



บรรณานุกรม

ภาษาไทย

หนังสือ

- ฐะปะนีย์ นาครทรรพ. เอกสารประกอบการสอนวิชาภาษาไทยระดับมัธยมศึกษา.  
กรุงเทพมหานคร: แผนกวิชามัธยมศึกษาคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,  
2522.
- นิพนธ์ สุขปรดี. นวัตกรรมเทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน, 2519.
- ประติพันธ์ อุปรมัย. เอกสารการสอนชุดวิชาวิทยาการการสอน หน่วยที่ 1-7. กรุงเทพมหานคร:  
สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2527.
- ยุพิน ทิทธิสกุล. การนิเทศการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร, 2527.
- \_\_\_\_\_. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทพณิชการพิมพ์จำกัด,  
2523.
- ศรียา และประภัสร์ นิยมธรรม. การสอนเพื่อบรรดิการ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์  
อักษรบัณฑิต, 2520.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. คู่มือการใช้หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521.  
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จ้งเจริญการพิมพ์, 2521.
- \_\_\_\_\_. คู่มือการสอนซ่อมเสริม. กรุงเทพมหานคร: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2524.
- \_\_\_\_\_. คู่มือการบริหารการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524. กรุงเทพมหานคร:  
โรงพิมพ์จ้งเจริญการพิมพ์, 2524.
- \_\_\_\_\_. การสอนซ่อมเสริม. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์, 2525.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. การสอนซ่อมเสริม. กรุงเทพมหานคร: กรมสามัญศึกษา กระทรวง  
ศึกษา, 2523.

อัญชลี แจ่มเจริญ และสุกัญญา ธารีวรรณ. หลักการสอนและการเตรียมประสบการณ์ภาคปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์เฉลิมชัยการพิมพ์, 2523.

อำนวยการ เลิศชยันตี. คู่มือการสร้างข้อสอบและการประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์อำนวยการพิมพ์, 2527.

### บทความ

เป็รื่อง กุญท. "การจัดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล." ศรีนครินทร์วิโรฒ. 18 (ธันวาคม 2525): 13.

เลขา ปิยอัจฉริยะ. "การสอนตามเอกัตภาพ." วารสารครูศาสตร์. 4 (กุมภาพันธ์-พฤษภาคม 2517), 18.

ศิริกาญจน์ โกสมภ. "การสอนซ่อมเสริมไม่ใช่การสอนพิเศษ." ประชาศึกษา 30 (8 มีนาคม 2522): 10-12.

อรสา ดิศิระ. "การสอนเป็นรายบุคคล." ศรีนครินทร์สาร 1 (มิถุนายน-กันยายน 2517), 5.

อาภรณ์ ชาดิบุษ. "การศึกษาในอนาคต." วารสารครูศาสตร์ 3 (เมษายน-กรกฎาคม 2516): 10.

อำไพ สุจริตกุล. "การสอนเพื่อซ่อมเสริม." วารสารครูศาสตร์ 1 (มิถุนายน-กันยายน 2514): 141-153.

### เอกสารอื่น ๆ

จันทร์ฉาย เตมียาควร และกรองกาญจน์ ไชยวงศ์. "การศึกษาเปรียบเทียบผลการเรียนวิชาเทคโนโลยีทางการศึกษาของนักศึกษาปริญญาตรี วิชาโทเทคโนโลยีทางการศึกษาระหว่างกลุ่มที่ใช้วิธีเรียนด้วยตนเองกับกลุ่มที่ใช้วิธีสอนแบบปกติ." คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2526.

คณีย ยังคง. "การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้นสำหรับมัธยมศึกษาตอนปลาย." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

- นิตย์ กุลละวณิชย์. "การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอันดับและอนุกรม สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชา มัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- นุพรรณ จาริยานิช. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์ 4 ของนักศึกษาผู้ใหญ่แบบเบ็ดเสร็จ ระดับที่ 4 ที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต แผนกการการศึกษาผู้ใหญ่ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. "การทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน ของนักศึกษาชั้น ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนตามปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต แผนกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520.
- พนิดา พิสิฐอมรชัย. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มอ่อนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่เรียนเสริมจากครูกับกลุ่มที่เรียนเสริมจากเพื่อนนักเรียน." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528.
- ยุพิน ทิทธิกุล, ปนิตา ศิริกุลวิเชฐ, กรรณิการ์ อีระเวชเจริญชัย และ ดร.ณพร สิงห์ศิริ. "เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งเรียนด้วยการตรวจแบบฝึกหัดโดยครู และด้วยตนเองจากการเฉลยคำตอบของครู." ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์, 2528.
- ระวีวรรณ เทนอิสสระ. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องเวกเตอร์ ซึ่งสอนโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนกับการสอนปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต แผนกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2522.

- ละ เอียด อุตมรัตน์. "ชุดการสอนรายบุคคลวิชาฟิสิกส์สำหรับนักศึกษาผดุงครรภ์."  
วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์  
มหาวิทยาลัย, 2518.
- สมคิด วงศ์นาถ. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์  
สัญลักษณ์ โดยใช้ชุดการสอนตามเอกัตภาพกับการสอนแบบบรรยายระดับประกาศนียบัตร  
วิชาการศึกษาระดับสูง." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิต  
วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.

### ภาษาอังกฤษ

#### Books

- Billows, F.L. The Techniques of Language Teaching. London: Longmans,  
1961.
- Blake, Howard E. and McPherson, Ann W. Individualized Instruction  
Programs and Materials. New Jersey: Educational Technology  
Publications, Inc., 1973.
- Cooper, Signe Skott and Hornback, May Shiga. Continuing Nursing  
Education. New York: McGraw-Hill Book Company A Blakiston  
Publication, 1973.
- Dacanay, Fer. Techniques and Procedures in Second Language Teaching.  
ed, by J. Donald Bowen. Quezion City: Phoenix Pub. House,  
1963.
- Dunn, Rita and Dunn, Stefford. Practical Approach Individualizing  
Instruction: Contracts and other Effecton Teaching Strategies.  
New York: Parker, 1972.
- Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education.  
New York: McGraw-Hill Book Co., 1966.

- Harris, Albert J. How to Increase Reading Ability. 4th ed. New York: David McKay Co., 1966.
- Kochevar, Deloise E. Individualized Remedial Reading Techniques for the Classroom Teacher. New York: Parker Publishing Company, 1975.
- Krishnamurthy, V. "Styles in Programming." A Handbook of Programmed Learning. India Association for Programmed Learning Baroda-2, Gamdi-Anand Gujarat State, India: Anand Press, n.d., 1970.
- Krulik, Stephen, and Weise, Ingrid B. Teaching Secondary School Mathematics. Philadelphia: W.B. Saunders Company, 1975.
- Mehrens, William A. and Lehmann, Irvin J. Standardized Tests in Education. 2d ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1975.
- Ostle, Bernard. Statistics in Research : Basic Concepts and Techniques for Research Workers. 2d ed. Calcutta: The IOWA State University Press, 1966.
- Schorling, Raleigh. The Teaching of Mathematics. Michigan: The Ann Arbor Press, 1963.
- Walpole, Ronald E. Introduction to Statistics. 2d ed. New York: MacMillan Publishing Co., 1974.

#### Articles

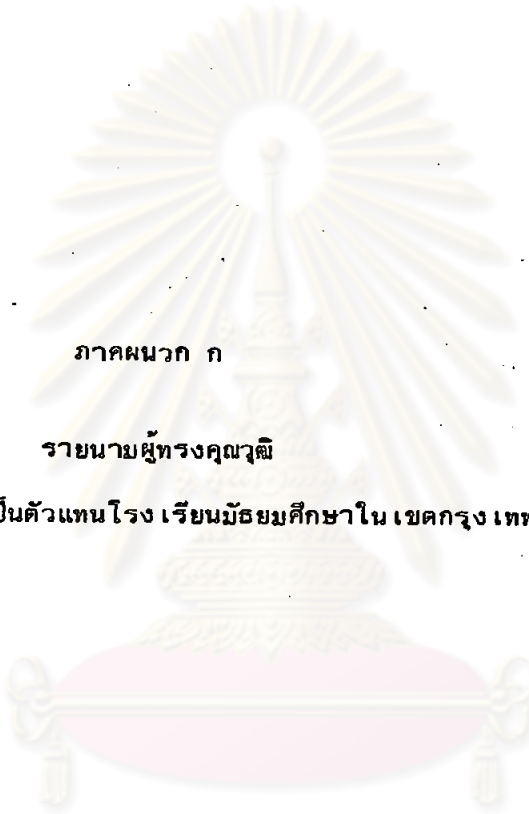
- Arlin, Marshall and Ian, Westbury. "The Leveling Effect of Teaching Pacing on Science Content Mastery." Journal of Research in Science Teaching 13 (May 1976): 213.

- Brown, Robert O Jr. "A Comparison Test Scores of Student Using Programmed Instruction Materials with Those of Students Not Using Programmed Instruction Materials." A.V. Communication Review 15 (Summer 1967): 183-187.
- Candler, Ann C., Blackburn, Gary M. and Sowell, Virginia. "Peer Tutoring as a Strategy Individual Instruction." Education 100 (Spring 1980): 380-383.
- Dwyer, Francis M. "The Effect of I.Q. Level on the Instructional Effectiveness of Black and White and Color." AV Communication Review 24 (Spring 1976): 50.
- Ronshausen, Nina L. "Programmed Tutoring : An Instructional Method for Primary School Mathematics." Education Technology 15 (January 1975): 22-27.
- Other materials
- Holcomb and Craine, Louis. "The Effects of Individualized Multimedia Instructional material on Cognitive Achievement in the Collegiate Principles of Accounting." Dissertation Abstracts International 36 (February 1976): 4973A-4974A.
- Hulteen, Curtis Dean. "Attitude and Perceptions Concerning Personalized System of Instruction." Dissertation Abstracts International 36 (March 1976): 5930-A.
- Stone, James Lenious. "The Effect of Individualized Learning Activity Packages in Mathematics on the Academic Achievement of Seven and Eight Grade Student in the Demopolis City School." Dissertation Abstracts International 36 (August 1975): 690-A.



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายชื่อโรงเรียนที่คัดเลือกไว้เป็นตัวแทนโรงเรียนมัธยมศึกษาในเขตกรุงเทพมหานคร

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รายนามผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาแบบฝึกหัดพิเศษ เรื่องลำดับ-อนุกรมและแคลคูลัส เบื้องต้น

1. รองศาสตราจารย์สุเทพ จันทรสัมศักดิ์ หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน
2. นายสุวิทย์ ศรีศักดิ์วรชัย หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์  
โรงเรียนศึกษานารี
3. นายประสิทธิ์ คุณมาศ ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์  
ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5  
โรงเรียนสตรีวิทยา



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายชื่อโรงเรียนที่ตัดไว้เป็นตัวแทนโรงเรียนมัธยมศึกษา

## ในเขตกรุงเทพมหานคร

ศึกษานารี

ทวีธาภิเศก

สตรีมหาพฤฒาราม

เตรียมอุดมศึกษา

เทพศิรินทร์

สายปัญญา

ศรีอยุธยา

สันติราษฎร์วิทยาลัย

สามเสนวิทยาลัย

เบญจมาชาลัย

วัดมกุฏกษัตริย์

สตรีวิทยา

สวนกุหลาบวิทยาลัย

ยานนาวาวิทยาลัย

วัดสุทธิวราราม

ชิโนรสวิทยาลัย

บดินทร์เดชา

บางกะปิ

สตรีวิทยา 2

สิงหนราชพิทยาคม

หอวัง

ปทุมคงคา

พระโขนงพิทยาลัย

สายน้ำผึ้ง

เตรียมอุดม

สุรศักดิ์มนตรี



ภาคผนวก ข

แบบฝึกหัดพิเศษ

- จุดประสงค์
- แบบฝึกหัด
- เฉลยแบบฝึกหัด

รายชื่อเอกสารที่ใช้เรียนด้วยตนเอง

- รายชื่อหนังสือหรือ เอกสารและชื่อผู้แต่ง
- ตัวอย่างบทเรียนแบบ โปรแกรมชนิดเส้นตรง

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 1

จุดประสงค์

1. หาลิมิตของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
2. บอกลำดับคอนเวอร์เจนต์หรือลำดับไดเวอร์เจนต์ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดลำดับให้

แบบฝึกหัด

1. จงหาลิมิตของลำดับที่มีพจน์ที่  $n$  คือ  $A_n = 10 - \frac{2^n + 2^{n-1} - 1}{2^{n+1}}$
2. กำหนด  $A_n = \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 10}$  จงหา  $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$
3. ลำดับ  $2, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{2\sqrt{2}}, 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$  เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์หรือลำดับไดเวอร์เจนต์ และถ้าลำดับมีลิมิตจงหาลิมิตด้วย
4. จงหา  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2}{n+1} - \frac{n^2}{n+2} \right)$
5. ถ้า  $\lim_{n \rightarrow \infty} x^n = 0$  เมื่อ  $-1 < x < 1$   
จงหา  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 3^{n-1}}{2^{n+1} + 5^{n-1}}$
6. ถ้าพจน์ที่  $n$  ของลำดับเป็น  $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+\sqrt{n+\sqrt{n}}}}$  ลำดับนี้เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์หรือลำดับไดเวอร์เจนต์ และจงหาลิมิตของลำดับ ถ้ามีลิมิต
7. จงหา  $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-x}$  เมื่อ  $e \approx 2.71828$
8. จงหา  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15(-1)^{n-1} 2^{-n}}{3}$

## คาบที่ 2

## จุดประสงค์

1. หาผลบวกของ  $n$  พจน์แรกของอนุกรมที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
2. แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับอนุกรม เลขคณิตและอนุกรม เรขาคณิตได้อย่างถูกต้อง

## แบบฝึกหัด

1. จงหา  $S_n$  ของอนุกรม  $\log a + \log ar + \log ar^2 + \dots + \log ar^{n-1} + \dots$
2. จงหา  $S_n$  ของอนุกรม  $1 + (1 + \frac{1}{2}) + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}) + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3}) + \dots + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}) + \dots$
3. จงหา  $S_n$  ของอนุกรม  $1 + \frac{1+2}{2} + \frac{1+2+3}{3} + \frac{1+2+3+4}{4} + \dots + \frac{1+2+3+4+\dots+n}{n} + \dots$
4. จงหา  $S_n$  ของอนุกรม  $1 + \frac{1^2+2^2}{1+2} + \frac{1^2+2^2+3^2}{1+2+3} + \dots + \frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{1+2+3+\dots+n} + \dots$
5. จงหาผลรวมของค่าในสูตรคูณ ตั้งแต่สองคูณหนึ่งเป็นสอง สองคูณสองเป็นสี่ สองคูณสามเป็นหก จนกระทั่งสิบสองคูณสิบสองเป็นหนึ่งร้อยสี่สิบสี่
6. ถ้า  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  เป็นผลบวก  $n$  พจน์ ของลำดับเรขาคณิต  $n$  ชุด ซึ่งต่างมีพจน์แรกเป็น 1 และอัตราส่วนร่วมเป็น  $1, 2, 3, \dots, n$  ตามลำดับ  
จงแสดงว่า  $S_1 + S_2 + 2S_3 + 3S_4 + \dots + (n-1)S_n = 1^n + 2^n + 3^n + \dots + n^n$
7. จงหาผลบวกของอนุกรม  $(1 \times 4) + (2 \times 7) + (3 \times 10) + \dots + (n)(1+3n) + \dots$  ถึง  $n$  พจน์
8. จงหาผลบวกถึง  $n$  พจน์ของอนุกรม  $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + (n)(n+1)(n+2) + \dots$
9. จงหาผลบวกถึงพจน์ที่  $n$  ของอนุกรม  
$$\frac{1}{(1+x)(1+2x)} + \frac{1}{(1+2x)(1+3x)} + \frac{1}{(1+3x)(1+4x)} + \dots + \frac{1}{(1+nx)(1+(n+1)x)} + \dots$$
10. จงหาผลบวกถึง  $n$  พจน์ของอนุกรม  
$$\frac{5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{7}{2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{3^2} + \frac{9}{3 \cdot 4} \cdot \frac{1}{3^3} + \frac{11}{4 \cdot 5} \cdot \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{2n+3}{n(n+1)} \cdot \frac{1}{3^n} + \dots$$

11. จงหาผลบวกถึง  $n$  พจน์ของอนุกรม

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + \dots$$

12. จงหาผลบวกถึง  $n$  พจน์ของอนุกรม  $6+7+9+13+21+ \dots + (2^{n-1}+5)+\dots$

13. สมจินต์ ปล่อยลูกบอลลูกหนึ่งลงมาจากที่สูง 90 ซม. เมื่อลูกบอลตกลงมากระทบพื้นแล้ว กระดอนขึ้นไปได้สูงเป็นระยะ  $\frac{2}{3}$  เท่าของความสูงที่ตกลงมา เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จงหาว่าลูกบอลจะเคลื่อนที่ได้ระยะทางทั้งหมด เท่าไรก่อนที่มันจะหยุดอยู่บนพื้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## คาบที่ 3

## จุดประสงค์

หาผลบวกอนันต์ของอนุกรมอนันต์ได้อย่างถูกต้อง

## แบบฝึกหัด

1. จงหาค่าของ  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} + \dots$
2. อนุกรม  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(n\pi - \frac{\pi}{2}) + (-1)^{n+1}}{(-1)^{n+3} \cdot 5} \right]^n$  มีผลบวกเท่าไร
3. จงหาผลบวกของอนุกรม  $\log_{\frac{1}{a^2}} b + \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{a^2}} b + \frac{1}{4} \log_{\frac{1}{a^2}} b + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \log_{\frac{1}{a^2}} b + \dots$
4. กำหนดให้สามเหลี่ยมด้านเท่ารูปที่  $(n+1)$  เกิดจากการลากเส้นต่อจุดกึ่งกลางด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปที่  $n$  ถ้าขบวนการสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่านี้ไม่สิ้นสุด และผลบวกของเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปที่ 1 เป็น  $p$  จงหาผลบวกของเส้นรอบรูปทั้งหมดของสามเหลี่ยมเหล่านี้
5. จงหาผลบวกอนันต์ของอนุกรม  $16 + 12 + 9 + \frac{27}{4} + \dots + 16\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + \dots$
6. จงหาผลบวกถึงอนันต์ของอนุกรมต่อไปนี้  
 $\frac{1}{4} \log 2 + \frac{1}{8} \log 4 + \frac{1}{16} \log 8 + \frac{1}{32} \log 16 + \dots + \frac{1}{2^{n+1}} \log 2^n + \dots$
7. ถ้า  $|x| < 1$  จงหาผลบวกถึงอนันต์ของอนุกรม  $1 - 3x + 5x^2 - 7x^3 + \dots$
8. จงหา  $S_{\infty}$  ของอนุกรม  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + \dots$
9. จงหา  $S_{\infty}$  ของอนุกรม  $1 + \frac{3}{5} + \frac{6}{5^2} + \frac{10}{5^3} + \frac{15}{5^4} + \dots + \frac{n+n^2}{2 \cdot 5^{n-1}} + \dots$

10. จงหาผลบวกอนันต์ของอนุกรม

$$1 + (1+x)\sin\theta + (1+x+x^2)\sin^2\theta + (1+x+x^2+x^3)\sin^3\theta + \dots + (1+x+x^2+x^3+\dots+x^{n-1})\sin^{n-1}\theta + \dots$$

11. กำหนด  $\frac{1}{a} > 0$  จงหาผลบวกอนันต์ของอนุกรม

$$1 + \frac{a}{1+a} + \left(\frac{a}{1+a}\right)^2 + \left(\frac{a}{1+a}\right)^3 + \dots + \left(\frac{a}{1+a}\right)^n + \dots$$

12. กำหนดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว  $a$  เป็นสี่เหลี่ยมรูปที่ 1 สี่เหลี่ยมที่ได้จากการโยงจุดกึ่งกลางด้านที่ข้างเดียวกันของสี่เหลี่ยมรูปที่ 1) เป็นสี่เหลี่ยมรูปที่ 2 / โยงจุดกึ่งกลางด้านข้างเดียวกันของรูปที่ 2 ได้สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่ 3 ถ้าขบวนการนี้ดำเนินไปเรื่อย ๆ โดยไม่รู้จบ จงหาผลบวกของเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ความที่ 4

จุดประสงค์

บอกอนุกรมคอนเวอร์เจนต์หรืออนุกรมไดเวอร์เจนต์ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดอนุกรมให้

แบบฝึกหัด

1. จงทดสอบว่าอนุกรมต่อไปนี้ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์หรืออนุกรมไดเวอร์เจนต์

$$1.1 \quad \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \frac{5}{2^4} + \frac{6}{2^5} + \dots + \frac{n+2}{2^{n+1}} + \dots$$

$$1.2 \quad \frac{3}{1^4} + \frac{3^2}{2^4} + \frac{3^3}{3^4} + \frac{3^4}{4^4} + \dots + \frac{3^n}{n^4} + \dots$$

$$1.3 \quad 2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \dots + \frac{n+1}{n} + \dots$$

$$1.4 \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{9}{32} + \dots + \frac{2^{n-1}+1}{4 \cdot 2^{n-1}} + \dots$$

$$1.5 \quad \frac{2}{1} + \frac{3}{4} + \frac{4}{9} + \frac{5}{16} + \dots + \frac{n+1}{n^2} + \dots$$

$$1.6 \quad \frac{1}{5} + \frac{2}{25} + \frac{6}{125} + \frac{24}{625} + \dots + \frac{n(n-1)(n-2)\dots(2)(1)}{5^n} + \dots$$

$$1.7 \quad \frac{2}{1^2+1} + \frac{2^3}{2^2+2} + \frac{2^5}{3^2+3} + \dots + \frac{2^{2n-1}}{n^2+1} + \dots$$

$$1.8 \quad 2 - \frac{3}{2} + \frac{9}{8} - \frac{27}{32} + \dots + 2\left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1} + \dots$$

$$1.9 \quad 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\frac{3}{2}} + \dots$$

$$1.10 \quad 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

$$1.11 \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1+2^{n-1}} + \dots$$

$$1.12 \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{n}{2^n} + \cdots$$

$$1.13 \quad \frac{1}{1 \cdot 1} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{2(2n-1)} + \cdots$$

$$1.14 \quad \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \cdots + \ln \frac{n}{n+1} + \cdots$$

$$1.15 \quad 5 - \frac{5}{2} + \frac{5}{4} - \cdots + \frac{(-1)^{n-1} \cdot 5}{2^{n-1}} + \cdots$$

2. จงพิจารณาว่าอนุกรมต่อไปนี้ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์หรืออนุกรมไดเวอร์เจนต์ เพราะเหตุใด

$$2.1 \quad \sum (\sqrt{n} + \frac{1}{2^n})$$

$$2.2 \quad \sum \left(\frac{n}{1+n}\right)^{2n}$$

$$2.3 \quad \sum \frac{\sin^2(2n+1)\pi}{(n+1)^2}$$

$$2.4 \quad \sum \frac{\log n}{n}$$

$$2.5 \quad \sum \frac{1}{\sqrt{(2n-1)(n+3)}}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## คาบที่ 5

## จุดประสงค์

1. ทาลิมิตของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง
2. บอกฟังก์ชันมีลิมิตหรือไม่มีลิมิตได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดฟังก์ชันให้
3. หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง

## แบบฝึกหัด

1. กำหนด  $h(x) = \begin{cases} x, & x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$

จงหาว่าฟังก์ชัน  $h(x)$  มีลิมิตเมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 หรือไม่ และถ้ามีจะมีค่าลิมิตเท่าไร

2. กำหนด  $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$  จงหา  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

3. ถ้า  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

3.1  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}$

3.2  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$

3.3  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 5x}$

3.4  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

4. จงหา  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{(2x-3)(\sqrt{x}-1)}{(2x+3)(x-1)} \right]$

5. จงหา  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x^3 - 27}{\sqrt{2x+3} - 3} \right]$

6. จงหา  $\lim_{x \rightarrow 4} \left[ \frac{2x - 8}{5 - \sqrt{x^2 + 9}} \right]$

7. จงหา  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 h + 3xh^2 + h^3}{2xh + 5h^2}$

8. กำหนด  $f(x) = |x|$  จงหาค่าของ  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ถ้าลิมิตหาค่าได้

9. จงหาค่าลิมิตของฟังก์ชันในข้อต่อไปนี้

9.1  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

9.2  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

9.3  $\lim_{x \rightarrow 4} |x| - x$

10. กำหนด  $f(x) = \begin{cases} x & \text{เมื่อ } x \geq 0 \\ -x & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$

11. จงหา  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+2|}{x+2}$

12. ถ้า  $f(x) = 3 + |2x - 3|$  จงหาค่าของ  $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$

13. จงหาค่าของ  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+4}}{x+4}$

14. จงหาค่าของ  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)(3x+2)(x+2)^3(x-3)^4}{(5x-3)^9}$

15. จงหาค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n} + 1}{5 - \sqrt[4]{n} + 3\sqrt{2n}}$

## คาบที่ 6

## จุดประสงค์

1. หาคอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตรได้อย่างถูกต้อง
2. หาคอนุพันธ์อันดับสูงได้อย่างถูกต้อง
3. หาคอนุพันธ์ของอิมพลิสิตฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง

## แบบฝึกหัด

1. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x) = (4x^2 + 5)^3$
2. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $g(x) = (2x^4 - 5)(3x^2 + 7x)^8$
3. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $H(x) = \frac{(2x + 1)(3x - 1)}{(x + 5)}$
4. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x) = (x^2 + 3)(2x + 5)(3x - 2)$
5. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $H(x) = (3x^2 + 2)^3(x^2 + 1)$
6. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $h(x) = \sqrt{\frac{2x - 5}{3x + 1}}$
7. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x) = \sqrt{9 + \sqrt{9 - x}}$
8. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(r) = \left(\frac{r + 1}{r^2 + 1}\right)^5 (r^3 + 2)^{\frac{2}{7}}$
9. ถ้า  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x + 6$  จงหา  $f''(x)$
10. จงหา  $f''(x)$  เมื่อ  $f(x) = \frac{2 - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$
11. ถ้า  $y = \frac{1}{1-2x}$  จงหา  $y^{(n)}$  ( $y^{(n)}$ ) หมายถึงอนุพันธ์อันดับที่  $n$
12. ถ้า  $f(x) = x^3$  จงหา  $f^{(4)}(2)$
13. กำหนด  $x^2 + y^2 = 4$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$
14. กำหนด  $x^2 + 2xy + y^2 = 4$  จงหา  $\frac{dx}{dy}$



คาบที่ 7

จุดประสงค์

1. หาค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้อนุพันธ์ได้อย่างถูกต้อง
2. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย และอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใด ๆ ได้อย่างถูกต้อง
3. แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเร็วและความเร่งได้อย่างถูกต้อง
4. แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความชันของเส้นสัมผัสหรือความชันของเส้นโค้งได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด

1. กำหนด  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$  จงหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของ  $f(x)$  ในช่วง  $[-3, 2]$
2. กำหนด  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$  จงหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของ  $f(x)$  ในช่วง  $[-3, 4]$
3. จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$
4. กำหนด  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$  จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์โดยอาศัยอนุพันธ์อันดับที่สอง
5. กำหนด  $r$  เป็นความยาวของรัศมีของวงกลม และ  $A$  เป็นพื้นที่ของวงกลม  
จงหา
  - 5.1 อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $A$  เทียบกับ  $r$  เมื่อ  $r$  เปลี่ยนจาก 3 ซม. เป็น 4 ซม.
  - 5.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $A$  เทียบกับ  $r$  เมื่อ  $r = 3$  ซม.
6. กำหนดระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่  $S(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + t^2$  จงหาความเร่ง ณ เวลาที่ความเร็วมีค่าเท่ากับ 0

7. วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ตามเส้นตรงตามกฎ  $S = t^3 - 9t^2 - 24t$  จงหา

7.1 ความเร่งเฉลี่ยจาก  $t = 2$  ถึง  $t = 4$

7.2 ความเร่งของวัตถุเมื่อ  $t = 3$

7.3 อัตราเร่งของวัตถุเมื่อ  $t = 2.5$

กำหนดให้  $S$  มีหน่วยเป็นเมตรและ  $t$  มีหน่วยเป็นวินาที

8. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบ S.H.M. (Simple Harmonic Motion) ซึ่งบรรยายได้ด้วย

$Y_t = Y_0 \sin(\omega t + B)$  โดยที่  $y_0 =$  amplitude (คงที่),  $\omega =$  angular frequency (คงที่),  $B =$  phase difference (คงที่)

จงหา 8.1 อัตราเร็วของอนุภาคที่เวลา  $t$  ใด ๆ

8.2 อัตราเร่งของอนุภาคที่เวลา  $t$  ใด ๆ

9. จงหาสมการของเส้นสัมผัสโค้ง  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$  ที่จุด  $(1, 3)$

10. จงหาสมการเส้นสัมผัสโค้ง  $y = x^3 + x$  ที่จุดซึ่งมีค่าความชันของเส้นสัมผัสเท่ากับ 4 และจงหาด้วยว่าค่าความชันของโค้งที่น้อยที่สุดเป็นเท่าไร และที่จุดไหนบนโค้งนี้

11. จงหาสมการของเส้นตั้งฉากกับโค้งที่มีสมการ  $y = \sqrt{x}$  ที่จุด  $(9, 3)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 8

จุดประสงค์

1. ทำโจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดได้อย่างถูกต้อง
2. อินทิเกรตฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
3. ทำโจทย์เกี่ยวกับอินทิเกรตที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด

1. ชายคนหนึ่งมีเชือกยาว 1000 ฟุต ต้องการนำเชือกเส้นนี้มาถักเป็นคอกรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยมีด้านหนึ่งอยู่ติดริม รั้วบ้านซึ่งไม่ต้องขึงเชือก จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังกล่าวที่ทำให้ได้พื้นที่ของคอกมีค่ามากที่สุด
2. สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุในครึ่งวงกลม ซึ่งมีรัศมีเท่ากับ  $x$  (คงที่) ได้ จะมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้างเท่าไร
3. จงคำนวณพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีค่ามากที่สุดที่สามารถบรรจุอยู่ภายในส่วนโค้งที่ล้อมรอบโดยพาราโบลา  $y^2 = 4cx$  และเส้นตรง  $x = a$  (เมื่อ  $a$  และ  $c$  คงที่) โดยที่สี่เหลี่ยมดังกล่าวจะต้องมีด้านหนึ่งอยู่บนเส้นตรง  $x = a$  และจุดมุมอีก 2 จุดอยู่บนเส้นโค้งพาราโบลา
4. จงหาค่า  $\int (2x^3 - 5x^2 + 3x + 1) dx$
5. จงหาค่า  $\int (4x + \sqrt{x^5} - 2) dx$
6. จงหาค่า  $\int \frac{2\sqrt{x} + 3x^2}{x} dx$
7. จงหาค่า  $\int (x^2 + 2)^2 d(x^2 + 2)$
8. จงหาค่า  $\int (x^2 + 3x - 5)^3 (2x + 3) dx$
9. จงหาค่า  $\int (2x^3 - x)^4 (6x^2 - 1) dx$
10. จงหาค่า  $\int \sqrt[3]{5x^2 - 1} x dx$
11. จงหาค่า  $\int_2^5 5x^2 dx$



12. จงหาค่า  $\int_0^1 (x^2 + 4) dx$
13. จงหาค่า  $\int \cos x dx$
14. จงหาสมการของเส้นโค้งที่มีความชันเท่ากับ  $2x^2 - 3x + 4$  และเส้นโค้งนี้ตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(-2, 0)$
15. ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงความชันของเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ณ จุดใด ๆ มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{3x}$  และเส้นโค้งนี้มีความชันเท่ากับ 1 ที่จุด  $(-1, 0)$  จงหาสมการของเส้นโค้งนี้



คุรุณยวิทยทรพยากร  
จุพาลงกรณมทาวิทยาลย

เฉลยแบบฝึกหัด

คาบที่ 1



ข้อ	คำตอบ
1.	$\frac{37}{4}$
2.	$\frac{1}{2}$
3.	คอนเวอร์เจนต์, 4
4.	1
5.	25
6.	คอนเวอร์เจนต์, 1
7.	1
8.	0

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## เฉลยแบบฝึกหัด

## คาบที่ 2

ข้อ	คำตอบ
1.	$\frac{n}{2} \log a^{2 \cdot n-1} r$
2.	$2n - 2 + \frac{1}{2^{n-1}}$
3.	$\frac{n}{4} (n + 3)$
4.	$\frac{1}{3} (n^2 + 2n)$
5.	6006
7.	$n(n + 1)^2$
8.	$\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$
9.	$\frac{n}{(1+x)\{1+(n+1)x\}}$
10.	$1 - \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{3^n}$
11.	$\frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$
12.	$(2^n - 1) + 5n$
13.	450

## เฉลยแบบฝึกหัด

## ตอนที่ 3

ข้อ	คำตอบ
1.	$\frac{1}{18}$
2.	$\frac{2}{3}$
3.	$2 \log_{\frac{1}{2}} b$
4.	$2p$
5.	64
6.	$\log 2$
7.	$\frac{1-x}{(1+x)^2}$
8.	$\frac{1}{4}$
9.	$\frac{125}{64}$
10.	$\frac{1}{1-x} \left( \frac{1}{1-\sin\theta} - \frac{x}{1-x \sin\theta} \right)$
11.	$1 + a$
12.	$\frac{4\sqrt{2} a}{\sqrt{2} - 1}$

## เฉลยแบบฝึกหัด

## คาบที่ 4

ข้อ	คำตอบ
1.	
1.1	คอนเวอร์เจนต์
1.2	ไดเวอร์เจนต์
1.3	ไดเวอร์เจนต์
1.4	ไดเวอร์เจนต์
1.5	ไดเวอร์เจนต์
1.6	ไดเวอร์เจนต์
1.7	ไดเวอร์เจนต์
1.8	คอนเวอร์เจนต์
1.9	คอนเวอร์เจนต์
1.10	คอนเวอร์เจนต์
1.11	คอนเวอร์เจนต์
1.12	คอนเวอร์เจนต์
1.13	คอนเวอร์เจนต์
1.14	ไดเวอร์เจนต์
1.15	คอนเวอร์เจนต์
2.	
2.1	ไดเวอร์เจนต์
2.2	คอนเวอร์เจนต์
2.3	คอนเวอร์เจนต์
2.4	ไดเวอร์เจนต์
2.5	ไดเวอร์เจนต์

## เฉลยแบบฝึกหัด

## คาบที่ 5

ข้อ	คำตอบ
1.	ไม่มีลิมิต
2.	6
3.ก.	$\frac{5}{3}$
3.ข.	$\frac{5}{3}$
3.ค.	$\frac{5}{3}$
3.ง.	$\frac{1}{2}$
4.	$\frac{1}{10}$
5.	81
6.	$\frac{5}{2}$
7.	$\frac{1}{2}$
8.	0
9.1	1
9.2	-1
9.3	0
10.	หาค่าไม่ได้
11.	-1
12.	3
13.	-1
14.	$\frac{6}{5^9}$
15.	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$

## เฉลยแบบฝึกหัด

## คำที่ 6

- | ข้อ | คำตอบ   |
|-----|---|
| 1.  | $24x(4x^2+5)^2$   |
| 2.  | $8(2x^4-5)(3x^2+7x)^7(6x+7)+(3x^2+7x)^8(8x^3)$  |
| 3.  | $\frac{(x+5)(12x+1)-(2x+1)(3x-1)}{(x+5)^2}$   |
| 4.  | $(x^2+3)(12x+11)+(6x^2+11x-10)(2x)$   |
| 5.  | $(3x^2+2)^3(2x)+3(x^2+1)(3x^2+2)^2(6x)$   |
| 6.  | $\frac{1}{3x+1} \left[ (3x+1)^{\frac{1}{2}}(2x-5)^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}(2x-5)^{\frac{1}{2}}(3x+1)^{-\frac{1}{2}} \right]$    |
| 7.  | $-\frac{1}{4}(9-x)^{-\frac{1}{2}}(9+(9-x)^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}}$  |
| 8.  | $5(r^3+2)^{\frac{2}{7}} \left( \frac{r+1}{r^2+1} \right)^4 \frac{(-r^2-2r+1)}{(r^2+1)^2} + \frac{2}{7}(r^3+2)^{-\frac{5}{7}}(3r^2)$ |
| 9.  | 18  |
| 10. | $\frac{4 + 3x + 8\sqrt{x}}{2x\sqrt{x}(2+\sqrt{x})^4}$   |
| 11. | $\frac{2^n \cdot n \cdot (n-1)(n-2) \cdots (3)(2)(1)}{(1-2x)^{n+1}}$  |
| 12. | 0   |
| 13. | $-\frac{x}{y}$  |
| 14. | -1  |

## เฉลยแบบฝึกหัด

## คาบที่ 7

ข้อ	คำตอบ
1.	16, 0
2.	144, 0
3.	ค่าสูงสุดสัมพัทธ์คือ -1, ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ไม่มี
4.	$\frac{43}{2}, \frac{2}{3}$
5.1	7π
5.2	2πr.
5.3	6π
6.	2, -1
7.1	0
7.2	0
7.3	3
8.1	$ w y_0 \cos (wt + B) $
8.2	$ w^2 y_0 \sin (wt + B) $
9.	$y = -12x + 15$
10.	$y = 4x \pm 2$ slope ที่น้อยที่สุดคือ 1
11.	$y + 6x = 57$



เฉลยแบบฝึกหัด

คาบที่ 8



ข้อ

คำตอบ

1.

พื้นที่มากที่สุดเมื่อกว้าง 250 ฟุต ยาว 500 ฟุต

2.

$$\frac{r}{\sqrt{2}}$$

3.

$$\frac{8a}{3\sqrt{3}} \sqrt{ac}$$

4.

$$\frac{x^4}{2} - \frac{5}{3}x^3 + \frac{3x^2}{2} + x + c$$

5.

$$2x^2 + \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} - 2x + c$$

6.

$$4\sqrt{x} + \frac{3x^2}{2} + c$$

7.

$$\frac{(x^2 + 2)^3}{3} + c$$

8.

$$\frac{(x^2 + 3x - 5)^4}{4} + c$$

9.

$$\frac{1}{5} (2x^3 - x) + c$$

10.

$$\frac{3}{40} \sqrt[3]{(5x^2 - 1)^4} + c$$

11.

$$\frac{5}{3}$$

12.

$$\frac{13}{3}$$

13.

$$\sin x + c$$

14.

$$y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{58}{3}$$

15.

$$y = \frac{1}{2x} + \frac{3}{2}x + 2$$

หนังสือหรือ เอกสารที่ใช้กับกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยตนเอง

ตารางที่ 3 รายชื่อหนังสือหรือเอกสารและชื่อผู้แต่ง

รายชื่อหนังสือหรือ เอกสาร	ชื่อผู้แต่ง
M. Test	ทีมงานนักศึกษาแพทย์ - วิศวะ ศิริราช - รามา - จุฬา - เกษตร
Problems Maths. (The Pre-Entrance Book)	Problems' Mechanics
Modern Compact Mathematics 1-6	ลออ เพิ่มสมบัติ สุเทพ กิตติพิทักษ์
คณิตศาสตร์ ฉบับรวม ม.4-5-6	อเนก หิรัญ
Beta Kappa's Maths (ฉบับข้อสอบสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย)	ทีมงานแพทย์ - วิศวะ - สถาปัตย์ จุฬา
หัวใจคณิตศาสตร์ 2	ก้องเกียรติ โอภาสวงการ
The Tutor (M 014)	พิริยะ เลาทพิพัฒนา จักรินทร์ สุขหมอก
เทคนิคคิดลัดคณิตศาสตร์เอ็นทรานส์	กลุ่มวิชาการนักศึกษา โครงการหนังสือเสริมเพื่อสอบคัดเลือก
Beta Kappa's Shortcuts Mathematic	ทีมงานแพทย์ - วิศวะ - สถาปัตย์ จุฬา
คณิตศาสตร์ 4 (ค 014)	รองศาสตราจารย์กมล เอกไทยเจริญ

ตารางที่ 3 รายชื่อหนังสือหรือเอกสารและชื่อผู้แต่ง (ต่อ)

รายชื่อหนังสือหรือเอกสาร	ชื่อผู้แต่ง
เสริมประสบการณ์คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เล่มสี่	รองศาสตราจารย์ ดร.ไสว นวลศรี และรองศาสตราจารย์สุเทพ จันทร์สมศักดิ์
เทคนิคการทำโจทย์ข้อสอบ เข้ามหาวิทยาลัย คณิตศาสตร์ ฉบับรวม ม.4-5-6	รองศาสตราจารย์สมัย เหล่าวานิชย์
คู่มือคณิตศาสตร์ ค 014	รองศาสตราจารย์ ดร.สรชัย พิศาลบุตร และ อดิศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์
คณิตศาสตร์แผนใหม่ ม.5 (เล่ม 2)	เสนห์ ผดุงญาติ
คณิตศาสตร์ ค 014	อเนก หิรัญ
เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยปี 2522-2528	Modern Academic Center
คู่มือคณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 4	รองศาสตราจารย์สุเทพ ทองอยู่
คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 4	ผดุงเกียรติ ประยูรศักดิ์ และคณะ
คณิตศาสตร์ กข. (Entrance)	สมคิด ตันติกุล
คณิตศาสตร์ เล่ม 1	คณะกรรมการปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย
คณิตศาสตร์ กข. (Entrance)	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณรงค์ ปิ่นน้อม และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ บุญชัย ภิญโญอนันตพงศ์
คณิตศาสตร์ กข. (Entrance)	สุภัทร ธนากร
แคลคูลัส อนุพันธ์และอินทิกรัล	มุกดา แม่นมิตร เรไร ตั้งสาโรช วินัส พิชวณิชย์ และ วิไลวรรณ ศรีอาริยะเมตตา
วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 320-321 พฤษภาคม - มิถุนายน 2528	สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรม ราชูปถัมภ์

ตารางที่ 3 รายชื่อหนังสือหรือเอกสารและชื่อผู้แต่ง (ต่อ)

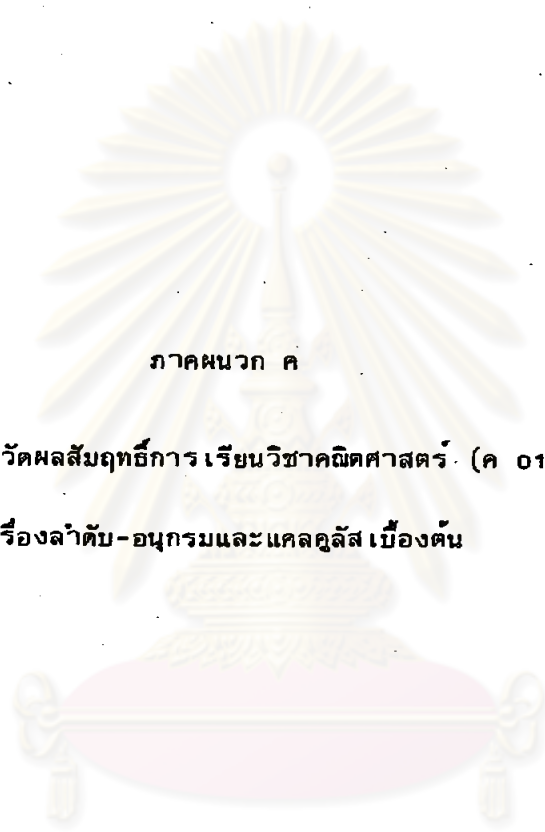
รายชื่อหนังสือหรือเอกสาร	ชื่อผู้แต่ง
Introduction to Differential Calculus and Integration	ศาสตราจารย์ฉัตรเพชร สนั่นพานิชย์
Beginning Calculus	Elliott Mendelson
Introduction to Calculus	ไมตรี ปชาเศษสุวรรณ
College Algebra	สุพจน์ ชะนะมา
เทคนิคการอินทิเกรต	ไมตรี ปชาเศษสุวรรณ
แคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์ 1	ธีรวัฒน์ นาคะบุตร
แคลคูลัส II	อุทุมพร พลาวงศ์
สมการแคลคูลัสและการประยุกต์	ไมตรี ปชา เศษสุวรรณ
คณิตศาสตร์รวม ม.4-5-6	รองศาสตราจารย์สมัย เหล่าวานิชย์
แคลคูลัสชั้นปีที่ 1 เล่มที่ 1	คณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬา
แคลคูลัสและ เรขาคณิตวิเคราะห์ 1	กมล เอกไทยเจริญ
เรขาคณิตวิเคราะห์	ศาสตราจารย์ ฉัตรเพชร สนั่นพานิชย์
แคลคูลัส ชั้นปีที่ 1 เล่มที่ 2	คณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬา
บทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์	นิตย กุลละวณิชย์
เรื่อง อันติบและอนุกรม	
บทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์	ดนัย ยังกง
เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น	
ชุดการสอนเรื่องแคลคูลัสและ ลำดับ-อนุกรม	คณะนิสิตปริญญาโท ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ตัวอย่างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง เรื่อง ลำดับ-อนุกรม

	<p>1.</p> <p>เซตของจำนวน 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8</p> <p>เรียงลำดับภายใต้กฎเกณฑ์ว่า จำนวนหลังต่างจากจำนวนหน้าอยู่ _____</p>
1	<p>2.</p> <p>เซตของจำนวน 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24</p> <p>เรียงลำดับภายใต้กฎเกณฑ์ว่า _____</p> <p>_____</p>
จำนวนหลังต่างจากจำนวนหน้าอยู่ 3	<p>3.</p> <p>เซตของจำนวน <math>\frac{3}{4}, 3, 12, 48, \dots</math></p> <p>เรียงลำดับภายใต้กฎเกณฑ์ว่า จำนวนหลังเป็น _____ ของจำนวนหน้า</p>
4 เท่า	<p>4.</p> <p>เซตของจำนวน <math>\sqrt{2}, \sqrt{6}, 3\sqrt{2}, \dots, \sqrt{2} \cdot 3^{\frac{n-1}{2}}</math></p> <p>เรียงลำดับภายใต้กฎเกณฑ์ว่า _____</p> <p>_____</p>

## ตัวอย่างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น

	<p>บทที่ 1 ความเร็วและอัตราเร็ว</p>
	<p>1.</p> <p>ถ้าความสัมพันธ์ <math>f = \{(s,t) \mid s = at^2 + bt + c\}</math></p> <p>เป็นความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง <math>s</math> หน่วย และเวลา <math>t</math> หน่วย</p> <p>ความสัมพันธ์ <math>f</math> เขียนในรูปย่อได้เป็น <math>s = at^2 + bt + c</math></p> <p>ซึ่งก็เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง.....หน่วย</p> <p>และเวลา.....หน่วย</p>
<p>s</p> <p>t</p>	<p>2.</p> <p>สมการที่แสดงค่าของ <math>s</math> ในรูปของ <math>t</math> เช่น <math>s = at^2 + bt + c</math> นี้</p> <p>เรียกว่า "สมการของการเคลื่อนที่" หรือ "ฟังก์ชันของการเคลื่อนที่"</p> <p>กล่าวโดยทั่วไป สมการของการเคลื่อนที่ในทางตรงเขียนได้ในรูป</p> <p><math>s = f(t)</math> นั่นคือระยะทาง <math>s</math> เป็นฟังก์ชันของเวลา <math>t</math> แสดงว่า</p> <p>เมื่อเวลาผ่านไป <math>t</math> หน่วย ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ไปจะเป็น</p> <p>.....หน่วย</p>
<p>s</p>	<p>3.</p> <p>ในการปล่อยก้อนหินจากที่สูงแห่งหนึ่ง ให้ตกลงมาตามแนวตั้ง สมการ</p> <p>ของการเคลื่อนที่เป็น <math>s = 4.9 t^2</math> เมื่อ <math>s</math> เป็นระยะทางหน่วย</p> <p>เป็นเมตร <math>t</math> เป็นเวลาหน่วยเป็นวินาที เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที</p> <p>นั่นคือ <math>t = 1</math> วัตถุจะเคลื่อนเป็นระยะทาง <math>s = 4.9(1)^2 = 4.9</math></p> <p>เมตร ดังนั้นเมื่อ <math>t = 2</math> วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นระยะทาง <math>s = \dots</math></p> <p>.....เมตร</p>



ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014)

เรื่องลำดับ-อนุกรมและแคลคูลัส เบื้องต้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เขียนทงนที่วไปของลำดับจำกัดได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดลำดับในรูปแฉงพจน์ให้ (ข้อ 1)
2. หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 3)
3. หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเรขาคณิตได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 2, 4)
4. บอกได้อย่างถูกต้องว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์หรือลำดับไดเวอร์เจนต์ (ข้อ 5)
5. เมื่อกำหนดลำดับคอนเวอร์เจนต์ให้หาลิมิตของลำดับนั้นได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 6, 15)
6. หาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตหรืออนุกรมเรขาคณิตได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 9, 10)
7. บอกได้อย่างถูกต้องว่าอนุกรมที่กำหนดให้เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์หรืออนุกรมไดเวอร์เจนต์ (ข้อ 11)
8. หาผลบวกของอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 12, 13, 14)
9. หาลิมิตของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 7, 8)
10. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในช่วงเวลาที่กำหนดให้ ได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 17, 19)
11. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ ได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 16, 18, 20)
12. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 21, 22, 23)
13. หาความเร็วและความเร่งในขณะเวลาใด ๆ ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ให้ (ข้อ 24, 25, 26)
14. หาความชันของเส้นโค้งและสมการของเส้นสัมผัสโค้งได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดสมการของเส้นโค้งให้ (ข้อ 27, 28, 29, 30, 37)
15. หาค่าต่ำสุด (สัมพัทธ์) หรือสูงสุด (สัมพัทธ์) ของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 32, 33)
16. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 31, 34)
17. หาฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชันให้ (ข้อ 35, 36)
18. แก้ปัญหาที่ต้องใช้ไอ เบอ เรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ได้อย่างถูกต้อง (ข้อ 38, 39, 40)



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014)

เรื่องลำดับ - อนุกรม และแคลคูลัสเบื้องต้น

เวลา 50 นาที

จำนวน 40 ข้อ

40 คะแนน

จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวจาก ก - จ แล้วทำเครื่องหมาย X  
ให้ตรงกับข้อที่ต้องการในกระดาษคำตอบ

1. พจน์ทั่วไปของลำดับ  $x, -\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{3}x^3, -\frac{1}{4}x^4, \dots$  คือข้อใด

ก.  $(-1)^{2n-1} \cdot \frac{1}{n} x^{2n-2}$

ข.  $(-1)^n \cdot \frac{1}{n} x^n$

ค.  $(-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} x^{\frac{n+1}{2}}$

ง.  $(-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n} x^n$

จ.  $(-1)^n \cdot \frac{1}{n} x^{2n-n}$

2. เศษ คำ แดง มีอายุ 10, 18, และ 30 ปี ตามลำดับ อยากรทราบว่าอีกกี่ปีอายุของคน  
ทั้งสามจะเรียงเป็นลำดับเรขาคณิต

ก. 6

ข. 8

ค. 10

ง. 12

จ. 14

3. พจน์ที่เท่าใดของลำดับเลขคณิต  $-1, -6, -11, \dots$  จึงจะเท่ากับ  $-176$

ก. 35

ข. 36

ค. 37

ง. 38

จ. 39

4. พจน์ที่ 20 ของลำดับ  $\sqrt{2}, \sqrt{6}, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{6}, \dots$  มีค่าเท่าใด

ก.  $3^8\sqrt{16}$

ข.  $3^9\sqrt{16}$

ค.  $3^{18}\sqrt{16}$

ง.  $3^{19}\sqrt{16}$

จ.  $3^{20}\sqrt{16}$

5. ลำดับในข้อใดเป็นลำดับโคเวอ์เจนต์

ก.  $3, \sqrt{3}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, \dots$

ข.  $1, 0, 1, 0, \dots$

ค.  $5, 5, 5, 5, \dots$

ง.  $-6, -\frac{5}{2}, -\frac{4}{3}, -\frac{3}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{6}, \dots$

จ.  $0, 1, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3}, \dots$

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5}{2n} \cos n^3 - \frac{3n}{6n-1} \right)$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $-\frac{1}{2}$

ข. 0

ค. 1

ง.  $\frac{1}{2}$

จ.  $\infty$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 3x^2 - 6x + 8}{x^3 - 7x^2 + 3x - 2}$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 0

ข. 1

ค. 4

ง. -4

จ.  $\infty$

8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก. -1

ข. 0

ค. 1

ง.  $\frac{1}{4}$

จ.  $\frac{1}{2}$



9. พจน์ที่เท่าใดที่ทำให้อนุกรม  $1 - 4 + 7 - 10 + 13 - 16 + \dots$  มีผลบวกเท่ากับ 100

ก. 58

ข. 66

ค. 67

ง. 72

จ. 73

10. ผลบวก n พจน์ของอนุกรม  $\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + 4 + \dots + (\sqrt{2})^n + \dots$  คือข้อใด

ก.  $(2 + \sqrt{2})\{(\sqrt{2})^n - 1\}$

ข.  $(1 + \sqrt{2})\{(\sqrt{2})^n - 1\}$

ค.  $\frac{(2 - \sqrt{2})\{(\sqrt{2})^n - 1\}}{2}$

ง.  $\frac{(1 - \sqrt{2})\{(\sqrt{2})^n - 1\}}{2}$

จ.  $(2 - \sqrt{2})\{(\sqrt{2})^n + 1\}$

11. อนุกรม  $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots$  เป็นอนุกรมอะไร

ก. อนุกรมเลขคณิต

ข. อนุกรมเรขาคณิต

ค. อนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ง. อนุกรมไดเวอร์เจนต์

จ. อนุกรมอนันต์และคอนเวอร์เจนต์

12. ผลบวกของอนุกรมอนันต์  $\frac{2}{2^2} + \frac{2}{4^2} + \frac{2}{6^2} + \frac{2}{8^2} + \dots + \frac{2}{(2n)^2} + \dots$

มีค่าเท่าใดเมื่อ  $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots = P$

ก. P

ข.  $\frac{1}{4}P$

ค.  $\frac{3}{4}P$

ง.  $\frac{1}{2}P$

จ.  $\frac{5}{7}P$

13. ผลบวกอนันต์ของอนุกรม  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}} + \dots$  เป็นเท่าไร

ก.  $\frac{2}{3}$

ข.  $\frac{3}{2}$

ค.  $\frac{5}{2}$

ง.  $\frac{2}{5}$

จ. ไม่สามารถหาค่าของผลบวกอนันต์ได้

14. ค่า  $a$  จากสมการ  $1 + 2a + 2a^2 + \dots + 2a^{n-1} + \dots = \frac{3}{2}$  เป็นเท่าใด

ก.  $\frac{2}{3}$

ข.  $\frac{1}{5}$

ค.  $\frac{2}{5}$

ง.  $\frac{3}{5}$

จ.  $\frac{4}{5}$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x}$  ตรงกับข้อใด เมื่อ

$e \approx 2.71$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ.  $\infty$

16. วัตถุอันหนึ่งเคลื่อนที่ตามเส้นตรง ตามสมการ  $S = 9t^2 - 3$  อัตราการเปลี่ยนแปลง  
เมื่อ  $t = 5$  มีค่าเท่าใด เมื่อ  $S$  มีหน่วยเป็นเมตร และ  $t$  มีหน่วยเป็น วินาที

ก. 77

ข. 78

ค. 79

ง. 90

จ. 91

17. ถ้า  $f(x) = 2x^2 + 3x$  อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $f(x)$  ในช่วง  $x = 1$  ถึง  
 $x = 3$  มีค่าเท่าใด

ก. 10

ข. 11

ค. 12

ง. 13

จ. 14

18. จากโจทย์ข้อ 17 อัตราการเปลี่ยนแปลงเมื่อ  $x = 4$  มีค่าเท่าใด

ก. 17

ข. 18

ค. 19

ง. 20

จ. 21

19. ถ้า  $h(x) = 1 - 12x$  อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในช่วง  $x = 1$  ถึง  $x = 3$  มีค่าเท่าใด

ก. -11

ข. 11

ค. -12

ง. 12

จ. -13

20. จากโจทย์ข้อ 19 อัตราการเปลี่ยนแปลงเมื่อ  $x = 4$  มีค่าเท่าใด

ก. -11

ข. 11

ค. -12

ง. 12

จ. -13

21. กำหนดให้  $y = 3x^2 + 5x - 2$  ค่าของ  $2y' - y'$  เป็นเท่าใด

ก.  $6 - 7x$

ข.  $7 - 6x$

ค.  $5 + 6x$



ง.  $6 + 5x$

จ.  $4 - 7x$

22.  $f''(-1)$  มีค่าเท่าใดเมื่อ  $f(x) = (x^3 + 2x)(x^2 - 1)$

ก.  $-38$

ข.  $-26$

ค.  $0$

ง.  $18$

จ.  $26$

23. กำหนด  $h(x) = \frac{x^3}{4} + 3x$  แล้ว  $h'(x)$  มีค่าเท่าใด

ก.  $\frac{3x}{4} + 3$

ข.  $\frac{x^2}{4} + 3$

ค.  $\frac{3x^3}{4} + 3$

ง.  $\frac{3x^2}{4} + 3$

จ.  $\frac{3x^2}{4}$

24. ถ้าวัตถุชนิดหนึ่งถูกโยนขึ้นไปในแนวตั้งโดยสมการของการเคลื่อนที่เป็น  $S = 20t - 4t^2$  อยากทราบว่าเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไป 2 วินาที วัตถุกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าใด

ก. 4 เมตร/วินาที

ข. 8 เมตร/วินาที

ค. 12 เมตร/วินาที

ง. 14 เมตร/วินาที

จ. 15 เมตร/วินาที

25. จากโจทย์ข้อ 24 อยากรวมว่าเมื่อวัตถุเคลื่อนไปได้ 3 วินาที วัตถุกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าใด

- ก. -4 เมตร/วินาที<sup>2</sup>
- ข. 4 เมตร/วินาที<sup>2</sup>
- ค. -8 เมตร/วินาที<sup>2</sup>
- ง. 8 เมตร/วินาที<sup>2</sup>
- จ. -12 เมตร/วินาที<sup>2</sup>

26. สมการของความเร็ว  $v$  ของวัตถุในขณะเวลา  $t$  วินาที เป็น  $v = -2t + 5$  อยากรวมว่า ความเร่งและอัตราเร่งของวัตถุนั้นในขณะใด ๆ มีค่าเท่าไร

- ก. -2, 2
- ข. 2, -2
- ค.  $-2t, 2t$
- ง.  $2t, -2t$
- จ. -2, -2

27. ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = 5x^2 - 2x$  ที่จุด  $(1, 3)$  มีค่าเท่าไร

- ก. 3
- ข. 8
- ค. 16
- ง. 28
- จ. 39

28. ถ้าความชันของเส้นสัมผัสซึ่งสัมผัสกราฟของ  $y = 5x^2 + cx, c \in \mathbb{R}$  ที่จุด  $(3, -21)$  มีค่าเท่ากับ 8 แล้ว  $c$  จะมีค่าเท่าไร

- ก. 22
- ข. -22
- ค. 23
- ง. -23
- จ. 24



29. สมการเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับกราฟของ  $\{(x,y) \cdot y = 1 - x^2\}$  ที่จุด  $(2, -3)$

คือสมการใด

ก.  $y + 3 = -4(x - 2)$

ข.  $y - 3 = 4(x - 2)$

ค.  $y - 3 = 4(x - 2)$

ง.  $y + 2 = 4(x - 3)$

จ.  $y - 2 = -4(x + 3)$

30. ถ้าความชันของเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับกราฟของ  $y = 4 - x^2$  ที่จุด  $(a, b)$  มีค่าเท่ากับ

$-2$  จุด  $(a, b)$  คือจุดใด

ก.  $(4, 0)$

ข.  $(-1, 3)$

ค.  $(3, -5)$

ง.  $(1, 3)$

จ.  $(-3, -5)$

31. ความสูงของก้อนหิน เมื่อจากระดับพื้นดิน  $S$  เมตร เมื่อโยงขึ้นไปในแนวตั้ง ในเวลา  $t$  วินาที ใด ๆ เป็นไปตามสมการ  $S = 16t - 2t^2$  ก้อนหินจะขึ้นไปได้สูงสุดกี่เมตร

ก. 4 เมตร

ข. 8 เมตร

ค. 16 เมตร

ง. 32 เมตร

จ. 40 เมตร

32. จงหาค่า  $x$  ที่ทำให้  $y$  มีค่าต่ำสุด สัมพันธ์ในช่วง  $[-4, 3]$  เป็นเท่าใด เมื่อ

$$y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 6x - 14$$

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4.

จ. 5

33. ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ  $y$  ในช่วง  $(-2, 4)$  เป็นเท่าใด เมื่อ

$$y = \frac{x^2}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 8x - 5$$

ก.  $-\frac{7}{4}$

ข.  $-\frac{9}{4}$

ค.  $-\frac{13}{4}$

ง.  $-\frac{15}{4}$

จ.  $-\frac{17}{4}$

34. ในการปลูกพืชไร่ ณ ที่แห่งหนึ่ง ปรากฏว่าปริมาณพืชผลที่ได้มีความสัมพันธ์กับจำนวนปุ๋ย

ที่ใช้ตามสมการ  $y = 40 + 22x - x^2$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้ หน่วยเป็น

กิโลกรัมต่อไร่ และ  $y$  เป็นปริมาณของพืชผลที่ได้หน่วยเป็นถึงต่อไร่ อยากรทราบว่าเมื่อใช้ปุ๋ย

ให้เหมาะสมแล้วจะได้พืชผลมากที่สุดก็ถึงต่อไร่

ก. 22 ถึงต่อไร่

ข. 47 ถึงต่อไร่

ค. 62 ถึงต่อไร่

ง. 161 ถึงต่อไร่

จ. 210 ถึงต่อไร่

35. ถ้า  $y' = \frac{1}{2x}$  และ  $c$  เป็นค่าคงที่ แล้ว  $y$  มีค่าเท่าใด

ก.  $y = -x^{-1} + c$

ข.  $y = -x^{-2} + c$

ค.  $y = x^{-1} + c$

ง.  $y = x^{-2} + c$

จ.  $y = -2x^{-1} + c$

36. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 2x + 3$  จงหาค่า  $y$  เมื่อ  $k$  เป็นค่าคงที่

ก.  $\frac{x^2}{2} + 3x + k$

ข.  $2x^2 + 3x - k$

ค.  $2x^2 + 3x + k$

ง.  $x^2 + 3x + k$

จ.  $x^2 + \frac{3}{2}x + k$

37. ถ้าจุด  $(a, b)$  เป็นจุดสัมผัสเส้นโค้งที่มีความชันเท่ากับ  $2x - 1$  สมการเส้นโค้งเป็นเท่าใด

ก.  $y = x^2 - x + b - a^2 + a$

ข.  $y = x^2 - x + b - a$

ค.  $y = x^2 + x + b - a^2 - 2a$

ง.  $y = x^2 + x + b - a - b^2$

จ.  $y = x^2 - x - b + a - b^2$

38. ถ้าความเร็วของวัตถุชนิดหนึ่งเป็น 53 กิโลเมตร/นาทีก และใน 10 นาที จะวิ่งได้ 500 กิโลเมตร สมการการเคลื่อนที่คือข้อใด

ก.  $S = 53t + 30$

ข.  $S = 53t - 30$

ค.  $S = 10 + 30t$

ง.  $S = 10 - 30t$

จ.  $S = 30 - 53t$

๓๙. กำหนดให้ในเวลา  $t$  วินาทีวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง  $a = 12t^2 + 6t + 10$  ฟุต/วินาที<sup>2</sup>

ถ้า  $t = 0$  วินาที วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วศูนย์ฟุตต่อวินาที ระยะทาง  $S$  (ฟุต) ขณะ  
วินาทีที่ 5 เป็นเท่าใด

ก. 650 ฟุต

ข. 720 ฟุต

ค. 750 ฟุต

ง. 875 ฟุต

จ. 885 ฟุต

40. ความเร็วในขณะใด ๆ ของวัตถุชนิดหนึ่ง ซึ่งเคลื่อนที่ในแนวตั้ง เป็น  $\frac{1}{2}t + 2$  และถ้า  
 $t = 2$  จะได้  $S = 3$  เมื่อ  $t$  เป็นเวลา และ  $S$  เป็นระยะทางที่เคลื่อนที่ได้  
อยากทราบว่าสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้คือข้อใด

ก.  $S = t^2/2 + 2t - 3$

ข.  $S = t^2/4 - 2t + 6$

ค.  $S = t^2/2 + 2t + 5$

ง.  $S = t^2/4 - 2t + 3$

จ.  $S = t^2/4 + 2t - 2$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ง

การคำนวณข้อมูลในการวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4 คะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) ประจำภาคต้นก่อนการทดลองของกลุ่มทดลอง ( $x_1$ ) และกลุ่มควบคุม ( $x_2$ )

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			
$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	$x_2$	f	$fx_2$	$fx_2^2$
99	1	99	9801	99	1	99	9801
98	1	98	9604	98	1	98	9604
92	1	92	8464	95	2	190	18050
90	3	270	24300	92	1	92	8464
86	3	258	22188	90	1	90	8100
85	2	170	14450	86	1	86	7396
84	5	420	35280	84	3	252	21168
83	1	83	6889	83	3	249	20667
82	5	410	33620	82	1	82	6724
81	7	567	45927	81	5	405	32805
79	8	632	49928	80	2	160	12800
				79	16	1264	99856
	$\Sigma f =$	$\Sigma fx_1 =$	$\Sigma fx_1^2 =$	$\Sigma f =$	$\Sigma fx_2 =$	$\Sigma fx_2^2 =$	
	37	3099	260451	37	3067	255435	

1. หามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{X}$ )

$$\text{สูตร } \bar{X}_1 = \frac{\sum fx_1}{n_1}$$

$$= \frac{3099}{37}$$

$$\approx 83.757$$

$$\text{สูตร } \bar{X}_2 = \frac{\sum fx_2}{n_2}$$

$$= \frac{3067}{37}$$

$$\approx 82.892$$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\text{สูตร } S_{x_1} = \sqrt{\frac{n_1 \sum fx_1^2 - (\sum fx_1)^2}{n_1(n_1-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{37(260451) - (3099)^2}{37(36)}}$$

$$= \sqrt{24.689}$$

$$\approx 4.969$$

$$\text{สูตร } S_{x_2} = \sqrt{\frac{n_2 \sum fx_2^2 - (\sum fx_2)^2}{n_2(n_2-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{37(255435) - (3067)^2}{37(36)}}$$

$$= \sqrt{33.488}$$

$$\approx 5.787$$

3. การทดสอบความแปรปรวน ( $F^2$ )

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$F = \frac{S_{x_2}^2}{S_{x_1}^2}$$

$$= \frac{(5.787)^2}{(4.969)^2}$$

$$\approx 1.356$$

ชั้นแห่งความเป็นอิสระมี 2 ค่า เป็น  $n - 1$  ทั้งสองค่าคือ  $(37 - 1)$  และ  $(37 - 1)$  จากตาราง  $0.05 F_{36,36} = 1.72$  ค่า  $F = 1.356 < 1.72$  ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ  $0.05$  นั่นคือ นักเรียนทั้งสองกลุ่มมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน

#### 4. การทดสอบค่าที (t - test)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } t &= \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left\{ \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right\} \left\{ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right\}}} \\ &= \frac{83.757 - 82.892}{\sqrt{\left\{ \frac{36(4.969)^2 + 36(5.787)^2}{37 + 37 - 2} \right\} \left\{ \frac{1}{37} + \frac{1}{37} \right\}}} \\ &\approx 0.69 \end{aligned}$$

$$\text{กรณีนี้ชั้นแห่งความเป็นอิสระ} = 37 + 37 - 2 = 72$$

$$\text{จากตาราง } 0.05t_{72} = 1.645$$

ค่า  $t = 0.69 < 1.645$  ดังนั้นมีชัยเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ  $0.05$

นั่นคือตัวอย่างประชากรทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการเรียนไม่แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ  $0.05$  ซึ่งจากการจับฉลากได้ตัวอย่างประชากรกลุ่มที่ 1 เป็นกลุ่มทดลอง และตัวอย่างประชากรกลุ่มที่ 2 เป็น กลุ่มควบคุม



ตารางที่ 5 ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 014) เรื่อง ลำดับ-อนุกรม และแคลคูลัสเบื้องต้น

ที่ได้คัดเลือกไว้แล้ว

ข้อที่	$R_u$	$R_l$	P	D	ข้อที่	$R_u$	$R_l$	P	D
1	13	6	0.63	0.47	21	11	7	0.60	0.26
2	13	10	0.77	0.20	22	7	4	0.37	0.20
3	11	7	0.60	0.26	23	15	9	0.80	0.33
4	11	6	0.57	0.33	24	15	7	0.73	0.53
5	10	5	0.50	0.33	25	13	4	0.57	0.60
6	13	7	0.43	0.87	26	9	5	0.47	0.26
7	10	4	0.47	0.40	27	15	5	0.67	0.67
8	6	2	0.27	0.26	28	12	7	0.63	0.33
9	6	3	0.30	0.20	29	10	4	0.47	0.40
10	6	2	0.27	0.26	30	10	4	0.47	0.40
11	13	7	0.67	0.40	31	10	6	0.53	0.26
12	12	7	0.63	0.33	32	7	3	0.33	0.26
13	9	2	0.37	0.47	33	6	3	0.30	0.20
14	6	2	0.27	0.26	34	9	3	0.40	0.40
15	15	9	0.80	0.33	35	10	7	0.33	0.67
16	12	9	0.70	0.20	36	15	9	0.80	0.33
17	15	9	0.80	0.33	37	6	2	0.27	0.26
18	14	8	0.73	0.40	38	14	10	0.80	0.26
19	15	9	0.80	0.40	39	6	2	0.27	0.26
20	14	9	0.77	0.33	40	7	1	0.27	0.40



การหาความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014)

ตารางที่ 6 อัตราส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) อัตราส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014) เรื่องลำดับ-อนุกรม และแคลคูลัสเบื้องต้น ที่ได้คัดเลือกไว้แล้ว

ข้อที่	$P_u$	$P_1$	p	q	pq
1	13	6	0.63	0.37	0.23
2	13	10	0.77	0.23	0.17
3	11	7	0.60	0.40	0.24
4	11	6	0.57	0.43	0.24
5	10	5	0.50	0.50	0.25
6	13	-	0.43	0.57	0.24
7	10	4	0.47	0.53	0.24
8	6	2	0.27	0.73	0.19
9	6	3	0.30	0.70	0.21
10	6	2	0.27	0.73	0.19
11	13	7	0.67	0.33	0.22
12	12	7	0.63	0.37	0.23
13	9	2	0.37	0.63	0.23
14	6	2	0.27	0.73	0.19
15	15	9	0.80	0.20	0.16
16	12	9	0.70	0.30	0.21
17	15	9	0.80	0.20	0.16
18	14	8	0.73	0.27	0.19
19	15	9	0.80	0.20	0.16
20	14	9	0.77	0.23	0.17
21	11	7	0.60	0.40	0.24

## ตารางที่ ๘ (ต่อ)

ข้อที่	$P_u$	$P_l$	$p$	$q$	$pq$
22	7	4	0.37	0.63	0.23
23	15	9	0.80	0.20	0.16
24	15	7	0.73	0.27	0.19
25	13	4	0.57	0.43	0.24
26	9	5	0.47	0.53	0.24
27	15	5	0.67	0.33	0.22
28	12	7	0.63	0.37	0.23
29	10	4	0.47	0.53	0.24
30	10	4	0.47	0.53	0.24
31	10	6	0.53	0.47	0.24
32	7	3	0.33	0.67	0.22
33	6	3	0.30	0.70	0.21
34	9	3	0.40	0.60	0.24
35	10	-	0.33	0.67	0.22
36	15	9	0.80	0.20	0.16
37	6	2	0.27	0.73	0.19
38	14	10	0.80	0.20	0.16
39	6	2	0.27	0.73	0.19
40	7	1	0.27	0.73	0.19
-	-	-	-	$\Sigma pq =$	8.37

ตารางที่ 7 การคำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัด  
ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014) เรื่อง ลำดับ-อนุกรมและ  
แคลคูลัสเบื้องต้น ที่ได้คัดเลือกไว้แล้ว

x	f	fx	fx <sup>2</sup>
35	1	35	1225
32	1	32	1024
31	-	-	-
30	1	30	900
29	1	29	841
28	2	56	1568
27	1	27	729
26	1	26	676
25	2	50	1250
24	1	24	576
23	4	92	2116
22	3	66	1452
21	1	21	441
20	1	20	400
19	2	38	722
18	2	36	648
17	-	-	-
16	-	-	-
15	2	30	450
14	2	28	392
13	-	-	-
12	-	-	-

ตารางที่ 7 (ต่อ)

x	f	fx	fx <sup>2</sup>
11	1	11	121
10	1	10	100
9	1	9	81
8	2	16	128
$\Sigma f = 33$		$\Sigma fx = 686$	$\Sigma fx^2 = 15840$

ก. ค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014)

เรื่อง ลำดับ-อนุกรม และแคลคูลัสเบื้องต้น

$$\begin{aligned}
 S_x^2 &= \frac{n \Sigma fx^2 - (\Sigma fx)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{33(15840) - (686)^2}{33 \times 32} \\
 &= 49.359
 \end{aligned}$$

ข. ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบที่ได้คัดเลือกไว้แล้ว

$$\begin{aligned}
 K_r = 20 ; r_{xx} &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\Sigma pq}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{40}{39} \left[ 1 - \frac{8.37}{49.359} \right] \\
 &= 0.852
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 8 คะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014) เรื่อง ลำดับ-อนุกรม  
และแคลคูลัสเบื้องต้น หลังการทดลองของกลุ่มทดลอง ( $x_1$ ) และกลุ่มควบคุม ( $x_2$ )

กลุ่มทดลอง				กลุ่มทดลอง			
$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	$x_2$	f	$fx_2$	$fx_2^2$
39	3	117	4563	36	4	144	5184
37	1	37	1369	34	1	34	1156
36	1	36	1296	32	3	96	3072
35	1	35	1225	31	2	62	1922
34	1	34	1156	30	1	30	900
33	1	33	1089	28	2	56	1568
32	1	32	1024	27	2	54	1458
31	2	62	1922	26	2	52	1352
30	2	60	1800	25	2	50	1250
29	2	58	1682	24	1	24	576
28	4	112	3136	23	3	69	1587
27	2	54	1458	22	3	66	1452
26	2	52	1352	21	2	42	882
25	3	75	1875	20	2	40	800
24	1	24	576	19	3	57	1083
23	7	161	3703	18	2	36	648
22	1	22	484	14	2	28	392
21	2	42	882				
$\Sigma f =$		$\Sigma fx_1 =$	$\Sigma fx_1^2 =$	$\Sigma f =$		$\Sigma fx_2 =$	$\Sigma fx_2^2 =$
37		1046	30592	37		940	25282

1. หามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{X}$ )

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad \bar{X}_1 &= \frac{\sum fx_1}{n_1} \\ &= \frac{1046}{37} \\ &= 28.270 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad \bar{X}_2 &= \frac{\sum fx_2}{n_2} \\ &= \frac{940}{37} \\ &= 25.405 \end{aligned}$$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad S_{x_1} &= \sqrt{\frac{n_1 \sum fx_1^2 - (\sum fx_1)^2}{n_1(n_1-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{37 \times 30592 - (1046)^2}{37(36)}} \\ &= \sqrt{28.369} \\ &\approx 5.326 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad S_{x_2} &= \sqrt{\frac{n_2 \sum fx_2^2 - (\sum fx_2)^2}{n_2(n_2-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{37 \times 25282 - (940)^2}{37(36)}} \\ &= \sqrt{38.914} \\ &\approx 6.238 \end{aligned}$$

3. การทดสอบความแปรปรวน ( $\chi^2$ )

$$H_0 = 6_1^2 = 6_2^2$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad F &= \frac{S_{x_2}^2}{S_{x_1}^2} \\ &= \frac{(6.238)^2}{(5.326)^2} \\ &= 1.372 \end{aligned}$$

ชั้นของความเป็นอิสระมี 2 ค่า เป็น  $n-1$  ทั้งสองค่าคือ 37-1 และ 37-1 จากตาราง  $0.05F_{36,36} = 1.72$  ค่า  $F = 1.372 < 1.72$  ดังนั้นส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 014) เรื่อง ลำดับ-อนุกรม และแคลคูลัส เบื้องต้น ของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนเสริมจากครูกับกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยตนเองไม่ แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

#### 4. การทดสอบค่าที (t - test)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad t &= \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left\{ \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \right\} \left\{ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right\}}} \\ &= \frac{28.270 - 25.405}{\sqrt{\left\{ \frac{36(5.326)^2 + 36(6.238)^2}{37 + 37 - 2} \right\} \left\{ \frac{1}{37} + \frac{1}{37} \right\}}} \\ &= 2.125 \end{aligned}$$

$$\text{กรณีนี้นั้นแห่งความ เป็นอิสระ} = 37 + 37 - 2 = 72$$

$$\text{จากตารางค่า} \quad 0.05t_{72} = 1.645$$

$$\text{ค่า } t = 2.125 > 1.645 \text{ ดังนั้นมีขั้วนิยม เลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียน}$$

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014) เรื่อง ลำดับ-อนุกรม และแคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนกลุ่มควบคุม ที่เรียน เสริมจากครูกับกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยตนเองแตกต่างกันที่ระดับตามมีนัยสำคัญ 0.05 และกลุ่มทดลองมีมีขั้วนิยม เลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 014) เรื่อง ลำดับ-อนุกรมและแคลคูลัสเบื้องต้น สูงกว่ากลุ่มควบคุม

นั่นคือ การเรียนเสริมโดยเรียนด้วยตนเองของกลุ่มทดลองให้ผลสัมฤทธิ์การเรียน วิชาคณิตศาสตร์ (ค 014) เรื่องลำดับ-อนุกรมและแคลคูลัสเบื้องต้น สูงกว่าการเรียนเสริม จากครูของกลุ่มควบคุมที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05



## ประวัติผู้วิจัย

นายพิชัย งามยิ่งยวด เกิดเมื่อวันที่ 4 มกราคม พ.ศ. 2493 ที่อำเภอ  
บางคณที จังหวัดสมุทรสงคราม สำเร็จการศึกษา การศึกษามัธยมศึกษา เมื่อปีการศึกษา 2520  
และเข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา มัธยมศึกษาลัย ในปี  
การศึกษา 2527 ปัจจุบันเป็นอาจารย์โรงเรียนศึกษานารีวิทยา กรุงเทพมหานคร



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย