

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์
ด้วยวิธีความถดถอยแบบตรรกยะ



นางสาววริดา พลาศรี

ศูนย์วิทยุทรัพยากร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ESTIMATION OF MULTIPLE REGRESSION COEFFICIENTS WITH MULTICOLLINEARITY
BY RIDGE REGRESSION BOOTSTRAPPING METHOD



Miss Warida Palasri

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดพหุ
สัมพันธ์ด้วยวิธีความถดถอยบุตรแบบบริดจ์

โดย

นางสาววริดา พลาศรี


สาขาวิชา

สถิติ

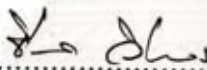
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

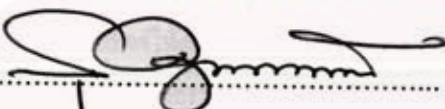
รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์
ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

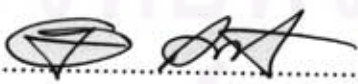

.....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ ตันละมัย)

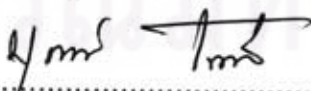
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)


.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)


.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี)


.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์)


.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญอ้อม โฉมทิ)

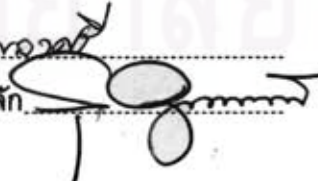
วิธิตา พลาศรี : การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ด้วยวิธี
ความถดถอยบูตสเตรปแบบริดจ์. (ESTIMATION OF MULTIPLE REGRESSION
COEFFICIENTS WITH MULTICOLLINEARITY BY RIDGE REGRESSION
BOOTSTRAPPING METHOD) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร.สุพล ตุงศ์วัฒนา,
225 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ
เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยเปรียบเทียบวิธีความถดถอยแบบริดจ์และวิธีความ
ถดถอยบูตสเตรปแบบริดจ์ เกณฑ์การเปรียบเทียบที่ใช้ สำหรับการประมาณค่าแบบจุดคือค่าเฉลี่ยความ
คลาดเคลื่อนกำลังสอง และสำหรับการประมาณค่าแบบช่วงคือค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น
ซึ่งแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนย่อย ขั้นแรกพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากแต่ละวิธีมีค่าไม่ต่ำกว่าค่า
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ขั้นต่อไปทำการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น
โดยทำการศึกษากายใต้เงื่อนไขของการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0
และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1, 5 และ 10 จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้เท่ากับ 2, 3, 4 และ 5 ขนาด
ตัวอย่างเท่ากับ 15, 30, 50 และ 100 โดยแบ่งระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเป็น ต่ำ (0.3)
ปานกลาง (0.6) และสูง (0.9) วิธีการประมาณค่า k ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ริดจ์มี 3 วิธี คือวิธี KS วิธี
New HKB และวิธี New LW และในการประมาณค่าแบบช่วงกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ
0.90, 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ การวิจัยครั้งนี้ได้ทำการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลซึ่งกระทำซ้ำ
500 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ด้วยโปรแกรม R 2.8.1 ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

1. กรณีการประมาณค่าแบบจุด พบว่ามากกว่า 97% ของจำนวนสถานการณ์จำลองทั้งหมด
วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบริดจ์ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุด โดยที่ค่าเฉลี่ยความ
คลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนตัวแปร
อิสระเพิ่มขึ้น และค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น
2. กรณีการประมาณค่าแบบช่วง พบว่าจากจำนวนสถานการณ์จำลองทั้งหมด วิธีความ
ถดถอยแบบริดจ์ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าที่กำหนดมากกว่าวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบ
ริดจ์ และ 66% ของสถานการณ์จำลองทั้งหมด วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบริดจ์ให้ค่าความยาวเฉลี่ย
ของช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าวิธีความถดถอยแบบริดจ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....สถิติ.....
สาขาวิชา.....สถิติ.....
ปีการศึกษา.....2552.....

ลายมือชื่อนิสิต.....วิธิตา พลาศรี.....
ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

5081881226 : MAJOR STATISTICS

KEYWORDS : Multicollinearity / Ordinary least square / Ridge Regression / Bootstrapping

WARIDA PALASRI : ESTIMATION OF MULTIPLE REGRESSION COEFFICIENTS WITH MULTICOLLINEARITY BY RIDGE REGRESSION BOOTSTRAPPING METHOD. THESIS

ADVISOR : ASSOC. PROF. SUPOL DURONGWATANA , Ph.D., 225 pp.

The objective of this study is to compare two methods of estimation for the regression coefficients of multiple regression model with multicollinearity. These two methods are the ridge regression method and the ridge-regression bootstrapping method. The mean squares error is used as the criterion for comparing point estimation and the average length of confidence interval is used as the criterion for comparing interval estimation. For interval estimation, there are 2 sub-steps, the confidence proportion of both estimation methods are controlled not be lower than the given confidence coefficients value. Then, the comparison of average length of confidence interval from both methods are compared. This study used normal distribution with mean equal to 0 and standard deviation equal to 1, 5 and 10 for the random error. The number of independent variables are 2, 3, 4 and 5. The size of the sample are 15, 30, 50 and 100 respectively. The levels of multicollinearity among the independent variable are classified into 3 levels for which low (0.3), middle (0.6) and high (0.9). The k, which is ridge parameter is estimated with 3 methods. They are KS method, New HKB method and New LW method. For Interval estimation; the 3 confidence coefficients value are used. They are 0.90, 0.95 and 0.99 respectively. The data for this study is simulated by using the Monte Carlo simulation technique with 500 repetitions for each simulated situation by R 2.8.1 program. The results of the study can be summarized as follows:

1. In case of the point estimation, more than 97% of all simulated situations, the ridge-regression bootstrapping method provides the smallest mean squares error. The mean squares error increases when the level of multicollinearity, the standard deviation and the number of independent variables increases. The mean squares error decreases when sample size increases.

2. In case of the interval estimation, from all simulated situations, the ridge regression method is not lower than the given confidence coefficients value greater than the ridge-regression bootstrapping method and 66% of all simulated situations, the average length of confidence interval for the ridge-regression bootstrapping method is shorter than the length from the ridge regression method.

Department : Statistics
 Field of Study : Statistics
 Academic Year : 2009

Student's Signature *Warida Palasri*
 Advisor's Signature *Supol Durongwatana*



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีด้วยความช่วยเหลือและเอาใจใส่อย่างดีเยี่ยมของ รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล คุงศ์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบ ขอบพระคุณต่อท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ ตลอดจนแก้ไข ข้อบกพร่องต่างๆ เกี่ยวกับวิทยานิพนธ์ด้วยดีเสมอมา

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร ประธานกรรมการ สอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ผกาวัต ศิริรังษี อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญอ้อม ไฉมที กรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ภายนอกมหาวิทยาลัย ที่กรุณาให้คำแนะนำ ตรวจสอบ และแก้ไขวิทยานิพนธ์ ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่กรุณาประสิทธิ์ประสาท ความรู้ให้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และพี่ชายทั้งสองคนที่ช่วยส่งเสริม สนับสนุนในทุกๆ ด้าน รวมทั้งให้ความรักและกำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา และ ขอขอบคุณ ญาติๆ พี่ๆ น้องๆ และเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจมาโดยตลอด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญรูปภาพ.....	ณ
บทที่	
1. บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	3
1.3 สมมติฐานของการวิจัย.....	3
1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น.....	4
1.5 ขอบเขตของการวิจัย.....	4
1.6 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ.....	6
1.7 วิธีดำเนินการวิจัย.....	9
1.8 คำจำกัดความที่ใช้ในงานวิจัย.....	10
1.9 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	10
2. แนวคิดและทฤษฎี.....	11
2.1 ตัวแบบทั่วไป.....	11
2.2 วิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ.....	12
2.3 วิธีความถดถอยแบบบริดจ์.....	16
2.4 วิธีความถดถอยแบบสเตรปแบบบริดจ์.....	24
3. วิธีดำเนินการวิจัย.....	27
3.1 แผนการดำเนินการวิจัย.....	27
3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย.....	28
3.3 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย.....	40

บทที่	หน้า
3.4 ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม.....	40
4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	43
4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบจุด.....	44
4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบช่วง.....	45
4.3 ผลของการวิจัย.....	47
4.3.1 ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความ ถดถอยเชิงพหุ สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบจุด.....	47
4.3.2 ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความ ถดถอยเชิงพหุ สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบช่วง.....	90
5. สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	169
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	170
5.1.1 การประมาณค่าแบบจุด.....	170
5.1.2 การประมาณค่าแบบช่วง.....	176
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	179
รายการอ้างอิง.....	183
ภาคผนวก.....	185
ภาคผนวก ก.....	186
ภาคผนวก ข.....	191
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	225

ตารางที่	หน้า
4.1.10	72
4.1.11	75
4.1.12	77
4.2.1	91
4.2.2	92
4.2.3	93
4.2.4	97
4.2.5	98

ตารางที่	หน้า
4.2.6	99
4.2.7	103
4.2.8	104
4.2.9	105
4.2.10	109
4.2.11	110
4.2.12	111

ตารางที่	หน้า
4.2.34	157
3.2.35	158
4.2.36	159
4.2.37	163
4.2.38	164
ข1	192
ข2	193

สารบัญรูปภาพ

ภาพที่		หน้า
4.1.1	กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 5 และ 10.....	54
4.1.2	กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 5 และ 10.....	62
4.1.3	กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 5 และ 10.....	70
4.1.4	กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 5 และ 10.....	79
4.1.5	กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30, 50 และ 100 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1.....	81
4.1.6	กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30, 50 และ 100 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5.....	82
4.1.7	กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30, 50 และ 100 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10....	83
4.1.8	กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด.....	84
4.1.9	กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยแบ่งตามวิธีการประมาณค่า k	85
4.1.10	กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยพิจารณาที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3.....	86
4.1.11	กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยพิจารณาที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.6.....	86
4.1.12	กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยพิจารณาที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.9.....	87

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันนี้ระเบียบและวิธีการทางสถิติได้ถูกนำมาใช้ให้เกิดประโยชน์ในงานด้านต่างๆ เป็นอย่างมาก และการวิเคราะห์ความถดถอย (Regression Analysis) เป็นวิธีการทางสถิติหนึ่งที่มีความนิยมอย่างแพร่หลาย เป็นวิธีการศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรตั้งแต่สองตัวขึ้นไป โดยมีวัตถุประสงค์ในการคาดคะเนหรือพยากรณ์ค่าของตัวแปรที่สนใจศึกษา เรียกว่าตัวแปรตาม (Dependent Variable : Y) ค่าของตัวแปรที่สนใจศึกษาต้องอาศัยความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่นที่เกี่ยวข้อง เรียกว่าตัวแปรอิสระ (Independent Variable : X) การวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุ (Multiple Regression Analysis) เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามหนึ่งตัวกับตัวแปรอิสระตั้งแต่สองตัวขึ้นไป กล่าวได้ว่าการศึกษาวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุเป็นส่วนขยายของการวิเคราะห์ความถดถอยอย่างง่าย (Simple Regression Analysis) ซึ่งมีตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียว สามารถเขียนตัวแบบความถดถอยเชิงเส้นทั่วไป (General Linear Regression Model) ของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตามได้ดังนี้

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i \quad ; \quad i=1, 2, 3, \dots, n$$

เขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้
$$\tilde{Y} = \tilde{X} \tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon} \quad (1.1)$$

เมื่อ	\tilde{Y}	เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$
	\tilde{X}	เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (p+1)$
	$\tilde{\beta}$	เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยขนาด $(p+1) \times 1$
	$\tilde{\varepsilon}$	เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times 1$
	n	เป็นขนาดตัวอย่าง
และ	p	เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

โดยที่ $\tilde{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 I_n)$ ซึ่งมี $E(\tilde{\varepsilon}) = 0$ และ $Cov(\tilde{\varepsilon}) = \sigma^2 I_n$

ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุจากตัวแบบดังกล่าววิธีการประมาณค่าที่นิยมใช้กันมากที่สุด คือวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (Ordinary Least Square Method : OLS) เป็นวิธีที่ให้ ตัวประมาณ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย ที่มีคุณสมบัติเป็นตัว

ประมาณค่าเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด (Best Linear Unbiased Estimator : BLUE) โดยที่ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุอยู่ในรูปของ

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (1.2)$$

การวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ อาจก่อให้เกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน (Multicollinearity) เนื่องจากข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์มีตัวแปรอิสระมากกว่าหนึ่งตัว ปัญหาที่เกิดขึ้นเมื่อเราใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญในการประมาณค่าจะทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยมีค่าสูง ซึ่งส่งผลต่อการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุทำให้ขาดความแม่นยำและไม่เที่ยงตรง ดังนั้นถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันเราอาจแก้ไขได้โดย การตัดตัวแปรอิสระบางตัวออกจากตัวแบบ โดยใช้เทคนิคการคัดเลือกตัวแปร แต่ในบางกรณีไม่สามารถตัดตัวแปรอิสระใดได้เพราะถือว่าตัวแปรอิสระทุกตัวสามารถอธิบายตัวแปรตามได้พอสมควร

ในปี ค.ศ.1970 Hoerl และ Kennard ได้เสนอ วิธีความถดถอยแบบริดจ์ (Ridge Regression Method) ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ เมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน แต่ตัวประมาณค่าที่ได้เป็นตัวประมาณที่เอนเอียง (Biased Estimator) การใช้วิธีนี้ในการประมาณค่าไม่ต้องตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันออก โดยใช้หลักการนำค่าคงที่ที่เหมาะสมค่าหนึ่งมาบวกกับสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมของเมตริกซ์ $X'X$ ดังนั้นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบริดจ์อยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1} X'y \quad ; \quad k > 0 \quad (1.3)$$

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบริดจ์ นั้นจะให้ตัวประมาณค่าที่เอนเอียง มีนักวิจัยหลายท่าน ได้หาวิธีการเพื่อที่จะ ลดความเอนเอียงให้น้อยลงโดยที่ยังคงคุณลักษณะของตัวประมาณด้วยวิธีความถดถอยแบบริดจ์ไว้ Ozkale (2008) ได้ทำการศึกษาการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ กรณีที่เกิดปัญหาความไม่คงที่ของความแปรปรวน (Heteroscedasticity) และ/หรือ เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์ (Multicollinearity) โดยการนำวิธีแจกไนฟ (Jackknife Method) มาใช้ในการประมาณค่า ด้วยวิธีความถดถอยแบบริดจ์เรียกว่า การประมาณค่าแจกไนฟริดจ์ (Jackknife Ridge Estimator) ผลการศึกษาพบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองและค่าความเอนเอียงมีค่าลดลงเมื่อเทียบกับวิธีการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบริดจ์ วิธีแจกไนฟเสนอโดย Quenouill (1956) เป็นวิธีการสุ่มตัวอย่างซ้ำแบบหนึ่ง ซึ่งเป็นวิธีการทางนอนพาราเมตริก (Nonparametric Method) อีกวิธีหนึ่ง และมี

นักวิจัยหลายท่านได้นำวิธีการนี้มาใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นในการประมาณค่า การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สนใจที่จะนำวิธีบูตสเตรป (Bootstrapping Method) มาใช้ในการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ เนื่องจากวิธีบูตสเตรปมีแนวคิดและหลักการที่ได้พัฒนามาจากวิธีแจกในฟของ Quenouill วิธีบูตสเตรปถูกเสนอโดย Efron (1993) เป็นวิธีการสุ่มตัวอย่างซ้ำจากตัวอย่างที่มีเพียงชุดเดียว ซึ่งหลักของการสุ่มตัวอย่างซ้ำของวิธีบูตสเตรปคือ การสุ่มตัวอย่างแบบใส่คืน (Sampling With Replacement) จากข้อมูลที่มีอยู่เพื่อสร้างข้อมูลชุดใหม่ โดยขนาดตัวอย่างที่ต้องทำการสุ่มมีขนาดเท่ากับตัวอย่างของข้อมูลที่มีอยู่ หลังจากนั้นจึง นำค่าของข้อมูลชุดใหม่มาใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต่อไป

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้จึงสนใจศึกษาและเปรียบเทียบ การประมาณค่าแบบจุดและการประมาณค่าแบบช่วงของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ โดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ และวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ เมื่อเกิด ปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่าง ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ เมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน สำหรับกรณีการประมาณค่าแบบจุด
2. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นระหว่างวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ และวิธีความ ถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ เมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน สำหรับกรณีการประมาณค่าแบบช่วง
3. เพื่อหาข้อสรุปของวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่เหมาะสมเมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน สำหรับกรณีการประมาณค่าแบบจุดและการประมาณค่าแบบช่วง

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ที่ได้จากวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ น่าจะเป็นตัวประมาณที่ดีกว่าตัวประมาณค่าที่ได้จาก วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ เมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. รูปแบบทั่วไปของสมการถดถอยมีรูปแบบดังสมการ (1.1)
2. ตัวแปรอิสระ (x) และตัวแปรตาม (y) เป็นตัวแปรเชิงปริมาณ ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)
3. ค่าเริ่มต้นในการสุ่มตัวอย่างซ้ำ แบบใส่คืนในวิธีบูตสเตรป เริ่มต้นที่ 100 ครั้ง ($B=100$) เพื่อทำการจำลองหาค่าของการบูตสเตรปที่ต้องนำมาใช้ในการประมาณค่าในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1. จำนวนตัวแปรอิสระ (p) ที่ใช้ในการศึกษามี 2, 3, 4 และ 5 ตัว
2. ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในศึกษา คือ 15, 30, 50 และ 100
3. เวกเตอร์ $\underline{\varepsilon}$ มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) เมื่อค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน ε_i มีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ $E(\underline{\varepsilon}) = \underline{0}$ และ $Cov(\underline{\varepsilon}) = \sigma^2 I_n$ โดยที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) มีค่าเท่ากับ 1, 5 และ 10 ตามลำดับ
4. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงมี 3 ระดับคือ 0.90, 0.95 และ 0.99
5. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยให้เป็นค่าคงที่ใดๆ เพื่อสร้างเวกเตอร์ตัวแปรตามจากตัวแบบ $\underline{Y} = \underline{X} \underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$ แบ่งเป็นกรณีดังต่อไปนี้
 กรณีตัวแปรอิสระมี 2 ตัว $\beta_0 = 1, \beta_1 = 1, \beta_2 = 1$
 กรณีตัวแปรอิสระมี 3 ตัว $\beta_0 = 1, \beta_1 = 1, \beta_2 = 1, \beta_3 = 1$
 กรณีตัวแปรอิสระมี 4 ตัว $\beta_0 = 1, \beta_1 = 1, \beta_2 = 1, \beta_3 = 1, \beta_4 = 1$
 กรณีตัวแปรอิสระมี 5 ตัว $\beta_0 = 1, \beta_1 = 1, \beta_2 = 1, \beta_3 = 1, \beta_4 = 1, \beta_5 = 1$
6. สร้างตัวแปรอิสระ (X) ให้มีลักษณะความสัมพันธ์ตามที่ต้องการศึกษา โดยในการศึกษาครั้งนี้ใช้วิธีจำลองของ Wichern และ Churchill (1978) ทำให้สามารถสร้างตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันในระดับต่างๆ ได้ ดังต่อไปนี้

$$x_{ij} = (1 - \alpha^2)^{1/2} Z_{ij} + \alpha Z_{i, p+1} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

โดยที่ Z_{ij} เป็นค่าที่สร้างขึ้นจากการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และค่าความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง

α^2 เป็นระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X_i กับ X_j เมื่อ
 $i=1, 2, \dots, p ; j=1, 2, \dots, p ; i \neq j$
 p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

7. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (ρ) ที่ศึกษามี 3 ระดับคือ

ระดับต่ำ $\rho = 0.30$

ระดับปานกลาง $\rho = 0.60$

ระดับสูง $\rho = 0.90$

โดยที่ ρ คือ ค่าของระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ นั่นคือ
 ค่าของ ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง ตัวแปรอิสระ X_i กับ X_j เมื่อ
 $i=1, 2, \dots, p ; j=1, 2, \dots, p ; i \neq j$

สร้างข้อมูลให้มีลักษณะสัมพันธ์กันเป็นไปตามโครงสร้างที่กำหนด โดย
 ที่จะสร้างเมตริกซ์สหสัมพันธ์ (Correlation Matrix) ของตัวแปรอิสระทั้งหมด ตาม
 ตัวอย่างเช่นในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระ 3 ตัว มีรูปแบบดังนี้

$$\text{Corr}(x) = \begin{bmatrix} r_{x_1x_1} & r_{x_1x_2} & r_{x_1x_3} \\ r_{x_2x_1} & r_{x_2x_2} & r_{x_2x_3} \\ r_{x_3x_1} & r_{x_3x_2} & r_{x_3x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho \\ \rho & \rho & 1 \end{bmatrix}$$

8. การประมาณค่า k (ค่าพารามิเตอร์ริคค์) สำหรับความถดถอยแบบบริดจ์มี 3 วิธี

1) วิธี KS (Khalaf and Shukur, 2005)

$$k = \frac{\lambda_{\max} \hat{\sigma}^2}{(n-p)\hat{\sigma}^2 + \lambda_{\max} \hat{\alpha}_{\max}^2}$$

2) วิธี New HKB (Kibria, 2003)

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}'\hat{\alpha}} + \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

3) วิธี New LW (Kibria, 2003)

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^p \lambda_i \hat{\alpha}_i^2} + \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

โดยที่ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ , λ_{\max} เป็นค่าเฉพาะ (Eigenvalue)
 ที่มีค่ามากที่สุดของเมตริกซ์ XX' เมื่อกำหนดให้ P เป็นเมตริกซ์เชิงตั้งฉากขนาด

$p \times p$ ซึ่งแต่ละแนวตั้งฉากของเมตริกซ์คือเวกเตอร์เฉพาะ (Eigenvector) ที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ ของเมตริกซ์ XX' และ $X^* = XP$ จะได้ $X'^*X^* = P'X'XP = \Lambda = \text{diag}(\lambda_i)$, $\hat{\alpha} = (X'^*X^*)^{-1} X'^*y = \Lambda^{-1}X'^*y$ และ $\hat{\sigma}^2 = \frac{y'y - \hat{\alpha}'X'y}{n-p}$

9. การวิจัยครั้งนี้จำลองตามสถานการณ์ต่างๆ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลที่สุ่มเลขขึ้น (Monte Carlo Simulation Technique)

1.6 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ

การประมาณค่าแบบจุด

การประมาณค่าแบบจุด เกณฑ์ที่ใช้สำหรับการตัดสินใจในการศึกษา คือค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ (MSE) จากแต่ละวิธีของประมาณค่าความ ถดถอยเชิงพหุ และเกณฑ์ที่ใช้สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ คือค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ (PDMSE) ซึ่งทำให้ทราบว่าวิธีที่มี ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ต่ำสุดมีประสิทธิภาพแตกต่างหรือดีกว่าวิธีอื่นๆ เป็นที่เปอร์เซ็นต์ โดยมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย เชิงพหุ จากวิธี ความ ถดถอยแต่ละวิธี (วิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์) และ k แต่ละค่า

การหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแต่ละค่าของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

$$MSE(\hat{\beta}_j) = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} (\hat{\beta}_{j(r)} - \beta_j)^2$$

การหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุรวมทุกค่าของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

$$MSE(\hat{\beta}) = \sum_{j=0}^p MSE(\hat{\beta}_j)$$

$$\text{หรือ} \quad MSE(\hat{\beta}) = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} (\hat{\beta}_{(r)} - \beta)' (\hat{\beta}_{(r)} - \beta)$$

การหาค่า $BIAS^2$ ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุรวมทุกค่า

$$BIAS^2 = \left(\bar{\hat{\beta}} - \beta \right)' \left(\bar{\hat{\beta}} - \beta \right) \quad \text{เมื่อ} \quad \bar{\hat{\beta}} = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} \hat{\beta}_{(r)}$$

โดยที่	$\hat{\beta}_{j(r)}$	แทนตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้ในแต่ละวิธีของตัวที่ j เมื่อ $j=0,1,2,\dots,p$ ของการทำซ้ำครั้งที่ r ในการทดลองของแต่ละสถานการณ์
	$\hat{\beta}_{(r)}$	แทนเวกเตอร์ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้ในแต่ละวิธีของการทำซ้ำครั้งที่ r ในการทดลองของแต่ละสถานการณ์
	β	แทนเวกเตอร์ของค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่กำหนดไว้เป็นค่าคงที่ใดๆ
	r	แทนจำนวนครั้งในการทดลองของแต่ละสถานการณ์ ซึ่ง $r=1,2,3,\dots,500$
	$MSE(\hat{\beta}_j)$	แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$
	$MSE(\hat{\beta})$	แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกค่าของ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$
	$BIAS^2$	แทนค่าความเอนเอียงกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกค่าของ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$

2. ค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ($PDMSE$) คำนวณได้ดังต่อไปนี้

$$PDMSE = \frac{MSE_{mk} - MSE_{\min}}{MSE_{\min}} \times 100$$

โดยที่	MSE_{mk}	แทนค่า MSE จากวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของวิธีที่ m ; $m=1,2$ (วิธีความถดถอยแบบริดจ์และวิธีความถดถอยแบบสแตปแบบริดจ์) และค่า k ; $k=1,2,3$ (k แต่ละค่า)
	MSE_{\min}	แทนค่า MSE ที่มีค่าน้อยที่สุดจากวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุวิธีที่ m ; $m=1,2$ (วิธีความถดถอยแบบริดจ์และวิธีความถดถอยแบบสแตปแบบริดจ์) และค่า k ; $k=1,2,3$ (k แต่ละค่า)

เกณฑ์การตัดสินใจสำหรับการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ แบบจุดทำการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่าง

ของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของแต่ละวิธีในแต่ละสถานการณ์ โดยพิจารณาว่าวิธีใดมีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด และพิจารณาว่าค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง วิธีใดเท่ากับศูนย์ซึ่งจะเป็นวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดที่มีประสิทธิภาพหรือมีความเหมาะสมในสถานการณ์ทดลองนั้นๆ

การประมาณค่าแบบช่วง

เกณฑ์การตัดสินใจ สำหรับการประมาณค่าแบบช่วง คือค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น โดยมีขั้นตอนในการพิจารณา 2 ขั้นตอนดังนี้

1. เปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง

ในการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง มี เกณฑ์ในการพิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองจากแต่ละวิธี (p) ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (p_0) สามารถทดสอบ สมมติฐานโดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test) มีสมมติฐานดังต่อไปนี้

$$H_0 : p \geq p_0$$

$$H_1 : p < p_0$$

ด้วยตัวสถิติทดสอบ
$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

จะยอมรับ H_0 ถ้า $Z \geq -Z_\alpha$ หรือ $\hat{p} \geq p_0 - Z_\alpha \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$

เมื่อ n แทนจำนวนครั้งในการทำซ้ำของการทดลองในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ $n = 500$

\hat{p} แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง

p_0 แทนสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในที่นี้คือ 0.9, 0.95 และ 0.99

Z_α แทนคะแนนมาตรฐานเมื่อกำหนด $\alpha = 0.05$ จะได้ $Z_\alpha = 1.645$

ดังนั้นเกณฑ์ในการพิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองว่าค่าที่ได้มีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดที่ระดับ 0.90, 0.95 และ 0.99 ซึ่งหากวิธีใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.8779, 0.934 และ 0.9827 ตามลำดับ จะถือว่าวิธีนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

2. เปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

สำหรับการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองนั้น จะทำการเปรียบเทียบเฉพาะกรณีที่มีวิธีการประมาณ คำนวณให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และจะเลือกพิจารณาว่าวิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดกว่ากัน ซึ่งหากวิธีใดให้ค่าเฉลี่ยความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด ถือว่าวิธีนั้นเป็นวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบช่วงที่มีประสิทธิภาพหรือมีความเหมาะสมในสถานการณ์ทดลองนั้นๆ การคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสามารถหาได้ดังต่อไปนี้

$$\text{ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น} = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} (U_r - L_r)$$

โดยที่ U_r, L_r คือขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ r ซึ่ง $r=1, 2, 3, \dots, 500$

ในการคำนวณหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย จะทำการคำนวณหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของทุกค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นเราจะได้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด $p+1$ ค่า ตามค่าพารามิเตอร์จากตัวแบบ หลังจากได้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ได้ทั้งหมด $p+1$ ค่า แล้วทำการหาค่าเฉลี่ยของความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ทั้ง $p+1$ ค่า โดยนำค่าผลบวกของค่าเฉลี่ยของความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ทั้ง $p+1$ ค่าหารด้วย $p+1$ จึงนำค่าที่ได้นั้นมาสรุปผลการทดลองของแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

1.7 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ในสถานการณ์ต่างๆ
2. ศึกษาการเขียนโปรแกรมจำลองค่าสังเกตในตัวแบบและเป็นไปตามสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา รวมถึงการเขียนโปรแกรมสำหรับคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ เมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ของแต่ละวิธีคือ วิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีบูตสเตรป
3. วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการจำลองสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

1.8 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การสุ่มตัวอย่างแบบใส่คืน (Sampling With Replacement) คือ การสุ่มตัวอย่างเมื่อสุ่มได้หน่วยตัวอย่างใดแล้ว จะนำตัวอย่างนั้นกลับคืนประชากรก่อนที่จะทำการสุ่มหน่วยตัวอย่างหน่วยต่อไป
2. ความไม่เอนเอียง (Unbiased) ของตัวประมาณคือ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ แล้วจะถือ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ θ ก็ต่อเมื่อ $E(\hat{\theta}) = \theta$
3. ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) คือ ช่วงตัวอย่างที่คำนวณจากข้อมูลตัวอย่างหนึ่งชุดใดๆ ซึ่งใช้ในการประมาณค่าแบบช่วง
4. ตัวประมาณเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด (Best Linear Unbiased Estimator : BLUE) คือ คุณสมบัติหนึ่งของตัวประมาณ โดยตัวประมาณ θ จะมีคุณสมบัติเป็น BLUE ของพารามิเตอร์ θ ถ้า $\hat{\theta}$ มีคุณสมบัติครบ 3 ข้อดังกล่าวต่อไปนี้
 - 1) เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวอย่างสุ่ม
 - 2) เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง
 - 3) เป็นตัวประมาณที่มีค่าความแปรปรวนต่ำสุด
5. สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) คือ ความน่าจะเป็นที่ช่วงสุ่มจะคลุมค่าจริงของพารามิเตอร์ในประชากร
6. สัมประสิทธิ์ความถดถอย (Regression Coefficient (β)) คือ ค่าที่แสดงถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม (y) เมื่อตัวแปรอิสระ (x) เปลี่ยนไปหนึ่งหน่วยหรือความชัน (Slope) ของเส้นตรง

1.9 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ด้วยวิธีบูตสเตรป
2. เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันให้เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์
3. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ เมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์โดยวิธีอื่นๆ ต่อไป ในแต่ละสถานการณ์

บทที่ 2

แนวคิดและทฤษฎี

ในบทนี้จะกล่าวถึงตัวแบบแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตาม สำหรับการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุในรูปเชิงเส้นทั่วไป และวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของตัวแบบความถดถอยเชิงเส้นเมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ วิธีความถดถอยแบบริดจ์ และวิธีความถดถอย บุตสเตรป แบบริดจ์ ซึ่งมีรายละเอียดต่างๆ ดังต่อไปนี้

2.1 ตัวแบบทั่วไป

ตัวแบบที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตาม สำหรับการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุในรูปเชิงเส้นทั่วไป อยู่ในรูปดังต่อไปนี้

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i \quad ; \quad i=1, 2, 3, \dots, n$$

เขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{Y} = \underset{\sim}{X} \underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{Y}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

$\underset{\sim}{X}$ เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (p+1)$

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยขนาด $(p+1) \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times 1$

n เป็นขนาดตัวอย่าง

และ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

โดยที่ $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 I_n)$ ซึ่งมี $E(\underset{\sim}{\varepsilon}) = 0$ และ $Cov(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \sigma^2 I_n$

2.2 วิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (Ordinary Least Square Method : OLS)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญใช้หลักการ การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Sum Squares Error : SSE) มีค่าน้อยสุด ตัวประมาณค่ามีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด (BLUE) จะได้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุจากวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญคือ

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (2.2)$$

จากสมการที่ (2.2) เป็นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ทำให้ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าน้อยที่สุด

$$\begin{aligned} SSE &= (\hat{\varepsilon}' \hat{\varepsilon}) \\ &= (y - X \hat{\beta})' (y - X \hat{\beta}) \\ &= (y' - \hat{\beta}' X') (y - X \hat{\beta}) \\ &= y'y - y' X \hat{\beta} - \hat{\beta}' X' y + \hat{\beta}' X X \hat{\beta} \\ &= y'y - 2 \hat{\beta}' X' y + \hat{\beta}' X X \hat{\beta} \end{aligned}$$

จะหาผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยสุด โดยการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของ SSE เทียบกับ $\hat{\beta}$ แล้วกำหนดเท่ากับ 0 แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial(SSE)}{\partial \hat{\beta}} &= \frac{\partial}{\partial \hat{\beta}} (y'y - 2 \hat{\beta}' X' y + \hat{\beta}' X X \hat{\beta}) \\ -2X'y + 2X X \hat{\beta} &= 0 \end{aligned}$$

$$(X'X) \hat{\beta} = X'y$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$$

ตัวประมาณค่าที่ได้ในสมการที่ (2.2) มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณ ค่าที่ไม่เอนเอียง กล่าวคือ

$$\begin{aligned}
 E(\hat{\beta}) &= E\left[\left(X'X\right)^{-1} X'y\right] \\
 &= E\left[\left(X'X\right)^{-1} X'\left(X\beta + \varepsilon\right)\right] \\
 &= E(\beta) + \left(X'X\right)^{-1} X'E(\varepsilon) \\
 &= \beta
 \end{aligned}$$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}$ คือ

$$\begin{aligned}
 Cov(\hat{\beta}) &= Cov\left[\left(X'X\right)^{-1} X'y\right] \\
 &= \left(X'X\right)^{-1} X'Cov(y)X\left(X'X\right)^{-1} \\
 &= \left(X'X\right)^{-1} X'\sigma^2 X\left(X'X\right)^{-1} \\
 &= \sigma^2\left(X'X\right)^{-1}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

และค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองตัวประมาณค่า $\hat{\beta}$ คือ

$$\begin{aligned}
 MSE(\hat{\beta}) &= Cov(\hat{\beta}) + BIAS^2(\hat{\beta}) \\
 &= Cov(\hat{\beta}) \\
 &= \sigma^2\left(X'X\right)^{-1}
 \end{aligned}$$

ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุจากวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงและให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุดในบรรดาตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้น โดยการประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ ต้องอยู่ภายใต้ข้อกำหนดเบื้องต้นหลายประการ และรวมไปถึงข้อมูลของตัวแปรอิสระต้องไม่มีความสัมพันธ์กันในลักษณะเชิงเส้น ทั้งนี้คุณสมบัติของตัวประมาณค่าจะยังคงอยู่เมื่อเป็นไปตามข้อกำหนดเบื้องต้นและตัวแปรอิสระไม่มีความสัมพันธ์ลักษณะเชิงเส้นต่อกัน สำหรับข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์หากว่าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ ไม่ได้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด ซึ่งพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองจะเห็นได้ว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเป็นฟังก์ชันของเมตริกซ์ $(X'X)^{-1}$

ถ้ากำหนดให้ L_1 คือ ความแตกต่างระหว่าง $\hat{\beta}$ และ β

$$\text{จะได้ } L_1^2 = (\hat{\beta} - \beta)'(\hat{\beta} - \beta)$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยกำลังสองของความแตกต่างระหว่าง $\hat{\beta}$ และ β

$$E(L_1^2) = E\left[(\hat{\beta} - \beta)'(\hat{\beta} - \beta)\right] = E(\hat{\beta}'\beta) - \beta'\beta$$

$$\therefore E(\hat{\beta}'\beta) = \beta'\beta + \sigma^2 \text{trace}(X'X)^{-1}$$

$$\therefore E(L_1^2) = \sigma^2 \text{trace}(X'X)^{-1} \quad (2.4)$$

เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติจะได้ว่า

$$\text{Var}(L_1^2) = 2\sigma^4 \text{trace}(X'X)^{-2} \quad (2.5)$$

จากสมการที่ (2.4) และ (2.5) พบว่าต่างก็อยู่ในรูปของผลบวกในแนวเส้นทแยงมุมของเมตริกซ์ $X'X$ ($\text{trace}(X'X)$) เพื่อความสะดวกดังนั้นจึงแปลงเมตริกซ์ $X'X$ ให้อยู่ในรูปของค่าเฉพาะ (Eigenvalue) ของเมตริกซ์ $X'X$ นั่นคือถ้า λ_i เป็นค่าเฉพาะของเมตริกซ์ $X'X$ แล้ว

$\sum_{i=1}^p \lambda_i = \text{trace}(X'X)$; $i = 1, 2, \dots, p$ เมื่อ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ และค่าเฉพาะของเมตริกซ์ $X'X$ มีค่าเป็น $(\lambda_{\max} = \lambda_1) \geq \lambda_2 \geq \dots \geq (\lambda_{\min} = \lambda_p)$; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p > 0$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.4) และ (2.5) สามารถเขียนอยู่ในรูปค่าเฉพาะได้ดังนี้

$$E(L_1^2) = \sigma^2 \sum_{i=1}^p \left(\frac{1}{\lambda_i} \right) \quad (2.6)$$

$$\text{และ } \text{Var}(L_1^2) = 2\sigma^4 \sum_{i=1}^p \left(\frac{1}{\lambda_i} \right)^2 \quad (2.7)$$

ในกรณีที่เกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันค่าเฉพาะของเมตริกซ์ $X'X$ บางค่าจะมีค่าน้อยมากทำให้ค่า $|X'X|$ มีค่าน้อยลงไปด้วยเพราะ $|X'X|$ มีค่าเท่ากับผลคูณของค่าเฉพาะ ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยของความแตกต่างระหว่าง $\hat{\beta}$ และ β มีค่ามาก รวมทั้งค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของ $\hat{\beta}$ ที่ประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญมีค่าสูงเกินไปด้วย¹

หมายเหตุ ดัชนีพหุสัมพันธ์ คือ ค่าซึ่งบอกให้ทราบว่าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันมากหรือน้อยเพียงใด ได้แสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก ก

ศูนย์วิทยุทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

¹ เบ็ญจวรรณ ชัยกิจ. การเปรียบเทียบตัวประมาณไรต์ซ์ สำหรับการถดถอยแบบไรต์ซ์โดยเน้นแนวคิดแบบเบส . วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545

2.3 วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ (Ridge Regression Method)

ในปี ค.ศ. 1970 Hoerl และ Kennard ได้เสนอวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ (Ridge Regression) ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (OLS) เมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระในสมการ ความถดถอยมีความสัมพันธ์กัน และการใช้วิธีนี้ไม่ต้องตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันออกเหมือนการใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ แต่ว่าตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้จากวิธีนี้จะเป็นตัวประมาณค่าที่เอนเอียง จากตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญคือ $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$ เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันจะทำให้ $|X'X|$ มีค่าเล็กลงเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งส่งผลให้สมาชิกของเมตริกซ์ $(X'X)^{-1}$ โดยเฉพาะสมาชิกบนเส้นทแยงมุมมีค่าสูงเกือบเข้าใกล้ค่าอนันต์ ปัญหาที่เกิดขึ้นเมื่อเราใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญในการประมาณค่า จะทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยมีค่าสูงตามไปด้วย พิจารณาได้จาก $Cov(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$ ซึ่งค่าที่ได้ ส่งผลต่อตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้ทำให้ขาดความแม่นยำและไม่เที่ยงตรง ยิ่งไปกว่านั้นถ้าหากตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกันอย่างสมบูรณ์ (Perfect Multicollinearity) ผลที่ตามมาเห็นได้ชัดว่าตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยไม่สามารถหาค่าได้เลยเนื่องจาก $|X'X| = 0$ เพราะที่ไม่สามารถหาค่าของ $(X'X)^{-1}$ ได้ (แสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก ก) จึงได้มีการคิดวิธีที่ได้ทำวิจัยหาวิธีที่จะทำให้ค่าสมาชิกบนเส้นทแยงมุมหาค่าให้เล็กลง โดยใช้หลักการนำค่าคงที่ซึ่งมีค่ามากกว่าศูนย์ที่เหมาะสมค่าหนึ่งมาบวกกับสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมของเมตริกซ์ $X'X$ จะได้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ดังต่อไปนี้

การประมาณค่าแบบจุด

การประมาณค่าแบบจุดของ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1} X'y \quad ; \quad k > 0 \quad (2.8)$$

โดยที่เมตริกซ์ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) ที่มีขนาด $(p+1) \times (p+1)$ และ k เป็นค่าคงที่ที่มีค่ามากกว่าศูนย์ เรียกว่า Ridge Parameter หรือเรียกว่าเป็นพารามิเตอร์ที่เอนเอียง ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้จากวิธีนี้เป็นตัวประมาณค่าที่เอนเอียง แต่จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ

เพื่อความสะดวกในการเปรียบเทียบคุณสมบัติต่างๆ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ β จะกำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ดังต่อไปนี้

$$\text{ถ้ากำหนดให้ } W = (X'X + kI)^{-1} \text{ และแทนในสมการ (2.8)}$$

$$\text{จะได้ } \hat{\beta}_R = WX'y \quad (2.9)$$

ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ โดยได้จากสมการปกติ (Normal Equation) ของ $\hat{\beta}$ คือ $X'X\hat{\beta} = X'y$ และจากสมการที่ (2.9) ตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_R$ จะอยู่ในรูปดังนี้

$$\hat{\beta}_R = [I + k(X'X)^{-1}]^{-1} \hat{\beta} = Z\hat{\beta}$$

$$\text{เมื่อ } Z = [I + k(X'X)^{-1}]^{-1}$$

คุณสมบัติที่จำเป็น²

จาก Z , W และ $\hat{\beta}_R$ มีคุณสมบัติที่จำเป็นดังนี้

1. ให้ $\xi_i(W)$ และ $\xi_i(Z)$ เป็นค่าเฉพาะของ W และ Z ตามลำดับ ซึ่ง

$$\xi_i(W) = \frac{1}{(\lambda_i + k)} \quad , \quad i=1, 2, \dots, p \quad (2.10)$$

$$\xi_i(Z) = \frac{1}{(\lambda_i + k)} \quad , \quad i=1, 2, \dots, p \quad (2.11)$$

โดยค่าที่ได้ได้มาจากการแก้สมการ Characteristic Equation

$$|W - \xi I| = 0 \quad \text{และ} \quad |Z - \xi I| = 0$$

² เบญจวรรณ ชัยกิจ. การเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ สำหรับการถดถอยแบบบริดจ์โดยเน้นแนวคิดแบบเบส. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

2. สามารถเขียน Z ให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของ W ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Z &= I - k(XX + kI)^{-1} \\ Z &= I - kW \end{aligned} \quad (2.12)$$

3. ค่าประมาณ $\hat{\beta}_R$ จะมีค่าน้อยกว่า $\hat{\beta}$ เมื่อ $k > 0$ นั่นคือ $\hat{\beta}'_R \hat{\beta}_R < \hat{\beta}' \hat{\beta}$

พิสูจน์ จากนิยาม $\hat{\beta}_R = Z \hat{\beta}$ โดยที่เมตริกซ์ XX และ Z ซึ่งมีคุณสมบัติ

สมมาตรและเป็นบวกแน่นอน (Symmetric positive definite)

$$\begin{aligned} \hat{\beta}'_R \hat{\beta}_R &= (Z \hat{\beta})' (Z \hat{\beta}) \\ &= \sum_{i=1}^p \xi_i^2(Z) \hat{\beta}' \hat{\beta} \\ &\leq \xi_{\max}^2(Z) \hat{\beta}' \hat{\beta} \end{aligned}$$

เมื่อ $\xi_{\max}(Z) = \frac{\lambda_{\max}}{(\lambda_{\max} + k)}$ และ λ_{\max} เป็นค่าเฉพาะที่มีค่ามากที่สุด

ที่สุดของเมตริกซ์ XX จาก (2.11) และ (2.12) ที่ค่า $k=0$, $Z=I$ และเมื่อ $k \rightarrow \infty$ ค่า Z จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ดังนั้น $\hat{\beta}'_R \hat{\beta}_R < \hat{\beta}' \hat{\beta}$

เนื่องจากผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_R$ อยู่ในรูป

$$\begin{aligned} SSE(\hat{\beta}_R) &= (y - X \hat{\beta}_R)' (y - X \hat{\beta}_R) \\ &= y' y - \hat{\beta}'_R X' y - k \hat{\beta}'_R \hat{\beta}_R \end{aligned} \quad (2.13)$$

และผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}$ อยู่ในรูป

$$SSE(\hat{\beta}) = y' y - \hat{\beta}' X' y \quad (2.14)$$

จากสมการที่แสดงค่า ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_R$ และ $\hat{\beta}$ จะเห็นว่าผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_R$ มีค่าต่ำกว่า $\hat{\beta}$ เนื่องจากผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_R$ ขึ้นอยู่กับระยะทางกำลังสองของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_R$

พิจารณาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ซึ่งค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่า β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ สามารถหาได้ดังนี้

$$MSE(\hat{\beta}_{Rj}) = Var(\hat{\beta}_{Rj}) + BIAS^2(\hat{\beta}_{Rj})$$

เขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\beta}_{\sim R}) &= E\left[\left(\hat{\beta}_{\sim R} - \beta_{\sim}\right)\left(\hat{\beta}_{\sim R} - \beta_{\sim}\right)'\right] + \left[BIAS(\hat{\beta}_{\sim R})\right]\left[BIAS(\hat{\beta}_{\sim R})\right]' \\ &= Cov(\hat{\beta}_{\sim R}) + \left[BIAS(\hat{\beta}_{\sim R})\right]\left[BIAS(\hat{\beta}_{\sim R})\right]' \\ &= \begin{bmatrix} MSE(\hat{\beta}_{R0}) & MSE(\hat{\beta}_{R0}, \hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & MSE(\hat{\beta}_{R0}, \hat{\beta}_{Rp}) \\ MSE(\hat{\beta}_{R1}, \hat{\beta}_{R0}) & MSE(\hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & MSE(\hat{\beta}_{R1}, \hat{\beta}_{Rp}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ MSE(\hat{\beta}_{Rp}, \hat{\beta}_{R0}) & MSE(\hat{\beta}_{Rp}, \hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & MSE(\hat{\beta}_{Rp}) \end{bmatrix} \\ \text{เมื่อ } Cov(\hat{\beta}_{\sim R}) &= \begin{bmatrix} Var(\hat{\beta}_{R0}) & Cov(\hat{\beta}_{R0}, \hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & Cov(\hat{\beta}_{R0}, \hat{\beta}_{Rp}) \\ Cov(\hat{\beta}_{R1}, \hat{\beta}_{R0}) & Var(\hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & Cov(\hat{\beta}_{R1}, \hat{\beta}_{Rp}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Cov(\hat{\beta}_{Rp}, \hat{\beta}_{R0}) & Cov(\hat{\beta}_{Rp}, \hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & Var(\hat{\beta}_{Rp}) \end{bmatrix} \\ \left[BIAS(\hat{\beta}_{\sim R})\right]\left[BIAS(\hat{\beta}_{\sim R})\right]' &= \begin{bmatrix} BIAS^2(\hat{\beta}_{R0}) & BIAS(\hat{\beta}_{R0}, \hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & BIAS(\hat{\beta}_{R0}, \hat{\beta}_{Rp}) \\ BIAS(\hat{\beta}_{R1}, \hat{\beta}_{R0}) & BIAS^2(\hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & BIAS(\hat{\beta}_{R1}, \hat{\beta}_{Rp}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ BIAS(\hat{\beta}_{Rp}, \hat{\beta}_{R0}) & BIAS(\hat{\beta}_{Rp}, \hat{\beta}_{R1}) & \dots & \dots & BIAS^2(\hat{\beta}_{Rp}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวกของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่า β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ คือ รอย (trace) ของเมตริกซ์ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง นั่นคือเท่ากับ $trace\left[MSE(\hat{\beta}_{\sim R})\right]$ และผลบวกของค่าความเอนเอียงกำลังสองของตัวประมาณ

ค่า β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ เท่ากับ $trace\left[\left[BIAS(\hat{\beta}_{\sim R})\right]\left[BIAS(\hat{\beta}_{\sim R})\right]'\right]$

สามารถหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยพิจารณาจากค่าเฉพาะดังนี้

$$\begin{aligned} \text{MSE}\left(\hat{\beta}_R\right) &= \sigma^2 \text{trace}(X'X + kI)X'X(X'X + kI)^{-1} + k^2 \beta'(X'X + kI)^{-2} \beta \\ &= \sigma^2 \sum_{i=1}^p \left(\frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k)^2} \right) + k^2 \beta'(X'X + kI)^{-2} \beta \end{aligned}$$

การที่ยอมให้เกิดความเอนเอียงขึ้นในตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ โดยวิธีความถดถอยแบบริดจ์ จะทำให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของ ตัวประมาณ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ มีค่าน้อยกว่าความแปรปรวนของ ตัวประมาณ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ไม่เกิดความเอนเอียง ซึ่งผลที่ตามมาคือช่วงความเชื่อมั่นของ ตัวประมาณ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบริดจ์จะแคบกว่าช่วงความเชื่อมั่นของ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ³

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_R$ คือ

$$\begin{aligned} \text{Cov}\left(\hat{\beta}_R\right) &= \text{Cov}\left[\left(X'X + kI\right)^{-1} X' y\right] \\ &= \left(X'X + kI\right)^{-1} X' \text{Cov}\left(y\right) X \left(X'X + kI\right)^{-1} \\ &= \sigma^2 \left(X'X + kI\right)^{-1} X'X \left(X'X + kI\right)^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ} \quad \left(X'X + kI\right)^{-1} X'X \left(X'X + kI\right)^{-1} = \begin{bmatrix} R_{00} & R_{01} & \dots & R_{0p} \\ R_{10} & R_{11} & \dots & R_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{p0} & R_{p1} & \dots & R_{pp} \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \text{Var}\left(\hat{\beta}_{Rj}\right) = \sigma^2(R_{jj}) \quad ; \quad j=0,1,2,\dots,p$$

โดยที่ p คือจำนวนตัวแปรอิสระ

³ เปรมวดี ชูใสว. การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขพหุสัมพันธ์ในการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ. วิทยานิพนธ์ปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

การประมาณค่าแบบช่วง

การประมาณค่าแบบช่วงของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ จะประมาณค่าแบบช่วงด้วยการแจกแจงที่

$$T_j = \frac{(\hat{\beta}_{Rj} - \beta_{jj})}{S_{jj}} \quad ; \quad j=0,1,2,\dots,p$$

$$P\left(-t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} < T_j < t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(-t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} < \frac{(\hat{\beta}_{Rj} - \beta_{jj})}{S_{jj}} < t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\hat{\beta}_{Rj} - t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} S_{jj} < \beta_{jj} < \hat{\beta}_{Rj} + t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} S_{jj}\right) = 1-\alpha$$

นั่นคือช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับ $\hat{\beta}_{Rj}$; $j=0,1,2,\dots,p$ คือ

$$\hat{\beta}_{Rj} \pm t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} S_{jj} \quad ; \quad j=0,1,2,\dots,p$$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ $\hat{\beta}_{Rj} + t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} S_{jj}$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ $\hat{\beta}_{Rj} - t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} S_{jj}$

โดยที่ $\hat{\beta}_{Rj}$ คือ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ของ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$

$S_{jj} = \sqrt{\text{Var}(\hat{\beta}_{Rj})}$ คือ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $\hat{\beta}_{Rj}$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_{Rj}) = S^2 R_{jj}$$

$$S^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-p-1} (y - X\hat{\beta}_R)' (y - X\hat{\beta}_R)$$

p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

$t_{\frac{\alpha}{2}}$ คือ เปอร์เซ็นไทล์ของการแจกแจงที่ (t-distribution)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ k

ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดย วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ยังไม่สามารถหาค่า k ที่แน่นอนได้ นอกจากจะมีการทดลองให้ค่า k มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จากศูนย์ที่ละน้อยจนได้ค่า k ที่เหมาะสม นั่นคือต้องการหาค่าพารามิเตอร์ k ที่ทำให้ได้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าต่ำสุด โดยที่ความสัมพันธ์ของค่าพารามิเตอร์ k กับความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ และค่าพารามิเตอร์ k กับค่าความเอนเอียงกำลังสองมีความสัมพันธ์กันดังนี้ เมื่อค่าพารามิเตอร์ k มีค่าเพิ่มขึ้นค่าความแปรปรวนร่วมจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ และเมื่อค่าพารามิเตอร์ k มีค่าเพิ่มขึ้นค่าความเอนเอียงกำลังสองมีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นจากความสัมพันธ์ของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองกับค่าความแปรปรวนร่วม และค่าความเอนเอียงกำลังสองเราต้องค้นหาค่าพารามิเตอร์ k ที่เหมาะสม ซึ่งในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์ k เท่ากับศูนย์สำหรับการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ตัวประมาณค่าที่ได้คือตัวประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญนั่นเอง จะเห็นว่าจุดอ่อนของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์คือ ไม่สามารถกำหนดค่า k ที่แน่นอนได้ มีนักวิจัยได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ k ไว้หลายวิธี และแต่ละวิธีมีความเหมาะสมในแต่ละสถานการณ์และลักษณะของข้อมูลแตกต่างกันออกไป ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะ ประมาณค่าพารามิเตอร์ k โดยใช้วิธี KS วิธี New HKB และวิธี New LW

4) วิธี KS (Khalaf and Shukur, 2005)

$$k = \frac{\lambda_{\max} \hat{\sigma}^2}{(n-p)\hat{\sigma}^2 + \lambda_{\max} \hat{\alpha}_{\max}^2}$$

5) วิธี $K_{\text{N HKB}}$: New HKB (Kibria, 2003)

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}'\hat{\alpha}} + \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

6) วิธี $K_{\text{N LW}}$: New LW (Kibria, 2003)

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^p \lambda_i \hat{\alpha}_i^2} + \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

โดยที่ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ , λ_{\max} เป็นค่าเฉพาะ (Eigenvalue) ที่มีค่ามากที่สุดของเมตริกซ์ $X'X$ เมื่อกำหนดให้ P เป็นเมตริกซ์เชิงตั้งฉากขนาด $p \times p$ ซึ่งแต่ละแนวตั้งฉากของเมตริกซ์คือเวกเตอร์เฉพาะ (Eigenvector) ที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ ของเมตริกซ์ $X'X$ และ $X^* = XP$

จะได้ $X^* X^* = P' X X P = \Lambda = \text{diag}(\lambda_i)$ และ $\tilde{\alpha} = P' \tilde{\beta}$ ดังนั้นตัวประมาณค่ากำลังสองน้อยสุดสามัญของ $\tilde{\beta}$ คือ

$$\tilde{\hat{\alpha}} = \left(X^* X^* \right)^{-1} X^* y = \Lambda^{-1} X^* y$$

โดยที่ $\tilde{\hat{\alpha}}$ คือเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยตัวใหม่ขนาด $p \times 1$

X คือเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times p$

$\tilde{\beta}$ คือเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยขนาด $p \times 1$

X^* คือเมตริกซ์ซึ่งแต่ละแถวตั้งฉากของ X^* คือตัวแปรอิสระชุดใหม่ซึ่งเป็นผลบวกเชิงเส้น (Linear Combination) ของตัวแปรอิสระ

Λ คือเมตริกซ์แนวเส้นทแยงมุม (Diagonal Matrix) ที่มีขนาด $p \times p$ มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมเป็นค่าเฉพาะของเมตริกซ์ $X X$

และ
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{y' y - \tilde{\hat{\alpha}} X' y}{n - p}$$

เมื่อ p คือจำนวนตัวแปรอิสระ และ n คือขนาดตัวอย่าง

2.4 วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ (Ridge Regression Bootstrapping Method)

วิธีบูตสเตรป (Bootstrapping Method)

ในการอนุมานทางสถิติถ้าหากต้องการให้ได้ผลการอนุมานที่ดีขึ้นหรือมีความคลาดเคลื่อนน้อยลง ทางเลือกหนึ่งคือการใช้ข้อมูลหลายๆ ชุด ซึ่งในทางปฏิบัติจะกระทำไม่ได้เนื่องจากเรามีข้อมูลเพียงชุดเดียว วิธีบูตสเตรปหรือการสุ่มตัวอย่างซ้ำเสนอโดย เบรดเลเอฟรอน (Bradley Efron, 1979) เป็นวิธีหนึ่งที่จะได้ตัวอย่างสุ่มหลายๆ ชุด วิธีนี้ได้ถูกนำไปใช้แก้ปัญหาในทางสถิติ เช่น ปัญหาที่มีขนาดตัวอย่างเล็ก ปัญหาด้านสถิติวิเคราะห์ เป็นต้น การประมาณค่าด้วยวิธีบูตสเตรปเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยการสุ่มตัวอย่างซ้ำจากตัวอย่างที่มีอยู่ชุดเดียว หลักการของการสุ่มตัวอย่างซ้ำของวิธีบูตสเตรปคือสุ่มตัวอย่างแบบใส่คืน (Sampling With Replacement) จากข้อมูลที่มีอยู่เพื่อสร้างข้อมูลชุดใหม่ โดยขนาดตัวอย่างที่ต้องทำการสุ่มมีขนาดเท่ากับตัวอย่างของข้อมูลที่มีอยู่ หลังจากนั้นจึงนำ ค่าของข้อมูลชุดใหม่มาใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต่อไป โดยที่แนวคิดของวิธีบูตสเตรปกล่าวว่าตัวอย่างคือสิ่งที่เราทราบทั้งหมดเกี่ยวกับประชากร การสุ่มตัวอย่างจากตัวอย่างที่มีอยู่จะเหมือนกับการสุ่มตัวอย่างจกประชากร และตัวอย่างแต่ละตัวอย่างจะสามารถอธิบายลักษณะของประชากรด้วยความน่าจะเป็นเท่าๆ กัน ซึ่งแนวคิดนี้อาจทำให้ได้ข้อสรุปที่ดีเกี่ยวกับลักษณะของประชากร

วิธีการของวิธีบูตสเตรป คือ การสุ่มตัวอย่างแบบใส่คืนขนาด n จากตัวอย่างสุ่มชุดเดียวที่มี เพื่อสร้างข้อมูลชุดใหม่ขนาดเท่ากับ n แทนที่จะสุ่มตัวอย่างซ้ำจากประชากร ที่มีฟังก์ชันการแจกแจง F โดยตรง จะใช้การสุ่มตัวอย่างจาก Empirical Distribution Function (F_n) ของข้อมูลตัวอย่าง $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ซึ่งมีฟังก์ชันอยู่ในรูป $\frac{1}{n}$ ดำเนินการสุ่มตัวอย่างขนาดเท่ากับ n แบบใส่คืนจาก Empirical Distribution Function ที่ได้ นั่นคือทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ซึ่งจำนวนครั้งของการสุ่มเท่ากับขนาดของตัวอย่างในข้อมูลชุดนั้นๆ โดยค่าที่ได้จะใส่คืนกลับไปในชุดของตัวอย่างก่อนที่จะมีการสุ่มตัวอย่างครั้งต่อไป ดังนั้นค่าของข้อมูลในตัวอย่างขนาดเท่า กับ n ชุดหนึ่ง ค่าของ $x_i, i=1, 2, \dots, n$ อาจเกิดขึ้นได้มากกว่า 1 ครั้ง ให้ $x^*=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ เป็นชุดของตัวอย่างขนาดเท่ากับ n ที่สุ่มได้ ซึ่งจะเรียกชุดของตัวอย่างดังกล่าวนี้ว่าตัวอย่าง บูตสเตรป (Bootstrap Sample) ดำเนินวิธีการดังกล่าวข้างต้นซ้ำๆ กัน B ครั้ง โดยที่ B มีขนาดใหญ่มากพอ ซึ่งแต่ละครั้งเราจะได้ตัวอย่างบูตสเตรป 1 ชุด ดังนั้นเราจะมีตัวอย่าง บูตสเตรป จำนวนเท่ากับ B ชุด และแต่ละชุดสามารถหาค่า θ^* เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้จากตัวอย่างบูตสเตรปของ แต่ละชุด ฉะนั้นจะได้ θ^* จำนวน B ค่า คือ $\theta_1^*, \theta_2^*, \theta_3^*, \dots, \theta_B^*$ ดังนั้นตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ที่ต้องการ คือ

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^B \theta_i^*}{B}$$

เมื่อ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ

B เป็นจำนวนครั้งของการซ้ำในการบูตสเตรป

$$\text{สามารถหาความแปรปรวนของค่า } \hat{\theta} \text{ ดังนี้ } \text{var}(\hat{\theta}) = \frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (\theta_i^* - \bar{\theta}^*)^2$$

การวิจัยครั้งนี้นำ วิธีบูตสเตรป มาประยุกต์ใช้กับ ตัวประมาณ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ เพื่อประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อตัวแปร มีพหุสัมพันธ์กัน ซึ่งจะเรียกตัวประมาณที่ได้ว่าตัว ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีบูตสเตรปแบบบริดจ์ โดยการสุ่มตัวอย่างซ้ำสำหรับการ บูตสเตรปจะทำการสุ่มตัวอย่างซ้ำในเศษเหลือ (Residuals)

ขั้นตอนของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีบูตสเตรปแบบบริดจ์ มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. จากข้อมูล X และ y คำนวณหาค่าประมาณของ $\hat{\beta}$ โดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ $(\hat{\beta}_R)$ โดยที่

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1} X'y \quad ; \quad k > 0$$

2. จากค่า $\hat{\beta}_R$ โดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ แล้วนำมาหาค่า $\hat{\varepsilon}$ โดยที่

$$\hat{\varepsilon} = y - \hat{y} = y - X\hat{\beta}_R$$

3. จาก $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \dots, \hat{\varepsilon}_n$ ทำการสุ่มตัวอย่างขนาด n แบบใส่คืนได้ $\hat{\varepsilon}_1^*, \hat{\varepsilon}_2^*, \dots, \hat{\varepsilon}_n^*$ เมื่อ $\hat{\varepsilon}_i^*$ คือตัวอย่างที่สุ่มได้ที่ i จาก $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \dots, \hat{\varepsilon}_n$

4. นำค่า $\hat{\varepsilon}_i^*$ มาพิจารณาในสมการจะได้ค่าของเวกเตอร์ของตัวแปรตามใหม่ดังนี้

$$y^* = X\hat{\beta}_R + \hat{\varepsilon}^*$$

5. นำค่า y^* และ X คำนวณหาค่า $\hat{\beta}_R^*$ โดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ซึ่งตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของข้อมูลชุดใหม่ได้ดังต่อไปนี้

$$\hat{\beta}_R^* = (X'X + kI)^{-1} X'y^*$$

6. ทำตามขั้นตอนในข้อ 2 – 5 ซ้ำกันเท่ากับจำนวนที่บูตสเตรป กำหนดให้จำนวนที่บูตสเตรปเป็น B ครั้ง จะได้ $\hat{\beta}_{\sim R}^{*1}, \hat{\beta}_{\sim R}^{*2}, \dots, \hat{\beta}_{\sim R}^{*B}$
7. ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีความถดถอย บูตสเตรปแบบบริดจ์ คือ

การประมาณค่าแบบจุด

สำหรับการประมาณค่าแบบจุดของ ตัวประมาณค่า สัมประสิทธิ์ ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีความถดถอย บูตสเตรปแบบบริดจ์ จะใช้ค่าเฉลี่ยของ $\hat{\beta}_{\sim R}^*$ จากการบูตสเตรป B ครั้ง ได้ตัวประมาณค่าดังนี้

$$\bar{\hat{\beta}}_{\sim R}^* = \frac{\sum_{j=1}^B \hat{\beta}_{\sim R}^{*j}}{B}$$

เมื่อ $\bar{\hat{\beta}}_{\sim R}^*$ คือ ตัวประมาณค่า สัมประสิทธิ์ ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์

$\hat{\beta}_{\sim R}^{*j}$ คือ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์จากการทำบูตสเตรปของข้อมูลชุดที่ j ; $j=1,2,3,\dots,B$

B คือ จำนวนครั้งของการซ้ำในการบูตสเตรป

การประมาณค่าแบบช่วง

สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีความถดถอย บูตสเตรปแบบบริดจ์ จะพิจารณาจากค่าประมาณ $\hat{\beta}_{\sim R}^{*1}, \hat{\beta}_{\sim R}^{*2}, \dots, \hat{\beta}_{\sim R}^{*B}$ ที่ได้ในขั้นตอนที่ 6 แล้วนำมาหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ จากค่าของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ได้ จะได้ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนและขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง นั่นคือ

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ ค่าของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ ค่าของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยต้องการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดและการประมาณค่าแบบช่วง ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างวิธีความถดถอยแบบบริดจ์กับวิธีความถดถอยนูนสเตรปแบบบริดจ์ เพื่อศึกษาว่าวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดและการประมาณค่าแบบช่วงวิธีการใดจะให้การประมาณค่าที่เหมาะสมในสถานการณ์ใดบ้าง โดยสำหรับการประมาณค่าแบบจุดจะทำการศึกษาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแต่ละวิธี และเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ พิจารณาค่าของวิธีการประมาณค่าใดที่ให้ค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งจะถือว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพหรือมีความเหมาะสมในการประมาณค่าในสถานการณ์นั้นๆ และสำหรับการประมาณค่าแบบช่วงจะศึกษาความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น โดยที่ขั้นตอนแรกจะศึกษาถึงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้ของแต่ละวิธี จึงคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วหลังจากนั้นจึงเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พิจารณาค่าของวิธีการใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดกว่ากัน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ศึกษาที่ระดับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด 3 ระดับ คือ 0.90 , 0.95 และ 0.99

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติ คาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) โดยใช้โปรแกรม R 2.8.1 ซึ่งมีการทำซ้ำของการทดลอง 500 ครั้งในทุกสถานการณ์ของการทดลอง และมีการทำซ้ำของการนูนสเตรป 400 ครั้งในทุกสถานการณ์ของการทดลอง ขั้นตอนในการทดลองและโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยเสนอตามลำดับดังต่อไปนี้

3.1 แผนการดำเนินการวิจัย

ตัวแบบที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ
$$\tilde{Y} = X\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}$$
 ในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดสถานการณ์ต่างๆ ที่ต้องการศึกษาดังนี้

1. เลือกกลุ่มตัวอย่างจากประชากร โดยทำการจำลองกลุ่มตัวอย่างจากประชากร ซึ่งให้ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีพารามิเตอร์ μ เท่ากับ 0 และ σ เท่ากับ 1, 5 และ 10 ตามลำดับ
2. จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ในการศึกษาเท่ากับ 2, 3, 4 และ 5

3. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในศึกษาเท่ากับ 15 , 30 , 50 และ 100

4. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระที่ใช้ในศึกษา

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเป็น 3 ระดับ คือ

ระดับต่ำ $\rho = 0.30$

ระดับปานกลาง $\rho = 0.60$

ระดับสูง $\rho = 0.90$

โดยที่ ρ คือค่าของระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ นั่นคือค่าของระดับความสัมพันธ์ระหว่าง ตัวแปรอิสระ X_i กับ X_j เมื่อ

$$i = 1, 2, \dots, p ; j = 1, 2, \dots, p ; i \neq j$$

5. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงมี 3 ระดับคือ 0.90 , 0.95 และ 0.99

3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนในการวิจัยมีดังนี้

3.2.1 สร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อน (ε) ให้มีการแจกแจงปกติ

3.2.2 สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ (X) ให้มีระดับความสัมพันธ์ที่ต้องการศึกษา

3.2.3 สร้างข้อมูลของตัวแปรตาม (y) จากรูปแบบความสัมพันธ์ $y = X\beta + \varepsilon$

3.2.4 คำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดและแบบช่วงจากแต่ละวิธี

3.2.5 คำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ค่าความเอนเอียงกำลังสอง และค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากแต่ละวิธี แล้วทำการเปรียบเทียบค่าต่างๆ ที่คำนวณได้

3.2.6 คำนวณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากแต่ละวิธี หลังจากนั้นก็คัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วทำการเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

3.2.7 สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

รายละเอียดของขั้นตอนการวิจัย

- 1) สร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงปกติ

จากตัวแบบ $\tilde{Y} = X\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}$ โดยที่ $\tilde{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 I_n)$ ในการวิจัยครั้งนี้ได้

ทำสร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนแต่ละชุดให้มีการแจกแจงปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) โดยกำหนดให้ σ เท่ากับ 1, 5 และ 10 ตามลำดับ ทฤษฎีในการสร้างจะเริ่มจากการสร้างเลขสุ่ม (Random Number) ซึ่งมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1) แล้วปรับมาเป็น $N(\mu, \sigma^2)$

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ⁴

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติใช้วิธี Box และ Muller (ค. ศ. 1958) โดยการใช้การแปลงตัวแปรสุ่ม คือ จะผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน นั่นคือมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับหนึ่งพร้อมกัน 2 ค่า และแต่ละค่าจะเป็นอิสระกัน โดยตัวผลิต Z_1 และ Z_2 ได้จุดบนระนาบในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian Coordinates) แปลงตัวเลขสุ่มในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนเป็นตัวเลขสุ่มในระบบพิกัดเชิงขั้ว (Polar Coordinates) เป็นจุด (P, θ) โดยที่

$$Z_1 = P \cos \theta$$

$$Z_2 = P \sin \theta$$

ในการแปลง $z_1 = p \cos \theta$ และ $z_2 = p \sin \theta$ เป็นการแปลงจากปริภูมิ $R_{z_1, z_2} = \{(z_1, z_2) : -\infty < z_1 < \infty, -\infty < z_2 < \infty\}$ ไปยังปริภูมิ $R_{p, \theta} = \{(p, \theta) : 0 \leq p < \infty, 0 \leq \theta < 2\pi\}$ โดยใช้จาโคเบียน (Jacobian) ของการแปลง J ดังนี้

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial p} & \frac{\partial z_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial z_2}{\partial p} & \frac{\partial z_2}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -p \sin \theta \\ \sin \theta & p \cos \theta \end{vmatrix}$$

$$= p(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = p$$

⁴ เปรมวดี ชูไสว. การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขพหุสัมพันธ์ในการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

เมื่อนำเทคนิคการแปลงจากทฤษฎีความน่าจะเป็นมาใช้จะได้ว่า P และ Θ มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม (Joint Density Function) คือ

$$f_{P,\Theta}(p,\theta) = f_{Z_1,Z_2}(p \cos \theta, p \sin \theta) |J|$$

โดยที่ Z_1 และ Z_2 มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม คือ

$$\begin{aligned} f_{Z_1,Z_2}(z_1,z_2) &= f_{Z_1}(z_1)f_{Z_2}(z_2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z_2^2} \\ &= \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(z_1^2+z_2^2)} \end{aligned}$$

จากการแทนค่าจะได้

$$\begin{aligned} f_{P,\Theta}(p,\theta) &= \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}p^2} p \\ &= \frac{1}{2\pi} p e^{-\frac{1}{2}p^2} \quad ; \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq p < \infty \\ &= f_{\Theta}(\theta) f_P(p) \end{aligned}$$

เมื่อ $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{2\pi}$; $0 \leq \theta \leq 2\pi$ เป็นฟังก์ชันของ θ เท่านั้น ไม่ขึ้นอยู่กับ p และ $f_P(p) = p e^{-\frac{1}{2}p^2}$; $p \geq 0$ เป็นฟังก์ชันของ p เท่านั้น ไม่ขึ้นอยู่กับ θ ดังนั้นจากคุณสมบัติของตัวแปรอิสระจะได้ว่า P และ Θ เป็นอิสระกัน ในการจำลอง Z_1 และ Z_2 เราจะจำลอง P และ Θ อย่างเป็นอิสระกัน โดยจำลอง P จาก $f_P(p) = p e^{-\frac{1}{2}p^2}$ ซึ่งด้วยวิธีการแปรผกผันได้ตัวแบบจำลอง $P = \sqrt{-2 \ln R_1}$; $R_1 \sim U(0,1)$ และจำลอง Θ จากการแจกแจง $U(0,2\pi)$ ได้ $\Theta = 2\pi R_2$; $R_2 \sim U(0,1)$ ดังนั้นจะได้ตัวแบบจำลองตัวแปรสุ่ม $Z_1 \sim N(0,1)$ และ $Z_2 \sim N(0,1)$ ซึ่งเป็นอิสระกัน คือ

$$Z_1 = (-2 \ln R_1)^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi R_2)$$

$$Z_2 = (-2 \ln R_1)^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi R_2)$$

เมื่อได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานแล้ว จากนั้นทำการปรับเลขสุ่มที่ได้ให้มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ($normal \sim N(\mu, \sigma^2)$) โดย

$$normal = \mu + \sigma Z_1$$

$$normal = \mu + \sigma Z_2$$

ซึ่งสำหรับโปรแกรม R 2.8.1 ได้มีการใช้คำสั่งในการสร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงปกติขึ้น โดยใช้คำสั่ง `rnorm(n,mean,sd)` เป็นคำสั่งที่ใช้ในการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตามที่เรากำหนด

2) สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ (X) ให้มีระดับความสัมพันธ์ตามที่ต้องการศึกษา การสร้างข้อมูลให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงซึ่งให้มีระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระในระดับต่างๆ คือที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3, 0.6 และ 0.9 โดยผู้วิจัยใช้วิธีจำลองของ Wichern และ Churchill (1978) ทำให้สามารถสร้างตัวแปรอิสระให้มีความสัมพันธ์กันในระดับต่างๆ ได้ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

$$x_{ij} = (1 - \alpha^2)^{1/2} Z_{ij} + \alpha Z_{i, p+1} \quad ; \quad i=1, 2, \dots, p \quad ; \quad j=1, 2, \dots, n$$

โดยที่ Z_{ij} เป็นค่าที่สร้างขึ้นจากการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และค่าความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง

α^2 เป็นระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X_i กับ X_j เมื่อ

$$i=1, 2, \dots, p \quad ; \quad j=1, 2, \dots, p \quad ; \quad i \neq j$$

p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

3) สร้างข้อมูลของตัวแปรตาม

จากตัวแบบ $\tilde{Y} = X\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}$ โดยที่กำหนดให้ $\tilde{\beta}$ เริ่มต้นเป็นค่าคงที่ใดๆ เพื่อใช้สร้างค่าข้อมูลของตัวแปรตามจากตัวแบบดังกล่าว ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดค่า $\tilde{\beta}$ เริ่มต้นมีค่าคงที่เท่ากับ 1 ทุกค่าพารามิเตอร์นั้นคือกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 จะได้ $\tilde{\beta} = (111)'$ กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 จะได้ $\tilde{\beta} = (1111)'$ กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 จะได้ $\tilde{\beta} = (11111)'$ และกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 จะได้ $\tilde{\beta} = (111111)'$ หลังจากนี้

ได้ค่าต่างๆ แล้วนำไปแทนลงในสมการ $\tilde{Y} = X\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}$ จะได้ค่าของเวกเตอร์ตัวแปรตามเพื่อนำไปใช้ในการวิจัยต่อไป

4) ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดและการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบช่วงจากแต่ละวิธี โดยวิธีหลักของการประมาณค่าที่ใช้คือ

1. วิธีความถดถอยแบบบริดจ์
2. วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์

และในการวิจัยครั้งนี้จะประมาณค่า k โดยใช้วิธี

- วิธี KS (Khalaf and Shukur, 2005)

$$k = \frac{\lambda_{\max} \hat{\sigma}^2}{(n-p)\hat{\sigma}^2 + \lambda_{\max} \hat{\alpha}_{\max}^2}$$

- วิธี K_{NHKB} : New HKB (Kibria, 2003)

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}'\hat{\alpha}} + \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

- วิธี K_{NLW} : New LW (Kibria, 2003)

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^p \lambda_i \hat{\alpha}_i^2} + \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

ดังนั้นเมื่อจำแนกตามวิธีการประมาณค่า k จึงมีวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยกันทั้งหมด 6 วิธี ดังต่อไปนี้

- 4.1) วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี KS
- 4.2) วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี New HKB
- 4.3) วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี New LW
- 4.4) วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี KS
- 4.5) วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี New HKB
- 4.6) วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี New LW

ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์
การประมาณค่าแบบจุดตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้คือ

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1} X' y \quad ; \quad k > 0$$

การประมาณค่าแบบช่วงตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้คือ

$$\hat{\beta}_{Rj} \pm t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} S_{jj} \quad ; \quad j = 0, 1, 2, \dots, p$$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ $\hat{\beta}_{Rj} + t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} S_{jj}$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ $\hat{\beta}_{Rj} - t_{(n-p-1), \frac{\alpha}{2}} S_{jj}$

โดยที่ $\hat{\beta}_{Rj}$ คือ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ของ β_j ; $j = 0, 1, 2, \dots, p$

$S_{jj} = \sqrt{\text{Var}(\hat{\beta}_{Rj})}$ คือ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $\hat{\beta}_{Rj}$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_{Rj}) = S^2 R_{jj}$$

$$\text{เมื่อ } S^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-p-1} (y - X\hat{\beta}_R)' (y - X\hat{\beta}_R)$$

$$\text{และ } (X'X + kI)^{-1} X'X (X'X + kI)^{-1} = \begin{bmatrix} R_{00} & R_{01} & \dots & R_{0p} \\ R_{10} & R_{11} & \dots & R_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{p0} & R_{p1} & \dots & R_{pp} \end{bmatrix}$$

ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์
แบบบริดจ์

การประมาณค่าแบบจุด ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ที่ได้
ด้วยวิธีบุตสเตรปแบบบริดจ์ มีขั้นตอนในการประมาณดังต่อไปนี้

1. จากข้อมูล X และ y คำนวณหาค่า ประมาณของ $\hat{\beta}$ โดยวิธีความถดถอย
แบบบริดจ์ $(\hat{\beta}_R)$

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1} X' y \quad ; \quad k > 0$$

2. จากค่า $\hat{\beta}_R$ โดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ แล้วนำมาหาค่า $\hat{\varepsilon}$ โดยที่

$$\hat{\varepsilon} = y - \hat{y} = y - X\hat{\beta}_R$$

3. จาก $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \dots, \hat{\varepsilon}_n$ ทำการสุ่มตัวอย่างขนาด n แบบใส่คืนได้ $\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, \dots, \varepsilon_n^*$ เมื่อ ε_i^* คือตัวอย่างที่สุ่มได้ตัวที่ i จาก $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \dots, \hat{\varepsilon}_n$

4. นำค่า ε_i^* มาพิจารณาในสมการจะได้ค่าของเวกเตอร์ของตัวแปรตามใหม่ดังนี้

$$y^* = X\hat{\beta}_R + \varepsilon^*$$

5. นำค่า y^* และ X คำนวณหาค่า $\hat{\beta}_R^*$ โดยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ซึ่งตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของข้อมูลชุดใหม่ได้ดังต่อไปนี้

$$\hat{\beta}_R^* = (X'X + kI)^{-1} X' y^*$$

6. ทำตามขั้นตอนในข้อ 2-5 ซ้ำกันเท่ากับจำนวนที่บูตสเตรป กำหนดให้จำนวนที่บูตสเตรปเป็น B ครั้ง จะได้ $\hat{\beta}_R^{*1}, \hat{\beta}_R^{*2}, \dots, \hat{\beta}_R^{*B}$

8. ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีความถดถอย บูตสเตรปแบบบริดจ์

สำหรับการประมาณค่าแบบจุด ตัวประมาณค่า สัมประสิทธิ์ ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีความถดถอย บูตสเตรปแบบบริดจ์ จะใช้ค่าเฉลี่ยของ $\hat{\beta}_R^*$ จากการบูตสเตรป B ครั้ง ได้ตัวประมาณค่าดังนี้

$$\bar{\hat{\beta}}_R^* = \frac{\sum_{j=1}^B \hat{\beta}_R^{*j}}{B}$$

เมื่อ $\bar{\hat{\beta}}_R^*$ คือ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์

$\hat{\beta}_R^{*j}$ คือ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์จากการทำบูตสเตรปของข้อมูลชุดที่ j เมื่อ

$$j = 1, 2, 3, \dots, B$$

B คือ จำนวนครั้งของการซ้ำในการบูตสเตรป

สำหรับการประมาณค่าแบบช่วง ตัวประมาณ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้ จะพิจารณาจากค่าประมาณของ $\hat{\beta}_R^{*1}, \hat{\beta}_R^{*2}, \dots, \hat{\beta}_R^{*B}$ ที่ได้ ในขั้นตอนที่ 6 นำมาหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$ จากค่าของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ได้ จะได้ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน และขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง นั่นคือ

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ ค่าของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ ค่าของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

การหาจำนวนครั้งของการทำบุตสเตรป (B) แต่ละขนาดตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ จะพิจารณาจากเงื่อนไข $\left| \hat{\beta}_R^{*B-1} - \hat{\beta}_R^{*B} \right| < 0.0001$ นั่นคือค่าของตัวประมาณค่าในรอบที่ B-1 (รอบที่ผ่านมา) กับรอบปัจจุบันมีค่าที่ลู่เข้า โดยที่ ต้องกำหนดจำนวนครั้งของการทำบุตสเตรปไว้ก่อนซึ่งการวิจัยครั้งนี้กำหนดค่าเริ่มต้นของการบุตสเตรปไว้ที่ 100 ครั้ง แล้วทำการคำนวณหาค่าของ $\hat{\beta}_R^{*1}, \hat{\beta}_R^{*2}, \dots, \hat{\beta}_R^{*B}$ ถ้าหากตัวประมาณค่าที่ได้ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขเพิ่มจำนวนครั้งของการทำบุตสเตรป โดยที่กำหนดค่าสูงสุดไว้เพื่อการหยุดการคำนวณที่ 2,000 ครั้ง ในกรณีที่การทำซ้ำโดยไม่มีจุดจบ และถ้าหากตัวประมาณค่าที่ได้เป็นไปตามเงื่อนไขจำนวนครั้งของการทำบุตสเตรปที่ได้จะนำไปใช้ในการวิจัย ซึ่งแต่ละขนาดตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้จำนวนครั้งของการทำบุตสเตรปที่ได้คือเท่ากับ 400 ครั้ง

5) คำนวณค่าเฉลี่ย ความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ค่าเอนเอียงกำลังสอง และ เปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

การหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

การหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแต่ละค่าของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

$$MSE(\hat{\beta}_j) = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} (\hat{\beta}_{j(r)} - \beta_j)^2$$

การหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุรวมทุกค่าของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

$$MSE(\hat{\beta}_{\sim}) = \sum_{j=0}^p MSE(\hat{\beta}_j)$$

$$\text{หรือ } MSE(\hat{\beta}_{\sim}) = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} (\hat{\beta}_{(r)} - \beta_{\sim})' (\hat{\beta}_{(r)} - \beta_{\sim})$$

การหาค่าความเอนเอียงกำลังสอง

การหาค่าความเอนเอียงกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุสามารถหาได้ดังต่อไปนี้

$$BIAS^2 = (\bar{\hat{\beta}}_{\sim} - \beta_{\sim})' (\bar{\hat{\beta}}_{\sim} - \beta_{\sim}) \quad \text{เมื่อ } \bar{\hat{\beta}}_{\sim} = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} \hat{\beta}_{(r)}$$

โดยที่ $\hat{\beta}_{jr}$	แทนตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้ของแต่ละวิธีตัวที่ j เมื่อ $j=0,1,2,\dots,p$ ของการทำซ้ำครั้งที่ r ในการทดลองของแต่ละสถานการณ์
$\hat{\beta}_{(r)}$	แทนเวกเตอร์ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่ได้ในแต่ละวิธีของการทำซ้ำครั้งที่ r ในการทดลองของแต่ละสถานการณ์
β_{\sim}	แทนเวกเตอร์ของค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุที่กำหนดไว้เป็นค่าคงที่ใดๆ
r	แทนจำนวนครั้งในการทดลองของแต่ละสถานการณ์ ซึ่ง $r=1,2,3,\dots,500$
$MSE(\hat{\beta}_j)$	แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$
MSE	แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกค่าของ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$
$BIAS^2$	แทนค่าความเอนเอียงกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกค่าของ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$

การหาค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

การคำนวณค่า เปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ย ความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ($PDMSE$) คำนวณได้ดังต่อไปนี้

$$PDMSE = \frac{MSE_{mk} - MSE_{\min}}{MSE_{\min}} \times 100$$

โดยที่ MSE_{mk} แทนค่า MSE จากวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของวิธีที่ m ; $m=1,2$ (วิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีความถดถอยบุตรแต่ปรับบริดจ์) และค่า k ; $k=1,2,3$ (k แต่ละค่า)

MSE_{\min} แทนค่า MSE ที่มีค่าน้อยที่สุด จากวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุวิธีที่ m ; $m=1,2$ (วิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีความถดถอยบุตรแต่ปรับบริดจ์) และค่า k ; $k=1,2,3$ (k แต่ละค่า)

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของแต่ละวิธี ในแต่ละสถานการณ์

เกณฑ์การตัดสินใจสำหรับการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุด ทำการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของแต่ละวิธีในแต่ละสถานการณ์ โดยพิจารณาว่าวิธีใดมี ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด และพิจารณาว่าค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีใดเท่ากับศูนย์ ซึ่งจะเป็นวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดที่มีประสิทธิภาพหรือมีความเหมาะสมในสถานการณ์ทดลองนั้นๆ และจากการเปรียบเทียบ ค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง จะทำให้ทราบว่าวิธีที่มีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ต่ำสุดมีประสิทธิภาพแตกต่างหรือดีกว่าวิธีอื่นๆ เป็นที่เปอร์เซ็นต์

6) คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากแต่ละวิธีของการประมาณค่าและคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองหรือค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(1-\hat{\alpha})$ จากแต่ละสถานการณ์จากการประมาณค่าของแต่ละวิธีเมื่อทำการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับแต่ละค่าของ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ ที่แต่ละระดับความเชื่อมั่นเรียบร้อยแล้ว ต่อจากนั้นจะทำการตรวจสอบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้คลุม

ค่าพารามิเตอร์ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ เริ่มต้นที่กำหนดไว้หรือไม่ (พารามิเตอร์เริ่มต้นกำหนดกำหนดเท่ากับ 1 ทุกค่าพารามิเตอร์) แล้วหลังจากนั้นนับจำนวน ครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ของแต่ละวิธีว่าวิธีการใดคลุมค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นมีจำนวนเท่าใด โดยในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองจะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกันทั้งหมด 500 รอบ จากจำนวนครั้งที่ได้ทั้งหมดของช่วงความเชื่อมั่นคลุมค่าพารามิเตอร์ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ เริ่มต้น และเมื่อนำค่านี้หารด้วย 500 ค่าที่ได้ นั่นคือค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่คำนวณได้จากแต่ละวิธีของการประมาณค่า สามารถสรุปเป็นสูตรดังนี้

$$1 - \hat{\alpha} = \frac{C}{M}$$

เมื่อ $1 - \hat{\alpha}$ แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง
 C แทนจำนวนครั้งที่ทั้งหมดของช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ เริ่มต้น
 M แทนจำนวนรอบของการทำซ้ำในการทดลอง

คำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

การหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทำได้โดยเมื่อคำนวณช่วงความเชื่อมั่นจากแต่ละวิธีที่ได้ของการประมาณ จะหาผลต่างระหว่างขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างในของค่าพารามิเตอร์ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ ของแต่ละรอบ โดยในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองจะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกันทั้งหมด 500 รอบ จากนั้นจะทำการบวกค่าของผลต่างระหว่างขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่าง และเมื่อนำค่าผลบวกที่ได้หารด้วย 500 ค่าที่ได้คือค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งการคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสามารถหาได้ดังต่อไปนี้

$$\text{ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น} = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} (U_r - L_r)$$

โดยที่ U_r, L_r คือขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ r ซึ่ง $r=1,2,3,\dots,500$

ในการคำนวณหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย จะทำการคำนวณหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของทุกค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นเราจะได้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด $p+1$ ค่า ตาม

ค่าพารามิเตอร์จากตัวแบบ หลังจากได้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณ ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ได้ทั้งหมด $p+1$ ค่า แล้วทำการหาค่าเฉลี่ยของความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ทั้ง $p+1$ ค่า โดยนำค่าผลบวกของค่าเฉลี่ยของความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ทั้ง $p+1$ ค่าหารด้วย $p+1$ จึงนำค่าที่ได้นั้นมาสรุปผลการทดลองของแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของแต่ละวิธี ในแต่ละสถานการณ์

การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จะพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากแต่ละวิธี ซึ่งมี เกณฑ์ในการพิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ที่ได้จากแต่ละวิธี (p) มีค่าไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (p_0) สามารถทำการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test) มีสมมติฐานดังต่อไปนี้

$$H_0 : p \geq p_0$$

$$H_1 : p < p_0$$

$$\text{ด้วยตัวสถิติทดสอบ} \quad Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$\text{จะยอมรับ } H_0 \text{ ถ้า } Z \geq -Z_\alpha \text{ หรือ } \hat{p} \geq p_0 - Z_\alpha \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

เมื่อ n แทนจำนวนครั้งในการทำซ้ำของการทดลองในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ $n = 500$

\hat{p} แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง

p_0 แทนสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในที่นี้คือ 0.9, 0.95 และ 0.99

Z_α แทนคะแนนมาตรฐานเมื่อกำหนด $\alpha = 0.05$ จะได้ $Z_\alpha = 1.645$

ดังนั้นจะได้เกณฑ์ในการพิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จากการทดลองว่าค่าที่ได้นั้นมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดที่ระดับ 0.90, 0.95 และ 0.99 ซึ่งหากวิธีใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.8779, 0.934 และ 0.9827 ตามลำดับ จะถือว่าวิธีนั้นให้ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

สำหรับในการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองนั้น จะเปรียบเทียบเฉพาะกรณีที่วิธีการประมาณนั้นให้ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และจะเลือกพิจารณาว่าวิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดกว่ากัน ซึ่งหากวิธีใดให้ค่าเฉลี่ยความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด จะถือว่าวิธีนั้นเป็นวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบช่วงที่มีประสิทธิภาพหรือมีความเหมาะสมในสถานการณ์ทดลองนั้นๆ

7) สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

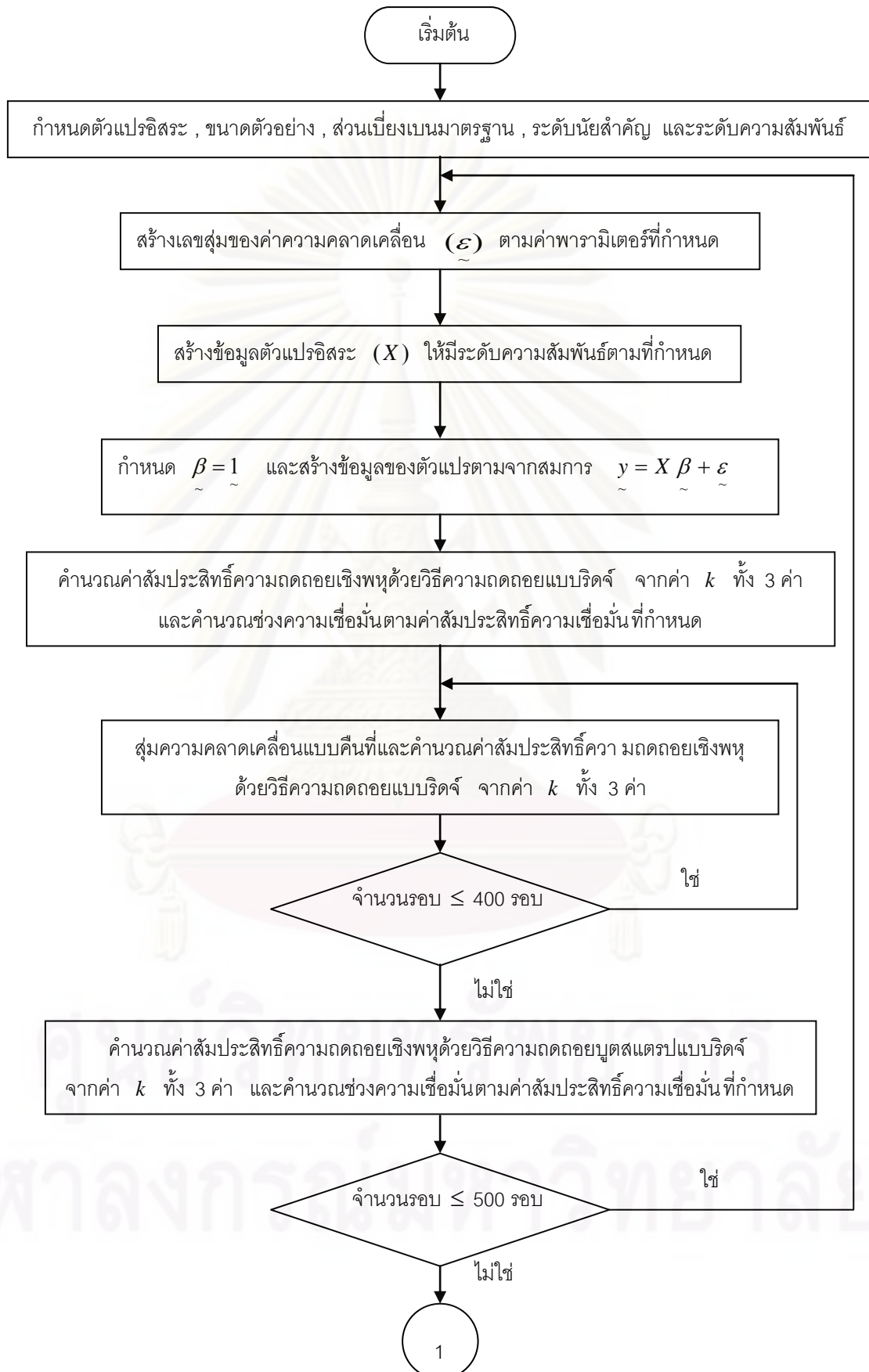
3.3 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดเขียนด้วยโปรแกรม R 2.8.1 ซึ่งในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองจะมีลักษณะการทำงานของโปรแกรมเหมือนกัน โดยที่รายละเอียดของโปรแกรม คำอธิบายแต่ละคำสั่ง และขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรมแต่ละวิธีจะแสดงไว้ในภาคผนวก ข

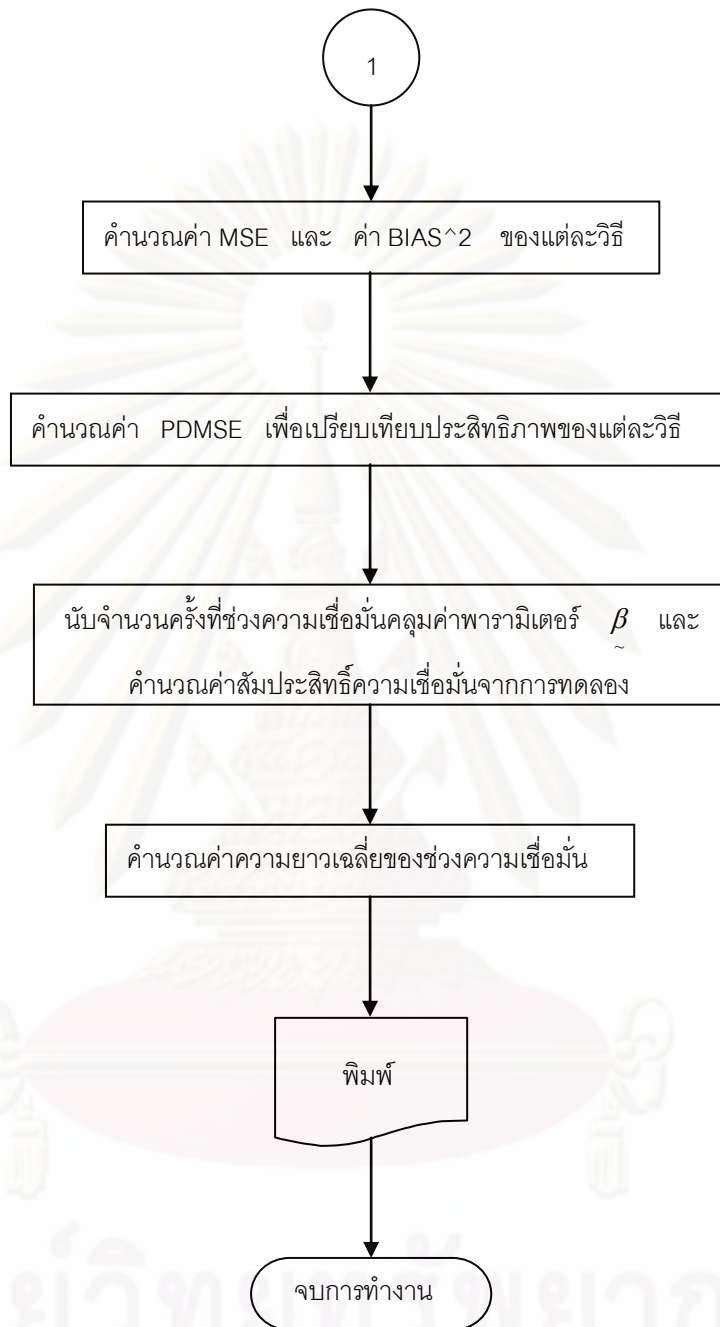
3.4 ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม

จากขั้นตอนในการวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปอยู่ในรูปของผังงานได้ดังนี้

แผนผังการเขียนโปรแกรม



แผนผังการเขียนโปรแกรม (ต่อ)



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ กรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีความถดถอยแบบสุดแบบบริดจ์ โดยมีวิธีการประมาณค่า k ด้วยกันทั้งหมด 3 วิธี คือ วิธี KS วิธี New HKB และวิธี New LW เกณฑ์ในการพิจารณาที่ใช้สำหรับการตัดสินใจว่าวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดวิธีใดทำให้ได้ค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับค่าจริงที่สุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกตัว (MSE) และเกณฑ์ที่ใช้สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแต่ละวิธีการ จะใช้ค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกค่า (PDMSE) โดยที่ค่าของวิธีการใดที่ให้ค่าเท่ากับศูนย์ซึ่งจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าแบบจุดในสถานการณ์นั้นๆ และเกณฑ์ในการพิจารณาที่ใช้สำหรับการตัดสินใจว่าวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบช่วง คือความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งขั้นตอนแรกจะศึกษาถึงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากแต่ละวิธีของการประมาณค่า จึงคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วจึงเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พิจารณาว่าวิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดดีกว่ากัน หากวิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นว่าวิธีการประมาณใดให้ค่าต่ำสุดดีกว่ากัน ถือว่าวิธีนั้นเป็นวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบช่วงที่มีประสิทธิภาพหรือมีความเหมาะสมในสถานการณ์ทดลองนั้นๆ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ทำการศึกษาที่ระดับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด 3 ระดับ คือ 0.90 , 0.95 และ 0.99

ผู้วิจัยเสนอผลของการวิจัยโดยแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

- ส่วนที่ 1** ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบจุด
- ส่วนที่ 2** ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบช่วง

การนำเสนอผล ของการวิจัยจะนำเสนอในรูปตารางและรูปภาพ โดยใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

R-KS	หมายถึง	การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วย วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี KS
R-NHKB	หมายถึง	การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธี ความถดถอยแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี New HKB
R-NLW	หมายถึง	การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธี ความถดถอยแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี New LW
B-KS	หมายถึง	การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธี ความถดถอยบุตรสเตรปแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี KS
B-NHKB	หมายถึง	การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธี ความถดถอยบุตรสเตรปแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี New HKB
B-NLW	หมายถึง	การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธี ความถดถอยบุตรสเตรปแบบบริดจ์ โดยใช้ค่า k วิธี New LW
p	หมายถึง	จำนวนตัวแปรอิสระ
n	หมายถึง	ขนาดตัวอย่าง
sd of error	หมายถึง	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแบบ
MSE	หมายถึง	ค่าเฉลี่ย ความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของตัวประมาณความถดถอยเชิงพหุรวมทุกค่าของ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$
BIAS ²	หมายถึง	ค่าความเอนเอียงกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกค่าของ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$
PDMSE	หมายถึง	ค่า เปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ย ความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบจุด

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษา กรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ($\mu=0$) และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) ซึ่งกำหนดให้ σ เท่ากับ 1, 5 และ 10 ตามลำดับ ที่ระดับความสัมพันธ์ (ρ) เท่ากับ 0.3, 0.6 และ 0.9 โดยมีขนาดตัวอย่าง 15, 30, 50 และ 100 ซึ่งผลวิจัยส่วนนี้นำเสนอในรูปตารางที่ 4.1.1 – 4.1.12

รายละเอียดของตารางที่ 4.1.1 – 4.1.12

ตารางที่	จำนวน ตัวแปรอิสระ (p)	ระดับ ความสัมพันธ์ (ρ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (σ)
4.1.1	2	0.3 , 0.6	15 , 30 , 50	1
4.1.2		และ	และ	5
4.1.3		0.9	100	10
4.1.4	3	0.3 , 0.6	15 , 30 , 50	1
4.1.5		และ	และ	5
4.1.6		0.9	100	10
4.1.7	4	0.3 , 0.6	15 , 30 , 50	1
4.1.8		และ	และ	5
4.1.9		0.9	100	10
4.1.10	5	0.3 , 0.6	15 , 30 , 50	1
4.1.11		และ	และ	5
4.1.12		0.9	100	10

4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบช่วง

การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีของการประมาณค่าแบบช่วง การประมาณค่าแบบช่วงขั้นตอนแรกจะศึกษาถึงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากแต่ละวิธี จึงคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด การพิจารณาว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองว่าค่าที่ได้นั้นมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่ พิจารณาจากการทดสอบทวินาม นั่นคือหากวิธีใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.8779 , 0.934 และ 0.9827 ตามลำดับ จะถือว่าวิธีนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วจึงเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พิจารณาว่าวิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดกว่ากัน ซึ่งทำการศึกษาที่ระดับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ซึ่งผลวิจัยส่วนนี้นำเสนอในรูปตารางที่ 4.2.1 – 4.2.36

รายละเอียดของตารางที่ 4.2.1 – 4.2.36

ตารางที่	จำนวน ตัวแปรอิสระ	ระดับ ความสัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น		
4.2.1	2	0.3 , 0.6 และ 0.9	15 , 30 , 50 และ 100	1	0.90		
4.2.2					0.95		
4.2.3					0.99		
4.2.4				5	0.90	10	0.90
4.2.5							0.95
4.2.6							0.99
4.2.7						0.90	
4.2.8						0.95	
4.2.9						0.99	
4.2.10	3	0.3 , 0.6 และ 0.9	15 , 30 , 50 และ 100	1	0.90		
4.2.11					0.95		
4.2.12					0.99		
4.2.13				5	0.90	10	0.90
4.2.14							0.95
4.2.15							0.99
4.2.16						0.90	
4.2.17						0.95	
4.2.18						0.99	
4.2.19	4	0.3 , 0.6 และ 0.9	15 , 30 , 50 และ 100	1	0.90		
4.2.20					0.95		
4.2.21					0.99		
4.2.22				5	0.90	10	0.90
4.2.23							0.95
4.2.24							0.99
4.2.25						0.90	
4.2.26						0.95	
4.2.27						0.99	

รายละเอียดของตารางที่ 4.2.1 – 4.2.36 (ต่อ)

ตารางที่	จำนวน ตัวแปรอิสระ	ระดับ ความสัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น			
4.2.28	5	0.3 , 0.6 และ 0.9	15 , 30 , 50 และ 100	1	0.90			
4.2.29					0.95			
4.2.30					0.99			
4.2.31				5	0.3 , 0.6 และ 0.9	15 , 30 , 50 และ 100	0.90	
4.2.32								0.95
4.2.33								0.99
4.2.34							10	0.90
4.2.35								0.95
4.2.36								0.99

4.3 ผลของการวิจัย

4.3.1 ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ
สำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบจุด

ผลการวิจัยในส่วนนี้เป็นการนำเสนอผลการทดลองการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ สำหรับการประมาณค่าแบบจุดในแต่ละวิธีรวมไปถึงข้อสรุปของผลการทดลองที่ได้ ซึ่งนำเสนอในรูปของตารางที่ 4.1.1 – 4.1.12 และรูปที่ 4.1.1-4.1.11

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.1 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	0.5143	0.5500	0.5808	0.4450	0.6463	0.5318
		BIAS ²	0.0287	0.1020	0.0062	0.0790	0.2078	0.0185
		PDMSE	15.5730	23.5955	30.5169	0.0000	45.2360	19.5056
	30	MSE	0.1457	0.1642	0.1598	0.1437	0.2078	0.1574
		BIAS ²	0.0043	0.0192	0.0007	0.0104	0.0469	0.0006
		PDMSE	1.3918	14.2658	11.2039	0.0000	44.6068	9.5338
	50	MSE	0.0669	0.0696	0.0692	0.0668	0.0802	0.0693
		BIAS ²	0.0006	0.0042	0.0002	0.0018	0.0123	0.0002
		PDMSE	0.1497	4.1916	3.5928	0.0000	20.0599	3.7425
	100	MSE	0.0320	0.0328	0.0323	0.0321	0.0350	0.0323
		BIAS ²	0.0004	0.0015	0.0001	0.0009	0.0036	0.0001
		PDMSE	0.0000	2.5000	0.9375	0.3125	9.3750	0.9375
0.6	15	MSE	0.4869	0.4957	0.6816	0.4191	0.5117	0.5639
		BIAS ²	0.0256	0.0668	0.0067	0.0574	0.1340	0.0149
		PDMSE	16.1775	18.2773	62.6342	0.0000	22.0950	34.5502
	30	MSE	0.1851	0.1924	0.2180	0.1696	0.2159	0.2145
		BIAS ²	0.0027	0.0142	0.0000	0.0081	0.0365	0.0001
		PDMSE	9.1392	13.4434	28.5377	0.0000	27.2995	26.4741
	50	MSE	0.0890	0.0863	0.0943	0.0853	0.0860	0.0937
		BIAS ²	0.0007	0.0033	0.0000	0.0020	0.0086	0.0000
		PDMSE	4.3376	1.1723	10.5510	0.0000	0.8206	9.8476
	100	MSE	0.0414	0.0403	0.0429	0.0408	0.0397	0.0432
		BIAS ²	0.0001	0.0006	0.0000	0.0004	0.0017	0.0000
		PDMSE	4.2821	1.5113	8.0605	2.7708	0.0000	8.8161
0.9	15	MSE	0.9454	0.7911	1.4561	0.5763	0.5014	0.9864
		BIAS ²	0.0158	0.0326	0.0110	0.0288	0.0619	0.0113
		PDMSE	88.5521	57.7782	190.4069	14.9382	0.0000	96.7292
	30	MSE	0.4229	0.3888	0.6802	0.2877	0.2747	0.6269
		BIAS ²	0.0040	0.0087	0.0009	0.0067	0.0169	0.0008
		PDMSE	53.9498	41.5362	147.6156	4.7324	0.0000	128.2126
	50	MSE	0.1981	0.1647	0.2653	0.1518	0.1130	0.2620
		BIAS ²	0.0008	0.0023	0.0000	0.0019	0.0053	0.0000
		PDMSE	75.3097	45.7522	134.7788	34.3363	0.0000	131.8584
	100	MSE	0.0916	0.0817	0.1091	0.0784	0.0640	0.1093
		BIAS ²	0.0001	0.0004	0.0001	0.0003	0.0010	0.0001
		PDMSE	43.1250	27.6562	70.4688	22.5000	0.0000	70.7812

จากตารางที่ 4.1.1 สามารถสรุปผล ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30 และ 50 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี R-KS และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี R-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี B-KS

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี R-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างวิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี B-KS

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.1

จากตารางที่ 4.1.1 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบวิธีในเกือบทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบวิธีความถดถอยแบบวิธีของทุกๆ ค่า k ยกเว้นในสถานการณ์ที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธีความถดถอยแบบวิธีเมื่อใช้ค่า k ของ KS นั่นคือวิธี R-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยที่ทั้ง 6 วิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมาก เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ $X'X$ ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.1.2 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	7.4962	4.0148	8.6589	5.0842	2.8626	6.3554
		BIAS ²	0.0761	0.4382	0.0451	0.1606	0.7276	0.0859
		PDMSE	161.8668	40.2501	202.4838	77.6078	0.0000	122.0150
	30	MSE	3.2618	2.0528	3.5249	2.8292	1.8126	3.2862
		BIAS ²	0.0204	0.3357	0.0200	0.0261	0.5839	0.0201
		PDMSE	79.9515	13.2517	94.4665	56.0852	0.0000	81.2976
	50	MSE	1.7310	1.3601	1.8002	1.6625	1.3301	1.7865
		BIAS ²	0.0023	0.2245	0.0012	0.0055	0.4255	0.0020
		PDMSE	30.1406	2.2555	35.3432	24.9906	0.0000	34.3132
	100	MSE	0.7975	0.7053	0.8177	0.7850	0.7375	0.8196
		BIAS ²	0.0001	0.0903	0.0000	0.0006	0.1936	0.0000
		PDMSE	13.0725	0.0000	15.9365	11.3002	4.5654	16.2059
0.6	15	MSE	8.7136	5.1014	10.0293	5.4906	3.1110	6.8745
		BIAS ²	0.0390	0.3025	0.0395	0.0971	0.4822	0.0735
		PDMSE	180.0900	63.9794	222.3819	76.4899	0.0000	120.9740
	30	MSE	3.7907	2.3314	4.4394	3.0898	1.8326	4.0492
		BIAS ²	0.0140	0.2365	0.0089	0.0287	0.4302	0.0136
		PDMSE	106.8482	27.2182	142.2460	68.6020	0.0000	120.9538
	50	MSE	1.8742	1.2533	2.0396	1.7217	1.1144	2.0069
		BIAS ²	0.0028	0.1277	0.0047	0.0042	0.2636	0.0045
		PDMSE	68.1802	12.4641	83.0223	54.4957	0.0000	80.0879
	100	MSE	1.0132	0.7673	1.0664	0.9683	0.7013	1.0638
		BIAS ²	0.0020	0.0694	0.0016	0.0032	0.1451	0.0018
		PDMSE	44.4745	9.4111	52.0605	38.0722	0.0000	51.6897
0.9	15	MSE	18.6634	12.6329	16.4652	11.8748	6.2091	9.2447
		BIAS ²	0.0441	0.1243	0.0125	0.0706	0.2131	0.0272
		PDMSE	200.5814	103.4578	165.1785	91.2483	0.0000	48.8895
	30	MSE	7.9658	6.1038	11.7904	5.0391	3.4744	9.0865
		BIAS ²	0.0177	0.0851	0.0097	0.0216	0.1512	0.0089
		PDMSE	129.2712	75.6793	239.3507	45.0351	0.0000	161.5272
	50	MSE	4.1952	2.5909	5.5796	3.0330	1.6401	5.0994
		BIAS ²	0.0087	0.0531	0.0159	0.0072	0.1101	0.0152
		PDMSE	155.7893	57.9721	240.1988	84.9277	0.0000	210.9201
	100	MSE	2.4360	1.4130	3.0479	1.9278	0.8735	2.9703
		BIAS ²	0.0109	0.0365	0.0128	0.0104	0.0660	0.0135
		PDMSE	178.8781	61.7630	248.9296	120.6983	0.0000	240.0458

จากตารางที่ 4.1.2 สามารถสรุปผล ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30 และ 50 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี R-NHKB และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี R-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง พบว่าในทุกๆขนาดตัวอย่างวิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.2

จากตารางที่ 4.1.2 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบพหุคูณในเกือบทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบคูณแบบพหุคูณของทุกๆ ค่า k ยกเว้นในสถานการณ์ที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธีความถดถอยแบบพหุคูณเมื่อใช้ค่า k ของ NHKB นั่นคือวิธี R-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ $X'X$ ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.1.3 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	26.9332	12.5023	28.1190	18.4061	7.8025	20.6000
		BIAS ²	0.0768	0.4215	0.1196	0.1161	0.7052	0.1384
		PDMSE	245.1868	60.2345	260.3845	135.9000	0.0000	164.0179
	30	MSE	12.9400	6.0198	13.2432	11.0820	4.3083	11.9223
		BIAS ²	0.0293	0.4272	0.0446	0.0254	0.7188	0.0387
		PDMSE	200.3505	39.7256	207.3881	157.2244	0.0000	176.7286
	50	MSE	6.5883	3.3276	6.6793	6.3140	2.6317	6.5450
		BIAS ²	0.0222	0.2846	0.0213	0.0187	0.5582	0.0182
		PDMSE	150.3439	26.4430	153.8017	139.9210	0.0000	148.6986
	100	MSE	3.1005	1.8692	3.1196	3.0440	1.7056	3.1014
		BIAS ²	0.0185	0.3008	0.0166	0.0201	0.5808	0.0171
		PDMSE	81.7835	9.5919	82.9034	78.4709	0.0000	81.8363
0.6	15	MSE	32.6427	21.3079	34.7969	20.3077	10.5281	22.5219
		BIAS ²	0.3275	0.5863	0.4047	0.3387	0.8307	0.3540
		PDMSE	210.0531	102.3907	230.5145	92.8905	0.0000	113.9218
	30	MSE	16.8441	7.9733	18.8195	12.8484	4.7861	16.0100
		BIAS ²	0.0488	0.4081	0.0582	0.0539	0.6349	0.0562
		PDMSE	251.9379	66.5928	293.2116	168.4524	0.0000	234.5104
	50	MSE	7.2940	3.5908	7.6275	6.6650	2.6794	7.3248
		BIAS ²	0.0053	0.3043	0.0050	0.0048	0.5385	0.0042
		PDMSE	172.2251	34.0151	184.6719	148.7497	0.0000	173.3746
	100	MSE	4.1367	2.3139	4.3067	3.9368	1.8608	4.2528
		BIAS ²	0.0064	0.2385	0.0060	0.0085	0.4384	0.0067
		PDMSE	122.3076	24.3497	131.4435	111.5649	0.0000	128.5469
0.9	15	MSE	57.7240	44.0767	49.5904	34.2220	18.9107	25.5253
		BIAS ²	0.0471	0.2046	0.1796	0.0586	0.2180	0.0970
		PDMSE	205.2452	133.0781	162.2346	80.9663	0.0000	34.9781
	30	MSE	30.4783	18.9872	35.5997	19.4854	9.9670	25.3716
		BIAS ²	0.0666	0.2516	0.0507	0.0476	0.3470	0.0371
		PDMSE	205.7921	90.5007	257.1757	95.4991	0.0000	154.5560
	50	MSE	16.9045	9.9141	21.4319	11.7205	5.6643	18.3279
		BIAS ²	0.0170	0.0839	0.0317	0.0065	0.1590	0.0242
		PDMSE	198.4393	75.0278	278.3680	106.9188	0.0000	223.5687
	100	MSE	8.7007	4.3873	10.4919	6.8441	2.6475	9.8392
		BIAS ²	0.0071	0.0800	0.0083	0.0074	0.1699	0.0085
		PDMSE	228.6383	65.7148	296.2946	158.5118	0.0000	271.6412

จากตารางที่ 4.1.3 สามารถสรุปผลในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยวิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาเป็นวิธี R-NHKB ทุกขนาดตัวอย่าง

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

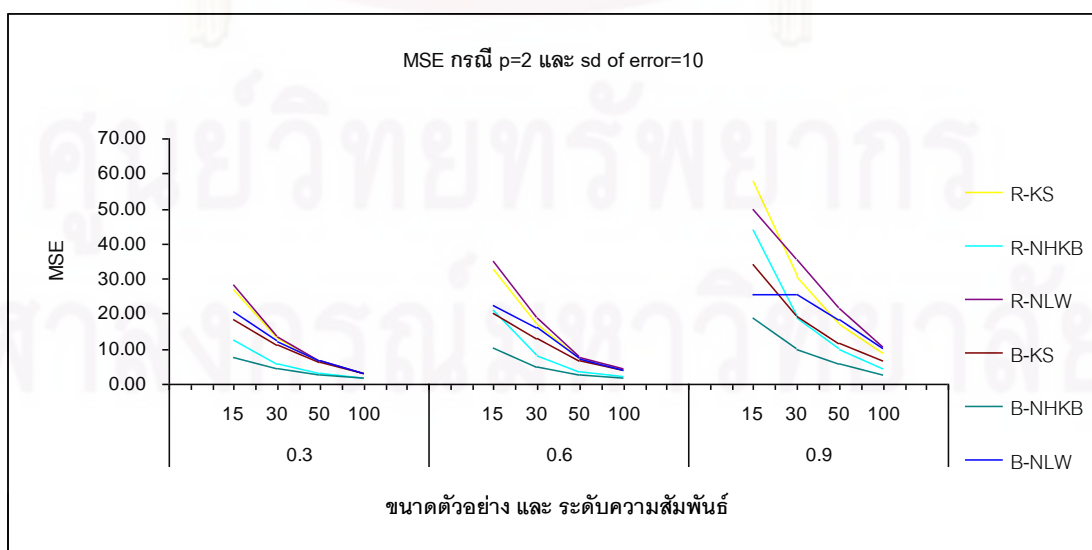
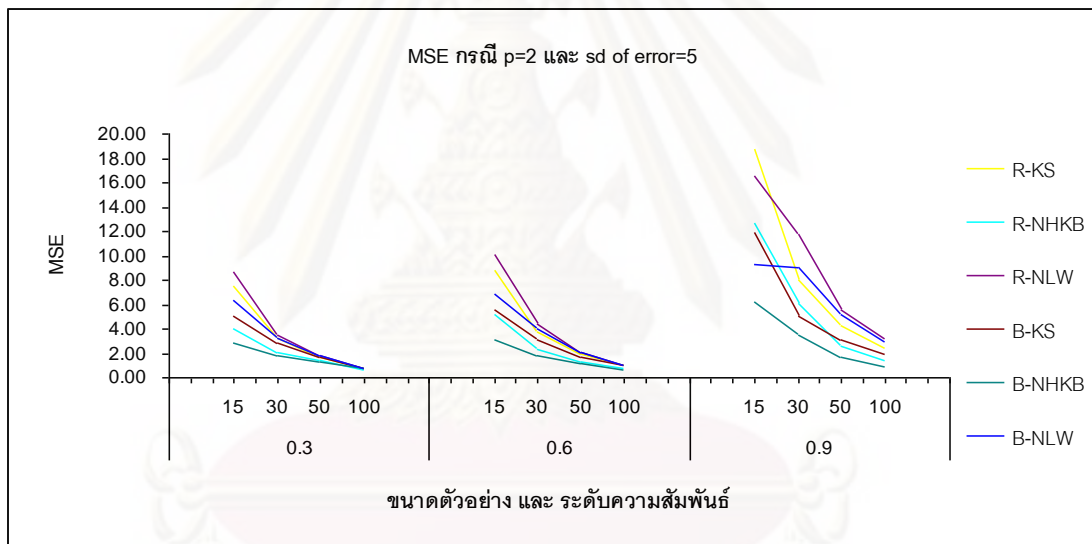
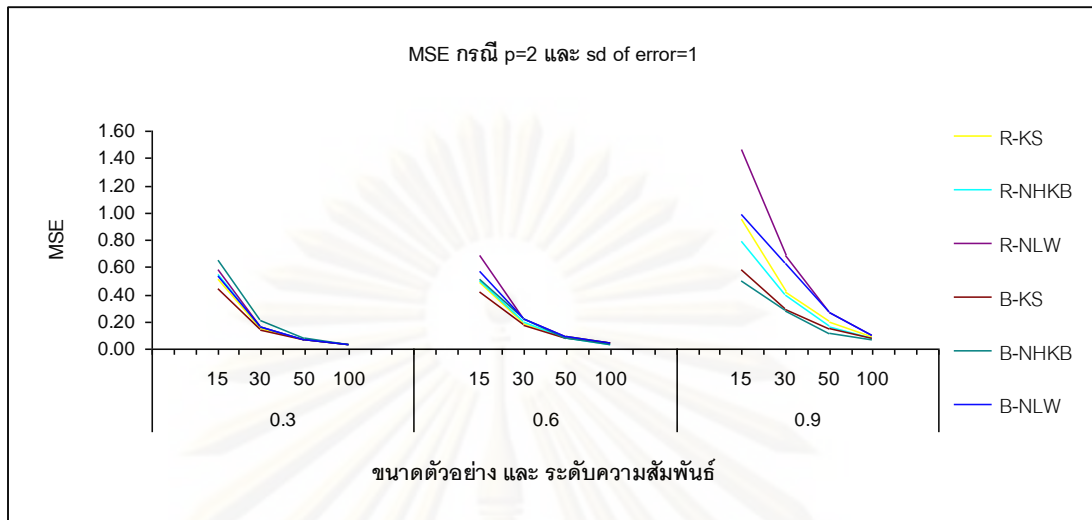
สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 วิธีที่รองจากวิธี B-NHKB คือวิธี B-KS

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.3

จากตารางที่ 4.1.3 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบพหุคูณในทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบคูณแบบพหุคูณของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมาก เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

รูปที่ 4.1.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 5 และ 10 ตามลำดับ



จากตารางที่ 4.1.1– 4.1.3 และรูปที่ 4.1.1 ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มค่า MSE ที่ได้จะมีค่าลดลง ตรงกันข้ามเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่า MSE ที่ได้จะมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่เดียวกันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันและระดับความสัมพันธ์เดียวกัน พบว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้นนั้น คือค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น และค่า MSE ในแต่ละวิธีของการประมาณค่าจะสูงขึ้น เนื่องจากความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนส่งผลให้การกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้สูงขึ้น และพิจารณาในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเดียวกัน พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า MSE จะมีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดของค่า MSE จะลดลงมากเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างในสถานการณ์ของค่าความแปรปรวนที่มีค่ามาก ส่วนในสถานการณ์ที่ค่าของความแปรปรวนมีค่าน้อยอัตราการลดของค่า MSE ค่อยๆ ลดลงเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.1.4 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	0.3816	0.4633	0.4139	0.4052	0.6163	0.4104
		BIAS ²	0.0339	0.1035	0.0052	0.0754	0.2270	0.0096
		PDMSE	0.0000	21.4099	8.4644	6.1845	61.5042	7.5472
	30	MSE	0.2009	0.2041	0.2243	0.1968	0.2398	0.2223
		BIAS ²	0.0041	0.0170	0.0002	0.0122	0.0478	0.0001
		PDMSE	2.0833	3.7093	13.9736	0.0000	21.8496	12.9573
	50	MSE	0.1014	0.1017	0.1089	0.0986	0.1082	0.1091
		BIAS ²	0.0010	0.0040	0.0004	0.0029	0.0122	0.0003
		PDMSE	2.8398	3.1440	10.4462	0.0000	9.7363	10.6491
	100	MSE	0.0511	0.0505	0.0529	0.0506	0.0513	0.0530
		BIAS ²	0.0002	0.0009	0.0001	0.0007	0.0028	0.0001
		PDMSE	1.1881	0.0000	4.7525	0.1980	1.5842	4.9505
0.6	15	MSE	0.4045	0.3976	0.5244	0.3686	0.4083	0.4993
		BIAS ²	0.0257	0.0516	0.0012	0.0563	0.1114	0.0021
		PDMSE	9.7396	7.8676	42.2680	0.0000	10.7705	35.4585
	30	MSE	0.2536	0.2456	0.3157	0.2246	0.2223	0.3125
		BIAS ²	0.0054	0.0095	0.0003	0.0117	0.0218	0.0003
		PDMSE	14.0801	10.4813	42.0153	1.0346	0.0000	40.5758
	50	MSE	0.1362	0.1310	0.1533	0.1256	0.1204	0.1530
		BIAS ²	0.0023	0.0038	0.0003	0.0045	0.0082	0.0003
		PDMSE	13.1229	8.8040	27.3256	4.3189	0.0000	27.0764
	100	MSE	0.0762	0.0746	0.0822	0.0722	0.0706	0.0827
		BIAS ²	0.0007	0.0011	0.0001	0.0013	0.0023	0.0001
		PDMSE	7.9320	5.6657	16.4306	2.2663	0.0000	17.1388
0.9	15	MSE	0.7310	0.6214	1.5521	0.4293	0.3390	1.3150
		BIAS ²	0.0159	0.0231	0.0045	0.0330	0.0458	0.0041
		PDMSE	115.6342	83.3038	357.8466	26.6372	0.0000	287.9056
	30	MSE	0.4988	0.4402	0.9150	0.3329	0.2614	0.8728
		BIAS ²	0.0042	0.0047	0.0004	0.0075	0.0090	0.0004
		PDMSE	90.8187	68.4009	250.0383	27.3527	0.0000	233.8944
	50	MSE	0.3168	0.2879	0.5062	0.2198	0.1813	0.4970
		BIAS ²	0.0015	0.0017	0.0013	0.0027	0.0034	0.0012
		PDMSE	74.7380	58.7976	179.2057	21.2355	0.0000	174.1313
	100	MSE	0.1889	0.1836	0.2548	0.1482	0.1381	0.2536
		BIAS ²	0.0008	0.0010	0.0003	0.0012	0.0016	0.0003
		PDMSE	36.7849	32.9471	84.5040	7.3135	0.0000	83.6350

จากตารางที่ 4.1.4 สามารถสรุปผลในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 วิธี R-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-KS และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี R-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง พบว่าที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 50 และ 100 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่าง วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.4

จากตารางที่ 4.1.4 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบพหุคูณในเกือบทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบคูณแบบพหุคูณของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.1.5 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	8.0125	4.6777	8.9691	6.4496	3.4861	7.8644
		BIAS ²	0.0299	0.4715	0.0145	0.0878	0.8712	0.0373
		PDMSE	129.8414	34.1815	157.2818	85.0090	0.0000	125.5931
	30	MSE	4.2696	2.5140	4.8596	3.6324	2.0806	4.5656
		BIAS ²	0.0071	0.2945	0.0031	0.0208	0.6080	0.0044
		PDMSE	105.2100	20.8305	133.5672	74.5843	0.0000	119.4367
	50	MSE	2.4209	1.6821	2.6151	2.2425	1.5283	2.5778
		BIAS ²	0.0021	0.1859	0.0016	0.0047	0.4092	0.0015
		PDMSE	58.4048	10.0635	71.1117	46.7317	0.0000	68.6711
	100	MSE	1.3535	1.0169	1.4192	1.3042	0.9640	1.4228
		BIAS ²	0.0031	0.0940	0.0033	0.0046	0.2274	0.0034
		PDMSE	40.4046	5.4876	47.2199	35.2905	0.0000	47.5934
0.6	15	MSE	8.1751	5.2530	10.6051	5.6892	3.3948	8.9157
		BIAS ²	0.0259	0.3055	0.0139	0.0763	0.5749	0.0221
		PDMSE	140.8124	54.7367	212.3925	67.5857	0.0000	162.6281
	30	MSE	5.5875	3.2850	7.2197	4.2100	2.1908	6.5973
		BIAS ²	0.0048	0.1796	0.0012	0.0154	0.3589	0.0013
		PDMSE	155.0438	49.9452	229.5463	92.1672	0.0000	201.1366
	50	MSE	3.2152	1.9312	3.7809	2.7236	1.4068	3.6751
		BIAS ²	0.0128	0.1092	0.0158	0.0113	0.2254	0.0145
		PDMSE	128.5471	37.2761	168.7589	93.6025	0.0000	161.2383
	100	MSE	1.6811	1.0787	1.8716	1.5208	0.8457	1.8608
		BIAS ²	0.0028	0.0609	0.0027	0.0036	0.1267	0.0029
		PDMSE	98.7821	27.5511	121.3078	79.8274	0.0000	120.0307
0.9	15	MSE	20.1874	17.0713	26.4133	11.8149	7.9952	16.7046
		BIAS ²	0.2845	0.1635	0.1296	0.3936	0.1891	0.0892
		PDMSE	152.4940	113.5194	230.3645	47.7749	0.0000	108.9329
	30	MSE	9.9261	7.1496	17.6922	5.7754	3.5026	14.0062
		BIAS ²	0.0339	0.0744	0.0254	0.0828	0.1299	0.0163
		PDMSE	183.3923	104.1227	405.1162	64.8889	0.0000	299.8801
	50	MSE	6.9603	4.2557	11.6447	4.3006	2.0595	10.6352
		BIAS ²	0.0203	0.0402	0.0018	0.0360	0.0685	0.0019
		PDMSE	237.9607	106.6375	465.4139	108.8177	0.0000	416.3972
	100	MSE	4.5532	2.6130	6.6751	3.2109	1.3743	6.4887
		BIAS ²	0.0233	0.0348	0.0154	0.0274	0.0506	0.0157
		PDMSE	231.3105	90.1332	385.7091	133.6389	0.0000	372.1458

จากตารางที่ 4.1.5 สามารถสรุปผล ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยวิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB ทุกขนาดตัวอย่าง

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 วิธีที่รองจากวิธี B-NHKB คือวิธี B-KS

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.5

จากตารางที่ 4.1.5 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบพหุคูณในทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบคูณแบบพหุคูณของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมาก เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.1.6 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	30.5965	14.1721	32.5712	23.8948	8.6693	27.2963
		BIAS ²	0.1297	0.7050	0.1309	0.1844	1.1397	0.1614
		PDMSE	252.9293	63.4746	275.7074	175.6255	0.0000	214.8616
	30	MSE	16.3787	7.3852	17.7308	13.8748	4.8669	16.2750
		BIAS ²	0.0255	0.5612	0.0296	0.0456	0.9771	0.0410
		PDMSE	236.5325	51.7434	264.3140	185.0850	0.0000	234.4018
	50	MSE	9.7928	4.5654	10.3102	8.9787	3.3319	9.9125
		BIAS ²	0.0238	0.4267	0.0226	0.0242	0.8269	0.0220
		PDMSE	193.9104	37.0209	209.4391	169.4769	0.0000	197.5029
	100	MSE	5.3503	2.8332	5.5650	5.1027	2.3517	5.4962
		BIAS ²	0.0050	0.3446	0.0040	0.0068	0.6702	0.0047
		PDMSE	127.5078	20.4746	136.6373	116.9792	0.0000	133.7118
0.6	15	MSE	36.7265	20.9691	43.0126	26.0377	12.0392	34.3316
		BIAS ²	0.3132	0.4993	0.1805	0.3821	0.7371	0.1798
		PDMSE	205.0576	74.1735	257.2712	116.2743	0.0000	185.1651
	30	MSE	21.4555	10.5857	26.0297	16.0132	6.0814	22.6010
		BIAS ²	0.0816	0.4723	0.0850	0.1093	0.7352	0.0962
		PDMSE	252.8053	74.0668	328.0215	163.3144	0.0000	271.6414
	50	MSE	13.4694	6.3471	15.5079	11.2111	3.9006	14.6498
		BIAS ²	0.0361	0.2608	0.0511	0.0317	0.4885	0.0496
		PDMSE	245.3161	62.7211	297.5773	187.4199	0.0000	275.5781
	100	MSE	7.3449	3.4878	8.0997	6.5731	2.2989	7.9191
		BIAS ²	0.0042	0.1787	0.0039	0.0045	0.3370	0.0041
		PDMSE	219.4963	51.7160	252.3294	185.9237	0.0000	244.4734
0.9	15	MSE	76.8215	65.5773	84.7136	45.2816	30.4113	46.7269
		BIAS ²	1.1237	0.1023	0.0656	1.4014	0.1266	0.0261
		PDMSE	152.6084	115.6346	178.5596	48.8973	0.0000	53.6498
	30	MSE	44.8060	31.2625	62.0082	26.1583	14.1961	42.3672
		BIAS ²	1.2890	0.3156	0.4446	1.1999	0.2309	0.2773
		PDMSE	215.6219	120.2189	336.7974	84.2640	0.0000	198.4425
	50	MSE	26.4367	15.2319	39.0098	16.3926	7.2382	32.2803
		BIAS ²	0.0807	0.1009	0.1558	0.0911	0.1279	0.1250
		PDMSE	265.2386	110.4377	438.9434	126.4734	0.0000	345.9714
	100	MSE	16.9442	8.2020	23.7908	11.7803	3.9304	22.0483
		BIAS ²	0.0737	0.0523	0.0522	0.0779	0.0749	0.0479
		PDMSE	331.1062	108.6811	505.3023	199.7227	0.0000	460.9683

จากตารางที่ 4.1.6 สามารถสรุปผล ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยวิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB ทุกขนาดตัวอย่าง

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

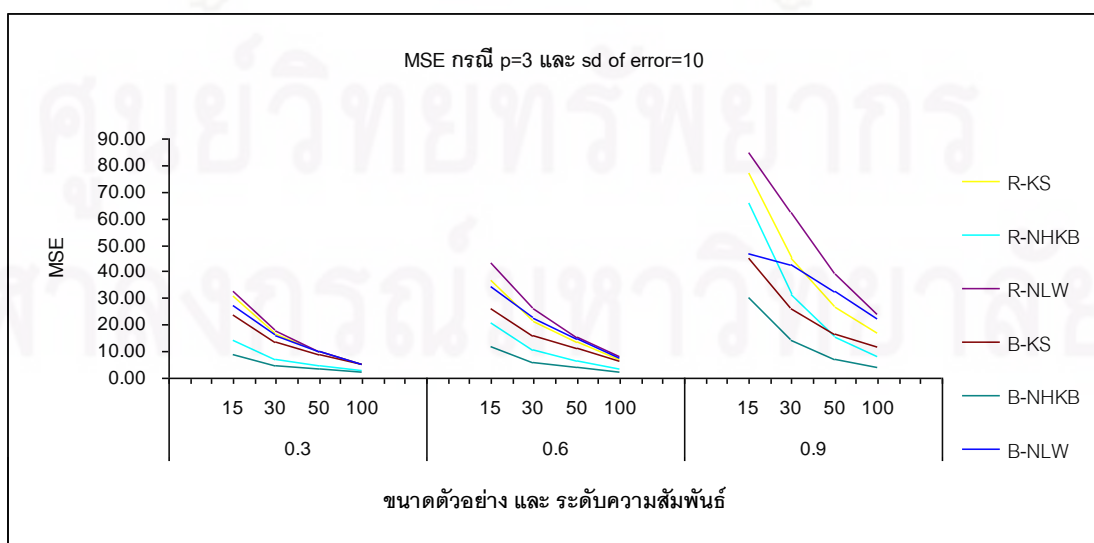
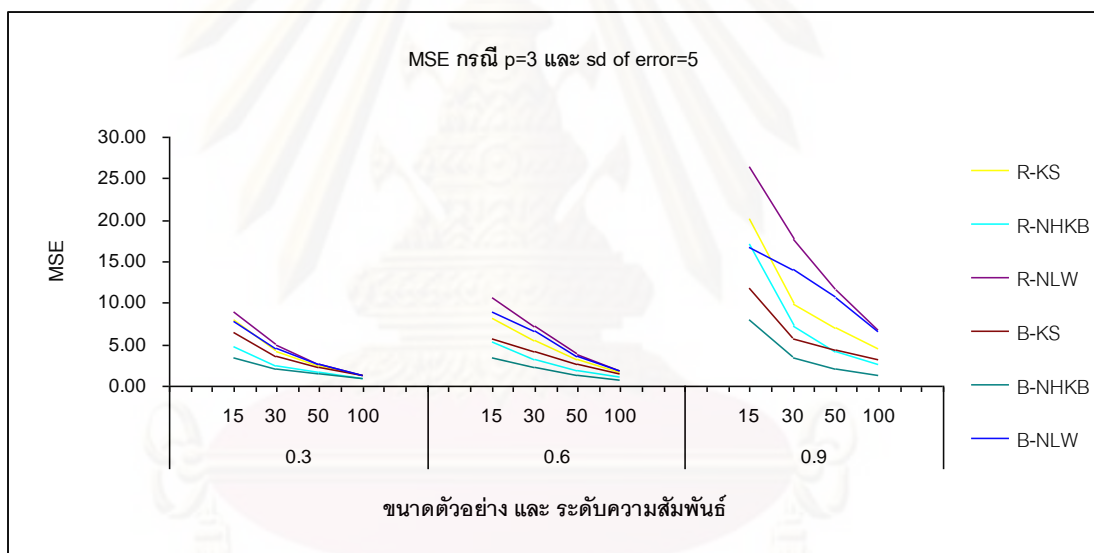
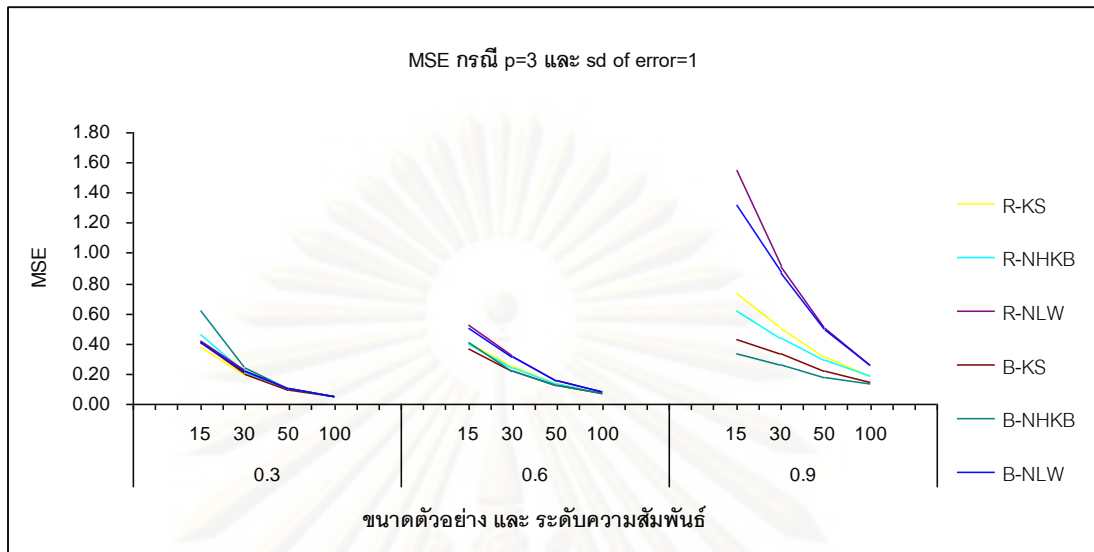
สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 วิธีที่รองจากวิธี B-NHKB คือวิธี B-KS

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.6

จากตารางที่ 4.1.6 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบพหุคูณในทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบคูณแบบพหุคูณของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมาก เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

รูปที่ 4.1.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 5 และ 10 ตามลำดับ



จากตารางที่ 4.1.4– 4.1.6 และรูปที่ 4.1.2 ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มค่า MSE ที่ได้จะมีค่าลดลง ตรงกันข้ามเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่า MSE ที่ได้จะมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่เดียวกันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันและระดับความสัมพันธ์เดียวกัน พบว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้นนั้น คือค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น และค่า MSE ในแต่ละวิธีของการประมาณค่าจะสูงขึ้น เนื่องจากความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนส่งผลให้การกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้สูงขึ้น และพิจารณาในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเดียวกัน พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า MSE จะมีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดของค่า MSE จะลดลงมากเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างในสถานการณ์ของค่าความแปรปรวนที่มีค่ามาก ส่วนในสถานการณ์ที่ค่าของความแปรปรวนมีค่าน้อยอัตราการลดของค่า MSE ค่อยๆ ลดลงเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.1.7 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	0.4426	0.4773	0.5092	0.4749	0.6107	0.4924
		BIAS ²	0.0380	0.0841	0.0014	0.0933	0.2027	0.0034
		PDMSE	0.0000	7.8400	15.0474	7.2978	37.9801	11.2517
	30	MSE	0.2028	0.2043	0.2261	0.1978	0.2233	0.2250
		BIAS ²	0.0041	0.0120	0.0006	0.0133	0.0368	0.0005
		PDMSE	2.5278	3.2861	14.3074	0.0000	12.8918	13.7513
	50	MSE	0.1141	0.1130	0.1215	0.1117	0.1161	0.1215
		BIAS ²	0.0020	0.0045	0.0002	0.0058	0.0129	0.0002
		PDMSE	2.1486	1.1638	8.7735	0.0000	3.9391	8.7735
	100	MSE	0.0762	0.0748	0.0799	0.0745	0.0747	0.0797
		BIAS ²	0.0005	0.0009	0.0003	0.0015	0.0032	0.0003
		PDMSE	2.2819	0.4027	7.2483	0.0000	0.2685	6.9799
0.6	15	MSE	0.4765	0.4497	0.6849	0.4360	0.4020	0.6578
		BIAS ²	0.0326	0.0325	0.0006	0.0716	0.0746	0.0005
		PDMSE	18.5323	11.8657	70.3731	8.4577	0.0000	63.6318
	30	MSE	0.2622	0.2561	0.3388	0.2265	0.2176	0.3359
		BIAS ²	0.0089	0.0082	0.0005	0.0199	0.0188	0.0005
		PDMSE	20.4963	17.6930	55.6985	4.0901	0.0000	54.3658
	50	MSE	0.1600	0.1599	0.1882	0.1418	0.1417	0.1881
		BIAS ²	0.0039	0.0037	0.0010	0.0071	0.0067	0.0010
		PDMSE	12.9146	12.8440	32.8158	0.0706	0.0000	32.7452
	100	MSE	0.1062	0.1072	0.1209	0.0976	0.0986	0.1206
		BIAS ²	0.0006	0.0006	0.0002	0.0016	0.0015	0.0002
		PDMSE	8.8115	9.8361	23.8730	0.0000	1.0246	23.5656
0.9	15	MSE	1.1024	0.9649	2.6238	0.6356	0.4409	2.2362
		BIAS ²	0.0231	0.0136	0.0014	0.0386	0.0264	0.0015
		PDMSE	150.0340	118.8478	495.1009	44.1597	0.0000	407.1898
	30	MSE	0.5385	0.5076	1.1262	0.3334	0.2629	1.0960
		BIAS ²	0.0111	0.0070	0.0022	0.0165	0.0108	0.0020
		PDMSE	104.8307	93.0772	328.3758	26.8163	0.0000	316.8886
	50	MSE	0.3638	0.3613	0.6489	0.2404	0.2151	0.6461
		BIAS ²	0.0024	0.0014	0.0001	0.0046	0.0028	0.0001
		PDMSE	69.1306	67.9684	201.6736	11.7620	0.0000	200.3719
	100	MSE	0.3069	0.3130	0.4358	0.2383	0.2361	0.4371
		BIAS ²	0.0015	0.0016	0.0017	0.0016	0.0016	0.0017
		PDMSE	29.9873	32.5709	84.5828	0.9318	0.0000	85.1334

จากตารางที่ 4.1.7 สามารถสรุปผลในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 วิธี R-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-KS และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี R-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง พบว่าที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30 และ 50 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่าง วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.7

จากตารางที่ 4.1.7 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบพหุคูณในเกือบทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบคูณแบบพหุคูณของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.1.8 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	9.3544	5.2342	11.2422	7.1443	3.7654	9.6902
		BIAS ²	0.0740	0.6187	0.0320	0.1618	1.1296	0.0594
		PDMSE	148.4304	39.0078	198.5659	89.7355	0.0000	157.3485
	30	MSE	4.5473	2.8379	5.1648	3.9403	2.3331	4.9663
		BIAS ²	0.0142	0.3311	0.0084	0.0277	0.6993	0.0081
		PDMSE	94.9038	21.6364	121.3707	68.8869	0.0000	112.8627
	50	MSE	2.8505	1.9134	3.0964	2.6316	1.6130	3.0678
		BIAS ²	0.0122	0.1848	0.0090	0.0143	0.3951	0.0085
		PDMSE	76.7204	18.6237	91.9653	63.1494	0.0000	90.1922
	100	MSE	1.8509	1.2840	1.9972	1.7343	1.1184	1.9970
		BIAS ²	0.0082	0.0944	0.0073	0.0101	0.2189	0.0073
		PDMSE	65.4954	14.8069	78.5765	55.0697	0.0000	78.5587
0.6	15	MSE	10.9759	7.3534	15.7741	7.2742	4.3217	13.1989
		BIAS ²	0.1128	0.2936	0.0959	0.1491	0.5271	0.0838
		PDMSE	153.9718	70.1506	264.9976	68.3180	0.0000	205.4099
	30	MSE	6.2596	3.6168	8.1849	4.7472	2.2393	7.7421
		BIAS ²	0.0135	0.1346	0.0089	0.0233	0.2855	0.0087
		PDMSE	179.5338	61.5148	265.5115	111.9948	0.0000	245.7375
	50	MSE	4.0406	2.3626	4.9038	3.3335	1.5129	4.8129
		BIAS ²	0.0351	0.1140	0.0385	0.0318	0.2047	0.0372
		PDMSE	167.0765	56.1637	224.1325	120.3384	0.0000	218.1241
	100	MSE	2.5973	1.5380	3.1005	2.2152	1.0437	3.0880
		BIAS ²	0.0054	0.0474	0.0081	0.0056	0.1066	0.0080
		PDMSE	148.8550	47.3604	197.0681	112.2449	0.0000	195.8705
0.9	15	MSE	27.7801	21.2797	39.1003	16.2814	9.3206	25.5454
		BIAS ²	0.0403	0.1481	0.2266	0.0764	0.1019	0.1507
		PDMSE	198.0506	128.3083	319.5041	74.6819	0.0000	174.0746
	30	MSE	13.4614	8.8389	23.6809	7.9212	3.9929	20.3367
		BIAS ²	0.0248	0.0513	0.0195	0.0368	0.0738	0.0211
		PDMSE	237.1334	121.3654	493.0752	98.3821	0.0000	409.3215
	50	MSE	9.0189	5.5479	15.5150	5.5410	2.5019	14.6237
		BIAS ²	0.0116	0.0343	0.0105	0.0170	0.0517	0.0110
		PDMSE	260.4820	121.7475	520.1287	121.4717	0.0000	484.5038
	100	MSE	6.9982	4.0980	11.6545	4.5475	1.9057	11.3666
		BIAS ²	0.0594	0.0362	0.0815	0.0494	0.0339	0.0797
		PDMSE	267.2246	115.0391	511.5601	138.6262	0.0000	496.4527

จากตารางที่ 4.1.8 สามารถสรุปผล ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยวิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB ทุกขนาดตัวอย่าง

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 วิธีที่รองจากวิธี B-NHKB คือวิธี B-KS

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 วิธีที่รองจากวิธี B-NHKB คือวิธี B-KS

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.8

จากตารางที่ 4.1.8 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ในทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบตรรกยะของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดขึ้น และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ $X'X$ ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั้นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.1.9 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	34.7568	16.7537	39.6927	25.9676	9.4421	32.5660
		BIAS ²	0.0518	0.6473	0.0342	0.1409	1.2331	0.0714
		PDMSE	268.1046	77.4362	320.3800	175.0193	0.0000	244.9021
	30	MSE	18.0321	8.1895	19.9106	15.4598	5.2138	18.6151
		BIAS ²	0.0346	0.5542	0.0328	0.0426	1.0921	0.0303
		PDMSE	245.8533	57.0735	281.8827	196.5169	0.0000	257.0352
	50	MSE	11.6333	5.4281	12.4074	10.6617	3.7387	12.0481
		BIAS ²	0.0736	0.5000	0.0774	0.0732	0.9621	0.0781
		PDMSE	211.1590	45.1868	231.8640	185.1713	0.0000	222.2537
	100	MSE	7.9198	3.7009	8.5247	7.3011	2.7193	8.3802
		BIAS ²	0.0122	0.3264	0.0106	0.0138	0.6684	0.0102
		PDMSE	191.2441	36.0975	213.4888	168.4919	0.0000	208.1749
0.6	15	MSE	44.9792	27.9713	58.7892	29.6490	14.6297	45.2919
		BIAS ²	0.5708	0.6323	0.3582	0.5952	0.8759	0.3216
		PDMSE	207.4513	91.1953	301.8483	102.6631	0.0000	209.5887
	30	MSE	25.1872	12.3032	31.8609	18.6582	6.4991	28.5414
		BIAS ²	0.0336	0.2214	0.0193	0.0413	0.4540	0.0150
		PDMSE	287.5490	89.3062	390.2356	187.0890	0.0000	339.1593
	50	MSE	14.9623	6.8250	17.7544	12.2980	3.9144	16.9771
		BIAS ²	0.0260	0.2253	0.0310	0.0264	0.4446	0.0326
		PDMSE	282.2374	74.3562	353.5663	214.1733	0.0000	333.7089
	100	MSE	9.9581	4.3050	11.7009	8.4592	2.5133	11.4401
		BIAS ²	0.0316	0.1217	0.0402	0.0240	0.2414	0.0388
		PDMSE	296.2161	71.2887	365.5592	236.5774	0.0000	355.1824
0.9	15	MSE	122.2557	88.1919	123.3604	75.9288	39.9449	70.9371
		BIAS ²	1.5305	0.3839	0.3609	1.3037	0.1985	0.1525
		PDMSE	206.0608	120.7839	208.8264	90.0838	0.0000	77.5874
	30	MSE	56.1518	39.0842	85.6375	32.5854	17.1652	62.8073
		BIAS ²	0.2098	0.0565	0.0639	0.3170	0.0644	0.0549
		PDMSE	227.1258	127.6944	398.9018	89.8341	0.0000	265.8990
	50	MSE	35.9014	22.4180	58.6341	20.9867	10.0497	50.1484
		BIAS ²	0.0540	0.1440	0.3024	0.0157	0.1100	0.2703
		PDMSE	257.2385	123.0713	483.4413	108.8291	0.0000	399.0040
	100	MSE	26.0067	13.0814	41.9837	16.6264	5.6579	38.4933
		BIAS ²	0.0590	0.0672	0.0643	0.0463	0.0722	0.0542
		PDMSE	359.6529	131.2059	642.0368	193.8617	0.0000	580.3461

จากตารางที่ 4.1.9 สามารถสรุปผล ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยวิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

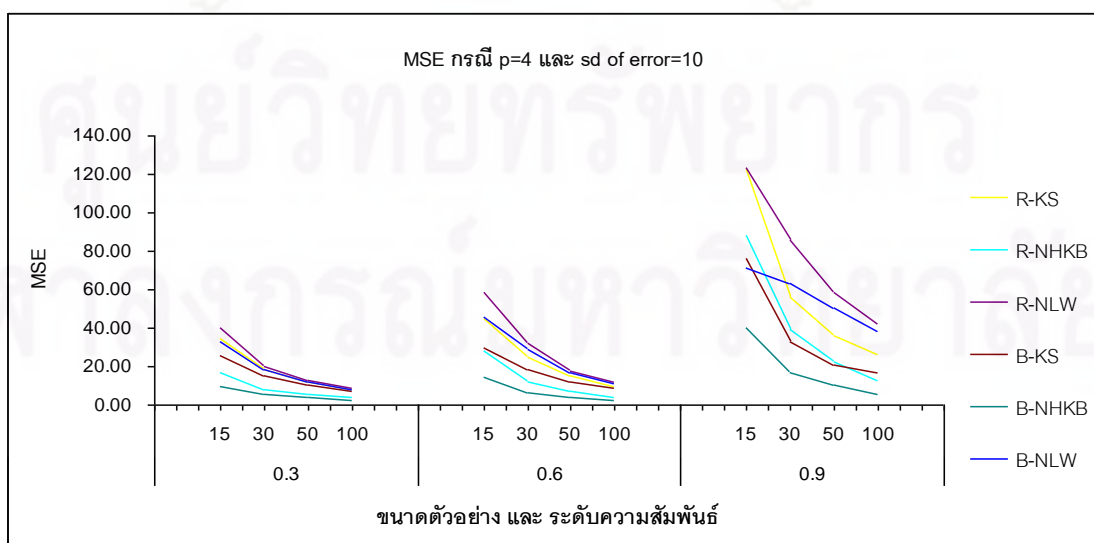
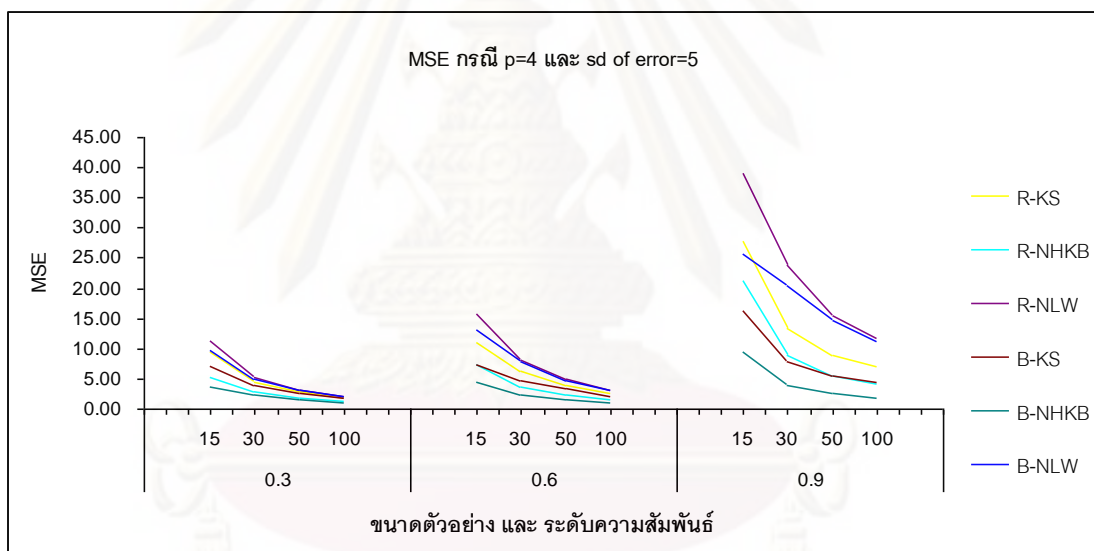
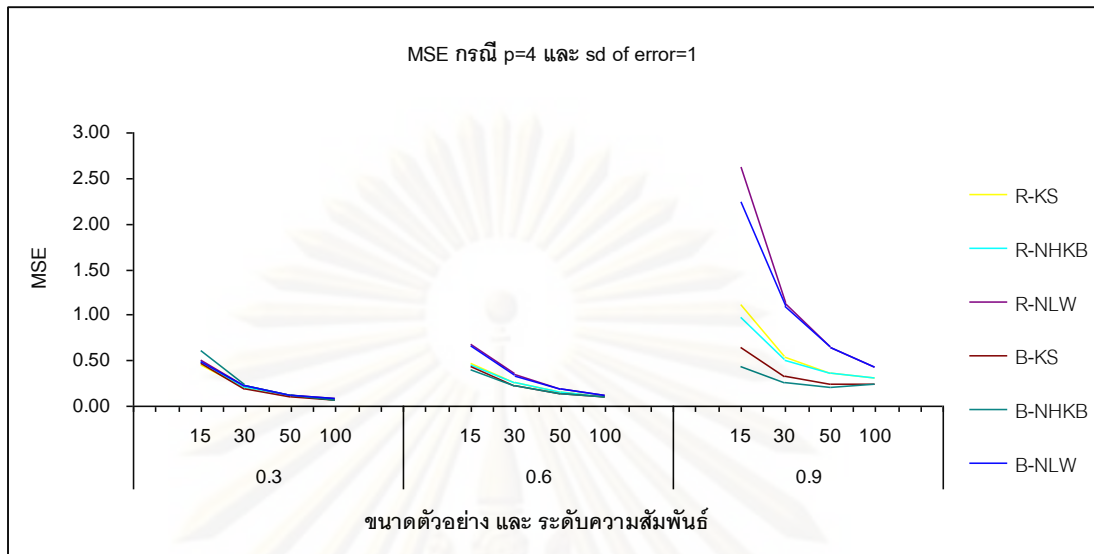
สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30 และ 50 วิธีที่รองจากวิธี B-NHKB คือวิธี B-KS

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.9

จากตารางที่ 4.1.9 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ในทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์ของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการผลิตของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

รูปที่ 4.1.3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 5 และ 10 ตามลำดับ



จากตารางที่ 4.1.7– 4.1.9 และรูปที่ 4.1.3 ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มค่า MSE ที่ได้จะมีค่าลดลง ตรงกันข้ามเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่า MSE ที่ได้จะมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่เดียวกันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันและระดับความสัมพันธ์เดียวกัน พบว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้นนั้น คือค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น และค่า MSE ในแต่ละวิธีของการประมาณค่าจะสูงขึ้น เนื่องจากความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนส่งผลให้การกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้สูงขึ้น และพิจารณาในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเดียวกัน พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า MSE จะมีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดของค่า MSE จะลดลงมากเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างในสถานการณ์ของค่าความแปรปรวนที่มีค่ามาก ส่วนในสถานการณ์ที่ค่าของความแปรปรวนมีค่าน้อยอัตราการลดของค่า MSE ค่อยๆ ลดลงเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.1.10 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	1.3365	1.0594	1.7586	1.1281	0.9952	1.4544
		BIAS ²	0.0632	0.0928	0.0038	0.1394	0.2018	0.0093
		PDMSE	34.2946	6.4510	76.7082	13.3541	0.0000	46.1415
	30	MSE	0.2597	0.2579	0.2901	0.2559	0.2736	0.2884
		BIAS ²	0.0117	0.2736	0.2884	0.0299	0.0522	0.0010
		PDMSE	1.4850	0.7816	13.3646	0.0000	6.9168	12.7003
	50	MSE	0.1823	0.1800	0.1998	0.1786	0.1817	0.1997
		BIAS ²	0.0043	0.0068	0.0011	0.0108	0.0183	0.0010
		PDMSE	2.0717	0.7839	11.8701	0.0000	1.7357	11.8141
	100	MSE	0.0767	0.0764	0.0802	0.0752	0.0753	0.0806
		BIAS ²	0.0010	0.0013	0.0001	0.0025	0.0032	0.0001
		PDMSE	1.9947	1.5957	6.6489	0.0000	0.1330	7.1809
0.6	15	MSE	2.9475	2.3453	2.8451	2.4167	1.6886	2.1619
		BIAS ²	0.0642	0.0463	0.0394	0.0854	0.0625	0.0480
		PDMSE	74.5529	38.8902	68.4887	43.1186	0.0000	28.0291
	30	MSE	0.3386	0.3340	0.4598	0.2832	0.2681	0.4545
		BIAS ²	0.0151	0.0100	0.0007	0.0300	0.0200	0.0006
		PDMSE	26.2962	24.5804	71.5032	5.6322	0.0000	69.5263
	50	MSE	0.2365	0.2398	0.3018	0.2031	0.2034	0.3012
		BIAS ²	0.0044	0.0030	0.0006	0.0095	0.0068	0.0005
		PDMSE	16.4451	18.0699	48.5968	0.0000	0.1477	48.3013
	100	MSE	0.1116	0.1147	0.1270	0.1004	0.1053	0.1268
		BIAS ²	0.0017	0.0011	0.0004	0.0028	0.0017	0.0004
		PDMSE	11.1554	14.2430	26.4940	0.0000	4.8805	26.2948
0.9	15	MSE	12.8965	6.1232	6.3885	9.1832	3.4221	3.9645
		BIAS ²	0.1018	0.0351	0.0362	0.0867	0.0196	0.0202
		PDMSE	276.8592	78.9311	86.6836	168.3498	0.0000	15.8499
	30	MSE	0.6390	0.6296	1.5223	0.3644	0.3031	1.4818
		BIAS ²	0.0079	0.0052	0.0042	0.0124	0.0067	0.0042
		PDMSE	110.8215	107.7202	402.2435	20.2243	0.0000	388.8816
	50	MSE	0.4939	0.5137	0.9587	0.3086	0.2933	0.9549
		BIAS ²	0.0046	0.0025	0.0013	0.0072	0.0036	0.0013
		PDMSE	68.3941	75.1449	226.8667	5.2165	0.0000	225.5711
	100	MSE	0.2962	0.3154	0.4486	0.2150	0.2282	0.4492
		BIAS ²	0.0010	0.0007	0.0006	0.0013	0.0007	0.0006
		PDMSE	37.7674	46.6977	108.6512	0.0000	6.1395	108.9302

จากตารางที่ 4.1.10 สามารถสรุปผลในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง พบว่าที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-KS และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30 และ 50 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 วิธีที่รองจากวิธี B-NHKB คือวิธี R-NHKB และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 วิธีที่รองจากวิธี B-NHKB คือวิธี B-KS ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี B-KS ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-NHKB

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.10

จากตารางที่ 4.1.10 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบวิธีในเกือบทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบวิธีของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ $X'X$ ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการ

ลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั้นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั้นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.11 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	47.8709	27.1163	21.2744	36.3772	15.8205	14.5225
		BIAS ²	0.3713	0.3516	0.2671	0.4355	0.4707	0.3415
		PDMSE	229.6326	86.7192	46.4927	150.4886	8.9379	0.0000
	30	MSE	19.2760	21.8330	19.8460	14.7501	14.1036	13.2882
		BIAS ²	0.1269	0.1939	0.1123	0.1827	0.3021	0.1410
		PDMSE	45.0610	64.3037	49.3506	11.0015	6.1363	0.0000
	50	MSE	3.9297	2.3586	4.5766	3.4095	1.8873	4.4959
		BIAS ²	0.0084	0.1933	0.0123	0.0137	0.4763	0.0108
		PDMSE	108.2181	24.9722	142.4946	80.6549	0.0000	138.2186
	100	MSE	1.8556	1.3330	1.9708	1.7573	1.1185	1.9682
		BIAS ²	0.0053	0.0869	0.0036	0.0067	0.1993	0.0035
		PDMSE	65.9008	19.1775	76.2003	57.1122	0.0000	75.9678
0.6	15	MSE	89.3809	48.1608	28.6968	64.0341	27.1967	17.2140
		BIAS ²	0.6307	0.1508	0.1136	0.5492	0.1539	0.1468
		PDMSE	419.2338	179.7769	66.7062	271.9885	57.9918	0.0000
	30	MSE	47.3837	38.0725	22.1031	35.6163	20.4678	14.5587
		BIAS ²	0.0639	0.0871	0.0874	0.1001	0.1412	0.0814
		PDMSE	225.4666	161.5103	51.8206	144.6393	40.5881	0.0000
	50	MSE	4.9639	2.7928	6.6726	3.7959	1.6625	6.5252
		BIAS ²	0.0259	0.1029	0.0208	0.0312	0.1931	0.0207
		PDMSE	198.5805	67.9880	301.3594	128.3248	0.0000	292.4932
	100	MSE	2.8628	1.7788	3.3341	2.4885	1.1480	3.3335
		BIAS ²	0.0074	0.0376	0.0098	0.0079	0.0820	0.0095
		PDMSE	149.3728	54.9477	190.4268	116.7683	0.0000	190.3746
0.9	15	MSE	257.1673	117.4232	53.7939	212.6246	59.3532	27.8592
		BIAS ²	1.0873	0.2919	0.0853	0.8575	0.1459	0.0396
		PDMSE	823.0965	321.4881	93.0920	663.2114	113.0470	0.0000
	30	MSE	91.7942	99.0489	46.6582	66.9527	50.6936	26.4809
		BIAS ²	0.6144	0.1499	0.0573	0.5045	0.0871	0.0361
		PDMSE	246.6431	274.0390	76.1957	152.8339	91.4346	0.0000
	50	MSE	13.2102	7.9396	25.0310	7.9319	3.3329	23.1225
		BIAS ²	0.0259	0.0240	0.0408	0.0255	0.0325	0.0385
		PDMSE	296.3575	138.2190	651.0276	137.9879	0.0000	593.7652
	100	MSE	7.0402	3.9998	11.4454	4.5260	1.7148	11.2982
		BIAS ²	0.0527	0.0343	0.0880	0.0351	0.0243	0.0878
		PDMSE	310.5552	133.2517	567.4481	163.9375	0.0000	558.8640

จากตารางที่ 4.1.11 สามารถสรุปผลในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 วิธี B-NLW ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-NHKB เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 วิธี B-NLW ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NLW เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.11

จากตารางที่ 4.1.11 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบพหุคูณในเกือบทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบคูณแบบพหุคูณของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.1.12 แสดงการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ					
			R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	MSE	202.8562	130.6320	74.1890	153.7076	72.5464	44.3094
		BIAS ²	0.8211	0.7300	0.3650	0.8242	0.7488	0.3513
		PDMSE	357.8175	194.8178	67.4340	246.8961	63.7269	0.0000
	30	MSE	110.9285	87.0845	52.7280	74.8657	51.2299	32.7406
		BIAS ²	0.2157	0.1900	0.1574	0.2130	0.3944	0.2061
		PDMSE	238.8102	165.9832	61.0478	128.6632	56.4721	0.0000
	50	MSE	15.7278	6.8694	17.9817	13.4919	4.3985	17.2095
		BIAS ²	0.0211	0.4873	0.0162	0.0297	0.9954	0.0171
		PDMSE	257.5719	56.1760	308.8144	206.7387	0.0000	291.2584
	100	MSE	7.6568	3.8840	8.1160	7.2231	2.8505	8.0624
		BIAS ²	0.0215	0.3182	0.0222	0.0228	0.7045	0.0225
		PDMSE	168.6125	36.2568	184.7220	153.3976	0.0000	182.8416
0.6	15	MSE	243.0092	167.2369	90.8267	190.9509	101.0792	51.5680
		BIAS ²	1.4794	0.5182	0.2713	1.1823	0.3439	0.1847
		PDMSE	371.2403	224.3036	76.1300	270.2895	96.0115	0.0000
	30	MSE	130.7075	140.3244	73.7220	89.7550	78.7250	45.5189
		BIAS ²	0.2252	0.2274	0.1270	0.1831	0.1952	0.1166
		PDMSE	187.1500	208.2772	61.9591	97.1818	72.9501	0.0000
	50	MSE	21.6820	9.6991	28.3310	16.2809	5.0239	26.5127
		BIAS ²	0.0470	0.2582	0.0505	0.0510	0.4626	0.0514
		PDMSE	331.5771	93.0592	463.9244	224.0690	0.0000	427.7314
	100	MSE	11.2297	4.8858	12.9169	9.7534	2.6825	12.7706
		BIAS ²	0.0349	0.1724	0.0346	0.0373	0.3232	0.0368
		PDMSE	318.6281	82.1361	381.5247	263.5937	0.0000	376.0708
0.9	15	MSE	616.0527	397.6579	124.7917	439.8349	209.5004	56.9719
		BIAS ²	2.0324	1.3393	0.4367	1.6551	0.7948	0.2222
		PDMSE	981.3273	597.9895	119.0408	672.0208	267.7258	0.0000
	30	MSE	402.6229	281.3246	115.7459	290.8936	145.4363	59.3034
		BIAS ²	1.1781	1.0930	0.2687	0.7203	0.5469	0.0992
		PDMSE	578.9204	374.3819	95.1758	390.5176	145.2411	0.0000
	50	MSE	53.1421	30.3337	87.2924	31.4581	12.5578	72.4451
		BIAS ²	0.2071	0.0678	0.1148	0.1840	0.0667	0.0863
		PDMSE	323.1800	141.5527	595.1249	150.5065	0.0000	476.8932
	100	MSE	28.2114	14.0951	44.2924	18.4657	5.9288	42.3957
		BIAS ²	0.0422	0.0545	0.0474	0.0439	0.0526	0.0465
		PDMSE	375.8366	137.7395	647.0719	211.4576	0.0000	615.0806

จากตารางที่ 4.1.12 สามารถสรุปผลในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 วิธี B-NLW ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี B-NHKB เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง พบว่าในทุกๆ ขนาดตัวอย่างของแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 วิธี B-NLW ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือ วิธี R-NLW เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 วิธี B-NHKB ให้ค่า MSE น้อยที่สุดรองลงมาคือวิธี R-NHKB

ความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$)

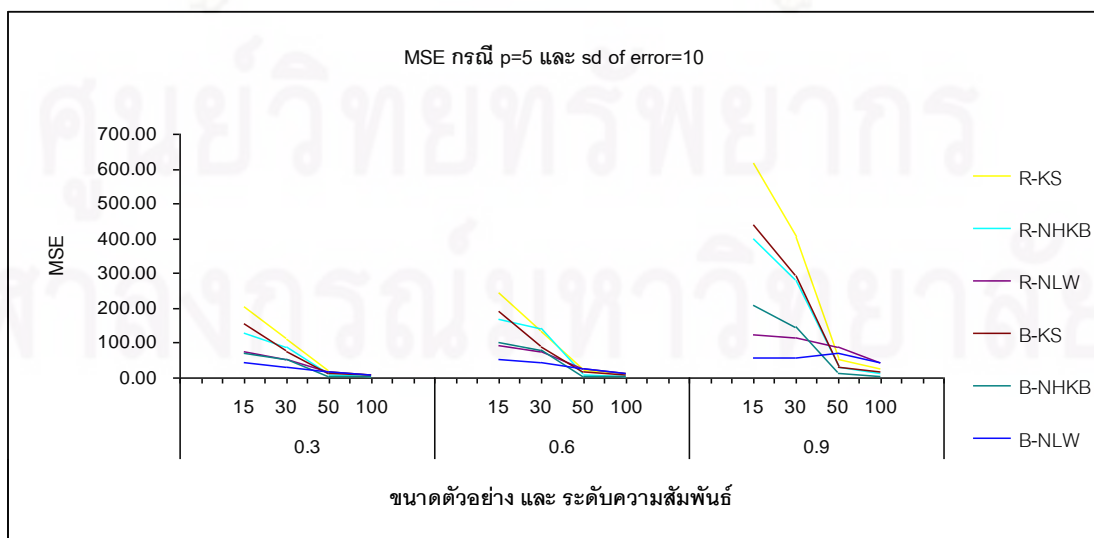
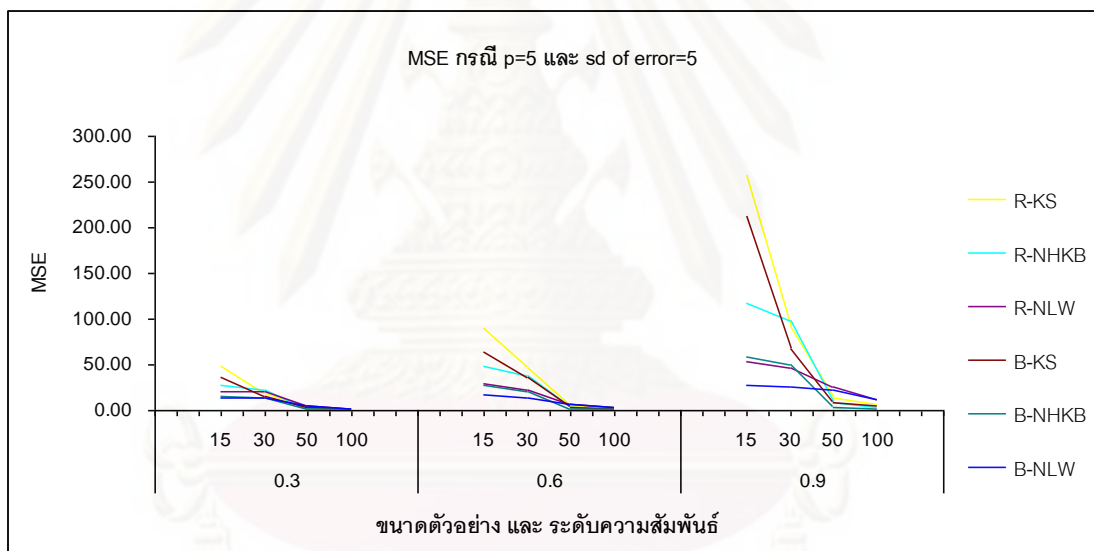
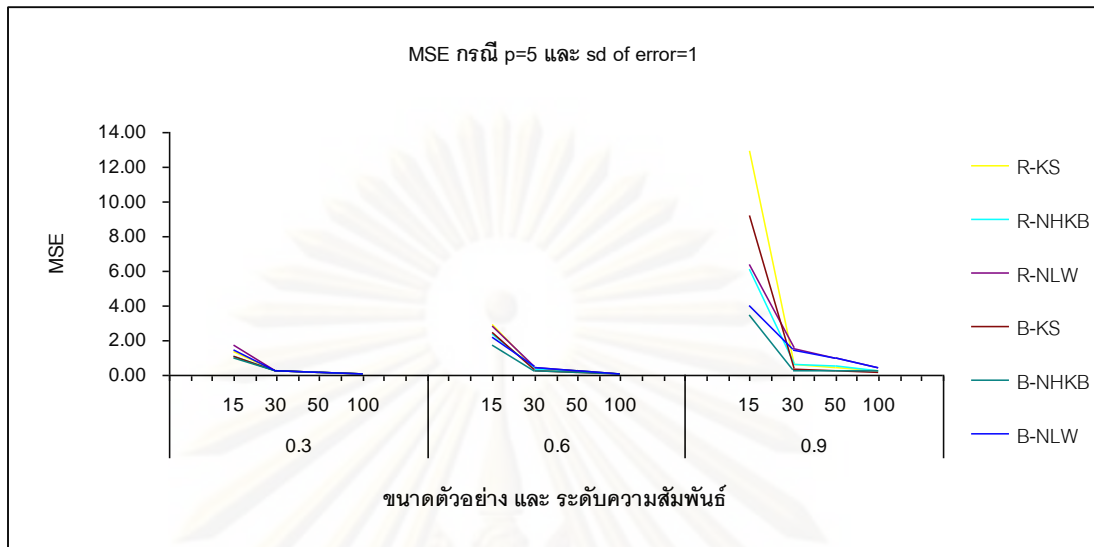
สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.12

จากตารางที่ 4.1.12 จะเห็นได้ว่าจากวิธีของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบพหุคูณในเกือบทุกสถานการณ์ให้ค่า MSE มากกว่าวิธีความถดถอยแบบคูณแบบพหุคูณของทุกๆ ค่า k โดยที่ทั้ง 6 วิธี ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเจน และจะพบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลง จึงส่งผลให้ค่า MSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' ลดลง จึงทำให้ค่า MSE เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั้นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน

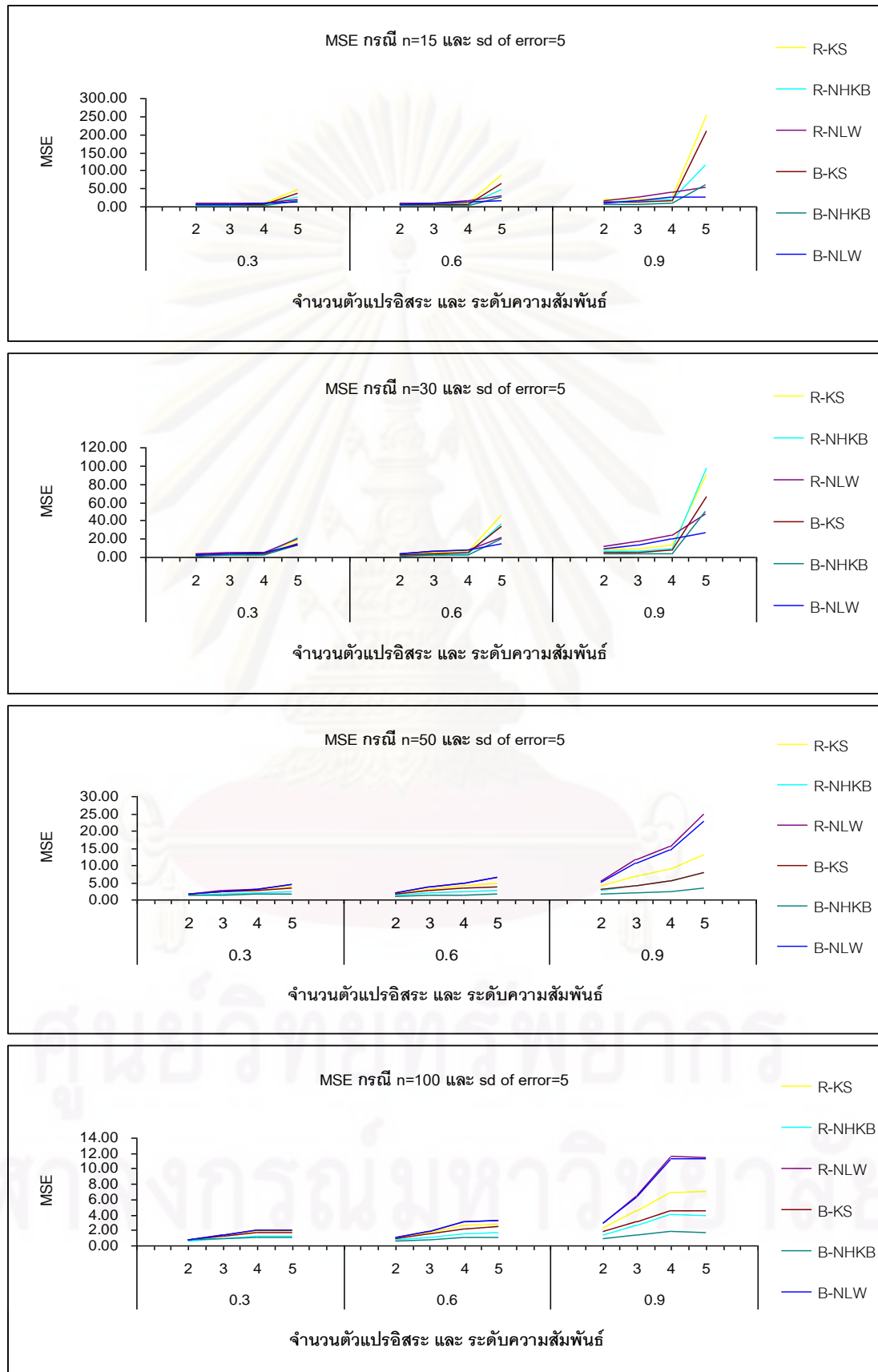
รูปที่ 4.1.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 5 และ 10 ตามลำดับ



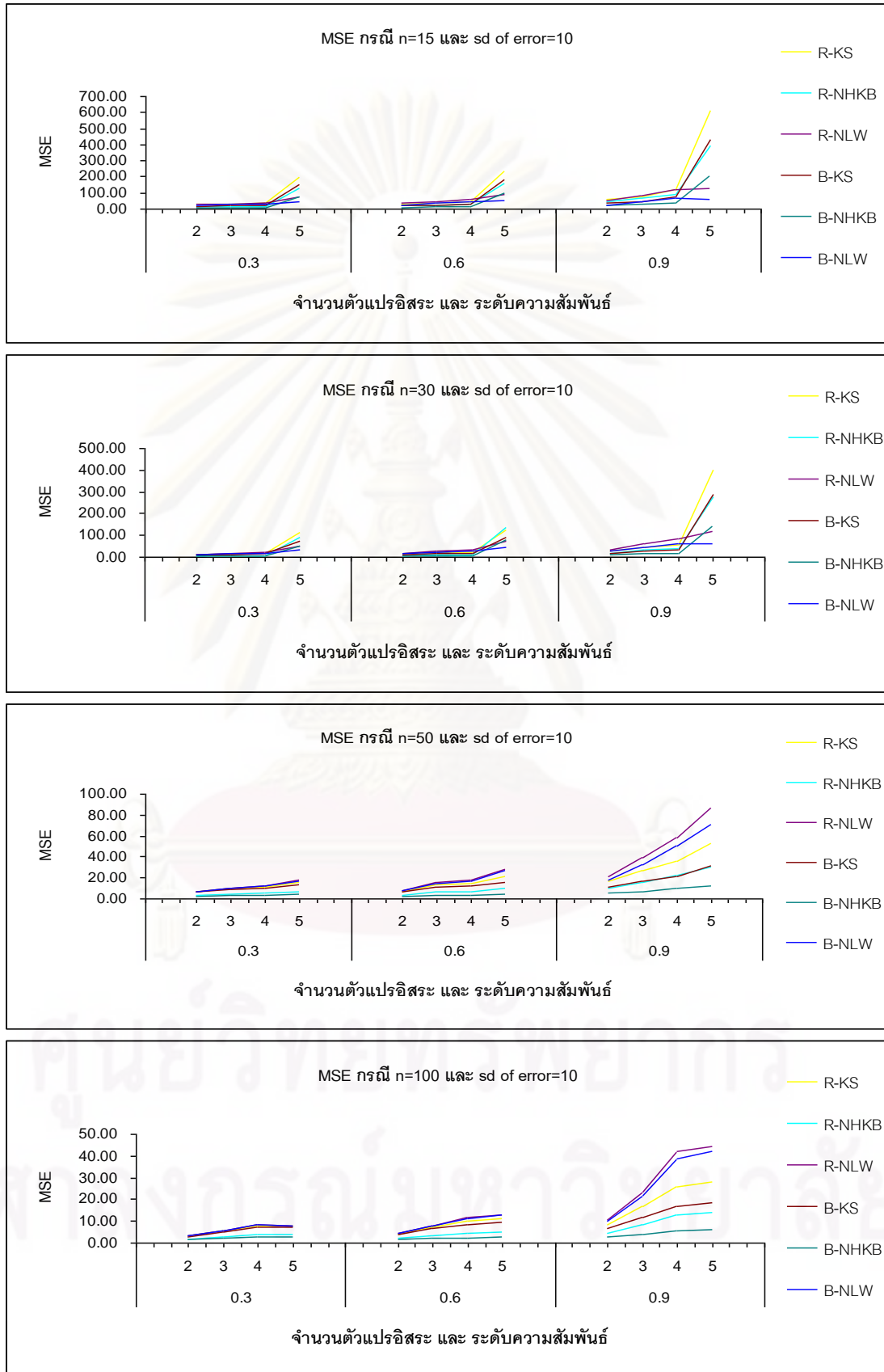
จากตารางที่ 4.1.10– 4.1.12 และรูปที่ 4.1.4 ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มค่า MSE ที่ได้จะมีค่าลดลง ตรงกันข้ามเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่า MSE ที่ได้จะมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่เดียวกันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันและระดับความสัมพันธ์เดียวกัน พบว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้นนั้น คือค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น และค่า MSE ในแต่ละวิธีของการประมาณค่าจะสูงขึ้น เนื่องจากความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนส่งผลให้การกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้และพิจารณาในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเดียวกัน พบว่าเมื่อ อกขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า MSE จะมีแนวโน้มลดลง ซึ่ง อัตราการลดของค่า MSE จะลดลงมากเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างในสถานการณ์ของค่าความแปรปรวนที่มีค่ามาก ส่วนในสถานการณ์ที่ค่าของความแปรปรวนมีค่าน้อยอัตราการลดของค่า MSE ค่อยๆ ลดลงเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่าง

จากตารางที่ 4.1.1– 4.1.12 และรูปที่ 4.1.1-4.1.4 พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากัน ระดับความสัมพันธ์ที่ระดับเดียวกัน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเท่ากัน เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีจำนวนเพิ่มขึ้น ค่า MSE จะมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น

รูปที่ 4.1.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 , 30 , 50 และ 100 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5



รูปที่ 4.1.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 , 30 , 50 และ 100 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10

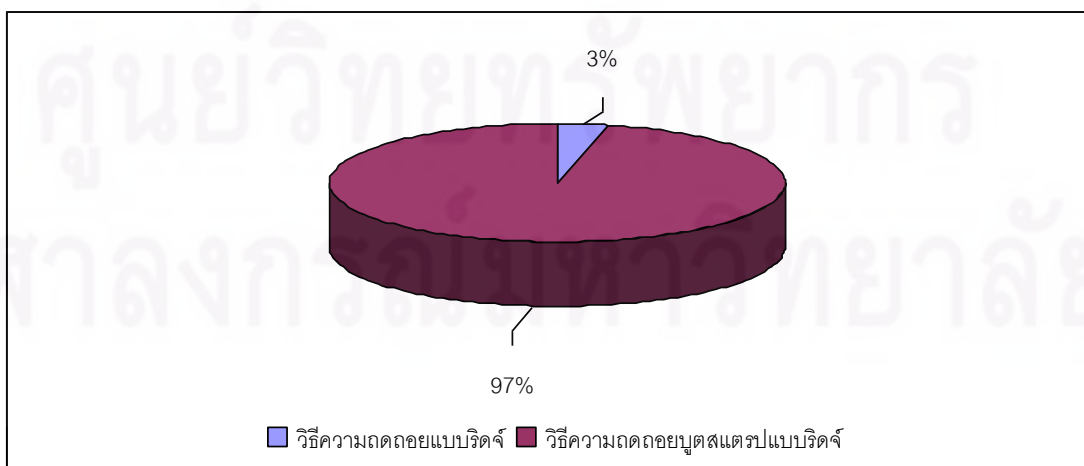


จากรูปที่ 4.1.5-4.1.7 พบว่าเมื่อมีปัจจัยที่กำหนดในสถานการณ์ที่ส่งผลต่อค่า MSE เดียวกัน ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า MSE มีแนวโน้มลดลง กรณีของจำนวนตัวแปรอิสระ พบว่าถ้าระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระต่ำ เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยและมีแนวโน้มที่จะคงที่หรือลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เพราะว่ามีปัจจัยที่มีปัญหาพหุสัมพันธ์กันค่อนข้างน้อยมาอธิบายสมการถดถอย แต่ในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระสูง จะทำให้เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์มากขึ้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระยิ่งทำให้ค่า MSE สูงขึ้น เพราะไม่สามารถบอกได้ว่าการที่มีจำนวนตัวแปรอิสระหลายตัวจะสามารถอธิบายได้ดีขึ้นด้วยสาเหตุที่มีปัญหาพหุสัมพันธ์กันสูง

ในขณะเดียวกันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากัน ระดับความสัมพันธ์เดียวกัน และจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากันพบว่าเมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า MSE ในแต่ละวิธีจะสูงขึ้น เนื่องจากความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนส่งผลให้การกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้สูงขึ้น และพิจารณาในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเดียวกัน พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า MSE จะมีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดของค่า MSE จะลดลงมากเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างในสถานการณ์ของค่าความแปรปรวนที่มีค่ามาก ส่วนในสถานการณ์ที่ความแปรปรวนมีค่าน้อยอัตราการลดของค่า MSE ค่อยๆ ลดลงเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่าง

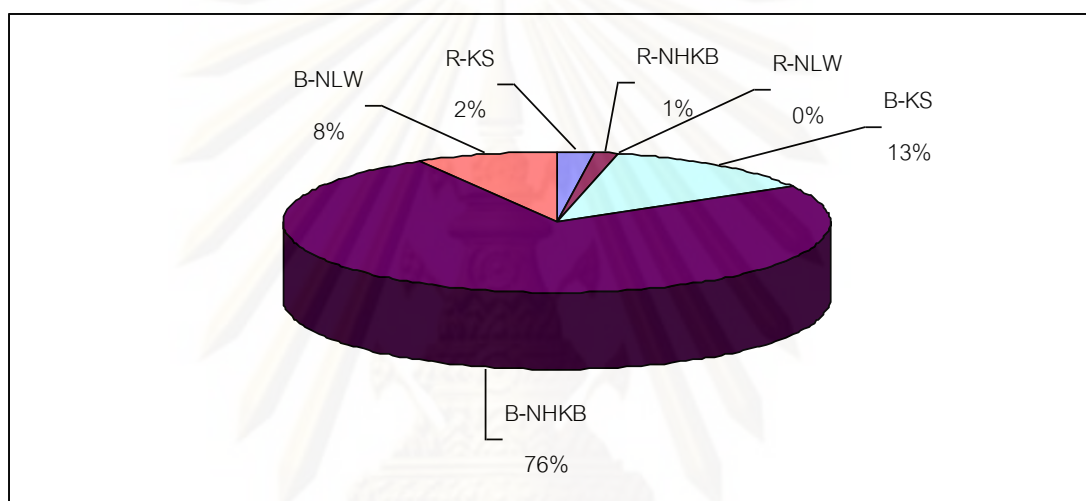
จากตารางที่ 4.1.1-4.1.12 สามารถสรุปและเปรียบเทียบจำนวนของสถานการณ์ทดลองทั้งหมดของแต่ละวิธีที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยที่สถานการณ์ในการทดลองสำหรับการประมาณค่าแบบจุดมี 144 สถานการณ์ ซึ่งจะทำการเปรียบเทียบเป็นค่าเปอร์เซ็นต์เพื่อง่ายต่อการสรุปผลที่ได้ว่าวิธีใดมีความเหมาะสมในการทดลองครั้งนี้ แสดงดังกราฟต่อไปนี้

รูปที่ 4.1.8 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด



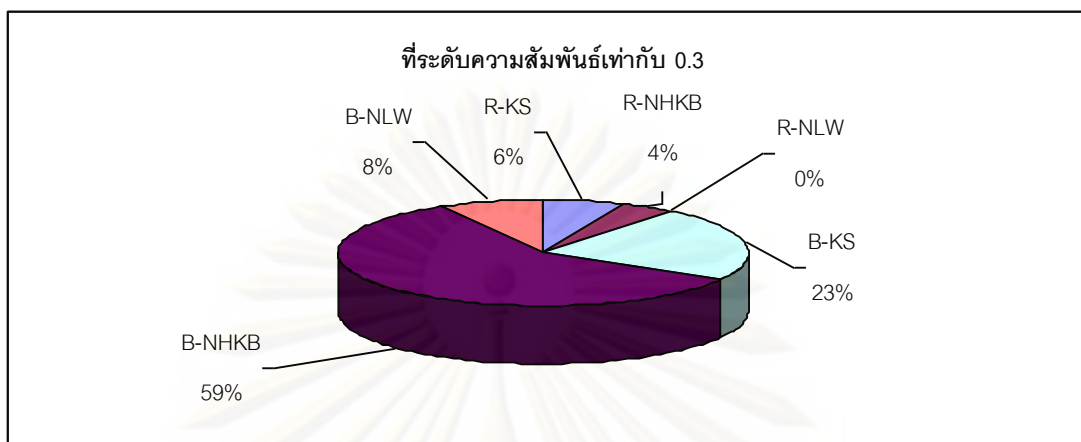
จากรูปที่ 4.1.8 เป็นกราฟแสดงเปอร์เซ็นต์ของวิธีความถดถอยแบบริดจ์และวิธีความถดถอยบุตรสเตรปแบบริดจ์ รวมทุกวิธีการประมาณค่า k พบว่าจากจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยบุตรสเตรปแบบริดจ์เป็นวิธีที่มีจำนวนสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุดมากที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 97% และส่วนที่เหลืออีก 3% ของสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยแบบริดจ์เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

รูปที่ 4.1.9 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยแบ่งตามวิธีการประมาณค่า k



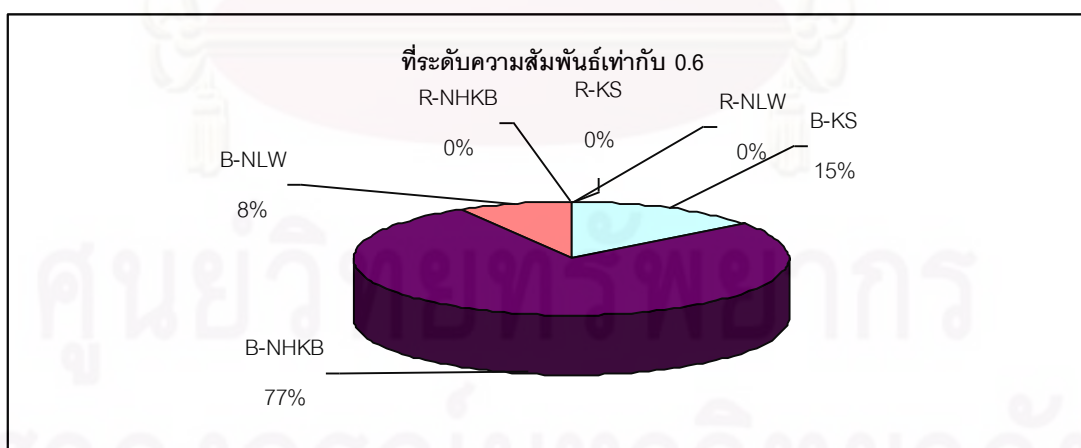
จากรูปที่ 4.1.9 เป็นกราฟแสดงเปอร์เซ็นต์ของวิธีความถดถอยแบบริดจ์และวิธีความถดถอยบุตรสเตรปแบบริดจ์ ที่ได้แยกตามวิธีการประมาณค่า k ทั้ง 3 วิธี พบว่าจาก 97% ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมดที่วิธีความถดถอยบุตรสเตรปแบบริดจ์มีค่า MSE น้อยที่สุด สามารถแบ่งตามวิธีการประมาณค่า k โดยที่วิธี New HKB เป็นวิธีที่มีจำนวนสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุดมากที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 76% รองลงมาคือวิธี KS และวิธี New LW มีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 13% และ 8% ตามลำดับ ส่วนอีก 3% ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด ซึ่งเป็นการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบริดจ์ สามารถแบ่งตามวิธีการประมาณค่า k โดยวิธี KS เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุดมากที่สุดจากจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด รองลงมาคือวิธี New HKB โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 2% และ 1% ตามลำดับ และวิธี New LW ไม่มีสถานการณ์ใดที่มีค่า MSE น้อยที่สุด

รูปที่ 4.1.10 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยพิจารณาที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3



จากรูปที่ 4.1.10 พบว่าโดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์ที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 วิธีความถดถอยแบบตรรกะเป็นวิธีที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 90% และมากกว่าครึ่งของสถานการณ์ที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 วิธีความถดถอยแบบตรรกะประมาณค่า k ด้วยวิธี New HKB เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี KS และวิธี New LW ตามลำดับ

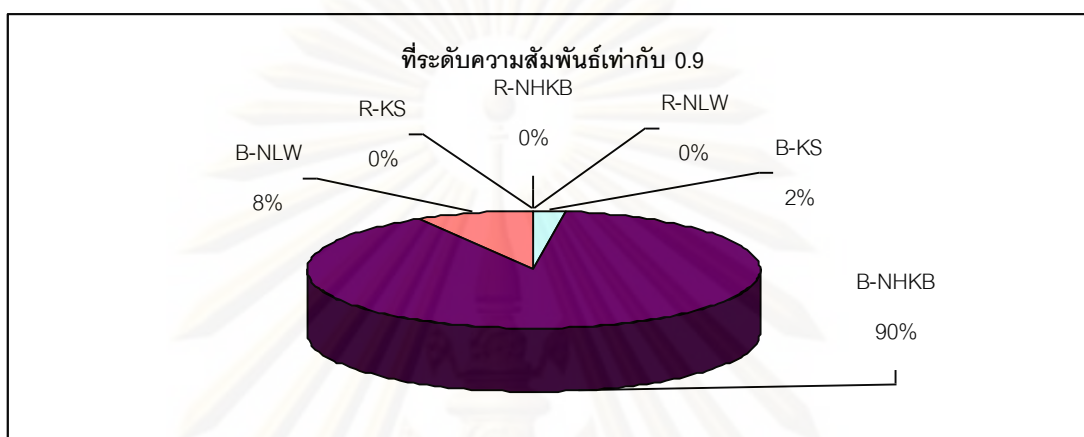
รูปที่ 4.1.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยพิจารณาที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.6



จากรูปที่ 4.1.11 พบว่าทุกสถานการณ์ที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.6 วิธีความถดถอยแบบตรรกะเป็นวิธีที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 100% สามารถแบ่งตามวิธีการประมาณค่า k โดยที่วิธี New HKB เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่

ให้ค่า MSE น้อยที่สุดมากที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 77% รองลงมาคือวิธี KS และวิธี New LW มีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 15% และ 8% ตามลำดับ

รูปที่ 4.1.12 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยพิจารณาที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.9



จากรูปที่ 4.1.12 พบว่าทุกสถานการณ์ที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.9 วิธีความถดถอยแบบวิธีวิธีเป็นวิธีที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 100% สามารถแบ่งตามวิธีการประมาณค่า k โดยที่วิธี New HKB เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุดมากที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 90% รองลงมาคือวิธี New LW และวิธี KS มีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 8% และ 2% ตามลำดับ

จากรูปที่ 4.1.8-4.1.12 จะเห็นได้ว่าโดยส่วนใหญ่ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมดเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กับวิธีความถดถอยแบบวิธีวิธีเป็นวิธีที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด และเมื่อพิจารณาระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระประกอบ เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.6 และ 0.9 พบว่าวิธีความถดถอยแบบวิธีวิธีเป็นวิธีที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 100% และนั่นแสดงว่า 3% ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมดซึ่งเป็นการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบวิธีวิธี จะอยู่ในสถานการณ์ที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3

เมื่อระดับความสัมพันธ์มีค่าเพิ่มขึ้นการประมาณค่า k ด้วยวิธี New HKB จะมีเปอร์เซ็นต์เพิ่มขึ้นและวิธีอื่นๆ มีค่าลดลง นั่นแสดงว่าการประมาณค่าด้วยวิธีนี้มีความเหมาะสมเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันสูง

ผลสรุปรวมของการประมาณค่าแบบจุด

จากตารางที่ 4.1.1-4.1.12 และรูปที่ 4.1.1-4.1.7 พบว่าเกือบทุกสถานการณ์ของการทดลองทั้งหมด การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีความถดถอยบุตรสเตรปแบบบริดจ์ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยส่วนใหญ่วิธีการประมาณค่า k ด้วยวิธี New HKB จะให้ค่า MSE ต่ำสุด รองลงมาคือวิธี KS และวิธี New LW ตามลำดับ และจะพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อย วิธีของการประมาณค่าแต่ละวิธีจะให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันมากและมีค่าน้อย ในทางตรงกันข้ามเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่ามากขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้อย่างชัดเจนและค่า MSE ที่ได้จะมีค่าสูงขึ้น นั่นคือค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่ามากขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมีค่ามากขึ้นส่งผลให้ค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้กรณีของการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระ พบว่าถ้าระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระต่ำ เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยและมีแนวโน้มที่จะคงที่หรือลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เพราะว่ามีปัจจัยที่มีปัญหาพหุสัมพันธ์กันค่อนข้างน้อยมาอธิบายสมการถดถอย แต่ในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระสูง จะทำให้เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์มากขึ้น การเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระยิ่งทำให้ค่า MSE สูงขึ้น เพราะไม่สามารถบอกได้ว่าการที่มีจำนวนตัวแปรอิสระหลายตัวจะสามารถอธิบายได้ดีขึ้นด้วยสาเหตุที่มีปัญหาพหุสัมพันธ์กันสูง

จากลักษณะแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงของค่า MSE ที่ได้ในการทดลอง สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่า MSE ได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง

ค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น หมายความว่าเราได้ข้อมูลมากขึ้นเพื่อที่จะนำมาใช้ในการอธิบายสมการความถดถอยเชิงพหุ จึงส่งผลทำให้ค่า MSE ลดลงและมีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุถูกต้องมากขึ้น

2. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

ค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นและมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุคูณลดลง

3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

ค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อค่าของ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน เพิ่มขึ้น หมายความว่าความคลาดเคลื่อนมีการกระจายมากขึ้น ส่งผลให้การกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้สูงขึ้น จึงทำให้ค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นและมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุคูณลดลง

4. จำนวนตัวแปรอิสระ

ค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จึงทำให้ค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นและมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุคูณลดลง

ดังนั้นสามารถสรุปผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของค่า MSE ดังนี้ ค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน และจำนวนตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ค่า MSE มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้พบว่าค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดของค่า MSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า PDMSE มีแนวโน้มลดลง และในกรณีที่ความสัมพันธ์ระดับต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ค่า PDMSE มีค่าใกล้เคียงกัน นั่นแสดงว่าวิธีของการประมาณค่าในแต่ละวิธีเมื่อมีระดับความสัมพันธ์ต่ำและมีขนาดตัวอย่างใหญ่จะให้ค่า MSE ไม่แตกต่างกัน นั่นหมายความว่าแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพของการประมาณใกล้เคียงกัน และในทางตรงกันข้ามเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ระดับความสัมพันธ์สูง ส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน มาก และจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้นค่า PDMSE มีค่าสูง และค่า PDMSE ที่ได้ของแต่ละวิธีในการประมาณค่ามีค่าแตกต่างกันอย่างเห็น ได้ชัดและมีความแตกต่างกันค่อนข้างมาก ดังนั้น

วิธีการประมาณค่าแต่ละวิธีจะให้ประสิทธิภาพหรือความเหมาะสมในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแตกต่างกัน

จากแต่ละวิธีของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุของทุกสถานการณ์ ค่า $BIAS^2$ มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในทุกๆ ระดับความสัมพันธ์ แต่จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น และจำนวนขนาดตัวอย่างน้อย และการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์จะให้ค่า $BIAS^2$ น้อยกว่าวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์ในทุกๆ ค่า k โดยที่วิธีการประมาณค่า k ด้วยวิธี New LW ให้ค่า $BIAS^2$ น้อยสุดรองลงมาคือวิธี KS และวิธี New HKB ตามลำดับ จากค่าของ MSE ที่ได้และความสัมพันธ์ของค่า MSE และค่า $BIAS^2$ แสดงให้เห็นว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ให้ค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยสูงกว่าวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์ในทุกๆ ค่า k นั่นคือวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์จะให้ค่าความแปรปรวนลดลงและให้ค่า $BIAS^2$ เพิ่มขึ้นจากวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ แต่อัตราการเพิ่มของค่า $BIAS^2$ น้อยกว่าอัตราการลดของความแปรปรวน จึงทำให้วิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์ในทุกๆ ค่า k มีค่า MSE ต่ำกว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ในเกือบทุกสถานการณ์

4.3.2 ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุสำหรับกรณีของการประมาณค่าแบบช่วง

ผลการวิจัยในส่วนนี้เป็นการนำเสนอผลการทดลองการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงในแต่ละวิธี รวมไปถึงข้อสรุปของผลการทดลองที่ได้ ซึ่งนำเสนอในรูปของตารางที่ 4.2.1 – 4.2.36

ตารางที่ 4.2.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.8880	0.7727	0.8973	0.7927	0.6480	0.8267	1.2002	1.0411	1.3669	0.9813	0.8463	1.1176
	30	0.8940	0.8647	0.9007	0.8667	0.7833	0.8713	0.7110	0.6727	0.7501	0.6450	0.6089	0.6808
	50	0.9000	0.8887	0.8987	0.8773	0.8287	0.8767	0.4971	0.4827	0.5074	0.4693	0.4552	0.4789
	100	0.9133	0.9033	0.9127	0.9053	0.8787	0.8993	0.3455	0.3407	0.3491	0.3343	0.3296	0.3378
0.6	15	0.8893	0.8320	0.9100	0.8253	0.7293	0.8573	1.2718	1.1576	1.5544	1.0411	0.9459	1.2763
	30	0.8833	0.8567	0.8847	0.8680	0.8020	0.8547	0.7854	0.7312	0.8541	0.7128	0.6627	0.7753
	50	0.8907	0.8807	0.8913	0.8740	0.8580	0.8707	0.5480	0.5276	0.5682	0.5168	0.4972	0.5361
	100	0.9067	0.9040	0.9013	0.8987	0.8913	0.8900	0.3853	0.3783	0.3927	0.3732	0.3664	0.3803
0.9	15	0.9047	0.8700	0.8907	0.8933	0.8287	0.8600	1.6026	1.4095	2.1259	1.3105	1.1513	1.7401
	30	0.8833	0.8680	0.8860	0.9013	0.8860	0.8667	1.0812	0.9846	1.3808	0.9837	0.8951	1.2571
	50	0.9000	0.8960	0.8960	0.9060	0.9167	0.8740	0.7736	0.6973	0.9001	0.7287	0.6563	0.8488
	100	0.9120	0.9120	0.9133	0.9200	0.9273	0.8953	0.5765	0.5432	0.6285	0.5594	0.5269	0.6100

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9360	0.8420	0.9407	0.8567	0.7160	0.8833	1.4672	1.2727	1.6710	1.1611	1.0011	1.3242
	30	0.9507	0.9153	0.9527	0.9240	0.8507	0.9247	0.8565	0.8103	0.9037	0.7650	0.7225	0.8075
	50	0.9500	0.9340	0.9513	0.9280	0.8973	0.9273	0.5960	0.5787	0.6084	0.5563	0.5397	0.5681
	100	0.9553	0.9480	0.9573	0.9480	0.9327	0.9447	0.4129	0.4072	0.4172	0.3972	0.3915	0.4013
0.6	15	0.9453	0.8953	0.9520	0.8900	0.7900	0.9007	1.5547	1.4151	1.9002	1.2304	1.1179	1.5076
	30	0.9387	0.9180	0.9420	0.9253	0.8620	0.9140	0.9461	0.8808	1.0289	0.8451	0.7860	0.9199
	50	0.9433	0.9373	0.9427	0.9333	0.9107	0.9273	0.6570	0.6325	0.6813	0.6145	0.5913	0.6373
	100	0.9553	0.9547	0.9540	0.9500	0.9480	0.9447	0.4605	0.4521	0.4693	0.4427	0.4346	0.4513
0.9	15	0.9527	0.9247	0.9400	0.9360	0.8773	0.9073	1.9591	1.7231	2.5989	1.5487	1.3615	2.0576
	30	0.9393	0.9320	0.9427	0.9453	0.9307	0.9100	1.3025	1.1861	1.6634	1.1670	1.0623	1.4908
	50	0.9487	0.9453	0.9560	0.9547	0.9593	0.9333	0.9275	0.8360	1.0792	0.8649	0.7792	1.0072
	100	0.9613	0.9600	0.9587	0.9607	0.9633	0.9513	0.6889	0.6492	0.7512	0.6631	0.6248	0.7228

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9827	0.9147	0.9800	0.9367	0.8040	0.9447	2.0570	1.7843	2.3426	1.4824	1.2794	1.6897
	30	0.9913	0.9767	0.9933	0.9767	0.9227	0.9807	1.1565	1.0942	1.2203	0.9810	0.9261	1.0361
	50	0.9900	0.9860	0.9920	0.9787	0.9587	0.9787	0.7954	0.7723	0.8119	0.7140	0.6929	0.7289
	100	0.9900	0.9867	0.9900	0.9807	0.9727	0.9833	0.5467	0.5390	0.5523	0.5095	0.5021	0.5148
0.6	15	0.9833	0.9373	0.9807	0.9307	0.8473	0.9353	2.1392	1.9495	2.6719	1.5421	1.4002	1.9274
	30	0.9847	0.9720	0.9840	0.9680	0.9280	0.9640	1.2776	1.1894	1.3893	1.0836	1.0074	1.1781
	50	0.9887	0.9880	0.9900	0.9747	0.9747	0.9707	0.8768	0.8440	0.9091	0.7876	0.7578	0.8169
	100	0.9900	0.9907	0.9873	0.9793	0.9827	0.9793	0.6097	0.5986	0.6213	0.5684	0.5578	0.5794
0.9	15	0.9967	0.9833	0.9907	0.9727	0.9287	0.9607	2.7465	2.4156	3.6435	1.9767	1.7407	2.6332
	30	0.9833	0.9833	0.9833	0.9780	0.9727	0.9687	1.7588	1.6016	2.2462	1.4905	1.3567	1.9038
	50	0.9893	0.9913	0.9907	0.9880	0.9900	0.9807	1.2377	1.1156	1.4402	1.1089	0.9994	1.2902
	100	0.9927	0.9920	0.9927	0.9913	0.9900	0.9840	0.9121	0.8594	0.9944	0.8519	0.8028	0.9290

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.3 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.6	15	ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับความสัมพันธ์ระดับ 0.3	ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับความสัมพันธ์ระดับ 0.3
	30		
	50		
	100		
0.9	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	100	ทุกวิธี	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHK และวิธี B-KS มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน รองลงมาคือวิธี B-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความ ยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของ สถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-KS วิธี B-KS และวิธี R-NHKB ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	B-KS
0.6	15	ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับ	ผลสรุปสอดคล้อง
	30	ความสัมพันธ์ระดับ 0.3	กับความสัมพันธ์
	50		ระดับ 0.3
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.9	15	R-KS , R-NLW , B-KS	R-KS
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	100	ทุกวิธี	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB และวิธี B-KS มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน รองลงมาคือวิธี B-NHKB และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี R-KS รองลงมาคือวิธี B-KS และวิธี B-NHKB มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดวิธี R-NHKB

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS	R-KS
	30	R-KS , R-NLW	
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NLW	B-NLW
0.6	15	ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับ ความสัมพันธ์ระดับ 0.3	ผลสรุปสอดคล้อง กับความสัมพันธ์ ระดับ 0.3
	30		
	50		
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB	B-NHKB
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	100	ทุกวิธี	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NLW รองลงมาคือวิธี R-NHKB วิธี B-NHKB ตามลำดับ และน้อยสุดวิธี B-KS และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี R-KS และวิธี R-NHKB มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน รองลงมาคือวิธี B-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9113	0.7133	0.8813	0.8893	0.6440	0.8407	5.1728	2.7866	5.2542	4.2308	2.2691	4.2950
	30	0.9073	0.6893	0.8953	0.8927	0.6487	0.8660	3.5242	2.0036	3.5672	3.2100	1.8169	3.2491
	50	0.8980	0.7313	0.8927	0.8873	0.6727	0.8773	2.4760	1.6313	2.4991	2.3339	1.5345	2.3556
	100	0.9093	0.8013	0.9087	0.8980	0.7700	0.8933	1.7242	1.3381	1.7436	1.6709	1.2956	1.6898
0.6	15	0.8913	0.7333	0.8687	0.8987	0.7007	0.8560	5.3475	3.1330	5.6421	4.3800	2.5543	4.6204
	30	0.9160	0.7380	0.9027	0.9100	0.7073	0.8753	3.7353	2.1714	3.9475	3.3982	1.9680	3.5910
	50	0.9027	0.7953	0.8960	0.8953	0.7673	0.8787	2.6879	1.7382	2.7764	2.5419	1.6381	2.6255
	100	0.9047	0.8287	0.9067	0.9013	0.8180	0.8913	1.9134	1.4115	1.9596	1.8505	1.3656	1.8949
0.9	15	0.8953	0.8053	0.8673	0.9053	0.7833	0.8680	5.9902	4.1981	6.5133	4.9150	3.4406	5.3471
	30	0.8893	0.7907	0.8607	0.9233	0.8013	0.8620	4.6069	2.9386	5.5391	4.1910	2.6692	5.0427
	50	0.8947	0.8080	0.8853	0.9140	0.8240	0.8780	3.6131	2.0899	4.2218	3.4051	1.9645	3.9773
	100	0.8907	0.8500	0.8907	0.9027	0.8847	0.8807	2.7612	1.6711	3.0845	2.6741	1.6151	2.9868

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9480	0.7900	0.9267	0.9373	0.7120	0.9033	6.3237	3.4065	6.4232	5.0086	2.6872	5.0887
	30	0.9540	0.7680	0.9447	0.9433	0.7187	0.9293	4.2453	2.4136	4.2971	3.8091	2.1561	3.8553
	50	0.9467	0.7920	0.9413	0.9340	0.7413	0.9233	2.9686	1.9558	2.9963	2.7704	1.8197	2.7964
	100	0.9580	0.8707	0.9573	0.9547	0.8333	0.9507	2.0606	1.5992	2.0838	1.9830	1.5375	2.0053
0.6	15	0.9507	0.8120	0.9380	0.9373	0.7573	0.9067	6.5372	3.8300	6.8974	5.1828	3.0208	5.4625
	30	0.9567	0.8100	0.9507	0.9553	0.7727	0.9333	4.4996	2.6157	4.7553	4.0311	2.3357	4.2576
	50	0.9580	0.8540	0.9560	0.9493	0.8233	0.9387	3.2226	2.0840	3.3288	3.0174	1.9435	3.1168
	100	0.9480	0.8947	0.9480	0.9440	0.8787	0.9393	2.2867	1.6869	2.3419	2.1986	1.6197	2.2516
0.9	15	0.9553	0.8807	0.9367	0.9467	0.8407	0.9133	7.3229	5.1321	7.9623	5.8129	4.0669	6.3278
	30	0.9427	0.8673	0.9213	0.9580	0.8573	0.9173	5.5496	3.5400	6.6726	4.9645	3.1638	5.9731
	50	0.9540	0.8820	0.9493	0.9573	0.8740	0.9393	4.3319	2.5057	5.0616	4.0417	2.3316	4.7226
	100	0.9407	0.9187	0.9413	0.9507	0.9340	0.9307	3.3000	1.9972	3.6863	3.1688	1.9171	3.5404

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9887	0.8793	0.9820	0.9720	0.8080	0.9487	8.8653	4.7758	9.0049	6.3703	3.4198	6.4696
	30	0.9907	0.8687	0.9880	0.9807	0.7960	0.9713	5.7326	3.2592	5.8026	4.8831	2.7584	4.9416
	50	0.9820	0.8720	0.9793	0.9747	0.8320	0.9713	3.9614	2.6098	3.9984	3.5647	2.3407	3.5987
	100	0.9940	0.9473	0.9940	0.9887	0.9153	0.9893	2.7279	2.1171	2.7586	2.5456	1.9743	2.5743
0.6	15	0.9960	0.9013	0.9907	0.9820	0.8253	0.9580	9.1647	5.3693	9.6697	6.6050	3.8558	6.9653
	30	0.9920	0.8873	0.9893	0.9813	0.8440	0.9720	6.0760	3.5321	6.4213	5.1622	2.9929	5.4485
	50	0.9920	0.9340	0.9913	0.9827	0.8913	0.9807	4.3004	2.7809	4.4421	3.8738	2.4958	4.0011
	100	0.9880	0.9547	0.9867	0.9833	0.9347	0.9813	3.0273	2.2332	3.1003	2.8266	2.0841	2.8946
0.9	15	0.9927	0.9533	0.9867	0.9713	0.9013	0.9573	10.2661	7.1948	11.1626	7.3996	5.1744	8.0506
	30	0.9860	0.9327	0.9753	0.9840	0.9087	0.9573	7.4940	4.7802	9.0103	6.3532	4.0551	7.6404
	50	0.9880	0.9567	0.9867	0.9853	0.9367	0.9760	5.7807	3.3438	6.7545	5.1823	2.9987	6.0546
	100	0.9887	0.9840	0.9893	0.9827	0.9707	0.9767	4.3687	2.6439	4.8801	4.0672	2.4581	4.5444

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.4-4.2.6 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.6	15	R-KS , R-NLW , B-KS	
	30	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
	50		
	100		
0.9	15	R-KS , R-NLW , B-KS	
	30	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
	50		
	100		R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS วิธี R-NLW และวิธี B-KS ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-NLW รองลงมาคือวิธี B-NHKB ตามลำดับ และวิธี R-NHKB ไม่มีสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของ
 สถานการณ์ที่มีค่า ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-KS
 รองลงมาคือวิธี B-NHKB ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , B-KS	B-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.6	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
	100		
0.9	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-NHKB
	30	R-KS , B-KS , B-NLW	
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าผลการทดลอง
 สอดคล้องกับผลการทดลองที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าผลการทดลองสอดคล้อง
 กับผลการทดลองที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS	R-KS
	30	R-KS , R-NLW	
	50	ไม่มี	ไม่มี
	100	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
0.6	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100		
0.9	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	
	50		B-KS
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่ามีบางสถานการณ์ที่
การประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความ
เชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการ
ทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับ
แรกคือวิธี R-KS รองลงมาคือวิธี R-NLW วิธี B-KS ตามลำดับ และน้อยสุดคือวิธี R-NHKB
และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน ส่วนวิธี B-NHKB ไม่มีสถานการณ์ใดที่ให้ค่า
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ
ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ไม่มีวิธีใดที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความ
เชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีวิธีที่ให้จำนวนของ
สถานการณ์ที่มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี R-NHKB และ
วิธี R-KS ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9120	0.7400	0.8867	0.8993	0.7227	0.8553	10.2027	4.9059	9.4874	8.3618	4.0002	7.7752
	30	0.9153	0.7027	0.9047	0.8993	0.6847	0.8747	6.9650	3.2677	6.6729	6.3267	2.9592	6.0610
	50	0.9053	0.7080	0.8993	0.8920	0.6867	0.8827	4.9340	2.5517	4.8301	4.6436	2.3963	4.5456
	100	0.9140	0.7000	0.9073	0.8980	0.6767	0.8893	3.4417	1.9306	3.4268	3.3354	1.8675	3.3210
0.6	15	0.9067	0.7567	0.8900	0.9013	0.7320	0.8713	10.6531	5.7086	9.9279	8.7469	4.6740	8.1580
	30	0.8947	0.7087	0.8840	0.9033	0.7260	0.8753	7.4183	3.6299	7.3131	6.7455	3.2917	6.6510
	50	0.9087	0.7293	0.9033	0.9060	0.7287	0.8900	5.3516	2.6685	5.2933	5.0598	2.5145	5.0038
	100	0.9027	0.7373	0.8993	0.8980	0.7320	0.8873	3.8241	2.1056	3.8471	3.6984	2.0371	3.7206
0.9	15	0.9140	0.8247	0.8993	0.9247	0.8353	0.9120	11.7431	8.1720	11.1863	9.6628	6.7103	9.1869
	30	0.8807	0.7700	0.8567	0.9113	0.7820	0.8600	9.0434	4.9711	9.1839	8.2128	4.5102	8.3433
	50	0.8967	0.7993	0.8867	0.9260	0.8307	0.8940	7.1522	3.7019	7.6291	6.7579	3.4979	7.2126
	100	0.9013	0.8167	0.8973	0.9180	0.8180	0.8967	5.4584	2.6164	5.8330	5.2903	2.5313	5.6549

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9633	0.8227	0.9420	0.9413	0.7773	0.9053	12.4726	5.9974	11.5982	9.8931	4.7236	9.2018
	30	0.9560	0.7713	0.9493	0.9473	0.7540	0.9273	8.3903	3.9364	8.0383	7.5116	3.5081	7.1990
	50	0.9507	0.7713	0.9460	0.9387	0.7533	0.9300	5.9156	3.0593	5.7910	5.5046	2.8420	5.3879
	100	0.9580	0.7633	0.9520	0.9473	0.7407	0.9413	4.1132	2.3072	4.0953	3.9520	2.2134	3.9346
0.6	15	0.9573	0.8320	0.9407	0.9420	0.7940	0.9147	13.0232	6.9787	12.1367	10.3399	5.5262	9.6326
	30	0.9487	0.7880	0.9420	0.9400	0.7913	0.9227	8.9363	4.3726	8.8097	7.9867	3.9015	7.8803
	50	0.9600	0.7920	0.9600	0.9493	0.7800	0.9427	6.4163	3.1994	6.3463	6.0047	2.9839	5.9365
	100	0.9447	0.8067	0.9407	0.9413	0.7973	0.7973	4.5702	2.5163	4.5977	4.3924	2.4162	4.4186
0.9	15	0.9620	0.8947	0.9553	0.9513	0.8820	0.9467	14.3558	9.9901	13.6751	11.4187	7.9399	10.8667
	30	0.9460	0.8407	0.9240	0.9400	0.8427	0.9067	10.8940	5.9884	11.0632	9.7394	5.3368	9.8890
	50	0.9533	0.8700	0.9467	0.9593	0.8760	0.9360	8.5751	4.4384	9.1468	8.0189	4.1425	8.5526
	100	0.9533	0.8833	0.9520	0.9553	0.8807	0.9373	6.5234	3.1268	6.9711	6.2768	3.0012	6.7062

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.9 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9920	0.8973	0.9793	0.9800	0.8400	0.9520	17.4857	8.4080	16.2598	12.6169	6.0366	11.7460
	30	0.9913	0.8640	0.9867	0.9800	0.8307	0.9680	11.3298	5.3155	10.8545	9.6172	4.4983	9.2075
	50	0.9933	0.8533	0.9927	0.9767	0.8300	0.9740	7.8941	4.0825	7.7278	7.0721	3.6431	6.9233
	100	0.9907	0.8400	0.9900	0.9807	0.8147	0.9773	5.4452	3.0544	5.4216	5.0771	2.8432	5.0537
0.6	15	0.9940	0.9107	0.9880	0.9707	0.8487	0.9480	18.2576	9.7837	17.0148	13.1799	7.0509	12.2730
	30	0.9880	0.8833	0.9847	0.9853	0.8600	0.9747	12.0671	5.9046	11.8961	10.2470	5.0039	10.0994
	50	0.9913	0.8747	0.9913	0.9827	0.8387	0.9827	8.5622	4.2695	8.4688	7.7095	3.8281	7.6235
	100	0.9867	0.8833	0.9853	0.9820	0.8673	0.9773	6.0503	3.3313	6.0867	5.6480	3.1098	5.6831
0.9	15	0.9953	0.9480	0.9927	0.9860	0.9267	0.9793	20.1258	14.0053	19.1715	14.5343	10.0987	13.8285
	30	0.9913	0.9160	0.9773	0.9813	0.8987	0.9593	14.7107	8.0864	14.9392	12.5072	6.8517	12.7083
	50	0.9893	0.9320	0.9847	0.9860	0.9180	0.9760	11.4430	5.9228	12.2059	10.2778	5.3193	10.9675
	100	0.9900	0.9373	0.9867	0.9880	0.9280	0.9807	8.6359	4.1394	9.2287	8.0488	3.8453	8.6030

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.7-4.2.9 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	B-NLW
	100		
0.6	15	ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับความสัมพันธ์ระดับ 0.3	B-KS
	30		
	50		B-NLW
	100		B-KS
0.9	15	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	B-NLW
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS วิธี R-NLW และวิธี B-KS ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และวิธี B-NLW มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธี R-NHKB และวิธี B-NHKB ไม่มีสถานการณ์ใดที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากที่สุดคือวิธี R-NLW และวิธี B-KS และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	B-NLW
0.6	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	B-NLW
	100	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
0.9	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-NLW
	30	R-KS , B-KS , B-NLW	B-KS
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี B-KS ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NLW รองลงมาคือวิธี B-NLW ตามลำดับ ส่วนวิธี R-NHKB และวิธี B-NHKB ไม่มีสถานการณ์ใดที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าผลการทดลองสอดคล้องกับผลการทดลองที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS	R-KS
	30	R-KS , R-NLW	R-NLW
	50		
	100		
0.6	15	R-KS , R-NLW	R-NLW
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	R-NLW
	100	R-KS , R-NLW	R-KS
0.9	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30	R-KS	R-KS
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NLW รองลงมาคือวิธี B-KS และวิธี B-NLW ตามลำดับ ส่วนวิธี R-NHKB และวิธี B-NHKB ไม่มีสถานการณ์ใดที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-KS และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน รองลงมาคือวิธี R-KS และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2.10 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.8820	0.8105	0.8915	0.7685	0.6310	0.7975	0.9998	0.9248	1.0870	0.7753	0.7127	0.8470
	30	0.8960	0.8705	0.9040	0.8485	0.7995	0.8605	0.7232	0.6920	0.7740	0.6438	0.6153	0.6897
	50	0.8960	0.8800	0.9010	0.8665	0.8410	0.8665	0.5168	0.5048	0.5351	0.4825	0.4710	0.4998
	100	0.9105	0.9080	0.9110	0.8930	0.8890	0.8925	0.3779	0.3727	0.3844	0.3637	0.3588	0.3701
0.6	15	0.9045	0.8905	0.9130	0.8175	0.7605	0.8275	1.0825	1.0113	1.2769	0.8391	0.7814	0.9976
	30	0.8835	0.8825	0.8900	0.8675	0.8515	0.8520	0.7930	0.7687	0.9004	0.7073	0.6850	0.8046
	50	0.8980	0.8955	0.9065	0.8890	0.8870	0.8840	0.6082	0.5955	0.6524	0.5675	0.5554	0.6088
	100	0.8965	0.8970	0.9000	0.8880	0.8880	0.8875	0.4400	0.4356	0.4576	0.4234	0.4192	0.4405
0.9	15	0.9045	0.9095	0.9065	0.8860	0.8860	0.8400	1.2830	1.1852	2.0571	0.9931	0.9172	1.6043
	30	0.9070	0.9155	0.9115	0.9285	0.9350	0.8770	1.0994	1.0444	1.5383	0.9775	0.9284	1.3695
	50	0.9110	0.9105	0.9125	0.9290	0.9420	0.8855	0.8949	0.8606	1.1407	0.8346	0.8025	1.0649
	100	0.9090	0.9115	0.9095	0.9300	0.9340	0.8960	0.6919	0.6818	0.7952	0.6665	0.6568	0.7660

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9355	0.8860	0.9425	0.8275	0.7100	0.8585	1.2254	1.1334	1.3321	0.9163	0.8418	1.0011
	30	0.9495	0.9380	0.9525	0.9125	0.8635	0.9185	0.8715	0.8340	0.9327	0.7629	0.7288	0.8170
	50	0.9420	0.9430	0.9415	0.9235	0.9065	0.9215	0.6197	0.6054	0.6417	0.5724	0.5590	0.5930
	100	0.9560	0.9530	0.9555	0.9430	0.9370	0.9420	0.4516	0.4455	0.4595	0.4313	0.4254	0.4389
0.6	15	0.9495	0.9435	0.9615	0.8760	0.8325	0.8900	1.3266	1.2394	1.5650	0.9937	0.9246	1.1813
	30	0.9360	0.9350	0.9415	0.9135	0.9065	0.9080	0.9556	0.9264	1.0851	0.8374	0.8111	0.9522
	50	0.9525	0.9520	0.9515	0.9395	0.9375	0.9305	0.7294	0.7141	0.7822	0.6742	0.6598	0.7232
	100	0.9530	0.9545	0.9495	0.9450	0.9465	0.9385	0.5258	0.5206	0.5469	0.5028	0.4978	0.5230
0.9	15	0.9535	0.9570	0.9525	0.9300	0.9260	0.8930	1.5724	1.4526	2.5211	1.1766	1.0864	1.8979
	30	0.9555	0.9585	0.9590	0.9550	0.9615	0.9310	1.3249	1.2587	1.8539	1.1597	1.1010	1.6244
	50	0.9615	0.9640	0.9585	0.9665	0.9755	0.9420	1.0731	1.0320	1.3679	0.9910	0.9529	1.2638
	100	0.9565	0.9580	0.9565	0.9650	0.9670	0.9470	0.8269	0.8148	0.9503	0.7908	0.7792	0.9092

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2 12 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9860	0.9670	0.9845	0.9180	0.8020	0.9305	1.7292	1.5993	1.8798	1.1667	1.0707	1.2741
	30	0.9860	0.9805	0.9870	0.9650	0.9335	0.9710	1.1781	1.1274	1.2608	0.9770	0.9340	1.0467
	50	0.9910	0.9875	0.9900	0.9755	0.9650	0.9725	0.8272	0.8081	0.8566	0.7351	0.7178	0.7616
	100	0.9905	0.9910	0.9910	0.9835	0.9810	0.9825	0.5979	0.5898	0.6083	0.5541	0.5465	0.5636
0.6	15	0.9915	0.9900	0.9930	0.9395	0.9070	0.9550	1.8720	1.7490	2.2083	1.2620	1.1757	1.5003
	30	0.9865	0.9855	0.9860	0.9700	0.9620	0.9620	1.2918	1.2523	1.4668	1.0725	1.0399	1.2190
	50	0.9905	0.9925	0.9895	0.9815	0.9830	0.9790	0.9736	0.9532	1.0442	0.8674	0.8488	0.9311
	100	0.9865	0.9880	0.9890	0.9825	0.9835	0.9790	0.6961	0.6892	0.7241	0.6466	0.6400	0.6725
0.9	15	0.9915	0.9920	0.9905	0.9660	0.9695	0.9475	2.2187	2.0498	3.5575	1.4963	1.3807	2.4141
	30	0.9875	0.9910	0.9895	0.9845	0.9855	0.9755	1.7910	1.7015	2.5061	1.4875	1.4125	2.0834
	50	0.9925	0.9945	0.9915	0.9920	0.9950	0.9810	1.4324	1.3776	1.8260	1.2724	1.2230	1.6221
	100	0.9890	0.9895	0.9905	0.9905	0.9915	0.9830	1.0948	1.0788	1.2581	1.0137	0.9988	1.1649

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.10-4.2.12 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50	ทุกวิธี	B-NHKB
	100		
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	30		
	50	ทุกวิธี	
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-NHKB วิธี B-KS และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-NHKB และวิธี R-KS ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	50		
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	100	ทุกวิธี	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	50	ทุกวิธี	
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS และวิธี B-NHKB มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี B-NLW

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-NHKB และวิธี R-KS ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	B-KS
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB	B-NHKB
	100		
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	50		
	100	ทุกวิธี	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-NHKB วิธี B-KS และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-NHKB วิธี R-KS และวิธี B-KS ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9065	0.7775	0.9035	0.8550	0.6895	0.8290	4.7556	2.8252	4.9235	3.7097	2.1828	3.8420
	30	0.8945	0.7855	0.8905	0.8810	0.7440	0.8625	3.4278	2.1297	3.6275	3.0554	1.8907	3.2344
	50	0.8945	0.8070	0.8960	0.8790	0.7640	0.8650	2.5773	1.7654	2.6757	2.4030	1.6425	2.4950
	100	0.8995	0.8295	0.8985	0.8855	0.8165	0.8775	1.8831	1.4306	1.9268	1.8098	1.3740	1.8519
0.6	15	0.9045	0.8315	0.8990	0.8800	0.7605	0.8375	4.9477	3.1330	5.5167	3.8494	2.4187	4.2955
	30	0.8940	0.8295	0.8955	0.8980	0.8240	0.8595	3.8113	2.3935	4.3006	3.3893	2.1234	3.8262
	50	0.8945	0.8445	0.8955	0.8915	0.8580	0.8720	2.9453	1.9390	3.1932	2.7510	1.8083	2.9823
	100	0.9050	0.8740	0.9035	0.9030	0.8905	0.8930	2.1806	1.5561	2.3024	2.1017	1.4984	2.2194
0.9	15	0.9055	0.8845	0.8925	0.9125	0.8765	0.8700	6.1987	5.0560	7.7380	4.8335	3.9405	6.0385
	30	0.9130	0.8800	0.9005	0.9365	0.9015	0.8920	4.7368	3.2455	6.7213	4.2211	2.8866	5.9952
	50	0.9125	0.8890	0.9105	0.9370	0.9275	0.8985	4.0174	2.6243	5.3742	3.7512	2.4474	5.0212
	100	0.8955	0.8780	0.8960	0.9250	0.9325	0.8830	3.2407	2.0670	3.9499	3.1218	1.9904	3.8063

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2 14 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9570	0.8535	0.9545	0.9065	0.7630	0.8855	5.8284	3.4625	6.0341	4.3887	2.5825	4.5437
	30	0.9555	0.8585	0.9545	0.9360	0.8200	0.9175	4.1311	2.5667	4.3717	3.6228	2.2431	3.8326
	50	0.9535	0.8730	0.9515	0.9335	0.8450	0.9260	3.0904	2.1170	3.2085	2.8470	1.9456	2.9564
	100	0.9490	0.8980	0.9500	0.9430	0.8805	0.9390	2.2506	1.7098	2.3028	2.1507	1.6321	2.2001
0.6	15	0.9585	0.9055	0.9515	0.9255	0.8280	0.8900	6.0637	3.8396	6.7611	4.5572	2.8641	5.0837
	30	0.9515	0.8995	0.9505	0.9450	0.8825	0.9220	4.5931	2.8846	5.1829	4.0250	2.5184	4.5419
	50	0.9515	0.9155	0.9505	0.9455	0.9090	0.9310	3.5318	2.3251	3.8289	3.2601	2.1422	3.5343
	100	0.9600	0.9370	0.9570	0.9550	0.9405	0.9455	2.6060	1.8597	2.7517	2.4919	1.7768	2.6311
0.9	15	0.9575	0.9485	0.9525	0.9490	0.9140	0.9190	7.5969	6.1965	9.4836	5.7185	4.6603	7.1435
	30	0.9575	0.9420	0.9555	0.9615	0.9400	0.9360	5.7086	3.9114	8.1002	5.0152	3.4286	7.1151
	50	0.9555	0.9420	0.9545	0.9700	0.9580	0.9420	4.8173	3.1469	6.4443	4.4560	2.9055	5.9654
	100	0.9485	0.9355	0.9470	0.9605	0.9605	0.9385	3.8731	2.4703	4.7207	3.7043	2.3615	4.5148

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.15 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9880	0.9365	0.9880	0.9630	0.8505	0.9525	8.2244	4.8859	8.5147	5.5787	3.2868	5.7754
	30	0.9880	0.9350	0.9885	0.9755	0.8895	0.9720	5.5845	3.4697	5.9097	4.6513	2.8745	4.9240
	50	0.9915	0.9585	0.9910	0.9830	0.9260	0.9775	4.1254	2.8259	4.2830	3.6547	2.4983	3.7948
	100	0.9880	0.9665	0.9880	0.9800	0.9435	0.9790	2.9797	2.2636	3.0488	2.7636	2.0974	2.8277
0.6	15	0.9920	0.9620	0.9905	0.9705	0.8990	0.9550	8.5565	5.4182	9.5405	5.7986	3.6453	6.4716
	30	0.9885	0.9660	0.9885	0.9805	0.9455	0.9690	6.2091	3.8994	7.0064	5.1598	3.2323	5.8164
	50	0.9880	0.9750	0.9880	0.9825	0.9640	0.9755	4.7145	3.1038	5.1112	4.1597	2.7378	4.5098
	100	0.9925	0.9840	0.9925	0.9860	0.9795	0.9845	3.4503	2.4621	3.6431	3.2006	2.2814	3.3802
0.9	15	0.9910	0.9875	0.9915	0.9765	0.9625	0.9655	10.7200	8.7439	13.3822	7.2755	5.9336	9.0893
	30	0.9900	0.9830	0.9900	0.9875	0.9765	0.9805	7.7170	5.2874	10.9500	6.4236	4.3996	9.1157
	50	0.9935	0.9895	0.9945	0.9910	0.9855	0.9825	6.4306	4.2008	8.6025	5.7074	3.7174	7.6434
	100	0.9885	0.9845	0.9875	0.9865	0.9855	0.9775	5.1278	3.2706	6.2499	4.7645	3.0374	5.8056

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.13-4.2.15 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50		
	100		
0.6	15	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW	B-NHKB
	30		
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW	B-NHKB
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	B-KS
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS วิธี R-NLW และวิธี B-KS ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดคือวิธี R-NHKB วิธี B-NHKB และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากที่สุดคือวิธี B-KS และรองลงมาคือวิธี B-NHKB ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.6	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	50		
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	B-KS
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี R-NHKB และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี B-NHKB

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี B-NHKB และวิธี R-KS ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100		
0.6	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50		
	100	R-KS , B-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NLW	R-NHKB
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
100	ทุกวิธี		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี R-NHKB และน้อยสุดคือวิธี B-NHKB และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี R-KS รองลงมาคือวิธี R-NHKB และน้อยสุดคือวิธี B-KS และวิธี B-NHKB มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ตารางที่ 4.2.16 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9025	0.7910	0.8995	0.8995	0.7510	0.8350	9.2845	4.8647	9.2058	7.2413	3.7603	7.1811
	30	0.8995	0.7590	0.8980	0.8850	0.7675	0.8670	6.8269	3.4752	6.8890	6.0753	3.0809	6.1314
	50	0.8925	0.7600	0.8915	0.8785	0.7630	0.8715	5.1638	2.7485	5.2508	4.8071	2.5562	4.8883
	100	0.9005	0.7775	0.9005	0.8950	0.7565	0.8870	3.7776	2.1439	3.8389	3.6381	2.0625	3.6975
0.6	15	0.9080	0.8315	0.9035	0.8735	0.8085	0.8445	9.8337	5.7288	10.1740	7.6552	4.4358	7.9261
	30	0.9005	0.8105	0.9025	0.9035	0.8295	0.8775	7.5378	4.0336	8.0838	6.7111	3.5812	7.1977
	50	0.8920	0.7895	0.8900	0.8945	0.8245	0.8715	5.8764	3.1271	6.1667	5.4845	2.9140	5.7561
	100	0.8990	0.8240	0.8995	0.8995	0.8535	0.8815	4.3448	2.4419	4.5414	4.1830	2.3518	4.3711
0.9	15	0.9105	0.8860	0.8975	0.9105	0.8750	0.8925	12.0303	9.4187	13.0302	9.3827	7.3444	10.1641
	30	0.9060	0.8785	0.9035	0.9375	0.9155	0.9090	9.7433	6.4447	11.5636	8.7009	5.7600	10.3250
	50	0.9015	0.8725	0.9010	0.9360	0.9120	0.9045	7.8355	4.5812	9.7562	7.3107	4.2698	9.1001
	100	0.9120	0.8765	0.9110	0.9335	0.9130	0.9005	6.4117	3.4627	7.6502	6.1745	3.3296	7.3671

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.17 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9515	0.8660	0.9505	0.9080	0.8105	0.8900	11.3788	5.9621	11.2824	8.5661	4.4476	8.4986
	30	0.9545	0.8385	0.9535	0.9385	0.8295	0.9240	8.2274	4.1882	8.3023	7.2155	3.6605	7.2782
	50	0.9465	0.8410	0.9460	0.9320	0.8280	0.9255	6.1919	3.2958	6.2963	5.7067	3.0323	5.8027
	100	0.9470	0.8440	0.9465	0.9415	0.8375	0.9380	4.5147	2.5622	4.5880	4.3151	2.4474	4.3846
0.6	15	0.9500	0.8925	0.9475	0.9235	0.8575	0.9030	12.0518	7.0211	12.4690	9.0585	5.2473	9.3689
	30	0.9575	0.8890	0.9575	0.9515	0.8915	0.9340	9.0842	4.8612	9.7422	7.9517	4.2424	8.5306
	50	0.9480	0.8635	0.9455	0.9435	0.8815	0.9285	7.0464	3.7498	7.3945	6.5123	3.4560	6.8337
	100	0.9500	0.8985	0.9505	0.9505	0.9085	0.9420	5.1926	2.9184	5.4276	4.9633	2.7892	5.1876
0.9	15	0.9565	0.9420	0.9495	0.9435	0.9195	0.9285	14.7440	11.5433	15.9695	11.1163	8.6871	12.0392
	30	0.9545	0.9385	0.9505	0.9665	0.9465	0.9435	11.7422	7.7669	13.9359	10.3203	6.8272	12.2419
	50	0.9505	0.9280	0.9505	0.9630	0.9425	0.9460	9.3957	5.4934	11.6988	8.6717	5.0675	10.7970
	100	0.9525	0.9310	0.9530	0.9685	0.9465	0.9470	7.6629	4.1383	9.1431	7.3179	3.9521	8.7324

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.18 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9890	0.9430	0.9875	0.9570	0.8775	0.9475	16.0566	8.4131	15.9206	10.9084	5.6634	10.8073
	30	0.9930	0.9260	0.9905	0.9810	0.9020	0.9750	11.1220	5.6617	11.2232	9.2450	4.6949	9.3319
	50	0.9905	0.9410	0.9905	0.9790	0.9080	0.9745	8.2656	4.3995	8.4049	7.3259	3.8948	7.4493
	100	0.9890	0.9320	0.9900	0.9805	0.9170	0.9785	5.9772	3.3922	6.0743	5.5380	3.1432	5.6279
0.6	15	0.9890	0.9570	0.9875	0.9670	0.9125	0.9490	17.0063	9.9074	17.5950	11.5549	6.6843	11.9501
	30	0.9930	0.9555	0.9930	0.9815	0.9400	0.9765	12.2803	6.5715	13.1698	10.1970	5.4355	10.9365
	50	0.9890	0.9415	0.9860	0.9820	0.9285	0.9710	9.4063	5.0056	9.8709	8.3583	4.4323	8.7686
	100	0.9865	0.9605	0.9865	0.9855	0.9555	0.9825	6.8748	3.8639	7.1859	6.3846	3.5796	6.6758
0.9	15	0.9930	0.9835	0.9905	0.9745	0.9625	0.9665	20.8052	16.2888	22.5345	14.1294	11.0452	15.2985
	30	0.9915	0.9785	0.9915	0.9865	0.9730	0.9810	15.8734	10.4994	18.8390	13.2279	8.7481	15.6937
	50	0.9905	0.9790	0.9905	0.9890	0.9740	0.9825	12.5422	7.3331	15.6167	11.1210	6.4961	13.8459
	100	0.9895	0.9815	0.9905	0.9895	0.9750	0.9845	10.1452	5.4790	12.1050	9.4066	5.0768	11.2222

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.16-4.2.18 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50		
	100		
0.6	15	R-KS , R-NLW	B-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NLW	R-NHKB
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW	
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี B-NLW วิธี B-NHKB และวิธี R-NHKB ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-KS

รองลงมาคือวิธี B-NHKB และน้อยสุดคือวิธี R-KS และวิธี R-NHKB มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับความสัมพัทธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.6	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
	50		
	100		
0.9	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-NHKB
	30	ทุกวิธี	
	50	R-KS, R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW	
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS วิธี R-NLW และวิธี B-KS ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของ สถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-NLW รองลงมาคือวิธี B-NHKB และวิธี R-NHKB ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้ พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของ สถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี B-NHKB ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-NLW
	30		R-KS
	50		
	100		
0.6	15	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	30		
	50		
	100		
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	50		
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี R-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ ส่วนวิธี B-NHKB ไม่มีสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี R-KS รองลงมาคือวิธี R-KS และน้อยสุดคือวิธี R-NHKB และวิธี R-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ตารางที่ 4.2.19 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.8832	0.8640	0.8972	0.7484	0.6576	0.7984	0.9585	0.9207	1.0824	0.7181	0.6884	0.8171
	30	0.8972	0.8920	0.9064	0.8528	0.8200	0.8544	0.6679	0.6505	0.7131	0.5843	0.5685	0.6251
	50	0.9016	0.8956	0.9028	0.8764	0.8660	0.8728	0.5098	0.5025	0.5309	0.4708	0.4639	0.4906
	100	0.9000	0.9004	0.9020	0.8912	0.8892	0.8908	0.4032	0.3994	0.4151	0.3860	0.3823	0.3975
0.6	15	0.8976	0.9092	0.9108	0.7956	0.8060	0.8232	1.0273	1.0169	1.3204	0.7679	0.7609	0.9979
	30	0.8948	0.8976	0.9000	0.8652	0.8692	0.8540	0.7254	0.7294	0.8479	0.6332	0.6373	0.7426
	50	0.8912	0.8944	0.8940	0.8788	0.8828	0.8708	0.5823	0.5848	0.6394	0.5372	0.5396	0.5909
	100	0.9032	0.9020	0.9044	0.9000	0.9000	0.8880	0.4805	0.4830	0.5130	0.4603	0.4628	0.4915
0.9	15	0.8936	0.8980	0.8888	0.8724	0.9012	0.8044	1.3172	1.2937	2.2892	0.9863	0.9700	1.7289
	30	0.9064	0.9140	0.9092	0.9272	0.9324	0.8624	0.9925	1.0091	1.5377	0.8680	0.8834	1.3477
	50	0.8980	0.9004	0.9024	0.9296	0.9372	0.8748	0.8366	0.8616	1.1596	0.7716	0.7948	1.0703
	100	0.9052	0.9088	0.9060	0.9216	0.9236	0.8916	0.7771	0.7890	0.9307	0.7446	0.7559	0.8917

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.20 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9356	0.9264	0.9432	0.8272	0.7480	0.8624	1.1747	1.1284	1.3266	0.8504	0.8154	0.9680
	30	0.9480	0.9420	0.9508	0.9128	0.8888	0.9176	0.8048	0.7839	0.8594	0.6931	0.6743	0.7413
	50	0.9572	0.9492	0.9580	0.9300	0.9168	0.9344	0.6113	0.6025	0.6366	0.5590	0.5509	0.5823
	100	0.9456	0.9472	0.9516	0.9352	0.9356	0.9352	0.4819	0.4773	0.4962	0.4577	0.4533	0.4713
0.6	15	0.9516	0.9600	0.9552	0.8632	0.8748	0.8792	1.2590	1.2463	1.6182	0.9079	0.9004	1.1798
	30	0.9392	0.9432	0.9416	0.9168	0.9220	0.9076	0.8742	0.8790	1.0219	0.7509	0.7556	0.8796
	50	0.9452	0.9488	0.9476	0.9388	0.9380	0.9204	0.6982	0.7012	0.7667	0.6377	0.6407	0.7009
	100	0.9544	0.9536	0.9520	0.9516	0.9532	0.9400	0.5743	0.5773	0.6132	0.5458	0.5487	0.5830
0.9	15	0.9448	0.9472	0.9376	0.9160	0.9400	0.8720	1.6143	1.5856	2.8055	1.1682	1.1484	2.0455
	30	0.9540	0.9556	0.9536	0.9580	0.9688	0.9200	1.1961	1.2161	1.8531	1.0305	1.0487	1.6014
	50	0.9556	0.9596	0.9576	0.9624	0.9676	0.9320	1.0032	1.0331	1.3905	0.9154	0.9431	1.2704
	100	0.9516	0.9512	0.9536	0.9604	0.9612	0.9384	0.9288	0.9430	1.1123	0.8829	0.8966	1.0581

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.21 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9864	0.9868	0.9884	0.9064	0.8560	0.9316	1.6576	1.5923	1.8720	1.0842	1.0381	1.2336
	30	0.9888	0.9880	0.9876	0.9652	0.9568	0.9660	1.0880	1.0597	1.1617	0.8895	0.8654	0.9514
	50	0.9952	0.9944	0.9948	0.9800	0.9764	0.9832	0.8161	0.8043	0.8498	0.7181	0.7076	0.7480
	100	0.9900	0.9900	0.9912	0.9804	0.9788	0.9812	0.6381	0.6320	0.6570	0.5881	0.5825	0.6055
0.6	15	0.9900	0.9916	0.9916	0.9296	0.9464	0.9440	1.7766	1.7586	2.2834	1.1538	1.1452	1.4990
	30	0.9840	0.9868	0.9868	0.9648	0.9692	0.9612	1.1818	1.1883	1.3814	0.9625	0.9688	1.1284
	50	0.9888	0.9888	0.9884	0.9800	0.9824	0.9748	0.9320	0.9360	1.0235	0.8189	0.8226	0.9006
	100	0.9920	0.9916	0.9924	0.9856	0.9864	0.9836	0.7603	0.7644	0.8119	0.7023	0.7058	0.7496
0.9	15	0.9896	0.9908	0.9860	0.9584	0.9728	0.9316	2.2779	2.2374	3.9589	1.4850	1.4609	2.6046
	30	0.9900	0.9912	0.9904	0.9828	0.9884	0.9692	1.6169	1.6440	2.5051	1.3229	1.3452	2.0553
	50	0.9916	0.9928	0.9924	0.9880	0.9916	0.9808	1.3392	1.3791	1.8561	1.1747	1.2099	1.6286
	100	0.9852	0.9872	0.9880	0.9864	0.9896	0.9804	1.2298	1.2486	1.4728	1.1324	1.1493	1.3556

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.19-4.2.21 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	50		
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	50		
	100	ทุกวิธี	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB	
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	50		
	100	ทุกวิธี	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-NHKB วิธี B-KS และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-NHKB และวิธี R-KS ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW	
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NLW	B-NLW
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB	B-NHK
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	100	ทุกวิธี	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	30		
	50		
	100	ทุกวิธี	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-NHKB วิธี B-KS และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB และรองลงมาคือวิธี R-KS ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NLW	B-NLW
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NLW	R-KS
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50		
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS วิธี R-NHKB และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือ อวิธี B-KS รองลงมาคืออวิธี B-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี R-NHKB รองลงมาคืออวิธี B-NHKB และน้อยสุดวิธี B-KS และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ตารางที่ 4.2.22 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9128	0.8220	0.9052	0.8632	0.7236	0.8340	4.7241	2.9122	5.1537	3.5634	2.1779	3.8886
	30	0.9004	0.8160	0.9036	0.8800	0.7604	0.8660	3.1905	2.1044	3.3990	2.7946	1.8344	2.9791
	50	0.8996	0.8512	0.8988	0.8840	0.8376	0.8724	2.5044	1.8031	2.6136	2.3145	1.6631	2.4157
	100	0.9012	0.8600	0.9032	0.8952	0.8568	0.8840	1.9999	1.5013	2.0787	1.9166	1.4385	1.9925
0.6	15	0.9084	0.8616	0.9048	0.8796	0.8024	0.8264	4.9342	3.3439	5.9349	3.7174	2.5054	4.4771
	30	0.8972	0.8756	0.8960	0.8928	0.8924	0.8628	3.6432	2.4237	4.2259	3.1965	2.1203	3.7080
	50	0.9084	0.8860	0.9108	0.9096	0.9100	0.8796	2.9304	2.0211	3.2361	2.7051	1.8621	2.9880
	100	0.8956	0.8816	0.8968	0.8992	0.9168	0.8808	2.3307	1.6645	2.5338	2.2358	1.5932	2.4300
0.9	15	0.9096	0.8996	0.8944	0.9012	0.9052	0.8596	6.6950	5.4829	8.8817	5.0432	4.1313	6.7004
	30	0.9028	0.8980	0.9040	0.9280	0.9264	0.8740	4.8903	3.4867	7.1036	4.2839	3.0534	6.2237
	50	0.9040	0.8984	0.9040	0.9368	0.9464	0.8856	4.0668	2.7748	5.6195	3.7540	2.5608	5.1919
	100	0.8888	0.8856	0.8904	0.9308	0.9512	0.8804	3.4826	2.4164	4.5794	3.3366	2.3141	4.3875

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.23 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9568	0.8892	0.9540	0.9096	0.7972	0.8872	5.7898	3.5691	6.3163	4.2161	2.5767	4.6025
	30	0.9512	0.8872	0.9512	0.9304	0.8412	0.9156	3.8450	2.5361	4.0963	3.3162	2.1773	3.5326
	50	0.9560	0.9152	0.9568	0.9396	0.8980	0.9308	3.0030	2.1621	3.1339	2.7456	1.9731	2.8654
	100	0.9504	0.9216	0.9492	0.9408	0.9152	0.9364	2.3902	1.7943	2.4844	2.2733	1.7051	2.3631
0.6	15	0.9596	0.9284	0.9572	0.9276	0.8700	0.8852	6.0472	4.0982	7.2737	4.4033	2.9664	5.2993
	30	0.9452	0.9340	0.9456	0.9364	0.9372	0.9132	4.3905	2.9209	5.0928	3.7902	2.5149	4.3945
	50	0.9536	0.9384	0.9560	0.9504	0.9540	0.9376	3.5139	2.4235	3.8804	3.2093	2.2087	3.5448
	100	0.9476	0.9328	0.9468	0.9484	0.9612	0.9344	2.7856	1.9894	3.0284	2.6503	1.8910	2.8809
0.9	15	0.9600	0.9512	0.9484	0.9384	0.9364	0.9064	8.2052	6.7197	10.8852	0.9646	4.8890	7.9270
	30	0.9516	0.9496	0.9492	0.9596	0.9600	0.9284	5.8935	4.2019	8.5609	5.0804	3.6203	7.3836
	50	0.9528	0.9524	0.9524	0.9688	0.9696	0.9348	4.8765	3.3273	6.7384	4.4576	3.0400	6.1642
	100	0.9436	0.9424	0.9456	0.9664	0.9752	0.9344	4.1623	2.8881	5.4732	3.9618	2.7466	5.2078

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.24 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9924	0.9656	0.9920	0.9524	0.8752	0.9412	8.1700	5.0364	8.9129	5.3748	3.2817	5.8621
	30	0.9900	0.9656	0.9900	0.9728	0.9228	0.9700	5.1978	3.4284	5.5375	4.2436	2.7858	4.5233
	50	0.9900	0.9744	0.9904	0.9808	0.9592	0.9780	4.0087	2.8862	4.1835	3.5283	2.5336	3.6823
	100	0.9892	0.9812	0.9896	0.9832	0.9740	0.9816	3.1647	2.3757	3.2895	2.9157	2.1862	3.0308
0.6	15	0.9912	0.9820	0.9904	0.9700	0.9316	0.9484	8.5332	5.7830	10.2639	5.6017	3.7802	6.7386
	30	0.9904	0.9828	0.9908	0.9792	0.9708	0.9672	5.9353	3.9486	6.8846	4.8515	3.2150	5.6304
	50	0.9892	0.9900	0.9888	0.9840	0.9876	0.9764	4.6907	3.2351	5.1800	4.1237	2.8375	4.5539
	100	0.9908	0.9868	0.9904	0.9904	0.9864	0.9836	3.6883	2.6341	4.0097	3.4065	2.4305	3.7035
0.9	15	0.9940	0.9924	0.9900	0.9720	0.9708	0.9548	11.5783	9.4821	15.3600	7.6126	6.2279	10.0907
	30	0.9908	0.9892	0.9896	0.9856	0.9840	0.9720	7.9670	5.6803	11.5729	6.5222	4.6479	9.4660
	50	0.9888	0.9880	0.9868	0.9876	0.9900	0.9768	6.5096	4.4417	8.9951	5.7259	3.9050	7.9161
	100	0.9884	0.9892	0.9884	0.9924	0.9944	0.9788	5.5111	3.8240	7.2468	5.0852	3.5267	6.6848

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.22-4.2.24 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.6	15	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
	30	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	50	ทุกวิธี	
	100		
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	30	ทุกวิธี	
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี B-NHKB และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี R-NHKB

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS และวิธี R-KS ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.6	15	R-KS , R-NLW	B-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB ,R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	50	ทุกวิธี	
	100		
0.9	15	R-KS , R-NHKB ,R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	30		
	50	ทุกวิธี	
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี B-NHKB และวิธี R-NHKB มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี B-NLW

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-KS และวิธี B-KS ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
0.6	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NHKB ,R-NLW	R-NHKB
	50	R-KS , R-NHKB ,R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	100	ทุกวิธี	
0.9	15	R-KS , R-NHKB ,R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB ,R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี B-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-KS วิธี R-NHKB และวิธี B-KS ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2.25 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9108	0.8560	0.9080	0.8644	0.8116	0.8452	9.1159	5.1176	9.5079	6.8756	3.8306	7.1733
	30	0.9024	0.8024	0.9032	0.8828	0.8080	0.8692	6.3573	3.4702	6.6173	5.5688	3.0270	5.7987
	50	0.9028	0.8168	0.9008	0.8852	0.8300	0.8784	5.0636	2.8293	5.1869	4.6714	2.6033	4.7851
	100	0.8896	0.8168	0.8904	0.8900	0.8288	0.8780	3.9893	2.2884	4.1223	3.8205	2.1901	3.9479
0.6	15	0.9036	0.8948	0.8988	0.8800	0.8680	0.8404	9.6955	6.2985	10.8639	7.3071	4.7296	8.1974
	30	0.9052	0.8608	0.9044	0.9060	0.8908	0.8724	7.2932	4.2161	8.1543	6.3991	3.6891	7.1563
	50	0.8980	0.8556	0.8968	0.9020	0.9036	0.8800	5.7224	3.1901	6.2333	5.2807	2.9417	5.7509
	100	0.9056	0.8696	0.9056	0.9112	0.9208	0.8944	4.6206	2.6105	5.0109	4.4236	2.4987	4.7968
0.9	15	0.9052	0.8968	0.8972	0.8968	0.8972	0.8792	13.1164	10.3356	14.7498	9.9090	7.7984	11.1351
	30	0.8960	0.8880	0.8932	0.9276	0.9344	0.8900	9.7510	6.8749	12.4914	8.5599	6.0361	10.9606
	50	0.8952	0.8884	0.8948	0.9408	0.9396	0.8852	8.1046	5.1610	10.5700	7.4877	4.7692	9.7668
	100	0.8960	0.8888	0.8968	0.9328	0.9480	0.8900	6.8629	4.0082	8.9207	6.5759	3.8380	8.5478

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.26 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9532	0.9252	0.9524	0.9120	0.8776	0.8956	11.1723	6.2720	11.6526	8.1367	4.5351	8.4858
	30	0.9520	0.8848	0.9512	0.9328	0.8592	0.9196	7.6616	4.1821	7.9748	6.6083	3.5903	6.8771
	50	0.9444	0.8868	0.9448	0.9328	0.8840	0.9268	6.0718	3.3926	6.2196	5.5438	3.0901	5.6788
	100	0.9432	0.8864	0.9412	0.9372	0.8964	0.9320	4.7680	2.7350	4.9269	4.5357	2.5969	4.6874
0.6	15	0.9556	0.9460	0.9528	0.9256	0.9160	0.8908	11.8825	7.7192	13.3145	8.6500	5.5972	9.7009
	30	0.9532	0.9300	0.9544	0.9484	0.9252	0.9264	8.7893	5.0811	9.8271	7.5936	4.3807	8.4912
	50	0.9516	0.9240	0.9516	0.9492	0.9456	0.9324	6.8618	3.8253	7.4744	6.2709	3.4897	6.8296
	100	0.9552	0.9320	0.9552	0.9556	0.9568	0.9412	5.5224	3.1201	5.9890	5.2502	2.9645	5.6945
0.9	15	0.9564	0.9528	0.9516	0.9328	0.9364	0.9276	16.0751	12.6670	18.0769	11.7369	9.2336	13.1930
	30	0.9512	0.9460	0.9468	0.9592	0.9608	0.9340	11.7515	8.2853	15.0541	10.1485	7.1556	13.0015
	50	0.9468	0.9416	0.9448	0.9700	0.9704	0.9356	9.7182	6.1886	12.6746	8.8868	5.6569	11.5934
	100	0.9480	0.9444	0.9468	0.9636	0.9708	0.9372	8.2024	4.7905	10.6618	7.8121	4.5560	10.1521

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.27 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9936	0.9848	0.9920	0.9596	0.9356	0.9496	15.7651	8.8504	16.4429	10.3587	5.7862	10.8094
	30	0.9900	0.9572	0.9900	0.9744	0.9300	0.9700	10.3571	5.6534	10.7806	8.4561	4.5936	8.8044
	50	0.9892	0.9508	0.9892	0.9784	0.9420	0.9768	8.1052	4.5288	8.3025	7.1247	3.9681	7.2990
	100	0.9888	0.9600	0.9888	0.9836	0.9516	0.9776	6.3130	3.6212	6.5235	5.8251	3.3396	6.0188
0.6	15	0.9928	0.9872	0.9896	0.9632	0.9560	0.9500	16.7674	10.8926	18.7882	10.9977	7.1016	12.3405
	30	0.9924	0.9836	0.9920	0.9824	0.9672	0.9732	11.8816	6.8687	13.2846	9.7116	5.6062	10.8604
	50	0.9908	0.9844	0.9908	0.9864	0.9728	0.9792	9.1599	5.1064	9.9776	8.0451	4.4735	8.7653
	100	0.9932	0.9852	0.9940	0.9904	0.9800	0.9836	7.3119	4.1311	7.9297	6.7284	3.7990	7.2987
0.9	15	0.9932	0.9900	0.9924	0.9704	0.9668	0.9656	22.6836	17.8744	25.5083	14.9194	11.7424	16.7672
	30	0.9916	0.9888	0.9892	0.9844	0.9836	0.9772	15.8859	11.2003	20.3505	13.0055	9.1784	16.6607
	50	0.9924	0.9900	0.9920	0.9904	0.9892	0.9808	12.9729	8.2612	16.9193	11.4088	7.2608	14.8752
	100	0.9884	0.9872	0.9868	0.9884	0.9924	0.9800	10.8604	6.3428	14.1167	10.0239	5.8556	13.0290

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.25-4.2.27 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
	100		
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	R-NHKB
	30	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW	
	100		
0.9	15	ทุกวิธี	B-NHKB
	30		
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี B-NLW วิธี B-NHKB และวิธี R-NHKB ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS และน้อยสุดวิธี R-NHKB และวิธี B-KS มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30		
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB	
	30	ทุกวิธี	
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี B-NHKB วิธี R-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-KS วิธี B-KS และวิธี R-NHKB ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NLW	R-KS
	50		
	100	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	B-NHKB
	30		
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี B-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากที่สุดคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-NHKB วิธี R-KS และวิธี B-KS ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2.28 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.8833	0.8697	0.9163	0.7300	0.7127	0.8107	1.3293	1.2307	1.7997	0.9468	0.8756	1.2835
	30	0.8860	0.8847	0.8970	0.8333	0.8107	0.8427	0.6754	0.6640	0.7316	0.5787	0.5686	0.6287
	50	0.8913	0.8860	0.8943	0.8580	0.8513	0.8523	0.5626	0.5549	0.5974	0.5131	0.5061	0.5451
	100	0.8983	0.8987	0.8993	0.8840	0.8850	0.8860	0.3732	0.3724	0.3840	0.3558	0.3550	0.3661
0.6	15	0.8410	0.8503	0.8777	0.7100	0.7400	0.7623	1.8535	1.8095	2.1945	1.2791	1.2498	1.5166
	30	0.8897	0.8997	0.9013	0.8680	0.8823	0.8440	0.7578	0.7802	0.9190	0.6484	0.6686	0.7892
	50	0.8993	0.9037	0.9037	0.8917	0.8920	0.8710	0.6355	0.6502	0.7288	0.5780	0.5918	0.6638
	100	0.8980	0.8990	0.9030	0.8900	0.8910	0.8823	0.4496	0.4584	0.4829	0.4284	0.4368	0.4603
0.9	15	0.9050	0.9087	0.9147	0.8170	0.8500	0.8470	6.3883	3.0505	3.3923	2.2485	2.1096	2.3452
	30	0.9140	0.9183	0.9150	0.9390	0.9450	0.8640	1.0073	1.0619	1.6616	0.8626	0.9108	1.4284
	50	0.8973	0.9030	0.9043	0.9290	0.9323	0.8707	0.8626	0.9280	1.2845	0.7824	0.8426	1.1665
	100	0.9063	0.9063	0.9090	0.9337	0.9333	0.8897	0.7130	0.7494	0.8922	0.6787	0.7136	0.8496

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.29 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9343	0.9373	0.9637	0.8083	0.7900	0.8750	1.6341	1.5130	2.2125	1.1188	1.0354	1.5172
	30	0.9460	0.9437	0.9510	0.8933	0.8793	0.9033	0.8144	0.8006	0.8821	0.6866	0.6743	0.7453
	50	0.9470	0.9447	0.9463	0.9123	0.9117	0.9137	0.6748	0.6656	0.7166	0.6083	0.6001	0.6467
	100	0.9497	0.9503	0.9473	0.9363	0.9367	0.9333	0.4461	0.4450	0.4590	0.4223	0.4213	0.4346
0.6	15	0.9033	0.9093	0.9287	0.7860	0.8133	0.8303	2.2873	2.2330	2.7082	1.5120	1.4786	1.7935
	30	0.9483	0.9533	0.9540	0.9230	0.9277	0.9063	0.9137	0.9407	1.1080	0.7681	0.7923	0.9355
	50	0.9477	0.9533	0.9510	0.9407	0.9467	0.9263	0.7622	0.7800	0.8741	0.6856	0.7021	0.7875
	100	0.9527	0.9527	0.9523	0.9467	0.9453	0.9373	0.5374	0.5478	0.5771	0.5080	0.5181	0.5461
0.9	15	0.9520	0.9553	0.9600	0.8690	0.9000	0.8960	7.8835	3.7645	4.1862	2.6675	2.4967	2.7788
	30	0.9550	0.9607	0.9570	0.9630	0.9673	0.9227	1.2145	1.2803	2.0034	1.0222	1.0793	1.6916
	50	0.9453	0.9493	0.9487	0.9603	0.9657	0.9220	1.0349	1.1133	0.9274	0.9987	0.9987	1.3832
	100	0.9530	0.9543	0.9523	0.9680	0.9653	0.9420	0.8522	0.8957	1.0664	0.8053	0.8466	1.0082

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.30 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9880	0.9870	0.9933	0.8980	0.8777	0.9437	2.3244	2.1521	3.1470	1.4267	1.3215	1.9363
	30	0.9910	0.9927	0.9907	0.9577	0.9503	0.9627	1.1021	1.0835	1.1939	0.8776	0.8626	0.9528
	50	0.9893	0.9883	0.9900	0.9730	0.9703	0.9740	0.9014	0.8891	0.9573	0.7805	0.7698	0.8298
	100	0.9893	0.9893	0.9903	0.9800	0.9793	0.9807	0.5907	0.5894	0.6078	0.5421	0.5409	0.5578
0.6	15	0.9687	0.9723	0.9787	0.8650	0.8823	0.8977	3.2860	3.2080	3.8906	1.9203	1.8789	2.2810
	30	0.9883	0.9903	0.9913	0.9677	0.9773	0.9673	1.2366	1.2732	1.4997	0.9846	1.0156	1.1997
	50	0.9903	0.9910	0.9890	0.9787	0.9840	0.9723	1.0182	1.0419	1.1677	0.8796	0.9006	1.0101
	100	0.9917	0.9923	0.9920	0.9843	0.9843	0.9803	0.7116	0.7254	0.7642	0.6518	0.6646	0.7005
0.9	15	0.9910	0.9913	0.9927	0.9327	0.9547	0.9507	11.3255	5.4082	6.0140	3.3852	3.1715	3.5290
	30	0.9910	0.9917	0.9903	0.9870	0.9917	0.9673	1.6437	1.7328	2.7114	1.3101	1.3824	2.1686
	50	0.9877	0.9880	0.9877	0.9877	0.9903	0.9710	1.3830	1.4878	2.0592	1.1914	1.2827	1.7764
	100	0.9880	0.9890	0.9897	0.9893	0.9890	0.9823	1.1284	1.1860	1.4120	1.0352	1.0883	1.2962

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ย ความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.28-4.2.30 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90, 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-KS
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	50		
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.6	15	R-KS , R-NHKB	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB	B-NHKB
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-KS
	100	ทุกวิธี	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-KS
	50		
	100	ทุกวิธี	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB และวิธี R-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน รองลงมาคือวิธี B-KS และวิธี B-NHKB มีสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี B-NLW

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของ
 สถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-KS
 รองลงมาคือวิธี R-NHKB วิธี B-NHKB วิธี R-KS ตามลำดับ
 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50		
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.6	15	ไม่มี	ไม่มี
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-KS
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-KS
	100	ทุกวิธี	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-KS
	50		B-KS , B-NHKB
	100	ทุกวิธี	B-KS

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่า มีบางสถานการณ์ที่
 การประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความ
 เชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการ
 ทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับ
 แรกคือวิธี R-KS วิธี R-NHKB และวิธี R-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน รองลงมาคือ
 วิธี B-KS และวิธี B-NHKB มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี B-NLW
 ตามลำดับ เมื่อระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.6 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ไม่มีวิธีใดที่ให้ค่า
 สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของ
 สถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-KS
 รองลงมาคือวิธี R-NHKB วิธี B-NHKB และวิธี R-KS ตามลำดับ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50		
	100		
0.6	15	ไม่มี	ไม่มี
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-KS
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB	B-NHKB
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-KS
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB	B-NHKB
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-KS
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่ามีบางสถานการณ์ที่
การประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความ
เชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการ
ทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับ
แรกคือวิธี R-KS วิธี R-NHKB และวิธี R-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน รองลงมาคือ
วิธี B-NHKB และน้อยสุดคือวิธี B-KS ตามลำดับ ส่วนวิธี B-NLW ไม่มีสถานการณ์ที่ให้ค่า
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ
ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.6 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ไม่มีวิธีใดที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความ
เชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีวิธีที่ให้จำนวนของ
สถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี R-NHKB
รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี B-NHKB และวิธี R-KS ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2.31 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.8903	0.8620	0.8990	0.8073	0.7783	0.8240	6.7041	5.5812	6.1649	4.6212	3.8519	4.2564
	30	0.8730	0.8247	0.8800	0.8657	0.8243	0.8677	4.4467	4.0514	5.2539	3.7979	3.4600	4.4814
	50	0.9063	0.8613	0.9067	0.8953	0.8510	0.8733	2.7441	1.8758	2.9612	2.4988	1.7050	2.6968
	100	0.9027	0.8753	0.9013	0.8900	0.8857	0.8830	1.8541	1.4616	1.9145	1.7648	1.3908	1.8224
0.6	15	0.9050	0.8927	0.9130	0.8480	0.8360	0.8627	7.8222	7.1955	7.2344	5.3942	4.9668	5.0039
	30	0.9133	0.8903	0.9227	0.9080	0.8877	0.9040	5.4075	5.0971	6.2360	4.6243	4.3438	5.3147
	50	0.9157	0.8943	0.9203	0.9247	0.9350	0.8907	3.0977	2.1033	3.6343	2.8244	1.9156	3.3128
	100	0.8923	0.8857	0.8923	0.8967	0.9317	0.8687	2.2287	1.6607	2.4068	2.1225	1.5814	2.2919
0.9	15	0.9223	0.9177	0.9220	0.8603	0.8787	0.8913	12.7407	12.0605	9.6091	8.7643	8.3078	6.6237
	30	0.9203	0.9070	0.9233	0.9243	0.9187	0.9373	9.0254	8.8266	9.1178	7.6751	7.5171	7.7685
	50	0.9060	0.9057	0.9043	0.9360	0.9497	0.8827	4.4318	3.1926	6.6333	4.0380	2.9059	6.0478
	100	0.9000	0.8983	0.9000	0.9393	0.9680	0.8817	3.3849	2.3516	4.4113	3.2236	2.2378	4.2027

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.32 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9517	0.9297	0.9587	0.8650	0.8430	0.8830	8.2732	6.8874	7.6078	5.4684	4.5603	5.0410
	30	0.9310	0.8987	0.9407	0.9177	0.8753	0.9153	5.3642	4.8874	6.3380	4.5002	4.1021	5.3112
	50	0.9573	0.9313	0.9573	0.9470	0.9147	0.9320	3.2914	2.2500	3.5519	2.9675	2.0237	3.2023
	100	0.9510	0.9377	0.9517	0.9433	0.9387	0.9373	2.2161	1.7470	2.2883	2.0952	1.6500	2.1632
0.6	15	0.9580	0.9463	0.9617	0.8930	0.8887	0.9113	9.6530	8.8796	8.9276	6.3913	5.8812	5.9178
	30	0.9637	0.9503	0.9640	0.9543	0.9393	0.9530	6.5233	6.1489	7.5227	5.4876	5.1560	6.3067
	50	0.9620	0.9523	0.9620	0.9603	0.9687	0.9403	3.7156	2.5228	4.3592	3.3501	2.2708	3.9313
	100	0.9410	0.9397	0.9413	0.9417	0.9653	0.9273	2.6637	1.9849	2.8767	2.5176	1.8750	2.7183
0.9	15	0.9623	0.9610	0.9660	0.9097	0.9200	0.9317	15.7227	14.8834	11.8581	10.3854	9.8321	7.8369
	30	0.9660	0.9637	0.9697	0.9583	0.9590	0.9633	10.8877	10.6479	10.9991	9.0925	8.9048	9.2068
	50	0.9537	0.9537	0.9523	0.9630	0.9753	0.9330	5.3158	3.8293	7.9564	4.7903	3.4487	7.1727
	100	0.9493	0.9483	0.9493	0.9720	0.9830	0.9333	4.0458	2.8106	5.2725	3.8246	2.6561	4.9854

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.33 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9887	0.9813	0.9880	0.9297	0.9107	0.9420	11.8853	9.8945	10.9295	6.9433	5.7964	6.4191
	30	0.9827	0.9670	0.9843	0.9637	0.9410	0.9633	7.2694	6.6232	8.5891	5.7702	5.2672	6.8188
	50	0.9913	0.9853	0.9907	0.9853	0.9690	0.9823	4.3969	3.0057	4.7449	3.8074	2.5974	4.1094
	100	0.9913	0.9877	0.9917	0.9817	0.9823	0.9787	2.9344	2.3132	3.0300	2.6927	2.1214	2.7806
0.6	15	0.9953	0.9947	0.9947	0.9433	0.9453	0.9550	13.8675	12.7565	12.8256	8.1289	7.4798	7.5266
	30	0.9953	0.9930	0.9970	0.9870	0.9780	0.9863	8.8401	8.3328	10.1945	7.0167	6.6030	8.0931
	50	0.9920	0.9907	0.9920	0.9893	0.9923	0.9823	4.9636	3.3702	5.8233	4.3013	2.9145	5.0469
	100	0.9903	0.9877	0.9910	0.9830	0.9897	0.9753	3.5272	2.6284	3.8092	3.2320	2.4064	3.4905
0.9	15	0.9950	0.9930	0.9933	0.9557	0.9590	0.9663	22.5874	21.3815	17.0355	13.2767	12.5132	9.9784
	30	0.9973	0.9953	0.9967	0.9897	0.9887	0.9903	14.7547	14.4297	14.9057	11.6927	11.4238	11.8022
	50	0.9877	0.9897	0.9860	0.9883	0.9940	0.9760	7.1012	5.1155	10.6288	6.1478	4.4286	9.1931
	100	0.9917	0.9917	0.9920	0.9920	0.9947	0.9840	5.3572	3.7218	6.9817	4.9065	3.4073	6.3916

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.30-4.2.33 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-NLW
	30	R-NLW	
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW	B-NHKB
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50		
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NHKB , B-NLW	
	30	ทุกวิธี	
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-KS รองลงมาคือวิธี R-NHKB รองจากนั้นคือวิธี B-KS และวิธี B-NHKB มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี B-NLW

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของ
สถานการณที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB
รองลงมาคือวิธี R-NHKB และน้อยสุดคือวิธี R-NHKB และวิธี B-KS มีจำนวนสถานการณเท่ากัน

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-NLW
	30		
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NHKB
	30		
	50	ทุกวิธี	B-NHKB
	100		
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วย
วิธี R-NLW ของทุกสถานการณจะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่า
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความ
เชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของ
สถานการณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
ที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-KS รองลงมาคือวิธี R-NHKB วิธี
B-KS วิธี B-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของ
สถานการณที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB

รองลงมาคือวิธี R-NLW และน้อยสุดคือวิธี R-NHKB และวิธี B-KS มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับความสัมพัทธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NLW	R-NLW
	30		R-KS
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	R-NHKB
	100	R-KS , R-NHKB , R-NLW	
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	B-KS
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS	
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	100		
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	100	ทุกวิธี	

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี B-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-NHKB วิธี R-NLW ตามลำดับ และน้อยสุดคือวิธี R-KS และวิธี B-KS มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ตารางที่ 4.2.34 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9113	0.8887	0.9133	0.8503	0.8283	0.8657	12.6870	11.4985	11.0801	8.7721	7.9443	7.6527
	30	0.9077	0.8710	0.9110	0.9047	0.8790	0.9120	9.2090	8.1795	9.0475	7.8659	7.0071	7.7386
	50	0.9043	0.8397	0.9037	0.8990	0.8520	0.8760	5.3850	2.9508	5.7141	4.9098	2.6864	5.2084
	100	0.8977	0.8357	0.8977	0.8890	0.8557	0.8793	3.7184	2.2364	3.8240	3.5398	2.1269	3.6402
0.6	15	0.9180	0.9117	0.9210	0.8480	0.8517	0.8747	15.3253	13.9009	12.4262	10.5654	9.5890	8.5686
	30	0.9080	0.8893	0.9077	0.9127	0.8903	0.9027	10.4487	9.6890	10.4761	8.9075	8.2652	8.9509
	50	0.8967	0.8703	0.8967	0.9043	0.9187	0.8720	6.1900	3.5034	7.0966	5.6398	3.1875	6.4645
	100	0.8977	0.8757	0.8963	0.8980	0.9360	0.8797	4.4680	2.5941	4.8066	4.2574	2.4707	4.5797
0.9	15	0.9250	0.9223	0.9267	0.8717	0.8767	0.9157	22.7918	22.3677	14.7249	15.7797	15.4664	10.1768
	30	0.9097	0.9043	0.9123	0.9223	0.9310	0.9333	16.8113	15.8829	13.3543	14.3637	13.5589	11.4083
	50	0.9077	0.8997	0.9063	0.9443	0.9570	0.8997	8.8778	5.8127	12.1596	8.0821	5.2924	11.0743
	100	0.9050	0.9067	0.9040	0.9373	0.9637	0.8940	6.7417	4.0368	8.7134	6.4289	3.8479	8.3068

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.35 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.95

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9663	0.9507	0.9630	0.9003	0.8810	0.9087	15.6563	14.1897	13.6734	10.3989	9.4004	9.0559
	30	0.9590	0.9303	0.9620	0.9447	0.9203	0.9480	11.1092	9.8673	10.9144	9.3249	8.2941	9.1678
	50	0.9507	0.9087	0.9490	0.9457	0.9137	0.9317	6.4591	3.5393	6.8537	5.8231	3.1859	6.1786
	100	0.9460	0.9017	0.9460	0.9373	0.9170	0.9310	4.4442	2.6730	4.5705	4.1993	2.5238	4.3185
0.6	15	0.9620	0.9563	0.9663	0.9003	0.9057	0.9173	18.9122	17.1544	15.3346	12.4888	11.3428	10.1230
	30	0.9610	0.9477	0.9560	0.9483	0.9420	0.9493	12.6046	11.6882	12.6376	10.5634	9.8059	10.6123
	50	0.9470	0.9263	0.9477	0.9507	0.9477	0.9223	7.4246	4.2022	8.5120	6.6820	3.7799	7.6601
	100	0.9513	0.9357	0.9507	0.9530	0.9653	0.9390	5.3402	3.1005	5.7449	5.0559	2.9318	5.4382
0.9	15	0.9713	0.9643	0.9693	0.9157	0.9210	0.9467	28.1262	27.6029	18.1714	18.6588	18.3015	12.0457
	30	0.9607	0.9587	0.9623	0.9593	0.9647	0.9637	20.2801	19.1601	16.1098	17.0385	16.0846	13.5277
	50	0.9537	0.9497	0.9493	0.9680	0.9733	0.9440	10.6486	6.9720	14.5849	9.5832	6.2794	13.1319
	100	0.9520	0.9520	0.9517	0.9697	0.9783	0.9410	8.0578	4.8249	10.4144	7.6270	4.5664	9.8549

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.36 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง						ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น					
		R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW	R-KS	R-NHKB	R-NLW	B-KS	B-NHKB	B-NLW
0.3	15	0.9937	0.9883	0.9920	0.9510	0.9383	0.9493	22.4921	20.3850	19.6434	13.3047	12.0087	11.5378
	30	0.9913	0.9833	0.9917	0.9830	0.9707	0.9827	15.0549	13.3718	14.7909	11.9433	10.6255	11.7436
	50	0.9877	0.9717	0.9887	0.9810	0.9673	0.9760	8.6286	4.7281	9.1558	7.4748	4.0940	7.9325
	100	0.9897	0.9727	0.9897	0.9817	0.9667	0.9790	5.8849	3.5395	6.0520	5.4041	3.2472	5.5578
0.6	15	0.9963	0.9920	0.9953	0.9507	0.9513	0.9610	27.1694	24.6441	22.0298	15.9116	14.4285	12.9051
	30	0.9967	0.9930	0.9947	0.9870	0.9843	0.9880	17.0815	15.8395	17.1262	13.5051	12.5443	13.5802
	50	0.9893	0.9820	0.9893	0.9867	0.9770	0.9763	9.9184	5.6136	11.3710	8.5757	4.8510	9.8271
	100	0.9900	0.9847	0.9900	0.9853	0.9853	0.9830	7.0713	4.1056	7.6072	6.4877	3.7668	6.9798
0.9	15	0.9967	0.9947	0.9967	0.9630	0.9657	0.9777	40.4064	39.6546	26.1051	23.8006	23.3661	15.3843
	30	0.9950	0.9943	0.9947	0.9880	0.9893	0.9910	27.4830	25.9653	21.8315	21.8258	20.5971	17.3397
	50	0.9890	0.9890	0.9877	0.9887	0.9893	0.9770	14.2252	9.3138	19.4836	12.2939	8.0553	16.8323
	100	0.9897	0.9900	0.9893	0.9917	0.9940	0.9817	10.6698	6.3889	13.7903	9.7937	5.8637	12.6590

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
 แถบที่บ หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณค่าให้ค่าความยาวเฉลี่ยความเชื่อมั่นต่ำสุด

จากตารางที่ 4.2.34-4.2.36 สามารถสรุปผล ในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จำแนกตามระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.8779)	วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB , B-NLW	B-NHKB
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	100	ทุกวิธี	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NLW	B-NLW
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี R-NHKB และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี B-NHKB

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่ามีจำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี R-NLW วิธี B-KS และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.934)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NLW	B-NLW
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100		
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50	R-KS , R-NLW , B-KS , B-NHKB	
	100	ทุกวิธี	
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-NLW	B-NLW
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50		
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี B-KS รองลงมาคือวิธี R-NHKB วิธี B-NLW และวิธี B-NHKB ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่า ความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-NLW และน้อยสุดคือวิธี R-NLW และวิธี B-KS มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ระดับ ความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง	วิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ต่ำกว่า 0.9827)	วิธีที่ให้ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นต่ำสุด
0.3	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NLW	B-NLW
	50	R-KS , R-NHKB	R-KS
	100		
0.6	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	ทุกวิธี	B-NHKB
	50	R-KS , R-NLW , B-KS	B-KS
	100	ทุกวิธี	B-NHKB
0.9	15	R-KS , R-NHKB , R-NLW	R-NLW
	30	ทุกวิธี	B-NLW
	50	R-KS , R-NHKB , R-NLW , B-KS , B-NHKB	B-NHKB
	100		

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ผลสรุปที่ได้พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธี R-KS และวิธี R-NLW ของทุกสถานการณ์จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีอื่นๆ มีบางสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียงจากจำนวนมากไปน้อยดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี B-NHKB และวิธี B-NLW ตามลำดับ

ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลสรุปที่ได้พบว่าวิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากสุดคือวิธี B-NHKB และวิธี R-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน รองลงมาคือวิธี R-KS และวิธี B-NLW มีจำนวนของสถานการณ์เท่ากัน และน้อยสุดคือวิธี B-KS

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.36 สามารถสรุปและเปรียบเทียบจำนวนของสถานการณ์ของแต่ละวิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและวิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.37 แสดงจำนวนสถานการณ์ของวิธีประมาณค่าที่ให้ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ผ่านการคัดเลือก)

วิธีการประมาณค่า	จำนวนของสถานการณ์ทั้งหมด	จำนวนของสถานการณ์ที่ผ่านการคัดเลือก
R-KS	432	427
R-NHKB	432	229
R-NLW	432	420
B-KS	432	276
B-NHKB	432	155
B-NLW	432	232

หมายเหตุ มี 3 สถานการณ์ที่ไม่มีวิธีการประมาณค่าที่ให้ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ไม่ผ่านการคัดเลือก)

จากตารางที่ 4.2.37 พบว่าการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีความถดถอยแบบตรรกยะแบบบริดจ์ สามารถสรุปแยกตามวิธีการประมาณค่า k แต่ละวิธีดังนี้ วิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่มี ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เรียง จาก จำนวน มากไปน้อย ดังนี้ อันดับแรกคือวิธี R-KS รองลงมาคือวิธี R-NLW วิธี B-KS วิธี B-NLW วิธี R-NHKB และวิธี B-NHKB ตามลำดับ

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.36 เมื่อไม่ได้พิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองว่าต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่ ผลที่ได้พบว่า โดยส่วนใหญ่ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยแบบตรรกยะแบบบริดจ์เป็นวิธีที่ให้ ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากที่สุด สามารถสรุปแยกตามวิธีการประมาณค่า k แต่ละวิธี ผลที่ได้พบว่าโดยส่วนใหญ่ของ จำนวนสถานการณ์ทั้งหมด วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี R-NHKB วิธี R-KS วิธี B-NLW

และวิธี R-NLW ตามลำดับ และหลังจากพิจารณาว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองว่าต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว ผลที่ได้แสดงในตารางที่ 4.2.38

ตารางที่ 4.2.38 แสดงจำนวนของสถานการณ์ วิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด หลังจากคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว

วิธีการประมาณค่า	จำนวนสถานการณ์ที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจากสถานการณ์ทั้งหมดที่ผ่านการคัดเลือก	คิดเป็นเปอร์เซ็นต์
R-KS	62	33.49%
R-NHKB	63	
R-NLW	19	
B-KS	125	66.51%
B-NHKB	143	
B-NLW	18	

หมายเหตุ มี 1 สถานการณ์ที่วิธี B-KS และวิธี B-NHKB มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดเท่ากัน

จากตารางที่ 4.2.38 พบว่าหลังจากคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว โดยส่วนใหญ่ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด ซึ่งคิดเป็น 66.51% ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยแบบวิธีเป็นวิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด สามารถสรุปแยกตามวิธีการประมาณค่า k แต่ละวิธี ผลที่ได้พบว่าโดยส่วนใหญ่ของ จำนวนสถานการณ์ทั้งหมดวิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี R-NHKB วิธี R-KS วิธี R-NLW และวิธี B-NLW ตามลำดับ

จากผลการวิจัยที่ได้เมื่อพิจารณาตามระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ พบว่าเมื่อระดับความสัมพันธ์ต่ำวิธีความถดถอยแบบวิธีมีจำนวนของสถานการณ์ที่ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดมากกว่าวิธีความถดถอยแบบวิธี แต่ในทางตรงข้ามเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง พบว่าวิธีความถดถอยแบบวิธีมีจำนวนของสถานการณ์ที่ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดมากกว่าวิธีความถดถอยแบบวิธี

ผลสรุปรวมของการประมาณค่าแบบช่วง

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.36 ผลการทดลองสามารถสรุปได้ว่าวิธีการของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบช่วงเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน พบว่าจากสถานการณ์ทั้งหมด การประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ แต่ในทางตรงกันข้ามโดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์เป็นวิธีที่ให้ค่า ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด หลังจากได้คัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว ผลที่ได้สรุปได้ดังนี้

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้พบว่าจากสถานการณ์ทั้งหมด การประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์เป็นวิธีที่มีจำนวนสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ เพราะว่าจากการประมาณค่าแบบจุดด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์เป็นวิธี การประมาณค่าที่ให้ค่าความแปรปรวนสูงกว่าวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ แต่วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ให้ค่าความเอนเอียงน้อยกว่าวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ จึงส่งผลให้โอกาสที่ช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากวิธีความถดถอยแบบบริดจ์คลุมค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่กำหนดมีค่าสูงกว่าวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ ผลที่ตามมาคือจำนวนสถานการณ์ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ของวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ให้ค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีมากกว่าวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์

สามารถสรุปแยกตามวิธีการประมาณค่า k แต่ละวิธีดังนี้ วิธีที่ให้จำนวนสถานการณ์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดจากมากไปน้อยคือ อันดับแรกคือวิธี R-KS (เกือบทุกสถานการณ์) รองลงมาคือวิธี R-NLW วิธี B-KS วิธี B-NLW วิธี R-NHKB และวิธี B-NHKB ตามลำดับ

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากผลการวิจัยค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้พบว่า โดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์เป็นวิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด หลังจากคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว เนื่องจากการประมาณค่าด้วยวิธี

ความถดถอยแบบสเตรปแบบบริดจ์ให้ค่าความแปรปรวนต่ำกว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ จึงส่งผลให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากวิธีความถดถอยแบบสเตรปแบบบริดจ์มีค่าต่ำสุด

สามารถสรุปแยกตามวิธีการประมาณค่า k แต่ละวิธีดังนี้ สำหรับกรณีที่ยังไม่ได้พิจารณาว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ว่าต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่ผลที่ได้พบว่า โดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์ทั้งหมดวิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดคือ วิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี R-NHKB วิธี R-KS วิธี B-NLW และวิธี R-NLW ตามลำดับ สำหรับกรณีที่ได้ทำการคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้วพบว่า วิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากที่สุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี R-NHKB วิธี R-KS วิธี R-NLW และวิธี B-NLW ตามลำดับ

จากการเปลี่ยนแปลงของค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ในการทดลอง สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ดังต่อไปนี้

1. ขนาดตัวอย่าง

ในกรณีที่ปัจจัยอื่นๆ คงที่นั่นคือ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน จำนวนตัวแปรอิสระ และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่าคงที่ พบว่า ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มลดลง เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของขนาดตัวอย่างทำให้เราได้ข้อมูลมากขึ้นเพื่อที่จะนำมาใช้ในการอธิบายสมการความถดถอยเชิงพหุ มีผลทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าลดลง ดังนั้น ค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มลดลง และขณะเดียวกัน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองมีแนวโน้มมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองมีแนวโน้มให้ค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

2. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

ในกรณีที่ปัจจัยอื่นๆ คงที่นั่นคือ ขนาดตัวอย่าง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน จำนวนตัวแปรอิสระ และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่าคงที่ พบว่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระทำให้ค่า

เฉพาะของเมตริกซ์ XX มีค่าลดลง มีผลทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

ในกรณีที่ปัจจัยอื่นๆ คงที่นั่นคือ ขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ จำนวนตัวแปรอิสระ และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่าคงที่ พบว่า ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนทำให้ความคลาดเคลื่อน ส่งผลให้การกระจายมากขึ้นการกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น มีผลทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

4. จำนวนตัวแปรอิสระ

ในกรณีที่ปัจจัยอื่นๆ คงที่นั่นคือ ขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่าคงที่ พบว่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของจำนวนตัวแปรอิสระทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น มีผลทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และในขณะเดียวกัน ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด เมื่อระดับความสัมพัทธ์ระหว่างตัวแปรอิสระสูง

5. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ในกรณีที่ปัจจัยอื่นๆ คงที่นั่นคือ ขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพัทธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ จำนวนตัวแปรอิสระ และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน มีค่าคงที่ พบว่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือลดระดับนัยสำคัญหมายถึงการเพิ่มโอกาสที่พารามิเตอร์ของประชากรจะอยู่ในช่วงของค่าที่ประมาณได้นั้นคือจะทำให้ค่าประมาณแบบช่วงกว้างขึ้น ดังนั้น ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ดังนั้นสามารถสรุปเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของ ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นดังนี้ ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน จำนวนตัวแปรอิสระ และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

สามารถสรุปผลวิธีประมาณค่าที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ได้ดังนี้

1. วิธี R-KS โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระต่ำ จำนวนตัวแปรอิสระน้อย ทุกค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อน และระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.99
2. วิธี R-NHKB โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระต่ำและปานกลาง ทุกจำนวนตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
3. วิธี R-NLW โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของ วิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ทุกค่าระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และ 10 และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
4. วิธี B-KS โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อทุกขนาดตัวอย่าง ทุกค่าระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ทุกจำนวนตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และ 10 และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
5. วิธี B-NHKB โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระสูง จำนวนตัวแปรอิสระมาก ทุกค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อน และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
6. วิธี B-NLW โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ทุกระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อต้องการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดและการประมาณค่าแบบช่วง กรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีความถดถอยแบบสเตรปแบบบริดจ์ โดยมีวิธีการประมาณค่า k ด้วยกันทั้งหมด 3 วิธี คือวิธี KS วิธี New HKB และวิธี New LW เกณฑ์ในการพิจารณาที่ใช้สำหรับการตัดสินใจว่าวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดวิธีใดทำให้ได้ค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับค่าจริงที่สุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกตัว (MSE) และเกณฑ์ที่ใช้สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแต่ละวิธีการ จะใช้ค่าเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยรวมทุกค่า (PDMSE) และเกณฑ์สำหรับการพิจารณาที่ใช้ในการตัดสินใจว่าวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบช่วง คือค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งขั้นตอนแรกจะศึกษาถึงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากแต่ละวิธีการประมาณค่า หลังจากนั้นจึงคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วจึงเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พิจารณาว่าวิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด โดยมีสถานการณ์ที่ศึกษาดังนี้

1. จำนวนตัวแปรอิสระ (p) ที่ใช้ในการศึกษามี 2, 3, 4 และ 5 ตัว
2. ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในศึกษา คือ 15, 30, 50 และ 100
3. เวกเตอร์ ε มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) เมื่อค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน ε_i มีค่าเป็นศูนย์นั่นคือ $E(\varepsilon) = 0$ และ $Cov(\varepsilon) = \sigma^2 I_n$ โดยที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) มีค่าเท่ากับ 1, 5 และ 10
4. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (ρ) ที่ศึกษามี 3 ระดับคือ

ระดับต่ำ	$\rho = 0.30$
ระดับปานกลาง	$\rho = 0.60$
ระดับสูง	$\rho = 0.90$

5. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงมี 3 ระดับ คือ 0.90 , 0.95 และ 0.99

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) โดยใช้โปรแกรม R 2.8.1 ซึ่งมีการทำซ้ำของการทดลอง 500 ครั้ง และมีการทำซ้ำของการบดสเตรป 400 ครั้งในทุกสถานการณ์ของการทดลอง

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 การประมาณค่าแบบจุด

สำหรับการประมาณค่าแบบจุดการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ กรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ โดยพิจารณา ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) ของแต่ละวิธี ซึ่งผลจากการวิจัยพบว่า ขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน และจำนวนตัวแปรอิสระ ต่างส่งผลต่อค่า MSE ของวิธี การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุทุกวิธี ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามปัจจัยที่ส่งผลต่อการประมาณค่าดังนี้

5.1.1.1 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

1. ขนาดตัวอย่าง

ค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น หมายความว่าเราได้ข้อมูลมากขึ้นเพื่อที่จะนำมาใช้ในการอธิบายสมการความถดถอยเชิงพหุ จึงส่งผลทำให้ค่า MSE ลดลงและมีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุถูกต้องมากขึ้น

2. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

ค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นและมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุลดลง

3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

ค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น หมายความว่าความคลาดเคลื่อนมีการกระจายมากขึ้น ส่งผลให้การกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้สูงขึ้น จึงทำให้ค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นและมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุลดลง

4. จำนวนตัวแปรอิสระ

ค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จึงทำให้ค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นและมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุลดลง

5.1.1.2 สรุปผลการวิจัยการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

1. กรณีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1

เมื่อความสัมพันธ์ระดับต่ำ ($\rho = 0.30$) พบว่าแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันทุกขนาดตัวอย่าง และทุกจำนวนตัวแปรอิสระ ซึ่งจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเมื่อขนาดตัวอย่างเล็กและมีจำนวนตัวแปรอิสระมาก โดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์วิธี B-KS จะให้ค่า MSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธี R-KS วิธี R-NHKB วิธี B-NHKB วิธี B-NLW และวิธี R-NLW ตามลำดับ

เมื่อความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ($\rho = 0.60$) พบว่าแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ของทุกจำนวนตัวแปรอิสระ ซึ่งจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเมื่อขนาดตัวอย่างเล็กและมีจำนวนตัวแปรอิสระมาก โดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์วิธี B-NHKB จะให้ค่า MSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี R-NHKB วิธี R-KS วิธี B-NLW และวิธี R-NLW ตามลำดับ

เมื่อความสัมพันธ์ระดับสูง ($\rho = 0.90$) พบว่าแต่ละวิธีให้ค่า MSE ใกล้เคียงกันเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ของทุกจำนวนตัวแปรอิสระ ซึ่งจะเห็นความแตกต่างของค่า MSE ได้ชัดเมื่อขนาดตัวอย่างเล็กและมีจำนวนตัวแปรอิสระมาก โดยที่เกือบทุกสถานการณ์วิธี B-NHKB จะให้ค่า MSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี R-NHKB วิธี R-KS วิธี B-NLW และวิธี R-NLW ตามลำดับ

โดยที่เกือบทุกสถานการณ์วิธี B-NHKB จะให้ค่า MSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธี R-NHKB วิธี B-KS วิธี R-KS วิธี B-NLW และวิธี R-NLW ตามลำดับ

ในทุกระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และ 10 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 วิธี B-NLW เป็นที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธี R-NLW วิธี B-NHKB วิธี R-NHKB วิธี B-KS วิธี R-KS ตามลำดับ

การเปรียบเทียบสถานการณ์ของการประมาณค่าระหว่างวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ และวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์ ซึ่งรวมทุกวิธีการประมาณค่า k พบว่าจากจำนวนของสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์เป็นวิธีที่มีจำนวนสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุดมากที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 97% และส่วนที่เหลืออีก 3% ของสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยแบบบริดจ์เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

พิจารณาสถานการณ์ของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์ ที่ได้แยกตามวิธีการประมาณค่า k ทั้ง 3 วิธี พบว่าจาก 97% ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมดที่วิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์มีค่า MSE น้อยที่สุด สามารถแบ่งตามวิธีการประมาณค่า k โดยที่วิธี New HKB เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุดมากที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 76% รองลงมาคือวิธี KS และวิธี New LW มีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 13% และ 8% ตามลำดับ ส่วนเหลืออีก 3% จากจำนวนของสถานการณ์ทั้งหมดเป็นของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ซึ่งสามารถแบ่งตามวิธีการประมาณค่า k โดยวิธี KS เป็นวิธีที่มีจำนวนของสถานการณ์ที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุดมากที่สุด รองลงมาคือวิธี New HKB โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 2% และ 1% ตามลำดับ และวิธี New LW ไม่มีสถานการณ์ใดที่มีค่า MSE ต่ำที่สุด

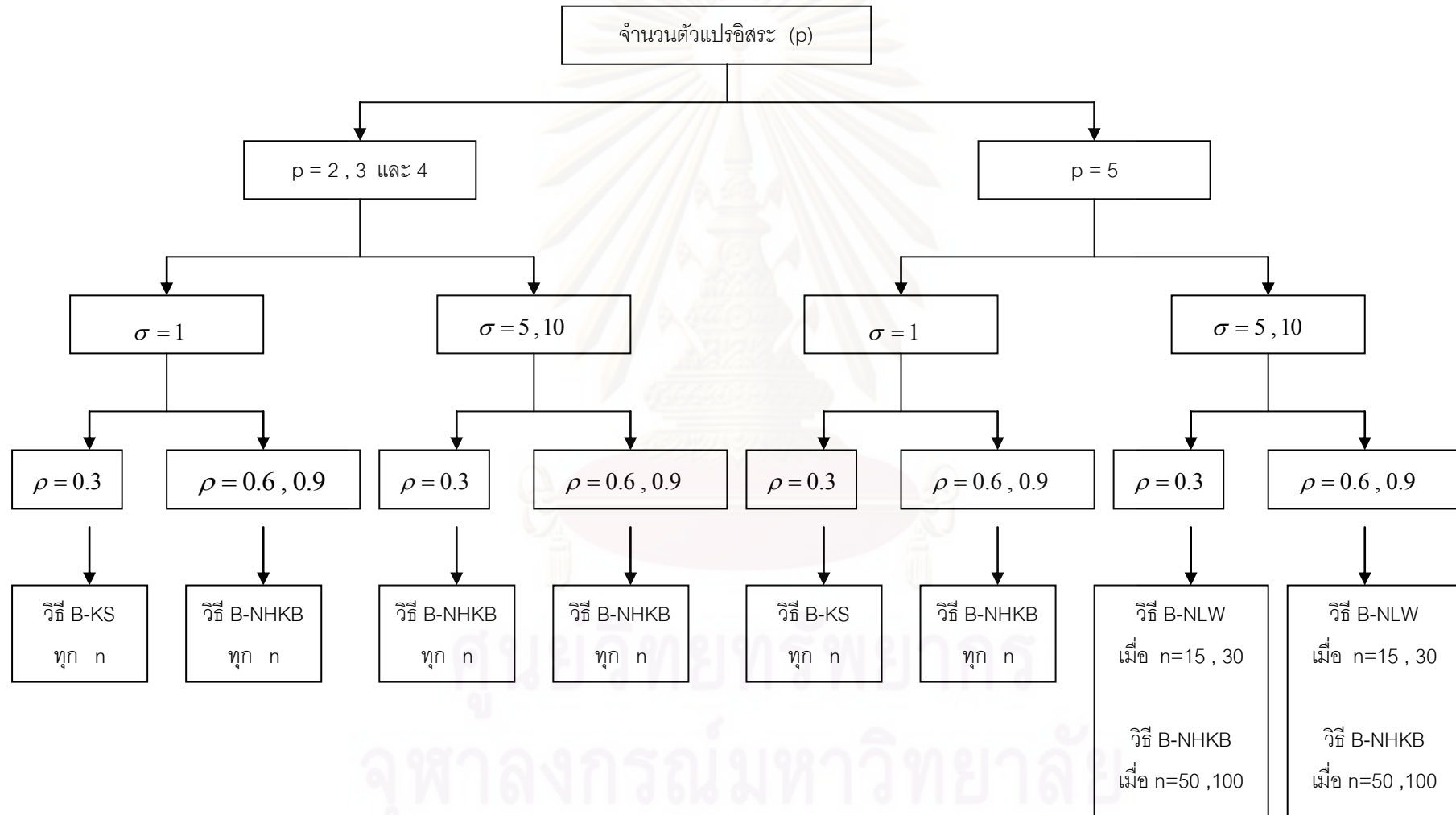
โดยส่วนใหญ่ของจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน วิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์เป็นวิธีที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด และเมื่อพิจารณาค่าของระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระประกอบ เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.6 และ 0.9 พบว่าวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์เป็นวิธีที่ให้ค่า MSE น้อยที่สุด โดยมีเปอร์เซ็นต์เท่ากับ 100% นั้นแสดงว่า 3% จากจำนวนของสถานการณ์ทั้งหมดซึ่งเป็นเปอร์เซ็นต์ของการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ จะอยู่ใน สถานการณ์ที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 และเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้นการประมาณค่า k ด้วยวิธี New HKB จะมีเปอร์เซ็นต์ของจำนวนสถานการณ์ที่มีค่า MSE น้อยที่สุดเพิ่มขึ้นและวิธีอื่นๆ มีค่าลดลง นั้นแสดงว่าวิธี New HKB เป็นวิธีการประมาณค่าค่อนข้างมีความเหมาะสมเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันสูง

ผลสรุปรวมสำหรับการประมาณค่าแบบจุด

ผลการวิจัยครั้งนี้สามารถสรุปรวมได้ดังนี้ จากสถานการณ์ของการทดลองทั้งหมด โดยส่วนใหญ่วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์เป็นวิธี ที่มีค่า MSE น้อยที่สุดหรือเป็นวิธีการประมาณค่าที่ดีที่สุด ซึ่งค่า MSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน และจำนวนตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ค่า MSE มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น โดยที่วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์มีความแปรปรวนของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุน้อยกว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ แต่วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์จะมีค่าความเอนเอียงมากกว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ถ้าหากพิจารณาแยกตามวิธีการประมาณค่า k ทั้ง 3 วิธี สรุปได้ว่าโดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์ทั้งหมด วิธี B-NHKB เป็นวิธีการประมาณค่าที่ดีที่สุด แต่เมื่อพิจารณาเจาะจงลงไปในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 ของทุกขนาดตัวอย่าง โดยส่วนใหญ่วิธี B-KS เป็นวิธีการประมาณค่าที่ดีที่สุด และในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และ 10 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ของทุกระดับความสัมพันธ์ วิธี B-NLW เป็นวิธีการประมาณค่าที่ดีที่สุด ผลการสรุปโดยรวมของวิธีการประมาณค่าที่ได้จากข้างต้นสามารถสรุปในรูปแบบแผนผังดังต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังสรุปผลวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ สำหรับการประมาณค่าแบบจุด



5.1.2 การประมาณค่าแบบช่วง

สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ กรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ โดยพิจารณาจากการเปรียบเทียบค่า ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธี ซึ่งขั้นตอนแรกจะศึกษาถึงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองในแต่ละวิธีของการประมาณค่า จึงคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วจึงเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น แล้วพิจารณาว่าวิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด โดยที่วิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจะเป็นวิธีที่เหมาะสมภายใต้สถานการณ์ของการทดลองนั้นๆ

5.1.2.1 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

1. ขนาดตัวอย่าง

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มลดลง เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของขนาดตัวอย่างทำให้เราได้ข้อมูลมากขึ้นเพื่อที่จะนำมาใช้ในการอธิบายสมการความถดถอยเชิงพหุ มีผลทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าลดลง ดังนั้นค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มลดลง

2. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อค่าของระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระทำให้ ค่าเฉพาะของเมตริกซ์ XX' มีค่าลดลง มีผลทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนทำให้ความคลาดเคลื่อนการกระจายมากขึ้นส่งผลให้การกระจายตัวของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น มีผลทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

4. จำนวนตัวแปรอิสระ

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของจำนวนตัวแปรอิสระทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น มีผลทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และในขณะเดียวกันค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระสูง

5. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือลดระดับนัยสำคัญหมายถึงการเพิ่มโอกาสที่พารามิเตอร์ของประชากรจะอยู่ในช่วงของค่าที่ประมาณได้ นั่นคือจะทำให้ค่าประมาณแบบช่วงกว้างขึ้น ดังนั้นค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

5.1.2.2 สรุปผลการวิจัยการเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ

1. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้พบว่าจากสถานการณ์ทั้งหมด การประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์เป็นวิธีที่มีจำนวนสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีความถดถอยแบบจุดสแตทิสติก เพราะว่าการประมาณค่าแบบจุดด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์เป็นวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าความแปรปรวนสูงกว่าวิธีความถดถอยแบบจุดสแตทิสติก แต่วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ให้ค่าความเอนเอียงน้อยกว่าวิธีความถดถอยแบบจุดสแตทิสติก จึงส่งผลให้โอกาสที่ช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากวิธีความถดถอยแบบบริดจ์คลุมค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่กำหนดมีค่าสูงกว่าวิธีความถดถอยแบบจุดสแตทิสติก ผลที่ตามมาคือจำนวนสถานการณ์ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองของวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ให้ค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีมากกว่าวิธีความถดถอยแบบจุดสแตทิสติก โดยที่สามารถสรุปแยกตามวิธีการประมาณค่า k แต่ละวิธีดังนี้ วิธีที่ให้จำนวนสถานการณ์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดจากมากไปน้อยคือ อันดับแรกคือวิธี R-KS (เกือบทุก

สถานการณ์) รองลงมาคือวิธี R-NLW วิธี B-KS วิธี B-NLW วิธี R-NHKB และวิธี B-NHKB ตามลำดับ

2. ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากผลการวิจัยค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้พบว่า โดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์ทั้งหมด วิธีความถดถอยบุตรแบบบริดจ์เป็นวิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดหลังจากคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว เนื่องจากการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยบุตรแบบบริดจ์ให้ค่าความแปรปรวนต่ำกว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ จึงส่งผลให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากวิธีความถดถอยบุตรแบบบริดจ์มีค่าต่ำสุด โดยที่สามารถสรุปแยกตามวิธีการประมาณค่า k แต่ละวิธีดังนี้ สำหรับกรณีที่ยังไม่ได้พิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองว่าต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่ผลที่ได้พบว่า โดยส่วนใหญ่ของสถานการณ์ทั้งหมดวิธีที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดคือ วิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี R-NHKB วิธี R-KS วิธี B-NLW และวิธี R-NLW ตามลำดับ สำหรับกรณีที่ได้ทำการคัดเลือกวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้วพบว่า วิธีที่ให้จำนวนของสถานการณ์ที่มีให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดจำนวนมากที่สุดคือวิธี B-NHKB รองลงมาคือวิธี B-KS วิธี R-NHKB วิธี R-KS วิธี R-NLW และวิธี B-NLW ตามลำดับ

สามารถสรุปผลวิธีการประมาณค่าที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงได้ดังนี้

1. วิธี R-KS โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระต่ำ จำนวนตัวแปรอิสระน้อย ทุกค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อน และระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.99
2. วิธี R-NHKB โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระต่ำและปานกลาง ทุกจำนวนตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
3. วิธี R-NLW โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ทุกค่าของระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าส่วน

เบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และ 10 และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

4. วิธี B-KS โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างทุกค่าระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ทุกจำนวนตัวแปรอิสระ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 5 และ 10 และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

5. วิธี B-NHKB โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระสูง จำนวนตัวแปรอิสระมาก ทุกค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อน และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

6. วิธี B-NLW โดยส่วนใหญ่สถานการณ์ที่เหมาะสมของวิธีนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ทุกค่าระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10 และทุกระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

หากพิจารณาความเหมาะสมของวิธีการประมาณค่าจากขนาดตัวอย่างและ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระจะได้ว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและระดับความสัมพันธ์มีระดับต่ำวิธีความถดถอยแบบบริดจ์เป็นวิธีที่เหมาะสม เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่และระดับความสัมพันธ์มีระดับสูงวิธีความถดถอยแบบบูตสเตรปแบบบริดจ์เป็นวิธีที่เหมาะสม

5.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยครั้งนี้จะเสนอแนะเป็น 2 ด้าน คือ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

เพื่อเป็นประโยชน์ในการนำไปประยุกต์ใช้งานต่อไป พิจารณาการเลือกใช้ดังนี้

การประมาณค่าแบบจุด

การวิจัยครั้งนี้เป็นการเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์และวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ โดยมีวิธีการประมาณค่า k ด้วยกันทั้งหมด 3 วิธี คือวิธี KS วิธี New HKB และวิธี New LW เพื่อศึกษาและใช้เป็นแนวทางการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบจุดให้เหมาะสมกับแต่ละสถานการณ์ โดยที่ต้องการให้ค่าความแปรปรวนของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุมีค่าน้อยๆ ดังนั้นในการนำไปใช้ประโยชน์ควรเลือกใช้วิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์ เพราะว่าโดยส่วนใหญ่ของจำนวนสถานการณ์

ทั้งหมดวิธีความถดถอยบุตสเตรปแบบบริดจ์เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุด แต่การใช้ วิธีความถดถอยบุตสเตรปแบบบริดจ์ ค่อนข้างจะมีความยุ่งยากมากกว่า วิธีความถดถอยแบบบริดจ์ เนื่องจากมีขั้นตอนในการคำนวณมากกว่าและโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติทั่วไปไม่ได้มีคำสั่งนี้โดยตรง และถ้าหากข้อมูลของตัวอย่างที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างจากประชากรได้ตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของประชากรที่ไม่เหมาะสม ซึ่งอาจส่งผลต่อการประมาณค่าด้วย วิธีความถดถอยบุตสเตรปแบบบริดจ์ ทำให้ตัวประมาณค่าที่ได้ไม่ดี นั่นคือตัวประมาณค่าอาจมีความแปรปรวนสูงหรือค่าความเอนเอียงสูงได้ โดยที่การเลือกใช้วิธีการประมาณค่าสำหรับการประมาณค่าแบบจุด สามารถพิจารณาจากแผนผังสรุปผลวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระที่แสดงไว้ข้างต้น

จากผลสรุปของการทดลองที่ได้ว่าการประมาณค่าด้วยวิธี ความถดถอยบุตสเตรปแบบบริดจ์มีความแปรปรวนต่ำกว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์นั้น เป็นค่าความแปรปรวนที่เกิดจากผลรวมของความแปรปรวนของตัวประมาณค่าทุกตัว ผู้วิจัยได้ทำการ หาค่าเฉลี่ยค่าความแปรปรวนที่เกิดจากผลรวมของความแปรปรวนของตัวประมาณค่าทุกตัวพบว่า โดยเฉลี่ยค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยบุตสเตรปแบบบริดจ์นั้นมีความแปรปรวนต่ำกว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ เมื่อหากพิจารณาเปรียบเทียบความแปรปรวนของตัวประมาณค่าแต่ละตัวทีละคู่ นั่นคือทำการเปรียบเทียบ $Var(\hat{\beta}_{Rj})$ กับ $Var(\bar{\beta}_{Rj}^*)$ เมื่อ $j=0,1,2,\dots,p$ ซึ่ง $Var(\hat{\beta}_{Rj})$ คือความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ของพารามิเตอร์ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ และ $Var(\bar{\beta}_{Rj}^*)$ คือความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธี ความถดถอยบุตสเตรปแบบบริดจ์ ของพารามิเตอร์ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ พบว่ามีบางค่าของ $Var(\bar{\beta}_{Rj}^*)$ มีค่ามากกว่า $Var(\hat{\beta}_{Rj})$ โดยที่ส่วนใหญ่จะอยู่ที่ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ β_0 ซึ่งเหตุการณ์ที่ $Var(\bar{\beta}_{Rj}^*)$ มีค่ามากกว่า $Var(\hat{\beta}_{Rj})$ นั้นเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเป็นส่วนน้อย ดังนั้นถ้าหากต้องการนำวิธีการประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยบุตสเตรปแบบบริดจ์ไปใช้ประโยชน์ โดยที่ไม่คำนึงถึง $Var(\bar{\beta}_{Rj}^*)$ ว่าต้องมีค่าน้อยกว่า $Var(\hat{\beta}_{Rj})$ ทุกคู่หรือไม่คำนึงถึงความแปรปรวนของตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ β_j ; $j=0,1,2,\dots,p$ แต่ละตัว สามารถนำวิธีการประมาณค่าที่กล่าวมาข้างต้นไปใช้ได้เลย

การประมาณค่าแบบช่วง

การวิจัยการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุแบบช่วง เพื่อศึกษาและใช้เป็นแนวทางการเลือกวิธีการประมาณค่าให้เหมาะสมกับแต่ละสถานการณ์ โดยต้องการให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่า

ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด ซึ่งวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ เป็นวิธีที่มีสถานการณ์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์ แต่วิธีความถดถอยแบบบริดจ์มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ ดังนั้นในการนำไปใช้ประโยชน์ต้องพิจารณาปัจจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องประกอบ หากพิจารณาความเหมาะสมของวิธีการประมาณค่าจากขนาดตัวอย่างและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ จะได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและระดับความสัมพันธ์มีระดับต่ำวิธีความถดถอยแบบบริดจ์ เป็นวิธีที่เหมาะสม เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่และระดับความสัมพันธ์มีระดับสูงวิธีความถดถอยแบบตรรกะแบบบริดจ์ เป็นวิธีที่เหมาะสม

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

สำหรับข้อเสนอแนะด้านการศึกษามีดังนี้

1. เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้สนใจศึกษาเพิ่มเติม ซึ่งเป็นการขยายผลการวิจัยออกไปให้เกิดประโยชน์ยิ่งขึ้น โดยทำการศึกษาในกรณีต่างๆ ดังต่อไปนี้ ศึกษาเพิ่มเติมเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบอื่น เช่น การแจกแจงลอกนอร์มอล การแจกแจงแบบปกติพลอมปน เป็นต้น ศึกษาเพิ่มเติมเมื่อตัวแปรอิสระมีมากกว่า 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่างขนาดอื่นๆ การเลือกใช้การประมาณค่า k อื่นๆ และศึกษาการเกิดความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระในโครงสร้างอื่นๆ เช่น การเกิดความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระในแต่ละคู่อาจจะมีค่าความสัมพันธ์ไม่เท่ากัน จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันควรมีมากกว่า 2 ตัวแปร ระดับความสัมพันธ์ที่ใช้ อาจกำหนดเป็นช่วง เป็นต้น ศึกษาเพิ่มเติมโดยการเปรียบเทียบกับวิธีการทางสถิติอื่น สำหรับการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ เมื่อตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ เช่น วิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีความถดถอยองค์ประกอบหลัก เป็นต้น

2. ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุ มีหลักการและข้อกำหนดเบื้องต้นหลายข้อ จึงน่าสนใจที่จะทำการศึกษาปัญหาเกี่ยวกับหลักการและข้อกำหนดเบื้องต้นอื่นๆ ที่ไม่ได้เป็นไปตามหลักการและข้อกำหนดในการประมาณค่า โดยศึกษาร่วมกับการเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน

3. ทำการตรวจสอบข้อมูลที่สร้างขึ้นจากการจำลอง โดยที่ทำการตรวจสอบข้อมูลของความคลาดเคลื่อน (ε) ว่าเป็นตัวแปรที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ นั่นคือ $E(\varepsilon) = 0$ และค่าความแปรปรวนของ ε_i มีค่าเท่ากันทุกค่าของ i นั่นคือ $Cov(\varepsilon) = \sigma^2 I_n$ ทำการตรวจสอบว่า ε_i และ ε_j เป็นอิสระกัน นั่นคือ $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$; $i \neq j$ และทำการตรวจสอบ

ε_i ว่ามีการแจกแจงปกติที่มี $E(\underline{\varepsilon}) = \underline{0}$ และ $Cov(\underline{\varepsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I}_n$ นั่นคือ $\underline{\varepsilon} \sim N(\underline{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$ ที่ต้องการตรวจสอบข้อมูลที่สร้างขึ้น เนื่องจากข้อมูลที่ได้จากการจำลองในแต่ละครั้งอาจเกิดความคลาดเคลื่อนในการจำลองข้อมูลได้ถึงแม้ว่าโปรแกรมที่เราใช้นั้นจะมีคำสั่งอยู่แล้ว เช่น ต้องการสร้างข้อมูลจากการจำลอง 100 ครั้ง ให้มีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อตรวจสอบข้อมูลที่ได้จากการ 100 ครั้ง อาจพบว่าจากของข้อมูล 100 ชุดที่ได้มีการแจกแจงแบบปกติไม่ถึง 100 ชุด เป็นต้น ดังนั้นก่อนจะนำข้อมูลที่เราส่งสร้างขึ้นมาไปใช้ในการวิเคราะห์หรือคำนวณสำหรับการวิจัย ควรที่จะต้องตรวจสอบข้อมูลก่อนว่าเป็นไปตามข้อกำหนดเบื้องต้นหรือไม่



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- ธีระพร วีระถาวร. ตัวแบบเชิงเส้นทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ มหานคร : สำนักพิมพ์วิทย์พัฒน, 2541.
- เบญจวรรณ ชัยกิจ. การเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ สำหรับการการถดถอยแบบริดจ์โดยเน้นแนวคิดแบบเบส. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.
- เปรมวดี ชูไสว. การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขพหุสัมพันธ์ในการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.
- ภาวนา มาศผล . การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อเกิดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.
- มานพ วรภักดิ์. การจำลอง. กรุงเทพฯ มหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.
- สุพล ดุรงค์วัฒนา . ตัวแบบและการวิเคราะห์ความถดถอยสำหรับการวิจัยขั้นสูง. กรุงเทพฯ มหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2549.

ภาษาอังกฤษ

- Alkhamisi, M., Khalaf, G., and Shukur, G. A Monte Carlo study of Recent Ridge Parameters. Working Paper Series Centre for Labor Market Policy Research 1 (2006): 1-30.
- Alkhamisi, M., Khalaf, G., and Shukur, G. Some modifications for choosing ridge parameters. Communications in Statistics—Theory and Methods 35 (2006): 2005–2020.
- Batah, F., Ramanathan, T.V., and Gore, S.D. The efficiency of modified jackknife and ridge type regression estimators: A comparison. Surveys in Mathematics its Applications 3 (2008): 111-122.

- Draper, N.R., and Smith, H. Applied Regression Analysis. 3rd ed. New York : Wiley and sons, 1998.
- Efron, B., and Tibshirani, R. An Introduction to the Bootstrap. New York : Chapman and Hall, 1993.
- Khalaf, G., and Shukur, G. Choosing ridge parameters for regression problems. Communications in Statistics—Theory and Methods A34 (2005): 1177–1182.
- Kibria, B.M.G. Performance of some new ridge regression estimators. Communications in Statistics—Theory and Methods 32 (2003): 419–435.
- Muniz, G., and Kibria, B.M.G. On Some Ridge Regression Estimators: An Empirical Comparisons. Communications in Statistics—Simulation and Computer 38 (2009): 621-630.
- Neter, J., and Wasserman, W. Applied Linear Statistical Models. 4th ed. Chicago : Irwin, 1998.
- Ozkale, M.R. A jackknifed ridge estimator in linear regression model with heteroscedastic or correlated errors. Statistics and Probability Letters 78 (2008): 3159-3169.
- Quenouille, M.H. Notes on bias in estimation. Biometrika 43 (1956): 353-360.



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความสัมพันธ์ร่วม (Collinearity)

การเกิดความสัมพันธ์ร่วมระหว่างตัวแปรอิสระในเมตริกซ์ X การที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันอาจเป็นความสัมพันธ์เฉพาะคู่เดียวเรียกว่า Collinearity หรือหลายคู่เรียกว่า multicollinearity ซึ่งหมายถึงตัวแปรอิสระคู่หนึ่งหรือเหล่านั้นไม่เป็นอิสระต่อกัน และถ้าหากจำแนกลักษณะของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเป็น 2 ลักษณะ คือ เกิดความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงอย่างสมบูรณ์ระหว่างตัวแปรอิสระ และเกิดความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงอย่างไม่สมบูรณ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ซึ่งปัญหาทั้งสองลักษณะส่งผลต่อการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (OLS) แตกต่างกันไป ดังนี้ ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างสมบูรณ์ นั่นคือ Column Vector ที่ประกอบขึ้นเป็นเมตริกซ์ X มีลักษณะของ Linearly Dependent เมตริกซ์ X จะไม่ Full Rank นั่นคือ ค่าลำดับที่ (Rank) ของเมตริกซ์ X น้อยกว่า $p+1$ ($p+1$ คือจำนวนค่าสัมประสิทธิ์หรือตัวแปรอิสระในตัวแบบรวมทั้งค่าตัดแกนด้วย) ผลที่ตามมาคือเมตริกซ์ $X'X$ ซึ่งมีขนาด $(p+1) \times (p+1)$ และมีค่าลำดับที่เหมือนกับเมตริกซ์ X นั้น เมื่อค่าลำดับที่มีค่าน้อยกว่า $p+1$ เมตริกซ์ $X'X$ เป็นเมตริกซ์เอกฐาน (Singular Matrix) คือ $|X'X|=0$ อันมีผลทำให้ไม่สามารถหาค่าของ $(X'X)^{-1}$ ได้ นั่นคือไม่สามารถหาค่า $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$ ได้นั่นเองและหมายความว่าจะไม่สามารถหาค่า $\hat{\beta}$ ที่แน่นอนค่าเดียว (Unique) ที่ทำให้ได้ค่ากำลังสองน้อยที่สุดได้ แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างไม่สมบูรณ์ นั่นคือ Column Vector ไม่ถึงกับเป็น Linearly Dependent คือ $|X'X|$ มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ แต่มีค่าเล็กลงเข้าใกล้ศูนย์ เรายังสามารถหาค่าของ $(X'X)^{-1}$ ได้ เนื่องจากเมตริกซ์ $X'X$ ยังคงมีคุณสมบัติเป็นเมตริกซ์ nonsingular Matrix แต่สมาชิกของ $(X'X)^{-1}$ จะมีค่าสูง จะทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยมีค่าสูงตามไปด้วย พิจารณาได้จาก $Cov(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$ นั่นคือเรายังสามารถหาตัวประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญได้ และตัวประมาณค่าที่ได้จะยังคงคุณสมบัติตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง แต่ความแปรปรวนที่ได้จะมีค่าสูง

ผลที่ตามมาของการเกิดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

1. ผลต่อการตีความหมายของค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยปกติค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย เป็นการวัดการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตามเมื่อตัวแปรอิสระสมนัยกันเปลี่ยนแปลงไป 1 หน่วย โดยให้ตัวแปรอิสระอื่นๆ คงที่ การตีความหมายแบบนี้จะไม่สมเหตุผลผลถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกันอย่างมาก กล่าวคือเป็นไปได้ในกรณีนี้ที่จะเพิ่มค่าของตัวแปรอิสระตัวหนึ่ง โดยให้ตัวแปรอิสระอื่นๆ ที่มีความสัมพันธ์กันคงที่ ดังนั้นปัญหาที่เกิดขึ้นจึงส่งผลต่อการตีความหมายของสัมประสิทธิ์ความถดถอย

2. ผลต่อการอ้างอิง ผลต่อการอ้างอิงประการแรก คือค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (OLS) จะไม่แม่นยำและไม่เที่ยงตรง แต่ยังมีคุณสมบัติของความไม่เอนเอียงทางสถิติอยู่ แม้จะเกิดปัญหาที่รุนแรงประการที่สอง คือค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Errors) ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุโดยทั่วไปจะมีค่ามาก อาจทำให้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ไม่ต่างจากศูนย์ไม่นัยสำคัญ นั่นคือค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ประมาณค่าได้มีค่า ไม่แตกต่างจากศูนย์ และอาจถูกตัดออกจากการวิเคราะห์ โดยการทดสอบด้วยค่าสถิติ t ไม่ใช่เพราะตัวแปรนั้นไม่มีผล แต่เป็นเพราะเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน สถานการณ์นี้อาจเกิดขึ้น แม้ว่าค่า R^2 หรือค่า F จะมีค่าสูง ซึ่งบอกให้ทราบว่าตัวแบบนั้นมีความเหมาะสมกับข้อมูล

3. ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุอาจถูกกระทบกระเทือนได้ง่าย นั่นคือมีความอ่อนไหวเมื่อมีการเพิ่มหรือลดค่าสังเกตบางค่าหรือตัวแปรอิสระบางตัว

ดัชนีพหุสัมพันธ์ (Degree of multicollinearity)

ดัชนีพหุสัมพันธ์ คือ ค่าซึ่งบอกให้ทราบว่าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันมากหรือน้อยเพียงใด ค่าต่างๆ ซึ่งสามารถใช้เป็นดัชนีพหุสัมพันธ์ดังนี้

1. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่าย (Simple Coefficient of Correlation)

พิจารณาเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระระหว่างคู่ของตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร โดยที่สมาชิกแถวที่ i และสดมภ์ที่ j แสดงถึงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของตัวแปรอิสระ X_i และ X_j ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของตัวแปรอิสระ X_i และ X_j ใดๆ มีค่าสูงมากแสดงว่าตัวแปรอิสระมีแนวโน้มที่จะมีพหุสัมพันธ์ อย่างไรก็ตามการพิจารณาด้วยวิธีนี้ไม่ได้กำหนดค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของตัวแปรอิสระแต่ละคู่ว่าเป็นเท่าใด จึงจะเกิดพหุสัมพันธ์ สุพล ดุรงค์วัฒนา (2549) ได้กล่าวว่าถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายระหว่างตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร คู่ใดๆ ของเมตริกซ์สหสัมพันธ์มีค่าเกิน 0.9 หรือถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายระหว่างตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร หลายๆ คู่ของเมตริกซ์สหสัมพันธ์มีค่าเกิน 0.7 ซึ่งเป็นสัญญาณเตือนการเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์

2. Variance Inflation Factors (VIF)

Marquart (1970) ได้เสนอให้ค่าสมาชิกในแถวเส้นทแยงมุม ของเมตริกซ์ของเมตริกซ์ความสัมพันธ์ ซึ่งให้ชื่อว่า Variance Inflation Factors (VIF) เป็นดัชนีพหุสัมพันธ์โดยที่

$$VIF = \frac{1}{(1 - R_j^2)}$$

โดยที่ R_j^2 คือค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจของตัวแปร X_j ซึ่งถดถอยกับตัวแปรอิสระที่เหลือ

ถ้า X_j เกือบจะเป็นอิสระกับตัวแปรอื่นๆ R_j^2 จะมีค่าน้อย และ VIF จะมีค่าเข้าใกล้หนึ่ง แต่ถ้า X_j มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรอิสระที่เหลือบางตัว R_j^2 จะมีค่าใกล้เคียงกับหนึ่ง และ VIF จะมีค่ามาก ถ้าข้อมูล VIF บางค่าซึ่งมีค่ามากจะบอกได้ว่าตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน โดยทั่วไปในทางปฏิบัติถ้า VIF มีค่ามากกว่า 10 แสดงว่าตัวแปรอิสระตัวที่ j มีความสัมพันธ์ร่วมกับตัวแปรอิสระตัวอื่นๆ ที่เหลือ

ค่า Tolerance ซึ่งเป็นส่วนกลับของค่า VIF นั่นคือค่า Tolerance จะเท่ากับ $1 - R_j^2$ ถ้าหากค่า Tolerance มีค่ามากกว่า 0.1 แสดงว่าตัวแปรอิสระตัวที่ j มีความสัมพันธ์ร่วมกับตัวแปรอิสระตัวอื่นๆ ที่เหลือ

Chatterjee and Price (1977) ได้กล่าวว่า VIF อาจใช้หาค่าคาดหวังของระยะทางกำลังสองของค่าประมาณโดยกำลังสองน้อยที่สุด จากค่าจริงซึ่งจะใช้วัดความแม่นยำของค่าประมาณจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ถ้าระยะทางมีค่าน้อยลงตัวประมาณจะยิ่งมีความแม่นยำมากขึ้น

ให้ L^2 คือ ระยะทางกำลังสอง

$$\therefore L^2 = \sigma^2 \sum_{j=1}^p VIF_j \text{ เมื่อ } p \text{ คือ จำนวนตัวแปรอิสระ}$$

ถ้าตัวแปรอิสระไม่มีพหุสัมพันธ์กัน VIF จะมีค่าเท่ากับหนึ่งทุกค่า ซึ่งจะทำให้

$$L^2 = p\sigma^2, \quad R_L = \frac{\sigma^2 \sum_{j=1}^p VIF_j}{p\sigma^2} = \frac{\sum_{j=1}^p VIF_j}{p}$$

R_L จะวัดความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับขนาดของความคลาดเคลื่อนของข้อมูลนั้น ถ้าตัวแปรอิสระไม่มีพหุสัมพันธ์กัน ดังนั้นค่า R_L จึงอาจใช้เป็นดัชนีพหุสัมพันธ์ได้ ตัวอย่างเช่น ถ้า R_L มีค่าเท่ากับ 100 หมายความว่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะเป็น 100 เท่าของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุด ถ้าตัวแปรอิสระไม่มีพหุสัมพันธ์

3. ค่าเฉพาะของ XX'

Montgomery (1982) ได้กล่าวไว้ว่าถ้า $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ ซึ่งเป็นค่าเฉพาะของเมตริกซ์ความสัมพันธ์ให้ $m = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}$ อาจใช้ค่า m ที่ได้เป็นดัชนีพหุสัมพันธ์ซึ่งค่า m จะวัดการกระจายของค่าเฉพาะ โดยทั่วไปถ้า $m < 100$ การที่ตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันจะไม่ก่อให้เกิดปัญหาในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุนามากนัก แต่ถ้า $m > 100$ การที่ตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันจะก่อให้เกิดปัญหาในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุนามาก

Montgomery (1982) ได้กล่าวไว้อีกว่า $\det(R)^{1/2}$ จะเป็นตัววัดถึงการสูญเสียอำนาจในการประมาณค่าเนื่องจากมีพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยที่ R คือ เมตริกซ์สหสัมพันธ์ การใช้ $\det(R)^{1/2}$ เป็นดัชนีพหุสัมพันธ์ ถ้า $\det(R)^{1/2}$ มีค่าเข้าใกล้กับ 1 แสดงว่าตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันน้อย ถ้า $\det(R)^{1/2} = 1$ แสดงว่าตัวแปรอิสระไม่มีพหุสัมพันธ์กัน แต่ถ้า $\det(R)^{1/2}$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ แสดงว่าตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันมาก



ภาคผนวก ข

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โปรแกรมสำหรับการดำเนินการวิจัย

ตารางที่ ข1 แสดงฟังก์ชันการทำงานของโปรแกรม R 2.8.1 ทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัย

ลำดับที่	ชื่อฟังก์ชัน	หน้าที่การทำงาน
1	dim	กำหนดมิติของตัวแปรสำหรับเก็บข้อมูล
2	c()	สร้างเวกเตอร์
3	array(c(),dim)	ตัวแปรสำหรับเก็บข้อมูล
4	rbind(...)	เมตริกซ์ที่ทำการเก็บค่าอยู่ในรูปของแถว
5	rnorm(n,mean,sd)	สร้างตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบปกติ ขนาด n ค่าที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ mean และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ sd
6	matrix(nrow,ncol)	ทำการเก็บข้อมูลในรูปของเมตริกซ์โดย nrow แทนจำนวนแถวที่ต้องการและ ncol แทนจำนวนสดมภ์ที่ต้องการ
7	t()	Transpose ของเมตริกซ์
8	eigen()	คำนวณหาค่าเฉพาะ
9	solve()	คำนวณหาค่าเมตริกซ์ผกผัน
10	mean()	คำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล
11	sum()	คำนวณหาค่าผลรวมของข้อมูล
12	qt(p,df)	แสดงค่าอินเวอร์สของความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงแบบที โดยที่ p แทนความน่าจะเป็นสะสมและ df แทนองศาของความเป็นอิสระ
13	quantile	คำนวณหาค่าตำแหน่งควอนไทล์ของข้อมูล
14	round(a,did)	การปัดเศษของตัวเลข a โดยที่ dig คือตำแหน่งของทศนิยมที่ต้องการ
15	colMeans()	คำนวณค่าเฉลี่ยของสดมภ์
16	colSums()	คำนวณผลรวมของสดมภ์
17	sqrt()	คำนวณหารากที่สอง
18	min() , max()	คำนวณหาค่าต่ำสุด , คำนวณหาค่าสูงสุด

ตารางที่ ข2 แสดงความหมายของสัญลักษณ์ต่างๆ ของโปรแกรม R 2.8.1

ลำดับที่	สัญลักษณ์	ความหมาย
1	p	จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ในการทดลอง
2	n	ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง
3	sd	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน
4	rho	ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ
5	alpha	ระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการประมาณค่าแบบช่วง
6	M	จำนวนรอบของการทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์
7	B	จำนวนรอบของการทำซ้ำในกระบวนการบูตสแตรป
8	-	เครื่องหมายลบ
9	+	เครื่องหมายบวก
10	*	แทนเครื่องหมายคูณ
11	/	แทนเครื่องหมายหาร
12	^	แทนการยกกำลัง
13	%*%	การคูณกันของเมตริกซ์
14	==	การเท่ากัน
15	>=	การมากกว่าหรือเท่ากับ
16	&	เครื่องหมาย และ (AND)
17	<-	ให้นำค่าหรือการทำงานของฟังก์ชันที่อยู่ทางด้านขวาไปเก็บในตัวแปรที่ตั้งชื่อไว้ทางด้านซ้าย

โปรแกรมแสดงการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุสำหรับการ ดำเนินการวิจัย

```
#####สร้างฟังก์ชันเพื่อกำหนดค่าที่ใช้ในการวิจัย
thesis<-function(p,n,sd,rho)
{#1
B<-400
M<-500
#####สร้างข้อมูลความคลาดเคลื่อนของตัวแบบให้มีการแจกแจงปกติ
Er<-array(rnorm(n,0,sd),dim=c(n,1))
#####สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระให้มีความสัมพันธ์ตามที่กำหนด
W<-array(mnorm(n,0,1),dim=c(p+1,n))
W1<-t(W)
D1<-(1-rho)^(1/2)
X0<-array(dim=c(n,p))
for(i in 1:n)
{
  for(j in 1:p)
  {
    X0[i,j]<-(D1*W1[i,j])+((rho)^(1/2))*W1[i,p+1])
  }
}
X1<-round(X0,dig=4)
#####สร้างเมทริกซ์ของข้อมูลตัวแปรอิสระ สร้างเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอย
จากค่าคงที่ใดๆ ที่กำหนด และ สร้างข้อมูลของตัวแปรตามจากสมการของตัวแบบ
X2<-matrix(c(1),n,1)
X<-round(matrix(c(X2,X1),n,p+1),dig=4)
Beta<-matrix(c(1),p+1,1)
Y<-(X%*%Beta)+Er
#####หาค่าเฉพาะของเมทริกซ์ X'X
Ei<-eigen(t(X1)%*%X1)
Ei.val<-matrix(c(Ei$values),1,p)
Ei.max<-max(Ei.val)
Ei.min<-min(Ei.val)
PP<-matrix(Ei$vectors,p,p)
```

```

P<-PP
Z<-X1%*%P
ZtZ<-t(Z)%*%Z
B.Ei<-solve(ZtZ)%*(t(Z)%*%Y)
B.Eimax<-max(B.Ei)
B.Eimin<-min(B.Ei)
S2.Ei<-((1/(n-p))*(t(Y-(Z%*%B.Ei))%*(Y-(Z%*%B.Ei))))
#####ประมาณค่า K
KK1<-((Ei.max*S2.Ei)/(((n-p)*S2.Ei)+(Ei.max*(B.Eimax^2)))
KK2<-((p*S2.Ei)/(t(B.Ei)%*%B.Ei))+1/Ei.max)
KK3<-((p*S2.Ei)/(Ei.val%*(B.Ei^2)))+(1/Ei.max)
KK<-matrix(c(KK1,KK2,KK3),1,3)
K1<-KK[1]
K2<-KK[2]
K3<-KK[3]
#####สร้างเมตริกซ์เอกลักษณ์
l<-array(dim=c(p+1,p+1))
for(i in 1:(p+1))
{
  for(j in 1:(p+1))
  {
    if(i==j)
    {
      l[i,j]<-1
    }
    else
    {
      l[i,j]<-0
    }
  }
}
#####การประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์#####
#####
#####การประมาณค่าแบบจุดด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์
B.RidK1<-solve((t(X)%*%X)+(K1*I))%*(t(X)%*%Y)

```

```

B.RidK2<-(solve((t(X)%*%X)+(K2*I)))*%*(t(X)%*%Y)
B.RidK3<-(solve((t(X)%*%X)+(K3*I)))*%*(t(X)%*%Y)
Er.hat.RidK1<-Y-(X%*%B.RidK1)
Er.hat.RidK2<-Y-(X%*%B.RidK2)
Er.hat.RidK3<-Y-(X%*%B.RidK3)
MSEi.RK1<-(B.RidK1-Beta)^2
MSEi.RK2<-(B.RidK2-Beta)^2
MSEi.RK3<-(B.RidK3-Beta)^2
Bi.RidK1<-matrix(t(B.RidK1),1,p+1)
Bi.RidK2<-matrix(t(B.RidK2),1,p+1)
Bi.RidK3<-matrix(t(B.RidK3),1,p+1)
MSEi.RidK1<-matrix(t(MSEi.RK1),1,p+1)
MSEi.RidK2<-matrix(t(MSEi.RK2),1,p+1)
MSEi.RidK3<-matrix(t(MSEi.RK3),1,p+1)
#####การประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์
coRii.K1<-(solve((t(X)%*%X)+(K1*I)))*%*(t(X)%*%X)%*(solve((t(X)%*%X)+(K1*I)))
coRii.K2<-(solve((t(X)%*%X)+(K2*I)))*%*(t(X)%*%X)%*(solve((t(X)%*%X)+(K2*I)))
coRii.K3<-(solve((t(X)%*%X)+(K3*I)))*%*(t(X)%*%X)%*(solve((t(X)%*%X)+(K3*I)))
SB2.K1<-(1/(n-p-1))*(t(Y-(X%*%B.RidK1)))*%*(Y-(X%*%B.RidK1)))
SB2.K2<-(1/(n-p-1))*(t(Y-(X%*%B.RidK2)))*%*(Y-(X%*%B.RidK2)))
SB2.K3<-(1/(n-p-1))*(t(Y-(X%*%B.RidK3)))*%*(Y-(X%*%B.RidK3)))
coSB2Rii.K1<-SB2.K1[1,1]*coRii.K1
coSB2Rii.K2<-SB2.K2[1,1]*coRii.K2
coSB2Rii.K3<-SB2.K3[1,1]*coRii.K3
Si.K1<-sqrt(diag(coSB2Rii.K1))
Si.K2<-sqrt(diag(coSB2Rii.K2))
Si.K3<-sqrt(diag(coSB2Rii.K3))
Sii.K1<-matrix(Si.K1,p+1,1)
Sii.K2<-matrix(Si.K2,p+1,1)
Sii.K3<-matrix(Si.K3,p+1,1)
alpha<-matrix(c(0.1,0.05,0.01),1,3)
t.Table<-matrix(,1,3)
for(i in 1:1)
{
for(j in 1:3)

```

```

    {
      t.Table[i,j]<-qt(1-(alpha[i,j]/2),df=(n-p-1))
    }
  }

```

```

lowerRK1.a1<-B.RidK1-(t.Table[1,1]*Sii.K1)
lowerRK2.a1<-B.RidK2-(t.Table[1,1]*Sii.K2)
lowerRK3.a1<-B.RidK3-(t.Table[1,1]*Sii.K3)
upperRK1.a1<-B.RidK1+(t.Table[1,1]*Sii.K1)
upperRK2.a1<-B.RidK2+(t.Table[1,1]*Sii.K2)
upperRK3.a1<-B.RidK3+(t.Table[1,1]*Sii.K3)
lnRK1.a1<-t(upperRK1.a1-lowerRK1.a1)
lnRK2.a1<-t(upperRK2.a1-lowerRK2.a1)
lnRK3.a1<-t(upperRK3.a1-lowerRK3.a1)
  loweri.RK1.a1<-matrix(t(lowerRK1.a1),1,p+1)
  loweri.RK2.a1<-matrix(t(lowerRK2.a1),1,p+1)
  loweri.RK3.a1<-matrix(t(lowerRK3.a1),1,p+1)
  upperi.RK1.a1<-matrix(t(upperRK1.a1),1,p+1)
  upperi.RK2.a1<-matrix(t(upperRK2.a1),1,p+1)
  upperi.RK3.a1<-matrix(t(upperRK3.a1),1,p+1)
  lni.RK1.a1<-matrix(lnRK1.a1,1,p+1)
  lni.RK2.a1<-matrix(lnRK2.a1,1,p+1)
  lni.RK3.a1<-matrix(lnRK3.a1,1,p+1)

```

```

lowerRK1.a2<-B.RidK1-(t.Table[1,2]*Sii.K1)
lowerRK2.a2<-B.RidK2-(t.Table[1,2]*Sii.K2)
lowerRK3.a2<-B.RidK3-(t.Table[1,2]*Sii.K3)
upperRK1.a2<-B.RidK1+(t.Table[1,2]*Sii.K1)
upperRK2.a2<-B.RidK2+(t.Table[1,2]*Sii.K2)
upperRK3.a2<-B.RidK3+(t.Table[1,2]*Sii.K3)
lnRK1.a2<-t(upperRK1.a2-lowerRK1.a2)
lnRK2.a2<-t(upperRK2.a2-lowerRK2.a2)
lnRK3.a2<-t(upperRK3.a2-lowerRK3.a2)
  loweri.RK1.a2<-matrix(t(lowerRK1.a2),1,p+1)
  loweri.RK2.a2<-matrix(t(lowerRK2.a2),1,p+1)

```



```

loweri.RK3.a2<-matrix(t(lowerRK3.a2),1,p+1)
upperi.RK1.a2<-matrix(t(upperRK1.a2),1,p+1)
upperi.RK2.a2<-matrix(t(upperRK2.a2),1,p+1)
upperi.RK3.a2<-matrix(t(upperRK3.a2),1,p+1)
Ini.RK1.a2<-matrix(lnRK1.a2,1,p+1)
Ini.RK2.a2<-matrix(lnRK2.a2,1,p+1)
Ini.RK3.a2<-matrix(lnRK3.a2,1,p+1)

```

```

lowerRK1.a3<-B.RidK1-(t.Table[1,3]*Sii.K1)
lowerRK2.a3<-B.RidK2-(t.Table[1,3]*Sii.K2)
lowerRK3.a3<-B.RidK3-(t.Table[1,3]*Sii.K3)
upperRK1.a3<-B.RidK1+(t.Table[1,3]*Sii.K1)
upperRK2.a3<-B.RidK2+(t.Table[1,3]*Sii.K2)
upperRK3.a3<-B.RidK3+(t.Table[1,3]*Sii.K3)
lnRK1.a3<-t(upperRK1.a3-lowerRK1.a3)
lnRK2.a3<-t(upperRK2.a3-lowerRK2.a3)
lnRK3.a3<-t(upperRK3.a3-lowerRK3.a3)

```

```

loweri.RK1.a3<-matrix(t(lowerRK1.a3),1,p+1)
loweri.RK2.a3<-matrix(t(lowerRK2.a3),1,p+1)
loweri.RK3.a3<-matrix(t(lowerRK3.a3),1,p+1)
upperi.RK1.a3<-matrix(t(upperRK1.a3),1,p+1)
upperi.RK2.a3<-matrix(t(upperRK2.a3),1,p+1)
upperi.RK3.a3<-matrix(t(upperRK3.a3),1,p+1)
Ini.RK1.a3<-matrix(lnRK1.a3,1,p+1)
Ini.RK2.a3<-matrix(lnRK2.a3,1,p+1)
Ini.RK3.a3<-matrix(lnRK3.a3,1,p+1)

```

```

#####การประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยบูลตสเตรปแบบบริดจ์#####
#####
#####การประมาณค่าแบบจุดด้วยวิธีความถดถอยบูลตสเตรปแบบบริดจ์#####

```

```

set.x<-c(1:n)
prob.x<-c(1/n)
ran<-sample(set.x,size=n,prob.x)
Er.hat.BoK1<-array(,dim=c(n,1))
Er.hat.BoK2<-array(,dim=c(n,1))
Er.hat.BoK3<-array(,dim=c(n,1))

```

```

for(t in 1:n)
{
  Er.hat.BoK1[t]<-Er.hat.RidK1[ran[t]]
  Er.hat.BoK2[t]<-Er.hat.RidK2[ran[t]]
  Er.hat.BoK3[t]<-Er.hat.RidK3[ran[t]]
}

Y.BoK1<-(X%*%B.RidK1)+Er.hat.BoK1
Y.BoK2<-(X%*%B.RidK2)+Er.hat.BoK2
Y.BoK3<-(X%*%B.RidK3)+Er.hat.BoK3
B.BoK1<-(solve((t(X)%*%X)+(K1*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK1))
B.BoK2<-(solve((t(X)%*%X)+(K2*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK2))
B.BoK3<-(solve((t(X)%*%X)+(K3*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK3))
BK1<-matrix(t(B.BoK1),1,p+1)
BK2<-matrix(t(B.BoK2),1,p+1)
BK3<-matrix(t(B.BoK3),1,p+1)

for(i in 1:(B-1))
{#loop B-1
  set.x<-c(1:n)
  prob.x<-c(1/n)
  ran<-sample(set.x,size=n,prob.x)
  Er.hat.BoK1<-array(,dim=c(n,1))
  Er.hat.BoK2<-array(,dim=c(n,1))
  Er.hat.BoK3<-array(,dim=c(n,1))
  for(t in 1:n)
  {
    Er.hat.BoK1[t]<-Er.hat.RidK1[ran[t]]
    Er.hat.BoK2[t]<-Er.hat.RidK2[ran[t]]
    Er.hat.BoK3[t]<-Er.hat.RidK3[ran[t]]
  }

  Y.BoK1<-(X%*%B.RidK1)+Er.hat.BoK1
  Y.BoK2<-(X%*%B.RidK2)+Er.hat.BoK2
  Y.BoK3<-(X%*%B.RidK3)+Er.hat.BoK3
}

```

```

B.BoK1<-(solve((t(X)%*%X)+(K1*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK1)
B.BoK2<-(solve((t(X)%*%X)+(K2*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK2)
B.BoK3<-(solve((t(X)%*%X)+(K3*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK3)

      BK1<-rbind(BK1,t(B.BoK1))
      BK2<-rbind(BK2,t(B.BoK2))
      BK3<-rbind(BK3,t(B.BoK3))

}#loop B-1

BK1.bar<-colMeans(BK1)
BK2.bar<-colMeans(BK2)
BK3.bar<-colMeans(BK3)
BoK1.bar<-matrix(BK1.bar,p+1,1)
BoK2.bar<-matrix(BK2.bar,p+1,1)
BoK3.bar<-matrix(BK3.bar,p+1,1)
MSEi.BK1<-(BoK1.bar-Beta)^2
MSEi.BK2<-(BoK2.bar-Beta)^2
MSEi.BK3<-(BoK3.bar-Beta)^2
      Bi.BoK1.bar<-matrix(t(BoK1.bar),1,p+1)
      Bi.BoK2.bar<-matrix(t(BoK2.bar),1,p+1)
      Bi.BoK3.bar<-matrix(t(BoK3.bar),1,p+1)
      MSEi.BoK1<-matrix(t(MSEi.BK1),1,p+1)
      MSEi.BoK2<-matrix(t(MSEi.BK2),1,p+1)
      MSEi.BoK3<-matrix(t(MSEi.BK3),1,p+1)

#####การประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีความถดถอยนูนสแตรแบบบริดจ์
PI.BK1.a1<-array(dim=c(1,p+1))
PI.BK2.a1<-array(dim=c(1,p+1))
PI.BK3.a1<-array(dim=c(1,p+1))
Pu.BK1.a1<-array(dim=c(1,p+1))
Pu.BK2.a1<-array(dim=c(1,p+1))
Pu.BK3.a1<-array(dim=c(1,p+1))

PI.BK1.a2<-array(dim=c(1,p+1))
PI.BK2.a2<-array(dim=c(1,p+1))
PI.BK3.a2<-array(dim=c(1,p+1))

```

```
Pu.BK1.a2<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
Pu.BK2.a2<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
Pu.BK3.a2<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
Pl.BK1.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
Pl.BK2.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
Pl.BK3.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
Pu.BK1.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
Pu.BK2.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
Pu.BK3.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
```

```
for(s in 1:1)
```

```
{
```

```
  for(t in 1:(p+1))
```

```
  {
```

```
    Pl.BK1.a1[s,t]<-quantile(BK1[,t],(alpha[1,1]/2))
```

```
    Pl.BK2.a1[s,t]<-quantile(BK2[,t],(alpha[1,1]/2))
```

```
    Pl.BK3.a1[s,t]<-quantile(BK3[,t],(alpha[1,1]/2))
```

```
    Pu.BK1.a1[s,t]<-quantile(BK1[,t],1-(alpha[1,1]/2))
```

```
    Pu.BK2.a1[s,t]<-quantile(BK2[,t],1-(alpha[1,1]/2))
```

```
    Pu.BK3.a1[s,t]<-quantile(BK3[,t],1-(alpha[1,1]/2))
```

```
    Pl.BK1.a2[s,t]<-quantile(BK1[,t],(alpha[1,2]/2))
```

```
    Pl.BK2.a2[s,t]<-quantile(BK2[,t],(alpha[1,2]/2))
```

```
    Pl.BK3.a2[s,t]<-quantile(BK3[,t],(alpha[1,2]/2))
```

```
    Pu.BK1.a2[s,t]<-quantile(BK1[,t],1-(alpha[1,2]/2))
```

```
    Pu.BK2.a2[s,t]<-quantile(BK2[,t],1-(alpha[1,2]/2))
```

```
    Pu.BK3.a2[s,t]<-quantile(BK3[,t],1-(alpha[1,2]/2))
```

```
    Pl.BK1.a3[s,t]<-quantile(BK1[,t],(alpha[1,3]/2))
```

```
    Pl.BK2.a3[s,t]<-quantile(BK2[,t],(alpha[1,3]/2))
```

```
    Pl.BK3.a3[s,t]<-quantile(BK3[,t],(alpha[1,3]/2))
```

```
    Pu.BK1.a3[s,t]<-quantile(BK1[,t],1-(alpha[1,3]/2))
```

```
    Pu.BK2.a3[s,t]<-quantile(BK2[,t],1-(alpha[1,3]/2))
```

```
    Pu.BK3.a3[s,t]<-quantile(BK3[,t],1-(alpha[1,3]/2))
```

```

}
}

```

```
lowerBK1.a1<-matrix(Pl.BK1.a1,1,p+1)
```

```
lowerBK2.a1<-matrix(Pl.BK2.a1,1,p+1)
```

```
lowerBK3.a1<-matrix(Pl.BK3.a1,1,p+1)
```

```
upperBK1.a1<-matrix(Pu.BK1.a1,1,p+1)
```

```
upperBK2.a1<-matrix(Pu.BK2.a1,1,p+1)
```

```
upperBK3.a1<-matrix(Pu.BK3.a1,1,p+1)
```

```
lnBK1.a1<-upperBK1.a1-lowerBK1.a1
```

```
lnBK2.a1<-upperBK2.a1-lowerBK2.a1
```

```
lnBK3.a1<-upperBK3.a1-lowerBK3.a1
```

```
    loweri.BK1.a1<-matrix(lowerBK1.a1,1,p+1)
```

```
    loweri.BK2.a1<-matrix(lowerBK2.a1,1,p+1)
```

```
    loweri.BK3.a1<-matrix(lowerBK3.a1,1,p+1)
```

```
    upperi.BK1.a1<-matrix(upperBK1.a1,1,p+1)
```

```
    upperi.BK2.a1<-matrix(upperBK2.a1,1,p+1)
```

```
    upperi.BK3.a1<-matrix(upperBK3.a1,1,p+1)
```

```
    lni.BK1.a1<-matrix(lnBK1.a1,1,p+1)
```

```
    lni.BK2.a1<-matrix(lnBK2.a1,1,p+1)
```

```
    lni.BK3.a1<-matrix(lnBK3.a1,1,p+1)
```

```
lowerBK1.a2<-matrix(Pl.BK1.a2,1,p+1)
```

```
lowerBK2.a2<-matrix(Pl.BK2.a2,1,p+1)
```

```
lowerBK3.a2<-matrix(Pl.BK3.a2,1,p+1)
```

```
upperBK1.a2<-matrix(Pu.BK1.a2,1,p+1)
```

```
upperBK2.a2<-matrix(Pu.BK2.a2,1,p+1)
```

```
upperBK3.a2<-matrix(Pu.BK3.a2,1,p+1)
```

```
lnBK1.a2<-upperBK1.a2-lowerBK1.a2
```

```
lnBK2.a2<-upperBK2.a2-lowerBK2.a2
```

```
lnBK3.a2<-upperBK3.a2-lowerBK3.a2
```

```
    loweri.BK1.a2<-matrix(lowerBK1.a2,1,p+1)
```

```
    loweri.BK2.a2<-matrix(lowerBK2.a2,1,p+1)
```

```
    loweri.BK3.a2<-matrix(lowerBK3.a2,1,p+1)
```

```
    upperi.BK1.a2<-matrix(upperBK1.a2,1,p+1)
```



```

upperi.BK2.a2<-matrix(upperBK2.a2,1,p+1)
upperi.BK3.a2<-matrix(upperBK3.a2,1,p+1)
Ini.BK1.a2<-matrix(lnBK1.a2,1,p+1)
Ini.BK2.a2<-matrix(lnBK2.a2,1,p+1)
Ini.BK3.a2<-matrix(lnBK3.a2,1,p+1)

```

```

lowerBK1.a3<-matrix(Pl.BK1.a3,1,p+1)
lowerBK2.a3<-matrix(Pl.BK2.a3,1,p+1)
lowerBK3.a3<-matrix(Pl.BK3.a3,1,p+1)
upperBK1.a3<-matrix(Pu.BK1.a3,1,p+1)
upperBK2.a3<-matrix(Pu.BK2.a3,1,p+1)
upperBK3.a3<-matrix(Pu.BK3.a3,1,p+1)
lnBK1.a3<-upperBK1.a3-lowerBK1.a3
lnBK2.a3<-upperBK2.a3-lowerBK2.a3
lnBK3.a3<-upperBK3.a3-lowerBK3.a3

```

```

loweri.BK1.a3<-matrix(lowerBK1.a3,1,p+1)
loweri.BK2.a3<-matrix(lowerBK2.a3,1,p+1)
loweri.BK3.a3<-matrix(lowerBK3.a3,1,p+1)
upperi.BK1.a3<-matrix(upperBK1.a3,1,p+1)
upperi.BK2.a3<-matrix(upperBK2.a3,1,p+1)
upperi.BK3.a3<-matrix(upperBK3.a3,1,p+1)
Ini.BK1.a3<-matrix(lnBK1.a3,1,p+1)
Ini.BK2.a3<-matrix(lnBK2.a3,1,p+1)
Ini.BK3.a3<-matrix(lnBK3.a3,1,p+1)

```

```
#####Loops-1#####
```

```
#####
```

```
for(m in 1:(M-1))
```

```
{#loop M-1
```

```
#####สร้างข้อมูลความคลาดเคลื่อนของตัวแบบให้มีการแจกแจงปกติ
```

```
Er<-array(rnorm(n,0,sd),dim=c(n,1))
```

```
#####สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระให้มีความสัมพันธ์ตามที่กำหนด
```

```
W<-array(rnorm(n,0,1),dim=c(p+1,n))
```

```
W1<-t(W)
```

```
D1<-(1-rho)^(1/2)
```

```
X0<-array(.,dim=c(n,p))
```

```

for(i in 1:n)
{
  for(j in 1:p)
  {
    X0[i,j]<-(D1*W1[i,j])+((rho^(1/2))*W1[i,p+1])
  }
}
X1<-round(X0,dig=4)
#####สร้างเมตริกซ์ของข้อมูลตัวแปรอิสระ สร้างเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอย
จากค่าคงที่ใดๆ ที่กำหนด และ สร้างข้อมูลของตัวแปรตามจากสมการของตัวแบบ
X2<-matrix(c(1),n,1)
X<-round(matrix(c(X2,X1),n,p+1),dig=4)
Beta<-matrix(c(1),p+1,1)
Y<-(X%*%Beta)+Er
#####หาค่าเฉพาะของเมตริกซ์ X'X
Ei<-eigen(t(X1)%*%X1)
Ei.val<-matrix(c(Ei$values),1,p)
Ei.max<-max(Ei.val)
Ei.min<-min(Ei.val)
PP<-matrix(Ei$vectors,p,p)
P<-PP
Z<-X1%*%P
ZtZ<-t(Z)%*%Z
B.Ei<-solve(ZtZ)%*%(t(Z)%*%Y)
B.Eimax<-max(B.Ei)
B.Eimin<-min(B.Ei)
S2.Ei<-((1/(n-p))*(t(Y-(Z%*%B.Ei))%*%(Y-(Z%*%B.Ei))))
#####K Estimator
KK1<-((Ei.max*S2.Ei)/(((n-p)*S2.Ei)+(Ei.max*(B.Eimax^2)))
KK2<-((p*S2.Ei)/(t(B.Ei)%*%B.Ei))+(1/Ei.max)
KK3<-((p*S2.Ei)/(Ei.val%*%(B.Ei^2)))+(1/Ei.max)
KK<-matrix(c(KK1,KK2,KK3),1,3)
K1<-KK[1]
K2<-KK[2]
K3<-KK[3]

```

#####สร้างเมตริกซ์เอกลักษณ์

```
I<-array(dim=c(p+1,p+1))
```

```
for(i in 1:(p+1))
```

```
{
```

```
  for(j in 1:(p+1))
```

```
  {
```

```
    if(i==j)
```

```
    {
```

```
      I[i,j]<-1
```

```
    }
```

```
    else
```

```
    {
```

```
      I[i,j]<-0
```

```
    }
```

```
  }
```

```
}
```

#####การประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์#####

#####

#####การประมาณค่าแบบจุดด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์

```
B.RidK1<-(solve((t(X)%*%X)+(K1*I)))*%*(t(X)%*%Y)
```

```
B.RidK2<-(solve((t(X)%*%X)+(K2*I)))*%*(t(X)%*%Y)
```

```
B.RidK3<-(solve((t(X)%*%X)+(K3*I)))*%*(t(X)%*%Y)
```

```
Er.hat.RidK1<-Y-(X%*%B.RidK1)
```

```
Er.hat.RidK2<-Y-(X%*%B.RidK2)
```

```
Er.hat.RidK3<-Y-(X%*%B.RidK3)
```

```
MSEi.RK1<-(B.RidK1-Beta)^2
```

```
MSEi.RK2<-(B.RidK2-Beta)^2
```

```
MSEi.RK3<-(B.RidK3-Beta)^2
```

```
Bi.RidK1<-rbind(Bi.RidK1,t(B.RidK1))
```

```
Bi.RidK2<-rbind(Bi.RidK2,t(B.RidK2))
```

```
Bi.RidK3<-rbind(Bi.RidK3,t(B.RidK3))
```

```
MSEi.RidK1<-rbind(MSEi.RidK1,t(MSEi.RK1))
```

```
MSEi.RidK2<-rbind(MSEi.RidK2,t(MSEi.RK2))
```

```
MSEi.RidK3<-rbind(MSEi.RidK3,t(MSEi.RK3))
```

```
#####การประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีความถดถอยแบบบริดจ์
coRii.K1<-(solve((t(X)%*%X)+(K1*I)))*%*(t(X)%*%X)%*(solve((t(X)%*%X)+(K1*I)))
coRii.K2<-(solve((t(X)%*%X)+(K2*I)))*%*(t(X)%*%X)%*(solve((t(X)%*%X)+(K2*I)))
coRii.K3<-(solve((t(X)%*%X)+(K3*I)))*%*(t(X)%*%X)%*(solve((t(X)%*%X)+(K3*I)))
SB2.K1<-(1/(n-p-1))*(t(Y-(X%*%B.RidK1))%*(Y-(X%*%B.RidK1)))
SB2.K2<-(1/(n-p-1))*(t(Y-(X%*%B.RidK2))%*(Y-(X%*%B.RidK2)))
SB2.K3<-(1/(n-p-1))*(t(Y-(X%*%B.RidK3))%*(Y-(X%*%B.RidK3)))
coSB2Rii.K1<-SB2.K1[1,1]*coRii.K1
coSB2Rii.K2<-SB2.K2[1,1]*coRii.K2
coSB2Rii.K3<-SB2.K3[1,1]*coRii.K3
Si.K1<-sqrt(diag(coSB2Rii.K1))
Si.K2<-sqrt(diag(coSB2Rii.K2))
Si.K3<-sqrt(diag(coSB2Rii.K3))
Sii.K1<-matrix(Si.K1,p+1,1)
Sii.K2<-matrix(Si.K2,p+1,1)
Sii.K3<-matrix(Si.K3,p+1,1)
alpha<-matrix(c(0.1,0.05,0.01),1,3)
t.Table<-matrix(,1,3)
for(i in 1:1)
{
  for(j in 1:3)
  {
    t.Table[i,j]<-qt(1-(alpha[i,j]/2),df=(n-p-1))
  }
}

lowerRK1.a1<-B.RidK1-(t.Table[1,1]*Sii.K1)
lowerRK2.a1<-B.RidK2-(t.Table[1,1]*Sii.K2)
lowerRK3.a1<-B.RidK3-(t.Table[1,1]*Sii.K3)
upperRK1.a1<-B.RidK1+(t.Table[1,1]*Sii.K1)
upperRK2.a1<-B.RidK2+(t.Table[1,1]*Sii.K2)
upperRK3.a1<-B.RidK3+(t.Table[1,1]*Sii.K3)
lnRK1.a1<-t(upperRK1.a1-lowerRK1.a1)
lnRK2.a1<-t(upperRK2.a1-lowerRK2.a1)
lnRK3.a1<-t(upperRK3.a1-lowerRK3.a1)
```

```

loweri.RK1.a1<-rbind(loweri.RK1.a1,t(lowerRK1.a1))
loweri.RK2.a1<-rbind(loweri.RK2.a1,t(lowerRK2.a1))
loweri.RK3.a1<-rbind(loweri.RK3.a1,t(lowerRK3.a1))
upperi.RK1.a1<-rbind(upperi.RK1.a1,t(upperRK1.a1))
upperi.RK2.a1<-rbind(upperi.RK2.a1,t(upperRK2.a1))
upperi.RK3.a1<-rbind(upperi.RK3.a1,t(upperRK3.a1))
Ini.RK1.a1<-rbind(Ini.RK1.a1,lnRK1.a1)
Ini.RK2.a1<-rbind(Ini.RK2.a1,lnRK2.a1)
Ini.RK3.a1<-rbind(Ini.RK3.a1,lnRK3.a1)

```

```

lowerRK1.a2<-B.RidK1-(t.Table[1,2]*Sii.K1)
lowerRK2.a2<-B.RidK2-(t.Table[1,2]*Sii.K2)
lowerRK3.a2<-B.RidK3-(t.Table[1,2]*Sii.K3)
upperRK1.a2<-B.RidK1+(t.Table[1,2]*Sii.K1)
upperRK2.a2<-B.RidK2+(t.Table[1,2]*Sii.K2)
upperRK3.a2<-B.RidK3+(t.Table[1,2]*Sii.K3)
lnRK1.a2<-t(upperRK1.a2-lowerRK1.a2)
lnRK2.a2<-t(upperRK2.a2-lowerRK2.a2)
lnRK3.a2<-t(upperRK3.a2-lowerRK3.a2)
loweri.RK1.a2<-rbind(loweri.RK1.a2,t(lowerRK1.a2))
loweri.RK2.a2<-rbind(loweri.RK2.a2,t(lowerRK2.a2))
loweri.RK3.a2<-rbind(loweri.RK3.a2,t(lowerRK3.a2))
upperi.RK1.a2<-rbind(upperi.RK1.a2,t(upperRK1.a2))
upperi.RK2.a2<-rbind(upperi.RK2.a2,t(upperRK2.a2))
upperi.RK3.a2<-rbind(upperi.RK3.a2,t(upperRK3.a2))
Ini.RK1.a2<-rbind(Ini.RK1.a2,lnRK1.a2)
Ini.RK2.a2<-rbind(Ini.RK2.a2,lnRK2.a2)
Ini.RK3.a2<-rbind(Ini.RK3.a2,lnRK3.a2)

```

```

lowerRK1.a3<-B.RidK1-(t.Table[1,3]*Sii.K1)
lowerRK2.a3<-B.RidK2-(t.Table[1,3]*Sii.K2)
lowerRK3.a3<-B.RidK3-(t.Table[1,3]*Sii.K3)
upperRK1.a3<-B.RidK1+(t.Table[1,3]*Sii.K1)
upperRK2.a3<-B.RidK2+(t.Table[1,3]*Sii.K2)
upperRK3.a3<-B.RidK3+(t.Table[1,3]*Sii.K3)

```



```

lnRK1.a3<-t(upperRK1.a3-lowerRK1.a3)
lnRK2.a3<-t(upperRK2.a3-lowerRK2.a3)
lnRK3.a3<-t(upperRK3.a3-lowerRK3.a3)

loweri.RK1.a3<-rbind(loweri.RK1.a3,t(lowerRK1.a3))
loweri.RK2.a3<-rbind(loweri.RK2.a3,t(lowerRK2.a3))
loweri.RK3.a3<-rbind(loweri.RK3.a3,t(lowerRK3.a3))
upperi.RK1.a3<-rbind(upperi.RK1.a3,t(upperRK1.a3))
upperi.RK2.a3<-rbind(upperi.RK2.a3,t(upperRK2.a3))
upperi.RK3.a3<-rbind(upperi.RK3.a3,t(upperRK3.a3))

Ini.RK1.a3<-rbind(Ini.RK1.a3,lnRK1.a3)
Ini.RK2.a3<-rbind(Ini.RK2.a3,lnRK2.a3)
Ini.RK3.a3<-rbind(Ini.RK3.a3,lnRK3.a3)

#####การประมาณค่าด้วยวิธีความถดถอยบุคคลแบบบริดจ์#####
#####
#####การประมาณค่าแบบจุดด้วยวิธีความถดถอยบุคคลแบบบริดจ์#####

set.x<-c(1:n)
prob.x<-c(1/n)
ran<-sample(set.x,size=n,prob.x)
Er.hat.BoK1<-array(,dim=c(n,1))
Er.hat.BoK2<-array(,dim=c(n,1))
Er.hat.BoK3<-array(,dim=c(n,1))

for(t in 1:n)
{
  Er.hat.BoK1[t]<-Er.hat.RidK1[ran[t]]
  Er.hat.BoK2[t]<-Er.hat.RidK2[ran[t]]
  Er.hat.BoK3[t]<-Er.hat.RidK3[ran[t]]
}

Y.BoK1<-(X%*%B.RidK1)+Er.hat.BoK1
Y.BoK2<-(X%*%B.RidK2)+Er.hat.BoK2
Y.BoK3<-(X%*%B.RidK3)+Er.hat.BoK3
B.BoK1<-(solve((t(X)%*%X)+(K1*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK1)
B.BoK2<-(solve((t(X)%*%X)+(K2*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK2)
B.BoK3<-(solve((t(X)%*%X)+(K3*I))%*%(t(X)%*%Y.BoK3)

```

```

BK1<-matrix(t(B.BoK1),1,p+1)
BK2<-matrix(t(B.BoK2),1,p+1)
BK3<-matrix(t(B.BoK3),1,p+1)

for(i in 1:(B-1))
{
  set.x<-c(1:n)
  prob.x<-c(1/n)
  ran<-sample(set.x,size=n,prob.x)
  Er.hat.BoK1<-array(,dim=c(n,1))
  Er.hat.BoK2<-array(,dim=c(n,1))
  Er.hat.BoK3<-array(,dim=c(n,1))
  for(t in 1:n)
  {
    Er.hat.BoK1[t]<-Er.hat.RidK1[ran[t]]
    Er.hat.BoK2[t]<-Er.hat.RidK2[ran[t]]
    Er.hat.BoK3[t]<-Er.hat.RidK3[ran[t]]
  }

  Y.BoK1<-(X%*%B.RidK1)+Er.hat.BoK1
  Y.BoK2<-(X%*%B.RidK2)+Er.hat.BoK2
  Y.BoK3<-(X%*%B.RidK3)+Er.hat.BoK3
  B.BoK1<-(solve((t(X)%*%X)+(K1*I))%*%t(X)%*%Y.BoK1)
  B.BoK2<-(solve((t(X)%*%X)+(K2*I))%*%t(X)%*%Y.BoK2)
  B.BoK3<-(solve((t(X)%*%X)+(K3*I))%*%t(X)%*%Y.BoK3)
  BK1<-rbind(BK1,t(B.BoK1))
  BK2<-rbind(BK2,t(B.BoK2))
  BK3<-rbind(BK3,t(B.BoK3))

}

BK1.bar<-colMeans(BK1)
BK2.bar<-colMeans(BK2)
BK3.bar<-colMeans(BK3)
BoK1.bar<-matrix(BK1.bar,p+1,1)

```

```

BoK2.bar<-matrix(BK2.bar,p+1,1)
BoK3.bar<-matrix(BK3.bar,p+1,1)
MSEi.BK1<-(BoK1.bar-Beta)^2
MSEi.BK2<-(BoK2.bar-Beta)^2
MSEi.BK3<-(BoK3.bar-Beta)^2
    Bi.BoK1.bar<-rbind(Bi.BoK1.bar,t(BoK1.bar))
    Bi.BoK2.bar<-rbind(Bi.BoK2.bar,t(BoK2.bar))
    Bi.BoK3.bar<-rbind(Bi.BoK3.bar,t(BoK3.bar))
    MSEi.BoK1<-rbind(MSEi.BoK1,t(MSEi.BK1))
    MSEi.BoK2<-rbind(MSEi.BoK2,t(MSEi.BK2))
    MSEi.BoK3<-rbind(MSEi.BoK3,t(MSEi.BK3))
#####การประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีความถดถอยนูนตสแบบบริดจ์
PI.BK1.a1<-array(,dim=c(1,p+1))
PI.BK2.a1<-array(,dim=c(1,p+1))
PI.BK3.a1<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK1.a1<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK2.a1<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK3.a1<-array(,dim=c(1,p+1))

PI.BK1.a2<-array(,dim=c(1,p+1))
PI.BK2.a2<-array(,dim=c(1,p+1))
PI.BK3.a2<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK1.a2<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK2.a2<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK3.a2<-array(,dim=c(1,p+1))

PI.BK1.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
PI.BK2.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
PI.BK3.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK1.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK2.a3<-array(,dim=c(1,p+1))
Pu.BK3.a3<-array(,dim=c(1,p+1))

for(s in 1:1)
{

```

```

for(t in 1:(p+1))
{
    PI.BK1.a1[s,t]<-quantile(BK1[,t],(alpha[1,1]/2))
    PI.BK2.a1[s,t]<-quantile(BK2[,t],(alpha[1,1]/2))
    PI.BK3.a1[s,t]<-quantile(BK3[,t],(alpha[1,1]/2))
    Pu.BK1.a1[s,t]<-quantile(BK1[,t],1-(alpha[1,1]/2))
    Pu.BK2.a1[s,t]<-quantile(BK2[,t],1-(alpha[1,1]/2))
    Pu.BK3.a1[s,t]<-quantile(BK3[,t],1-(alpha[1,1]/2))

    PI.BK1.a2[s,t]<-quantile(BK1[,t],(alpha[1,2]/2))
    PI.BK2.a2[s,t]<-quantile(BK2[,t],(alpha[1,2]/2))
    PI.BK3.a2[s,t]<-quantile(BK3[,t],(alpha[1,2]/2))
    Pu.BK1.a2[s,t]<-quantile(BK1[,t],1-(alpha[1,2]/2))
    Pu.BK2.a2[s,t]<-quantile(BK2[,t],1-(alpha[1,2]/2))
    Pu.BK3.a2[s,t]<-quantile(BK3[,t],1-(alpha[1,2]/2))

    PI.BK1.a3[s,t]<-quantile(BK1[,t],(alpha[1,3]/2))
    PI.BK2.a3[s,t]<-quantile(BK2[,t],(alpha[1,3]/2))
    PI.BK3.a3[s,t]<-quantile(BK3[,t],(alpha[1,3]/2))
    Pu.BK1.a3[s,t]<-quantile(BK1[,t],1-(alpha[1,3]/2))
    Pu.BK2.a3[s,t]<-quantile(BK2[,t],1-(alpha[1,3]/2))
    Pu.BK3.a3[s,t]<-quantile(BK3[,t],1-(alpha[1,3]/2))
}
}

```

```

lowerBK1.a1<-matrix(PI.BK1.a1,1,p+1)
lowerBK2.a1<-matrix(PI.BK2.a1,1,p+1)
lowerBK3.a1<-matrix(PI.BK3.a1,1,p+1)
upperBK1.a1<-matrix(Pu.BK1.a1,1,p+1)
upperBK2.a1<-matrix(Pu.BK2.a1,1,p+1)
upperBK3.a1<-matrix(Pu.BK3.a1,1,p+1)
lnBK1.a1<-upperBK1.a1-lowerBK1.a1
lnBK2.a1<-upperBK2.a1-lowerBK2.a1

```

```
lnBK3.a1<-upperBK3.a1-lowerBK3.a1
```

```
  loweri.BK1.a1<-rbind(loweri.BK1.a1,lowerBK1.a1)
```

```
  loweri.BK2.a1<-rbind(loweri.BK2.a1,lowerBK2.a1)
```

```
  loweri.BK3.a1<-rbind(loweri.BK3.a1,lowerBK3.a1)
```

```
  upperi.BK1.a1<-rbind(upperi.BK1.a1,upperBK1.a1)
```

```
  upperi.BK2.a1<-rbind(upperi.BK2.a1,upperBK2.a1)
```

```
  upperi.BK3.a1<-rbind(upperi.BK3.a1,upperBK3.a1)
```

```
  lni.BK1.a1<-rbind(lni.BK1.a1,lnBK1.a1)
```

```
  lni.BK2.a1<-rbind(lni.BK2.a1,lnBK2.a1)
```

```
  lni.BK3.a1<-rbind(lni.BK3.a1,lnBK3.a1)
```

```
lowerBK1.a2<-matrix(Pl.BK1.a2,1,p+1)
```

```
lowerBK2.a2<-matrix(Pl.BK2.a2,1,p+1)
```

```
lowerBK3.a2<-matrix(Pl.BK3.a2,1,p+1)
```

```
upperBK1.a2<-matrix(Pu.BK1.a2,1,p+1)
```

```
upperBK2.a2<-matrix(Pu.BK2.a2,1,p+1)
```

```
upperBK3.a2<-matrix(Pu.BK3.a2,1,p+1)
```

```
lnBK1.a2<-upperBK1.a2-lowerBK1.a2
```

```
lnBK2.a2<-upperBK2.a2-lowerBK2.a2
```

```
lnBK3.a2<-upperBK3.a2-lowerBK3.a2
```

```
  loweri.BK1.a2<-rbind(loweri.BK1.a2,lowerBK1.a2)
```

```
  loweri.BK2.a2<-rbind(loweri.BK2.a2,lowerBK2.a2)
```

```
  loweri.BK3.a2<-rbind(loweri.BK3.a2,lowerBK3.a2)
```

```
  upperi.BK1.a2<-rbind(upperi.BK1.a2,upperBK1.a2)
```

```
  upperi.BK2.a2<-rbind(upperi.BK2.a2,upperBK2.a2)
```

```
  upperi.BK3.a2<-rbind(upperi.BK3.a2,upperBK3.a2)
```

```
  lni.BK1.a2<-rbind(lni.BK1.a2,lnBK1.a2)
```

```
  lni.BK2.a2<-rbind(lni.BK2.a2,lnBK2.a2)
```

```
  lni.BK3.a2<-rbind(lni.BK3.a2,lnBK3.a2)
```

```
lowerBK1.a3<-matrix(Pl.BK1.a3,1,p+1)
```

```
lowerBK2.a3<-matrix(Pl.BK2.a3,1,p+1)
```

```
lowerBK3.a3<-matrix(Pl.BK3.a3,1,p+1)
```

```
upperBK1.a3<-matrix(Pu.BK1.a3,1,p+1)
```

```
upperBK2.a3<-matrix(Pu.BK2.a3,1,p+1)
```



```

upperBK3.a3<-matrix(Pu.BK3.a3,1,p+1)
lnBK1.a3<-upperBK1.a3-lowerBK1.a3
lnBK2.a3<-upperBK2.a3-lowerBK2.a3
lnBK3.a3<-upperBK3.a3-lowerBK3.a3

  loweri.BK1.a3<-rbind(loweri.BK1.a3,lowerBK1.a3)
  loweri.BK2.a3<-rbind(loweri.BK2.a3,lowerBK2.a3)
  loweri.BK3.a3<-rbind(loweri.BK3.a3,lowerBK3.a3)
  upperi.BK1.a3<-rbind(upperi.BK1.a3,upperBK1.a3)
  upperi.BK2.a3<-rbind(upperi.BK2.a3,upperBK2.a3)
  upperi.BK3.a3<-rbind(upperi.BK3.a3,upperBK3.a3)
  lni.BK1.a3<-rbind(lni.BK1.a3,lnBK1.a3)
  lni.BK2.a3<-rbind(lni.BK2.a3,lnBK2.a3)
  lni.BK3.a3<-rbind(lni.BK3.a3,lnBK3.a3)

}#loop M-1

```

```
#####MSE (Ridge)
```

```

MSEi.RidK1bar<-round(colMeans(MSEi.RidK1),dig=4)
MSEi.RidK2bar<-round(colMeans(MSEi.RidK2),dig=4)
MSEi.RidK3bar<-round(colMeans(MSEi.RidK3),dig=4)

```

```

MSE.RK1<-matrix(MSEi.RidK1bar,1,p+1)
MSE.RK2<-matrix(MSEi.RidK2bar,1,p+1)
MSE.RK3<-matrix(MSEi.RidK3bar,1,p+1)

```

```
SMSE.RK1<-sum(MSE.RK1)
```

```
SMSE.RK2<-sum(MSE.RK2)
```

```
SMSE.RK3<-sum(MSE.RK3)
```

```
#####BIAS2 (Ridge)
```

```
Blj2.RK1<-(B.RK1bar-Beta)2
```

```
Blj2.RK2<-(B.RK2bar-Beta)2
```

```
Blj2.RK3<-(B.RK3bar-Beta)2
```

```
BIAS2.RK1<-round(sum(Blj2.RK1),dig=4)
```

```
BIAS2.RK2<-round(sum(Blj2.RK2),dig=4)
```

```

BIAS2.RK3<-round(sum(Blj2.RK3),dig=4)
#####MSE (Bootstrapping)
MSEi.BoK1bar<-round(colMeans(MSEi.BoK1),dig=4)
MSEi.BoK2bar<-round(colMeans(MSEi.BoK2),dig=4)
MSEi.BoK3bar<-round(colMeans(MSEi.BoK3),dig=4)

MSE.BK1<-matrix(MSEi.BoK1bar,1,p+1)
MSE.BK2<-matrix(MSEi.BoK2bar,1,p+1)
MSE.BK3<-matrix(MSEi.BoK3bar,1,p+1)

SMSE.BK1<-sum(MSE.BK1)
SMSE.BK2<-sum(MSE.BK2)
SMSE.BK3<-sum(MSE.BK3)
#####BIAS^2 (Bootstrapping)
Blj2.BK1<-(B.BK1bb-Beta)^2
Blj2.BK2<-(B.BK2bb-Beta)^2
Blj2.BK3<-(B.BK3bb-Beta)^2

BIAS2.BK1<-round(sum(Blj2.BK1),dig=4)
BIAS2.BK2<-round(sum(Blj2.BK2),dig=4)
BIAS2.BK3<-round(sum(Blj2.BK3),dig=4)
#####PDMSE#####
MMSE<-matrix(c(SMSE.RK1,SMSE.RK2,SMSE.RK3,SMSE.BK1,SMSE.BK2,SMSE.BK3),1,6)
DMMSE<-matrix(,1,6)

for(i in 1:1)
{
  for(j in 1:6)
  {
    DMMSE[i,j]<-(MMSE[i,j]-min(MMSE))/min(MMSE)
  }
}

PDMSE<-round(DMMSE*100,dig=4)

```

#####ความยาวช่วงความเชื่อมั่น เมื่อระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.1

Ini.RK1.bar.a1<-round(colMeans(Ini.RK1.a1),dig=4)

Ini.RK2.bar.a1<-round(colMeans(Ini.RK2.a1),dig=4)

Ini.RK3.bar.a1<-round(colMeans(Ini.RK3.a1),dig=4)

Ini.BK1.bar.a1<-round(colMeans(Ini.BK1.a1),dig=4)

Ini.BK2.bar.a1<-round(colMeans(Ini.BK2.a1),dig=4)

Ini.BK3.bar.a1<-round(colMeans(Ini.BK3.a1),dig=4)

mIni.RK1.bar.a1<-matrix(Ini.RK1.bar.a1,1,p+1)

mIni.RK2.bar.a1<-matrix(Ini.RK2.bar.a1,1,p+1)

mIni.RK3.bar.a1<-matrix(Ini.RK3.bar.a1,1,p+1)

mIni.BK1.bar.a1<-matrix(Ini.BK1.bar.a1,1,p+1)

mIni.BK2.bar.a1<-matrix(Ini.BK2.bar.a1,1,p+1)

mIni.BK3.bar.a1<-matrix(Ini.BK3.bar.a1,1,p+1)

meanInj.RK1.bar.a1<-round(mean(mIni.RK1.bar.a1),dig=4)

meanInj.RK2.bar.a1<-round(mean(mIni.RK2.bar.a1),dig=4)

meanInj.RK3.bar.a1<-round(mean(mIni.RK3.bar.a1),dig=4)

meanInj.BK1.bar.a1<-round(mean(mIni.BK1.bar.a1),dig=4)

meanInj.BK2.bar.a1<-round(mean(mIni.BK2.bar.a1),dig=4)

meanInj.BK3.bar.a1<-round(mean(mIni.BK3.bar.a1),dig=4)

#####ความยาวช่วงความเชื่อมั่น เมื่อระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

Ini.RK1.bar.a2<-round(colMeans(Ini.RK1.a2),dig=4)

Ini.RK2.bar.a2<-round(colMeans(Ini.RK2.a2),dig=4)

Ini.RK3.bar.a2<-round(colMeans(Ini.RK3.a2),dig=4)

Ini.BK1.bar.a2<-round(colMeans(Ini.BK1.a2),dig=4)

Ini.BK2.bar.a2<-round(colMeans(Ini.BK2.a2),dig=4)

Ini.BK3.bar.a2<-round(colMeans(Ini.BK3.a2),dig=4)

mIni.RK1.bar.a2<-matrix(Ini.RK1.bar.a2,1,p+1)

mIni.RK2.bar.a2<-matrix(Ini.RK2.bar.a2,1,p+1)

mIni.RK3.bar.a2<-matrix(Ini.RK3.bar.a2,1,p+1)

mIni.BK1.bar.a2<-matrix(Ini.BK1.bar.a2,1,p+1)

mIni.BK2.bar.a2<-matrix(Ini.BK2.bar.a2,1,p+1)

mIni.BK3.bar.a2<-matrix(Ini.BK3.bar.a2,1,p+1)

meanInj.RK1.bar.a2<-round(mean(mIni.RK1.bar.a2),dig=4)

meanInj.RK2.bar.a2<-round(mean(mIni.RK2.bar.a2),dig=4)

meanInj.RK3.bar.a2<-round(mean(mIni.RK3.bar.a2),dig=4)

```

meanInj.BK1.bar.a2<-round(mean(mIni.BK1.bar.a2),dig=4)
meanInj.BK2.bar.a2<-round(mean(mIni.BK2.bar.a2),dig=4)
meanInj.BK3.bar.a2<-round(mean(mIni.BK3.bar.a2),dig=4)
#####ความยาวช่วงความเชื่อมั่น เมื่อระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01
Ini.RK1.bar.a3<-round(colMeans(Ini.RK1.a3),dig=4)
Ini.RK2.bar.a3<-round(colMeans(Ini.RK2.a3),dig=4)
Ini.RK3.bar.a3<-round(colMeans(Ini.RK3.a3),dig=4)
Ini.BK1.bar.a3<-round(colMeans(Ini.BK1.a3),dig=4)
Ini.BK2.bar.a3<-round(colMeans(Ini.BK2.a3),dig=4)
Ini.BK3.bar.a3<-round(colMeans(Ini.BK3.a3),dig=4)
mIni.RK1.bar.a3<-matrix(Ini.RK1.bar.a3,1,p+1)
mIni.RK2.bar.a3<-matrix(Ini.RK2.bar.a3,1,p+1)
mIni.RK3.bar.a3<-matrix(Ini.RK3.bar.a3,1,p+1)
mIni.BK1.bar.a3<-matrix(Ini.BK1.bar.a3,1,p+1)
mIni.BK2.bar.a3<-matrix(Ini.BK2.bar.a3,1,p+1)
mIni.BK3.bar.a3<-matrix(Ini.BK3.bar.a3,1,p+1)
meanInj.RK1.bar.a3<-round(mean(mIni.RK1.bar.a3),dig=4)
meanInj.RK2.bar.a3<-round(mean(mIni.RK2.bar.a3),dig=4)
meanInj.RK3.bar.a3<-round(mean(mIni.RK3.bar.a3),dig=4)
meanInj.BK1.bar.a3<-round(mean(mIni.BK1.bar.a3),dig=4)
meanInj.BK2.bar.a3<-round(mean(mIni.BK2.bar.a3),dig=4)
meanInj.BK3.bar.a3<-round(mean(mIni.BK3.bar.a3),dig=4)

#####หาสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่น
temp.RK1.a1<-array(,dim=c(M,p+1))
temp.RK2.a1<-array(,dim=c(M,p+1))
temp.RK3.a1<-array(,dim=c(M,p+1))
temp.BK1.a1<-array(,dim=c(M,p+1))
temp.BK2.a1<-array(,dim=c(M,p+1))
temp.BK3.a1<-array(,dim=c(M,p+1))

temp.RK1.a2<-array(,dim=c(M,p+1))
temp.RK2.a2<-array(,dim=c(M,p+1))
temp.RK3.a2<-array(,dim=c(M,p+1))
temp.BK1.a2<-array(,dim=c(M,p+1))

```

```
temp.BK2.a2<-array(,dim=c(M,p+1))
```

```
temp.BK3.a2<-array(,dim=c(M,p+1))
```

```
temp.RK1.a3<-array(,dim=c(M,p+1))
```

```
temp.RK2.a3<-array(,dim=c(M,p+1))
```

```
temp.RK3.a3<-array(,dim=c(M,p+1))
```

```
temp.BK1.a3<-array(,dim=c(M,p+1))
```

```
temp.BK2.a3<-array(,dim=c(M,p+1))
```

```
temp.BK3.a3<-array(,dim=c(M,p+1))
```

```
for(i in 1:M)
```

```
{
```

```
  for(j in 1:(p+1))
```

```
  {
```

```
#####alpha=0.1
```

```
  if((1>=loweri.RK1.a1[i,j])&(1<=upperi.RK1.a1[i,j]))
```

```
  {
```

```
    temp.RK1.a1[i,j]<-1
```

```
  }
```

```
  else
```

```
  {
```

```
    temp.RK1.a1[i,j]<-0
```

```
  }
```

```
  if((1>=loweri.RK2.a1[i,j])&(1<=upperi.RK2.a1[i,j]))
```

```
  {
```

```
    temp.RK2.a1[i,j]<-1
```

```
  }
```

```
  else
```

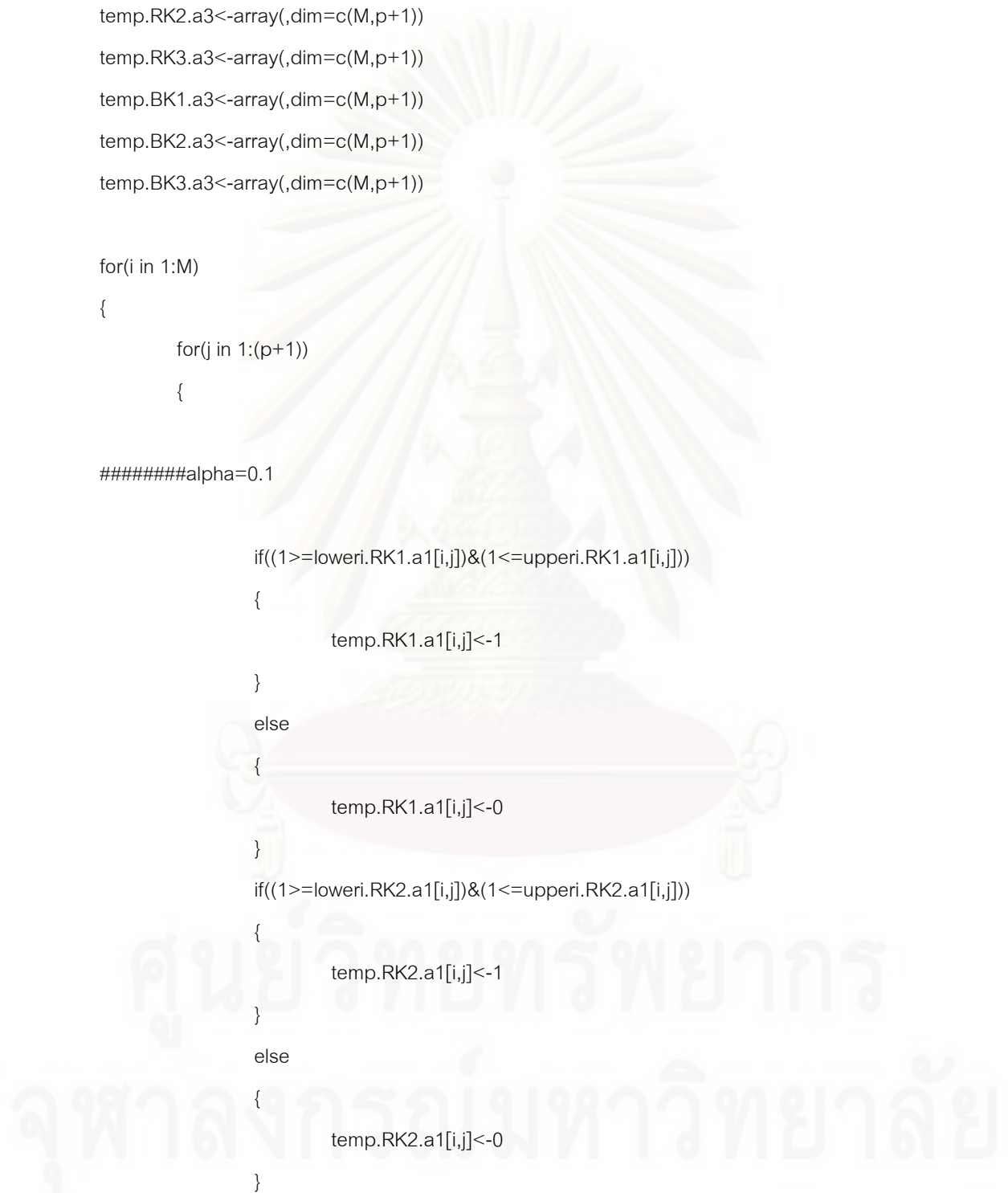
```
  {
```

```
    temp.RK2.a1[i,j]<-0
```

```
  }
```

```
  if((1>=loweri.RK3.a1[i,j])&(1<=upperi.RK3.a1[i,j]))
```

```
  {
```



ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย


```

temp.RK3.a1[i,j]<-1
}
else
{
temp.RK3.a1[i,j]<-0
}
if((1>=loweri.BK1.a1[i,j])&(1<=upperi.BK1.a1[i,j]))
{
temp.BK1.a1[i,j]<-1
}
else
{
temp.BK1.a1[i,j]<-0
}
if((1>=loweri.BK2.a1[i,j])&(1<=upperi.BK2.a1[i,j]))
{
temp.BK2.a1[i,j]<-1
}
else
{
temp.BK2.a1[i,j]<-0
}
if((1>=loweri.BK3.a1[i,j])&(1<=upperi.BK3.a1[i,j]))
{
temp.BK3.a1[i,j]<-1
}
else
{
temp.BK3.a1[i,j]<-0
}

```

```
#####alpha=0.05
```

```

if((1>=loweri.RK1.a2[i,j])&(1<=upperi.RK1.a2[i,j]))
{

```

```

temp.RK1.a2[i,j]<-1
}
else
{
temp.RK1.a2[i,j]<-0
}
if((1>=loweri.RK2.a2[i,j])&(1<=upperi.RK2.a2[i,j]))
{
temp.RK2.a2[i,j]<-1
}
else
{
temp.RK2.a2[i,j]<-0
}
if((1>=loweri.RK3.a2[i,j])&(1<=upperi.RK3.a2[i,j]))
{
temp.RK3.a2[i,j]<-1
}
else
{
temp.RK3.a2[i,j]<-0
}
if((1>=loweri.BK1.a2[i,j])&(1<=upperi.BK1.a2[i,j]))
{
temp.BK1.a2[i,j]<-1
}
else
{
temp.BK1.a2[i,j]<-0
}
if((1>=loweri.BK2.a2[i,j])&(1<=upperi.BK2.a2[i,j]))
{
temp.BK2.a2[i,j]<-1
}
else

```

```

{
    temp.BK2.a2[i,j]<-0
}
if((1>=loweri.BK3.a2[i,j])&(1<=upperi.BK3.a2[i,j]))
{
    temp.BK3.a2[i,j]<-1
}
else
{
    temp.BK3.a2[i,j]<-0
}

#####alpha=0.01

if((1>=loweri.RK1.a3[i,j])&(1<=upperi.RK1.a3[i,j]))
{
    temp.RK1.a3[i,j]<-1
}
else
{
    temp.RK1.a3[i,j]<-0
}

if((1>=loweri.RK2.a3[i,j])&(1<=upperi.RK2.a3[i,j]))
{
    temp.RK2.a3[i,j]<-1
}
else
{
    temp.RK2.a3[i,j]<-0
}

if((1>=loweri.RK3.a3[i,j])&(1<=upperi.RK3.a3[i,j]))
{
    temp.RK3.a3[i,j]<-1
}
else

```

```

    {
        temp.RK3.a3[i,j]<-0
    }
    if((1>=loweri.BK1.a3[i,j])&(1<=upperi.BK1.a3[i,j]))
    {
        temp.BK1.a3[i,j]<-1
    }
    else
    {
        temp.BK1.a3[i,j]<-0
    }
    if((1>=loweri.BK2.a3[i,j])&(1<=upperi.BK2.a3[i,j]))
    {
        temp.BK2.a3[i,j]<-1
    }
    else
    {
        temp.BK2.a3[i,j]<-0
    }
    if((1>=loweri.BK3.a3[i,j])&(1<=upperi.BK3.a3[i,j]))
    {
        temp.BK3.a3[i,j]<-1
    }
    else
    {
        temp.BK3.a3[i,j]<-0
    }
}
}

```

```
Sumc.RK1.a1<-colSums(temp.RK1.a1)
```

```
Sumc.RK2.a1<-colSums(temp.RK2.a1)
```

```
Sumc.RK3.a1<-colSums(temp.RK3.a1)
```

```
Sumc.BK1.a1<-colSums(temp.BK1.a1)
```

```

Sumc.BK2.a1<-colSums(temp.BK2.a1)
Sumc.BK3.a1<-colSums(temp.BK3.a1)
  Sum.RK1.a1<-matrix(Sumc.RK1.a1,1,p+1)
  Sum.RK2.a1<-matrix(Sumc.RK2.a1,1,p+1)
  Sum.RK3.a1<-matrix(Sumc.RK3.a1,1,p+1)
  Sum.BK1.a1<-matrix(Sumc.BK1.a1,1,p+1)
  Sum.BK2.a1<-matrix(Sumc.BK2.a1,1,p+1)
  Sum.BK3.a1<-matrix(Sumc.BK3.a1,1,p+1)
    CL.RK1.a1<-round((Sum.RK1.a1/M),dig=4)
    CL.RK2.a1<-round((Sum.RK2.a1/M),dig=4)
    CL.RK3.a1<-round((Sum.RK3.a1/M),dig=4)
    CL.BK1.a1<-round((Sum.BK1.a1/M),dig=4)
    CL.BK2.a1<-round((Sum.BK2.a1/M),dig=4)
    CL.BK3.a1<-round((Sum.BK3.a1/M),dig=4)
      meanCL.RK1.a1<-round(mean(CL.RK1.a1),dig=4)
      meanCL.RK2.a1<-round(mean(CL.RK2.a1),dig=4)
      meanCL.RK3.a1<-round(mean(CL.RK3.a1),dig=4)
      meanCL.BK1.a1<-round(mean(CL.BK1.a1),dig=4)
      meanCL.BK2.a1<-round(mean(CL.BK2.a1),dig=4)
      meanCL.BK3.a1<-round(mean(CL.BK3.a1),dig=4)

Sumc.RK1.a2<-colSums(temp.RK1.a2)
Sumc.RK2.a2<-colSums(temp.RK2.a2)
Sumc.RK3.a2<-colSums(temp.RK3.a2)
Sumc.BK1.a2<-colSums(temp.BK1.a2)
Sumc.BK2.a2<-colSums(temp.BK2.a2)
Sumc.BK3.a2<-colSums(temp.BK3.a2)
  Sum.RK1.a2<-matrix(Sumc.RK1.a2,1,p+1)
  Sum.RK2.a2<-matrix(Sumc.RK2.a2,1,p+1)
  Sum.RK3.a2<-matrix(Sumc.RK3.a2,1,p+1)
  Sum.BK1.a2<-matrix(Sumc.BK1.a2,1,p+1)
  Sum.BK2.a2<-matrix(Sumc.BK2.a2,1,p+1)
  Sum.BK3.a2<-matrix(Sumc.BK3.a2,1,p+1)
    CL.RK1.a2<-round((Sum.RK1.a2/M),dig=4)
    CL.RK2.a2<-round((Sum.RK2.a2/M),dig=4)

```



```

CL.RK3.a2<-round((Sum.RK3.a2/M),dig=4)
CL.BK1.a2<-round((Sum.BK1.a2/M),dig=4)
CL.BK2.a2<-round((Sum.BK2.a2/M),dig=4)
CL.BK3.a2<-round((Sum.BK3.a2/M),dig=4)

meanCL.RK1.a2<-round(mean(CL.RK1.a2),dig=4)
meanCL.RK2.a2<-round(mean(CL.RK2.a2),dig=4)
meanCL.RK3.a2<-round(mean(CL.RK3.a2),dig=4)
meanCL.BK1.a2<-round(mean(CL.BK1.a2),dig=4)
meanCL.BK2.a2<-round(mean(CL.BK2.a2),dig=4)
meanCL.BK3.a2<-round(mean(CL.BK3.a2),dig=4)

```

```

Sumc.RK1.a3<-colSums(temp.RK1.a3)
Sumc.RK2.a3<-colSums(temp.RK2.a3)
Sumc.RK3.a3<-colSums(temp.RK3.a3)
Sumc.BK1.a3<-colSums(temp.BK1.a3)
Sumc.BK2.a3<-colSums(temp.BK2.a3)
Sumc.BK3.a3<-colSums(temp.BK3.a3)

```

```

Sum.RK1.a3<-matrix(Sumc.RK1.a3,1,p+1)
Sum.RK2.a3<-matrix(Sumc.RK2.a3,1,p+1)
Sum.RK3.a3<-matrix(Sumc.RK3.a3,1,p+1)
Sum.BK1.a3<-matrix(Sumc.BK1.a3,1,p+1)
Sum.BK2.a3<-matrix(Sumc.BK2.a3,1,p+1)
Sum.BK3.a3<-matrix(Sumc.BK3.a3,1,p+1)

```

```

CL.RK1.a3<-round((Sum.RK1.a3/M),dig=4)
CL.RK2.a3<-round((Sum.RK2.a3/M),dig=4)
CL.RK3.a3<-round((Sum.RK3.a3/M),dig=4)
CL.BK1.a3<-round((Sum.BK1.a3/M),dig=4)
CL.BK2.a3<-round((Sum.BK2.a3/M),dig=4)
CL.BK3.a3<-round((Sum.BK3.a3/M),dig=4)

```

```

meanCL.RK1.a3<-round(mean(CL.RK1.a3),dig=4)
meanCL.RK2.a3<-round(mean(CL.RK2.a3),dig=4)
meanCL.RK3.a3<-round(mean(CL.RK3.a3),dig=4)
meanCL.BK1.a3<-round(mean(CL.BK1.a3),dig=4)
meanCL.BK2.a3<-round(mean(CL.BK2.a3),dig=4)
meanCL.BK3.a3<-round(mean(CL.BK3.a3),dig=4)

```

```
#####output#####
#####
cat("p=",p,"\tn=",n,"\tsigma=",sd,"\trho=",rho,"\tLoop_B=",B,"\tLoop_M=",M,"\n\n")
cat("#####\n##### sum MSE and sum BIAS^2 #####\n\n")
cat("#### SMSE_R RK1=",SMSE.RK1,"\tRK2=",SMSE.RK2,"\tRK3=",SMSE.RK3,"\n")
cat("#### SMSE_B BK1=",SMSE.BK1,"\tBK2=",SMSE.BK2,"\tBK3=",SMSE.BK3,"\n\n")
cat("#### BIAS^2_R RK1=",BIAS2.RK1,"\tRK2=",BIAS2.RK2,"\tRK3=",BIAS2.RK3,"\n")
cat("#### BIAS^2_B BK1=",BIAS2.BK1,"\tBK2=",BIAS2.BK2,"\tBK3=",BIAS2.BK3,"\n\n")
cat("####PDMSE=",PDMSE,"\n\n#####\n\n")
#####alpha=0.1
cat("#####\n##### alpha=0.1 #####\n")
cat("meanCL_0.1 RK1=",meanCL.RK1.a1,"\tRK2=",meanCL.RK2.a1,"\tRK3=",meanCL.RK3.a1,"\n")
cat("meanCL_0.1 BK1=",meanCL.BK1.a1,"\tBK2=",meanCL.BK2.a1,"\tBK3=",meanCL.BK3.a1,"\n\n")
cat("meanlnBj_0.1
RK1=",meanlnj.RK1.bar.a1,"\tRK2=",meanlnj.RK2.bar.a1,"\tRK3=",meanlnj.RK3.bar.a1,"\n")
cat("meamlnBj_0.1
BK1=",meanlnj.BK1.bar.a1,"\tBK2=",meanlnj.BK2.bar.a1,"\tBK3=",meanlnj.BK3.bar.a1,"\n\n")
#####alpha=0.05
cat("#####\n##### alpha=0.05 #####\n")
cat("meanCL_0.05 RK1=",meanCL.RK1.a2,"\tRK2=",meanCL.RK2.a2,"\tRK3=",meanCL.RK3.a2,"\n")
cat("meanCL_0.05 BK1=",meanCL.BK1.a2,"\tBK2=",meanCL.BK2.a2,"\tBK3=",meanCL.BK3.a2,"\n\n")
cat("meanlnBj_0.05
RK1=",meanlnj.RK1.bar.a2,"\tRK2=",meanlnj.RK2.bar.a2,"\tRK3=",meanlnj.RK3.bar.a2,"\n")
cat("meamlnBj_0.05
BK1=",meanlnj.BK1.bar.a2,"\tBK2=",meanlnj.BK2.bar.a2,"\tBK3=",meanlnj.BK3.bar.a2,"\n\n")
#####alpha=0.01
cat("#####\n##### alpha=0.01 #####\n")
cat("meanCL_0.01 RK1=",meanCL.RK1.a3,"\tRK2=",meanCL.RK2.a3,"\tRK3=",meanCL.RK3.a3,"\n")
cat("meanCL_0.01 BK1=",meanCL.BK1.a3,"\tBK2=",meanCL.BK2.a3,"\tBK3=",meanCL.BK3.a3,"\n\n")
cat("meanlnBj_0.01
RK1=",meanlnj.RK1.bar.a3,"\tRK2=",meanlnj.RK2.bar.a3,"\tRK3=",meanlnj.RK3.bar.a3,"\n")
cat("meamlnBj_0.01
BK1=",meanlnj.BK1.bar.a3,"\tBK2=",meanlnj.BK2.bar.a3,"\tBK3=",meanlnj.BK3.bar.a3,"\n\n")

}#1
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาววริดา พลาศรี เกิดเมื่อวันที่ 1 มกราคม พ.ศ. 2524 ที่จังหวัดกาฬสินธุ์ สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตร บัณฑิต สาขาวิชาสถิติ จากมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ในปีการศึกษา 2546 หลังจากนั้นได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2550



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย