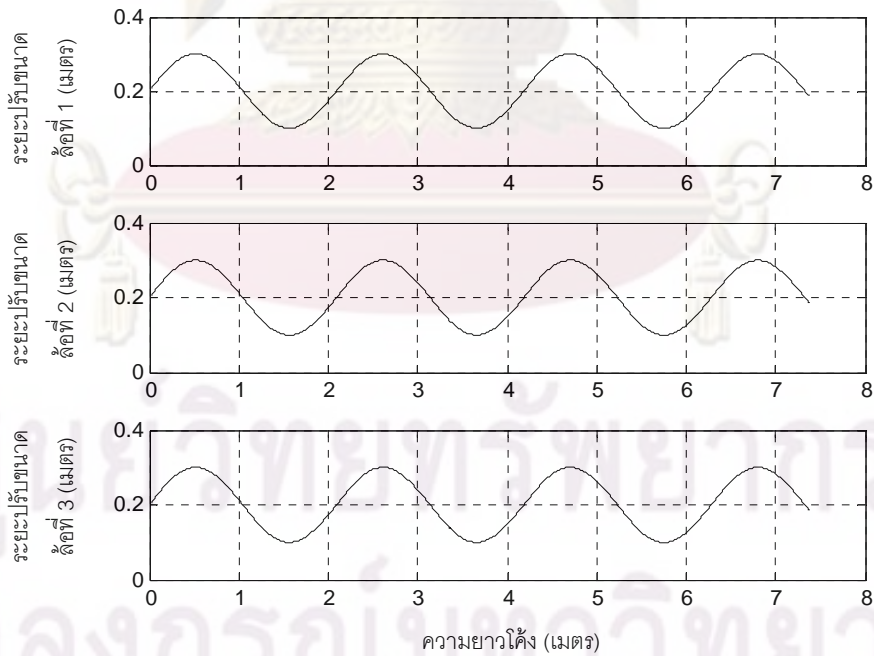
มุมเลี้ยวของล้อแสดงในรูปที่ 5.19 จะเห็นว่ามุมเลี้ยวของล้อมีการเปลี่ยนแปลงมากกว่าการเคลื่อนที่โดยไม่มี การปรับขนาด



รูปที่ 5.18 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียวและบังคับการปรับขนาด



รูปที่ 5.19 มุมเดียวลัดที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียวและบังคับการปรับขนาด

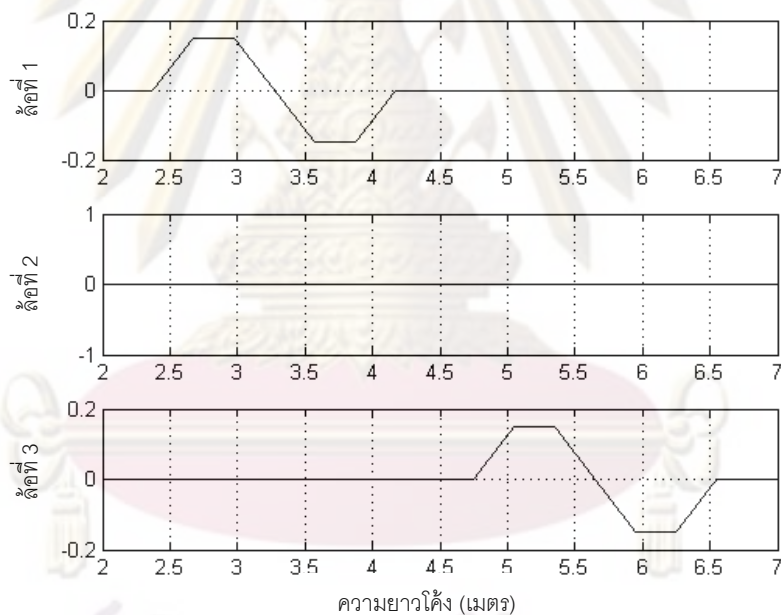


รูปที่ 5.20 ระยะปรับขนาด l_i ของการเคลื่อนที่ตามเกลียวและบังคับการปรับขนาด

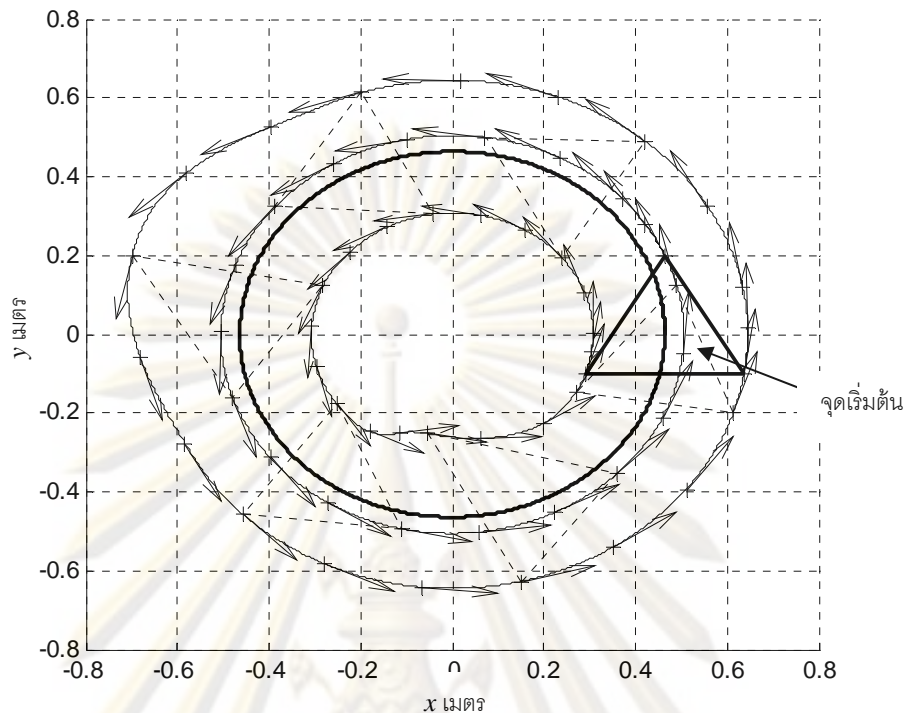
รูปที่ 5.20 แสดงระยะการขยายตัว l_i เครื่องหมายกากบาทแสดงระยะปรับขนาดอ้างอิง เส้นเต็มแสดงระยะปรับขนาดที่คำนวณจากการนำเวกเตอร์ตำแหน่งของล้อที่ได้จากการจำลองด้วยเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงของปริภูมิการทำงาน

5.4.3 การจำลองการเคลื่อนที่พร้อมการขยายตัวอิสระ

ในการจำลองนี้เป็นการจำลองการขยายตัวแบบอิสระในแนวแกนระยะปรับขนาด l_i เพียงอย่างเดียว โดยที่มุมของโมดูลล้อ α_i คงที่มีค่าเท่ากับ $\alpha_1 = -\pi/6$ เรเดียน, $\alpha_2 = \pi/2$ เรเดียน และ $\alpha_3 = 7\pi/6$ เรเดียน กราฟความเร็วอ้างอิงของระยะ l_i เป็นลักษณะเดียวกับกราฟในรูปที่ 5.7 แต่ตำแหน่งและระยะการขยายตัวจะถูกรับให้เหมาะสมดังแสดงในรูปที่ 5.21 โดยล้อที่ 1 เริ่มขยายตัวออกก่อนเมื่อ s มีค่าเท่ากับ 2.375 เมตร และล้อที่ 3 เริ่มการขยายตัวเมื่อ s เท่ากับ 4.75 เมตร ดังในรูปที่ 5.21



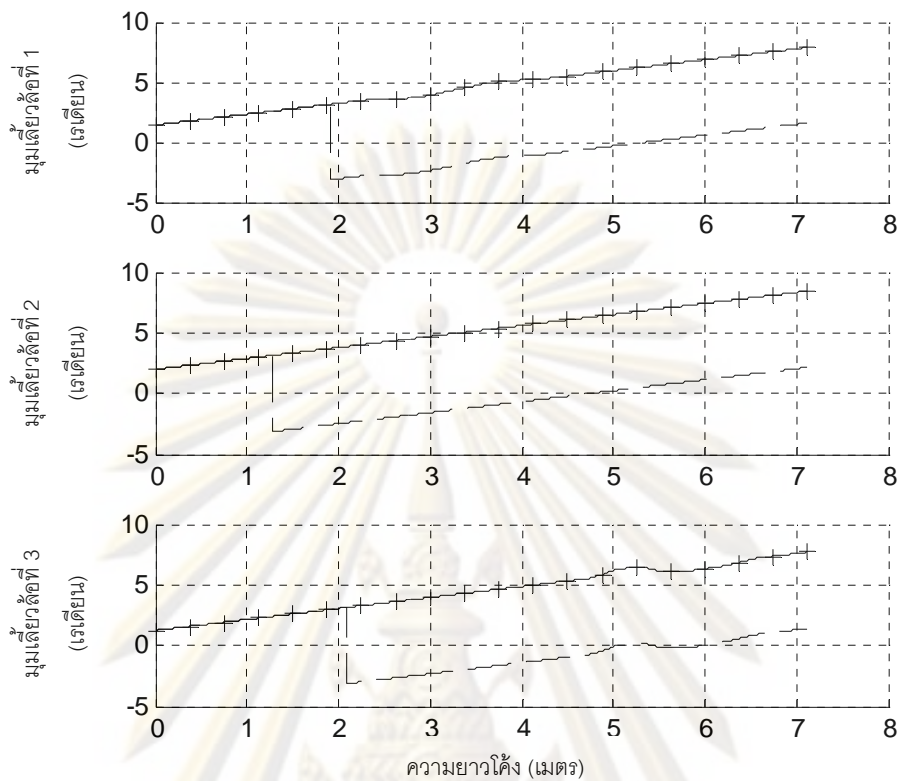
รูปที่ 5.21 กราฟความเร็วอ้างอิงของการปรับขนาดอิสระของการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง



รูปที่ 5.22 ผลการเคลื่อนที่ตามเกลียวและปรับขนาดอิสระ

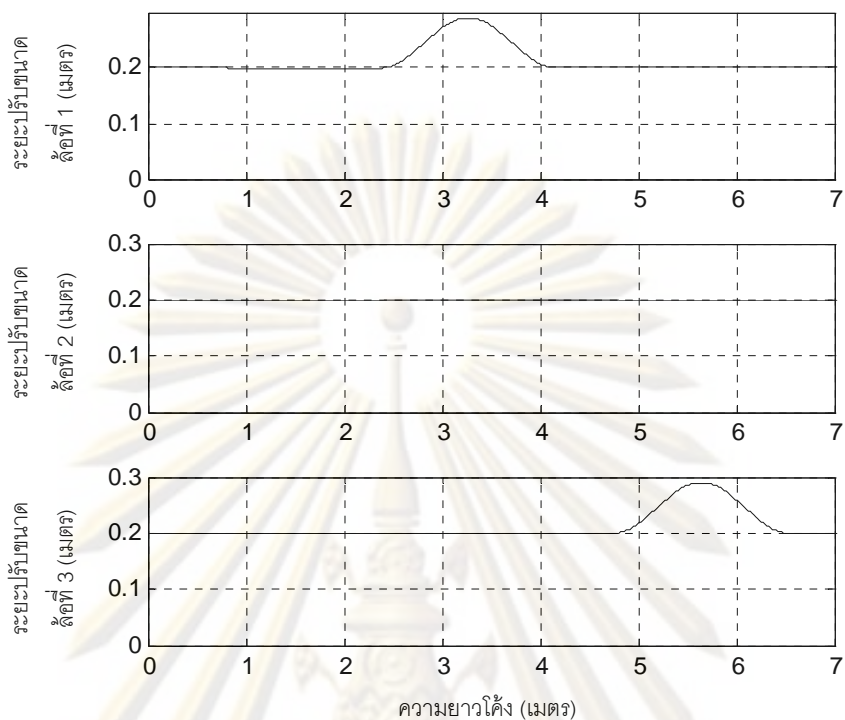
รูปที่ 5.22 แสดงผลการจำลองการขยายตัวอิสระ ล้อที่หนึ่งเริ่มขยายตัวออกเมื่อ $r = 2.375$ เมตร หรือประมาณ $1/3$ วงกลมและลดขนาดสู่ขนาดปกติ และล้อที่ 3 เริ่มขยายตัวออกที่ตำแหน่ง $r = 4.75$ เมตร หรือประมาณ $3/4$ ของวงกลม และลดสู่ขนาดปกติก่อนเคลื่อนที่ครบรอบวงกลม ระยะการขยายตัวของล้อที่ 3 จะค่อนข้างน้อยเมื่อเทียบกับล้อที่ 1 เนื่องจากการเคลื่อนที่ของล้อที่ 3 เป็นวงกลมด้านใน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.23 มุมเดี่ยวล้อของที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียวและปรับขนาดอิสระ

มุมเดี่ยวล้อของล้อทั้งสามแสดงในรูปที่ 5.23 จะเห็นการเปลี่ยนแปลงของมุมเดี่ยวล้อของล้อที่ 1 และ 3 ตรงตำแหน่งที่เกิดการปรับขนาด



รูปที่ 5.24 ระยะการขยายตัว L_i ของการเคลื่อนที่ตามเกลียวและปรับขนาดอิสระ

รูปที่ 5.24 แสดงระยะ L_i ของล๊อตต่างๆ ซึ่งเกิดจากการวัดจากจุดศูนย์กลางของหุ่นยนต์โคบอทถึงแกนการหมุนของล๊อต ซึ่งระยะการขยายตัวจะแปรผันสอดคล้องกับกราฟความเร็วอ้างอิงในการปรับขนาด

5.6 สรุปผลการจำลองการทำงาน

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการจำลองการทำงานของระบบจลนศาสตร์การปรับขนาดเพื่อยืนยันความถูกต้องของจลนศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น และจำลองผลการคำนวณในกรณีที่ไม่สามารถทดลองกับหุ่นยนต์ต้นแบบ เนื่องจากข้อจำกัดเชิงกล เช่น องศาอิสระของการเคลื่อนที่เกินหรือระยะการเคลื่อนที่จำกัด โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองใช้โปรแกรมซิมูลิงค์ (Simulink) ซึ่งใช้การต่อแผนผังของบล็อกในการจำลองระบบจลนศาสตร์ จลนศาสตร์การปรับขนาดและค่าอ้างอิงในการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานและปริภูมิการปรับขนาดจะถูกแบ่งเป็นบล็อก และต่อกันในลักษณะแผนผังการจำลองการทำงาน

การจำลองการทำงานประกอบด้วย การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงพร้อมการปรับขนาดอิสระ, การเคลื่อนที่เป็นเกลียวแบบขนาดคงที่, การเคลื่อนที่เป็นเกลียว และปรับขนาดด้วยกลไก

บังคับการปรับขนาด และการเคลื่อนที่พร้อมปรับขนาดอิสระ ผลการจำลองทั้งหมดแสดงให้เห็นว่า
จลนศาสตร์ที่ได้พัฒนาขึ้นสามารถคำนวณความเร็วเฉลี่ยของล้อได้ถูกต้อง เมื่อพิจารณาผลการ
จำลองการเคลื่อนที่ของล้อกับการเคลื่อนที่อ้างอิงของล้อ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 6

