

การพัฒนาเทคนิคเพื่อระบุตำแหน่งของต้นกำเนิดน้ำมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล



ร้อยเอกเกดิษฐ์ ใจดี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชานิวเคลียร์เทคโนโลยี ภาควิชานิวเคลียร์เทคโนโลยี

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2553

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DEVELOPMENT OF A TECHNIQUE TO IDENTIFY
THE LOCATIONS OF ORPHAN SOURCES



Capt. Kedit Jaidee

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Nuclear Technology

Department of Nuclear Technology

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2010

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การพัฒนาเทคนิคเพื่อระบุตำแหน่งของต้นกำเนิด
กัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล

โดย

ร้อยเอกเกติษฐ์ ใจดี

สาขาวิชา

นิวเคลียร์เทคโนโลยี

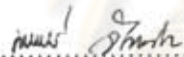
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก


รองศาสตราจารย์ ดร. สัญชัย นิลสุวรรณโฆษิต

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต


..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศนिरุญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นเรศร์ จันทน์ขาว)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร. สัจชัย นิลสุวรรณโฆษิต)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ สมยศ ศรีสวัสดิ์)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อรรถพร ภัทรสุมันต์)

ศ.ท.ดร. 
..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(นาวาอากาศโท ดร.เพ็ญศักดิ์ ศรีพละ)

เกดิษฐ์ ใจดี : การพัฒนาเทคนิคเพื่อระบุตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล. (DEVELOPMENT OF A TECHNIQUE TO IDENTIFY THE LOCATIONS OF ORPHAN SOURCES) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร.สัญญาชัย นิสสุวรรณ โฆษิต, 82 หน้า.

วัสดุกัมมันตรังสีที่ถูกทิ้งไว้ในพื้นที่โดยปราศจากการดูแล เรียกว่าต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล จัดเป็นวัสดุอันตราย จะต้องทำการเก็บกู้อย่างรวดเร็วและถูกวิธี การเก็บกู้วัสดุกัมมันตรังสีโดยไม่ทราบจำนวนของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ตำแหน่ง และความแรงการแผ่รังสี จะทำให้การเก็บกู้เป็นไปโดยยากและมีอันตรายอย่างมาก งานศึกษานี้เป็นการพัฒนาเทคนิคในการระบุตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแลภายในบริเวณที่กำหนด โดยพิจารณาจากค่าระดับรังสีในบริเวณดังกล่าวที่วัดได้จากมาตรวัดรังสี จากนั้นใช้โปรแกรมซึ่งเขียนขึ้นโดย MATLAB คำนวณหาจำนวนของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีในบริเวณนั้น ๆ รวมทั้งตำแหน่งในแนวระนาบและความแรงการแผ่รังสี การคำนวณกระทำโดยใช้สมการความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีภายใต้สมมติฐานว่าต้นกำเนิดรังสีเป็นแบบจุดเป็นสมการพื้นฐาน ซึ่งความเข้มรังสีจะแปรผกผันกับระยะทางที่ห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จากผลการศึกษาพบว่าการใช้เทคนิคที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถประมาณจำนวนของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ตำแหน่ง และความแรงรังสีได้รวดเร็ว สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานตรวจค้นหาวัสดุกัมมันตรังสีได้ต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....นิวเคลียร์เทคโนโลยี.....
สาขาวิชา.....นิวเคลียร์เทคโนโลยี.....
ปีการศึกษา.....2553.....

ลายมือชื่อนิสิต.....
ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

5070224121 : MAJOR NUCLEAR TECHNOLOGY

KEYWORDS : ORPHAN SOURCE / IDENTIFY THE LOCATION / SOURCE STRENGTH

KEDIT JAIDEE : DEVELOPMENT OF A TECHNIQUE TO IDENTIFY THE
LOCATIONS OF ORPHAN SOURCES. ADVISOR : ASSOC.PROF. SUNCHAI
NILSUWANKOSIT, Ph.D., 82 pp.

The radioactive materials left in an area without supervision are called the orphan sources. An orphan source is classified as a harmful material and must be recovered immediately and properly. Retrieving the orphan sources without knowing their actual numbers in the area, locations and emission strengths is extremely dangerous. This study is aimed to develop a technique to identify the locations of the orphan sources in the designated area. By considering the radiation level in the area as measured by the radiation meter, a program written with MATLAB program is used to calculate for the number of the radioactive sources together with their planar locations and emission strengths. The calculations are performed by using the equation describing the radiation intensity with the assumption that the sources are pointed sources as a basis. In such case, the intensity is presumed to squarely vary with the distance from the source. The results from the study show that the developed technique can be used to quickly and approximately identify the number of sources, their location and their emission strengths and can be further applied in detecting and locating the radioactive materials.

Department : Nuclear Technology.....

Student's Signature

Field of Study : Nuclear Technology.....

Advisor's Signature

Academic Year : 2010.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี จากความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของอาจารย์ที่ปรึกษา คือ รศ.ดร.สัณชัย นิลสุวรรณโมเชิต รวมทั้งอาจารย์จากภาควิชาวิศวกรรมเทคโนโลยีทุกท่าน ขอขอบพระคุณทุกท่านที่ช่วยเหลือ ผลักดัน และขอขอบคุณภรรยาและบุตรที่เป็นกำลังใจให้ตลอดมา



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	2
1.3 ขอบเขตของการวิจัย.....	2
1.4 ขั้นตอนดำเนินการวิจัย.....	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
2 แนวคิดและทฤษฎีพื้นฐาน.....	6
2.1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล.....	6
2.2 ความแรงรังสี.....	6
2.3 ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี.....	7
2.4 การวัดความแรงรังสี.....	9
2.5 การหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจากสมการความแรงรังสี.....	10
2.6 การแก้สมการโดยใช้โปรแกรม MATLAB.....	26
3 การระบุตำแหน่งและความแรงรังสี.....	27
3.1 เทคนิคในการระบุตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี.....	27
3.2 การหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวน 1 จุด.....	27
3.2.1 รูปแบบการกระจายตัวของค่าความแรงรังสี.....	31
3.2.2 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายในบริเวณวัดรังสี.....	42
3.2.3 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่นอกบริเวณวัดรังสี.....	36

บทที่	หน้า
3.3 การหาตำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวนหลายจุด.....	52
3.4 การเขียนโปรแกรม MATLAB.....	53
3.5 โปรแกรม MATLAB.....	56
3.6 การทดสอบโปรแกรม.....	57
4 ผลการวิจัย	60
4.1 ผลการทดสอบโปรแกรมด้วยค่าจากการคำนวณ.....	60
4.1.1 จำนวน 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี.....	60
4.1.2 จำนวน 2 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี.....	69
4.1.3 จำนวน 3 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี.....	69
4.2 ผลการทดสอบโปรแกรมด้วยค่าจากการวัดจริง.....	72
4.3 ผลการเขียนโปรแกรม MATLAB.....	77
4.3.1 โปรแกรมย่อย Peak Detector.....	77
4.3.2 โปรแกรมย่อย Calc Inner.....	77
4.3.3 โปรแกรมย่อย Data Pattern.....	78
4.3.4 โปรแกรมย่อย Error.....	79
5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	80
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	80
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	80
รายการอ้างอิง.....	81
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	82

สารบัญญัตราจ

ตารางที่		หน้า
1.1	รายงานอุบัติเหตุร้ายแรงที่เกิดจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ถูกทิ้งหรือถูกขโมย....	1
2.1	ความสัมพันธ์ระหว่างร้อยละของความแรงรังสีและระยะทางที่ห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี.....	7
3.1	ความสัมพันธ์ของผลรวมค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองกับความแรงรังสีของจุด(32,26).....	48
3.2	ค่าสำหรับการทดสอบโปรแกรม.....	58
4.1	ผลรวมค่าเฉลี่ยจำนวนนับรังสี จุดวัดรังสี 4 จุด.....	62
4.2	ผลรวมค่าเฉลี่ยจำนวนนับรังสี จุดวัดรังสี 4 จุด.....	64
4.3	ผลรวมค่าเฉลี่ยจำนวนนับรังสี จุดวัดรังสี 4 จุด.....	66
4.4	ผลรวมค่าเฉลี่ยจำนวนนับรังสี จุดวัดรังสี 4 จุด.....	68



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญญภาพ

ภาพที่		หน้า
1.1	แผนภาพตำแหน่งของแหล่งกำเนิดมลพิษ.....	4
1.2	ห้ววัดรังสี.....	5
1.3	เครือข่าย TETRA สำหรับการค้นหาตำแหน่ง.....	5
2.1	ความแรงรังสีในระยะ $r, 2r$ และ $3r$	7
2.2	ความสัมพันธ์ระหว่างความแรงรังสีและระยะทางจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี....	8
2.3	การแผ่รังสีและการวัดความแรงรังสี.....	9
3.1	บริเวณตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับจุดอ้างอิง.....	27
3.2	ตารางตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีและจุดวัดความแรงรังสี.....	28
3.3	ระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดกัมมันตรังสีและจุดวัดความแรงรังสี.....	29
3.4	จุดที่วัดค่าความแรงรังสีที่มีระยะห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากัน.....	30
3.5	ค่าความแรงรังสีเมื่อตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีต่างกัน.....	31
3.6	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (5,5).....	32
3.7	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (5,35).....	33
3.8	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (5,65).....	34
3.9	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (25,5).....	35
3.10	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (35,35).....	36
3.11	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (45,25).....	37
3.12	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (65,5).....	38
3.13	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (55,55).....	39
3.14	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (32,26).....	40
3.15	ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (35,90).....	41
3.16	ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับความแรงรังสีที่วัดได้.....	42
3.17	ระยะห่างจากจุดวัดความแรงรังสีกับตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่คาด.....	43
3.18	ความสัมพันธ์ของผลรวมค่าความคลาดเคลื่อนกับความแรงรังสีจุด (32,26)....	50
3.19	ความแรงรังสีสูงสุดอยู่ตรงมุมของตาราง.....	51
3.20	ความแรงรังสีสูงสุดอยู่บนขอบของตาราง.....	51
3.21	ค่าความแรงรังสีที่มีค่าสูงสุดอยู่ที่มุมตาราง.....	52

3.22	ค่าความแรงสีที่มีค่าสูงสุดอยู่ที่ขอบตาราง.....	52
3.23	ผังการทำงานของโปรแกรมหลัก.....	53
3.24	ผังการทำงานของโปรแกรมย่อย Data_Adjust.....	54
3.25	ผังการทำงานของโปรแกรมย่อย Calc_Inner.....	56
4.1	ตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีสำหรับใช้ทดสอบ.....	60
4.2	ตารางค่าจำนวนนับรังสีและกราฟ เมื่อต้นกำเนิดรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง (-8,-8).....	61
4.3	ตารางค่าจำนวนนับรังสีและกราฟ เมื่อต้นกำเนิดรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง (0,-8).....	63
4.4	ตารางค่าจำนวนนับรังสีและกราฟ เมื่อต้นกำเนิดรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง (0,0).....	65
4.5	ตารางค่าจำนวนนับรังสีและกราฟ เมื่อต้นกำเนิดรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง (4,4).....	67
4.6	ตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีสำหรับใช้ทดสอบ.....	69
4.7	อัตราการณ์รังสีที่ปลดปล่อยอัตราส่วน 1:1:1.....	70
4.8	อัตราการณ์รังสีที่ปลดปล่อยอัตราส่วน 4:3:1.....	70
4.9	อัตราการณ์รังสีที่ปลดปล่อยอัตราส่วน 10:2:1.....	71
4.10	อัตราการณ์รังสีที่ปลดปล่อยอัตราส่วน 10:8:1.....	71
4.11	พื้นที่บริเวณวัดค่าอัตราการณ์ปลดปล่อยรังสี.....	72
4.12	หัววัดที่ใช้ในการวัดค่าความแรงรังสี.....	72
4.13	ตารางค่าจำนวนนับรังสี(บน)และแผนภูมิแท่งของจำนวนนับรังสี(ล่าง).....	73
4.14	ตารางค่าจำนวนนับรังสี(บน)และแผนภูมิแท่งของจำนวนนับรังสี(ล่าง).....	74
4.15	ตารางค่าจำนวนนับรังสี(บน)และแผนภูมิแท่งของจำนวนนับรังสี(ล่าง).....	75
4.16	ตารางค่าจำนวนนับรังสี(บน)และแผนภูมิแท่งของจำนวนนับรังสี(ล่าง).....	76

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ต้นกำเนิดรังสีที่ปราศจากการดูแล (Orphan Source) คือวัสดุกัมมันตรังสีที่ไม่ได้ถูกควบคุมดูแล โดยผู้มีหน้าที่รับผิดชอบควบคุม ซึ่งวัสดุกัมมันตรังสีเหล่านี้หลังจากได้นำมาใช้ประโยชน์ เช่น ในทางการแพทย์ อุตสาหกรรม และในงานวิจัยแล้ว มิได้มีการควบคุมดูแลที่รัดกุมเพียงพอ ทำให้เกิดการทิ้ง สูญหาย ถูกขโมยหรือถูกเคลื่อนย้ายไปที่อื่นโดยไม่ได้รับอนุญาต ทำให้อาจส่งผลกระทบต่อผู้ที่เข้าไปสัมผัสกับต้นกำเนิดนั้นได้

จากรายงานของ IAEA ตั้งแต่ปี ค.ศ.1962 พบว่ามีอุบัติเหตุร้ายแรงทำให้มีผู้เสียชีวิตจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่สูญหาย หรือถูกขโมยไป จำนวน 21 ราย ดังแสดงในตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 รายงานอุบัติเหตุร้ายแรงที่เกิดจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ถูกทิ้งหรือถูกขโมย

ปี	ประเทศ	Sealed radiation source	ผู้เสียชีวิต (คน)
1962	เม็กซิโก	Lost radiography source	4
1963	จีน	Seed irradiator	2
1978	แอลจีเรีย	Lost radiography source	1
1984	โมร็อกโก	Lost radiography source	8
1987	บราซิล	Stolen teletherapy source	4
1992	จีน	Co-60 irradiator source	2

ในประเทศไทยก็เคยเกิดเหตุการณ์ลักษณะนี้เช่นกัน คือที่จังหวัดสมุทรปราการ เมื่อคนขายของเก่ารู้เท่าไม่ถึงการณ์ได้นำวัสดุกัมมันตรังสี โคบอลต์-60 มาขายให้กับร้านรับซื้อของเก่า จนทำให้มีผู้บาดเจ็บและเสียชีวิต

นอกจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล จะก่อให้เกิดอันตรายกับผู้
อาจจะได้สัมผัสโดยไม่รู้ตัวแล้ว ยังเกรงกันว่าหากวัสดุกัมมันตรังสีเหล่านี้ตกไปอยู่ในมือของ
ผู้ก่อการร้าย และถูกนำไปใช้เป็นอาวุธหรือที่เรียกว่า “Dirty Bomb” แล้วจะเกิดอันตรายที่
ร้ายแรงยิ่งกว่า

เพื่อป้องกันอันตรายที่จะเกิดขึ้นจึงต้องเก็บกู้อย่างรวดเร็ว เทคนิควิธีการค้นหา
ทั่วโลกส่วนใหญ่ที่นำมาใช้ คือ การติดตั้งหัววัดกัมมันตรังสีกับยานพาหนะที่วิ่งบนพื้นดิน แล้ว
เคลื่อนที่ผ่านไปยังบริเวณพื้นที่ค้นหา แล้วตรวจจับการเพิ่มขึ้นของอัตราการนับจำนวนรังสีที่วัดได้
หรือการใช้เครื่องบินเล็กไร้คนขับ (Unmanned aerial vehicle) ติดตั้งระบบวัดรังสีและส่ง
สัญญาณจากหัววัดรังสีผ่านเครือข่ายวิทยุ แล้วประมวลผลสัญญาณเพื่อหาตำแหน่งของต้น
กำเนิดกัมมันตรังสีนั้น

ปัจจุบันมีการพัฒนาเทคนิคในระบบการวัดเพื่อค้นหาต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่
เสมอ ระบบการประมวลผลข้อมูลที่วัดได้เพื่อระบุตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีให้ได้แม่นยำ
มีความสำคัญ ดังนั้นการพัฒนาเทคนิคในการระบุตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี โดยใช้
ข้อมูลที่น้อย และระบุได้แม่นยำกว่าจะต้องทำการศึกษาวิจัยต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อพัฒนาเทคนิคในการหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากดูแล

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อระบุตำแหน่งที่เป็นไปได้ของต้นกำเนิด
กัมมันตรังสี โดยที่

1. ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเป็นแบบจุด (Point Source) ซึ่งตำแหน่งของต้นกำเนิด
กัมมันตรังสีและจุดวัดรังสีจะพิจารณาเฉพาะ ในระนาบ xy กำหนดให้ความสูงของตำแหน่งต้น
กำเนิดกัมมันตรังสีและจุดวัดรังสีทุกจุดมีค่าเดียวกัน
2. ความแรงรังสีของต้นกำเนิดมีค่าคงที่ในเวลาหัววัดรังสี โดยสมมติฐานว่าครึ่ง
ชีวิตของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมีค่ามากกว่าเวลาในการวัดรังสีทั้งหมดมาก จนถึงได้ว่าเวลาใน
การวัดรังสีทั้งหมดไม่มีผลต่อการลดลงของความแรงรังสีของต้นกำเนิด
3. จำนวนต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมีไม่เกิน 3 จุด
4. ทดสอบการทำงานของโปรแกรมที่ได้กับข้อมูลจริงที่ได้รับจากการวัดรังสี

1.4 ขั้นตอนดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. เขียนสมการเพื่อหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี
3. เขียนผังงาน, เขียนโปรแกรม, ตรวจสอบความผิดพลาดและทดสอบความถูกต้องของโปรแกรม
4. ทดสอบการทำงานของโปรแกรมที่ได้กับข้อมูลจริงที่ได้รับจากการวัดรังสี
5. สรุป วิเคราะห์ผลที่ได้จากงานวิจัยและเขียนวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

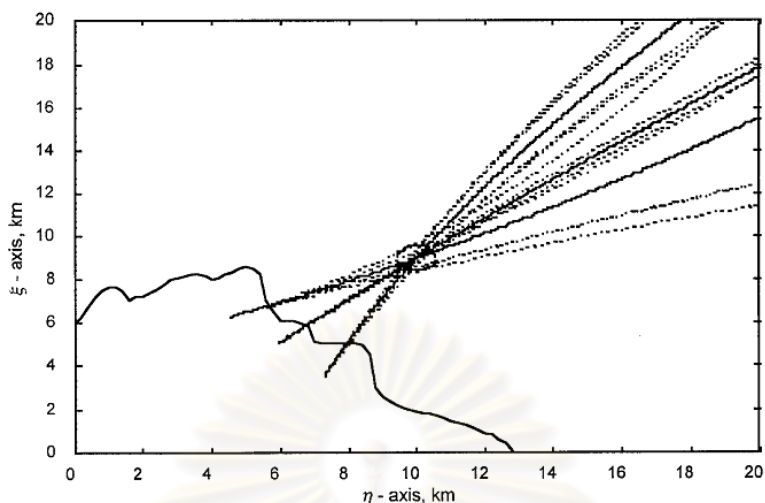
ได้เทคนิคเพื่อใช้ในการระบุตำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล สามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์หาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ไม่ทราบตำแหน่ง ได้อย่างรวดเร็ว

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.6.1 M.A.ISLAM และ G.D.ROY ได้เผยแพร่งานวิจัยเรื่อง A Mathematical Model in Locating an Unknown Emission Source โดยเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรนเพื่อหาตำแหน่งของแหล่งปล่อยมลพิษจากโรงงานอุตสาหกรรม โดยใช้ Gaussian Plume model (GPM) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่สามารถคำนวณหาค่าความหนาแน่นของมลพิษ ณ จุด (x,y,z) ใดๆ ดังสมการ

$$C = \frac{Q}{2\pi\mu\sigma_y\sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right]$$

เมื่อ Q คือความแรงของแหล่งกำเนิด (มวลของมลพิษต่อหน่วยเวลา) μ คือความเร็วลม y คือระยะทางจากจุดวัดมลพิษจากเส้น x H เป็น effective stack height จากสมการข้างต้น เมื่อแทนค่าข้อมูลที่วัดได้จาก จุดใดๆ จะสามารถเขียนเป็นเส้นกราฟแสดงความแรงของมลพิษได้ M.A.ISLAM และ G.D.ROY ได้ทดลองสมมติแหล่งกำเนิด(x,y) และได้สุ่มเลือกข้อมูลจำนวน 4 ค่า เขียนกราฟและหาจุดตัดของเส้นกราฟ



รูปที่ 1.1 แผนภาพตำแหน่งของแหล่งกำเนิดมลพิษ

ผลการทดลองไม่ได้ตำแหน่งที่เที่ยงตรงทีเดียวนัก ผลอาจเนื่องจากการกระจายของมลพิษนั้นค่อนข้างซับซ้อน ไม่มีแบบจำลองใดจะอธิบายได้อย่างสมบูรณ์ ปัจจัยของลม อากาศ ก็ทำให้การวัดคลาดเคลื่อนได้ แต่ผลการทดลองก็ช่วยให้สามารถระบุบริเวณที่แคบลงมาจากแหล่งปล่อยมลพิษได้

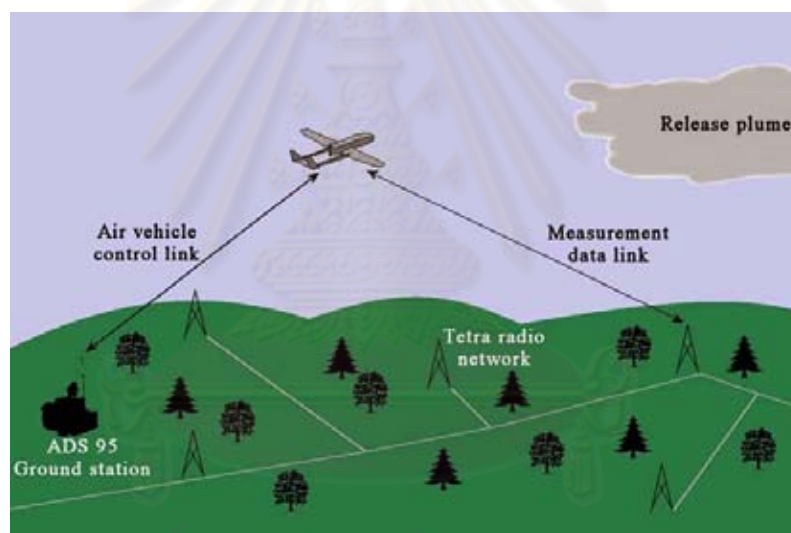
1.6.2 S.Long และ L.Martin ได้ทำการศึกษาวิจัยเรื่องการปรับปรุงระบบในการระบุตำแหน่งของต้นกำเนิดรังสีแกมมาในพื้นที่ค้นหาบริเวณกว้าง การค้นหาในพื้นที่ค้นหาที่กว้างนั้นโดยทั่วไปจะใช้วิธีตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของอัตราการนับรังสีที่ได้จากหัววัดรังสี เมื่อเคลื่อนที่หัววัดผ่านพื้นที่ค้นหา ผู้วิจัยได้ปรับปรุงระบบในการวัด ทั้งการเลือกใช้หัววัด, การใช้คอลลิเมเตอร์ ความสูงและความเร็ว ในการค้นหา ซึ่งสามารถเพิ่มโอกาส,ความน่าจะเป็นในตรวจพบต้นกำเนิดรังสีแกมมามากขึ้น

1.6.3 K.Kurvinen,P.Smolander,R.Pollanen,S.Kuukankorpi, M.Kettunen, J.Lyytien. ได้ประดิษฐ์ต้นแบบของระบบสำรวจหาการแผ่รังสีสำหรับยานพาหนะไร้คนขับ ซึ่งสามารถติดตามค้นหา ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ประกอบด้วยหัววัด 3 ชนิด คือ GM , NaI(Tl) และ CZT นอกจากนี้ยังมีระบบอิเล็กทรอนิกส์ในการเก็บข้อมูล,มีระบบ GPS



รูปที่ 1.2 หัววัดรังสี

ข้อมูลพื้นฐานที่ได้ขณะบินสามารถส่งค่ากลับได้ตลอดเวลาไปยังสถานีภาคพื้นดินด้วยเครือข่ายวิทยุ TETRA ระบบสำรวจนี้เป็นระบบที่สามารถนำไปใช้ได้กับพาหนะหลายรูปแบบ เช่น เครื่องบิน เฮลิคอปเตอร์และรถยนต์



รูปที่ 1.3 เครือข่าย TETRA สำหรับการค้นหาตำแหน่ง

ศูนย์วิทยุตำรวจ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

แนวคิดและทฤษฎีพื้นฐาน

2.1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล

ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ปราศจากการดูแล จากการนิยามของ U.S.NRC (United States Nuclear Regulatory Commission) หมายถึง ต้นกำเนิดรังสีชนิดปิดผนึก (Sealed Source) ขนาดเล็กที่ไม่ได้ปนเปื้อนกับดินหรือสิ่งแวดล้อม ซึ่งเป็นวัสดุกัมมันตรังสีที่ถูกควบคุมหรือไม่ถูกควบคุมก็ตามแต่ไม่มีผู้รับผิดชอบหรือผู้รับผิดชอบไม่มีความสามารถในการควบคุมได้ จำเป็นจะต้องจัดเก็บไว้ในที่ปลอดภัย

2.2 ความแรงรังสี

ความแรงรังสี (radioactivity) หมายถึง อัตราการสลายตัวของไอโซโทปรังสีในสารกัมมันตรังสี มีหน่วยวัดเป็น คูรี (Curie, Ci) อ้างอิงจากอัตราการสลายตัวของ เรเดียม-226 (Ra-226) ปริมาณจำนวน 1 กรัม

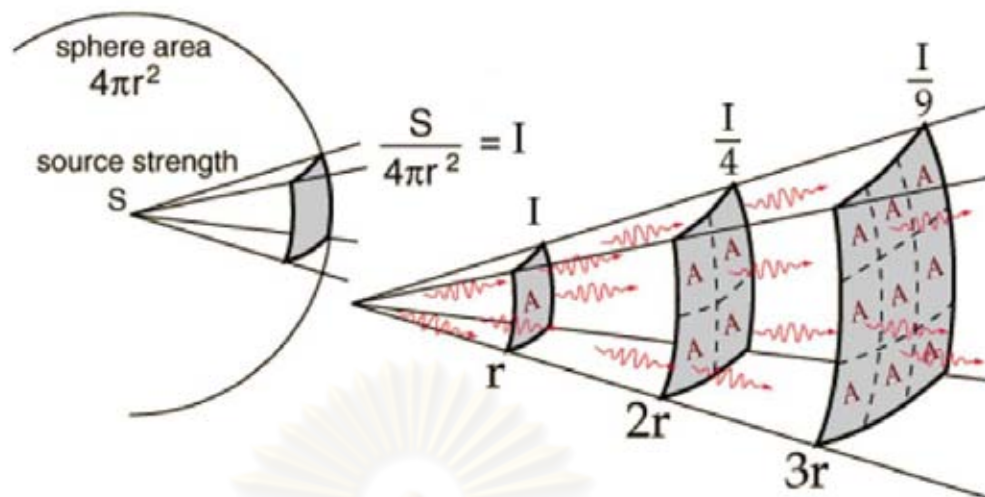
$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ disintegration/second (dsp)} \quad (2.1)$$

สำหรับหน่วย SI จะใช้หน่วยวัดความแรงรังสีเป็น เบคเคอเรล (Becquerel, Bq) โดยนิยามว่า การสลายตัว 1 ครั้งต่อวินาทีเท่ากับ 1 Bq ดังนั้น

$$1 \text{ Bq} = 1/3.7 \times 10^{10} = 2.703 \times 10^{-11} \text{ Ci} \quad (2.2)$$

การวัดความแรงรังสี นั้น หากระยะที่วัดความแรงรังสีมีระยะห่างจากต้นกำเนิดรังสีมากเพียงพอ จะพิจารณาว่า ต้นกำเนิดรังสีเป็นแบบจุด (point source) มีการแผ่รังสีออกมาทุกทิศทาง รอบด้านอย่างสมมูลและความแรงรังสีที่ระยะ r จากต้นกำเนิดรังสีที่มีความแรงรังสี S_0 จะเท่ากับ

$$I = \frac{S_0}{4 \pi r^2} \quad (2.3)$$



รูปที่ 2.1 ความแรงรังสีในระยะ $r, 2r$ และ $3r$

การวัดความแรงรังสีในแต่ละจุดที่วัดจะมีความแรงรังสีลดลงเมื่อระยะที่วัดความแรงรังสีห่างจากต้นกำเนิดมากขึ้น โดยความแรงที่วัดได้จะเป็นค่าผกผันกับ ระยะทาง²

2.3 ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

ในการหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี เมื่อพิจารณาเป็นต้นกำเนิดรังสีแบบจุด การแผ่รังสีจะมีการแผ่รังสีจะออกมาทุกทิศทางเป็นลักษณะทรงกลม เมื่อกำหนดให้ความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากับ 100% จะได้ความแรงรังสีเมื่อเทียบกับระยะทางจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ระยะต่างๆแสดงดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างร้อยละของความแรงรังสีและระยะทางที่ห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

ระยะห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี (r)	ความแรงรังสี (%)
0	Infinity
1	7.957747155
2	1.989436789
3	0.884194128
4	0.497359197

5	0.318309886
6	0.221048532
7	0.162403003
8	0.124339799
9	0.098243792
10	0.079577472

จากตารางที่ 2.1 ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีคือตำแหน่งที่วัดความแรงรังสีได้สูงสุด ซึ่งในทางทฤษฎี มีค่าเท่ากับอนันต์ ความแรงรังสีจะเริ่มลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อระยะทางห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมากขึ้น ในทางปฏิบัติแล้วจะไม่สามารถวัดค่าความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีในตำแหน่งได้ เนื่องจากข้อจำกัดของขนาดหัววัดรังสีและการจัดรูปทรงของการวัดรังสี กราฟเปอร์เซ็นต์ของความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีความแรงรังสี 100% แสดงในรูปที่ 2.2 จะเห็นได้ว่าความแรงรังสีลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อระยะห่างเพิ่มขึ้นที่ระยะ $r=1$ ความแรงรังสีเป็น 7.96% เมื่อระยะ $r=10$ ความแรงจะลดลงเหลือเพียง 0.0796%



รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความแรงรังสีและระยะทางจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

2.4 การวัดความแรงรังสี

เนื่องจากการสลายตัวของไอโซโทปรังสีในต้นกำเนิดกัมมันตรังสี เป็นการสลายตัวที่เกิดขึ้นเองไม่ขึ้นกับสภาวะแวดล้อมของนิวเคลียส เช่น อุณหภูมิ ความดัน และสนามแม่เหล็ก เป็นต้น ดังนั้นจึงเป็นกระบวนการแบบสุ่มทางสถิติ โดยทุกๆ นิวเคลียสมีโอกาสสลายตัวเท่ากัน เมื่อทำการวัดความแรงรังสีแล้ว ผลการวัดความแรงรังสีจึงมีค่าเบี่ยงเบนเชิงสถิติของการนับรังสี ในการวัดจะต้องวัดหลายครั้งและหาค่าเฉลี่ยที่มีโอกาสเป็นไปได้มากที่สุด

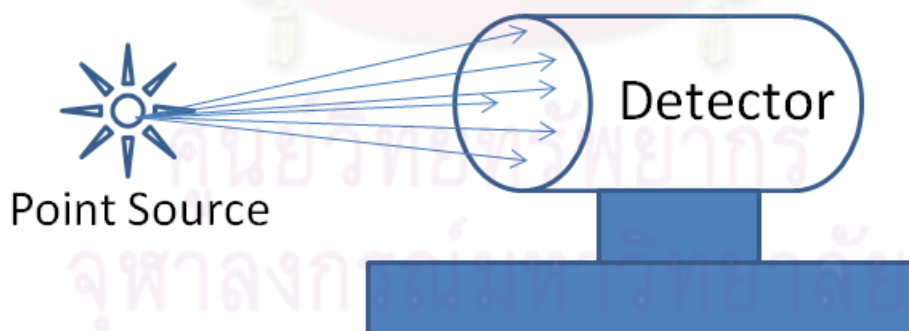
ความแรงรังสีในการวัดรังสีจริงนั้นแม้ว่าต้นกำเนิดรังสีจะแผ่รังสีรอบตัว แต่การวัดรังสีนั้นหัววัดรังสีจะรับรังสีได้เฉพาะส่วนที่รังสีเข้าไปทำอันตรกิริยาในตัวกลางของหัววัดรังสีเท่านั้น ดังในรูปที่ 2.3 รังสีในทิศทางอื่นและรังสีที่เกิดตลอดจากการทำอันตรกิริยาถ่ายโอนพลังงานในหัววัดรังสีจะสูญเสียบริมาณนับรังสีไป การแปรผลการวัดรังสีจึงต้องพิจารณาตัวประกอบประสิทธิภาพของการวัดรังสีด้วย ดังสมการ 2.4

$$r = f_1 f_2 f_3 \dots f_n S \quad (2.4)$$

โดยที่ r = อัตรานับรังสีซึ่งบันทึกจากเครื่องวัดรังสี

S = อัตรานับรังสีที่ปลดปล่อยจากต้นกำเนิดรังสี

f = ตัวประกอบประสิทธิภาพที่มีผลต่อการวัดรังสี



รูปที่ 2.3 การแผ่รังสีและการวัดความแรงรังสี

2.5 การหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจากสมการความแรงรังสี

จากสมการที่ 2.3 เมื่อ S_0 คือความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี และ I คือความแรงรังสีที่วัดได้ ถ้ากำหนดให้ต้นกำเนิดรังสีมีพิกัดอยู่ที่ a, b จุดที่วัดความแรงรังสีคือจุด x_i, y_i ระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดรังสีกับจุดที่วัดความแรงจะมีค่าเท่ากับ

$$r = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \quad (2.5)$$

ดังนั้น ความแรงรังสีที่วัดได้ ณ จุด ใดๆ กรณีมี 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากับ

$$I_i = \frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} \quad (2.6)$$

สมการนี้มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า จำนวน 3 ตัวแปร คือ S_0, a, b ดังนั้นจึงต้องการสมการ 3 สมการ เพื่อหาคำตอบ โดยใช้เทคนิคกำลังสองน้อยสุด ให้ I_m เป็นค่าจริงจากการวัดความแรงรังสีที่จุด x_i, y_i จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของสมการกับค่าจริงในแต่ละจุดคือ

$$\varepsilon_i = I_i - I_m \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_i = \frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \quad (2.8)$$

ให้ ε^2 เป็นผลรวมของความคลาดเคลื่อนทุกจุดยกกำลังสองจะได้ว่า

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right]^2 \quad (2.9)$$

ค่า ε^2 จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ

$$\frac{\partial}{\partial S_0} \varepsilon^2 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial a} \varepsilon^2 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial b} \varepsilon^2 = 0$$

หาค่าของ $\frac{\partial}{\partial S_0} \varepsilon^2 = 0$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial S_0} \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right]^2 = 0 \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial S_0} \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right]^2 = 0 \\ & \sum_{i=1}^n 2 \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right] \frac{\partial}{\partial S_0} \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} \right] = 0 \\ & \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right] \left[\frac{1}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} \right] = 0 \\ & \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{8\pi^2[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^2} - \frac{I_m}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

หาค่าของ $\frac{\partial}{\partial a} \varepsilon^2 = 0$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right]^2 = 0 \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right]^2 = 0 \\ & \sum_{i=1}^n 2 \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right] \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} \right] = 0 \\ & \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right] \left[\frac{(x_i - a)S_0}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^2} \right] = 0 \\ & \sum_{i=1}^n \left[\frac{(x_i - a)S_0^2}{4\pi^2[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^3} - \frac{(x_i - a)S_0 I_m}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

หาค่าของ $\frac{\partial}{\partial b} \varepsilon^2 = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right]^2 &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial b} \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right]^2 &= 0 \\ \sum_{i=1}^n 2 \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right] \frac{\partial}{\partial b} \left[\frac{S_0}{4\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} \right] &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} - I_m \right] \left[\frac{(y_i - b)S_0}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^2} \right] &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \left[\frac{(y_i - b)S_0^2}{4\pi^2[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^3} - \frac{(y_i - b)S_0 I_m}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^2} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

ดังนั้นจากสมการที่ 2.10, 2.11 และ 2.12 จะได้สมการ Least Square Fit จำนวน 3 สมการ คือ

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{S_0}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^2} - \frac{I_m}{[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} \right] = 0 \quad (2.13)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{(x_i - a)S_0^2}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^3} - \frac{(x_i - a)S_0 I_m}{[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^2} \right] = 0 \quad (2.14)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{(y_i - b)S_0^2}{2\pi[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^3} - \frac{(y_i - b)S_0 I_m}{[(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]^2} \right] = 0 \quad (2.15)$$

เนื่องจากสมการที่ 2.13, 2.14 และ 2.15 ไม่เป็นเชิงเส้นดังนั้นจึงแปลงสมการ 2.13, 2.14 และ 2.15 ให้เป็นสมการเชิงเส้นในรูปของอนุกรมเทเลอร์ โดยให้สมการทั้ง 3 เป็นฟังก์ชันของ $f(x, y, S_0, a, b)$ กำหนดให้

S_0, a, b เป็นค่าจริง

S_0^*, a^*, b^* เป็นค่าที่คาดหมาย

ดังนั้น

$$\Delta S_0 = S_0 - S_0^* \quad (2.16)$$

$$\Delta a = a - a^* \quad (2.17)$$

$$\Delta b = b - b^* \quad (2.18)$$

เขียนในรูปของอนุกรมเทเลอร์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} f(x, y, S_0, a, b) &= f(x, y, S_0^*, a^*, b^*) + \frac{\partial}{\partial S_0} f(x, y, S_0^*, a^*, b^*) (\Delta S_0) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial a} f(x, y, S_0^*, a^*, b^*) (\Delta a) + \frac{\partial}{\partial b} f(x, y, S_0^*, a^*, b^*) (\Delta b) \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial S_0} f(x, y, S_0^*, a^*, b^*) (\Delta S_0) + \frac{\partial}{\partial a} f(x, y, S_0^*, a^*, b^*) (\Delta a) \\ &+ \frac{\partial}{\partial b} f(x, y, S_0^*, a^*, b^*) (\Delta b) = f(x, y, S_0, a, b) - f(x, y, S_0^*, a^*, b^*) \end{aligned} \quad (2.20)$$

และสามารถเขียนเมตริกซ์ขนาด 3×3 เพื่อหาคำตอบของสมการได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S_0 \\ \Delta a \\ \Delta b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

โดยที่

$$A_{11} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial^2}{\partial S_0^2} I_i + \frac{\partial}{\partial S_0} I_i \frac{\partial}{\partial S_0} I_i \quad (2.22)$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial}{\partial a} \frac{\partial}{\partial S_0} I_i + \frac{\partial}{\partial a} I_i \frac{\partial}{\partial S_0} I_i \quad (2.23)$$

$$A_{13} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial}{\partial b} \frac{\partial}{\partial S_0} I_i + \frac{\partial}{\partial b} I_i \frac{\partial}{\partial S_0} I_i \quad (2.24)$$

$$A_{21} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial}{\partial S_0} \frac{\partial}{\partial a} I_i + \frac{\partial}{\partial S_0} I_i \frac{\partial}{\partial a} I_i \quad (2.25)$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial^2}{\partial a^2} I_i + \frac{\partial^2}{\partial a} I_i \frac{\partial^2}{\partial a} I_i \quad (2.26)$$

$$A_{23} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial}{\partial b} \frac{\partial}{\partial a} I_i + \frac{\partial}{\partial b} \frac{\partial}{\partial a} I_i \quad (2.27)$$

$$A_{31} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial}{\partial S_0} \frac{\partial}{\partial b} I_i + \frac{\partial}{\partial S_0} \frac{\partial}{\partial b} I_i \quad (2.28)$$

$$A_{32} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial}{\partial a} \frac{\partial}{\partial b} I_i + \frac{\partial}{\partial a} \frac{\partial}{\partial b} I_i \quad (2.29)$$

$$A_{33} = \sum_{i=1}^n [I_i - I_m] \frac{\partial^2}{\partial b^2} I_i + \frac{\partial}{\partial b} I_i \frac{\partial}{\partial b} I_i \quad (2.30)$$

$$B_1 = \sum_{i=1}^n [I_m - I_i] \frac{\partial}{\partial S_0} I_i \quad (2.31)$$

$$B_2 = \sum_{i=1}^n [I_m - I_i] \frac{\partial}{\partial a} I_i \quad (2.32)$$

$$B_3 = \sum_{i=1}^n [I_m - I_i] \frac{\partial}{\partial b} I_i \quad (2.33)$$

การหาคำตอบจากสมการที่ 2.22-2.33 เป็นการหาคำตอบเมื่อมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสี 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี หากมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมากกว่า 1 ต้นกำเนิด จะสามารถหาตำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีได้เช่นกัน โดยในกรณีมี ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวน 3 จุด จากสมการความแรงรังสี

$$I = \frac{S}{4\pi[(x-a)^2 + (y-b)^2]}$$

ความแรงรังสีที่วัดได้ ณ จุด ใดๆ กรณีมี 3 ต้นกำเนิดรังสีเท่ากับ

$$I_{tot} = \sum_{i=1}^n I_n$$

$$I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_{tot} = \frac{S_1}{4\pi[(x_i - a_1)^2 + (y_i - b_1)^2]} + \frac{S_2}{4\pi[(x_i - a_2)^2 + (y_i - b_2)^2]} + \frac{S_3}{4\pi[(x_i - a_3)^2 + (y_i - b_3)^2]}$$

โดยที่

S_1 คือ ความแรงรังสีของต้นกำเนิดรังสี ที่ตำแหน่ง a_1, b_1

S_2 คือ ความแรงรังสีของต้นกำเนิดรังสี ที่ตำแหน่ง a_2, b_2

S_3 คือ ความแรงรังสีของต้นกำเนิดรังสี ที่ตำแหน่ง a_3, b_3

ใช้เทคนิคกำลังสองน้อยสุด ให้ I_m เป็นค่าจริงจากการวัดความแรงรังสีที่จุด x_i, y_i จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของสมการกับค่าจริงในแต่ละจุดคือ

$$\varepsilon_i = I_i - I_m$$

$$\varepsilon_i = \frac{S_1}{4\pi[(x_i - a_1)^2 + (y_i - b_1)^2]} + \frac{S_2}{4\pi[(x_i - a_2)^2 + (y_i - b_2)^2]} + \frac{S_3}{4\pi[(x_i - a_3)^2 + (y_i - b_3)^2]} - I_m$$

ให้ ε^2 เป็นผลรวมของความคลาดเคลื่อนทุกจุดยกกำลังสองจะได้ว่า

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_1}{4\pi[(x_i - a_1)^2 + (y_i - b_1)^2]} + \frac{S_2}{4\pi[(x_i - a_2)^2 + (y_i - b_2)^2]} + \frac{S_3}{4\pi[(x_i - a_3)^2 + (y_i - b_3)^2]} - I_m \right]^2$$

ค่า ε^2 จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ

$$\frac{\partial}{\partial S_n} \varepsilon^2 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial a_n} \varepsilon^2 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial b_n} \varepsilon^2 = 0 \quad \text{โดยที่ } n = 1, 2, 3$$

ดังนั้นจะได้สมการจาก Least Square Fit จำนวน 9 สมการ คือ

$$\frac{\partial}{\partial S_1} \sum [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 = 0$$

เพื่อหาคำตอบของสมการจะต้องแปลงสมการให้อยู่เป็นเชิงเส้นในรูปของอนุกรม
เทเลอร์ โดยสมมติว่า $f(x, y, S_1, a_1, b_1, S_2, a_2, b_2, S_3, a_3, b_3) = 0$ แทนสมการทั้ง 9

ให้ $S_1, a_1, b_1, S_2, a_2, b_2, S_3, a_3, b_3$ เป็นค่าจริง

ให้ $S_1^*, a_1^*, b_1^*, S_2^*, a_2^*, b_2^*, S_3^*, a_3^*, b_3^*$ เป็นค่าที่คาดหมาย

$$\Delta S_1 = S_1 - S_1^*$$

$$\Delta a_1 = a_1 - a_1^*$$

$$\Delta b_1 = b_1 - b_1^*$$

$$\Delta S_2 = S_2 - S_2^*$$

$$\Delta a_2 = a_2 - a_2^*$$

$$\Delta b_2 = b_2 - b_2^*$$

$$\Delta S_3 = S_3 - S_3^*$$

$$\Delta a_3 = a_3 - a_3^*$$

$$\Delta b_3 = b_3 - b_3^*$$

ให้ $f = f(x, y, S_1, a_1, b_1, S_2, a_2, b_2, S_3, a_3, b_3)$

และ $f^* = f(x, y, S_1^*, a_1^*, b_1^*, S_2^*, a_2^*, b_2^*, S_3^*, a_3^*, b_3^*)$

กระจายสมการเป็น Taylor Series

$$\begin{aligned} f = f^* &+ \frac{\partial}{\partial S_1} f^* \cdot \Delta S_1 + \frac{\partial}{\partial a_1} f^* \cdot \Delta a_1 + \frac{\partial}{\partial b_1} f^* \cdot \Delta b_1 + \frac{\partial}{\partial S_2} f^* \cdot \Delta S_2 + \frac{\partial}{\partial a_2} f^* \cdot \Delta a_2 \\ &+ \frac{\partial}{\partial b_2} f^* \cdot \Delta b_2 + \frac{\partial}{\partial S_3} f^* \cdot \Delta S_3 + \frac{\partial}{\partial a_3} f^* \cdot \Delta a_3 + \frac{\partial}{\partial b_3} f^* \cdot \Delta b_3 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial S_1} f^* \cdot \Delta S_1 + \frac{\partial}{\partial a_1} f^* \cdot \Delta a_1 + \frac{\partial}{\partial b_1} f^* \cdot \Delta b_1 + \frac{\partial}{\partial S_2} f^* \cdot \Delta S_2 + \frac{\partial}{\partial a_2} f^* \cdot \Delta a_2 + \frac{\partial}{\partial b_2} f^* \cdot \Delta b_2 \\ + \frac{\partial}{\partial S_3} f^* \cdot \Delta S_3 + \frac{\partial}{\partial a_3} f^* \cdot \Delta a_3 + \frac{\partial}{\partial b_3} f^* \cdot \Delta b_3 = f - f^* \end{aligned}$$

จากสมการ แทนค่าเป็น $f = 0$

ดังนั้น จะสามารถเขียนเมตริกซ์ ขนาด 9×9 ได้ดังนี้.-

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} & a_{19} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} & a_{29} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} & a_{39} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} & a_{49} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} & a_{59} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} & a_{69} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} & a_{79} \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} & a_{89} \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & a_{94} & a_{95} & a_{96} & a_{97} & a_{98} & a_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S_1 \\ \Delta a_1 \\ \Delta b_1 \\ \Delta S_2 \\ \Delta a_2 \\ \Delta b_2 \\ \Delta S_3 \\ \Delta a_3 \\ \Delta b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \\ b_9 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$a_{11} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{12} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{13} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{14} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{15} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{16} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{17} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{18} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{19} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{21} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{22} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{23} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{24} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{25} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{26} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{27} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{28} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{29} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{31} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{32} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{33} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{34} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{35} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{36} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{37} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{38} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{39} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{41} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{42} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{43} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{44} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{45} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{46} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{47} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{48} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{49} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{51} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{52} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{53} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{54} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{55} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{56} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{57} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{58} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{59} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{61} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{62} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{63} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{64} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{65} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{66} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{67} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{68} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{69} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{71} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{72} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{73} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{74} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{75} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{76} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{77} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{78} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{79} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{81} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{82} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{83} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{84} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{85} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{86} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{87} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{88} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{89} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{91} = \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{92} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{93} = \frac{\partial}{\partial b_1} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{94} = \frac{\partial}{\partial S_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{95} = \frac{\partial}{\partial a_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{96} = \frac{\partial}{\partial b_2} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{97} = \frac{\partial}{\partial S_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{98} = \frac{\partial}{\partial a_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$a_{99} = \frac{\partial}{\partial b_3} \left(\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2 \right)$$

$$b_1 = -\frac{\partial}{\partial S_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

$$b_2 = -\frac{\partial}{\partial a_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

$$b_3 = -\frac{\partial}{\partial b_1} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

$$b_4 = -\frac{\partial}{\partial S_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

$$b_5 = -\frac{\partial}{\partial a_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

$$b_6 = -\frac{\partial}{\partial b_2} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

$$b_7 = -\frac{\partial}{\partial S_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

$$b_8 = -\frac{\partial}{\partial a_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

$$b_9 = -\frac{\partial}{\partial b_3} \Sigma [I_1 + I_2 + I_3 - I_m]^2$$

จะเห็นได้ว่าวิธีการหาคำตอบของสมการโดยตรงสามารถกระทำได้ ซึ่งพบว่าเมื่อจำนวนต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมีมากขึ้น จะใช้สมการในการหาคำตอบมากขึ้นเช่นกัน กรณีมี 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จะต้องใช้เมตริกซ์ขนาด 3×3 ในการหาคำตอบ ในกรณีมี 3 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จำนวนเมตริกซ์ที่ใช้เพื่อแก้สมการเป็นขนาด 9×9 การหาคำตอบของเมตริกซ์ทำได้โดยการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งในการพัฒนาเทคนิคในการระบุตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีในการศึกษานี้จะใช้โปรแกรม MATLAB ในการหาคำตอบ

2.6 การแก้สมการโดยใช้โปรแกรม MATLAB

เนื่องจาก MATLAB เป็นโปรแกรมการคำนวณเชิงตัวเลขสำเร็จรูปที่ได้รับความนิยมเพื่อใช้ในการคำนวณงานทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม มีสิ่งแวดล้อมในการคำนวณของตัวเอง (Numerical Computing Environment) มีฟังก์ชันสำหรับการหาคำตอบของเมตริกซ์โดยเฉพาะ ตลอดจนมีส่วนต่อประสานกราฟิกกับผู้ใช้ (Graphical User Interface, GUI) ทำให้มีความสะดวกในการใช้งานมากขึ้น ดังนั้นสำหรับงานศึกษานี้ จะใช้โปรแกรม MATLAB สำหรับการคำนวณหาตำแหน่ง, ความแรงและจำนวนของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

บทที่ 3

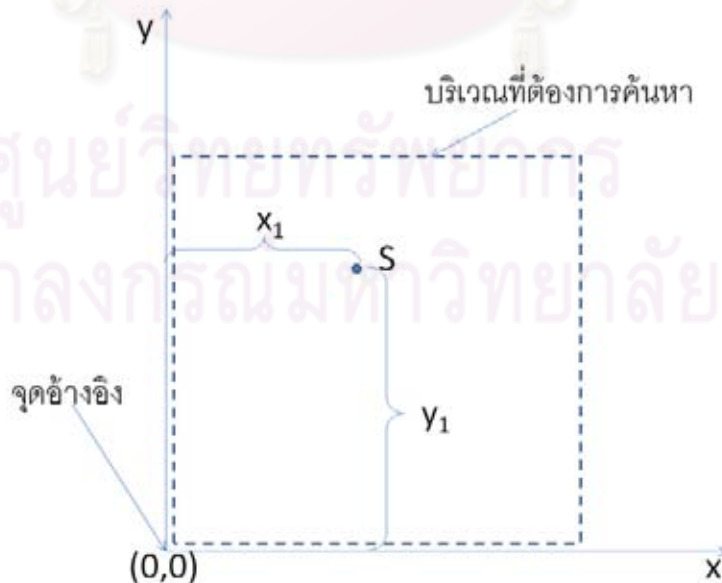
การระบุตำแหน่งและความแรงรังสี

3.1 เทคนิคในการระบุตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

ในการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนั้น จะต้องวัดค่าความแรงในบริเวณที่คาดว่าจะมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีก่อนจำนวนหนึ่ง โดยที่ทราบจุดพิกัดของจุดที่วัดความแรงรังสี จากนั้นจึงวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนั้น และเนื่องจากในการศึกษานี้ได้สมมติให้ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเป็นแบบจุด ดังนั้นการสลายตัวของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจะเป็นแบบเดียวกัน คือกระจายออกทุกทิศทางเป็นรูปทรงกลมแบบสุ่ม ในการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณา จะพิจารณาการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวน 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีก่อน จากนั้นจึงประยุกต์ใช้เทคนิคนี้กับกรณีที่มีหลายต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

3.2 การหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวน 1 จุด

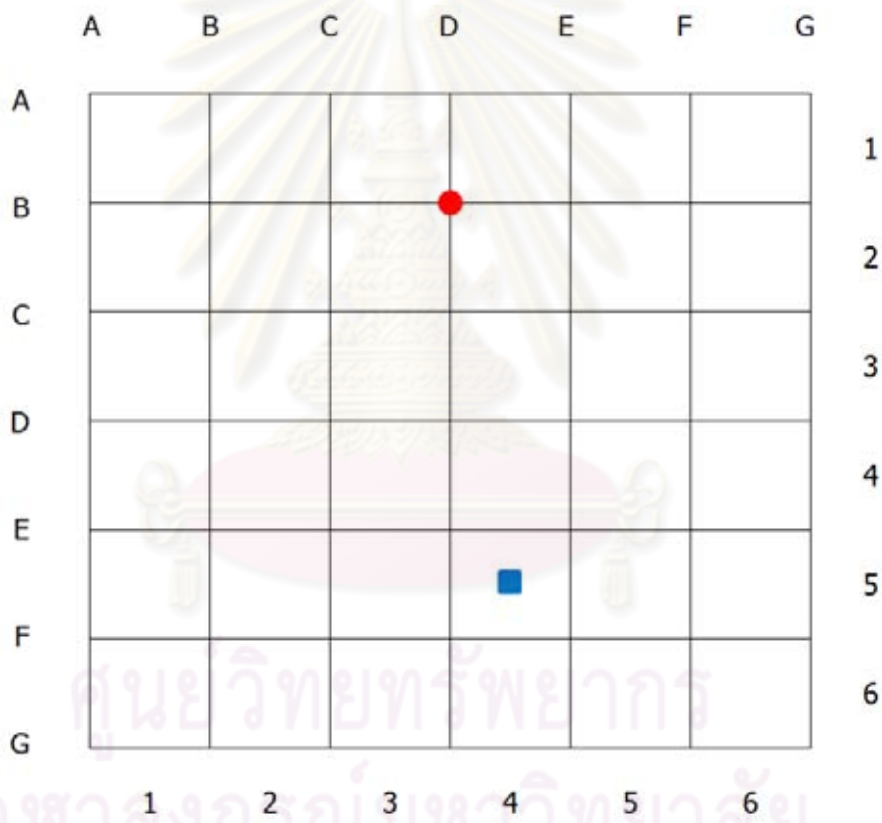
สำหรับการหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี 1 จุด มีตัวแปรไม่ทราบค่าจำนวน 3 ค่า คือพิกัดในระนาบจำนวน 2 ค่า ในที่นี้กำหนดให้เป็น x และ y และความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนั้น กำหนดให้เป็น S



รูปที่ 3.1 บริเวณตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับจุดอ้างอิง

สำหรับการค้นหาต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเพื่อระบุตำแหน่งนั้น จะต้องทำการวัดรังสีในบริเวณที่คาดว่าจะมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสี เพื่อหาความแรงแรงรังสีในจุดต่างๆ โดยตำแหน่งจุดวัดต้องสามารถอ้างอิงได้กับจุดใดจุดหนึ่ง จากรูปที่ 3.1 แสดงตำแหน่งของจุดที่วัดความแรงแรงรังสีที่จุด S ซึ่งมีระยะห่างในระนาบจากจุดอ้างอิง (0,0) ในแนวแกน x เป็น x_1 และมีระยะห่างในแกน y เท่ากับ y_1

สำหรับเทคนิคในการหาตำแหน่งและความแรงแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนี้ได้กำหนดจุดในการวัดความแรงแรงรังสีตายตัว มีระยะห่างในการวัดแต่ละจุดเท่ากัน โดยมีจำนวนจุดในการวัดเท่ากับ 36 จุด และวัดค่าความแรงแรงรังสีเป็นตารางขนาด 6x6 ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ตารางตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีและจุดวัดความแรงแรงรังสี

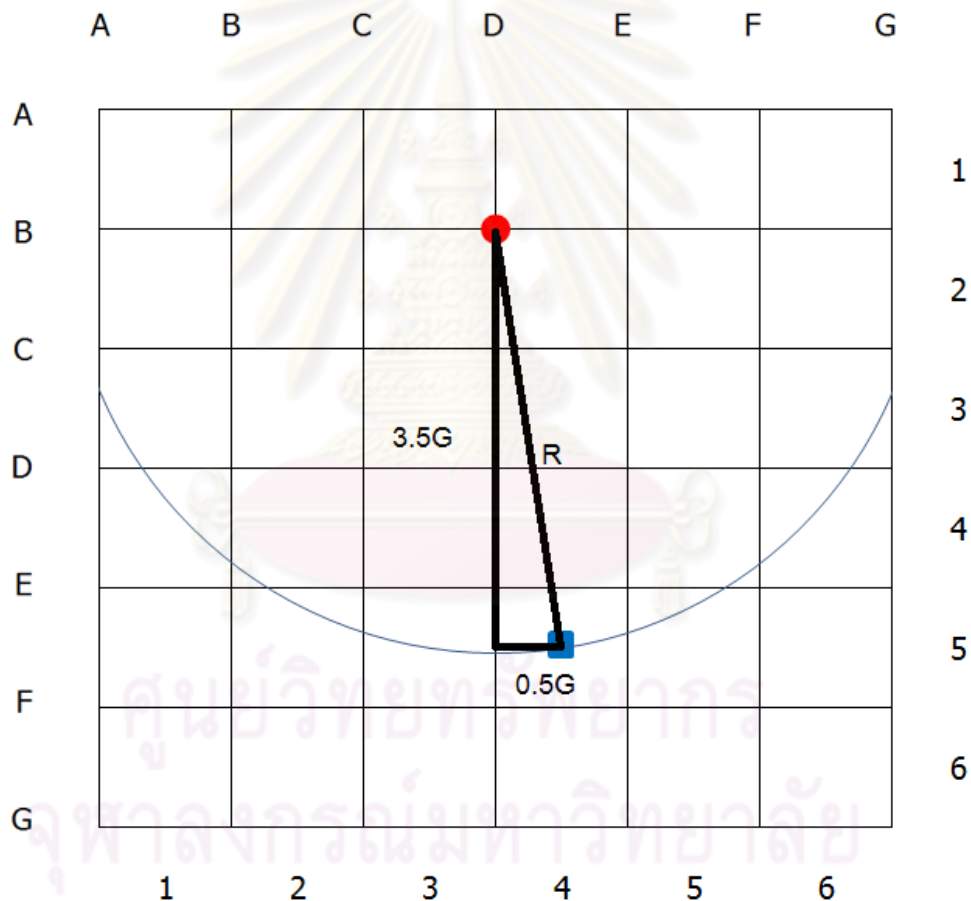
จุดวัดความแรงแรงรังสีคือ บริเวณกึ่งกลางตาราง (สัญลักษณ์ ■) มีจำนวน 36 จุด ได้แก่ จุด (1,1),(1,2),(1,3),..., (5,6) และ (6,6) สมมติให้ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีคือบริเวณเส้นตารางตัดกัน(สัญลักษณ์ ●) ดังนั้นตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีคือ (B,D)

ความแรงแรงรังสีเมื่อวัดตามตำแหน่งของกริดถือว่าเป็นความแรงแรงรังสี ที่วัดจากตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีถึงจุดกึ่งกลางของกริด จากรูปที่ 3.3 แสดงให้เห็นเส้นความ

แรงรังสี หากวัดความแรงรังสีในระยะห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ระยะวัดมีเท่ากัน จะวัดได้ค่าเฉลี่ยเท่ากัน เนื่องจากระยะของจุดทั้งสองจุดถูกกำหนดโดยตารางดังนั้น จากรูปจะเห็นได้ว่าระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ซึ่งอยู่ที่จุด (B,D) และจุดที่วัดความแรงรังสี ที่จุด (5,4) มีระยะห่างเท่ากับ R โดยที่

$$R = \sqrt{(3.5G)^2 + (0.5G)^2} \quad (3.1)$$

G คือ จำนวนการแบ่งช่องภายในกริด โดยสามารถกำหนดให้เป็นเลขจำนวนเต็มตั้งแต่ 2,3,4....



รูปที่ 3.3 ระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดกัมมันตรังสีและจุดวัดความแรงรังสี

ดังนั้นจากรูปที่ 3.3 ความแรงรังสีที่วัดได้ในแต่ละช่อง เป็นความแรงรังสีที่ห่างจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากับ R เมื่อทราบว่าตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีว่าอยู่ที่จุด (B,D) จะสามารถหาค่าความแรงรังสีในแต่ละช่องได้ดังนี้

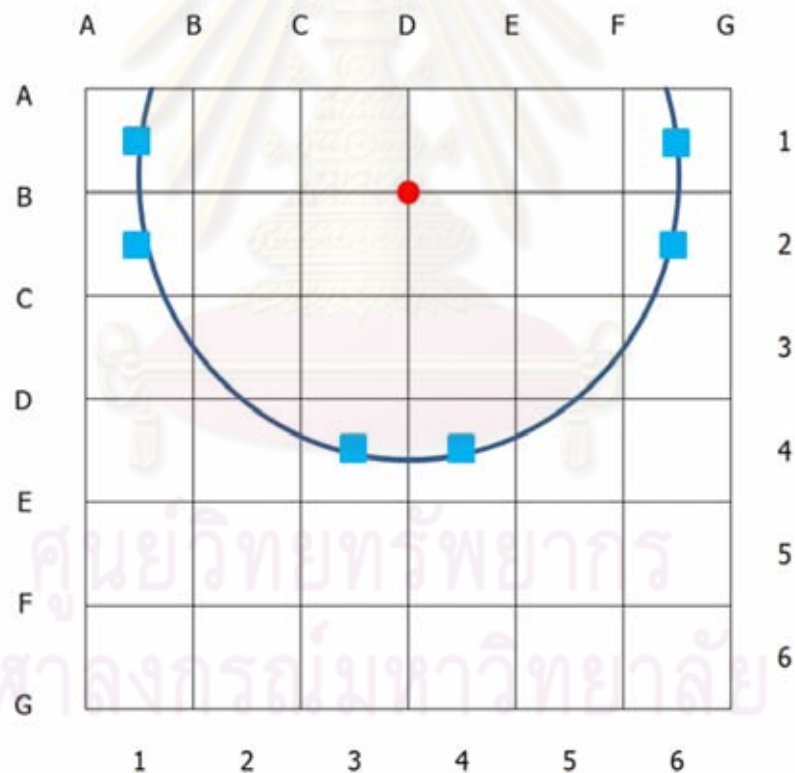
$$\text{จุด } (1,1) \quad R = \sqrt{(0.5G)^2 + (2.5G)^2} \quad (3.2)$$

$$R = \left(\sqrt{(0.5)^2 + (2.5)^2} \right) \cdot G$$

$$R = \left(\sqrt{0.25 + 6.25} \right) \cdot G$$

$$R = \sqrt{6.5} \cdot G \quad (3.3)$$

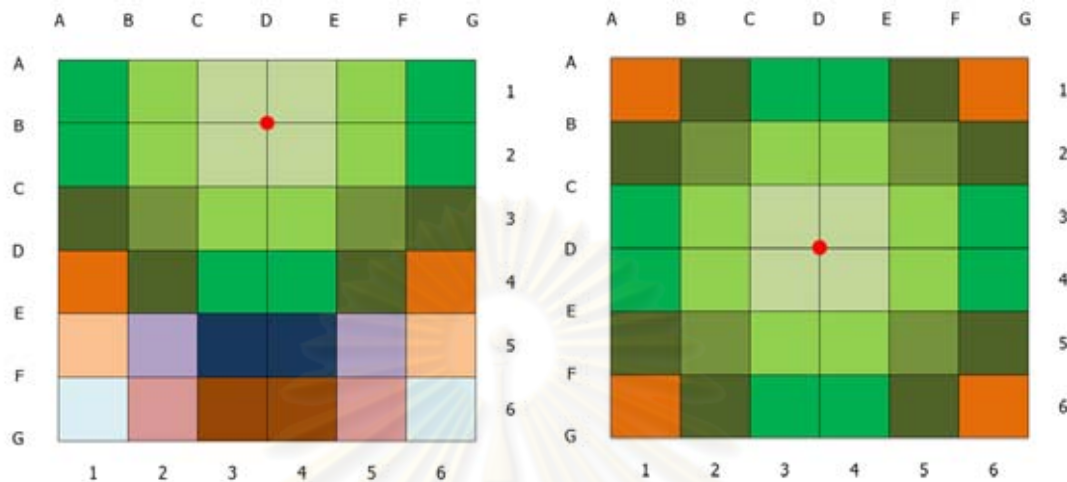
จากสมการที่ 3.3 สามารถหาระยะห่างจากต้นกำเนิดน้ำมันตรังสี่กับจุดที่วัดความแรงรังสี คือ จุด (1,1) ซึ่งนอกจากนี้ยังมีจุดที่สามารถวัดค่าความแรงรังสีได้เท่ากันอีก 5 จุด ได้แก่ (2,1),(4,3),(4,4),(1,6) และ (2,6) ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 จุดที่วัดค่าความแรงรังสีที่มีระยะห่างจากต้นกำเนิดน้ำมันตรังสี่เท่ากัน

ค่าความแรงรังสีในทางทฤษฎีเมื่อตำแหน่งของต้นกำเนิดน้ำมันตรังสี่อยู่ในจุดต่างกัน จะมีค่าเท่ากันเมื่อระยะห่างจากต้นกำเนิดน้ำมันตรังสี่เท่ากัน รูปที่ 3.5 แสดงให้เห็นถึง

ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับค่าความแรงรังสี โดยที่สีเดียวกันหมายถึงมีค่าความแรงรังสีเท่ากัน



รูปที่ 3.5 ค่าความแรงรังสีเมื่อตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีต่างกัน

เนื่องจากการกระจายตัวของรังสีเป็นรูปแบบของทรงกลม และค่าแรงรังสีลดลงตามระยะทางดังสมการ 2.3 ซึ่งเป็นรูปแบบที่คงตัว ดังนั้นในการวัดค่าความแรงรังสีเป็นแบบช่อง จึงมีรูปแบบการกระจายความแรงรังสีที่คงตัว และสามารถหารูปแบบได้

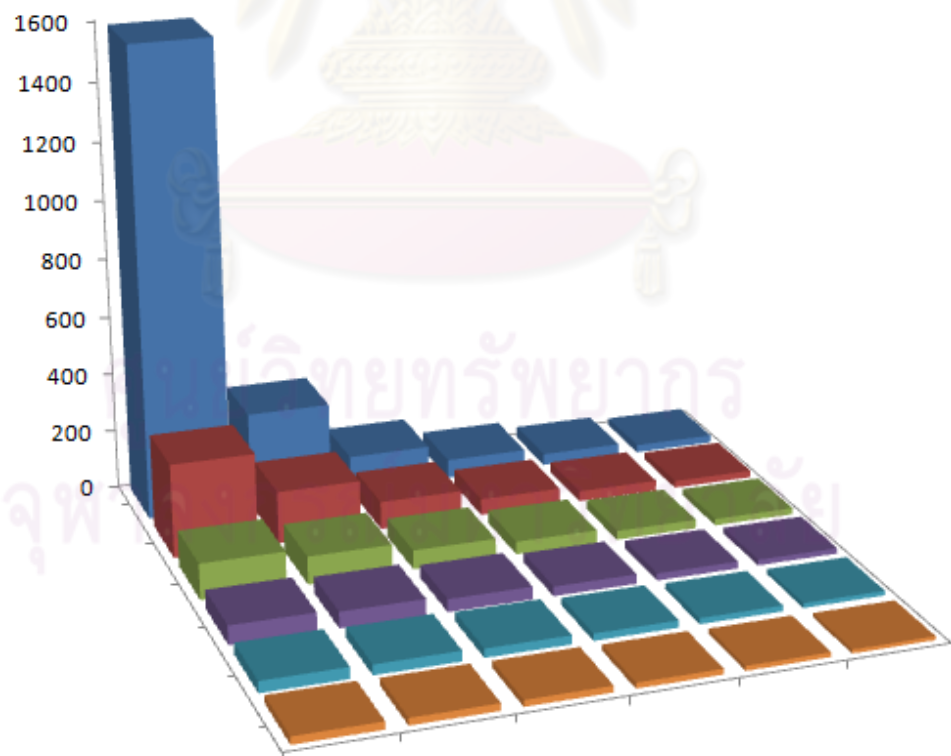
3.2.1 รูปแบบการกระจายตัวของค่าความแรงรังสี

พิจารณารูปที่ 3.6 ตารางมีความละเอียดมากขึ้น เนื่องจากกำหนดให้ G มีค่าเท่ากับ 10 โดยที่จุด (A,A) คือ (5,5) และจุด (G,G) คือ จุด (65,65) ถ้าสมมติว่ามีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีอัตราการสลายตัว 1000000 ครั้งต่อหน่วยเวลา อยู่ที่ตำแหน่ง (5,5) จะคำนวณค่าความแรงรังสีที่จุด (10,10) ได้ดังนี้

$$I = \frac{1000000}{4 \pi ((10-5)^2 + (10-5)^2)} = \frac{1000000}{200\pi} = 1591.549 \approx 1592$$

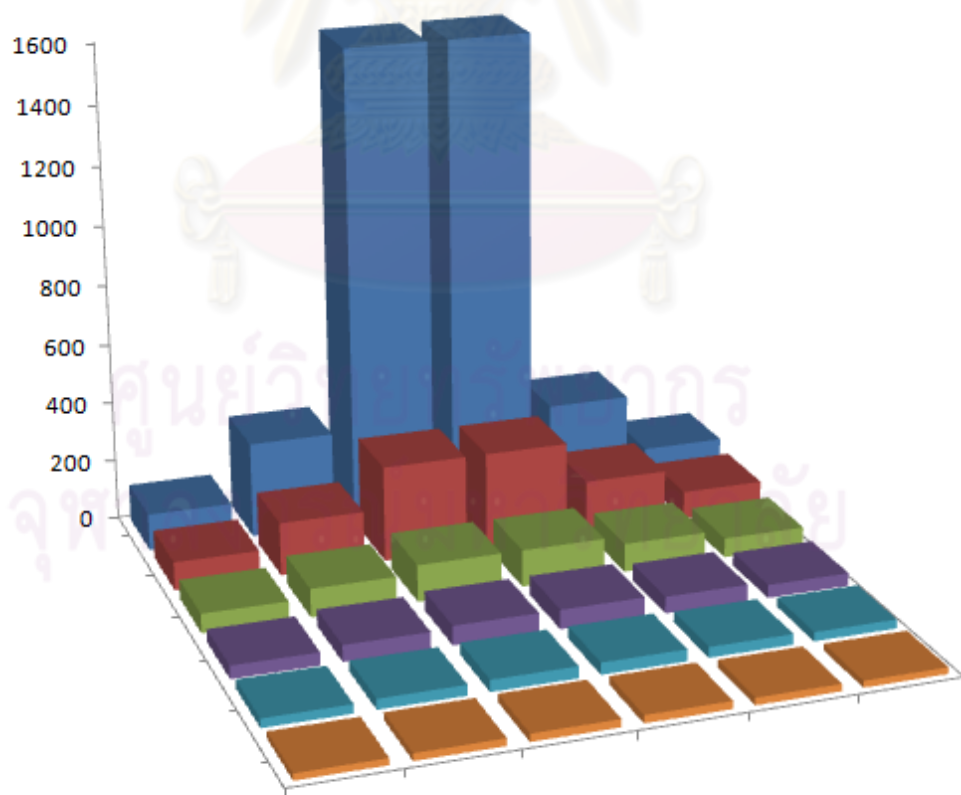
ค่าความแรงรังสีที่จุดอื่นๆ สามารถหาได้เช่นเดียวกัน ดังรูปที่ 3.6 ตารางด้านบนคือค่าความแรงรังสีที่ทุกจุดในตารางและ กราฟด้านล่างแสดงให้เห็นความแรงรังสีเปรียบเทียบในแต่ละจุด รูปแบบการกระจายตัวของความแรงรังสีกับตำแหน่งที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีแสดงดังรูปที่ 3.6-3.15

	A	B	C	D	E	F	G	
A	1592	318	122	64	39	26		10
B	318	177	94	55	35	24		20
C	122	94	64	43	30	22		30
D	64	55	43	32	24	19		40
E	39	35	30	24	20	16		50
F	26	24	22	19	16	13		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



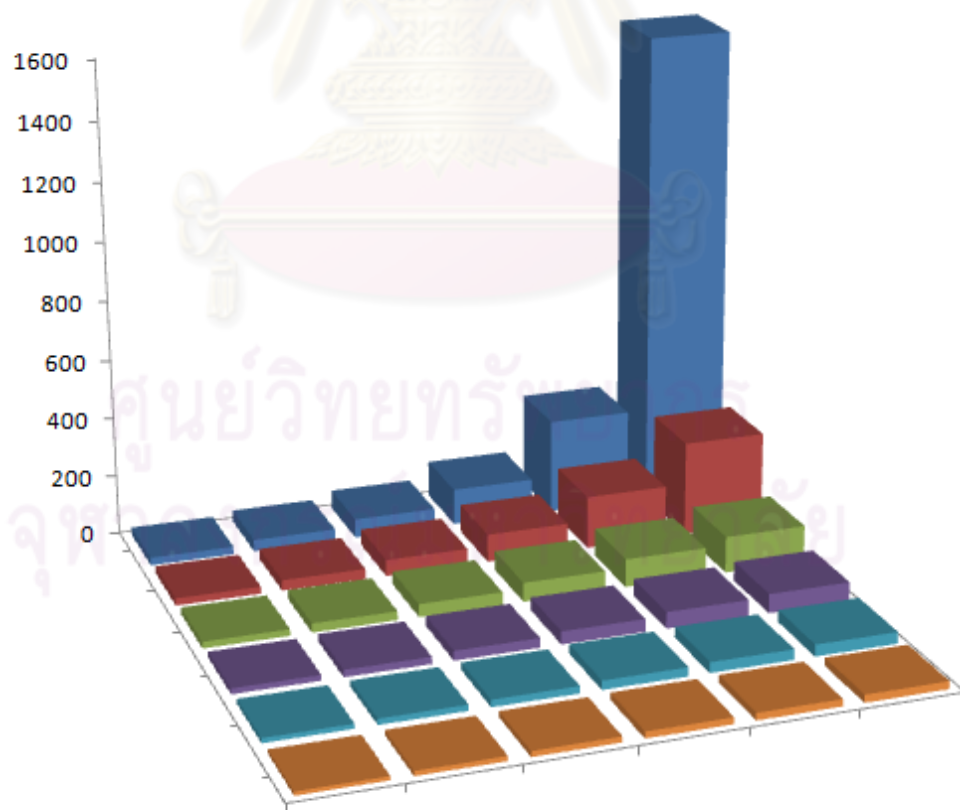
รูปที่ 3.6 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (5,5)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	122	318	1592	1592	318	122		10
B	94	177	318	318	177	94		20
C	64	94	122	122	94	64		30
D	43	55	64	64	55	43		40
E	30	35	39	39	35	30		50
F	22	24	26	26	24	22		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



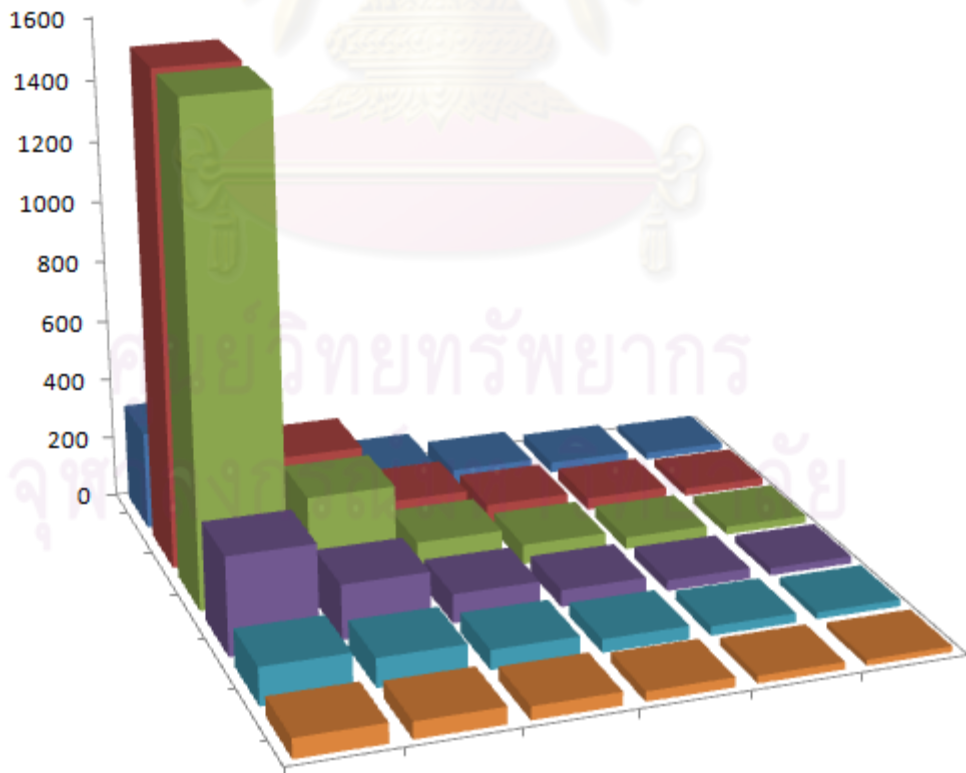
รูปที่ 3.7 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (5,35)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	26	39	64	122	318	1592		10
B	24	35	55	94	177	318		20
C	22	30	43	64	94	122		30
D	19	24	32	43	55	64		40
E	16	20	24	30	35	39		50
F	13	16	19	22	24	26		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



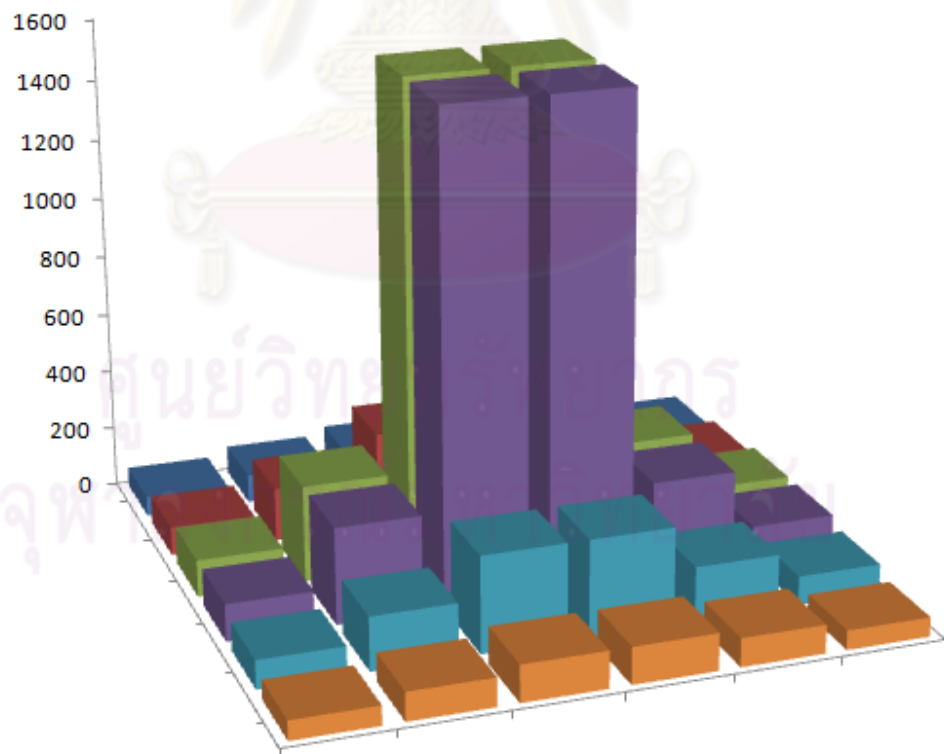
รูปที่ 3.8 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (5,65)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	318	177	94	55	35	24		10
B	1592	318	122	64	39	26		20
C	1592	318	122	64	39	26		30
D	318	177	94	55	35	24		40
E	122	94	64	43	30	22		50
F	64	55	43	32	24	19		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



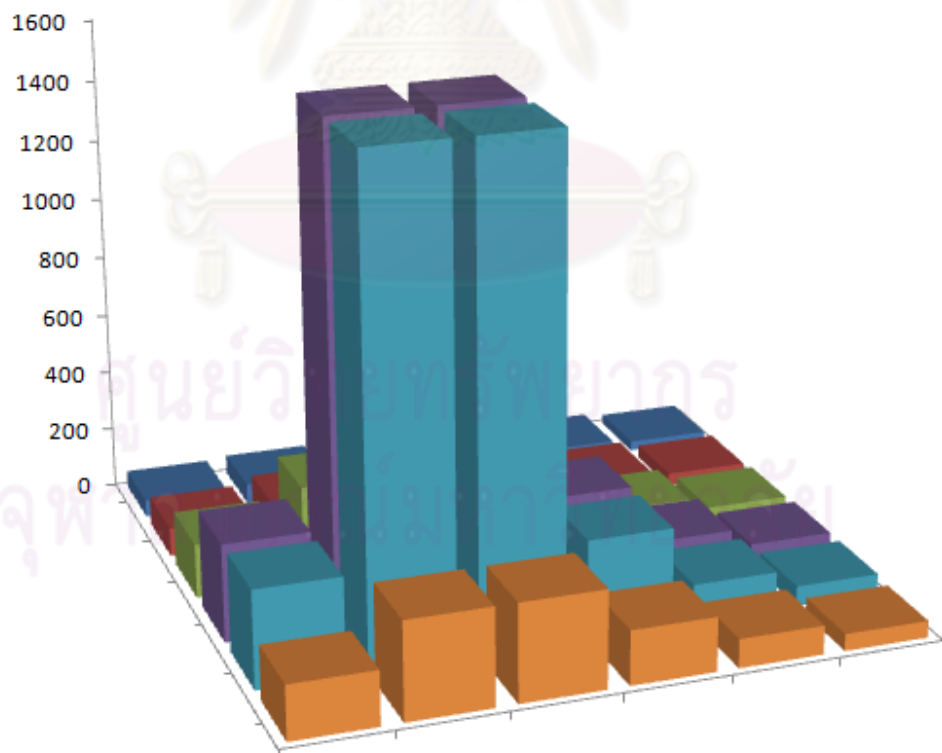
รูปที่ 3.9 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (25,5)

	A	B	C	D	E	F	G	
A	64	94	122	122	94	64		10
B	94	177	318	318	177	94		20
C	122	318	1592	1592	318	122		30
D	122	318	1592	1592	318	122		40
E	94	177	318	318	177	94		50
F	64	94	122	122	94	64		60
G								
	10	20	30	40	50	60		



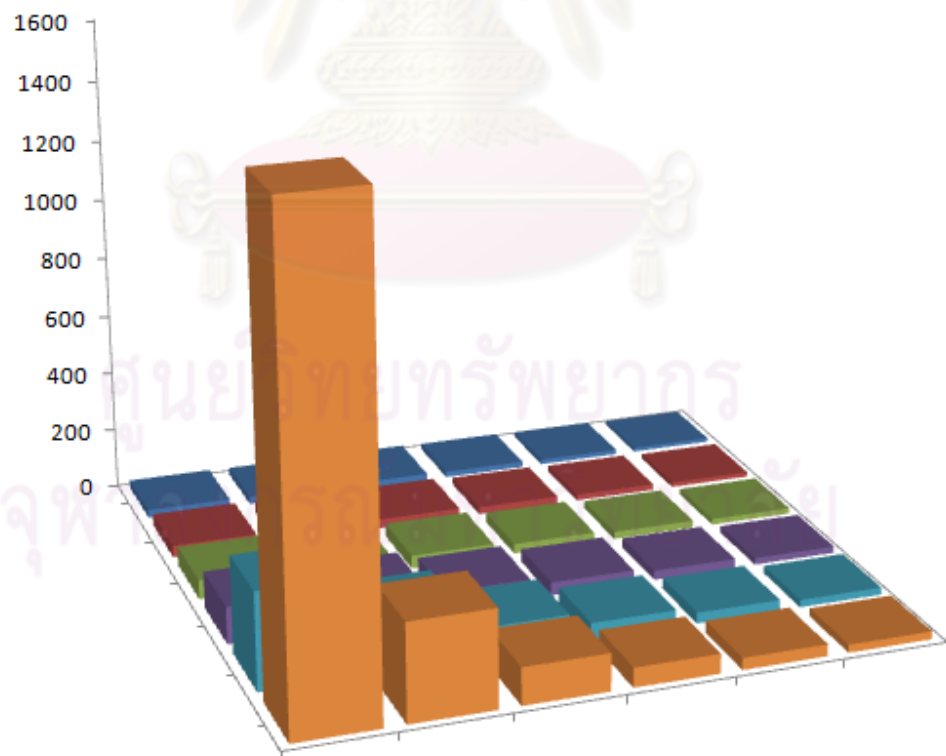
รูปที่ 3.10 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (35,35)

	A	B	C	D	E	F	G
A	55	64	64	55	43	32	10
B	94	122	122	94	64	43	20
C	177	318	318	177	94	55	30
D	318	1592	1592	318	122	64	40
E	318	1592	1592	318	122	64	50
F	177	318	318	177	94	55	60
G							
	10	20	30	40	50	60	



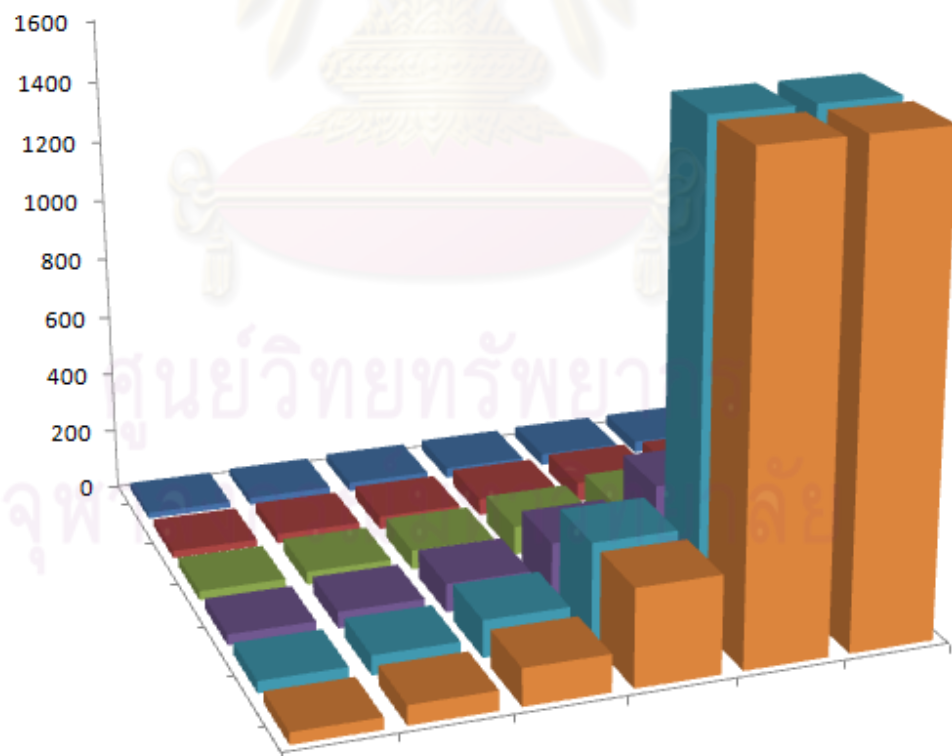
รูปที่ 3.11 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (45,25)

	A	B	C	D	E	F	G
A	26	24	22	19	16	13	10
B	39	35	30	24	20	16	20
C	64	55	43	32	24	19	30
D	122	94	64	43	30	22	40
E	318	177	94	55	35	24	50
F	1592	318	122	64	39	26	60
G							
	10	20	30	40	50	60	



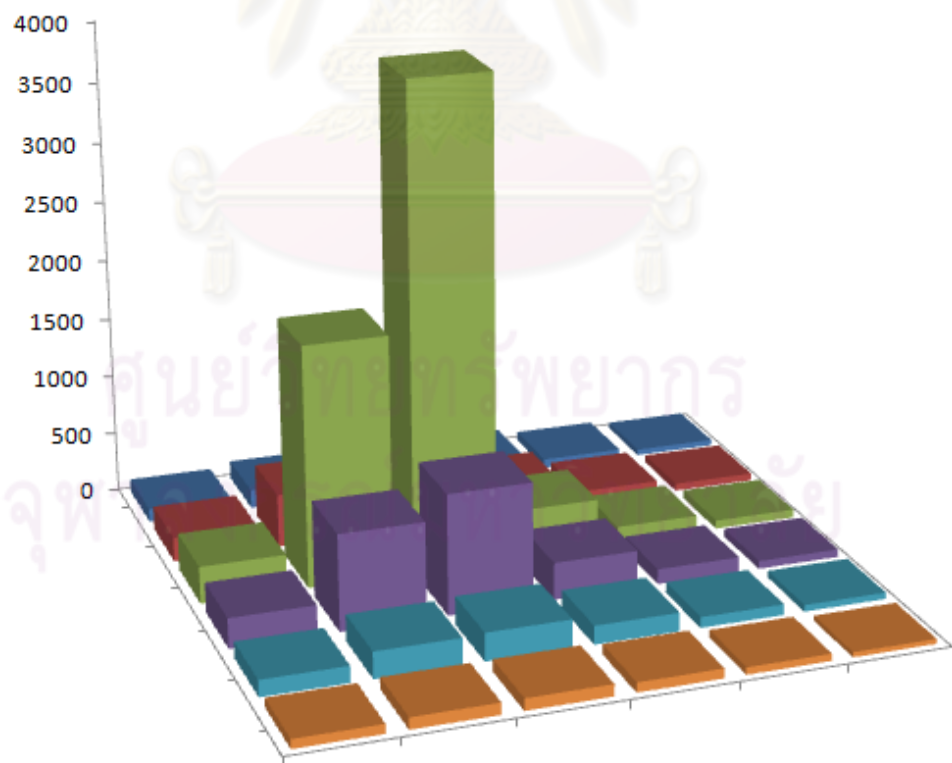
รูปที่ 3.12 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (65, 5)

	A	B	C	D	E	F	G
A	20	24	30	35	39	39	10
B	24	32	43	55	64	64	20
C	30	43	64	94	122	122	30
D	35	55	94	177	318	318	40
E	39	64	122	318	1592	1592	50
F	39	64	122	318	1592	1592	60
G	10	20	30	40	50	60	



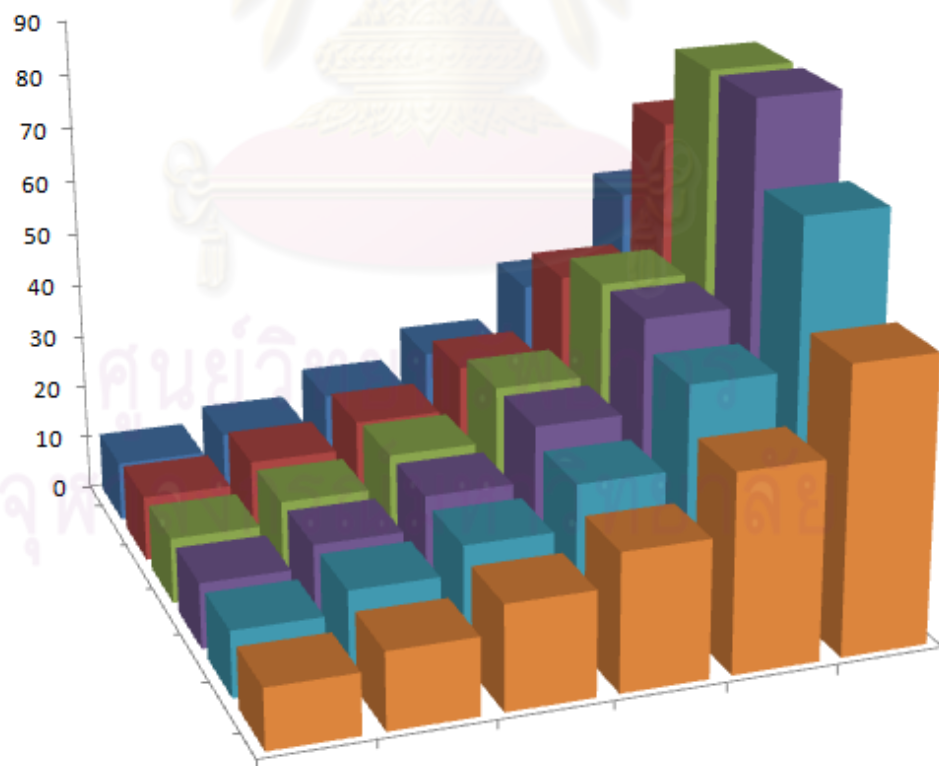
รูปที่ 3.13 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (55,55)

	A	B	C	D	E	F	G
A	108	153	159	117	75	49	10
B	199	442	497	234	111	61	20
C	306	1989	3979	398	137	69	30
D	249	796	995	306	124	65	40
E	137	221	234	153	88	54	50
F	77	97	99	81	59	41	60
G							
	10	20	30	40	50	60	



รูปที่ 3.14 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (32,26)

	A	B	C	D	E	F	G
A	11	14	19	25	36	52	10
B	12	16	21	29	44	71	20
C	12	16	22	32	49	86	30
D	12	16	22	32	49	86	40
E	12	16	21	29	44	71	50
F	11	14	19	25	36	52	60
G							
	10	20	30	40	50	60	



รูปที่ 3.15 ตารางและกราฟความแรงรังสีเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่จุด (35,90)

จากรูปที่ 3.6 - 3.15 หากแบ่งรูปแบบของความแรงรังสีในตารางจะสามารถแบ่งกลุ่มได้ 2 รูปแบบ คือ รูปแบบที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ในบริเวณวัดรังสี คือ รูปที่ 3.10-3.14 ส่วนอีกรูปแบบหนึ่งคือกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่นอกบริเวณวัดรังสี ได้แก่ รูปที่ 3.6-3.9, 3.12 และ 3.15

ในกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ในภายในบริเวณวัดรังสี พบว่า ค่าสูงสุดที่วัดได้จะอยู่ในตารางด้านใน ขนาด 4x4 ดังรูปที่ 3.16 ซึ่งตรงข้ามกับกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่นอกบริเวณวัดรังสี ค่าสูงสุดที่วัดได้จะอยู่บริเวณขอบของตาราง

3.2.2 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ในบริเวณวัดรังสี

หากพิจารณาถึงตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จะพบว่าความแรงรังสีที่วัดได้สูงที่สุดในตารางจะเป็นจุดที่ใกล้กับตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมากที่สุด และสรุปได้ว่า ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวน 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ตำแหน่งจะอยู่ในบริเวณจุดที่วัดความแรงได้สูงสุด 4 จุดแรก

	A	B	C	D	E	F	G	
A	108	153	159	117	75	49		10
B	199	442	497	234	111	61		20
C	306	1989	3979	398	137	69		30
D	249	796	995	306	124	65		40
E	137	221	234	153	88	54		50
F	77	97	99	81	59	41		60
G								
	10	20	30	40	50	60		

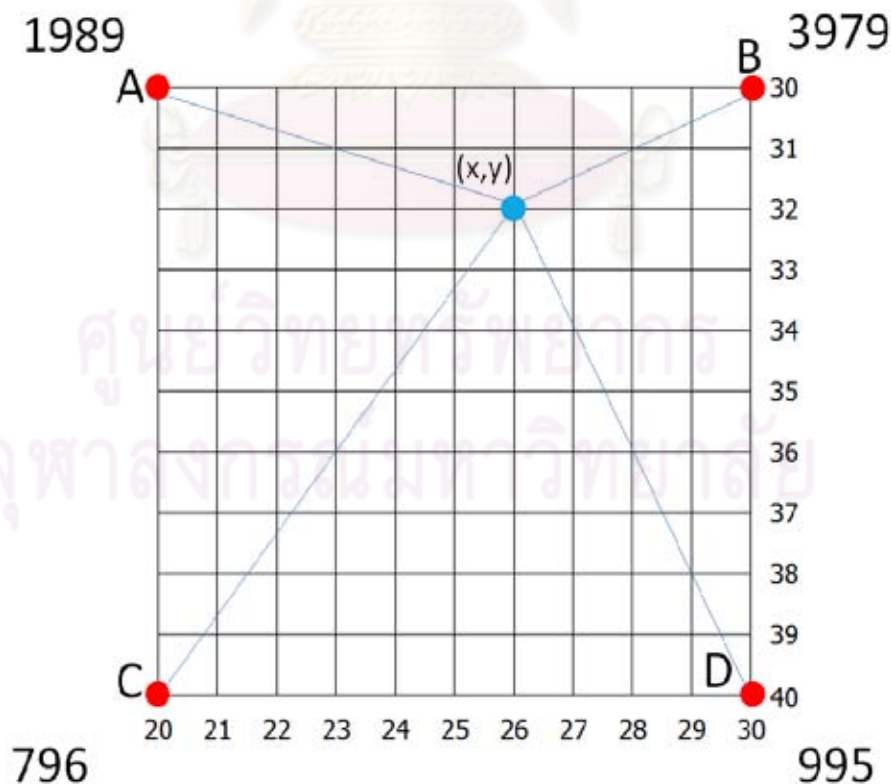
รูปที่ 3.16 ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีกับความแรงรังสีที่วัดได้

รูปที่ 3.16 แสดงความแรงรังสีที่วัดได้จากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ตำแหน่ง (32,26) มีจุดที่วัดความแรงรังสีได้สูงสุด 4 จุดแรกคือ

จุด (30,30)	ระดับความแรงรังสี	3979
จุด (30,20)	ระดับความแรงรังสี	1989
จุด (40,30)	ระดับความแรงรังสี	995
จุด (40,20)	ระดับความแรงรังสี	796

เนื่องจาก 4 จุดโดยรอบตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ค่าตัวเลขความแรงรังสีจะมีค่าสูงมากเมื่อเทียบกับจุดที่อยู่ห่างออกไป ดังนั้นในการคำนวณเพื่อหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จะใช้จำนวนจุดสำหรับคำนวณ 4 จุด โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

การหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ทำได้โดยเขียนจำนวนช่องของพื้นที่ในการวัดรังสีให้มากขึ้น จากนั้นเขียนโปรแกรม MATLAB เพื่อหาค่าตัวเลข ที่ทำให้ค่าผลรวมผลต่างกำลังสองของค่าจริงกับค่าจากสมการความแรงรังสีมีค่าต่ำสุด จากรูปที่ 3.16 จะสามารถแสดงตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีได้ดังนี้



รูปที่ 3.17 ระยะห่างจากจุดวัดความแรงรังสีกับตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่คาด

การหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีในระนาบ ทำได้โดยแทนค่าตำแหน่งทั้งหมดในสมการ จากรูปที่ 3.17 จำนวนจุดที่ต้องใช้ในการคำนวณมีทั้งสิ้น $11 \times 11 = 121$ จุด ยกเว้นจุดที่วัดความแรงรังสีที่มุมจำนวน 4 จุด ดังนั้นจะใช้จุดคำนวณทั้งสิ้น 117 จุด ส่วนค่าความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ใช้แทนค่าในสมการนั้น มีขอบเขตที่สามารถนำไปคำนวณได้ เพื่อไม่ให้การคำนวณเสียเวลามากเกินไป คือ ขอบเขตต่ำสุดของความแรงรังสี คือ ค่าความแรงต่ำสุดของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ทำให้ ความแรงรังสีที่ระยะห่าง 1 หน่วยของจุดที่วัดความแรงรังสีได้สูงสุด เป็นไปได้ ส่วนขอบเขตสูงสุด คือความแรงรังสีสูงสุดของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ทำให้ ความแรงรังสีที่ระยะห่างมากที่สุดในตารางของจุดที่วัดความแรงรังสีได้ต่ำที่สุด เป็นไปได้ ในกรณีนี้ ระยะห่างที่มากที่สุดคือระยะในแนวทแยงมุม ซึ่งมีค่าเท่ากับ $10\sqrt{2}$ จากข้อมูลข้างต้น สามารถหาขอบเขตต่ำสุดและสูงสุดของความแรงรังสีได้ดังนี้

ขอบเขตความแรงรังสีต่ำที่สุด

$$I_{\max} = \frac{S_{\min}}{4 \pi r^2} \quad (3.4)$$

$$S_{\min} = I_{\max} \times 4 \pi r^2$$

$$S_{\min} = 3979 \times 4 \pi (1)^2$$

$$S_{\min} = 3979 \times 4 \pi (1)^2$$

$$S_{\min} = 500002 \quad (3.5)$$

ขอบเขตความแรงรังสีสูงที่สุด

$$I_{\min} = \frac{S_{\max}}{4 \pi r^2} \quad (3.6)$$

$$S_{\max} = I_{\min} \times 4 \pi r^2$$

$$S_{\max} = 796 \times 4 \pi (10\sqrt{2})^2$$

$$S_{\max} = 796 \times 4 \pi (200)$$

$$S_{\max} = 2000566 \quad (3.7)$$

ดังนั้นค่าความแรงรังสีที่เป็นไปได้ของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี มีค่าตั้งแต่ 500002 ถึง 2000566 การใช้เทคนิคกำลังสองน้อยที่สุด สามารถทำได้โดยเมื่อกำหนดให้ S_0 คือความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่จุด x, y และ I_A, I_B, I_C, I_D คือความแรงรังสีที่วัดได้ทั้ง 4 จุด ระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดรังสีกับจุดที่วัดความแรงในแต่ละจุดที่วัดได้ ในกรณีนี้จะมีค่าเท่ากับ ระยะจากจุด x, y ถึง A, B, C หรือ D ซึ่งสามารถหาค่าได้ดังนี้

ระยะจากจุด x, y ถึงจุดวัดความแรงรังสีจุด A

$$R_A = \sqrt{(x - A_x)^2 + (y - A_y)^2} \quad (3.8)$$

ระยะจากจุด x, y ถึงจุดวัดความแรงรังสีจุด B

$$R_B = \sqrt{(x - B_x)^2 + (y - B_y)^2} \quad (3.9)$$

ระยะจากจุด x, y ถึงจุดวัดความแรงรังสีจุด C

$$R_C = \sqrt{(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2} \quad (3.10)$$

ระยะจากจุด x, y ถึงจุดวัดความแรงรังสีจุด D

$$R_D = \sqrt{(x - D_x)^2 + (y - D_y)^2} \quad (3.11)$$

จากสมการที่ 2.3 เมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง x, y จะได้ค่าความแรงรังสีที่จุด A ดังนี้

$$I_A = \frac{S_0}{4\pi R_A^2}$$

แทนค่าระยะห่างจากสมการ 3.8

$$I_A = \frac{S_0}{4\pi[(x - A_x)^2 + (y - A_y)^2]} \quad (3.12)$$

สมการที่ 3.12 เป็นค่าที่คำนวณความเข้มรังสีที่จุด A ส่วนจุด B,C และ จุด D สมการจะเขียนได้เช่นเดียวกัน ดังนี้

$$I_B = \frac{S_0}{4\pi[(x - B_x)^2 + (y - B_y)^2]} \quad (3.13)$$

$$I_C = \frac{S_0}{4\pi[(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2]} \quad (3.14)$$

$$I_D = \frac{S_0}{4\pi[(x - D_x)^2 + (y - D_y)^2]} \quad (3.15)$$

สมการที่ 3.12-3.15 นั้นได้ความเข้มรังสีที่จุด A,B,C และ D จากการคำนวณโดยใช้สมการ การหาตำแหน่งและความเข้มที่เหมาะสมของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จึงต้องเปรียบเทียบค่าจากการคำนวณและค่าจริงที่วัดได้ หากกำหนดให้ค่าจริงในแต่ละจุดที่วัดได้คือ I_{mi} และ I_i คือค่าจากสมการ โดยที่ i คือ 1 (จุด A), 2 (จุด B), 3 (จุด C) และ 4 (จุด D) จะได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนของสมการกับค่าจริงในแต่ละจุดคือ

$$\varepsilon_i = I_i - I_{mi} \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_i = \frac{S_0}{4\pi[(x - i_x)^2 + (y - i_y)^2]} - I_{mi} \quad (3.17)$$

ให้ ε^2 เป็นผลรวมของความคลาดเคลื่อนทุกจุดยกกำลังสองจะได้ว่า

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^4 \left[\frac{S_0}{4\pi[(x - i_x)^2 + (y - i_y)^2]} - I_{mi} \right]^2 \quad (3.18)$$

ค่า ε^2 ที่น้อยที่สุด เมื่อเลือกค่า x, y, S_0 แล้วจะถือว่าเป็นตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีนั้น หากพิจารณาจากรูปที่ 3.17 สามารถคำนวณหาตำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี จาก สมการ 3.12-3.18 ได้ดังนี้

แทนค่า $x = 32$ และ $y = 26$ (จุด A,B,C และ D ไม่นำมาคำนวณ เนื่องจากเป็นจุดเดียวกับจุดที่วัดความแรงรังสี หากนำไปคำนวณ ระยะห่างทั้งสองจุดจะเป็นศูนย์ ซึ่งเป็นตัวหาร ทำให้ไม่สามารถหาค่าได้) ในสมการที่ 3.12, 3.13, 3.14 และ 3.15

จะได้ค่าค่าความแรงรังสีจากการคำนวณที่จุด A, B, C และ D ดังนี้

$$I_A = \frac{S_0}{4\pi[(32-30)^2 + (26-20)^2]}$$

$$I_A = \frac{S_0}{160\pi} \quad (3.19)$$

$$I_B = \frac{S_0}{4\pi[(32-30)^2 + (26-30)^2]}$$

$$I_B = \frac{S_0}{80\pi} \quad (3.20)$$

$$I_C = \frac{S_0}{4\pi[(32-40)^2 + (26-20)^2]}$$

$$I_C = \frac{S_0}{400\pi} \quad (3.21)$$

$$I_D = \frac{S_0}{4\pi[(32-40)^2 + (26-30)^2]}$$

$$I_D = \frac{S_0}{320\pi} \quad (3.22)$$

เมื่อได้ค่าความแรงรังสีจากการคำนวณแล้ว จึงสามารถหาค่าผลรวมของ ε^2 ได้ดังนี้

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^4 [I_i - I_{mi}]^2$$

$$\varepsilon^2 = [I_A - I_{mA}]^2 + [I_B - I_{mB}]^2 + [I_C - I_{mC}]^2 + [I_D - I_{mD}]^2 \quad (3.23)$$

แทนค่าความแรงรังสีที่จุด A, B, C, D และค่าความแรงรังสีที่คำนวณได้จากสมการ 3.19-3.22

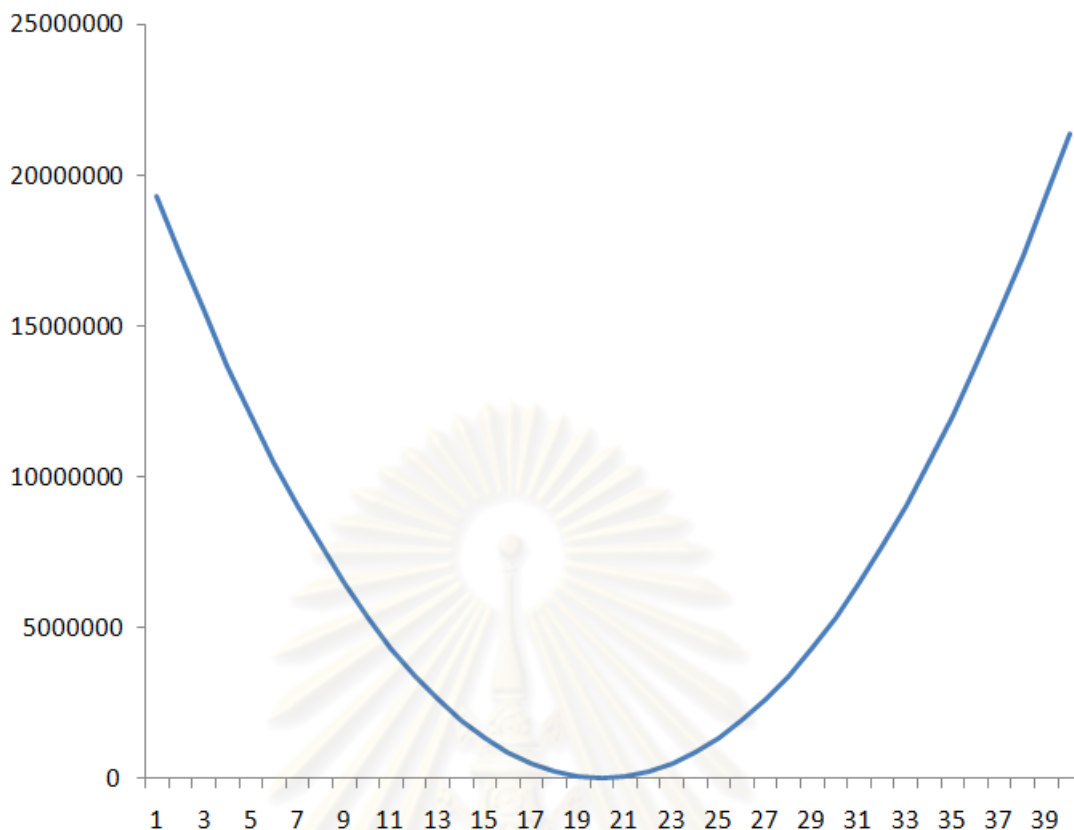
$$\varepsilon^2 = \left[\frac{S_0}{160\pi} - 1989\right]^2 + \left[\frac{S_0}{80\pi} - 3979\right]^2 + \left[\frac{S_0}{400\pi} - 796\right]^2 + \left[\frac{S_0}{320\pi} - 995\right]^2 \quad (3.24)$$

จากสมการ 3.24 หาคำตอบได้โดยแทนค่า S_0 ตั้งแต่ 500000 ถึง 2000000 จะได้ผลของการคำนวณดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ความสัมพันธ์ของผลรวมค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองกับความแรงรังสีของจุด (32,26)

ความแรงรังสี	ผลรวมค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
50000	19324522.12
100000	17343901.32
150000	15470340.59
200000	13703839.95
250000	12044399.38
300000	10492018.89
350000	9046698.482
400000	7708438.152
450000	6477237.9
500000	5353097.728
550000	4336017.634

600000	3425997.619
650000	2623037.683
700000	1927137.826
750000	1338298.047
800000	856518.3476
850000	481798.7267
900000	214139.1846
950000	53539.72129
1000000	0.336821904
1050000	53521.03116
1100000	214101.8043
1150000	481742.6563
1200000	856443.587
1250000	1338204.597
1300000	1927025.685
1350000	2622906.852
1400000	3425848.098
1450000	4335849.423
1500000	5352910.827
1550000	6477032.309
1600000	7708213.87
1650000	9046455.51
1700000	10491757.23
1750000	12044119.03
1800000	13703540.9
1850000	15470022.86
1900000	17343564.89
1950000	19324167.01
2000000	21411829.2



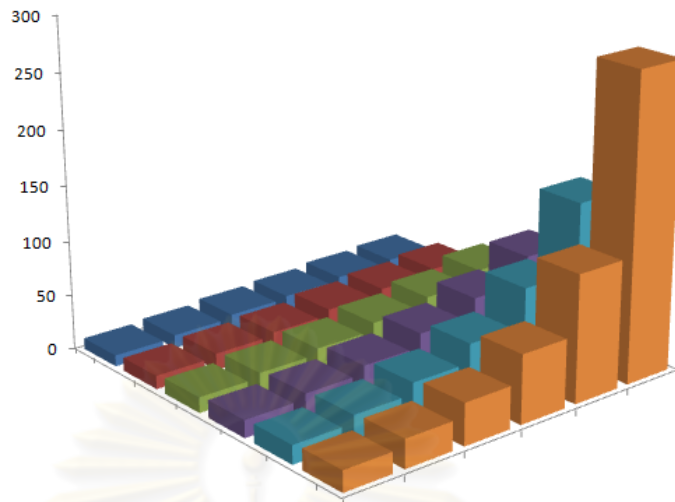
รูปที่ 3.18 ความสัมพันธ์ของผลรวมค่าความคลาดเคลื่อนกับความแรงรังสีของจุด (32,26)

รูปที่ 3.18 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของค่าผลรวมความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง ซึ่งจากกราฟจะเห็นได้ว่าความแรงรังสีเท่ากับ 1000000 เป็นค่าที่ทำให้ค่าผลรวมความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าน้อยที่สุด เท่ากับ 0.336821904

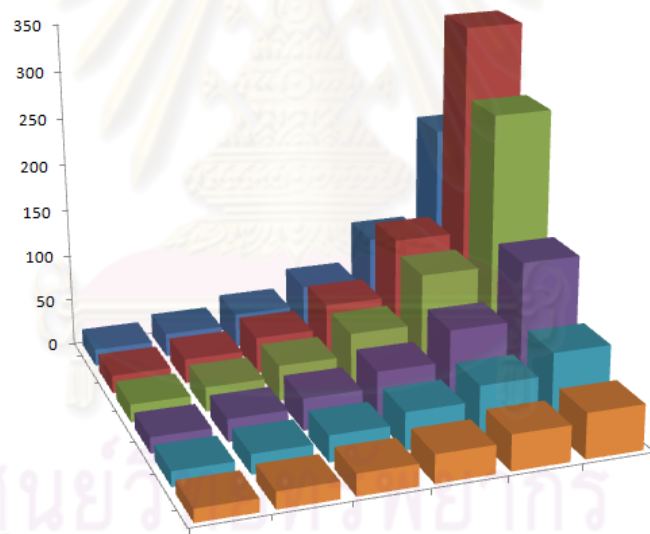
ดังนั้นการหาตำแหน่งและความแรงรังสีในกรณีที่ค่าสูงสุดอยู่ภายในบริเวณที่วัดความแรงรังสี ใช้วิธีหาค่าบริเวณที่พบความแรงรังสีสูงสุด จากนั้นกำหนดขอบเขตของค่าความแรงรังสีต่ำสุด, สูงสุดและคำนวณหาความแรงโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด จะได้ตำแหน่งและความแรงรังสีได้ตามต้องการ

3.2.3 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่นอกบริเวณวัดรังสี

กรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่นอกบริเวณวัดรังสีนั้น ค่าความแรงสูงสุดที่วัดได้ จะแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบคือ ค่าความแรงรังสีสูงสุดอยู่ตรงมุมของตารางและค่าความแรงรังสีสูงสุดอยู่ตามขอบของตาราง ซึ่งทั้งสองรูปแบบให้เทคนิคต่างกัน



รูปที่ 3.19 ความแรงรังสีสูงสุดอยู่ตรงมุมของตาราง



รูปที่ 3.20 ความแรงรังสีสูงสุดอยู่ขอบของตาราง

รูปที่ 3.19 และ 3.20 เป็นแผนภูมิแท่งแสดงข้อมูลความแรงรังสี จากการวัดความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีตำแหน่งอยู่ภายนอกบริเวณที่วัด จะเห็นได้ว่าค่าความแรงรังสีที่วัดได้สูงสุดจะอยู่บริเวณขอบด้านนอกของตาราง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายนอกตารางซึ่งการคำนวณหาระยะห่างและความแรงสามารถทำได้ โดยกรณีที่ความแรงรังสีมีค่าสูงสุดอยู่ที่มุมตารางดังรูปที่ 3.21 จะใช้ตัวเลขความแรงรังสีจำนวน 6 ค่าบริเวณมุมที่วัดความแรงได้สูงสุดมาคำนวณ

	A	B	C	D	E	F	G	
A	10	12	15	17	20	22		10
B	12	15	18	23	27	31		20
C	14	18	23	30	38	48		30
D	16	21	28	40	56	79		40
E	17	24	34	51	84	145		50
F	19	26	38	62	115	275		60
G								
	10	20	30	40	50	60		(68,75)

รูปที่ 3.21 ค่าความแรงรังสีที่มีค่าสูงสุดอยู่ที่มุมตาราง

รูปที่ 3.22 ค่าความแรงรังสีสูงสุดอยู่ที่ จุด (20,60) ดังนั้นต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจึงอยู่บริเวณด้านขวามือของตาราง ในรูปแบบนี้การคำนวณเพื่อหาระยะห่างและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจะใช้ค่าความแรงรังสีในการคำนวณจำนวน 6 จุดเช่นเดียวกัน

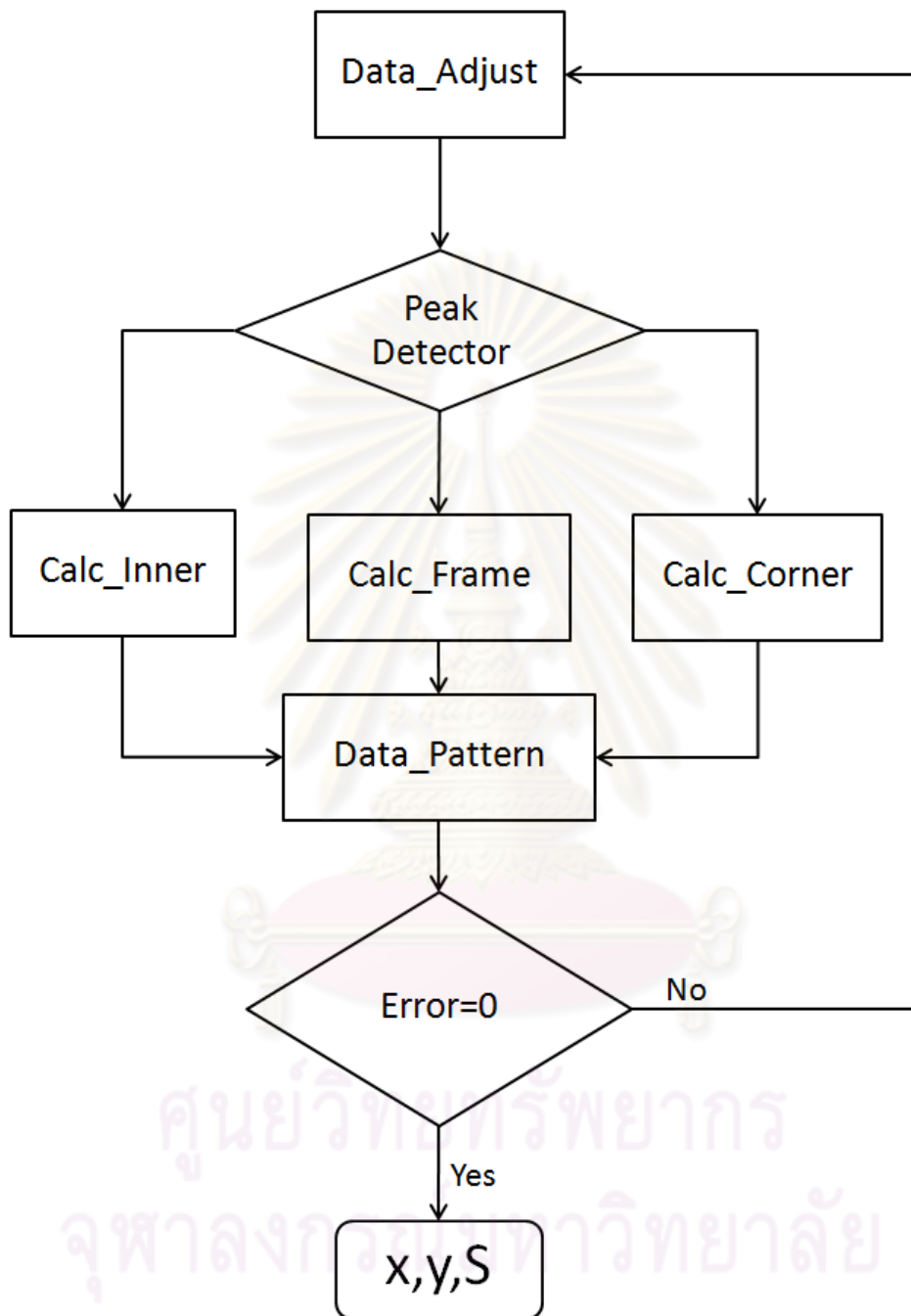
	A	B	C	D	E	F	G	
A	18	25	37	58	103	216		10
B	19	26	39	65	127	347		20
C	19	26	38	62	115	275		30
D	17	24	34	51	84	145		40
E	16	21	28	40	56	79		50
F	14	18	23	30	38	48		60
G								
	10	20	30	40	50	60		(22,75)

รูปที่ 3.22 ค่าความแรงรังสีที่มีค่าสูงสุดอยู่ที่ขอบตาราง

3.3 การหาดำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวนหลายจุด

การหาดำแหน่งและความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจำนวนหลายจุด ทำได้โดยใช้วิธีเช่นเดียวกับแบบ 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี โดยเมื่อทราบค่าความแรงและตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีแล้ว นำค่าความแรงรังสีที่ได้ลบออกจากข้อมูลจากการวัดเดิม หากยังเหลือข้อมูลที่เป็นรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง แสดงว่ายังมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่อีก ใช้วิธีเดิมในการหาดำแหน่งและความแรงต่อไป สำหรับขั้นตอนรายละเอียดในการเขียนโปรแกรมเป็นดังนี้

3.4 การเขียนโปรแกรม MATLAB



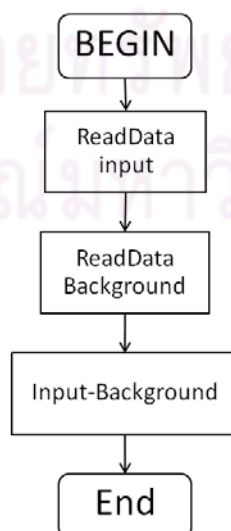
รูปที่ 3.23 ผังการทำงานของโปรแกรมหลัก

ในการเขียนโปรแกรม MATLAB จะแบ่งเป็นโปรแกรมย่อย จำนวน 7 โปรแกรมย่อย ได้แก่ Data_Adjust, Peak Detector ,Calc Inner, Calc Corner ,Calc Frame, Data Pattern และ Error=0 ดังรูปที่ 3.23

ผังการทำงานของโปรแกรมโดยภาพรวม เริ่มจากเมื่อรับข้อมูลการวัดความแรงรังสี จำนวน 36 ค่า ข้อมูลจะถูกปรับแต่ง (Data_Adjust) โดยลบค่าแบคกราวด์ออกจากข้อมูลก่อน จากนั้นจะหาค่าสูงสุดที่วัดได้จากตาราง (Peak Detector) เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมในการคำนวณเพื่อหาตำแหน่งและความแรงรังสี โดยขั้นตอนนี้จะเลือกข้อมูลที่ได้นั้น เป็นข้อมูลที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายในบริเวณพื้นที่การวัด หรือนอกพื้นที่การวัด โดย Calc_Inner จะคำนวณหาตำแหน่งและความแรงรังสีในกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ในบริเวณพื้นที่การวัด ส่วน Calc_Frame และ Calc_Corner นั้นคำนวณหาตำแหน่งและความแรงรังสีในกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่นอกพื้นที่การวัด

เมื่อได้ตำแหน่งและความแรงรังสีจากการคำนวณแล้ว จึงคำนวณหาความแรงรังสีในตารางทั้งหมด ซึ่งจะได้ค่าครบทั้ง 36 ค่า (Data_Pattern) จากนั้นจึงนำค่าที่ได้เปรียบเทียบกับค่าจากข้อมูลเดิม ซึ่งหากค่าที่ได้ใกล้เคียงกันและถือว่าเท่ากันในทางสถิติแล้ว (Error=0) แสดงว่าค่าตำแหน่งและความแรงรังสีที่หาได้เป็นค่าที่ยอมรับได้ แต่หากค่าหลังจากเปรียบเทียบกับค่าจากข้อมูลเดิม แล้ว ยังมีความคลาดเคลื่อนสูงมาก แสดงว่ายังมีต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอื่นอยู่อีก ซึ่งต้องใช้กระบวนการเดิมในการหาค่าต่อไป

ผังงานของโปรแกรมน้อยๆ สำหรับกรณีที่ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ภายในบริเวณที่วัดเป็นดังนี้ Data_Adjust → Peak Detector → Calc_Inner → Data_Pattern → Error=0 → x,y,S เริ่มด้วยผังงานโปรแกรมน้อย Data_Adjust อธิบายการทำงานของโปรแกรมน้อยได้ดังนี้



รูปที่ 3.24 ผังการทำงานของโปรแกรมน้อย Data_Adjust

โปรแกรมย่อยนี้เป็นการรับข้อมูลจากการวัดค่าความแรงรังสีจำนวน 36 จุด โดยเป็นเมตริกซ์ขนาด 6×6 ตัวอย่าง เช่น

a =

113	158	164	122	80	54
204	447	502	239	116	66
311	1994	3984	403	142	74
254	801	1000	311	129	70
142	226	239	158	93	59
82	102	104	86	64	46

จากนั้นโปรแกรมจะอ่านค่าแบบคกราวด์และลบค่าแบบคกราวด์ออกจากข้อมูลความแรงรังสี (สมมติค่าแบบคกราวด์เท่ากับ 5)

b = a-5

108	153	159	117	75	49
199	442	497	234	111	61
306	1989	3979	398	137	69
249	796	995	306	124	65
137	221	234	153	88	54
77	97	99	81	59	41

ขั้นตอนต่อไปคือ หาค่าสูงสุดจากตัวแปร b ซึ่งในกรณีนี้ถือว่าเป็นจุดที่ใกล้กับตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมากที่สุด จากนั้นหาค่าความแรงสูงสุดที่รองลงมารอบจุดที่สูงที่สุด จะได้จุดสำหรับนำไปคำนวณจำนวน 4 จุด ในโปรแกรมย่อย Calc_Inner



รูปที่ 3.25 ผังการทำงานของโปรแกรมย่อย Calc_Inner

โปรแกรมเริ่มทำงานโดยหาขอบเขตค่า x,y ซึ่งในการคำนวณจะทราบแล้ว เนื่องจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจะอยู่ภายในค่าสูงสุดทั้ง 4 จุด ส่วนค่าความแรงรังสีนั้นขอบเขตต่ำสุดและสูงสุด เป็นไปตาม สมการ 3.4 และ สมการ 3.6 จากนั้นคำนวณโดยวิธีกำลังสองน้อยสุดจากสมการ 3.23

3.5 โปรแกรม MATLAB

โปรแกรม MATLAB สำหรับใช้คำนวณหาตำแหน่งและความแรงรังสี เขียนได้ดังนี้ โดยที่ a คือเมตริกซ์ของค่าสูงสุด

```
epmin=100000000;
```

```
a=[ 1987 3979
```

```
796 995];
```

```
for i=0:0.05:10
```

```
for j=0:0.05:10
```

```
for s=50000:500:2000000
```

```
ep=(s/(4*pi*((i-0)^2+(j-0)^2))-a(1,1))^2+(s/(4*pi*((i-0)^2+(j-10)^2))-a(1,2))^2+(s/(4*pi*((i-10)^2+(j-0)^2))-a(2,1))^2+(s/(4*pi*((i-10)^2+(j-10)^2))-a(2,2))^2;
```

```
if ep<epmin
```

```

xmin=i;
ymin=j;
str=s;
epmin=ep;
disp(epmin);
disp(xmin);
disp(ymin);
disp(str);
end
end
end
end
end

```

3.6 การทดสอบโปรแกรม

การทดสอบโปรแกรมจะใช้ค่าจากการคำนวณ และทดสอบหาความคลาดเคลื่อนจากตำแหน่งจริง โดยใช้ชุดข้อมูลด้านล่าง

108	153	159	117	75	49
199	442	497	234	111	61
306	1989	3979	398	137	69
249	796	995	306	124	65
137	221	234	153	88	54
77	97	99	81	59	41

เนื่องจากการแผ่รังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเป็นแบบสุ่ม ดังนั้นค่าสำหรับทดสอบจึงจะใช้วิธีสุ่มเช่นเดียวกัน โดยข้อมูลเป็นไปดังตารางที่ 3.2

โดยที่ค่า $count$ คือค่าที่วัดได้ ส่วนตัวเลขที่สุ่มมานั้นจะอยู่ในช่วง $\pm \sqrt{count}$ ค่าตำแหน่งจริงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี คือตำแหน่ง (32,26) และความแรงรังสีคือ 1000000

ตาราง 3.2 ค่าสำหรับการทดสอบโปรแกรม

count	rand1	rand2	rand3	rand4	rand5	rand6	rand7	rand8	rand9
108	117	105	113	102	101	104	112	115	105
199	210	212	202	204	190	212	212	188	212
306	292	308	304	308	311	293	299	297	317
249	255	260	236	233	241	248	246	235	261
137	136	133	140	140	149	147	141	128	127
77	81	73	78	70	69	76	84	72	82
153	154	163	160	157	150	160	144	155	153
442	461	459	426	453	458	451	440	437	424
1989	1993	1960	2017	2013	2005	1978	1964	1953	2020
796	778	812	816	792	790	800	805	793	798
221	208	225	206	214	223	230	214	210	208
97	96	88	95	103	107	99	89	100	100
159	150	170	153	151	147	157	151	152	158
497	501	518	486	492	509	476	475	502	480
3979	3945	4011	3960	4032	3959	3951	3966	4011	4004
995	975	1008	1017	1013	987	1001	1005	971	964
234	242	231	240	249	244	247	225	248	241
99	104	101	97	100	91	107	92	102	96
117	120	125	128	111	125	114	124	121	107
234	247	220	247	249	243	236	243	239	243
398	410	409	414	393	398	415	394	382	402
306	320	322	307	289	310	299	321	302	311
153	141	145	165	144	149	157	142	142	162
81	80	86	82	83	78	78	90	90	87
75	76	67	73	70	77	80	81	71	69
111	101	107	110	117	113	100	116	105	110
137	125	133	133	130	139	140	126	134	136
124	121	120	116	132	134	135	122	120	123

88	80	90	85	84	89	90	80	88	86
59	57	57	62	54	59	52	58	58	51
49	45	44	43	49	44	46	51	51	43
61	59	67	61	65	58	56	54	54	55
69	73	66	71	62	72	74	67	65	63
65	69	62	66	68	65	59	61	69	71
54	54	53	52	50	54	50	61	52	50
41	45	36	36	46	37	37	39	40	37



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการวิจัย

4.1 ผลการทดสอบโปรแกรมด้วยค่าจากการคำนวณ

การทดสอบโปรแกรมด้วยค่าจากการคำนวณแบ่งเป็น 3 แบบตามจำนวนของ ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี คือ จำนวนต้นกำเนิดกัมมันตรังสี 1 ต้นกำเนิด,จำนวนต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากับ 2 ต้นกำเนิดและจำนวนต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเท่ากับ 3 ต้นกำเนิด โดยในแต่ละแบบ จะใช้ค่าจริงและค่าสุ่ม ซึ่งผลการทดสอบในแต่ละแบบเป็นดังนี้-

4.1.1 จำนวน 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

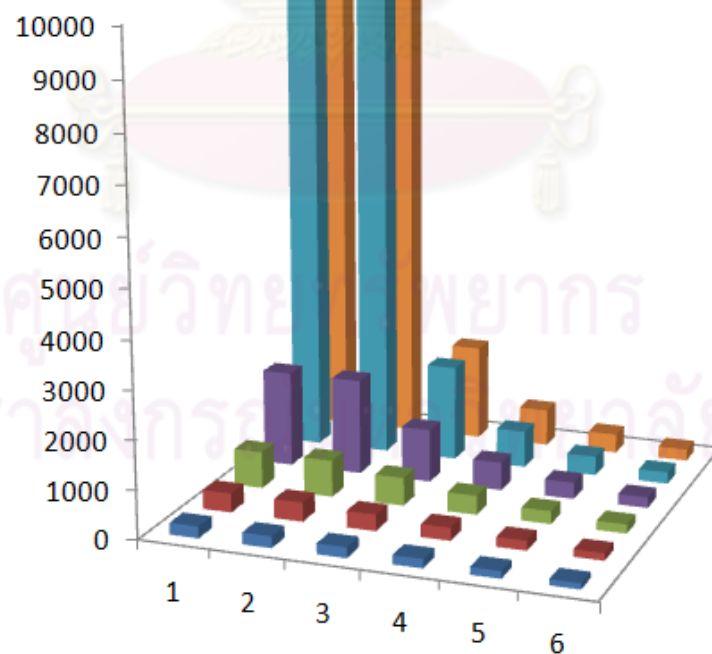
เพื่อให้ครอบคลุมตำแหน่งทั้ง 25 ตำแหน่งที่เป็นไปได้ของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีภายในพื้นที่การวัด ดังนั้นในการทดสอบเมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมี 1 ต้นกำเนิด จะใช้ค่าจากการคำนวณจำนวนทั้งสิ้น 4 จุด คือ ตำแหน่ง (-8,-8) , ตำแหน่ง (0,-8) ,ตำแหน่ง (0,0) และตำแหน่ง (4,4)

	-10	-6	-2	2	6	10
-10	9947	9947	1989	765	398	243
-6	9947	9947	1989	765	398	243
-2	1989	1989	1105	585	343	221
2	765	765	585	398	269	188
6	398	398	343	269	203	153
10	243	243	221	188	153	123

รูปที่ 4.1 ตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีสำหรับใช้ทดสอบ

ต้นกำเนิดน้ำมันตรังสีที่ตำแหน่ง (-8,-8) อัตราน้ำมันที่ปลดปล่อยจากต้นกำเนิด = 1000000

	-10	-6	-2	2	6	10
-10	9947	9947	1989	765	398	243
-6	9947	9947	1989	765	398	243
-2	1989	1989	1105	585	343	221
2	765	765	585	398	269	188
6	398	398	343	269	203	153
10	243	243	221	188	153	123



รูปที่ 4.2 ตารางค่าจำนวนน้ำมันรังสีและกราฟ เมื่อต้นกำเนิดน้ำมันตรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง (-8,-8)

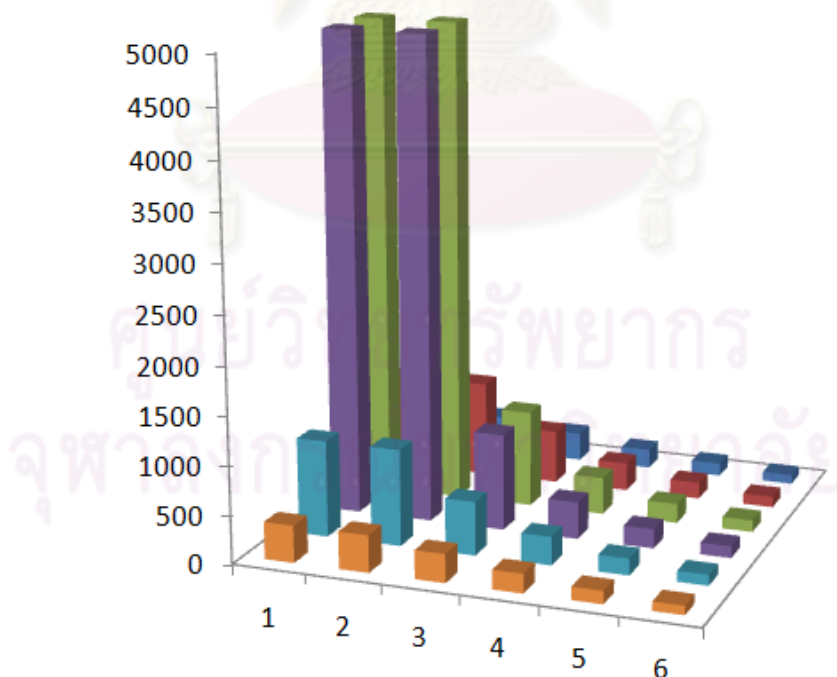
ตารางที่ 4.1 ผลรวมค่าเฉลี่ยจำนวนนับรังสี จุดวัดรังสี 4 จุด

ตำแหน่ง	mean
(-8,-8)	9947
(-4,-8)	5968
(0,-8)	1377
(4,-8)	581.5
(8,-8)	320.5
(-8,-4)	5968
(-4,-4)	3757.5
(0,-4)	1111
(4,-4)	522.75
(8,-4)	301.25
(-8,0)	1377
(-4,0)	1111
(0,0)	668.25
(4,0)	398.75
(8,0)	255.25
(-8,4)	581.5
(-4,4)	522.75
(0,4)	398.75
(4,4)	284.75
(8,4)	203.25
(-8,8)	320.5
(-4,8)	301.25
(0,8)	255.25
(4,8)	203.25
(8,8)	158

ผลการทดสอบ ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่ (-8,-8) อัตรานับรังสีที่ปลดปล่อยจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี $= 9947 \times 32 \mu = 999982$

ต้นทุนเดกัมมันตรังสีที่ตำแหน่ง (0,-8) อัตรานับรังสีที่ปลดปล่อยจากต้นทุนเดกัม = 500000

	-10	-6	-2	2	6	10
-10	383	383	293	199	134	94
-6	995	995	553	293	172	111
-2	4974	4974	995	383	199	121
2	4974	4974	995	383	199	121
6	995	995	553	293	172	111
10	383	383	293	199	134	94



รูปที่ 4.3 ตารางค่าจำนวนนับรังสีและกราฟ เมื่อต้นทุนเดกัมมันตรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง (0,-8)

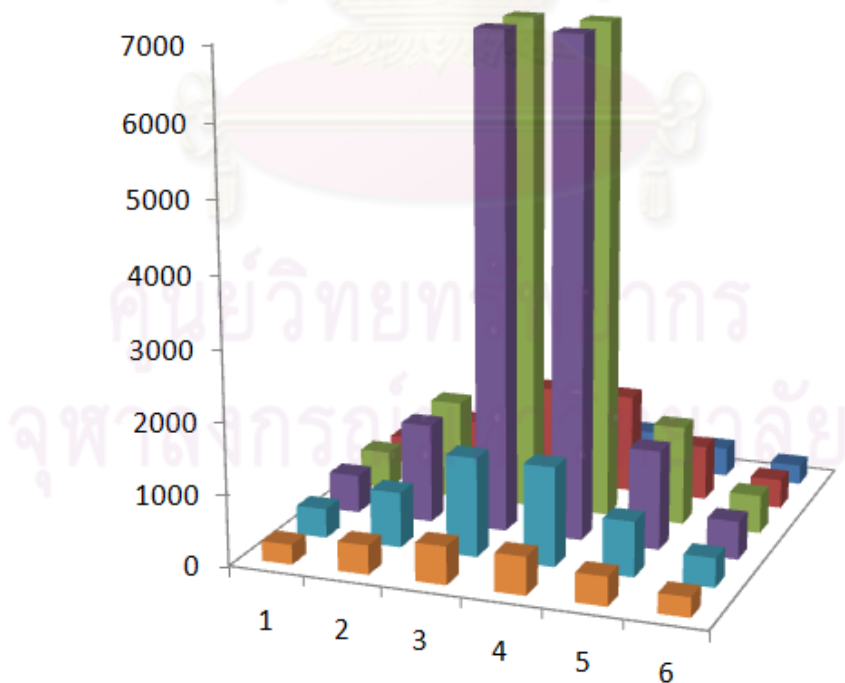
ตารางที่ 4.2 ผลรวมค่าเฉลี่ยจำนวนนับรังสี จุดวัดรังสี 4 จุด

ตำแหน่ง	mean
(-8,-8)	689
(-4,-8)	2984.5
(0,-8)	4974
(4,-8)	2984.5
(8,-8)	689
(-8,-4)	556
(-4,-4)	1879.25
(0,-4)	2984.5
(4,-4)	1879.25
(8,-4)	556
(-8,0)	334.5
(-4,0)	556
(0,0)	689
(4,0)	556
(8,0)	334.5
(-8,4)	199.5
(-4,4)	261.75
(0,4)	291
(4,4)	261.75
(8,4)	199.5
(-8,8)	127.75
(-4,8)	150.75
(0,8)	160
(4,8)	150.75
(8,8)	127.75

ผลการทดสอบ ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่ (0,-8) อัตรานับรังสีที่
 ปลดปล่อยจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี $= 4974 \times 32 \mu = 500041$

ต้นทุนเดกัมมันตรังสีที่ตำแหน่ง (0,0) อัตรานับรังสีที่ลดลงจากต้นทุนเดกัม = 700000

	-10	-6	-2	2	6	10
-10	279	410	536	536	410	279
-6	410	774	1393	1393	774	410
-2	536	1393	6963	6963	1393	536
2	536	1393	6963	6963	1393	536
6	410	774	1393	1393	774	410
10	279	410	536	536	410	279



รูปที่ 4.4 ตารางค่าจำนวนนับรังสีและกราฟ เมื่อต้นทุนเดกัมมันตรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง (0,0)

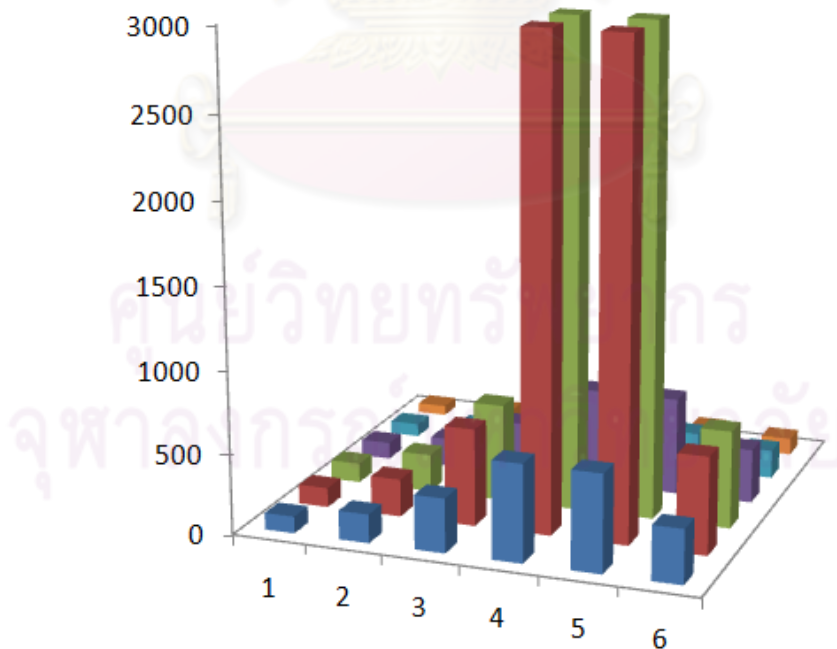
ตารางที่ 4.3 ผลรวมค่าเฉลี่ยจำนวนนับรังสี จุดวัดรังสี 4 จุด

ตำแหน่ง	mean
(-8,-8)	468.25
(-4,-8)	778.25
(0,-8)	964.5
(4,-8)	778.25
(8,-8)	468.25
(-8,-4)	778.25
(-4,-4)	2630.75
(0,-4)	4178
(4,-4)	2630.75
(8,-4)	778.25
(-8,0)	964.5
(-4,0)	4178
(0,0)	6963
(4,0)	4178
(8,0)	964.5
(-8,4)	778.25
(-4,4)	2630.75
(0,4)	4178
(4,4)	2630.75
(8,4)	778.25
(-8,8)	468.25
(-4,8)	778.25
(0,8)	964.5
(4,8)	778.25
(8,8)	468.25

ผลการทดสอบ ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่ (0,0) อัตรานับรังสีที่
 ปลดปล่อยจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี $= 6963 \times 32 \mu\text{s} = 699997$

ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่ตำแหน่ง (4,4) อัตรานับรังสีที่ปลดปล่อยจากต้นกำเนิด = 300000

	-10	-6	-2	2	6	10
-10	61	81	103	119	119	103
-6	81	119	176	230	230	176
-2	103	176	332	597	597	332
2	119	230	597	2984	2984	597
6	119	230	597	2984	2984	597
10	103	176	332	597	597	332



รูปที่ 4.5 ตารางค่าจำนวนนับรังสีและกราฟ เมื่อต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่ตำแหน่ง (4,4)

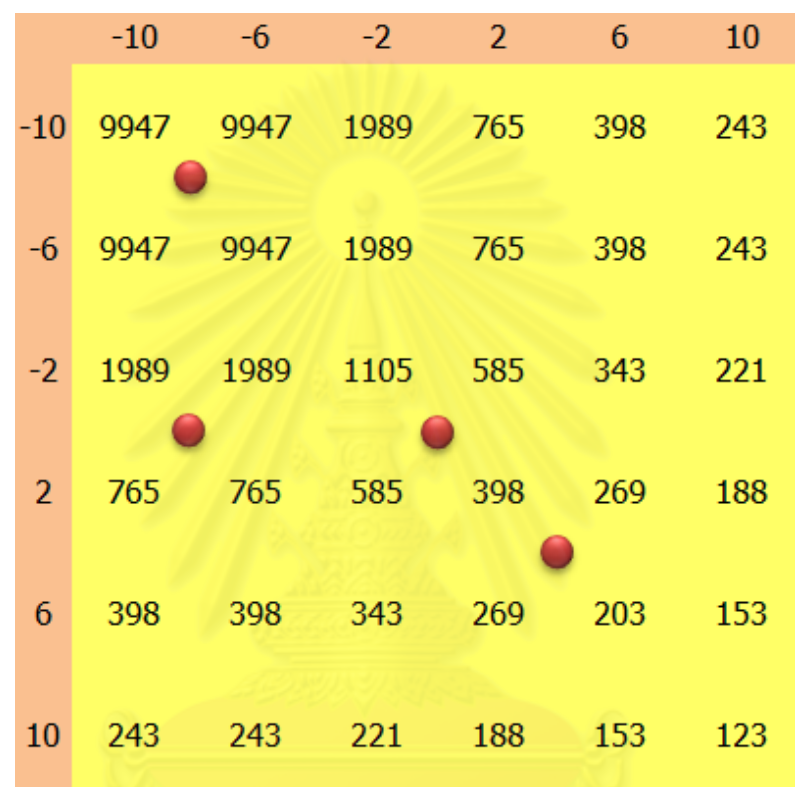
ตารางที่ 4.4 ผลรวมค่าเฉลี่ยจำนวนนับรังสี จุดวัดรังสี 4 จุด

ตำแหน่ง	mean
(-8,-8)	85.5
(-4,-8)	119.75
(0,-8)	157
(4,-8)	174.5
(8,-8)	157
(-8,-4)	119.75
(-4,-4)	200.75
(0,-4)	333.75
(4,-4)	413.5
(8,-4)	333.75
(-8,0)	157
(-4,0)	333.75
(0,0)	1127.5
(4,0)	1790.5
(8,0)	1127.5
(-8,4)	174.5
(-4,4)	413.5
(0,4)	1790.5
(4,4)	2984
(8,4)	1790.5
(-8,8)	157
(-4,8)	333.75
(0,8)	1127.5
(4,8)	1790.5
(8,8)	1127.5

ผลการทดสอบ ตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีอยู่ที่ (4,4) อัตรานับรังสีที่
 ปลดปล่อยจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสี $= 2984 \times 32 \mu = 299984$

4.1.2 จำนวน 2 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

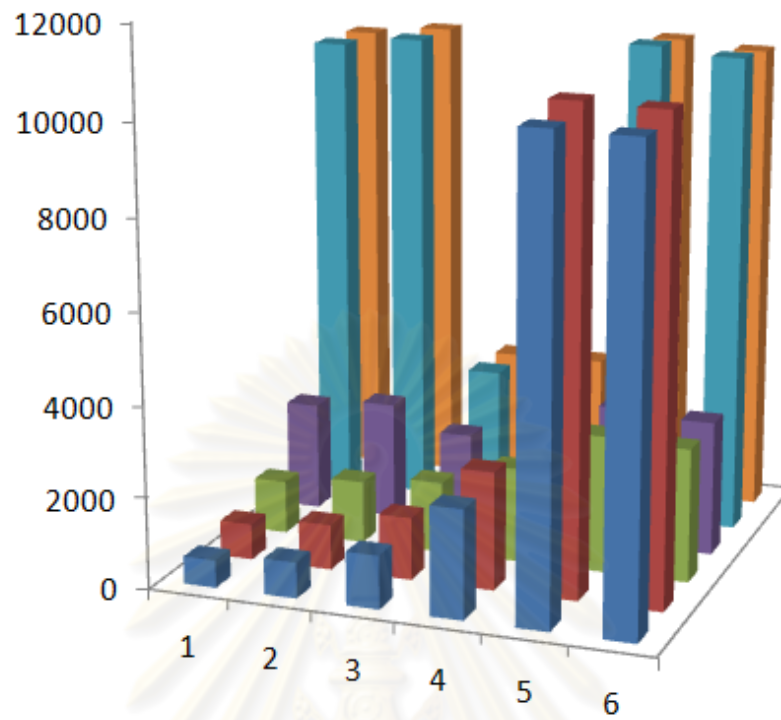
การทดสอบกรณี 2 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี กับค่าจากการคำนวณ ทดสอบโดยใช้ ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีอัตราการนับรังสีที่ปลดปล่อย 2 ต้นกำเนิดที่มีอัตราส่วนเป็น 1:1, 4:3, 2:1 และ 4:1 โดยมีระยะห่างของตำแหน่งต่างๆกัน ผลการทดสอบเป็นดังรูปที่ 4.6



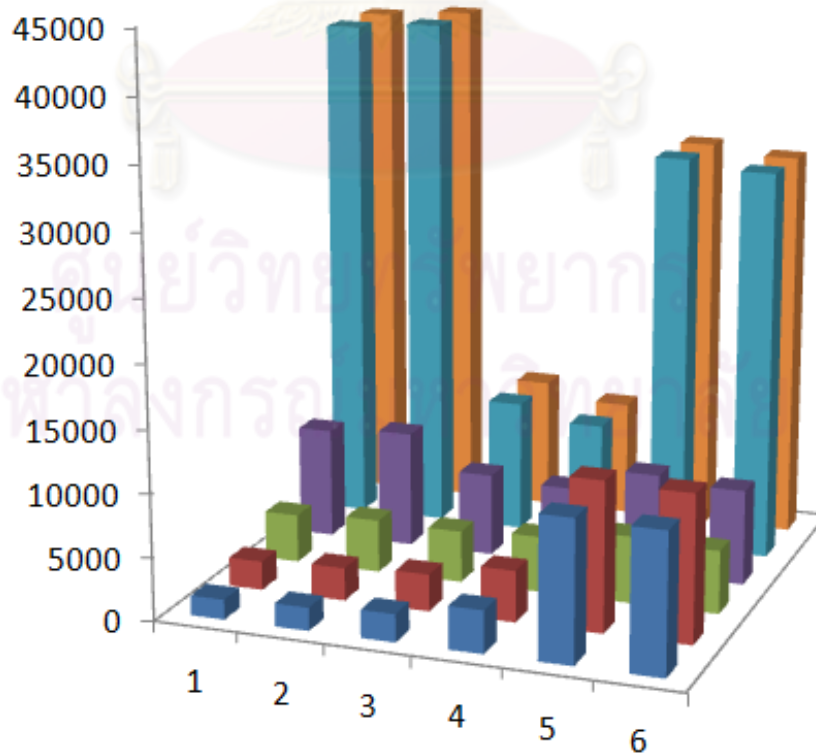
รูปที่ 4.6 ตำแหน่งต้นกำเนิดกัมมันตรังสีสำหรับใช้ทดสอบ

4.1.3 จำนวน 3 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

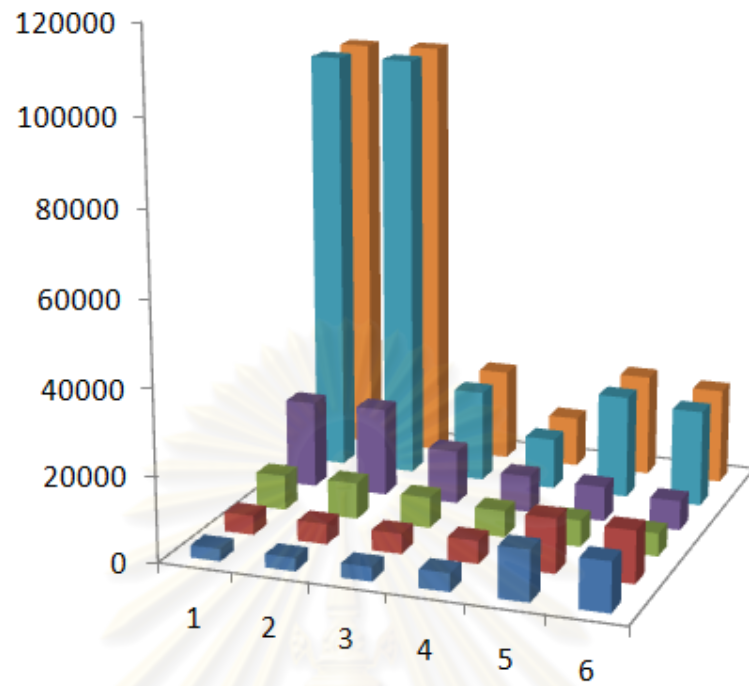
การทดสอบกรณี 3 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี กับค่าจากการคำนวณ ทดสอบโดยใช้ ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีอัตราการนับรังสีที่ปลดปล่อย 3 ต้นกำเนิดที่มีอัตราส่วนเป็น 1:1:1, 4:3:1, 10:2:1 และ 10:8:1 โดยมีระยะห่างของตำแหน่งต่างๆกัน ผลการทดสอบทั้ง 4 กรณี แสดงได้ดังรูปที่ 4.7,4.8,4.9 และ 4.10



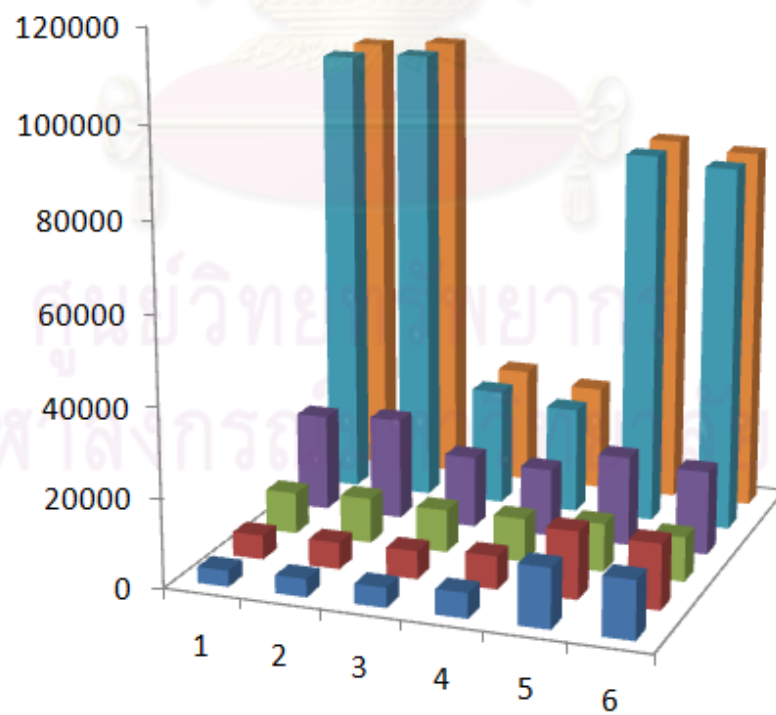
รูปที่ 4.7 อัตราการนับรังสีที่ปลดปล่อยอัตราส่วน 1:1:1



รูปที่ 4.8 อัตราการนับรังสีที่ปลดปล่อยอัตราส่วน 4:3:1



รูปที่ 4.9 อัตราการนับรังสีที่ปลดปล่อยอัตราส่วน 10:2:1



รูปที่ 4.10 อัตราการนับรังสีที่ปลดปล่อยอัตราส่วน 10:8:1

4.2 ผลการทดสอบโปรแกรมด้วยค่าจากการวัดจริง

สำหรับการวัดสำหรับการวัดค่าความแรงด้วยต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจริง ได้ทำการวัดค่าโดยใช้ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี Cs-137 ที่มีความแรงต่างกัน 3 ระดับความแรง 10 μCi , 30 μCi และ 100 μCi โดยระยะสำหรับการวัดคือ 30 เซนติเมตร ทำการวัดจำนวน 4 ครั้ง ดังนี้.-

1. จำนวน 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี Cs-137 10 μCi ที่ตำแหน่ง -4,-4
2. จำนวน 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี Cs-137 10 μCi ที่ตำแหน่ง -5,-5
3. จำนวน 2 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี Cs-137 10 μCi ที่ตำแหน่ง -4,-4 และ Cs-137 30 μCi ที่ตำแหน่ง 0,8
4. จำนวน 3 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี Cs-137 10 μCi ที่ตำแหน่ง -4,-4 ,Cs-137 30 μCi ที่ตำแหน่ง 0,8 และ Cs-137 100 μCi ที่ตำแหน่ง 8,-8



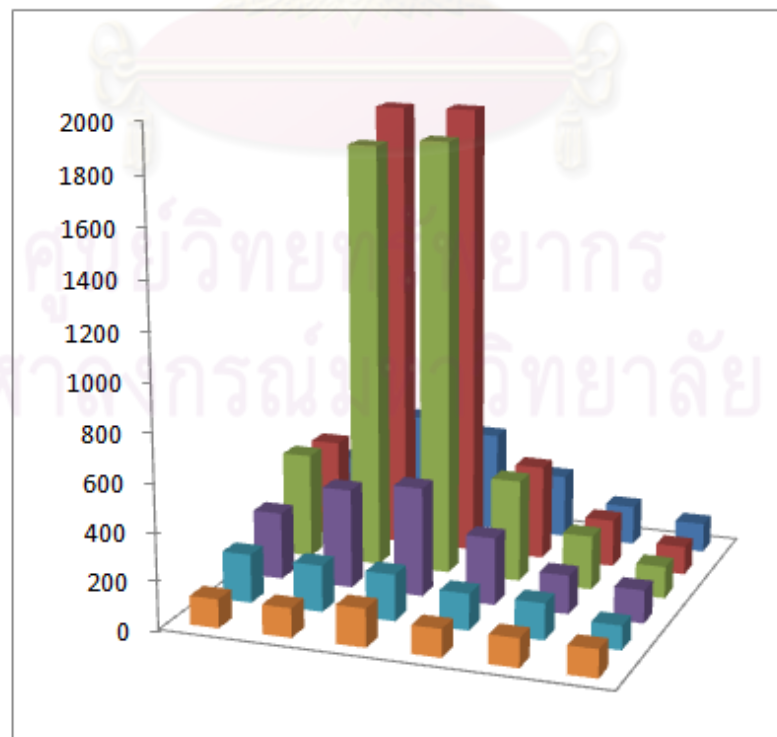
รูปที่ 4.11 พื้นที่บริเวณวัดค่าอัตราการปลดปล่อยรังสี



รูปที่ 4.12 หัววัดที่ใช้ในการวัดค่าความแรงรังสี

ผลการวัดเมื่อ ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี Cs-137 10 μCi อยู่ที่ตำแหน่ง -4,-4

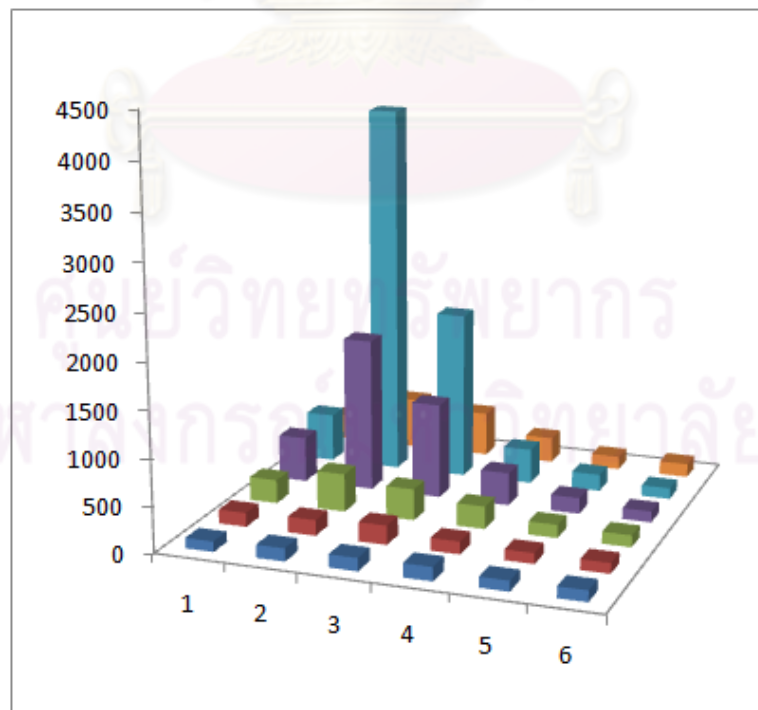
	-10	-6	-2	2	6	10
-10	249	469	420	267	165	123
-6	411	1887	1894	398	199	119
-2	441	1778	1813	428	227	133
2	282	415	457	282	162	138
6	203	194	194	153	152	100
10	120	122	160	117	120	117



รูปที่ 4.13 ตารางค่าจำนวนนับรังสี(บน)และแผนภูมิแท่งของจำนวนนับรังสี(ล่าง)

ผลการวัดเมื่อ ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี Cs-137 10 μCi อยู่ที่ตำแหน่ง -5,-5

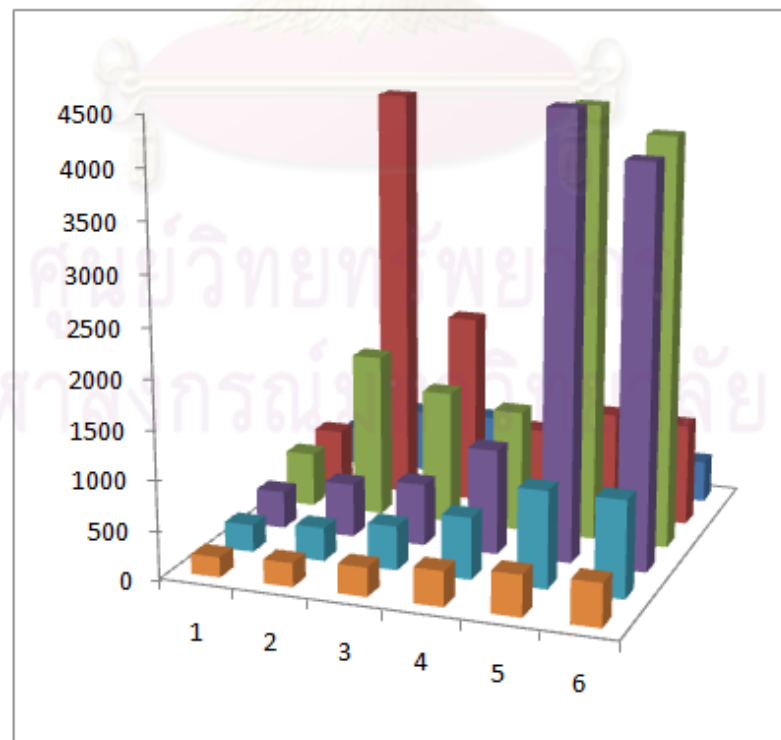
	-10	-6	-2	2	6	10
-10	284	556	481	276	144	147
-6	525	4028	1821	379	181	119
-2	491	1663	1030	358	174	120
2	257	414	340	246	143	129
6	151	169	208	137	115	114
10	112	140	140	150	114	121



รูปที่ 4.14 ตารางค่าจำนวนนับรังสี(บน)และแผนภูมิแท่งของจำนวนนับรังสี(ล่าง)

ผลการวัดเมื่อ Cs-137 10 μCi อยู่ที่ตำแหน่ง -4,-4 และ Cs-137 30 μCi อยู่ที่ตำแหน่ง 0,8

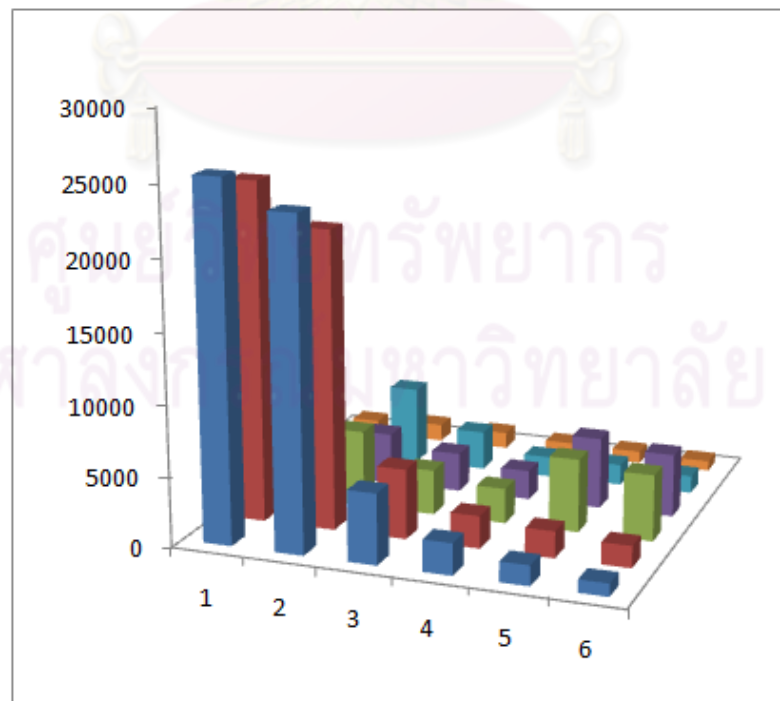
	-10	-6	-2	2	6	10
-10	384	657	672	537	498	425
-6	580	4257	1956	832	1078	1042
-2	555	1671	1365	1240	4395	4144
2	380	545	631	1068	4483	4029
6	278	339	448	627	984	983
10	204	242	294	357	420	439



รูปที่ 4.15 ตารางค่าจำนวนนับรังสี(บน)และแผนภูมิแท่งของจำนวนนับรังสี(ล่าง)

ผลการวัดเมื่อ Cs-137 10 μCi อยู่ที่ตำแหน่ง -4,-4 ,Cs-137 30 μCi อยู่ที่ตำแหน่ง 0,8
และ Cs-137 100 μCi อยู่ที่ตำแหน่ง 8,-8

	-10	-6	-2	2	6	10
-10	1004	1248	1181	944	871	725
-6	1601	5598	2826	1478	1494	1259
-2	2512	3673	2809	2115	5097	4520
2	5319	5478	3218	2506	5239	4742
6	24167	21214	4989	2319	1910	1566
10	25416	23409	5041	2266	1444	919



รูปที่ 4.16 ตารางค่าจำนวนนับรังสี(บน)และแผนภูมิแท่งของจำนวนนับรังสี(ล่าง)

4.3 ผลการเขียนโปรแกรม MATLAB

ผลการเขียนโปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการคำนวณ แบ่งเป็นโปรแกรมย่อย 4 โปรแกรม รายละเอียดแต่ละโปรแกรมย่อยเป็นดังนี้

4.3.1 โปรแกรมย่อย peak_detector

เป็นโปรแกรมที่ใช้ในการหาตำแหน่งสูงสุดของค่าในการนับรังสี โดยเปรียบเทียบค่าสูงสุดเริ่มต้นเท่ากับ 0 หากมีค่าใดสูงกว่าจะถือว่าเป็นค่าสูงสุด

```

peak=0;
for i=1:6
for j=1:6
    if data(i,j)>peak
        peak=data(i,j);
        imax=i;
        jmax=j;
    end
end
end
fprintf('peak=%5d row=%1d column=%1d\n',peak,imax,jmax

```

4.3.2 โปรแกรมย่อย calc_inner

เป็นโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสี

```
function [xmin ymin str]=calc_inner(a,b,c,d)
```

```
n=1;
```

```
epmin=100000000;
```

```
for i=0:0.1:10
```

```
    for j=0:0.1:10
```

```
        for s=0:500:2000000
```

```
            ep=(s/(4*pi*((i-0)^2+(j-0)^2))-
```

```
a)^2+(s/(4*pi*((i-0)^2+(j-10)^2))-b)^2+(s/(4*pi*((i-10)^2+(j-
```

```
0)^2))-c)^2+(s/(4*pi*((i-10)^2+(j-10)^2))-d)^2;
```



```

        if ep<epmin
            xmin=i;
            ymin=j;
            str=s;
            epmin=ep;
            fprintf(' no.%5d error%15.4f
%15.2f %15.2f %15.2f \n',n,epmin,xmin,ymin,str)
            n=n+1;
        end
    end
end
end
end

```

4.3.3 โปรแกรมย่อย data_pattern

เป็นโปรแกรมที่ใช้ในการเปรียบเทียบค่าของการนับรังสีกับ ค่าที่เกิดจากการ
คำนวณความแรงที่ควรจะเป็นเมื่อกำหนดอัตราการนับรังสีที่ปลดปล่อยได้

```

output=[
    0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
];
for i=1:6
    for j=1:6
        strength=str/(4*pi*((row-10*i)^2+(col-10*j)^2));
        output(i,j)=output(i,j)+strength
    end
end
end

```

4.3.4 โปรแกรมย่อย error

ใช้ในกรณีตรวจสอบค่าสุ่มทางสถิติ กับค่าจากการคำนวณจริง

```
poison=round(sqrt(data))
```

```
differ=round(abs(output-data))
```



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

การพัฒนาเทคนิคสำหรับการระบุตำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีในงานวิจัยนี้ เป็นการใช้เทคนิคเชิงตัวเลข โดยอาศัยสมการของความแรงรังสีของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีรูปแบบการกระจายรังสีในลักษณะทรงกลม เทคนิคการวัดต้องวัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้วยระยะทางที่คงที่ จะทำให้สามารถคำนวณหาตำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีได้ โดยเทคนิคนี้สามารถคำนวณหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีได้กับต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่อยู่ในบริเวณที่วัด หรืออยู่นอกบริเวณที่วัดรังสีด้วย การคำนวณใช้เทคนิคกำลังสองน้อยสุด ส่วนในกรณีที่จำนวนของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีมีมากกว่า 1 ต้นกำเนิดกัมมันตรังสี ก็ใช้เทคนิคเดียวกันโดยหาความแรงรังสีและตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจุดแรกก่อน เมื่อได้ตำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจุดแรกแล้ว ข้อมูลที่ได้จะลบออกจากข้อมูลการวัดเดิม และสามารถหาตำแหน่งและความแรงของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจุดต่อไปได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากการวิจัยนี้ได้สมมติฐานว่า ต้นกำเนิดกัมมันตรังสีเป็นแบบจุด การหาตำแหน่งของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีจึงใช้สมการการกระจายรังสีแบบทรงกลม แต่เนื่องจากต้นกำเนิดกัมมันตรังสีที่มีอยู่จริงจะมีรูปร่างต่างๆ ไม่เป็นจุด การใช้สมการการแผ่รังสีแบบทรงกลมจะไม่สามารถนำมาใช้ได้ ในการศึกษาต่อไปควรวิจัยโดยคำนึงถึงรูปร่างของต้นกำเนิดกัมมันตรังสีด้วย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

S.Long,L.Martin. Optimisation of systems to locate discrete gamma-ray source within a large search area. Journal of Environmental Radioactivity 94(2007)41-53

Klaus-Peter Ziock,Karl E. Nelson. Maximum detector sizes required for orphan source detection.Nuclear Instrument and Methods in Physics ResearchA 579(2007)357-362

K.Kurvinen,P.Smolander,R.Pollanen,S.Kuukankorpi,M.Kettunen,J.Lyytien.Design of a radiation surveillance unit for an unmanned aerial vehicle. Journal of Environmental Radioactivity 81(2005)1-10

M.A.ISLAM,G.D.ROY. A Mathematical Model in Locating an Unknown Emission Source. Water,Air,and Soil Pollution 136(2002)331-345



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ร้อยเอกเกดิษฐ์ ใจดี เกิดที่จังหวัดนครสวรรค์ เมื่อวันที่ 21 มี.ค. 2520 จบปริญญาตรี จากคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เมื่อ พ.ศ. 2542 เข้ารับการศึกษาสาขานิวเคลียร์เทคโนโลยี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปี พ.ศ. 2550 ปัจจุบันทำงานเป็นนักวิจัย สถาบันเทคโนโลยีป้องกันประเทศ (องค์การมหาชน)



ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย