

หลักการและทฤษฎีในการคำนวณเครื่องปฏิกรณ์



๒.๑ การคำนวณเซลล์ในแกนกลางที่เป็น heterogeneous

เนื่องจากแกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์ไม่เป็นเนื้อเดียวกัน การคำนวณค่าคงที่ทางนิวเคลียร์เช่น ค่าภาคตัดขวาง เพื่อใช้อธิบายการประพตัตตัวของนิวตรอน จึงต้องเริ่มจากยูนิทเซลล์ (รูปที่ ๖) สมมติให้ ยูนิทเซลล์ประกอบด้วยส่วนที่เป็นเชื้อเพลิง (fuel; f), วัสดุห่อหุ้มเชื้อเพลิง (clad; cl), และวัสดุตัวหน่วง (moderator; m) สมการที่ใช้คำนวณค่าคงที่เฉลี่ยของเซลล์เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \langle \Sigma_g \rangle_{\text{cell}} &= \frac{V_f \Sigma_g^f \bar{\phi}_f + V_{cl} \Sigma_g^{cl} \bar{\phi}_{cl} + V_m \Sigma_g^m \bar{\phi}_m}{V_f \bar{\phi}_f + V_{cl} \bar{\phi}_{cl} + V_m \bar{\phi}_m} \\ &= \frac{\Sigma_g^f + \Sigma_g^{cl} (V_{cl}/V_f) F_{cl} + \Sigma_g^m (V_m/V_f) F_m}{1 + (V_{cl}/V_f) F_{cl} + (V_m/V_f) F_m} \end{aligned}$$

โดยที่ F_{cl}, F_m เป็นเซลล์ดิสแอดแวนเตจแฟคเตอร์ (cell disadvantage factors) ซึ่งแสดงค่าของระดับฟลักซ์เฉลี่ยในวัสดุห่อหุ้มเชื้อเพลิง ($\bar{\phi}_{cl}$), ในวัสดุตัวหน่วง ($\bar{\phi}_m$) เมื่อเทียบกับระดับฟลักซ์เฉลี่ยในเชื้อเพลิง ($\bar{\phi}_f$) ตามลำดับ กล่าวคือ

$$F_{cl} = \frac{\bar{\phi}_{cl}}{\bar{\phi}_f}$$

$$F_m = \frac{\bar{\phi}_m}{\bar{\phi}_f}$$

$\Sigma_g^f, \Sigma_{g,cl}^f, \Sigma_g^m$ เป็น ค่าคงที่ในเชื้อเพลิง, ในวัสดุห่อหุ้มเชื้อเพลิงและในวัสดุตัวหน่วง เนื่องจากนิวตรอนกลุ่ม g ตามลำดับ

V_f, V_{cl}, V_m เป็น ปริมาตรของเชื้อเพลิง, ของวัสดุห่อหุ้มเชื้อเพลิง, และของวัสดุตัวหน่วงในยูนิทเซลล์ ตามลำดับ

๒.๒ การทำให้แกนกลางเป็นเนื้อเดียวกัน (core homogenization) ดังรูปที่ ๗

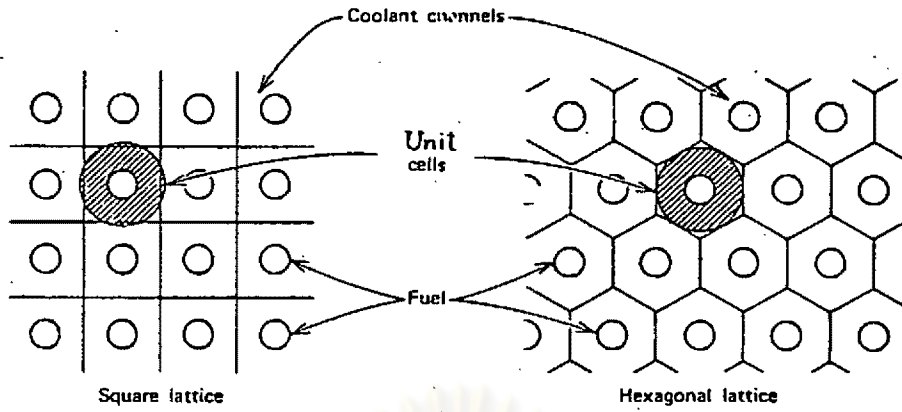
การคำนวณได้เริ่มจาก ศึกษาการกระจายของฟลักซ์ (flux distribution) ภายในยูนิทเซลล์ โดยการสมมติให้กระแสนิวตรอนรวม (net neutron current) ที่ขอบเขต (boundary) ของเซลล์มีค่าเป็นศูนย์ แล้วใช้ค่าการกระจายของฟลักซ์เป็น weighting function ปกติจะคำนวณระดับฟลักซ์ในเทอมของ เซลลิสแอดแวนเตจแฟคเตอร์ และสามารถทำให้ยูนิทเซลล์เป็นเอกพันธ์ (homogeneous unit cell) ได้ด้วย homogenization factor โดย

$$\begin{aligned} \text{homogenization factor} &= V_f + V_{cl} F_{cl} + V_m F_m \text{ สำหรับ regular lattice} \\ &= V_f + V_{cl} F_{cl} + V_m F_m + V_b F_b + V_{ext.m} F_{ext.m} \\ &\text{สำหรับ cluster lattice} \end{aligned}$$