ระบบควบคุมป้อนกลับ

จากระบบจลนศาสตร์และการจำลองการทำงานที่ได้กล่าวไปแล้ว แสดงให้เห็นว่า หุ่นยนต์โคบอทสามารถเคลื่อนที่ตามเส้นทางอ้างอิงที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง แต่ในทางปฏิบัติ หุ่นยนต์โคบอทไม่สามารถเคลื่อนที่ตามเส้นทางอ้างอิงได้อย่างสมบูรณ์ ดังนั้นจึงต้องเพิ่มระบบควบคุมป้อนกลับเพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทให้กลับสู่เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงเมื่อตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทอยู่นอกเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิง

การควบคุมหุ่นยนต์โคบอทมีลักษณะพิเศษหลายประการ คือ การควบคุมประกอบด้วย การควบคุมหุ่นยนต์โคบอทให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางการเคลื่อนที่ที่กำหนดและการควบคุมทิศทางเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทเกิดจากแรงกระทำของผู้ใช้ ดังนั้นระบบควบคุมจึงไม่สามารถควบคุมความเร็วในการเคลื่อนที่ได้ แต่ความเร็วในการเคลื่อนที่เป็นสัญญาณป้อนกลับแทน และพารามิเตอร์ที่กำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทเป็นความยาวโค้งของการเคลื่อนที่ ซึ่งแตกต่างจากหุ่นยนต์อุตสาหกรรมทั่วไป

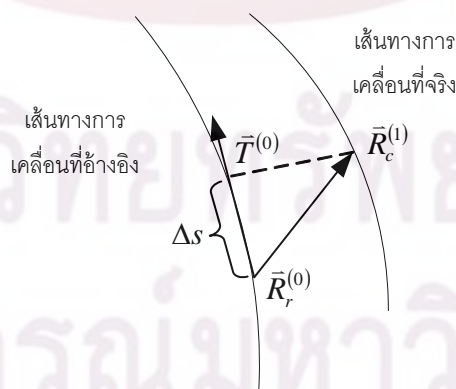
ระบบควบคุมของหุ่นยนต์โคบอทประกอบด้วยสองส่วน คือ ตัวประมาณค่าความโค้งและระบบควบคุมป้อนกลับของแต่ละปริภูมิ ตัวประมาณค่าความโค้งทำหน้าที่ในการประมาณค่าความโค้งในปริภูมิการทำงานเพื่อใช้ในการสร้างการเคลื่อนที่อ้างอิงสำหรับเปรียบเทียบกับค่าป้อนกลับ ระบบควบคุมป้อนกลับทำหน้าที่ในการลดค่าความผิดพลาดในการเคลื่อนที่และการปรับขนาดให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ตามการเคลื่อนที่อ้างอิงและการปรับขนาดอ้างอิงอย่างถูกต้อง

6.1 การประมาณค่าความยาวโค้งการเคลื่อนที่

การควบคุมให้หุ่นยนต์โคบอทให้กลับเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่ที่ต้องการนั้น จะต้องกำหนดตำแหน่งอ้างอิงเพื่อใช้เป็นค่าอ้างอิงให้กับระบบควบคุมป้อนกลับ หากพิจารณาผิวเผินตำแหน่งอ้างอิงน่าจะเป็นตำแหน่งที่เกิดจากการความยาวเส้นโค้งที่ของการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นจริง แต่ตำแหน่งที่เหมาะสมที่สุดควรเป็นตำแหน่งที่ใกล้เคียงกับตำแหน่งปัจจุบันของหุ่นยนต์โคบอทมากที่สุด เนื่องจากจะเป็นตำแหน่งที่ให้ระยะการเคลื่อนที่น้อยที่สุดในการเคลื่อนที่กลับเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิง และถ้าตำแหน่งอ้างอิงที่ใกล้ที่สุดถูกคำนวณตลอดการเคลื่อนที่ เมื่อการเคลื่อนที่กลับเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิง ตำแหน่งอ้างอิงจะเป็นตำแหน่ง

เดียวกับตำแหน่งจริงของหุ่นยนต์โคบอท เป็นการป้องกันการเกิดความผิดพลาดในกรณีตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทอยู่บนเส้นทางการเคลื่อนที่แต่ไม่ใช่ตำแหน่งเดียวกับตำแหน่งอ้างอิง ซึ่งจะทำให้ค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่งไม่เท่ากับศูนย์ทั้งที่หุ่นยนต์โคบอทอยู่บนการเคลื่อนที่อ้างอิงแล้ว (ในกรณีหุ่นยนต์ทั่วไปวิธีที่ลดความผิดพลาดคือการเคลื่อนที่ไปที่ตำแหน่งอ้างอิงโดยตรงด้วยการเพิ่มความเร็วในการเคลื่อนที่ แต่ลักษณะการใช้งานของหุ่นยนต์โคบอทจะต่างออกไป การใช้งานหุ่นยนต์โคบอทต้องการให้การเคลื่อนที่เคลื่อนอยู่บนการเคลื่อนที่อ้างอิงเพียงเท่านั้น หากผู้ใช้ต้องการเคลื่อนที่ไปที่ตำแหน่งเป้าหมายก็สามารถผลักหุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ไปที่ตำแหน่งนั้นได้ ดังนั้นหุ่นยนต์โคบอทจึงไม่สามารถควบคุมความเร็วของตัวเองได้ หากมีความผิดพลาดในรูปแบบนี้เกิดขึ้นจะทำให้ระบบควบคุมทำงานผิดพลาดได้ และความผิดพลาดในกรณีนี้สามารถเกิดขึ้นได้ถ้าใช้ตำแหน่งอ้างอิงที่เกิดจากความยาวส่วนโค้งที่ใช้ในการเคลื่อนที่จริง

เนื่องจากการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอททั้งหมดใช้พารามิเตอร์ในการเคลื่อนที่เป็นความยาวโค้งการเคลื่อนที่ s ในปริภูมิการทำงาน การหาตำแหน่งอ้างอิงบนเส้นทางการเคลื่อนที่ สำหรับการเคลื่อนที่กลับเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิง จึงต้องหาความยาวโค้งการเคลื่อนที่จากตำแหน่งเริ่มต้นถึงตำแหน่งอ้างอิงดังกล่าว อย่างไรก็ตามการหาตำแหน่งที่ใกล้กับตำแหน่งปัจจุบันโดยตรงนั้นมีความซับซ้อนพอสมควร และใช้เวลาในการคำนวณของหน่วยประมวลผลมาก การคำนวณหาตำแหน่งอ้างอิงจึงใช้ผลรวมของผลต่างความยาวโค้งในแต่ละชั้นเวลานับจากเริ่มทำงาน ผลต่างความยาวโค้งในแต่ละชั้นเวลาคำนวณจากการฉายเวกเตอร์ผลต่างระหว่างตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทจริงกับตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทบนเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงที่คำนวณจากความยาวโค้งของชั้นเวลาก่อนหน้า ลงบนการเวกเตอร์สัมผัสอ้างอิงของชั้นเวลาก่อนหน้าดังรูปที่ 6.1

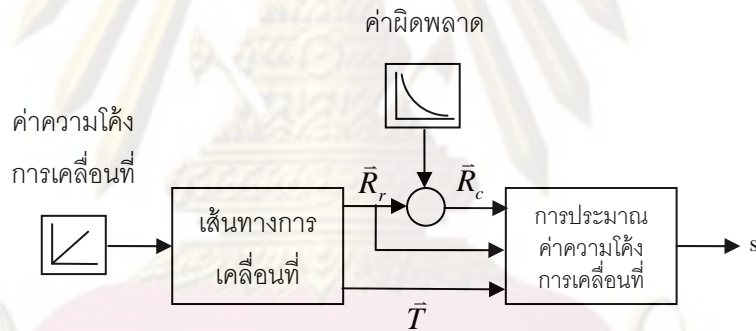


รูปที่ 6.1 การประมาณค่าความยาวโค้ง

ความสัมพันธ์ที่ใช้ในการหาความยาวโค้งของการเคลื่อนที่ เป็นสมการผลรวม ส่วนย่อยของความยาวโค้งระหว่างขั้นเวลานับจากตำแหน่งเริ่มต้นดังสมการ

$$s^{(1)} = s^{(0)} + (R_c^{(1)} - R_r^{(0)}(s)) \cdot T_r^{(0)}(s) \quad (6.1)$$

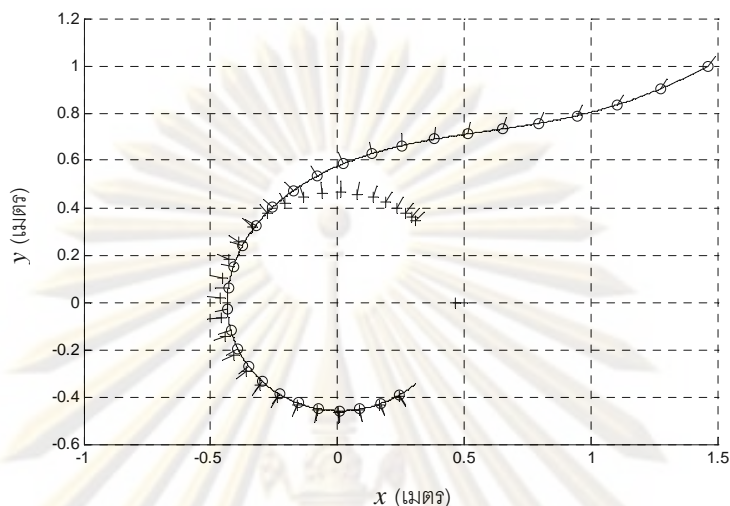
โดยที่ $s^{(1)}$ เป็นค่าความยาวโค้งของตำแหน่งอ้างอิงที่เวลาปัจจุบัน, $s^{(0)}$ เป็นค่าความยาวโค้งของขั้นเวลาที่แล้ว, $R_c^{(1)}$ เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งจริงที่เวลาปัจจุบัน, $R_r^{(0)}$ เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งบนเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงของขั้นเวลาที่แล้ว และ $T_r^{(0)}$ เป็นเวกเตอร์สัมผัสอ้างอิงของขั้นเวลาที่แล้ว ข้อดีของการประมาณค่าความยาวโค้งด้วยวิธีนี้ คือสามารถหาตำแหน่งอ้างอิงได้ในขั้นเวลาเดียว ตำแหน่งอ้างอิงจะลู่เข้าหาตำแหน่งจริงเมื่อหุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่กลับสู่เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิง และถ้าการเคลื่อนที่ไม่เกิดขึ้นค่าความโค้งก็จะมีค่าคงที่ ไม่สะสมเพิ่มขึ้น เนื่องจากการพจน์ผลลัพธ์จากการฉายผลต่างของเวกเตอร์ตำแหน่งลงบนเวกเตอร์สัมผัสอ้างอิงจะมีค่าเป็นศูนย์เพราะเวกเตอร์ผลต่างของตำแหน่งจะตั้งฉากกับเวกเตอร์สัมผัสอ้างอิง



รูปที่ 6.2 แผนผังการจำลองการประมาณค่าความยาวโค้ง

การจำลองการประมาณค่าความยาวโค้งมีแผนผังดังรูปที่ 6.2 ค่าความโค้งของการเคลื่อนที่ที่ถูกป้อนเข้าสู่บล็อกสร้างการเคลื่อนที่อ้างอิง เพื่อสร้างสัญญาณอ้างอิงของการเคลื่อนที่ เส้นทางการเคลื่อนที่ซึ่งอยู่นอกเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงสร้างจากเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิง ด้วยการบวกค่าความผิดพลาดเชิงเอกโพเนนเชียลเข้ากับเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิง, เวกเตอร์ตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทที่สมมุติให้อยู่นอกเส้นทางการเคลื่อนที่ และเวกเตอร์สัมผัสอ้างอิงถูกป้อนเข้าบล็อกสำหรับการประมาณค่าความยาวโค้ง ซึ่งทำหน้าที่ประมาณค่าความยาวโค้งตามสมการที่ 6.1 ผลการจำลองการประมาณค่าความยาวโค้งแสดงในรูปที่ 6.3 เส้นเต็มทึบแสดงการเคลื่อนที่ที่ผิดไปจากการเคลื่อนที่อ้างอิง สัญลักษณ์กากบาทแสดงเส้นทางตำแหน่งอ้างอิงบนการเคลื่อนที่อ้างอิงที่หาจากการประมาณค่าความยาวโค้ง โดยสู่มวาดที่เวลาเดียวกับเครื่องหมายวงกลมบนเส้นเต็มทึบ ขีดที่อยู่ที่ยังกลมและกากบาทแสดงมุมการวางตัวของการเคลื่อนที่ที่มีความ

ผิดพลาดและมุมวางตัวอ้างอิงตามลำดับ จะเห็นว่าเมื่อการเคลื่อนที่ลู่เข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอทจะเท่ากับตำแหน่งอ้างอิงพอดี



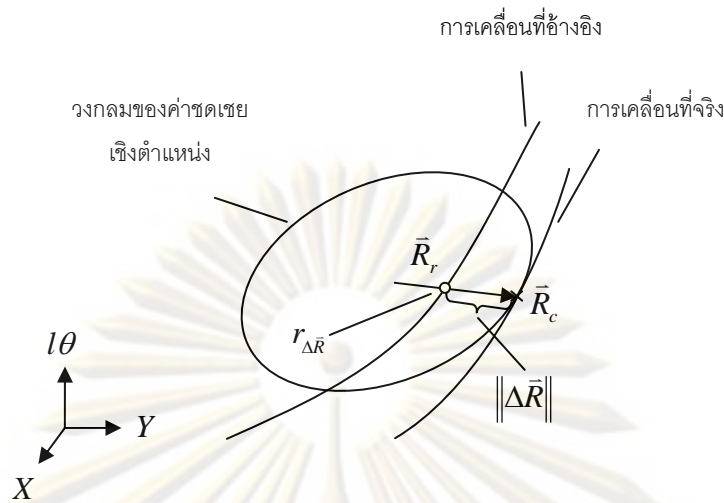
รูปที่ 6.3 ผลการจำลองการประมาณค่าความยาวโค้ง

6.2 ระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการทำงาน

ระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการทำงานนั้นมีเป้าหมายเพื่อชดเชยค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่ง และค่าผิดพลาดเชิงทิศทาง การควบคุมหุ่นยนต์โคบอทใช้วิธีปรับเวกเตอร์ความโค้งเพื่อควบคุมให้การเคลื่อนที่เคลื่อนตามเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงอย่างถูกต้อง โดยการแทนเวกเตอร์ความโค้ง $\kappa\bar{V}$ ด้วยเวกเตอร์ความโค้งบวกด้วยเวกเตอร์ชดเชยความโค้ง $\kappa\bar{V} + \delta\kappa\bar{V}$ ลงในสมการคำนวณความเร็วเฉลี่ยล้อตามสมการที่ 4.1 เวกเตอร์ชดเชยความโค้งคำนวณได้จากสมการ

$$\delta\kappa\bar{V} = \frac{G_1}{L^2} \Delta\bar{R} + \frac{G_2}{L} \Delta\bar{T} \quad (6.2)$$

โดยที่ $\Delta\bar{R}$ คือ เวกเตอร์ค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่ง, $\Delta\bar{T}$ คือ เวกเตอร์ค่าผิดพลาดเชิงทิศทาง, ค่า G_1 และ G_2 เป็นอัตราขยายของค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่งและทิศทางตามลำดับ และค่า L เป็นค่าคงที่เพื่อปรับหน่วยของพจน์ค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่งและค่าผิดพลาดเชิงทิศทางให้ตรงกัน



รูปที่ 6.4 การทำงานของระบบควบคุมป้อนกลับเชิงตำแหน่ง

ผลของอัตราขยายค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่ง G_1 ต่อการควบคุมการความผิดพลาดเชิงตำแหน่ง สามารถอธิบายได้ตามรูปที่ 6.4 วงกลมในรูปเป็นวงกลมที่วาดขึ้นจากพจน์ของค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่ง โดยกำหนดให้ค่าผิดพลาดเชิงทิศทางมีค่าเป็นศูนย์ก่อน เนื่องจากพจน์ดังกล่าวสามารถพิจารณาเป็นเวกเตอร์ความโค้งได้ ดังนั้นวงกลมจึงมีรัศมีเป็น

$$r_{\Delta R} = \frac{L^2}{G_1 \|\Delta \bar{R}\|} \tag{6.3}$$

ส่วนโค้งของวงกลมในรูปเป็นเส้นทางที่การเคลื่อนที่กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิง จากสมการที่ 6.3 ถ้าค่าของอัตราขยาย G_1 หรือเวกเตอร์ความผิดพลาดของตำแหน่ง $\|\Delta \bar{R}\|$ มีค่ามากขึ้น จะทำให้เวกเตอร์ความโค้งขีดเซย์มีค่ามากขึ้น หรือรัศมี $r_{\Delta R}$ มีค่าน้อยลง ทำให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่กลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงด้วยระยะทางที่น้อยลง

ผลของอัตราขยายค่าผิดพลาดเชิงทิศทาง G_2 ต่อการควบคุมการเคลื่อนที่ มีลักษณะเช่นเดียวกับอัตราขยายเชิงตำแหน่ง ถ้าหากกำหนดให้ไม่มีความผิดพลาดเชิงตำแหน่ง พจน์ค่าผิดพลาดเชิงทิศทางสามารถนำมาวาดเป็นวงกลมที่มีรัศมี

$$r_{\Delta T} = \frac{L}{G_2 \|\Delta \bar{T}\|} \tag{6.4}$$

การเคลื่อนที่กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงจะใช้ระยะน้อยลง ถ้าหากค่าอัตราขยาย G_2 หรือขนาดความผิดพลาดเชิงทิศทาง $\|\Delta\vec{T}\|$ มีค่ามากขึ้น เช่นเดียวกับกรณีของการควบคุมความผิดพลาดเชิงตำแหน่ง

ในระบบควบคุมแบบป้อนกลับ ระบบควบคุมความผิดพลาดทั้งสองแบบจะทำงานร่วมกัน โดยที่ระบบควบคุมเชิงตำแหน่งจะพยายามปรับเส้นทางการเคลื่อนที่ให้การเคลื่อนที่กลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิง ซึ่งเปรียบเทียบกับระบบควบคุมแบบสัดส่วน ระบบควบคุมเชิงทิศทางจะควบคุมทิศทางของการเคลื่อนที่ให้ถูกต้อง ทำให้การเคลื่อนที่กลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงมีความราบเรียบ ซึ่งเปรียบเทียบกับระบบควบคุมเชิงอนุพันธ์

6.3 ระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิปรับขนาด

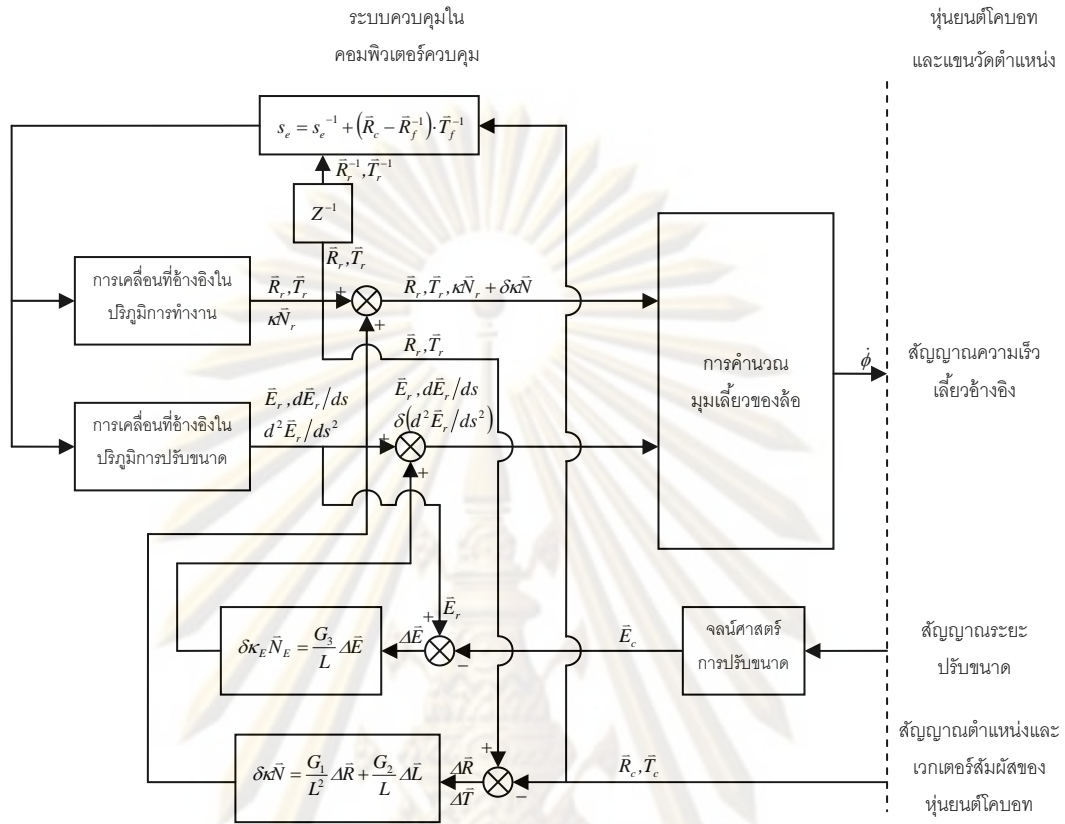
ระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการปรับขนาดมีหลักการเช่นเดียวกับระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการทำงาน คือ ใช้การปรับเวกเตอร์อนุพันธ์ลำดับสองของการเคลื่อนที่ในปริภูมิการปรับขนาด $d^2\vec{E}/ds^2$ เพื่อให้การเคลื่อนที่เคลื่อนกลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิง ด้วยการบวกค่าชดเชยความผิดพลาด ทำให้พจน์ของอนุพันธ์ลำดับสองกลายเป็น $d^2\vec{E}/ds^2 + \delta(d^2\vec{E}/ds^2)$ โดยที่องค์ประกอบของค่าชดเชยความผิดพลาดมีเพียงระบบควบคุมความผิดพลาดเชิงตำแหน่งเท่านั้น เนื่องจากหุ่นยนต์ต้นแบบในงานวิจัยนี้กำหนดให้ทิศการปรับขนาดคงที่ จึงไม่มีความจำเป็นต้องชดเชยทิศทางของการปรับขนาด ดังนั้นสมการของค่าชดเชยความผิดพลาดจึงอยู่ในรูป

$$\delta(d^2\vec{E}/ds^2) = \frac{G_3}{L^2} \Delta\vec{E} \quad (6.5)$$

โดยที่ $\Delta\vec{E}$ เป็นเวกเตอร์ความผิดพลาดของตำแหน่งในปริภูมิปรับขนาดค่า G_3 เป็นอัตราขยายของความผิดพลาดเชิงตำแหน่ง และค่า L เป็นค่าคงที่การแปลงหน่วย

เส้นการเคลื่อนที่กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงที่จะเป็นส่วนโค้งของวงกลมรัศมี $L^2/(G_3\|\Delta\vec{E}\|)$ และมีพฤติกรรมเช่นเดียวกับระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการทำงาน นั่นคือหากค่า G_3 หรือ $\|\Delta\vec{E}\|$ มีค่ามากขึ้นจะทำให้การเคลื่อนที่กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงด้วยระยะทางน้อยลง

6.4 การควบคุมมุมเลี้ยว



รูปที่ 6.5 ระบบควบคุมป้อนกลับสำหรับควบคุมความเร็วเลี้ยว

รูปที่ 6.5 แสดงผังผังระบบควบคุมป้อนกลับรวม โดยที่เวกเตอร์ตำแหน่งจริงและเวกเตอร์สัมผัสจริงในปริภูมิการทำงานถูกอ่านค่ากลับมาจากการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นจริงของหุ่นยนต์โคบอท นำมาลบออกจากเวกเตอร์ตำแหน่งอ้างอิงและเวกเตอร์สัมผัสอ้างอิงเพื่อคำนวณหาค่าความผิดพลาด จากนั้นสัญญาณความผิดพลาดเชิงตำแหน่งและทิศทางจะป้อนเข้าบล็อกค่าชดเชยความผิดพลาดของปริภูมิการทำงาน บล็อกดังกล่าวทำหน้าที่ในการคำนวณเวกเตอร์ชดเชยความผิดพลาดของปริภูมิการทำงาน เวกเตอร์ชดเชยความผิดพลาดจะถูกนำไปบวกเข้ากับเวกเตอร์ความโค้งของปริภูมิการทำงานก่อนส่งเข้าบล็อกคำนวณความเร็วเลี้ยว

สำหรับระบบควบคุมป้อนกลับของปริภูมิการปรับขนาดนั้น จะอ่านค่าระยะปรับขนาดเป็นมุมของจานเหวี่ยงปรับขนาดและนำมาคำนวณระยะปรับขนาดจริง จากนั้นจึงนำมาลบออกจากสัญญาณอ้างอิง เพื่อคำนวณค่าความผิดพลาดของระยะปรับขนาด แล้วจึงส่งค่าความผิดพลาดให้กับบล็อกคำนวณค่าชดเชยความผิดพลาดของการปรับขนาด จากนั้นจึงนำค่าชดเชย

ดังกล่าวไปบวกเข้ากับค่าอนุพันธ์ลำดับสองของตำแหน่งในปริภูมิการปรับขนาดก่อนที่จะส่งให้
 บล็อกคำนวณความเร็วเฉลี่ย

บล็อกคำนวณความเร็วเฉลี่ยทำหน้าที่ในการคำนวณความเร็วเฉลี่ยอ้างอิง
 เช่นเดียวกับบล็อกคำนวณความเร็วเฉลี่ยที่ใช้ในการจำลองการทำงาน แต่ในการควบคุมแบบ
 ป้อนกลับนี้ สัญญาณที่ถูกส่งเข้าบล็อกจะแตกต่างกัน สัญญาณเวกเตอร์ความโค้งของปริภูมิการ
 ทำงาน และสัญญาณอนุพันธ์ลำดับสองของเวกเตอร์ตำแหน่ง จะรวมสัญญาณชดเชยค่าความ
 ผิดพลาดของทั้งสองปริภูมิเข้าไปด้วยตามลำดับ สัญญาณค่าความเร็วเฉลี่ยของล้อยี่คำนวณจาก
 บล็อกคำนวณความเร็วเฉลี่ยนี้จะส่งออกเป็นสัญญาณอ้างอิงให้กับชุดขับของมอเตอร์บังคับมุม
 เฉลี่ยต่อไป



ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

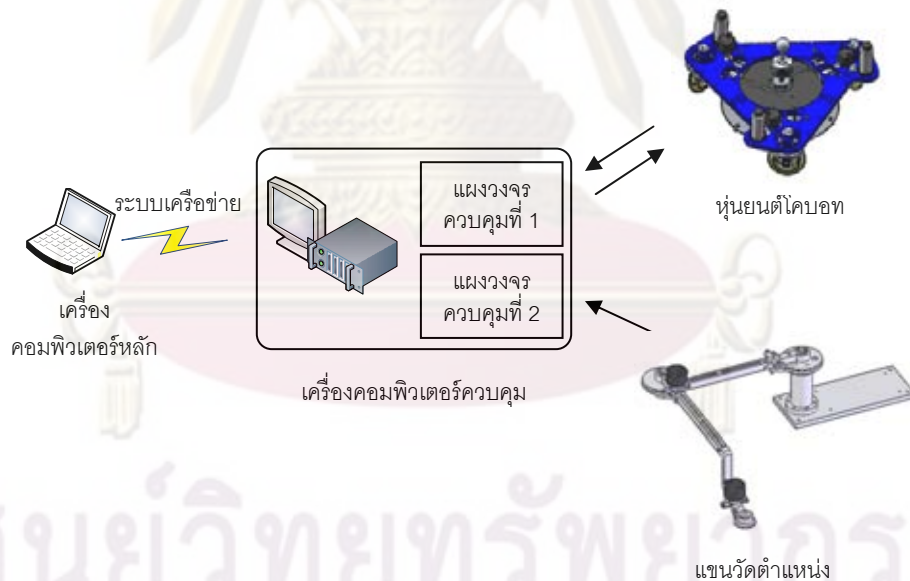
บทที่ 7

การทดลองจลนศาสตร์การปรับขนาด

ในบทนี้จะกล่าวถึงการนำระบบจลนศาสตร์การปรับขนาดและการควบคุม ป้อนกลับ มาทดลองควบคุมหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดต้นแบบที่มีรายละเอียดในบทที่ 3 การสร้างระบบควบคุมของหุ่นยนต์โคบอท ใช้การเขียนโปรแกรมเพื่อประมวลผลในคอมพิวเตอร์ ซึ่งทำงานบนระบบปฏิบัติการเวลาจริง

การทดลองจัดทำเป็นสองรูปแบบ คือ การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง และการเคลื่อนที่ตามวงกลมเกลียว ในการทดลองทั้งสองแบบ หุ่นยนต์ต้นแบบถูกกำหนดให้มีตำแหน่งเริ่มต้นเคลื่อนออกจากเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิง ทั้งในปริภูมิการทำงาน และปริภูมิการเคลื่อนที่ จากนั้นเมื่อเริ่มเคลื่อนที่หุ่นยนต์โคบอทจะเคลื่อนที่ที่กลับเข้าสู่เส้นทางอ้างอิงที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง

7.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในระบบควบคุม

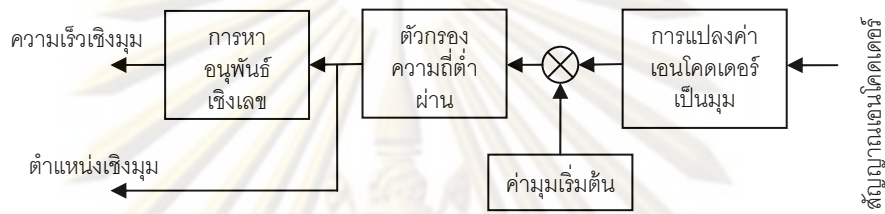


รูปที่ 7.1 องค์ประกอบของอุปกรณ์ที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ต้นแบบ

ระบบควบคุมของหุ่นยนต์โคบอทใช้สถาปัตยกรรมประมวลผลแบบเวลาจริงในการควบคุม โดยมีอุปกรณ์ดังรูปที่ 7.1 คอมพิวเตอร์หลักทำหน้าที่ในการพัฒนาโปรแกรมควบคุมตามระบบควบคุมในบทที่ 6 และแปลโปรแกรมดังกล่าวให้เป็นภาษาเครื่อง จากนั้นจึงส่งโปรแกรมผ่านระบบเครือข่ายให้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ควบคุม เครื่องคอมพิวเตอร์ควบคุมทำงานด้วยเวลา

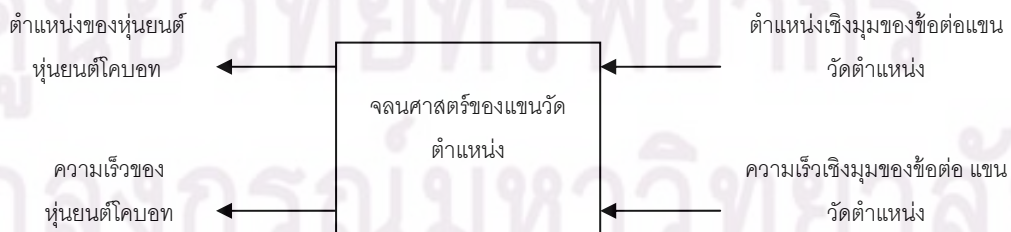
จริงภายในเครื่องติดตั้งแผงวงจรสำหรับรับส่งสัญญาณ 2 แผง แผงวงจรแรกรับสัญญาณจากเอนโคเดอร์วัดมุมเดียวและเอนโคเดอร์วัดมุมของจานเหวี่ยงปรับขนาด แผงวงจรนี้มีช่องสัญญาณสำหรับจ่ายสัญญาณคำสั่งให้กับชุดขับของมอเตอร์บังคับมุมเดียวทั้งสามตัวด้วยแผงวงจรอ่านเอนโคเดอร์แผงวงจรตัวที่ 2 แยกจากแผงวงจรแรกเพื่ออ่านเอนโคเดอร์วัดมุมข้อต่อของแขนวัดตำแหน่งทั้งสามตัว

7.2 การเก็บค่าสัญญาณป้อนกลับ



รูปที่ 7.2 สัญญาณป้อนกลับจากหุ่นยนต์ต้นแบบ

ค่าป้อนกลับที่เก็บจากการเคลื่อนที่จริงเพื่อนำมาแสดงผลนั้น ใช้เอนโคเดอร์ที่ติดตั้งบนหุ่นยนต์โคบอทและแขนวัดตำแหน่ง ค่าสัญญาณป้อนกลับที่อ่านค่าจากหุ่นยนต์ต้นแบบนี้ประกอบด้วย ค่ามุมเดียวของล้อ ค่าป้อนกลับมุมของจานเหวี่ยง และค่ามุมของข้อต่อแขนวัดตำแหน่ง สัญญาณตำแหน่งเชิงมุมที่อ่านได้จากเอนโคเดอร์ของค่าต่างๆเหล่านี้จะอยู่ในรูปจำนวนนับของเอนโคเดอร์ ดังนั้นจึงต้องทำการแปลงให้อยู่ในหน่วยเรเดียน พร้อมกับคูณด้วยอัตราทดแล้วจึงบวกเพิ่มด้วยค่ามุมตั้งต้น จากนั้นนำไปกรองสัญญาณรบกวนที่ก่อนนำไปใช้สัญญาณที่ผ่านการกรองสัญญาณรบกวนแล้วนำไปใช้ในระบบควบคุมป้อนกลับและหาความเร็วเชิงมุมด้วยการหาอนุพันธ์เชิงเลขของสัญญาณตำแหน่งเชิงมุมเหล่านี้ ขั้นตอนในการหาตำแหน่งและความเร็วเชิงมุมแสดงในแผนผังในรูปที่ 7.2

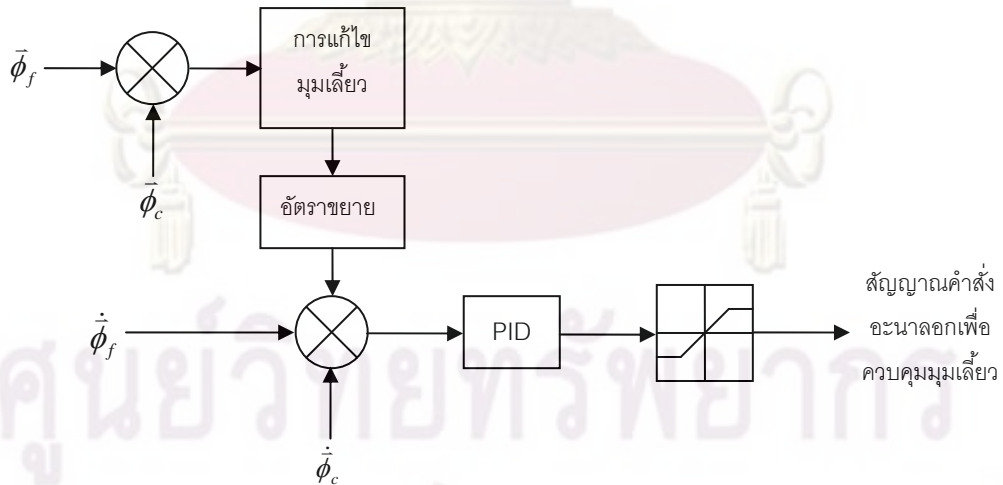


รูปที่ 7.3 การแปลงมุมของข้อต่อแขนวัดตำแหน่งเป็นตำแหน่งของหุ่นยนต์โคบอท



รูปที่ 7.4 การแปลงมุมของงานเหียงปรับขนาดเป็นระยะปรับขนาด

ค่ามุมเฉลี่ยของล้อและความเร็วเฉลี่ยนั้นสามารถนำไปป้อนเข้าระบบควบคุมได้โดยตรง เนื่องจากการวัดมุมเฉลี่ยเป็นการวัดโดยตรง มีเพียงแค่ชุดพู่เล็มิ่งเพิ่มอัตราทดเท่านั้น แต่ตำแหน่งและความเร็วในการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานวัดผ่านแขนวัดตำแหน่ง และระยะปรับขนาดนั้นวัดผ่านกลไกบังคับปรับขนาด ดังนั้นตำแหน่งและความเร็วในปริภูมิการทำงานจึงต้องนำค่าตำแหน่งเชิงมุม และความเร็วเชิงมุมที่ได้จากแผนผังในรูปที่ 7.2 มาผ่านจลนศาสตร์ของแขนวัดตำแหน่ง เพื่อหาค่าตำแหน่งและความเร็วของหุ่นยนต์โคบอทก่อนที่จะนำไปป้อนกลับให้ระบบควบคุมตามในรูปที่ 7.3 ส่วนระยะปรับขนาดนั้นก็ให้นำตำแหน่งเชิงมุม และความเร็วเชิงมุมไปคำนวณหาระยะปรับขนาดด้วยจลนศาสตร์ของกลไกบังคับปรับขนาดก่อนป้อนกลับให้ระบบควบคุมตามรูปที่ 7.4 เช่นกัน



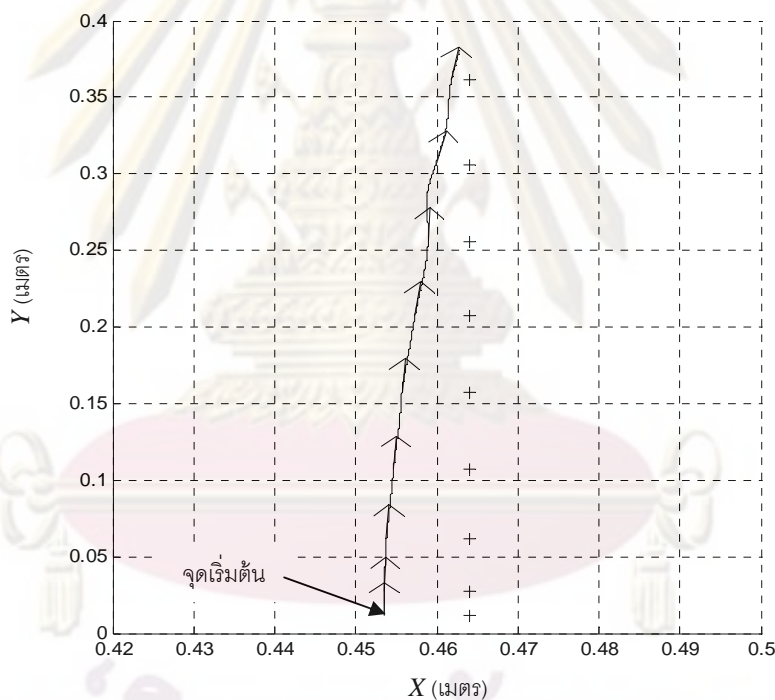
รูปที่ 7.5 วงรอบควบคุมย่อยสำหรับการควบคุมมุมเฉลี่ยล้อ

ค่าความเร็วเฉลี่ยอ้างอิงที่คำนวณจากจลนศาสตร์การปรับขนาดนั้น จะถูกป้อนเข้าวงรอบควบคุมย่อยในรูปที่ 7.5 สัญญาณความเร็วเฉลี่ยอ้างอิง จะนำมาหาค่าผิดพลาดของความเร็วเฉลี่ยด้วยการลบด้วยความเร็วเฉลี่ยที่วัดได้จากหุ่นยนต์ต้นแบบ และบวกด้วย

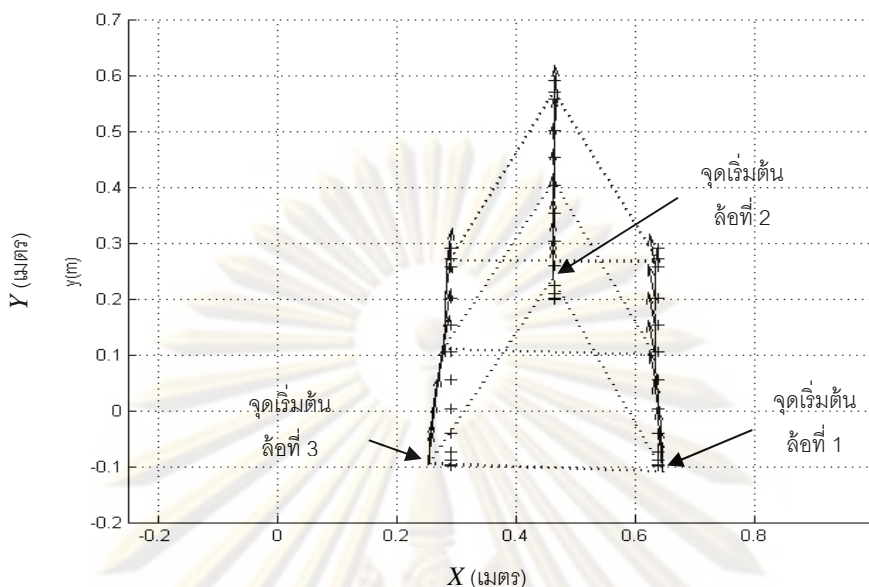
สัญญาณป้อนไปข้างหน้า ซึ่งหาได้จากค่าผิดพลาดระหว่างมุมเลี้ยวอ้างอิงและมุมเลี้ยวจริง นำมาแก้ไขมุมให้ถูกต้องและคูณด้วยอัตราขยาย จากนั้นผลรวมของสัญญาณทั้งหมดจะถูกป้อนเข้าระบบควบคุมพีไอดี และผ่านตัวจำกัดค่าสัญญาณก่อนส่งเป็นคำสั่งอะนาลอกให้กับชุดขับเคลื่อน

7.3 ผลการทดลอง

การทดลองแบ่งออกเป็น การเคลื่อนที่ตามเส้นตรงขนานแกน Y และการเคลื่อนที่ตามเกลียว 3 มิติ ในการทดลองทั้งสองแบบหุ่นยนต์โคบอทถูกกำหนดให้มีตำแหน่งเริ่มต้นผุดอกจากการเคลื่อนที่อ้างอิง เพื่อทดสอบการควบคุมของระบบควบคุมป้อนกลับด้วย เมื่อผู้ทดลองเริ่มผลักให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ ไม่ว่าจะ เป็นทิศทางใดก็ตาม ระบบควบคุมจะพยายามกำจัดความผิดพลาดและนำหุ่นยนต์โคบอท กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงในทุกปฏิกิริยา



รูปที่ 7.6 เส้นทางการเคลื่อนที่ตามเส้นตรงในปฏิกิริยาการทำงาน



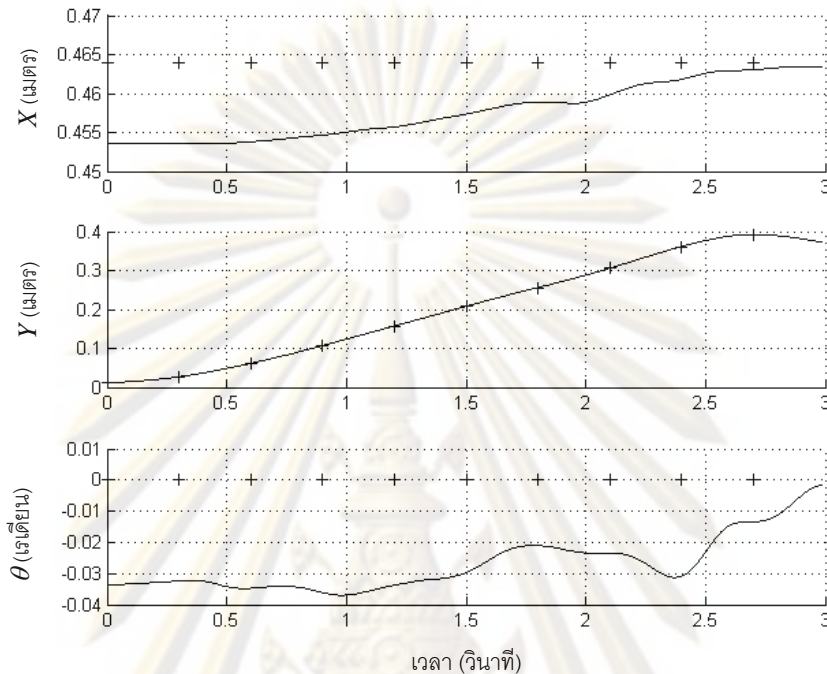
รูปที่ 7.7 เส้นทางเคลื่อนที่ของล้อในการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง

ในการทดลองเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง การเคลื่อนที่อ้างอิงเป็นเส้นตรงขนานแกน y ตำแหน่งในแกน x มีค่าคงที่เท่ากับ 0.464 เมตร และระยะปรับขนาดอ้างอิงกำหนดให้เป็นค่าคงที่เท่ากับ 0.2 เมตร หุ่นยนต์โคบอทมีตำแหน่งเริ่มต้นที่พิกัด $\bar{R}_0 = (0.4536, 0.0113, 0.0339)$ เมตร ระยะปรับขนาด l_i มีค่าประมาณ 0.226 เมตร อัตราขยายของระบบควบคุมป้อนกลับของปริภูมิการทำงานมีค่า $G_1 = (50, 50, 50)$ และ $G_2 = (20, 20, 20)$ อัตราขยายของระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการปรับขนาดมีค่า $G_3 = (10, 10, 10)$

การเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานแสดงในรูปที่ 7.6 เส้นเติมทึบแสดงการเคลื่อนที่จริงวัดผ่านเซนเซอร์ตำแหน่ง สัญลักษณ์กากบาทแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิง ลูกศรตามเส้นทางการเคลื่อนที่แสดงเวกเตอร์สัมผัสซึ่งชี้ทิศทางทางการเคลื่อนที่ ในการทดลองหุ่นยนต์หุ่นยนต์โคบอทถูกตั้งให้มีตำแหน่งเคลื่อนออกไปจากการเคลื่อนที่อ้างอิงที่ตำแหน่งเริ่มต้นและเคลื่อนที่กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิง เมื่อการเคลื่อนที่เกิดขึ้น

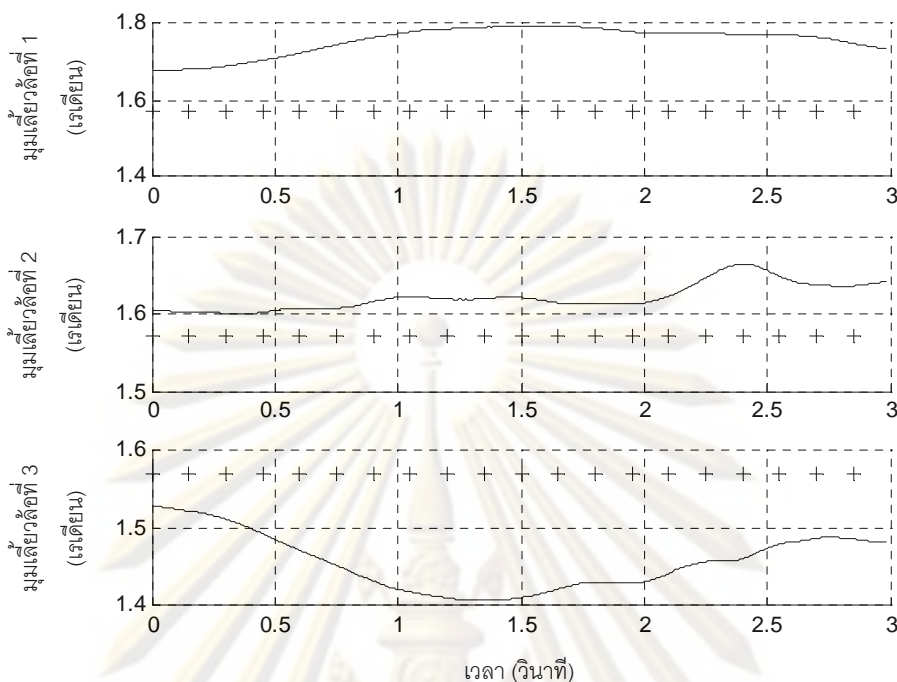
รูปที่ 7.7 แสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของล้อทั้งสาม เส้นเติมทึบแสดงการเคลื่อนที่ของล้อ สัญลักษณ์กากบาทแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงของล้อ เส้นประรูปสามเหลี่ยมแสดงโครงร่างของหุ่นยนต์ต้นแบบ จากรูปจะเห็นว่าหุ่นยนต์โคบอทเริ่มเคลื่อนที่โดยมีขนาดใหญ่กว่าขนาดอ้างอิง (ระยะปรับขนาดมากกว่าระยะปรับขนาดอ้างอิง) เมื่อการเคลื่อนที่เกิดขึ้นขนาดของ

หุ่นยนต์จะปรับเข้าสู่ขนาดอ้างอิง โดยจะเห็นว่าล้อที่ 1 และ 3 เคลื่อนเข้าสู่เส้นทางเคลื่อนที่อ้างอิงของล้อนั้น



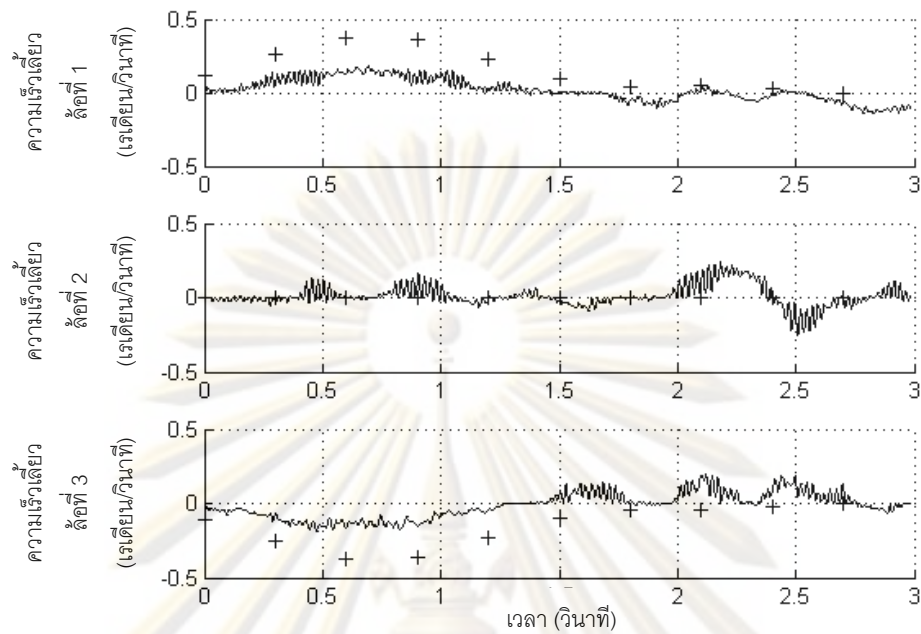
รูปที่ 7.8 การเคลื่อนที่ในแกน X, Y, θ ของการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง

นอกจากการปรับขนาด หุ่นยนต์โคบอทยังกำหนดให้เคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงตามแกน $+Y$ ตำแหน่งของหุ่นยนต์ในปริภูมิการทำงานแยกแสดงในแกนต่างๆในรูปที่ 7.8 ซึ่งประกอบด้วยกราฟตำแหน่งในแกน X, Y และ θ เทียบเวลา ตำแหน่งเชิงเส้นตามแกน X และตำแหน่งการเคลื่อนที่เชิงมุม θ จะถูกนำเข้าสู่เส้นทางเคลื่อนที่อ้างอิงด้วยระบบควบคุมป้อนกลับของปริภูมิการทำงาน แต่ตำแหน่งในแกน Y เท่ากับตำแหน่งอ้างอิงเสมอเนื่องจากการประมาณค่าความยาวโค้งการเคลื่อนที่จะประมาณตำแหน่งใกล้เคียงกับตำแหน่งจริงที่สุด นั่นคือตำแหน่งบนเส้นทางเคลื่อนที่อ้างอิงที่เป็นเส้นตั้งฉากจากเส้นทางเคลื่อนที่อ้างอิงที่ถึงตำแหน่งจริงของหุ่นยนต์โคบอท ทำให้ตำแหน่งในแกน Y ของการเคลื่อนที่อ้างอิงและการเคลื่อนที่จริงเท่ากันตลอดเวลา



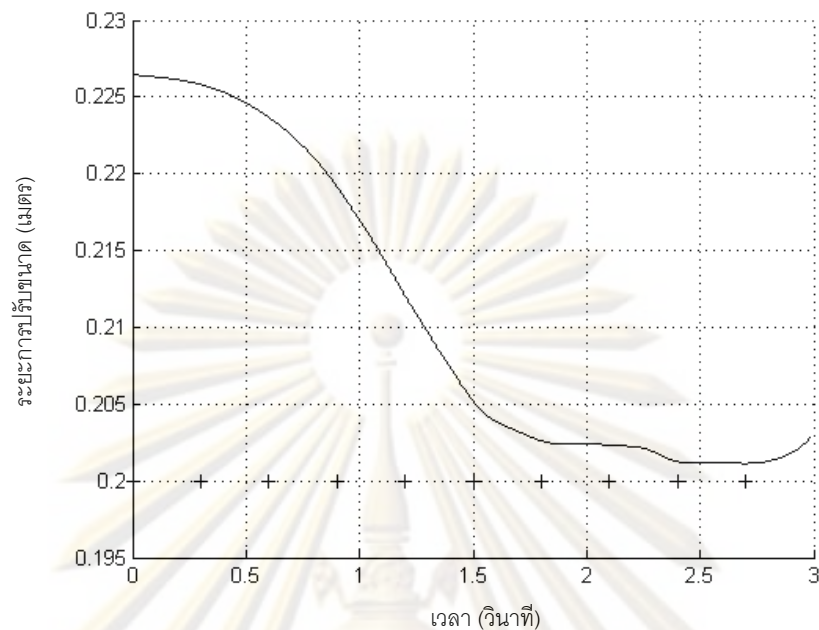
รูปที่ 7.9 มุมเลี้ยวของลวดของการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง

รูปที่ 7.9 แสดงมุมเลี้ยวของลวดเทียบเวลา ในการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงนี้มุมเลี้ยวอ้างอิง (แทนด้วยสัญลักษณ์กากบาท) ของลวดทั้งสามจะตั้งตรงตามแนวแกน Y คงที่ตลอดการเคลื่อนที่ หรือมุมเลี้ยวอ้างอิงของลวดทั้งหมดจะเท่ากับ $\pi/2$ เรเดียน แต่มุมเลี้ยวจริงของลวดที่ 1 และ 3 (แสดงด้วยเส้นเต็มทึบ) เปลี่ยนแปลงจากมุมอ้างอิงมากกว่าลวดที่ 2 เป็นผลมาจากขนาดเริ่มต้นซึ่งมีขนาดใหญ่กว่าขนาดอ้างอิง ทำให้ระบบควบคุมต้องสั่งให้ลวดที่ 1 และ 3 ปรับมุมเลี้ยวเพื่อชดเชยความผิดพลาดของระยะปรับขนาด แต่ความผิดพลาดของระยะปรับขนาดนี้ไม่มีผลต่อมุมเลี้ยวของลวดที่ 2 เนื่องจากแนวการปรับขนาดขนานกับแนวการเคลื่อนที่ของลวด ซึ่งสามารถเคลื่อนที่ได้อิสระตามการกlingerของลวดอยู่แล้ว



รูปที่ 7.10 ความเร็วเฉลี่ยของล้อของการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง

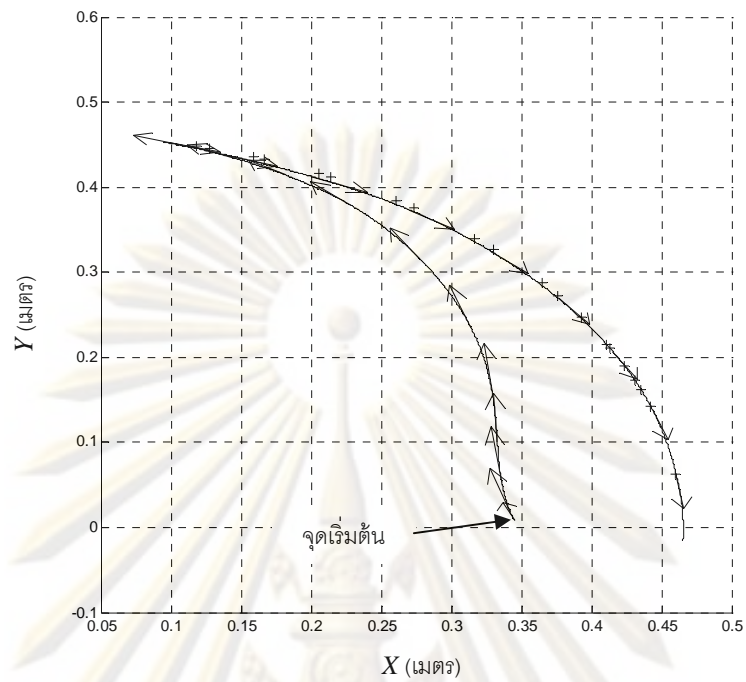
ความเร็วในการเคลื่อนที่ของล้อแสดงในรูปที่ 7.10 ความเร็วเฉลี่ยอ้างอิงแสดงด้วยสัญลักษณ์กากบาท ซึ่งความเร็วอ้างอิงจะไม่เท่ากับศูนย์เนื่องจากความเร็วดังกล่าวเป็นสัญญาณคำสั่งที่ป้อนเข้าวงจรขับของมอเตอร์ซึ่งรวมค่าชดเชยความผิดพลาดแล้ว ยกเว้นความเร็วอ้างอิงของล้อที่ 2 ที่มีค่าเป็นศูนย์เนื่องจากมุมเฉลี่ยของล้อที่ 2 เป็นค่าคงที่ตามที่ได้กล่าวไว้ สัญญาณป้อนกลับที่วัดมาจากมุมเฉลี่ยจริงของล้อจะมีสัญญาณรบกวนค่อนข้างมากถึงแม้จะผ่านตัวกรองความถี่ต่ำแล้ว ทำให้ผลตอบสนองของความเร็วไม่สามารถเปลี่ยนแปลงตามความเร็วอ้างอิงได้อย่างสมบูรณ์ และตัวกรองความถี่ต่ำเองก็จะทำให้เกิดการหน่วงเวลาของสัญญาณป้อนกลับ ซึ่งส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพในการควบคุมด้วย อย่างไรก็ตามความเร็วเฉลี่ยของล้อก็ยังมีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงตามความเร็วอ้างอิงได้ในระดับหนึ่ง



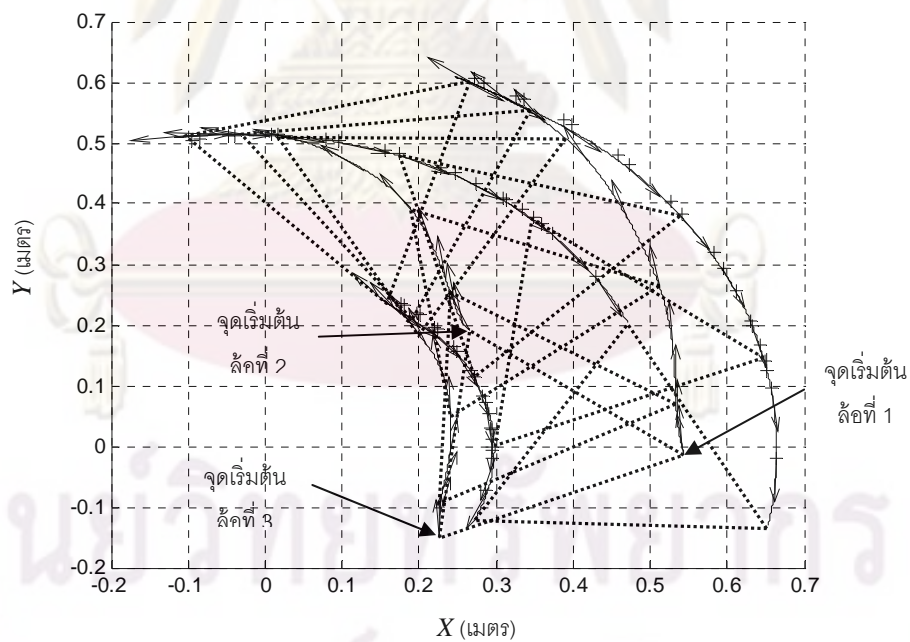
รูปที่ 7.11 ระยะปรับขนาดของการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง

ระยะปรับขนาดแสดงเทียบเวลาในรูปที่ 7.11 เครื่องหมายกากบาทแสดงระยะปรับขนาดอ้างอิง ซึ่งกำหนดให้เป็นค่าคงที่ระยะ 0.2 เมตร เส้นเติมที่บแสดงระยะปรับขนาดจริง จะเห็นว่าระยะปรับเริ่มต้นที่ระยะประมาณ 0.226 เมตร และเคลื่อนที่เข้าสู่ระยะปรับขนาดอ้างอิงเมื่อเวลาผ่านไป อย่างไรก็ตามผลตอบสนองของการปรับระยะตอบสนองได้ไม่ไวทัน และยังคงมีค่าผิดพลาดคงตัวเหลืออยู่

การทดลองเคลื่อนที่ตามเกลียวมีลักษณะคล้ายกับการทดลองการเคลื่อนที่ตามเส้นตรง ต่างกับที่การเคลื่อนที่อ้างอิงเป็นเกลียวในสามมิติ มีสมการอธิบายการเคลื่อนที่ตามสมการที่ 5.67 ถึง 5.69 มีค่าพารามิเตอร์ $a = 0.464$ และ $c = 0.464$ และระยะปรับขนาดอ้างอิงเท่ากับ 0.22 เมตร หุ่นยนต์โคบอทมีตำแหน่งเริ่มต้นที่พิกัด $\bar{R}_0 = (0.4348, 0.1621, 0.3509)$ เมตร ระยะปรับขนาด l_i มีค่า 0.2 เมตร อัตราขยายของระบบควบคุมป้อนกลับของปริภูมิการทำงานมีค่า $G_1 = (50, 50, 50)$ และ $G_2 = (20, 20, 20)$ อัตราขยายของระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการปรับขนาดมีค่า $G_3 = (-10, -10, -10)$ สัญลักษณ์แสดงค่าต่างๆในรูปกราฟแสดงผลการทดลองใช้สัญลักษณ์เดียวกับผลการทดลองการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง



รูปที่ 7.12 เส้นทางการเคลื่อนที่ตามเกลียวในปริภูมิการทำงาน

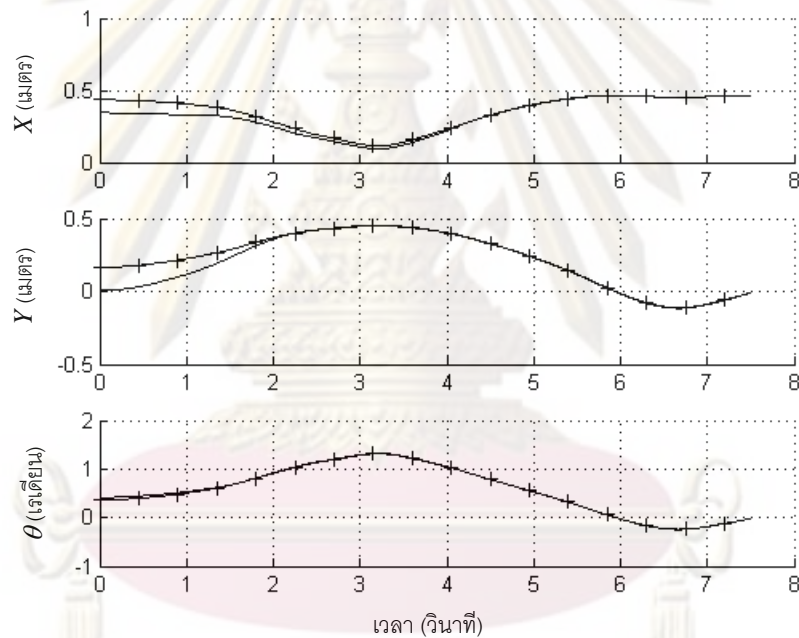


รูปที่ 7.13 เส้นทางการเคลื่อนที่ของล้อในการเคลื่อนที่ตามเกลียว

การเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานแสดงในรูปที่ 7.12 ในการทดลองหุ่นยนต์โคบอท ถูกตั้งให้มีตำแหน่งเคลื่อนออกไปจากการเคลื่อนที่อ้างอิงที่ตำแหน่งเริ่มต้น จากนั้นผู้ทดลองผลักให้ หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่ตามทิศที่ความยาวส่วนโค้งมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อสุทธาระยะการทำงาน

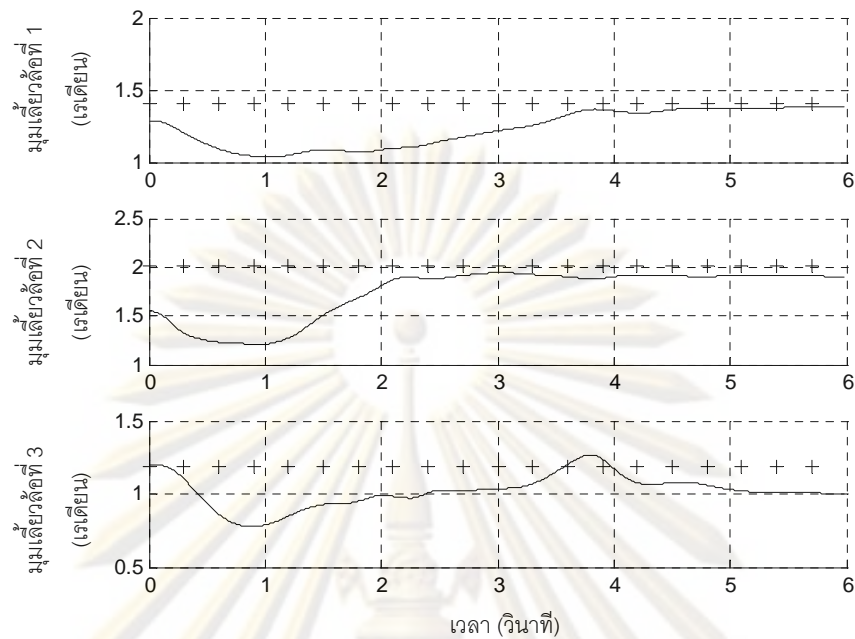
หุ่นยนต์โคบอทจะถูกดึงกลับมา (ความยาวโค้งเริ่มลดลง) หุ่นยนต์โคบอทจะนำการเคลื่อนที่ที่กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิง โดยการเคลื่อนที่จริงจะบรรจบกับการเคลื่อนที่อ้างอิงและรักษาการเคลื่อนที่จริงให้เท่ากับการเคลื่อนที่อ้างอิงในขากลับ

รูปที่ 7.13 จากรูปจะเห็นว่า เมื่อหุ่นยนต์โคบอทเริ่มเคลื่อนที่ หุ่นยนต์โคบอทจะนำการเคลื่อนที่ที่กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิง โดยการควบคุมของระบบป้อนกลับของปริภูมิการทำงาน ในขณะเดียวกันขนาดของหุ่นยนต์โคบอทซึ่งถูกตั้งให้เล็กกว่าขนาดอ้างอิง (ระยะปรับขนาดน้อยกว่าระยะปรับขนาดอ้างอิง) ในตอนต้น เมื่อการเคลื่อนที่เกิดขึ้นขนาดของหุ่นยนต์จะปรับเข้าสู่ขนาดอ้างอิงด้วยระบบควบคุมป้อนกลับของปริภูมิการปรับขนาดพร้อมกับการเคลื่อนที่ที่กลับสู่ตำแหน่งอ้างอิง โดยจะเห็นว่าล้อย่างสามเคลื่อนเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงของล้อย่างนั้นๆ



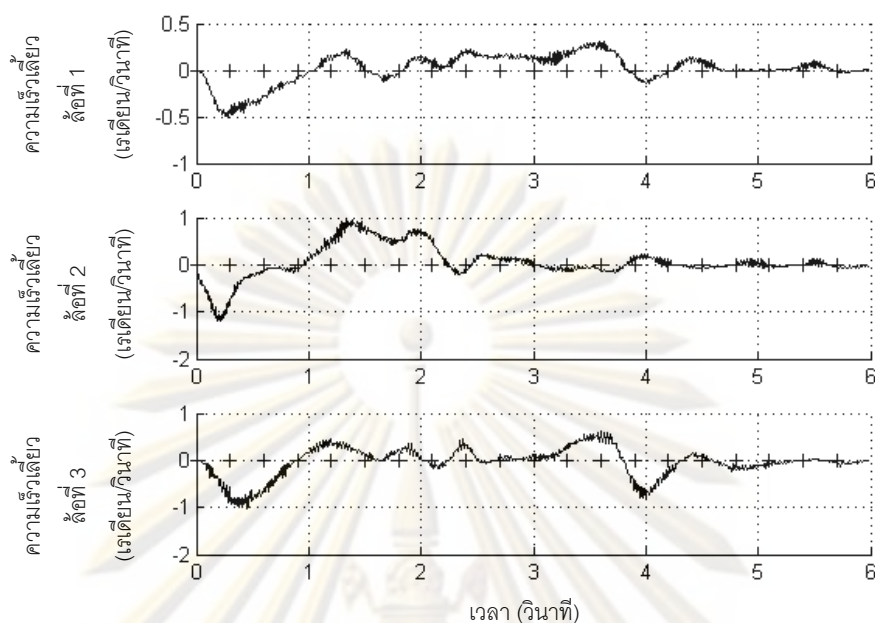
รูปที่ 7.14 การเคลื่อนที่ในแกน X, Y, θ ของการเคลื่อนที่ตามเกลียว

รูปที่ 7.14 แสดงการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นเกลียวของจุดศูนย์กลางของหุ่นยนต์เทียบเวลาประกอบด้วยกราฟตำแหน่งในแกน X, Y และ θ การเคลื่อนที่ทั้งสามแกนถูกนำเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงด้วยระบบควบคุมป้อนกลับของปริภูมิการทำงาน ตำแหน่งจริงในแกน θ จะใกล้เคียงกับตำแหน่งอ้างอิงมากกว่าแกนอื่น เนื่องจากขนาดขององค์ประกอบของการเคลื่อนที่ในแนวแกนดังกล่าวมีค่าสูงกว่าแกนอื่นๆ ทำให้มีน้ำหนักในการประมาณค่าความยาวโค้งการเคลื่อนที่มาก กล่าวคือการประมาณค่าความยาวโค้งจะให้ค่าความยาวโค้งที่ทำให้ตำแหน่งในแกน θ ใกล้เคียงกับตำแหน่งจริงมากกว่าตำแหน่งในแกนอื่น



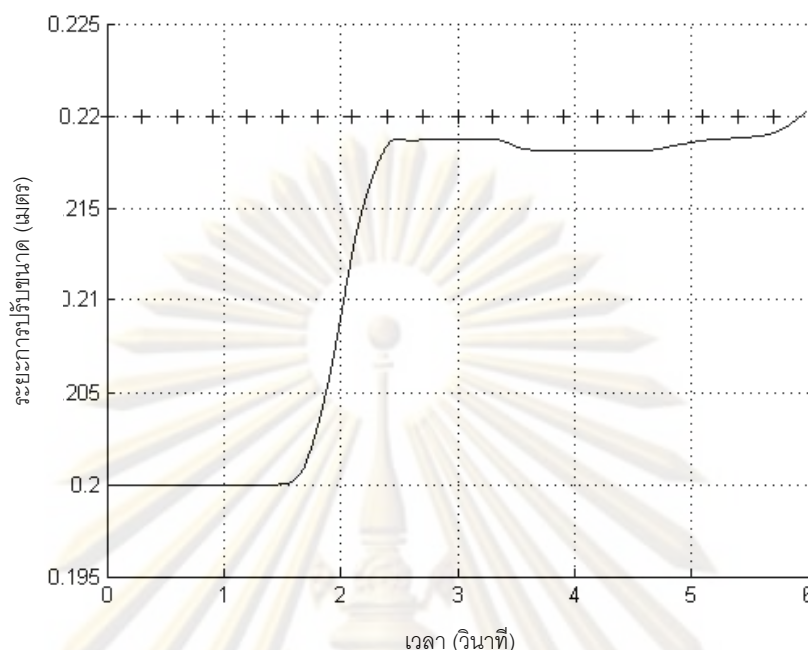
รูปที่ 7.15 มุมเลี้ยวของล้อของการเคลื่อนที่ตามเกลียว

รูปที่ 7.15 แสดงมุมเลี้ยวของล้อในหน่วยเรเดียนเทียบเวลาในหน่วยวินาที ในการเคลื่อนที่เป็นเกลียวนี้มุมเลี้ยวอ้างอิง (แทนด้วยสัญลักษณ์กากบาท) ของล้อทั้งสามจะคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ เนื่องจากการกำหนดให้ค่า $c=1$ มุมเลี้ยวอ้างอิงของล้อทั้งสามจะเท่ากับ $\pi/2$ เรเดียน ตามลำดับ มุมเลี้ยวจริงของทั้งสาม (แสดงด้วยเส้นเต็มทึบ) จะเปลี่ยนแปลงจากมุมอ้างอิงตามการควบคุมของระบบควบคุมแบบป้อนกลับของทั้งสองปริภูมิ เพื่อให้การเคลื่อนที่กลับสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงและปรับขนาดให้เท่ากับขนาดอ้างอิง มุมเลี้ยวของล้อจะแตกต่างจากค่าอ้างอิงในช่วงแรกที่มีการเคลื่อนที่และขนาดยังมีความผิดพลาดอยู่ เมื่อการเคลื่อนที่กลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิง และการปรับขนาดมีขนาดเท่ากับขนาดอ้างอิงแล้ว การเคลื่อนที่ของล้อในช่วงครึ่งหลังจะรักษาการเคลื่อนที่ตามแนวการเคลื่อนที่อ้างอิง



รูปที่ 7.16 ความเร็วเฉลี่ยของล้อของการเคลื่อนที่ตามเกลียว

ความเร็วในการเลี้ยวของล้อแสดงในรูปที่ 7.16 ความเร็วเฉลี่ยอ้างอิงแสดงด้วยสัญลักษณ์กากบาท ความเร็วอ้างอิงมีค่าเป็นศูนย์เนื่องจากการเคลื่อนที่อ้างอิงหุ่นยนต์โคบอทไม่มีค่าผิดพลาดในการเคลื่อนที่ มุมเลี้ยวล้อเป็นค่าคงที่เท่ากับค่าเริ่มต้นเมื่อเริ่มเคลื่อนที่จึงมีความเร็วเฉลี่ยอ้างอิงเป็นศูนย์ แต่ความเร็วเฉลี่ยจริงหุ่นยนต์โคบอทมีค่าผิดพลาดในการเคลื่อนที่ มุมเลี้ยวจะเปลี่ยนแปลงตามระบบควบคุมจึงทำให้มีความเร็วเฉลี่ย สัญลักษณ์ป้อนกลับที่วัดมาจากมุมเลี้ยวจริงของล้อจะมีสัญญาณรบกวนค่อนข้างมากถึงแม้จะผ่านตัวกรองความถี่ต่ำแล้ว ทำให้ผลตอบสนองของความเร็วไม่สามารถเปลี่ยนแปลงตามความเร็วอ้างอิงได้อย่างสมบูรณ์ และตัวกรองความถี่ต่ำเองก็จะทำให้เกิดการหน่วงเวลาของสัญญาณป้อนกลับ ซึ่งส่งผลต่อประสิทธิภาพในการควบคุมด้วย อย่างไรก็ตามความเร็วเฉลี่ยของล้อก็ยังมีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงตามความเร็วอ้างอิงได้ในระดับหนึ่ง



รูปที่ 7.17 ระยะปรับขนาดของการเคลื่อนที่ตามเกลียว

ระยะปรับขนาดแสดงเทียบเวลาในรูปที่ 7.17 เครื่องหมายกากบาทแสดงระยะปรับขนาดอ้างอิง ซึ่งกำหนดให้เป็นค่าคงที่ระยะ 0.22 เมตร เส้นเติมทึบแสดงระยะปรับขนาดจริง จะเห็นว่าระยะปรับขนาดเริ่มต้นที่ระยะ 0.2 เมตร และเคลื่อนที่เข้าสู่ระยะปรับขนาดอ้างอิงเมื่อเวลาผ่านไป อย่างไรก็ตามผลตอบสนองของการปรับระยะตอบสนองได้ไม่ไวพรวด และยังคงมีค่าผิดพลาดคงตัวเหลืออยู่

7.4 สรุปผลการทดลอง

จากผลการทดลองที่แสดงไปก่อนหน้านี้ แสดงให้เห็นว่าระบบจลนศาสตร์และระบบควบคุมป้อนกลับสามารถควบคุมให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนที่กลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงได้ในทั้งสองปริภูมิ วิธีการประมาณค่าความยาวโค้งอ้างอิงที่ใช้ในงานวิจัยใช้ได้ดีในการทดลอง เนื่องจากสามารถประมาณค่าความยาวโค้งอ้างอิงที่ให้ตำแหน่งบนเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงที่ใกล้กับตำแหน่งปัจจุบันของหุ่นยนต์โคบอทได้อย่างถูกต้อง และป้องกันการหาตำแหน่งอ้างอิงผิดพลาดเมื่อหุ่นยนต์โคบอทอยู่บนการเคลื่อนที่อ้างอิงได้ ระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการทำงานสามารถชดเชยค่าผิดพลาดในปริภูมิการทำงานได้ดีในระดับหนึ่ง และยังให้การเคลื่อนที่ที่มีความราบเรียบ ระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการปรับขนาดก็สามารถลดค่าความผิดพลาดเชิงตำแหน่งในปริภูมิการปรับขนาดได้ในระดับหนึ่ง

อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพรวมของระบบควบคุมก็สามารถทำได้ดีในระดับหนึ่งเท่านั้น เนื่องจากระบบควบคุมป้อนกลับเป็นการนำระบบควบคุมป้อนกลับของหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบเดิมที่มีขนาดคงที่มาใช้ ระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการปรับขนาดเองก็เป็นระบบควบคุมที่ประยุกต์จากระบบควบคุมป้อนกลับของหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบเดิมเช่นกัน การทำงานของระบบควบคุมทั้งสองระบบจึงอาจทำงานไม่สอดคล้องกันก็ได้ ดังนั้นการเพิ่มประสิทธิภาพในการควบคุมอาจทำได้โดยการ ลดเวลาหน่วงที่เกิดจากตัวกรองสัญญาณรบกวน ทำการศึกษาระบบควบคุมแบบใหม่ และควรศึกษาผลจากพลศาสตร์เพิ่มเติมด้วย

นอกจากประสิทธิภาพของระบบควบคุมแล้ว เสถียรภาพของระบบควบคุมเป็นอีกข้อหนึ่งที่ต้องพิจารณาเพิ่มเติม เนื่องจากความซับซ้อนในการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดมีมากกว่าหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบเดิม จึงทำให้เสถียรภาพของระบบควบคุมลดลง ระบบค่อนข้างไวต่อการเปลี่ยนค่าอัตราขยายของระบบควบคุม และพารามิเตอร์ของระบบ

ข้อจำกัดอีกด้านหนึ่งคือพื้นที่ที่ใช้สำหรับการทดลองมีขนาดจำกัด เนื่องจากแขนวัดตำแหน่งมีบริเวณการวัดตำแหน่งไม่มากนัก ทำให้การเคลื่อนที่ที่ต้องเคลื่อนกลับไปกลับมาอยู่ในบริเวณการทำงานของแขนวัดตำแหน่ง การเคลื่อนที่ที่กลับทิศทางนี้ส่งผลต่อการควบคุมล้อ ทำให้เกิดความผิดพลาดของมุมเลี้ยว และทำให้เกิดความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ในทั้งสองปริภูมิ ดังนั้นการเพิ่มขนาดพื้นที่การทำงานก็จะทำให้สามารถทดลองการเคลื่อนที่ได้ดียิ่งขึ้น

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 8

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้ดำเนินการพัฒนาหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดซึ่งเป็นหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบใหม่ หุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดต้นแบบได้ถูกสร้างขึ้นในงานวิจัยนี้เป็นหุ่นยนต์โคบอทที่ทำงานบนระบบเคลื่อนที่โดยใช้ข้อต่อแบบล้อและสามารถปรับขนาดได้โดยการปรับระยะของล้อเข้าออกจากจุดศูนย์กลางได้ตามแนวรัศมี

ระบบจลนศาสตร์การปรับขนาดถูกพัฒนาขึ้นเพื่อรองรับคุณสมบัติการปรับขนาดประกอบด้วยปริภูมิการทำงานซึ่งมีอยู่ในจลนศาสตร์รูปแบบเดิม และปริภูมิการปรับขนาดซึ่งเป็นปริภูมิที่พัฒนาขึ้นใหม่ ใช้อธิบายโครงสร้างของการปรับขนาด การปรับขนาดหรือการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นในปริภูมิการปรับขนาดนั้นกับการเคลื่อนที่ในปริภูมิการทำงานด้วยเงื่อนไขบังคับ ปริภูมิการปรับขนาดดังกล่าวมิได้จำกัดโครงสร้าง และจำนวนขององศาอิสระทำให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบอื่นๆ ได้โดยไม่มีข้อจำกัด อย่างไรก็ตามการพัฒนาจลนศาสตร์การปรับขนาดนี้ไม่ได้คำนึงถึงพลศาสตร์

การจำลองของจลนศาสตร์ถูกจัดทำขึ้นเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของจลนศาสตร์การปรับขนาด การจำลองประกอบด้วย การจำลองการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง การจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียวพร้อมบังคับการปรับขนาด และการจำลองการเคลื่อนที่ตามเกลียวพร้อมการปรับขนาดอิสระ ระบบจลนศาสตร์ในการจำลองจะให้ผลเป็นความเร็วเฉลี่ยของล้อต่างๆ เมื่อการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นตามการเคลื่อนที่อ้างอิงที่กำหนดให้ จากนั้นก็จะนำความเร็วเฉลี่ยที่ได้มาคำนวณหาตำแหน่งของล้อตามการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้น และนำเส้นทางการเคลื่อนที่ของล้อไปวาดกราฟเทียบกับการเคลื่อนที่อ้างอิงของล้อที่คำนวณได้โดยตรงจากการเคลื่อนที่อ้างอิง ผลการเปรียบเทียบไม่พบความแตกต่างระหว่างเส้นทางการเคลื่อนที่ของล้อได้คำนวณได้จากทั้งสองวิธีการ จึงสรุปได้ว่าระบบจลนศาสตร์มีความถูกต้อง

ระบบควบคุมที่ใช้ในการควบคุมให้หุ่นยนต์ต้นแบบเคลื่อนที่ตามการเคลื่อนที่อ้างอิงที่กำหนดนั้น ประกอบด้วยระบบควบคุมแบบป้อนกลับในปริภูมิการทำงานและปริภูมิการปรับขนาด และการประมาณค่าความยาวโค้งบนการเคลื่อนที่อ้างอิง ระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการทำงานมีลักษณะเดียวกับระบบควบคุมป้อนกลับที่ใช้ในหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบเดิม ซึ่งมี

องค์ประกอบในการชดเชยค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่งและค่าความผิดพลาดเชิงทิศทาง การปรับอัตราขยายของค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่งเป็นการปรับระยะทางที่ใช้ในการกลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิง การปรับอัตราขยายของค่าผิดพลาดเชิงทิศทางจะส่งผลต่อความราบเรียบในการเคลื่อนที่ ระบบควบคุมป้อนกลับของปริภูมิการปรับขนาดจะมีลักษณะเดียวกับระบบควบคุมป้อนกลับในปริภูมิการทำงานแต่จะมีองค์ประกอบของการชดเชยค่าผิดพลาดเชิงตำแหน่งในปริภูมิการปรับขนาดเพียงอย่างเดียว

การประมาณค่าความยาวโค้งของการเคลื่อนที่ เพื่อใช้ในการระบุตำแหน่งอ้างอิง ในการหาค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ ตำแหน่งอ้างอิงดังกล่าวเป็นตำแหน่งบนการเคลื่อนที่อ้างอิงที่ใกล้ตำแหน่งจริงมากที่สุด และตำแหน่งอ้างอิงต้องเป็นตำแหน่งเดียวกับตำแหน่งจริงเมื่อการเคลื่อนที่จริงอยู่บนการเคลื่อนที่อ้างอิงที่เพื่อป้องกันการหาตำแหน่งอ้างอิงผิดพลาดตำแหน่ง นอกจากนี้ ตำแหน่งอ้างอิงก็ต้องรักษาตำแหน่งเดิมเมื่อการเคลื่อนที่ไม่เกิดขึ้น วิธีการประมาณค่าความยาวโค้งที่ใช้ในการวิจัยนี้สามารถให้ค่าตำแหน่งอ้างอิงได้อย่างถูกต้องตามความต้องการ และได้พิสูจน์ความถูกต้องจากการจำลองและผลการทดลองแล้ว

การทดลองระบบจลนศาสตร์กับหุ่นยนต์ต้นแบบ กำหนดการเคลื่อนที่ในการทดลองสองรูปแบบ คือ การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงพร้อมบังคับการปรับขนาด และการเคลื่อนที่ตามเกลียวพร้อมบังคับการปรับขนาด ผลการทดลองการใช้งานระบบจลนศาสตร์กับหุ่นยนต์ต้นแบบแสดงให้เห็นว่า ในการเคลื่อนที่ทั้งสองรูปแบบ หุ่นยนต์ต้นแบบสามารถกำจัดค่าความผิดพลาดที่กำหนดโดยการยกหุ่นยนต์แบบออกจากเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงที่ตำแหน่งเริ่มต้น และเคลื่อนที่กลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงกำหนดได้อย่างถูกต้อง ทั้งในปริภูมิการทำงานและปริภูมิการปรับขนาด อย่างไรก็ตามระบบควบคุมก็ให้ประสิทธิภาพดีในระดับหนึ่งเท่านั้น การตอบสนองของระบบควบคุมยังค่อนข้างช้า และในบางครั้งระบบควบคุมไม่สามารถควบคุมให้การเคลื่อนที่กลับเข้าสู่การเคลื่อนที่อ้างอิงได้ หรือไม่เสถียร เนื่องจากข้อจำกัดในหลายด้าน ข้อจำกัดเหล่านี้อาจแก้ไขได้ด้วยการพัฒนาระบบควบคุมแบบใหม่ที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้น และมีเสถียรภาพ ติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดที่มีสัญญาณรบกวนน้อยลง ซึ่งทำให้สามารถใช้ตัวกรองสัญญาณรบกวนลดเวลาหน่วงลง

8.2 ข้อเสนอแนะ

จากผลของงานวิจัยนี้ แสดงให้เห็นว่าสามารถพัฒนาหุ่นยนต์โคบอลท์ปรับขนาดพร้อมด้วยระบบจลนศาสตร์และระบบควบคุมได้สำเร็จ อย่างไรก็ตามผลการตอบสนองยังมีข้อบกพร่องที่ต้องปรับปรุงเพิ่มเติม ตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. ระบบควบคุมป้อนกลับที่ใช้อยู่ในปัจจุบันเป็นการนำเอาระบบควบคุมที่พัฒนาขึ้นเพื่อหุ่นยนต์โคบอทที่ปรับขนาดไม่ได้มาประยุกต์ใช้ การเพิ่มประสิทธิภาพในการควบคุมวิธีหนึ่งก็คือการศึกษาระบบควบคุมสำหรับหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด โดยเฉพาะศึกษาผลของระบบควบคุมที่ส่งผลระหว่างปริภูมิการทำงานและปริภูมิการเคลื่อนที่
2. พัฒนาจลนพลศาสตร์ (Kinetics) ของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาด เนื่องจากงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการศึกษาจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดเท่านั้น จึงไม่มีการคำนวณแรงที่เกิดขึ้นกับหุ่นยนต์ โดยเฉพาะแรงที่ใช้ในการขยายตัวเข้าออกของโมดูลล้อซึ่งเป็นแรงกระทำต่อชิ้นงานในกรณีนำคุณสมบัติการปรับขนาดไปใช้ในการจับยึดชิ้นงาน
3. การเพิ่มเสถียรภาพของระบบควบคุม เนื่องจากหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดมีความซับซ้อนมากขึ้นจากหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบเดิม ทำให้ระบบควบคุมไวต่อการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ที่ของหุ่นยนต์และการเคลื่อนที่มากขึ้น
4. เพิ่มขนาดพื้นที่การทำงานของแขนวัดตำแหน่ง เนื่องจากแขนวัดตำแหน่งที่ใช้อยู่ในระบบปัจจุบันมีพื้นที่การทำงานจำกัด ทำให้การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทต้องเคลื่อนที่กลับไปกลับมา ส่งผลต่อระบบควบคุม เนื่องจากจังหวะที่เปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่อย่างฉับพลันจะรบกวนระบบควบคุม
5. การประยุกต์ใช้จลนศาสตร์การปรับขนาดกับหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดที่มีรูปแบบแตกต่างกันออกไป จลนศาสตร์การปรับขนาดถูกพัฒนาขึ้นเพื่อให้สามารถนำไปใช้กับหุ่นยนต์โคบอทปรับขนาดได้ไม่จำกัดรูปแบบ จึงสามารถนำไปใช้กับหุ่นยนต์โคบอทรูปแบบใดๆก็ได้แต่ในงานวิจัยนี้ได้สร้างหุ่นยนต์ต้นแบบเพื่อทดลองจลนศาสตร์การปรับขนาดเพียงตัวเดียว

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

- [1] Colgate, J. E., W. Wannasuphprasit and M. A. Peshkin. 1997. Cobots: Robots for Collaboration with Human Operators. International Mechanical Engineering Congress and Exposition ASME Atlanta 58: 433-440.
- [2] Yamaha Motor Co.,Ltd. 2008. [online] Available from: <http://www.yamaha-motor.co.jp/.../robot/xyx/index.html>[2009,May 04]
- [3] Colgate, J.E., Peshkin, M.A. and Wannasuphprasit, W. 1996. Nonholonomic Haptic Display. IEEE International Conference on Robotics and Automation Minneapolis 1: 539-544.
- [4] Moore, C. A. 1997. Continuously Variable Transmission for Serial Link Cobot Architectures. Master's Thesis. Department of Mechanical Engineering Northwestern University.
- [5] Akella, P., Peshkin, M., Colgate, J. E., Wannasuphprasit, W., Nidamaluri, N., Wells, J., Holland, S., Pearson, T., and Peacock B. 1999. Cobots for the Automobile Assembly Line. IEEE International Conference on Robotics and Automation Detroit 1: 728-733
- [6] Wannasuphprasit, W., Gillespie, R. Brent, Colgate, J. E. and Peshkin, M. A. 1997. Cobot Control. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque 4: 3571-3576.
- [7] Moore, C. A., Peshkin M. A. and Colgate J. E. 1999. Design of a 3R Cobot Using Continuously Variable Transmissions. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 4: 3249-3254.
- [8] Sirikasemsuk, S. and Wannasuphprasit, W. 2006. Using redundant CVTs for controlling manipulator's direction. Proceedings of the 2006 JSAE Annual Congress, Pacifico Yokohama Japan 77-06: 5-8
- [9] ธนโชติ ชีพสุมล. 2546. การออกแบบและควบคุมหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้ข้อต่อทรงกลมแบบขนาน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [10] Wannasuphprasit, W. and Chanphat, S. 2002. A Study and Develop of Fluid Cobot. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, (n.p.) : ASME

- [11] .Eric L., Faulring, J. E., Colgate and M. A. Peshkin. 2004. A High Performance 6-DOF Haptic Cobot. Proceedings of the 2004 IEEE, International Conference Robotics & Automation, New Orleans 4: 1980-1985



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\frac{d\bar{r}_i}{ds_i} = \begin{bmatrix} \frac{dx_i}{ds_i} \\ \frac{dy_i}{ds_i} \\ \frac{dz_i}{ds_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} & \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} & \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial z_i}{\partial X} & \frac{\partial z_i}{\partial Y} & \frac{\partial z_i}{\partial \theta} & \frac{\partial z_i}{\partial l_i} & \frac{\partial z_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \\ \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{r}} \frac{ds}{ds_i} \quad (ก.3)$$

เวกเตอร์ความโค้งของล้อยี่ i หาได้จากอนุพันธ์เทียบความยาวโค้ง ตาม สมการ

$$\kappa_i \bar{n}_i = \frac{d\bar{t}_i}{ds_i} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \right) \end{bmatrix} \quad (ก.4)$$

กระจายการหาอนุพันธ์ให้พจน์ต่างๆ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
\kappa_i \bar{n}_i = & \left[\begin{aligned}
& \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} \\
& \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
& \dots + \left[\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{d^2 X}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{d^2 Y}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d^2 \theta}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \dots \right. \\
& \left. \dots + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \right] \dots \\
& \dots + \left[\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} \right. \\
& \left. \dots + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} \right] \\
& \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) \frac{dX}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) \frac{dY}{ds} \frac{ds}{ds_i} \\
& \dots + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) \frac{dl_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} + \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
& \dots + \left[\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{d^2 X}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{d^2 Y}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d^2 \theta}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \dots \right. \\
& \left. \dots + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{d^2 l_i}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \right] \dots \\
& \dots + \left[\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} \right. \\
& \left. \dots + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \frac{d^2 s}{ds_i^2} \right]
\end{aligned} \right] \dots
\end{aligned}
\tag{n.5}$$

จัดให้อยู่ในรูปเมตริก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
\kappa_i \bar{n}_i = & \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \end{bmatrix}}_{\frac{dJ_i}{ds_i}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \\ \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{r}} \frac{ds}{ds_i} \dots \\
& \dots + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} & \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} & \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix}}_{J_i} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{d^2 X}{ds^2} \\ \frac{d^2 Y}{ds^2} \\ \frac{d^2 \theta}{ds^2} \\ \frac{d^2 l_i}{ds^2} \\ \frac{d^2 \alpha_i}{ds^2} \end{bmatrix}}_{\kappa \bar{v}} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 \dots \\
& \dots + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} & \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} & \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \end{bmatrix}}_{J_i} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} \\ \frac{dY}{ds} \\ \frac{d\theta}{ds} \\ \frac{dl_i}{ds} \\ \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{r}} \frac{d^2 s}{ds_i^2} \dots
\end{aligned} \tag{ก.6}$$

พิจารณาเมตริกอนุพันธ์ของจาโคเบียน dJ_i/ds_i ประกอบด้วยพจน์อนุพันธ์ $\partial x_i/\partial X$, $\partial x_i/\partial Y$, $\partial x_i/\partial \theta$, $\partial x_i/\partial l_i$, $\partial x_i/\partial \alpha_i$ และ $\partial y_i/\partial X$, $\partial y_i/\partial Y$, $\partial y_i/\partial \theta$, $\partial y_i/\partial l_i$, $\partial y_i/\partial \alpha_i$ เนื่องจากพจน์เหล่านี้ไม่ได้เป็น implicit function ของ s_i . การหาอนุพันธ์จึงต้องใช้กฎการหาอนุพันธ์ย่อยและกฎลูกโซ่เข้าช่วย ทำให้พจน์ต่างๆมีสมการดังนี้

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) = \left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial X^2} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial X} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial X} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial X} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial X} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \tag{ก.7}$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) = \left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial Y} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y^2} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial Y} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial Y} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial Y} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.8})$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) = \left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \theta} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \theta} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta^2} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \theta} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.9})$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) = \left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial l_i} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial l_i} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial l_i} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i^2} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.10})$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) = \left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \alpha_i} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \alpha_i} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i^2} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.11})$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) = \left(\frac{\partial^2 y_i}{\partial X^2} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial X} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial X} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial X} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial X} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.12})$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) = \left(\frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial Y} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y^2} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial Y} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial Y} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial Y} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.13})$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) = \left(\frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \theta} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \theta} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta^2} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \theta} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.14})$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) = \left(\frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial l_i} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial l_i} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial l_i} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i^2} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.15})$$

$$\frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) = \left(\frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \alpha_i} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \alpha_i} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i^2} \frac{d\alpha_i}{ds} \right) \frac{ds}{ds_i} \quad (\text{ก.16})$$

แทนสมการที่ ก.7 ถึง ก.16 ลงเมตริกอนุพันธ์ของสมการที่ ก.6 และจัดรูป

$$\begin{aligned}
\frac{dJ_i}{ds_i} &= \begin{bmatrix} \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \right) \\ \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \theta} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial l_i} \right) & \frac{d}{ds_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \right) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} & \frac{dY}{ds} & \frac{d\theta}{ds} & \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_i}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \theta} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \theta} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \theta} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i^2} \end{bmatrix}}_{H_{ix}} \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dX}{ds} & \frac{dY}{ds} & \frac{d\theta}{ds} & \frac{dl_i}{ds} & \frac{d\alpha_i}{ds} \end{bmatrix}}_{\bar{T}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 y_i}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \theta} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \theta} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \theta} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i^2} \end{bmatrix}}_{H_{iy}} \end{bmatrix} \frac{ds}{ds_i} \quad (ก.17)
\end{aligned}$$

แทนค่าสมการที่ ก.17 ลงในสมการที่ ก.6 และเขียนสัญลักษณ์แทนเมตริก จะได้สมการของเวกเตอร์ความโค้งเป็น

$$\kappa_i \bar{n}_i = \begin{bmatrix} \bar{T}^T H_{ix} \\ \bar{T}^T H_{iy} \end{bmatrix} \bar{T} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + J_i \kappa \bar{N} \left(\frac{ds}{ds_i} \right)^2 + J_i \bar{T} \frac{d^2 s}{ds_i^2} \quad (ก.18)$$

อัตราส่วนของอัตราเร็ว ds/ds_i ที่ปรากฏในสมการเวกเตอร์สัมผัสและเวกเตอร์ความโค้ง หาได้จากผลต่างอนุพันธ์ตั้งสมการต่อไปนี้

$$ds_i^2 = dx_i^2 + dy_i^2 \quad (ก.19)$$

เนื่องจาก x_i และ y_i เป็นฟังก์ชันของตัวแปร (X, Y, l, l_i, α_i) ผลต่างอนุพันธ์ย่อยของ x_i และ y_i คือ

$$dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial X} dX + \frac{\partial x_i}{\partial Y} dY + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} dl_i + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \quad (\text{ก.20})$$

$$dy_i = \frac{\partial y_i}{\partial X} dX + \frac{\partial y_i}{\partial Y} dY + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} dl_i + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \quad (\text{ก.21})$$

แทนลงในสมการที่ ก.20 และสมการที่ ก.21 ลงในสมการที่ ก.19 ทำให้พจน์อัตราส่วนของอัตราเร็วเป็น

$$\begin{aligned} \frac{ds}{ds_i} &= \sqrt{\frac{ds^2}{\left(\frac{\partial x_i}{\partial X} dX + \frac{\partial x_i}{\partial Y} dY + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} dl_i + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \right)^2 + \dots \\ &\quad \dots + \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} dX + \frac{\partial y_i}{\partial Y} dY + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} dl_i + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\partial x_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right)^2 + \dots \\ &\quad \dots + \left(\frac{\partial y_i}{\partial X} \frac{dX}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial Y} \frac{dY}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial l_i} \frac{dl_i}{ds} + \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{ds} \right)^2}} \end{aligned} \quad (\text{ก.22})$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\frac{ds}{ds_i} = \sqrt{\frac{1}{\bar{T}^T J_i^T J_i \bar{T}}} = \frac{1}{\|J_i \bar{T}\|} \quad (\text{ก.23})$$

พจน์อนุพันธ์ของอัตราส่วนอัตราเร็วของที่ปรากฏในสมการของเวกเตอร์ความโค้งเกิดจากการหาอนุพันธ์ของอัตราส่วนอัตราเร็วตามสมการ

$$\begin{aligned}
\frac{d^2s}{ds_i^2} &= \frac{d}{ds_i} \left(\frac{1}{(\bar{T}^T J_i^T J_i \bar{T})^{3/2}} \right) \\
&= \frac{1}{(\bar{T}^T J_i^T J_i \bar{T})^{3/2}} \left[\frac{d\bar{T}^T}{ds_i} J_i^T J_i \bar{T} + \bar{T}^T \frac{dJ_i^T}{ds_i} J_i \bar{T} \dots \right. \\
&\quad \left. \dots + \bar{T}^T J_i^T \frac{dJ_i}{ds_i} J_i \bar{T} + \bar{T}^T J_i^T J_i \frac{d\bar{T}}{ds_i} \right] \\
&= \frac{1}{(\bar{T}^T J_i^T J_i \bar{T})^{3/2}} \left[\kappa \bar{N}^T \frac{ds}{ds_i} J_i^T J_i \bar{T} + \bar{T}^T \frac{dJ_i^T}{ds_i} J_i \bar{T} \dots \right. \\
&\quad \left. \dots + \bar{T}^T J_i^T \frac{dJ_i}{ds_i} \bar{T} + \bar{T}^T J_i^T J_i \kappa \bar{N} \frac{ds}{ds_i} \right]
\end{aligned} \tag{ก.24}$$

แทนค่าพจน์ dJ_i/ds_i จากสมการที่ ก.17 ทำให้อนุพันธ์ของอัตราเร็วเป็น

$$\begin{aligned}
\frac{d^2s}{ds_i^2} &= \frac{1}{(\bar{T}^T J_i^T J_i \bar{T})^{3/2}} \left(\kappa \bar{N}^T J_i^T J_i \bar{T} + \bar{T}^T \begin{bmatrix} \bar{T}^T H_{ix} \\ \bar{T}^T H_{iy} \end{bmatrix}^T J_i \bar{T} \dots \right. \\
&\quad \left. \dots + \bar{T}^T J_i^T \begin{bmatrix} \bar{T}^T H_{ix} \\ \bar{T}^T H_{iy} \end{bmatrix} \bar{T} + \bar{T}^T J_i^T J_i \kappa \bar{N} \right) \frac{ds}{ds_i}
\end{aligned} \tag{ก.25}$$

ความเร็วในการเลี้ยวของล้อก็คำนวณสมการได้จากสมการ

$$\phi = u_i \bar{t}_i \times \kappa_i \bar{n}_i$$

เมตริกจาโคเบียนและเมตริกเฮสเซียนที่ปรากฏในจลนศาสตร์นี้ ประกอบด้วยเมตริกย่อย ซึ่งเป็นเมตริกจาโคเบียนและเมตริกเฮสเซียนที่ปรากฏจลนศาสตร์การปรับขนาดดังแสดงในสมการ

ศูนย์วิจัยทรัพย์สินทางปัญญา
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$J_i = \left[\begin{array}{ccc|cc} \frac{\partial x_i}{\partial X} & \frac{\partial x_i}{\partial Y} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta} & \frac{\partial x_i}{\partial l_i} & \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial y_i}{\partial X} & \frac{\partial y_i}{\partial Y} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta} & \frac{\partial y_i}{\partial l_i} & \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} \\ \hline & & & & \end{array} \right] \quad (n.25)$$

$J_{i(R)} \qquad J_{i(E)}$

$$H_{ix} = \left[\begin{array}{ccc|cc} \frac{\partial^2 x_i}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \theta} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial X \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \theta} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial Y \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} \\ \hline \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \theta} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i^2} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial X} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial Y} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} & \frac{\partial^2 x_i}{\partial \alpha_i^2} \end{array} \right] \quad (n.26)$$

$H_{ix(R)} \qquad H_{ix(E,R)} \qquad H_{ix(R,E)} \qquad H_{ix,E}$

$$H_{iy} = \left[\begin{array}{ccc|cc} \frac{\partial^2 y_i}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \theta} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial X \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \theta} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial Y \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \theta \partial \alpha_i} \\ \hline \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \theta} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i^2} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial l_i \partial \alpha_i} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial X} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial Y} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial \theta} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i \partial l_i} & \frac{\partial^2 y_i}{\partial \alpha_i^2} \end{array} \right] \quad (n.27)$$

$H_{iy(R)} \qquad H_{iy(E,R)} \qquad H_{iy(R,E)} \qquad H_{iy,E}$

เมื่อนำสมการที่ ก.25, ก.26 และ ก.27 ไปใช้ในสมการเวกเตอร์สัมพัทธ์และเวกเตอร์ความโค้ง ตำแหน่งของเมตริกย่อยจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริภูมิดังนี้ เมตริก $J_{i(R)}$ เป็นเมตริกจาโคเบียนที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริภูมิการทำงาน เมตริก $J_{i(E)}$ เป็นเมตริกจาโคเบียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริภูมิการปรับขนาด เมตริก $H_{ix(R)}$ และ $H_{iy(R)}$ เป็นเมตริกเฮสเสียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริภูมิการทำงานของแกน x_i และ y_i ตามลำดับ เมตริก $H_{ix(E)}$ และ $H_{iy(E)}$ เป็นเมตริกเฮสเสียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริภูมิการปรับขนาดของแกน x_i และ y_i ตามลำดับ เมตริก $H_{ix(E,R)}$ และ $H_{iy(E,R)}$ เป็นเมตริกเฮสเสียนแสดงความสัมพันธ์จากปริภูมิการทำงานไปปริภูมิการปรับขนาดของแกน x_i และ y_i ตามลำดับ และเมตริก $H_{ix(R,E)}$ และ $H_{iy(R,E)}$ เป็นเมตริกเฮสเสียนแสดงความสัมพันธ์จากปริภูมิการปรับขนาดไปปริภูมิการทำงานของแกน x_i และ y_i ตามลำดับ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายศุภพน จันทรพัฒน์ เกิดเมื่อวันที่ 2 มิถุนายน พ.ศ. 2521 ที่กรุงเทพมหานคร ได้เข้าศึกษาในคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ และสำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ในปีการศึกษา 2542 และได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ ซึ่งสำเร็จการศึกษาในปี พ.ศ. 2546 แล้วจึงได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิตในปีถัดมา



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย