

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎี

2.1.1 แผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Sampling)

การสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม หมายถึง การสุ่มตัวอย่างที่หน่วยตัวอย่างเกิดจากหน่วยที่ให้ข้อมูลหลายหน่วยรวมกัน มีลักษณะรวมกันเป็นกลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มนั้นอาจจะแบ่งได้หลายชั้นหรือหลายระดับ และจำนวนชั้นก็สามารถแบ่งออกได้อีก การสุ่มตัวอย่างสามารถสุ่มได้แล้วแต่จำนวนชั้น เช่น การสุ่มตัวอย่างกลุ่มหนึ่งชั้น (One-Stage Cluster Sampling) การสุ่มตัวอย่างกลุ่มสองชั้น (Two-Stage Cluster Sampling) หรือ การสุ่มตัวอย่างกลุ่มสามชั้น (Three-Stage Cluster Sampling) เป็นต้น การสุ่มตัวอย่างกลุ่มที่มากกว่าหนึ่งชั้น เรียกรวมๆ ว่าการสุ่มตัวอย่างกลุ่มหลายชั้น (Multi-Stage Cluster Sampling) หลักการสุ่มตัวอย่างกลุ่มให้เป็นตัวประมาณที่ดีของประชากร คือ หน่วยต่าง ๆ ภายในกลุ่มควรจะมี ความหลากหลาย แต่ระหว่างกลุ่มควรจะมี ความคล้ายคลึงกันมาก ในความเป็นจริงหลักการนี้เป็นไปได้ยาก เช่น จัดกลุ่มครัวเรือนตามท้องถิ่น จะเห็นได้ว่าครัวเรือนในกลุ่มท้องถิ่นย่อมมีความคล้ายคลึงกัน ในขณะที่ครัวเรือนต่างกลุ่มกับมีความหลากหลาย โดยตรงข้ามกับหลักการที่ดีของการสุ่มตัวอย่างกลุ่ม ส่งผลให้ตัวประมาณของประชากรอาจไม่แม่นยำเท่าที่ควร แต่วิธีการสุ่มตัวอย่างกลุ่มนี้ จะช่วยให้กรอบตัวอย่างเป็นพวกเดียวกัน หรือมีความใกล้เคียงกัน หน่วยตัวอย่างจะกระจุกตัวอยู่บริเวณใกล้เคียงกันทำให้สามารถควบคุมการจับเก็บข้อมูลได้ เป็นการประหยัดค่าใช้จ่ายและสะดวกในการควบคุมงานสนาม เพราะผู้ควบคุมงานสนามก็จะควบคุมพนักงานสำรวจเฉพาะพื้นที่ที่กำลังทำการสำรวจ และง่ายในการติดต่อสื่อสาร

สำหรับวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม ทำได้หลายแบบสามารถนำแบบการสุ่มตัวอย่างอื่น ๆ มาผสมผสานกัน เช่น การสุ่มตัวอย่างกลุ่มสองชั้นแบบมีระบบ (Stratified Two-Stage Cluster Sampling) หมายถึง การสุ่มตัวอย่างกลุ่มสองชั้นเมื่อแบ่งประชากรเป็นชั้นภูมิ หรือ การสุ่มตัวอย่างกลุ่มสามชั้นอย่างง่าย (Simple Three-Stage Cluster Sampling) หมายถึง การสุ่มตัวอย่างกลุ่มสามชั้นโดยสุ่มหน่วยตัวอย่างแบบง่าย

ในการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม ไม่ว่าจะเป็นการสุ่มตัวอย่างกลุ่มหนึ่งชั้น (One-Stage Cluster Sampling) การสุ่มตัวอย่างกลุ่มสองชั้น (Two-Stage Cluster Sampling) หรือ การสุ่มตัวอย่างกลุ่มสามชั้น (Three-Stage Cluster Sampling) โดยสามารถแยกพิจารณาได้เป็น 2 กรณี คือการสุ่มตัว

อย่างโดยใช้ความน่าจะเป็นของการสุ่มเท่า ๆ กัน (Equal Probability Sampling) และ การสุ่มตัวอย่างโดยใช้ความน่าจะเป็นของการสุ่มไม่เท่ากัน (Unequal Probability Sampling)

2.1.2 แผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling)

แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) ได้ถูกพัฒนามาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม ตัวอย่างเช่น ต้องการสำรวจสัตว์ชนิดหนึ่งในพื้นที่หนึ่งขนาด 10×10 ตารางหน่วย โดยที่มีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มขนาด 5 หน่วย หากทั้ง 5 หน่วยพบสัตว์ที่สนใจเพียงหน่วยเดียว จะทำให้เกิดปัญหา โดยข้อมูลที่ได้อาจไม่เพียงพอที่จะคำนวณ เกิดความเอนเอียงมาก ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว จึงนำแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับเข้ามาทำการสุ่มตัวอย่างแทน โดยในตอนเริ่มแรกจะนำหลักการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มเข้ามาใช้ โดยจากตัวอย่างข้างต้นจะสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มขนาด 5 หน่วย สมมติให้พบสัตว์เพียงหน่วยเดียว จากนั้นหน่วยที่พบสัตว์ที่ต้องการก็ใช้หลักแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ โดยจะทำการขยายหน่วยถัดไปทางซ้าย ขวา บน และล่าง หากพบสัตว์ที่สนใจก็จะเพิ่มอย่างนี้ไปเรื่อย ๆ จนไม่พบสัตว์ที่สนใจ ข้อมูลที่พบก็เพียงพอในการคำนวณ และตัวประมาณที่ได้จากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับน่าจะมีประสิทธิภาพดีกว่าจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม

ในปกติการสุ่มหน่วยตัวอย่างจะไม่สามารถทำนายล่วงหน้าได้ก่อนการสำรวจข้อมูล แต่สำหรับแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับนี้ มีหลักการภายใต้แนวความคิดที่ว่า ลักษณะของข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้น่าจะมีส่วนช่วยให้ตัวประมาณมีคุณภาพดีขึ้น โดยการปรับกระบวนการสุ่มตัวอย่างให้สามารถนำลักษณะของข้อมูลที่เก็บได้มากำหนดหน่วยตัวอย่างที่เก็บรวบรวมเพิ่มขึ้น ทั้งในเชิงจำนวนและลักษณะของหน่วยที่จะสุ่มเป็นตัวอย่างเพิ่มเติม เช่น ในกรณีของการประมาณจำนวนสัตว์และพบสัตว์ที่อยู่อาศัยในพื้นที่หนึ่งในลักษณะที่ค่อนข้างเกาะกลุ่มกัน หากสุ่มตัวอย่างและพบสัตว์ประเภทนี้อยู่ในหน่วยตัวอย่างใด โอกาสที่จะพบในหน่วยใกล้เคียงหรือพื้นที่ข้างเคียงจะมีมากขึ้น จึงควรสุ่มหน่วยตัวอย่างในบริเวณใกล้เคียงเพิ่มเติม¹ รูปแบบของการอยู่เป็นกลุ่มเช่นนี้ยังพบในสิ่งอื่น ๆ เช่น พืช แร่ธาตุ แหล่งของฟอสซิล และรูปแบบนี้ยังพบในการศึกษาเกี่ยวกับการระบาดของโรคด้วย เมื่อใดก็ตามที่

¹ สุชาติดา กิระนันท์, ทฤษฎีและวิธีการสำรวจตัวอย่าง, พิมพ์ครั้งที่ 2 (กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542), หน้า 352.

พบสิ่งที่ต้องการศึกษาโดยบังเอิญ การเพิ่มตัวอย่างในหน่วยที่ใกล้เคียง จะมีอัตราการพบสิ่งที่ศึกษาในอัตราที่ค่อนข้างสูง

แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับสามารถเลือกทำการสุ่มตัวอย่างข้างต้น (Initial Sample) ได้โดยอาศัยกระบวนการสุ่มตัวอย่างด้วยความน่าจะเป็น เช่น วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย , วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบมีชั้นภูมิ และวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบมีระบบ ซึ่งจะเลือกสุ่มตัวอย่างขั้นต้นด้วยวิธีใดจะขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย ไม่ว่าจะเป็นลักษณะของประชากรที่ศึกษา ขนาดตัวอย่าง งบประมาณ รวมทั้งระยะเวลา เป็นต้น

2.1.3 แผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) ที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่าย²

แผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) ที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่าย หมายถึง แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ปรับกระบวนการสุ่มตัวอย่างให้สามารถนำลักษณะของข้อมูลที่เกิดขึ้นได้มากำหนดหน่วยตัวอย่าง โดยการสุ่มตัวอย่างเบื้องต้นจะอาศัยหลักการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย เช่น กำหนดพื้นที่เบื้องต้นซึ่งอาศัยหลักการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายในการสำรวจสัตว์ หากพื้นที่เบื้องต้นใดพบสัตว์ที่เป็นไปตามเกณฑ์ก็จะเพิ่มพื้นที่บริเวณใกล้เคียงเป็นตัวอย่างเพิ่มเติม แต่ถ้าพื้นที่ใดไม่พบสัตว์ที่เป็นไปตามเกณฑ์พื้นที่นั้นก็ไม่ต้องสนใจ

ในการสุ่มหน่วยตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นนั้น หน่วยตัวอย่างขั้นต้นจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขที่เรา กำหนด เช่น พื้นที่หน่วยตัวอย่างขั้นต้นพบสิ่งที่เราสนใจ ทั้งนี้หน่วยตัวอย่างขั้นต้นจะประกอบไปด้วยกลุ่ม (Cluster) ซึ่งหมายถึง Network รวมกับ หน่วยขอบ (Edge) โดยที่ Network จะเป็นหน่วยย่อยที่เป็นไปตามเงื่อนไขที่ต้องการ ส่วนหน่วยขอบจะไม่ใช้ในการคำนวณ แต่เป็นตัวบอกขอบเขตสิ้นสุดที่ไม่มีการขยายหน่วยถัดไป บางครั้งการขยายการสุ่มหน่วยตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม เมื่อทำการขยายบางหน่วยตัวอย่าง อาจทำให้เกิดการรวมกันเป็น Network เดียวกัน ในขณะที่หน่วยตัวอย่างขั้นต้นที่ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขที่เรากำหนดจะไม่มีการขยายหน่วยตัวอย่างถัดไป โดยจะหมายถึง Network 1 หน่วย

ความคิดพื้นฐานของแผนแบบสามารถอธิบายได้ ดังภาพที่ 2 เป็นการประมาณจำนวนค่าเฉลี่ยของจุดที่สุ่ม โดยจุดดังกล่าวอาจเป็นบริเวณของสัตว์หรือแหล่งแร่ ได้แบ่งบริเวณที่ศึกษาออกเป็น 400

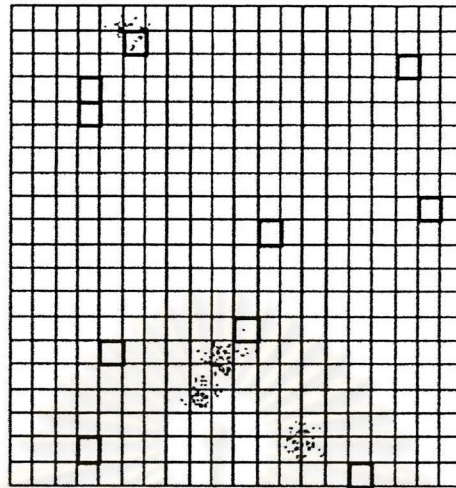
² Thompson, S.K (1990), "Adaptive Cluster Sampling," *Jour. Amer. Stat. Assoc.* 85, No.412 : 1050-1059.

หน่วยตัวอย่าง ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นขนาด 10 หน่วย แสดงให้เห็นในภาพที่ 2 (a) เมื่อสังเกตพบสิ่ง
ที่สนใจจำนวนหนึ่งหรือมากกว่าในหน่วยที่สุ่ม หน่วยใกล้เคียงถัดไปทางซ้าย ขวา บน ล่าง จะถูกเพิ่ม
เป็นตัวอย่าง เมื่อกระบวนการนี้เสร็จสมบูรณ์ ตัวอย่างจะประกอบด้วย 45 หน่วย แสดงให้เห็นในภาพที่
2 (b)

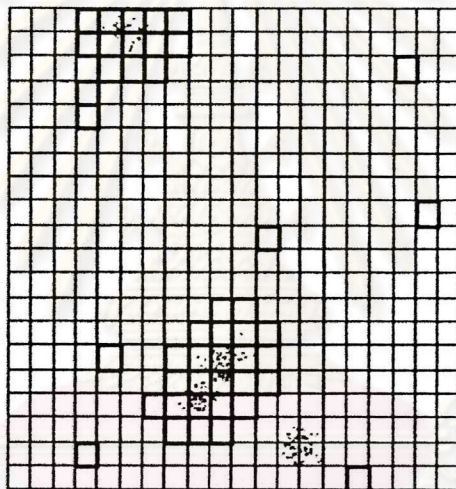


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(a)



(b)



ภาพที่ 2 : ภาพแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) ในการประมาณจำนวนจุดของค่าสังเกตในบริเวณที่ศึกษา 400 หน่วย

- (a) การสุ่มตัวอย่างขั้นต้น 10 หน่วย
- (b) การเพิ่มหน่วยที่ใกล้เคียงเนื่องจากการสุ่มพบ 1 หรือ มากกว่า 1 ค่าสังเกตของประชากรในหน่วยที่สุ่ม โดยจะทำการขยายหน่วยถัดไปทางซ้าย ขวา บน และล่าง แต่ถ้าไม่พบสิ่งที่สนใจก็ไม่ต้องเพิ่มหน่วยถัดไป

ที่มา : Thompson, S.K. (1990). Adaptive Cluster Sampling. *Jour. Amer. Stat. Assoc.*, 85,

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Horvitz –Thompson

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยแบบง่าย ถึงแม้จะไม่เอนเอียงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรเมื่อใช้กับแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ยังไม่ได้ปรับ แต่ถ้าใช้กับแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ จะเกิดความเอนเอียง ดังนั้น Thompson (1990) ได้เสนอตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ไม่เอนเอียงสำหรับแผนแบบนี้ โดยการสร้างตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Horvitz-Thompson

ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ย คือ

$$\bar{y}_{SRS1} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^v \frac{y_k}{\alpha_k}$$

$$\text{เมื่อ } \alpha_k = 1 - \frac{\binom{N-x_k}{n}}{\binom{N}{n}}$$

โดย \bar{y}_{SRS1} เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Horvitz-Thompson เมื่อตัวอย่างขั้นต้นสุ่มแบบง่าย

α_k เป็นความน่าจะเป็นที่หน่วยที่ k รวมอยู่ในตัวอย่างที่เลือกมาโดยวิธี Simple Random Sampling

y_k เป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างของสิ่งที่เราสนใจ ในหน่วยที่ k

N เป็นจำนวนหน่วยของกลุ่มประชากร

n เป็นจำนวนหน่วยของกลุ่มตัวอย่าง

x_k เป็นจำนวน network ที่พบของสิ่งที่เราสนใจ ในหน่วยที่ k

v เป็นจำนวนหน่วยของกลุ่มตัวอย่างหลังจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ

ค่าประมาณของความแปรปรวนที่ไม่เอนเอียง คือ

$$\text{var}(\bar{y}_{SRS1}) = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^v \sum_{l=1}^v \frac{y_k y_l}{\alpha_k \alpha_l} \left(\frac{\alpha_{kl}}{\alpha_k \alpha_l} - 1 \right)$$

$$\text{โดยที่ } \alpha_{kl} = 1 - \left\{ \frac{\binom{N-x_k}{n} + \binom{N-x_l}{n} - \binom{N-x_k-x_l}{n} \right\} / \binom{N}{n}$$

ให้ α_{kl} เป็นความน่าจะเป็นที่หน่วยที่ k และ l รวมอยู่ในตัวอย่าง

ตัวอย่างแผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) ที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่าย

ป่าแห่งหนึ่งมีพื้นที่ 100 ตร.หน่วย โดยมีจำนวนนกวาง แสดงดังภาพที่ 3

	2	3	5	1			1	2	
	4	2							
			1						
		2	5	2					2
		1	1	3				2	

ภาพที่ 3 : ภาพแสดงที่ตั้งและจำนวนของสิ่งที่เราสนใจ

หากเราอาศัยหลักการของ Adaptive Cluster Sampling ซึ่งให้มีการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นขนาด 8 หน่วย ($n=8$) โดยสุ่มพื้นที่ได้ตรงตำแหน่งดังภาพที่ 4

	2	3	5 ¹	1			1	2	
	4	2 ²		3			4		
	5								
		6	1			7			
		2	5	2					2
		1	1	3 ⁸				2	

ภาพที่ 4 : ภาพแสดงการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นขนาด 8 หน่วย ($n=8$)

จากภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่า เมื่อเราสุ่มตัวอย่างขั้นต้นขนาด 8 หน่วย ($n=8$) ซึ่งพบว่ามีตัวอย่างขั้นต้น หรือพื้นที่จำนวน 3 หน่วยที่พบกวาง ได้แก่ พื้นที่ที่ 1,2 และ 8 ดังนั้นจึงขยายพื้นที่ทั้ง 3 หน่วยเพิ่มเติม โดยขยายพื้นที่ในลักษณะ ขึ้น-ลง-ซ้าย-ขวา และขยายไปเรื่อย ๆ จนจะไม่พบกวาง โดยสามารถอธิบายได้ดังภาพที่ 5

	2	3	5 ¹	1			1	2	
	4	2 ²		3			4		
	5								
		6	1			7			
		2	5	2				2	
		1	1	3 ⁸				2	

ภาพที่ 5 : ภาพแสดงการขยายพื้นที่ในลักษณะ ขึ้น-ลง-ซ้าย-ขวา และขยายไปเรื่อย ๆ จนจะไม่พบสิ่งที่เราสนใจ

จากภาพที่ 5 สามารถแทนในสูตรได้ ดังนี้

$$N = 100$$

$$n = 8$$

$v = 7$ เนื่องจากหน่วยตัวอย่างขั้นต้นหรือพื้นที่ที่ 1 กับ 2 รวมเป็น Network เดียวกัน โดยจะไม่รวมพื้นที่ที่ 3 เข้าเป็น Network เดียวกันกับพื้นที่ 1 กับ 2 เพราะ พื้นที่ที่ 3 ไม่มีกวางอยู่

การคำนวณหาค่า \bar{y}_{srs1} ซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง \bar{Y}_{srs1}

$$\text{จาก } \bar{y}_{srs1} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^v \frac{y_k}{\alpha_k}$$

$$\text{เมื่อ } \alpha_k = 1 - \binom{N-x_k}{n} / \binom{N}{n}$$

$$\text{โดยที่ } y_{1\&2} = 17$$

$$y_3 = y_4 = y_5 = y_6 = y_7 = 0$$

$$y_8 = 15$$

$$x_{1\&2} = 6$$

$$x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = 1$$

$$x_8 = 7$$

$$\alpha_{1\&2} = 1 - \binom{N-x_{1\&2}}{n} / \binom{N}{n} = 1 - \binom{100-6}{8} / \binom{100}{8} = 0.4018$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 &= 1 - \binom{N-x_{3-7}}{n} / \binom{N}{n} \\ &= 1 - \binom{100-1}{8} / \binom{100}{8} = 0.08 \end{aligned}$$

$$\alpha_8 = 1 - \binom{N-x_8}{n} / \binom{N}{n} = \binom{100-7}{8} / \binom{100}{8} = 0.4527$$

$$\therefore \bar{y}_{SRS1} = \frac{1}{100} \sum_{k=1}^7 \frac{y_k}{\alpha_k} = \frac{1}{100} \left[\frac{17}{0.4018} + (5) \frac{0}{0.08} + \frac{15}{0.4527} \right] = 0.7544$$

การคำนวณหาค่า $\text{var}(\bar{y}_{SRS1})$ ซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\text{Var}(\bar{y}_{SRS1})$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \text{var}(\bar{y}_{SRS1}) &= \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^v \sum_{l=1}^v \frac{y_k y_l}{\alpha_k \alpha_l} \left(\frac{\alpha_{kl}}{\alpha_k \alpha_l} - 1 \right) \\ &= \frac{1}{N^2} \left[\sum_{k=1}^v \frac{(y_k)^2}{\alpha_k} \left(\frac{1}{\alpha_k} - 1 \right) + 2 \sum_{k=1}^{v-1} \sum_{l=k+1}^v \frac{y_k y_l}{\alpha_k \alpha_l} \left(\frac{\alpha_{kl}}{\alpha_k \alpha_l} - 1 \right) \right] \\ \alpha_{kl} &= 1 - \left\{ \binom{N-x_k}{n} + \binom{N-x_l}{n} - \binom{N-x_k-x_l}{n} \right\} / \binom{N}{n} \end{aligned}$$

ข้อสังเกต หากหน่วยตัวอย่างขั้นต้นใดไม่พบกับสิ่งที่เราสนใจ หรือ $y_k=0$ เราไม่จำเป็นต้องคำนวณค่าของ α_k หรือ α_{kl} นั้นๆ ตัวอย่างเช่น หาก $y_2=0$ ก็ทำให้

$$\bar{y}_{SRS1} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^2 \left(\frac{y_1}{\alpha_1} + \left(\frac{0}{\alpha_2} = 0 \right) \right) \text{ หรือ จาก}$$

$$\hat{\text{var}}(\bar{y}_{\text{SRSl}}) = \frac{1}{N^2} \left[\sum_{k=1}^v \frac{(y_k)^2}{\alpha_k} \left(\frac{1}{\alpha_k} - 1 \right) + 2 \sum_{k=1}^1 \sum_{l=k+1}^2 \frac{(y_k \cdot 0 = 0)}{\alpha_k} \left(\frac{\alpha_k}{\alpha_k \alpha_1} - 1 \right) \right]$$

$$\text{ดังนั้น } \alpha_{(1\&2)(8)} = 1 - \left\{ \binom{100-6}{8} + \binom{100-7}{8} - \binom{100-6-7}{8} \right\} / \binom{100}{8} = 0.1685$$

$$\therefore \hat{\text{var}}(\bar{y}_{\text{SRSl}}) = \frac{1}{100^2} \left[\left(\frac{(y_{1\&2})^2}{\alpha_{1\&2}} \left(\frac{1}{\alpha_{1\&2}} - 1 \right) + 5 \cdot \frac{0}{\alpha_8} \left(\frac{1}{\alpha_8} - 1 \right) + \frac{(y_8)^2}{\alpha_8} \left(\frac{1}{\alpha_8} - 1 \right) \right) \right. \\ \left. + 2 \left(\frac{y_{1\&2} y_8}{\alpha_{(1\&2)(8)}} \left(\frac{\alpha_{(1\&2)(8)}}{\alpha_{1\&2} \alpha_8} - 1 \right) + 0 \right) \right]$$

$$\hat{\text{var}}(\bar{y}_{\text{SRSl}}) = \frac{1}{100^2} \left[\left(\frac{17^2}{0.4018} \left(\frac{1}{0.4018} - 1 \right) + \frac{15^2}{0.4527} \left(\frac{1}{0.4527} - 1 \right) \right) \right. \\ \left. + 2 \left(\frac{(17)(15)}{0.1685} \left(\frac{0.1685}{(0.4527)(0.4018)} - 1 \right) \right) \right] \\ = 0.1448$$

2.1.4 แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายแบบที่ไม่ปรับ (Simple Random Sampling)

เป็นวิธีการที่ง่ายที่สุดของการสุ่มตัวอย่างด้วยความน่าจะเป็น โดยโอกาสของทุกหน่วยในประชากรมีโอกาสถูกสุ่มเท่า ๆ กัน เช่น ถ้าสุ่มตัวอย่าง n จากประชากรขนาด N แบบไม่ใส่คืน จำนวนตัวอย่างที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการสุ่มตัวอย่าง คือ ${}^N C_n$ ดังนั้นโอกาสที่แต่ละชุดตัวอย่างจะมีโอกาสถูกสุ่มมาด้วยโอกาสเท่ากับ $1 / {}^N C_n$ ซึ่งในการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายนี้จะต้องทราบจำนวนประชากรขนาด N และลักษณะประชากรขนาด N จะต้องมีลักษณะคล้ายกันมากที่สุด

ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ย คือ

$$\bar{y}_{\text{SRs2}} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}$$

เมื่อ \bar{y}_{SRs2} เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเมื่อเป็นการสุ่มตัวอย่างสุ่มแบบง่าย

ความแปรปรวนของตัวประมาณเมื่อสุ่มตัวอย่างแบบไม่คืนที่ คือ

$$\text{Var}(\bar{y}_{\text{SRs2}}) = \frac{S^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N} \right)$$

ในทางปฏิบัติ $\text{var}(\bar{y}_{\text{SRS2}})$ มักเป็นตัวเลขที่ไม่ทราบเพราะติดค่า $S^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(Y_i - \bar{Y})^2}{N-1}$ เป็นความแปรปรวนของประชากร ดังนั้นเมื่อทำการสำรวจ และได้ข้อมูลจากหน่วยที่ตกเป็นตัวอย่างในการสำรวจ n หน่วย ผู้สำรวจต้องอาศัยข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างขนาด n เพื่อประมาณค่า $\text{var}(\bar{y}_{\text{SRS2}})$ โดยการประมาณค่า S^2 ด้วย s^2 โดยที่ $s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของ S^2

$$\text{ดังนั้น } \text{var}(\bar{y}_{\text{SRS2}}) = \frac{s^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)$$

โดยที่ y_i คือ ข้อมูลที่ได้จากหน่วยที่ i ในตัวอย่างขนาด n

\bar{y} คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของตัวอย่างขนาด n ที่สุ่มมาจากประชากรขนาด N โดยแผนการสุ่มตัวอย่างสุ่มอย่างง่าย

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ศิริประภา มโนมัตย์ (2539) ทำการศึกษาเรื่อง ประสิทธิภาพของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับเมื่อตัวอย่างข้างต้นใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย แบบมีชั้นภูมิและแบบมีระบบ ภายใต้แบบจำลองประชากรที่กำหนด โดยใช้ร้อยละของอัตราส่วนความแปรปรวนของค่าเฉลี่ย (%eff) ระหว่างการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นแบบมีชั้นภูมิและแบบมีระบบเทียบกับการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นแบบง่ายของ S.K.Thompson (1990,1991a,1991b) สำหรับตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Hansen-Hurwitz และ Horvitz-Thompson การดำเนินงานวิจัยประกอบด้วยการศึกษาแบบประชากรที่มีลักษณะหายากสร้างขึ้นทั้งหมด 5 ประชากร แต่ละกรณีเป็นประชากรที่มีลักษณะต่างกันโดยใช้กระบวนการพัชของคลัสเตอร์ (Poisson Cluster Process) ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในแต่ละวิธี คือ 4 8 16 32 และ 64 หน่วย ผลการวิจัยพบว่า

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Hansen-Hurwitz เมื่อตัวอย่างมีขนาด 4 8 16 32 และ 64 วิธีการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นแบบมีระบบมีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำดีที่สุด โดย %eff เท่ากับ 50.154 , 50.156 , 50.158 , 50.166 และ 50.070 ตามลำดับ รองลงมา คือ การสุ่มตัวอย่างขั้นต้นแบบมีชั้นภูมิ โดย %eff เท่ากับ 77.936 , 77.934 , 77.934 , 79.142 และ 79.082 ตามลำดับ ซึ่งพบว่า เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้นแนวโน้มตัวประมาณค่าเฉลี่ยจะมีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำสูงขึ้นทั้งการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นแบบมีระบบ และแบบมีชั้นภูมิ

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Horvitz-Thompson พบว่าเมื่อตัวอย่างมีขนาด 4 8 16 หน่วย วิธีการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นแบบมีระบบมีค่า %eff เท่ากับ 63.364 , 56.024 และ 45.062 ตามลำดับ รองลงมา คือการสุ่มขั้นต้นแบบมีชั้นภูมิ โดย %eff เท่ากับ 84.334 , 77.930 และ 68.386 ตามลำดับชี้ให้เห็นประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นตามขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นด้วย ในขณะที่หากตัวอย่างใหญ่ขึ้นเป็น 32 และ 64 หน่วย ประสิทธิภาพของการสุ่มขั้นต้นแบบมีระบบและแบบมีชั้นภูมิกับลดลงและมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

เมื่อเปรียบเทียบความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยของแผนแบบกลุ่มปรับ เมื่อการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นเป็นแบบง่าย แบบมีชั้นภูมิ และแบบมีระบบ พบว่า ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Horvitz-Thompson จะให้ค่าความแปรปรวนน้อยกว่า ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Hansen-Hurwitz มีเพียงกรณีเดียว เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n=4$) การสุ่มตัวอย่างขั้นต้นเป็นแบบมีระบบ ค่าความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากทั้ง 2 วิธีจะมีค่าเท่ากัน แสดงให้เห็นว่า ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Horvitz-Thompson มีประสิทธิภาพมากกว่า ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Hansen-Hurwitz

สรุปได้ว่า แผนแบบกลุ่มปรับ สามารถใช้ได้กับประชากรที่มีลักษณะหายากและอยู่รวมกันเป็นกลุ่ม ความมีประสิทธิภาพของแผนแบบจะขึ้นอยู่กับลักษณะการกระจายของประชากรที่ทำการศึกษา วิธีการสุ่มตัวอย่างขั้นต้น ตัวประมาณที่ใช้ และขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มในขั้นต้น และพบว่าประสิทธิภาพของแผนแบบกลุ่มปรับที่มีการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นแบบมีระบบใช้ได้ดีกว่าแบบอื่น ๆ รองลงมา คือแบบมีชั้นภูมิและแบบง่ายตามลำดับ