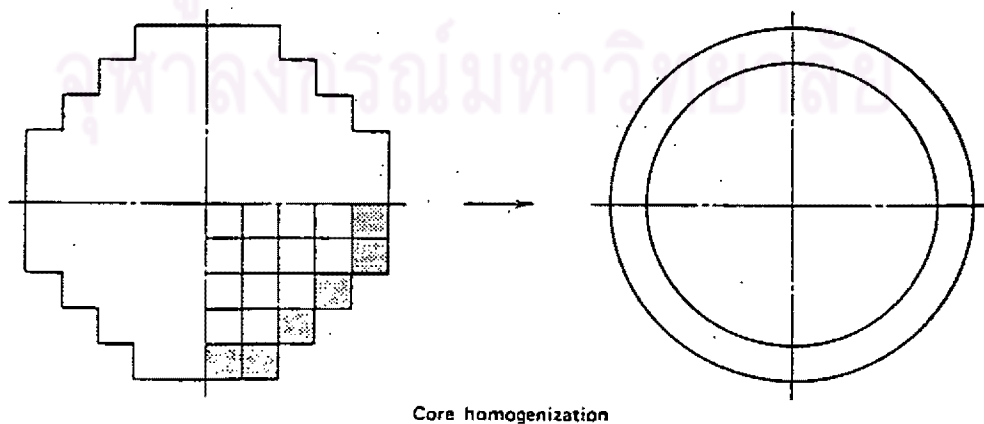
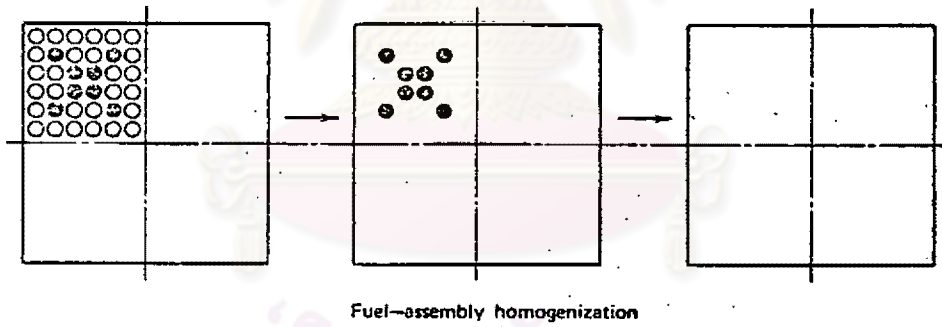
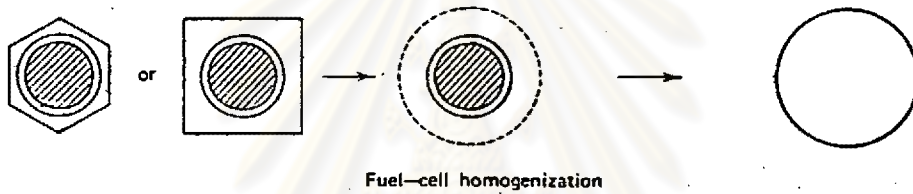
โดยที่ $F_b, F_{ext.m}$ เป็น เซลลิสแอดแวนเตจแฟคเตอร์ในบ็อกซ์ (box) และในวัสดุตัวหน่วงภายนอกบ็อกซ์ (external moderator) ตามลำดับ

และ $V_b, V_{ext.m}$ เป็นปริมาตรของบ็อกซ์และของวัสดุตัวหน่วงภายนอกบ็อกซ์ ตามลำดับ

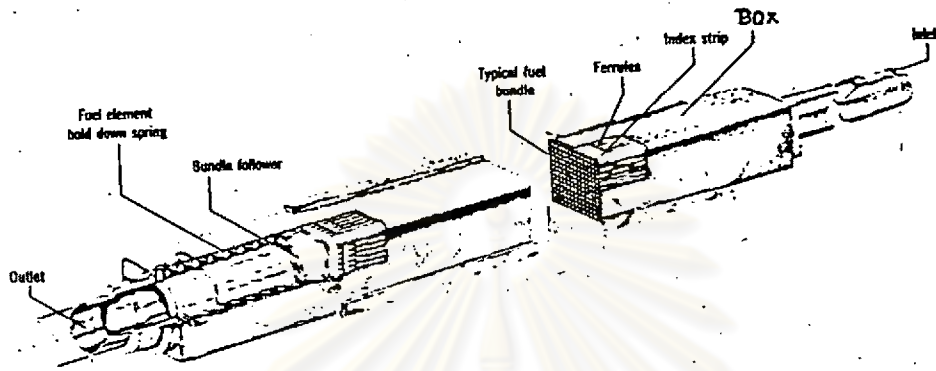
เนื่องจากการสมมติให้แกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์ประกอบด้วยยูนิทเซลล์ที่เหมือนกัน ดังนั้นค่าคงที่ที่คำนวณได้จากหัวข้อ ๒.๑ ในยูนิทเซลล์ที่เป็นเนื้อเดียวกัน (เอกพันธ์) จะเป็นค่าคงที่ในแกนกลางที่เป็นเนื้อเดียวกัน ด้วย ขั้นตอนของการทำให้แกนกลางเป็นเนื้อเดียวกัน เหมือนกับ



รูปที่ ๖) หน่วยเซลล์ในแกนกลาง



รูปที่ ๗) การทำให้แกนกลางเป็นเนื้อเดียวกัน



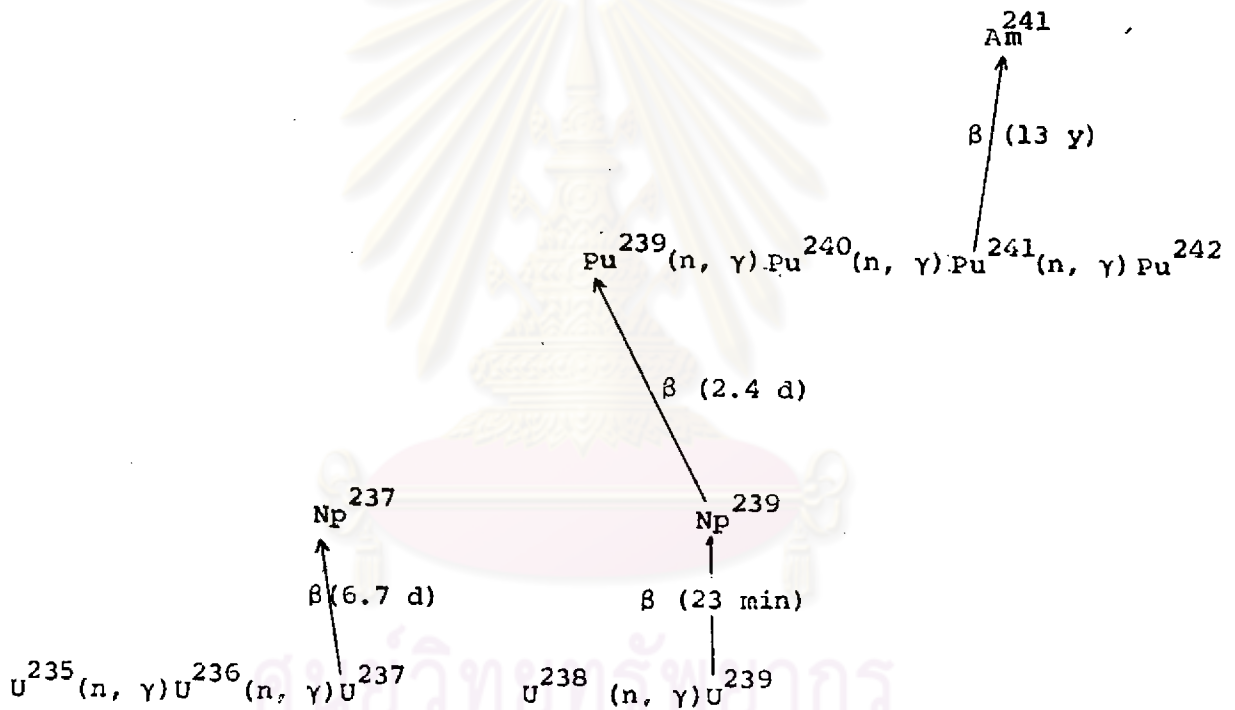
รูปที่ ๑๓ บ่อของ PWR

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขั้นตอนการทำให้ยูนิตเซลเป็นเนื้อเดียวกัน กล่าวคือ หาค่าการกระจายของฟลักซ์ในแต่ละยูนิตเซลที่เป็นเนื้อเดียวกันภายในมัดเชื้อเพลิง ทำให้คำนวณค่าคงที่ในมัดเชื้อเพลิงที่เป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous assembly) ได้ แล้วศึกษาการกระจายของฟลักซ์ในแต่ละมัดเชื้อเพลิงที่เป็นเนื้อเดียวกันภายในแกนกลาง เพื่อให้ได้ค่าคงที่ในแกนกลางที่เป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous core) รูปที่ ๘ แสดงบ็อกซ์ของ PWR

๒.๓ การคำนวณเบอร์เนอ์ฟ

อนุกรมยูเรเนียม (Uranium chain) ของปฏิกิริยาระหว่างเชื้อเพลิง UO_2 กับนิวตรอนช้า เป็นดังนี้



คำนวณ ความหนาแน่นอะตอม (atom density) ของไอโซโทป (isotope) ต่าง ๆ ในอนุกรมยูเรเนียม ได้จากสมการ

$$\frac{dU^{235}}{dt} = -\sigma_a(U^{235})U^{235}, \text{ มีดัชนีกับ } U^{235}$$

$$\frac{dU^{236}}{dt} = q_c(U^{235})U^{235} - q_c(U^{236})U^{236} \quad , \text{ไม่มีพิษชั้นกับ } U^{236}$$

$$\frac{dU^{238}}{dt} = q_c(U^{238})U^{238} \quad , \text{ไม่มีพิษชั้นกับ } U^{238}$$

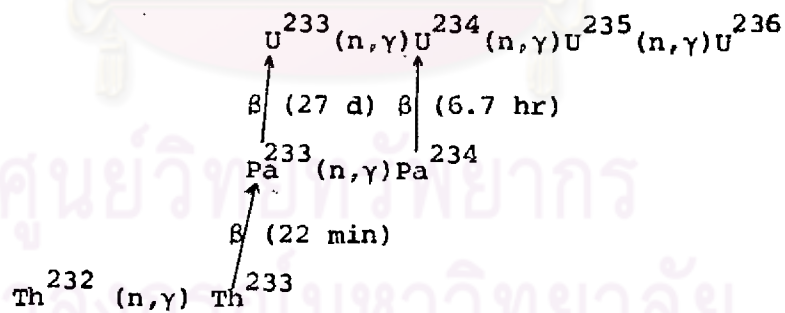
$$\frac{dPu^{239}}{dt} = q_c(U^{238})U^{238} - q_a(Pu^{239})Pu^{239} \quad , \text{มีพิษชั้นกับ } Pu^{239}$$

$$\frac{dPu^{240}}{dt} = q_c(Pu^{239})Pu^{239} - q_c(Pu^{240})Pu^{240} \quad , \text{ไม่มีพิษชั้นกับ } Pu^{240}$$

$$\frac{dPu^{241}}{dt} = q_c(Pu^{240})Pu^{240} - q_a(Pu^{241})Pu^{241} \quad , \text{มีพิษชั้นกับ } Pu^{241}$$

$$\frac{dPu^{242}}{dt} = q_c(Pu^{241})Pu^{241} - q_c(Pu^{242})Pu^{242} \quad , \text{ไม่มีพิษชั้นกับ } Pu^{242}$$

อนุกรมธอเรียม (Thorium chain) ของปฏิกิริยาระหว่างเชื้อเพลิง ThO_2 กับ นิวตรอนช้า เป็นดังนี้



คำนวณความหนาแน่นอะตอมของไอโซโทปต่าง ๆ ในอนุกรมธอเรียมได้จากสมการ

$$\frac{dTh^{232}}{dt} = -q_c(Th^{232})Th^{232} \quad , \text{ไม่มีพิษชั้นกับ } Th^{232}$$

$$\frac{dPa^{233}}{dt} = q_c(Th^{232})Th^{232} - (q_c(Pa^{233}) + \lambda(Pa^{233}))Pa^{233} \quad , \text{ไม่มีพิษชั้นกับ } Pa^{233}$$

$$\frac{dU^{233}}{dt} = \lambda(Pa^{233})Pa^{233} - q_a(U^{233})U^{233} \quad , \text{ มีพิษชั้นกับ } U^{233}$$

$$\frac{dU^{234}}{dt} = q_c(U^{233})U^{233} - q_c(U^{234})U^{234} + q_c(Pa^{233})Pa^{233} \quad , \text{ ไม่มีพิษชั้นกับ } U^{234}$$

$$\frac{dU^{235}}{dt} = q_c(U^{234})U^{234} - q_a(U^{235})U^{235} \quad , \text{ มีพิษชั้นกับ } U^{235}$$

$$\frac{dU^{236}}{dt} = q_c(U^{235})U^{235} - q_c(U^{236})U^{236} \quad , \text{ ไม่มีพิษชั้นกับ } U^{236}$$

โดยที่ $\lambda(Pa^{233})$ เป็น ค่าคงที่ในการสลายตัว (decay constant) ของ Pa^{233} มีค่าเท่ากับ 0.2928×10^{-6} (วินาที)⁻¹

$$q_a(x) = \sigma_{a1}^x \phi_1 + \sigma_{a2}^x \phi_2$$

$$q_c(x) = \sigma_{c1}^x \phi_1 + \sigma_{c2}^x \phi_2$$

σ_{ai}^x เป็น ค่าภาคตัดขวางจุลภาค (microscopic cross section) ในการดูดกลืน (absorption) นิวตรอนกลุ่ม i , $i = 1, 2$

σ_{ci}^x เป็น ค่าภาคตัดขวางจุลภาคของไอโซโทป x ในการจับ (capture) นิวตรอนกลุ่ม i , $i = 1, 2$

ϕ_i เป็นค่าฟลักเจ็ลในเชื้อเพลิงของนิวตรอนกลุ่ม i , $i = 1, 2$

นิวตรอนที่เกิดจากปฏิกิริยาแตกตัวอย่างค่อเนื่องมีทั้งนิวตรอนเร็วและนิวตรอนช้า กำหนด

ให้ $i = 1$ แทนนิวตรอนเร็ว และ $i = 2$ แทนนิวตรอนช้า

สมการที่ใช้คำนวณความหนาแน่นอะตอมที่กล่าวมาแล้ว (ยกเว้นไอโซโทป U^{234}) เขียนได้เป็น

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = a_i N_{i-1}(t) - b_i N_i(t) \quad , \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

โดยที่ $N_i(0) = N_i^0$; $a_i > 0$, ($a_i = 0$); $b_i > 0$

ผลลัพธ์ที่ได้จากสมการข้างบนนี้คือ

$$N_i(t) = \sum_{j=1}^i A_{ij} e^{-b_j t}$$

โดยที่ $A_{11} = N_1^0$

$$A_{ii} = N_i^0 - \sum_{j=1}^{i-1} A_{ij}$$

และ $A_{ij} = A_{i-1,j} \frac{a_i}{b_i - b_j}$

สำหรับอนุกรมของเรขาคณิตประสิทธิ์ A_{41} และ A_{42} คำนวณได้จาก

$$A_{41} = \frac{a_4 A_{31} + (b_2 - b_3) A_{21}}{b_4 - b_1}, \quad 1 = 1, 2$$

๒.๔ คำนวณค่าภาคตัดขวางจุลภาคของไอโซโทป x เนื่องจากนิวตรอนเร็ว

สมการ $\sigma_{a1}^x = \sigma_{c1}^x + \sigma_{f1}^x$, สำหรับทุกไอโซโทม

โดยที่ $\sigma_{c1}^x = \frac{\Gamma_c^x}{(\Delta u)_3} \psi_3$, สำหรับทุกไอโซโทปยกเว้น U^{238} , Th^{232} และ Pu^{240}

$$= \left(\frac{\Gamma_c^x}{(\Delta u)_3} + \frac{\bar{\Sigma}_{a3}^*}{N^x} \right) \psi_3$$
 , สำหรับไอโซโทป U^{238} , Th^{232} และ Pu^{240}

$$\sigma_{f1}^x = \frac{I_f^x}{(\Delta u)_3} \psi_3$$

$$= 0$$

, สำหรับทุกไอโซโทปยกเว้น U^{238} , Th^{232} และ Pu^{240}

, สำหรับไอโซโทป U^{238} , Th^{232} และ Pu^{240}

ดูคำอธิบายเพิ่มเติม I_c^x , I_f^x , $(\Delta u)_3$, \bar{N}^x , \bar{E}_a^* , และ ψ_3 ในหัวข้อ ก.ค

๒.๔ คำนำนวลค่าภาคตัดขวางจุลภาคของไอโซโทปใด ๆ เนื่องจากนิวตรอนช้า

เมื่อนิวตรอนช้าเคลื่อนที่ผ่านไอโซโทปต่าง ๆ ซึ่งมีค่าภาคตัดขวางจุลภาคแบบ 1/v จะคำนวณค่าภาคตัดขวางของไอโซโทปเหล่านั้นได้จากสมการ

$$\sigma^1(E) = \text{UNIT}(E) \cdot \sigma^1(2200)$$

โดยที่ 1 เป็น รหัสตัวเลข แสดงชนิดของไอโซโทป มีค่า 1 ถึง 15

1 = 1, σ^1	=	UNIT	, 1 = 2, σ^2	=	$\sigma_a^{U^{235}}$
1 = 3, σ^3	=	$\sigma_f^{U^{235}}$, 1 = 4, σ^4	=	$\sigma_a^{Pu^{239}}$
1 = 5, σ^5	=	$\sigma_f^{Pu^{239}}$, 1 = 6, σ^6	=	$\sigma_a^{Pu^{240}}$
1 = 7, σ^7	=	$\sigma_f^{Pu^{241}}$, 1 = 8, σ^8	=	$\sigma_a^{U^{233}}$
1 = 9, σ^9	=	$\sigma_f^{U^{233}}$, 1 = 10, σ^{10}	=	σ_{tr}^H
1 = 11, σ^{11}	=	σ_{sc}^H	, 1 = 12, σ^{12}	=	$\sigma_a^{Xe^{135}}$
1 = 13, σ^{13}	=	$\sigma_a^{Sm^{149}}$, 1 = 14, σ^{14}	=	$\sigma_a^{Eu^{154}}$
1 = 15, σ^{15}	=	σ_{down}^H	, นิวตรอนพลังงาน 0.625 eV		
	=	σ_{up}^H	, นิวตรอนที่พลังงาน 0.2 eV		

E เป็น พลังงานของนิวตรอนช้า

UNIT(E) เป็น ค่าภาคตัดขวางจุลภาคเฉลี่ยแบบ 1/v ของไอโซโทป เนื่องจากนิวตรอนช้า ที่มีพลังงาน E

โดย $\text{UNIT}(E_0) = 1$ บาร์น (barn) ; $E_0 = 0.0253$ eV.

คำนวณ UNIT(E) และค่าภาคตัดขวางจุลภาคแบบ non 1/V ซึ่งเปลี่ยนแปลงตามค่าของ อุณหภูมิของวัสดุตัวหน้า (T_m) ได้จากสมการ

$$\sigma_g^1(T_m) = c_0^1 + c_1^1 x + c_2^1 y + c_4^1 x^{1.5} + c_5^1 y^{1.3} + c_6^1 xy + c_7^1 xz + c_8^1 yz + c_9^1 x^{1.5} y$$

$$+ c_{10}^1 x^{1.5} z + c_{11}^1 xy^{1.3} + c_{12}^1 y^{1.3} z + c_{13}^1 xyz + c_{14}^1 x^{1.5} yz + c_{15}^1 xy^{1.3} z$$

$$+ c_{16}^1 z^{1.5} + c_{17}^1 yz^{1.5} + c_{18}^1 y^{1.3} z^{1.5} + c_{19}^1 x^{1.5} z^{1.5} +$$

$$+ c_{20}^1 \exp(-\alpha^1 x + \beta^1 y + \gamma^1 z)) \Big|_g, \quad g = 4, 5$$

คำนวณ σ_{m2}^x (m = a, c) ได้จากการรวมค่าของ σ_{4}^1 เข้ากับ σ_{5}^1 โดยสมการในโปรแกรมรีโบ-๔

โดยที่ $x = \frac{\sum_k N^k \sigma_a^k}{\sigma_a^{2200}}$ บาร์น/อะตอมของไฮโดรเจน, $y = \frac{U^{235}}{N^H}$ อะตอมของ U^{235} และ Pu^{239}

$$y = \frac{N^{U^{235}}}{N^H} \quad \text{อะตอมของ } U^{235} / \text{อะตอมของไฮโดรเจน}$$

$$z = \frac{N^{Pu^{239}}}{N^H} \quad \text{อะตอมของ } Pu^{239} / \text{อะตอมของไฮโดรเจน}$$

สมการที่ใช้คำนวณ $\sigma^1(T_m)$ จะถูกต้องเมื่อ $x \leq 12$ บาร์นต่ออะตอมของไฮโดรเจน, $y \leq 2$ อะตอมของ U^{235} ต่อ 100 อะตอมของไฮโดรเจน และ $z \leq 1$ อะตอมของ Pu^{239} ต่อ 100 อะตอมของไฮโดรเจน

สัมประสิทธิ์ (coefficient) $c_j^1 \equiv c_j^1(T_m)$ คือเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิของตัวหน้า ใช้ค่าสัมประสิทธิ์จาก ENDF/B (Evaluated Nuclear Data File(B) ซึ่งเก็บแหล่งเก็บข้อมูลทางนิวเคลียร์ที่สมบูรณ์แบบ และอยู่ในลักษณะที่ผู้ออกแบบเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์สามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาใช้ได้ง่าย

ค่า $c_j^1(T_m)$ ที่นำมาจาก ENDF/B คือ ที่อุณหภูมิของวัสดุตัวหน้า

$$T_1 = 293 \text{ } ^\circ\text{K}, \quad T_2 = 400 \text{ } ^\circ\text{K}, \quad T_3 = 500 \text{ } ^\circ\text{K}, \quad T_4 = 600 \text{ } ^\circ\text{K} \text{ และ}$$

$$T_5 = 700 \text{ } ^\circ\text{K}$$

ที่อุณหภูมิของวัสดุตัวนำ T_m ใด ๆ หากค่าสัมประสิทธิ์ c_j^1 ได้จาก quadratic interpolation ดังนี้

$$c_j^1(T_m) = c_j^1(T_{K+1})T_m^2 + c_j^1(T_K)T_m + c_j^1(T_{K-1})$$

โดยที่ $K = 2$ เมื่อ $T_m \leq 400^\circ\text{K}$
 $K = 3$ เมื่อ $400^\circ\text{K} < T_m \leq 500^\circ\text{K}$
 และ $K = 4$ เมื่อ $T_m > 500^\circ\text{K}$

๒.๖ คำนวณนิวตรอนฟลักซ์เฉลี่ย (average neutron flux) ในเชื้อเพลิง (ϕ_1 และ ϕ_2)

ฟลักซ์ของนิวตรอนเร็วเฉลี่ยในแต่ละริเจียน (ϕ_1) ของแกนกลางมีค่าเท่ากับฟลักซ์ของนิวตรอนเร็วเฉลี่ยในเชื้อเพลิง (ϕ_1) เนื่องจากการสมมติให้นิวตรอนเร็วเกิดขึ้นในจำนวนที่เป็นเชื้อเพลิงเท่านั้น จึงได้

$$\phi_1 = \phi_1, \quad \text{คำนวณ } \phi_1 \text{ ได้จากหัวข้อ ๓.๒}$$

สำหรับนิวตรอนช้า จะอยู่ในทุกส่วนของแกนกลาง ดังนั้น

$$\begin{aligned} \phi_2 &= \frac{\phi_2}{\frac{V_f + V_{cl} F_{cl} + V_m F_m}{f}}, \quad \text{สำหรับ regular lattice} \\ &= \frac{\phi_2}{\frac{V_f + V_{cl} F_{cl} + V_m F_m + V_b F_b + V_{ext.m} F_{ext.m}}{f}}, \quad \text{สำหรับ cluster lattice} \end{aligned}$$

โดยที่ ϕ_2 เป็นฟลักซ์ของนิวตรอนช้าเฉลี่ยในแต่ละริเจียน (region) ของแกนกลาง
 คำนวณได้จากหัวข้อ ๓.๒

และ ϕ_2 เป็นฟลักซ์ของนิวตรอนช้าเฉลี่ยในเชื้อเพลิง

๒.๓ คำนวณปริมาตรของไอโซโทป

ปริมาตรของไอโซโทปต่าง ๆ ในแท่งเชื้อเพลิง, $V' = \pi r^2 h$

โดยที่ r เป็นรัศมีของไอโซโทป

h เป็นความสูงของไอโซโทป ซึ่งให้เท่ากับความสูงของแท่งเชื้อเพลิง

ปริมาตรของไอโซโทปต่าง ๆ ในมัดเชื้อเพลิง $V' = \pi r^2 h n^2$

โดยที่ n เป็นจำนวนแท่งเพลิงในแต่ละแถวภายในมัดเชื้อเพลิง

ปริมาตรของไอโซโทปต่าง ๆ ในแกนกลาง $V'' = \pi r^2 h n^2 m$

โดยที่ m เป็นจำนวนมัดเชื้อเพลิงในแกนกลาง

๒.๔ คำนวณความหนาแน่นอะตอมและมวลของไอโซโทปที่เป็นเชื้อเพลิง

ความหนาแน่นอะตอมของเชื้อเพลิงไอโซโทป i , $N_i = \frac{w_i M N_A}{100 V A_i}$ อะตอม/ซม³

$$= \frac{w_i M N_A}{100 V A_i} \cdot 10^{-24} \cdot i \quad \text{อะตอม/ซม}^3 / \text{บาร์น}$$

โดยที่ w_i เป็น เปอร์เซ็นต์ของเชื้อเพลิงไอโซโทป i

A_i เป็น น้ำหนักอะตอมของเชื้อเพลิงไอโซโทป i

M เป็น มวลของเชื้อเพลิงทั้งหมดในแกนกลาง มีหน่วยเป็น กรัม

V เป็น ปริมาตรของเชื้อเพลิงทั้งหมดในแกนกลาง มีหน่วยเป็นซม.³

N_A เป็น ค่าของอาโวกาโดร (Avogadro's number)

มวลของเชื้อเพลิงไอโซโทป i , $M_i = \frac{N_i A_i V}{N_A \times 10^3}$ กิโลกรัม

๒.๕ กากฟิชชัน (fission products)

ผลที่เกิดจากปฏิกิริยาแตกตัวอย่างต่อเนื่อง คือ อนุภาคนิวตรอนกับไอโซโทป ๒

ไอโซโทป ซึ่งมีมวลไม่เท่ากัน มีครึ่งชีวิตและค่าภาคตัดขวางในการดูดกลืนนิวตรอนแตกต่างกัน

เรียกไอโซโทปที่เกิดขึ้นว่ากากฟิชชัน กากฟิชชันบางตัวมีปริมาณมากขึ้น ๆ และมีผลกระทบต่อ

ทำงานของเครื่องปฏิกรณ์

แบ่งกักพิษชั้นออกเป็น ๒ พวกคือ

๒.๔.๑ non-saturating fission products ซึ่งเป็นกักพิษชั้นที่มีค่าภาคตัดขวางในการดูดกลืนนิวตรอน ต่ำ ในอนุกรมยูเรเนียม-พลูโตเนียม แต่ละไอโซโทปของ U^{235} , Pu^{239} และ Pu^{241} จะให้กักพิษชั้น ๓ กลุ่ม สำหรับอนุกรมยูเรเนียม-ธอเรียม แต่ละไอโซโทปของ U^{235} และ U^{233} จะให้กักพิษชั้น ๒ กลุ่ม

สมการที่ใช้คำนวณ ความหนาแน่นอะตอมของ non-saturating fission products แต่ละกลุ่มจะแตกต่างกันออกไป เนื่องจากมีกักพิษชั้นเทียม (pseudo fission products) เกิดขึ้น สมการเป็นดังนี้

$$\frac{dv^{1K}}{dt} = y^{1K} (\sigma_{f1}^K \phi_1 + \sigma_{f2}^K \phi_2) N^K$$

$$\frac{dv^{2K}}{dt} = y^{2K} (\sigma_{f1}^K \phi_1 + \sigma_{f2}^K \phi_2) N^K - (\sigma_{a1}^{2K} \phi_1 + \sigma_{a2}^{2K} \phi_2) V^{2K}$$

$$\frac{dv^{3K}}{dt} = y^{3K} (\sigma_{f1}^K \phi_1 + \sigma_{f2}^K \phi_2) N^K - (\sigma_{a1}^{3K} \phi_1 + \sigma_{a2}^{3K} \phi_2) V^{3K}$$

โดยที่ ϕ_1, ϕ_2 คำนวณได้จากหัวข้อ ๒.๖

$\sigma_{f1}^K, \sigma_{f2}^K$ คำนวณได้จากหัวข้อ ๒.๔ และ ๒.๕ ตามลำดับ

N^K คำนวณได้จากหัวข้อ ๒.๓

v^{jK} เป็น ค่าความหนาแน่นอะตอมของ non-saturating fission products กลุ่มที่ j ซึ่งเกิดจากเชื้อเพลิงไอโซโทป K

y^{jK} เป็น อัตราส่วนของการเกิด non-saturating fission products กลุ่มที่ j จากเชื้อเพลิงไอโซโทป K

y^{1K} และ y^{2K} มีค่าคงที่

y^{3K} มีค่าไม่คงที่ โดยเป็นส่วนผกผันกับค่าภาคตัดขวางเวสต์คอต (Wescott cross section) ของการดูดกลืนของกากพิษชั้นกลุ่มที่ n ซึ่งเกิดจากไอโซโทป K เขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$y^{3K} = \frac{\hat{y}^{3K}}{\sigma_w^K}$$

โดยที่ σ_w^K เป็น ค่าภาคตัดขวางเวสต์คอตที่มีค่าเท่ากับ $\frac{\sigma_{a1}^{3K} \phi_1 + \sigma_{a2}^{3K} \phi_2}{\phi_1 \frac{\alpha}{(\Delta u)_3} \psi_3 + \phi_2 \times \text{UNIT}}$

$$\alpha = 2 \sqrt{0.0253} \left(\frac{1}{\sqrt{0.625}} - \frac{1}{\sqrt{5530}} \right)$$

$$\sigma_{a1}^{jK} = \left(\alpha \sigma_a^{jK}(2200) + \frac{I^{jK}}{(\Delta u)_3} \right) \psi_3$$

$$\sigma_{a2}^{jK} = \sigma_a^{jK}(2200) \times \text{UNIT}$$

I^{jK} เป็น เรโซแนนซ์อินทิกรัลของการดูดกลืนของกากพิษชั้นกลุ่มที่ j ซึ่งเกิดจากไอโซโทป K

$\sigma_a^{jK}(2200)$ เป็น ค่าภาคตัดขวางจุลภาคของการดูดกลืนนิวตรอนช้าที่มีความเร็ว

เมตร/วินาที ของกากพิษชั้นกลุ่ม j ซึ่งเกิดจากไอโซโทป K

ค่า y^{1K} , y^{2K} , y^{3K} , I^{jK} , $\sigma_a^{jK}(2200)$

แสดงอยู่ในตารางที่ ๑

เขียนสมการที่ใช้คำนวณความหนาแน่นอะตอมของกากเชื้อเพลิงได้ใหม่เป็น

$$\frac{dv_{jk}(t)}{dt} = f_{jk} N_k(t) - g_{jk} v_{jk}(t), \quad v_{jk}(0) = v_{jk}^0$$

$$v_{jk}(t) = e^{-g_{jk}t} \left[v_{jk}^0 + f_{jk} \int_0^t e^{-g_{jk}t'} N_k(t') dt' \right]$$

จากหัวข้อ ๒.๓ ได้
$$N_K(t) = \sum_{l=1}^K A_{Kl} e^{-b_l t}$$

ผลลัพธ์ที่ได้จากสมการนี้คือ

$$v_{jK}(t) = \left[v_{jK}^0 - f_{jK} \sum_{l=1}^K \frac{A_{Kl}}{g_{jK} - b_l} \right] e^{-g_{jK} t}$$

$$+ f_{jK} \sum_{l=1}^K \frac{A_{Kl} e^{-b_l t}}{g_{jK} - b_l}$$

$$f_{jK} = (\sigma_{f1}^K \phi_1 + \sigma_{f2}^K \phi_2) y^{jK}$$

(เทอม $(\sigma_{f1}^K \phi_1 + \sigma_{f2}^K \phi_2)$ เป็น microscopic fission rate ของไอโซโทป K)

$$g_{jK} = \sigma_{a1}^{jK} \phi_1 + \sigma_{a2}^{jK} \phi_2$$

(g_{jK} เป็น microscopic absorption rate ของกากพิษชั้นเดิมกลุ่มที่ j ซึ่งเกิดจากไอโซโทป K)

๒.๔.๒ satürating fission products ซึ่งเป็นกากพิษชั้นที่มีค่าภาคตัดขวางในการดูดกลืนนิวตรอนช้า สูง มีผลทำให้อัตราการเกิดปฏิกิริยาแตกตัวในเครื่องปฏิกรณ์แบบเทอร์มอลลดลง กากพิษชั้นพวกนี้ได้แก่ Cd^{113} , Xe^{135} , Sm^{149} , Sm^{151} , Eu^{155} และ Cd^{157}

คำนวณค่าภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืน (macroscopic absorption cross section) นิวตรอนช้าของ กากพิษชั้นได้จากสมการ

$$\Sigma_{a2}^h = \sum_K y^{hK} (\sigma_{f1}^K \frac{\phi_1}{\phi_2} + \sigma_{f2}^K) N^{-K} (1 - e^{-c\phi_2 t}), \quad c = 3.52512 \times 10^9 \text{ 1/วินาที}$$

โดยที่ y^{hk} เป็นอัตราส่วนของการเกิดกากพิษชั้น h (ยกเว้น Xe^{135}) จากไอโซโทป K แสดงอยู่ในตารางที่ ๒

ϕ_1, ϕ_2 จำนวนอยู่ในหัวข้อ ๒.๖

$\sigma_{f1}^K, \sigma_{f2}^K$ จำนวนอยู่ในหัวข้อ ๒.๔ และ ๒.๕ ตามลำดับ

และ $\bar{N}^K = \frac{V_f N^K}{V_{cell}}$
 สมการคำนวณ Σ_{a2} สำหรับ Xe^{135} เป็นดังนี้

$$\Sigma_{a2}(Xe^{135}) = \frac{\lambda_K y^{XeK} (\sigma_{f1}^K \phi_1 + \sigma_{f2}^K \bar{N}^K)}{1 + \lambda_{Xe} / (\sigma_{a2}^{Xe} \phi_2)}$$

โดยที่ λ^{Xe} เป็นค่าคงที่ของการสลายตัวของ Xe^{135} มีค่าเท่ากับ 2.1×10^{-5} (วินาที)⁻¹

σ_{a2}^{Xe} เป็นค่าภาคตัดขวางจุลภาคของการดูดกลืนนิวตรอนช้าของกากพิษชั้น Xe^{135}

ซึ่งคำนวณได้จากหัวข้อ ๒.๔

๒.๑๐ การควบคุมเครื่องปฏิกรณ์แบบเทอร์มัล (Thermal reactor control)

เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ที่ใช้เพื่อผลิตพลังงาน ให้ระดับกำลังผลิตคงที่คือ ทำงานที่สภาวะสม่ำเสมอ (steady state) และจะมีการเปลี่ยนแปลงระดับ กำลังผลิตตามความต้องการของภาระ (load) ไฟฟ้าเท่านั้น การเปลี่ยนแปลงนี้ทำได้โดยการใส่ (หรือดึง) แท่งควบคุม (control rods) ซึ่งทำด้วยวัสดุที่มีค่าภาคตัดขวางในการดูดกลืนนิวตรอนช้า สูง และทนต่อสภาพแวดล้อมในแกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์ได้ วัสดุเหล่านี้ได้แก่ Cadmium และ Boron เป็นต้น

โดยปกติเครื่องปฏิกรณ์ถูกสร้างขึ้น ให้มีขนาดที่พอเหมาะและมีปริมาณเชื้อเพลิงมากกว่าปริมาณเชื้อเพลิงที่สภาวะวิกฤติเล็กน้อย (เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดเครื่องปฏิกรณ์ดับทันทีเมื่อมี negative reactivity เกิดขึ้น) คือมี excess reactivity ค่า reactivity ที่เกินอยู่นี้จะสามารถปรับให้สมดุล เพื่อให้เครื่องปฏิกรณ์ทำงานที่สภาวะ สม่ำเสมอได้โดยใช้แท่งควบคุม

แท่งควบคุมในเครื่องปฏิกรณ์ PWR เป็นแบบคัสเตอร์ ทำหน้าที่ปรับระดับกำลังผลิตเมื่อ
ได้ระดับกำลังผลิตตามต้องการแล้ว แท่งควบคุมอาจจะถูกดึงออกจากแกนกลางโดยมี soluble
poison เช่น กรดบอริก (HBO_3) ควบคุมการทำงานของเครื่องปฏิกรณ์ให้อยู่ในสภาวะ
สม่ำเสมอแทนแท่งควบคุม ถ้าภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนนิวตรอนของ soluble poison (Σ_p)
ซึ่ง homogenized ในแกนกลาง คำนวณได้จากหัวข้อ ๓.๒ โดยมีสมการการคำนวณดังนี้

$$\bar{\Sigma}_{p1} = \bar{\Sigma}_{p1} \psi_1 + \bar{\Sigma}_{p2} \psi_2 + \bar{\Sigma}_{p3} \psi_3 \quad \text{สำหรับการดูดกลืนนิวตรอนเร็ว}$$

$$\text{โดยที่ } \bar{\Sigma}_{p1} = \bar{\Sigma}_{p2} = 0$$

$$\text{และ } \bar{\Sigma}_{p3} = \frac{N^{\text{B nat}} \sigma_a^{\text{B nat}}}{I_a}$$

$$\Sigma_{p1} = \frac{N^{\text{B nat}} \sigma_a^{\text{B nat}}}{I_a} \frac{(\Delta u)_3}{(\Delta u)_3}$$

$$\Sigma_{p2} = \bar{\Sigma}_{p4} \psi_4 + \bar{\Sigma}_{p5} \psi_5 \quad , \text{ สำหรับการดูดกลืนนิวตรอนช้า}$$

$$\text{โดยที่ } \bar{\Sigma}_{p4} = \frac{N^{\text{B nat}} \sigma_a^{\text{B nat}} (2200)}{\sigma_a^{\text{B nat}} (2200)} \times \text{UNIT}_4$$

$$\bar{\Sigma}_{p5} = \frac{N^{\text{B nat}} \sigma_a^{\text{B nat}} (2200)}{\sigma_a^{\text{B nat}} (2200)} \times \text{UNIT}_5$$

$$\frac{N^{\text{B nat}}}{N} = \frac{0.067}{2} \cdot \bar{\rho}(\text{H}_2\text{O}) \frac{V_m}{V_{\text{cell}}} \cdot \frac{M(\text{H}_2\text{O})}{M(\text{B}_{\text{nat}})} \cdot \frac{W(\text{B}_{\text{nat}})}{W(\text{H}_2\text{O})}$$

$$\frac{V_m}{V_{\text{cell}}} = \text{ปริมาตรของวัสดุตัวหน่วง/ปริมาตรของเซลล์}$$

$$\begin{aligned} \frac{M(\text{H}_2\text{O})}{M(\text{B}_{\text{nat}})} &= \text{น้ำหนักโมเลกุลของน้ำ/น้ำหนักโมเลกุลของ natural Boron} \\ &= 18/10.8 \end{aligned}$$

$$\frac{W(\text{B}_{\text{nat}})}{W(\text{H}_2\text{O})} = \text{น้ำหนักของ natural Boron/ น้ำหนักของน้ำ}$$

$\bar{\rho}(\text{H}_2\text{O})$ = ความหนาแน่นเฉลี่ยของน้ำภายในเซลล์

แท่งควบคุมในเครื่องปฏิกรณ์ BWR เป็นฟอรมกากะบาท (cruciform) ทำหน้าที่ทั้งปรับระดับกำลังผลิตและควบคุมการทำงานของเครื่องปฏิกรณ์ให้ทำงานอย่างสม่ำเสมอ แท่งควบคุมสามารถดูดกลืนนิวตรอนได้ดี จึงเกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่าการกำบังตนเอง (self shielding) ขึ้นในมัดเชื้อเพลิง

ค่าภาคตัดขวางของการดูดกลืนของแท่งควบคุมฟอรมกากะบาท (แท่งควบคุมไม่เป็นเนื้อเดียวกับแกนกลาง) จึงไม่สามารถคำนวณหาสมการการแพร่กระจายของนิวตรอนในแกนกลางที่เป็นเนื้อเดียวกัน (ในหัวข้อ ๓.๒) ได้ แต่จะคำนวณได้โดยประมาณจาก supercell method ซึ่งเป็นวิธีการสร้างเซลล์พิเศษ (supercell) โดยให้เซลล์พิเศษมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของแกนกลางหารด้วยจำนวนแท่งควบคุม

กำหนดให้ A_c เป็น พื้นที่ของเซลล์พิเศษ

A_3 เป็น พื้นที่ของการดูดกลืนนิวตรอนเร็ว (fast absorption area) ของแท่งควบคุมในเซลล์พิเศษ

A_4, A_5 เป็น พื้นที่ของการดูดกลืนนิวตรอนช้า (thermal absorption area) กลุ่มที่ ๔ และกลุ่มที่ ๕ ของแท่งควบคุมในเซลล์พิเศษ ตามลำดับ

โดยที่ $A_c =$ พื้นที่ของแกนกลาง/จำนวนแท่งควบคุม

$A_i =$ จำนวนนิวตรอนกลุ่ม i ที่เข้ามาในแท่งควบคุมต่อเซนติเมตรต่อวินาที, $i=3,4,5$
จำนวนนิวตรอนกลุ่ม i ในเซลล์พิเศษต่อลูกบาศก์เซนติเมตรต่อวินาที

คำนวณค่าภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนนิวตรอนกลุ่ม 3,4 และ 5 ($\bar{\Sigma}_{pi}$) ได้จากสมการ

$$\frac{\bar{\Sigma}_{pi}}{\bar{\Sigma}_{ai} + \bar{\Sigma}_{ri}} = \frac{A_i}{A_c - A_i}, \quad i = 3,4,5$$

$$\therefore \bar{\Sigma}_{Pi} = (\bar{\Sigma}_{ai} + \bar{\Sigma}_{ri}) \frac{A_i}{A_c - A_i}$$

คำนวณ $\bar{\Sigma}_{a3}$, $\bar{\Sigma}_{r3}$ ได้จากหัวข้อ ๓.๓

และ $\bar{\Sigma}_{a4}$, $\bar{\Sigma}_{a5}$, $\bar{\Sigma}_{r4}$, $\bar{\Sigma}_{r5}$ คำนวณได้จากหัวข้อ ๓.๔

คำนวณค่าภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนนิวตรอนเร็ว (Σ_{P1}) และของการดูดกลืนนิวตรอนช้า (Σ_{P2}) ได้จาก

$$\Sigma_{P1} = \bar{\Sigma}_{P3} \psi_3$$

$$\Sigma_{P2} = \frac{\bar{\Sigma}_{P4} l_4 + \bar{\Sigma}_{P5} l_5}{l_4 + l_5}$$

โดยที่

$$\psi_3 = \frac{\bar{\phi}_3}{\bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_2 + \bar{\phi}_3} = \frac{b_3}{b_1 + b_2 + b_3}$$

ดังแสดงในหัวข้อ ๓.๒

$$l_4 = \bar{\Sigma}_{a5} - \Sigma_{a2}$$

และ

$$l_5 = \Sigma_{a2} - \bar{\Sigma}_{a4}$$

๒.๑๑ เบอร์นาเปิลพอยซัน (burnable poisons)

เนื่องจากเชื้อเพลิงใน first core เป็น fresh fuel (คือยังไม่มีกากพิษขึ้นเกิดขึ้น) และมีปริมาณมากกว่ามวลวิกฤต (critical mass) ในระหว่างที่เครื่องปฏิกรณ์เริ่มทำงานจะมี excess reactivity สูง เชื้อเพลิงจึงถูกใช้ไปมาก ทำให้ต้องใส่เชื้อเพลิงใหม่บ่อยครั้ง จึงจำเป็นต้องใส่เบอร์นาเปิลพอยซัน ซึ่งทำด้วยวัสดุที่มีค่าภาคตัดขวางในการดูดกลืนนิวตรอนช้า สูง เช่น Boron, Samarium หรือ Europium ใส่เข้าไปในแกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์ เพื่อให้สิ้นเปลืองเชื้อเพลิงน้อยลง

เบอร์นาเป็ลพอยซันนี้ถูกกลืนนิวตรอนเข้าได้ดี ปริมาณจึงลดลงเรื่อย ๆ ในขณะที่เดียวกัน
จะมีกาฟิชชันเกิดมากขึ้น เป็นการชดเชย (compensate) กับปริมาณพอยซันที่ลดลง

สมการที่แสดงการเปลี่ยนแปลงปริมาณเบอร์นาเป็ลพอยซัน เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{dB^{10}}{dt} &= -q(B^{10})B^{10} \\ \frac{dSm^{149}}{dt} &= -q(Sm^{149})Sm^{149} \\ \frac{dSm^{150}}{dt} &= -q(Sm^{150})Sm^{150} + q(Sm^{149})Sm^{149} \\ \frac{dSm^{151}}{dt} &= -q(Sm^{151})Sm^{151} + q(Sm^{150})Sm^{150} \\ \frac{dSm^{152}}{dt} &= -q(Sm^{152})Sm^{152} + q(Sm^{151})Sm^{151} \\ \frac{dEu^{151}}{dt} &= -q(Eu^{151})Eu^{151} \\ \frac{dEu^{152}}{dt} &= -q(Eu^{152})Eu^{152} + 0.82q(Eu^{151})Eu^{151} \\ \frac{dEu^{153}}{dt} &= -q(Eu^{153})Eu^{153} + q(Eu^{152})Eu^{152} \\ \frac{dEu^{154}}{dt} &= -q(Eu^{154})Eu^{154} + q(Eu^{153})Eu^{153} \\ \frac{dEu^{155}}{dt} &= -q(Eu^{155})Eu^{155} + q(Eu^{154})Eu^{154} \end{aligned}$$

โดยที่ $q(x) = \sigma_{a1}^x \phi_1 + \sigma_{a2}^x \phi_2$

σ_{ai}^x เป็นค่าภาคตัดขวางจุลภาคของการดูดกลืนนิวตรอนกลุ่ม i ของ
ไอโซโทป x , $i = 1, 2$

ϕ_1 เป็นค่าฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอนกลุ่ม i , $i = 1, 2$
 และ $i = 1$ แทน นิวตรอนเร็ว , $i = 2$ แทนนิวตรอนช้า

ตารางที่ ๑^๒ อัตราส่วนของการเกิดจากฟิชชันที่มีค่าภาคตัดขวางในดุกกลินนิวตรอนต่ำ,
 ค่าภาคตัดขวางของการดุกกลิน ที่ 0.0253 eV. และค่าภาคตัดขวางของการ
 ดุกกลินที่เรโซแนนซ์

	U-235	Pu-239	Pu-241	U-233
y^1	.72	.631		.75
$\sigma_a^1(2200)$ b.	13.7	15.8		11.
I^2	81.	91.		67.
y^2	.28	.369		.25
$\sigma_a^2(2200)$ b.	133.	130.		140.
I^2	560.	580.		533.
y^3	.0	8.		.0
$\sigma_a^3(2200)$ b.	.0	300.		.0
I^3	.0	10000.		.0

ศูนย์วิทยบริการ
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ๒^๒ อัตราส่วนของการเกิดกากพิษอันมีค่าภาคตัดขวางในการดูดกลืนนิวตรอนช้า สูง

Nucleus	$\gamma(\text{U-235})$	$\gamma(\text{Pu-239})$	$\gamma(\text{Pu-241})$	$\gamma(\text{U-233})$
Cd-113	.00012	.0007	.004	.00019
Xe-135	.064	.072	.065	.060
Sm-149	.013	.013	.012	.0079
Sm-151	.0045	.008	.005	.0033
Eu-155	.0003	.0016	.001	.0001
Gd-157	.00007	.00007	.0	.0

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย