

งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 นำเรื่อง

ในตอนนี้จะกล่าวถึงงานวิจัยที่ผ่านมารวมถึงทฤษฎี ปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากแรงเสียดทาน และแบบจำลองของความเสียดทานดังที่ได้มีการศึกษาและค้นคว้าตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งจะแบ่งเป็นหัวข้อหลักๆ ได้ 2 หัวข้อคือ ทฤษฎีปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดจากแรงเสียดทาน และแบบจำลองของความเสียดทานรวมไปถึงคุณสมบัติของแบบจำลองความเสียดทานแต่ละแบบ

2.2 ทฤษฎีและปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดจากความเสียดทาน

เรื่องของความเสียดทานได้รับการค้นคว้ามานานแล้ว Leonardo da Vinci ได้ทำการทดลองโดยใช้การเคลื่อนที่ของกล่องสี่เหลี่ยมที่เคลื่อนที่บนผิวเรียบ Amonton (1699) ซึ่งเป็นนักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส ได้ทำการค้นคว้าในลักษณะที่คล้ายๆ กัน พบว่าแรงเสียดทานเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงที่กระทำตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ และไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของผิวสัมผัส ต่อมา นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศสชื่อ Coulomb (1785) ได้พบว่า เมื่อเริ่มการเคลื่อนที่ ขนาดของแรงเสียดทานไม่ขึ้นอยู่กับความเร็ว ซึ่งเป็นเป็นที่มาของ Coulomb Friction Law ซึ่งความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องราวเหล่านี้มักจะปรากฏอยู่ในวิชาที่ว่าด้วยการหล่อลื่น การสึกหรอ (Tribology)

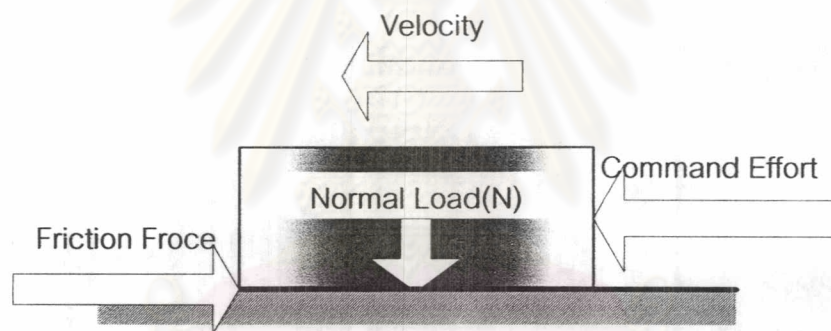
ในระบบจักรกลทั่วไปแรงเสียดทานเป็นสิ่งที่ไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้ ซึ่งในงานควบคุมทั่วไปจะละเลยหรือมองข้ามผลของแรงเสียดทาน เพื่อลดความยุ่งยากในการควบคุม แต่อย่างไรก็ตามสำหรับการควบคุมตำแหน่งที่ต้องการความถูกต้องแม่นยำสูงนั้น มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องลดผลของแรงเสียดทานที่มีต่อระบบ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อความเร็วของระบบเข้าใกล้ศูนย์ เนื่องจาก ณ ตำแหน่งที่ระบบใกล้หยุดนิ่งหรือเริ่มเคลื่อนที่ แรงเสียดทานจะมีความไม่เชิงเส้นสูง และเป็นไปได้ยากที่จะประมาณค่าที่แท้จริงของแรงเสียดทานได้

ถึงแม้ว่าความเสียดทานเป็นสิ่งที่ใกล้ชิดกับชีวิตประจำวัน แต่แท้จริงแล้วความรู้เกี่ยวกับแรงเสียดทานที่เผยแพร่มีเพียงส่วนที่เป็นพื้นฐานทางกายภาพของแรงเสียดทานเท่านั้น ดังนั้น ในส่วนนี้จะนำเสนอเกี่ยวกับทฤษฎีและปรากฏการณ์ต่างๆ ของแรงเสียดทานเพื่อความรู้ ความ

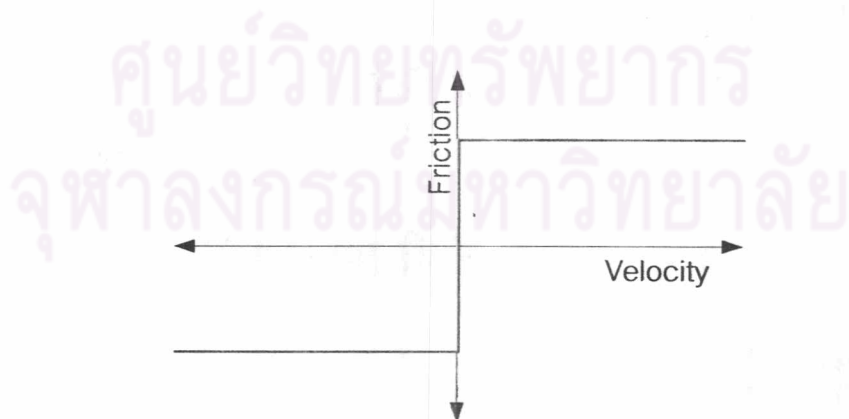
เข้าใจในการศึกษา โดยสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในด้านต่างๆ ต่อไป ซึ่งในที่นี้จะแบ่งรูปแบบและปรากฏการณ์ต่างๆ ของแรงเสียดทานออกเป็น 7 รูปแบบคือ

2.2.1 แรงเสียดทานจลน์ (Kinetic Friction)

แรงเสียดทานจลน์เป็นรูปแบบแรงเสียดทานที่ง่ายที่สุดรูปแบบหนึ่ง จากส่วนบทความส่วนหนึ่งในบันทึกของ Leonardo da Vinci ที่บันทึกไว้ตั้งแต่ศตวรรษที่ 16 กล่าวถึงแรงเสียดทานว่าเป็นแรงที่ต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีการเคลื่อนที่ผ่านกัน ต่อมา Guillaume Amonton และ Charles de Coulomb ได้พิสูจน์ให้เห็นว่าแรงเสียดทานจลน์จะเป็นสัดส่วนกับแรงที่กระทำในทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่และไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของผิวสัมผัส จากนั้น Charles de Coulomb ยังนำเสนอต่อไปว่าแรงเสียดทานไม่ขึ้นอยู่กับความเร็วสัมพัทธ์ของวัตถุ จึงเป็นที่มาของการเรียกแรงเสียดทานจลน์นี้ว่า แรงเสียดทานแบบ Coulomb



รูปที่ 2.1 แรงเสียดทานจลน์ที่เกิดขึ้นระหว่างมวลที่เคลื่อนที่



รูปที่ 2.2 รูปแบบของแรงเสียดทานจลน์ (Coulomb Friction)

จากที่กล่าวไว้ข้างต้นแรงเสียดทานจลน์ (F_k) จะขึ้นอยู่กับขนาดของแรงที่กระทำในทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ (N) และค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ (μ_k) ซึ่งเป็นคุณลักษณะเฉพาะของแต่ละผิวสัมผัส โดยทิศทางของแรงเสียดทานจะตรงข้ามกับทิศทางของความเร็ว (V) ดังแสดงในรูปที่ 2.1 และรูปแบบของแรงเสียดทานจลน์ดังแสดงในรูปที่ 2.2 โดยมีแบบจำลองความเสียดทานของแรงเสียดทานจลน์คือ

$$F_k = \mu_k N \operatorname{sgn}(V) \quad (2.1)$$

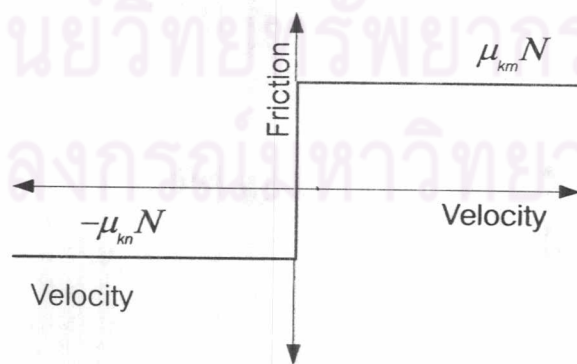
$$\text{เมื่อ } \operatorname{sgn}(V) = \begin{cases} +1, & V > 0 \\ -1, & V < 0 \end{cases}$$

ในทางปฏิบัติพบว่าขนาดของแรงเสียดทานจลน์นั้น มีปัจจัยอื่นเข้ามาเกี่ยวข้องด้วยทำให้รูปแบบของแรงเสียดทานจลน์ซับซ้อนกว่าที่ได้นำเสนอมากกล่าวคือ แรงเสียดทานจลน์ที่เกิดขึ้นจากการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของระบบเดียวกันในทิศทางที่ตรงข้ามกันอาจมีขนาดไม่เท่ากัน (Canudas al et., 1986) หรือกล่าวคือแรงเสียดทานจลน์ที่เกิดขึ้นตอนไปและกลับมีขนาดไม่เท่ากันดังรูปที่ 2.3

โดยมีแบบจำลองความเสียดทานจลน์คือ

$$F_k = \begin{cases} \mu_{kp} N, & V > 0 \\ -\mu_{kn} N, & V < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

เมื่อ μ_{kp} และ μ_{kn} คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ในทิศทางบวกและลบตามลำดับมีลักษณะแรงเสียดทานดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 รูปแบบของแรงเสียดทานจลน์ที่ไม่สมมาตร

2.2.2 แรงเสียดทานหนืด (Viscous Friction)

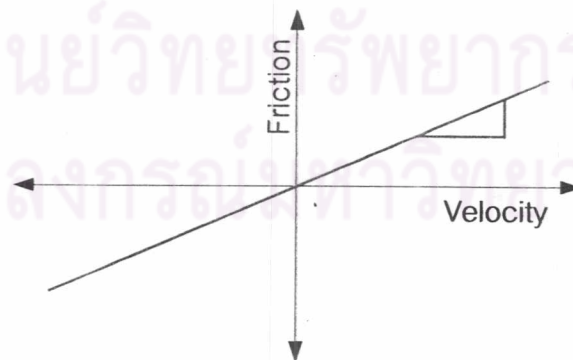
แรงเสียดทานหนืดเป็นผลมาจากความหนืดที่เกิดขึ้นของสารหล่อลื่นที่อยู่ระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุที่มีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์กัน ปลาย ค.ศ. ที่ 19 Osborne Reynolds ได้ศึกษาเกี่ยวกับการหมุนของเพลลาในหัวรถจักร ได้อธิบายถึงกลไกของการหล่อลื่นในช่วง Hydrodynamic (ซึ่งจะอธิบายต่อไปในช่วงท้ายของหัวข้อที่ 2.2.6) ในรูปของความหนืดในน้ำมัน ว่าเมื่อเกิดการหมุนในเพลลาที่มีการหล่อลื่นด้วยน้ำมัน ทำให้น้ำมันที่อยู่ระหว่างผิวสัมผัสมีการเคลื่อนที่ด้วย และเป็นเหตุให้ความดันของน้ำมันมีค่าเพิ่มขึ้นเป็นและความสามารถในการต้านทานการเคลื่อนที่ระหว่างเพลลาและแบร็งเพิ่มขึ้น จึงเป็นที่มาของแรงเสียดทานหนืดที่ขึ้นอยู่กับความเร็วสัมพัทธ์ของผิวสัมผัส

หลักการเดียวกันนี้สามารถใช้ในการอธิบายแรงเสียดทานหนืดที่เกิดขึ้นในผิวสัมผัสแบบอื่นด้วยเช่นการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างวัตถุ 2 ชิ้นในแนวระนาบที่มีสารหล่อลื่นเป็นตัวกลาง

จากที่กล่าวมาข้างต้นรูปแบบความสัมพันธ์ของแรงเสียดทานหนืดจะแปรผันโดยตรงกับความเร็วดังสมการที่ 2.3 และแสดงในรูปที่ 2.4

$$F_v = cV \quad (2.3)$$

- เมื่อ F_v คือแรงเสียดทานหนืด
 V คือความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างผิวสัมผัส
 c คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานหนืด



รูปที่ 2.4 รูปแบบแรงเสียดทานหนืด

จากรูปที่ 2.4 ความชันของกราฟ แรงเสียดทานกับความเร็ว เป็นค่าของสัมประสิทธิ์ความหนืดของสารหล่อลื่นที่นำมาใช้ และแรงเสียดทานหนืดมีคุณสมบัติที่คล้ายกับแรงเสียดทานจลน์คือ แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในสองทิศทางของการเคลื่อนที่อาจมีขนาดไม่เท่ากัน (Canudas al et.,1986) ดังสมการที่ 2.4

$$F_v = \begin{cases} c_p V & , V > 0 \\ c_n V & , V < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

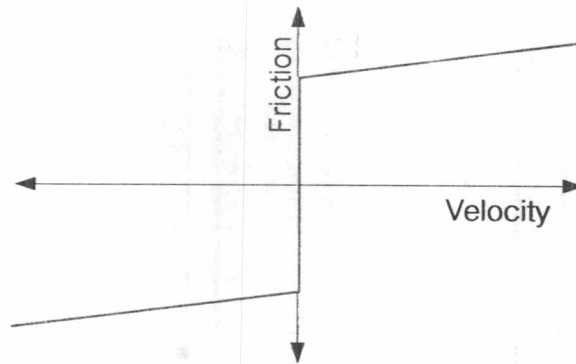
เมื่อ c_p คือค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานหนืดในทิศบวก
 c_n คือค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานหนืดในทิศลบ

เนื่องจากในระบบที่วู๊ว ไปจะมีรูปแบบของแรงเสียดทานจลน์ที่สามารถสังเกตและเข้าใจได้โดยง่าย และมีการหล่อลื่นระหว่างพื้นผิวสัมผัสเช่น ระหว่างเพลลาและแบร้ง ดังนั้นรูปแบบของแรงเสียดทานอย่างง่ายที่นำมาใช้ในระบบควบคุมที่วู๊ว ไปคือ แรงเสียดทานที่เป็นผลรวมของแรงเสียดทานจลน์และแรงเสียดทานหนืด (Coulomb Viscous Friction) ดังรูปที่ 2.5

จากรูปที่ 2.5 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับความเสียดทานที่เกิดจากแรงเสียดทานจลน์และแรงเสียดทานหนืด ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.5

$$F = F_k + F_v = \mu N + cV \quad (2.5)$$

เมื่อ μ คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์
 N คือแรงในทิศตั้งฉากของการเคลื่อนที่ดังรูปที่ 2.1
 c คือสัมประสิทธิ์ความหนืดของสารหล่อลื่น
 V คือความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างผิวสัมผัส



รูปที่ 2.5 รูปแบบของแรงเสียดทานที่เกิดจากแรงเสียดทานจลน์และแรงเสียดทานหนืด

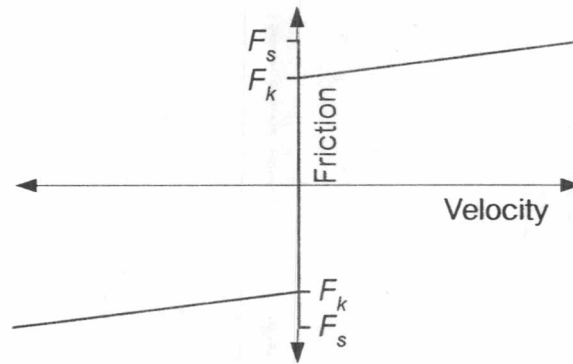
2.2.3 แรงเสียดทานสถิตย (Static Friction) และการเคลื่อนที่แบบ stick-slip

แรงเสียดทานสถิตยคือแรงที่ต้องใช้ในการเอาชนะแรงต้านทานในการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งไปสู่สภาวะที่เริ่มเคลื่อนที่ โดยเมื่อวัตถุหยุดนิ่ง แรงที่ใช้ในการผลักดันวัตถุให้เริ่มเคลื่อนที่จะมีขนาดเท่ากับแรงเสียดทานสถิตย (Static friction) ซึ่งจะมีค่าสูงกว่าแรงเสียดทานจลน์เสมอ

Bowden และ Tabor (1972) ได้อธิบายถึงแนวคิดที่ทำให้แรงเสียดทานสถิตยมีค่ามากกว่าแรงเสียดทานจลน์ไว้ 3 ประการคือ

- ในขณะที่วัตถุหยุดนิ่งจะเกิดการสัมผัสระหว่างผิวได้มากกว่าในขณะที่เคลื่อนที่เป็นเหตุให้สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานสถิตยมีค่ามากกว่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานจลน์
- ระยะเวลาที่ผิวสัมผัสวางทับกัน เมื่อใช้เวลาวางทับกันหรือเมื่อมวลอยู่นิ่งๆ ระยะเวลาานจะทำให้เกิดพันธะระหว่างผิวสัมผัสทั้งสอง ซึ่งความแข็งแรงของพันธะที่ว่าจะเพิ่มขึ้นตามเวลาที่ผิวสัมผัสไม่มีความเร็วสัมพัทธ์ต่อกัน
- ในขณะที่วัตถุหยุดนิ่ง มวลจะจมอยู่ในสารหล่อลื่นเนื่องจากสารหล่อลื่นไม่มีแรงดันที่จะสามารถแยกผิวสัมผัสของวัตถุออกจากกันได้

รูปแบบของแรงเสียดทานสถิตยจะมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.6 และสมการที่ 2.6

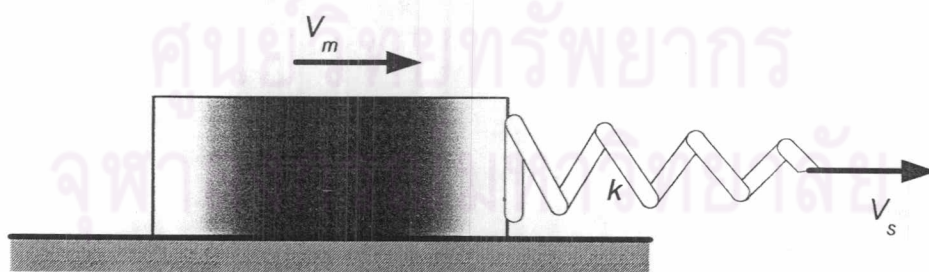


รูปที่ 2.6 รูปแบบของแรงเสียดทานที่เกิดจากแรงเสียดทานจลน์ แรงเสียดทานหนืดและแรงเสียดทานสถิตย์

$$F_s = \mu_s N \quad (2.6)$$

- เมื่อ F_s คือแรงเสียดทานสถิตย์
 μ_s คือสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานสถิตย์
 N คือแรงในทิศตั้งฉากของการเคลื่อนที่ดังรูปที่ 2.1

รูปที่ 2.6 แสดงรูปแบบของแรงเสียดทานที่เป็นผลมาจากแรงเสียดทานจลน์ แรงเสียดทานหนืดและแรงเสียดทานสถิตย์ ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ชัดเจนว่าแรงเสียดทานสถิตย์จะมีค่ามากกว่าแรงเสียดทานจลน์ และจากคุณสมบัตินี้เองทำให้แรงเสียดทานเป็นต้นเหตุสำคัญของปรากฏการณ์อย่างหนึ่งที่เกิดขึ้นในระบบทางกล ที่มีผลต่อการควบคุมที่ต้องการความแม่นยำสูง



รูปที่ 2.7 แบบจำลองการเกิดปรากฏการณ์ Stick-Slip

ปรากฏการณ์ที่ว่่านั้นก็คือ Stick-Slip Motion ซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่ระบบมีการเคลื่อนที่สลับกับหยุดนิ่งไปเรื่อยๆ ดังจะแสดงให้เห็นได้ชัดเจนจากการจำลองระบบด้วยมวลที่ผูกติดกับสปริงดังรูปที่ 2.7

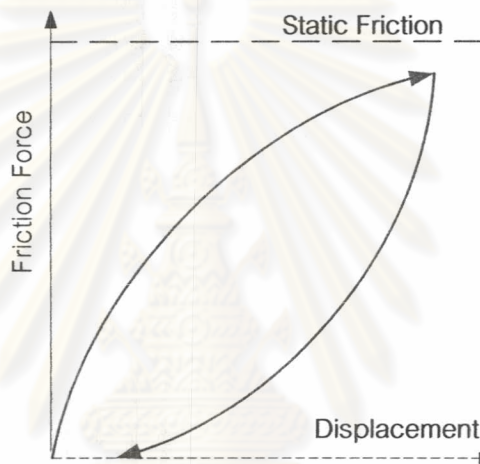
รูปที่ 2.7 ซึ่งแสดงการตั้งสปริงด้วยความเร็วคงที่ โดยปลายด้านหนึ่งของสปริงยึดติดกับวัตถุมวล M วางอยู่บนพื้นผิวที่มีแรงเสียดทาน เมื่อตั้งสปริงด้วยความเร็วคงที่พบว่าวัตถุจะเริ่มเคลื่อนที่เมื่อแรงดึงในสปริงมีค่าเท่ากับแรงเสียดทานสถิตย์ระหว่างมวลกับพื้นผิวเสียดทาน เมื่อวัตถุเกิดการเคลื่อนที่ แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจะเป็นแรงเสียดทานจลน์ที่มีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตย์ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เร็วกว่าสปริง เป็นเหตุให้สปริงมีการหดตัวและเกิดแรงผลึกในทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อสปริงหดตัวถึงจุดหนึ่งมวลจะหยุดนิ่งเนื่องจากแรงในสปริงมีค่าเท่ากับแรงเสียดทานจลน์ ในขณะที่สปริงเคลื่อนที่ไปเรื่อยๆ แรงดึงในสปริงก็จะมากขึ้นจนกระทั่งเอาชนะแรงเสียดทานสถิตย์และวัตถุจะเริ่มเคลื่อนที่อีกครั้ง ปรากฏการณ์เช่นนี้จะเกิดเป็นวงจรไปเรื่อยๆ (Karl, 1999; Canudas et al, 1995)

ผลจากปรากฏการณ์ Stick-Slip Motion ทำให้เกิดปัญหาในระบบควบคุม คือทำให้เสถียรภาพของระบบลดลง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระบบควบคุมที่ใช้ Integral Control ซึ่งตัวควบคุมจะทำงานโดยการสะสมค่าผิดพลาดของตำแหน่ง และนำไปปรับอัตราการขยายสัญญาณควบคุม เนื่องจากเหตุที่ค่าความเสียดทานสถิตย์มีค่ามากกว่าความความเสียดทานจลน์ เมื่อ ตัวควบคุมทำการสะสมค่าความผิดพลาดจากแรงเสียดทานแบบสถิตย์จะเป็นสาเหตุให้สัญญาณควบคุมมีค่ามากกว่า แรงเสียดทานจลน์และเป็นผลทำให้ระบบไม่สามารถไปหยุดยังตำแหน่งที่ต้องการได้

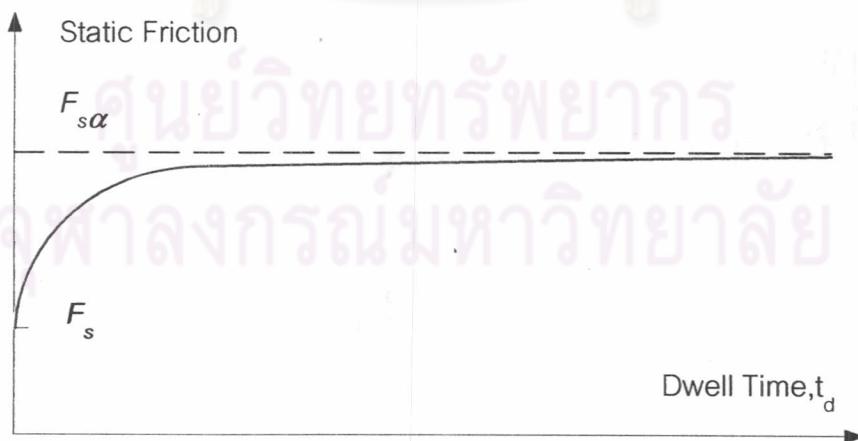
2.2.4 ระยะขจัดก่อนการเคลื่อนที่ (Pre-Sliding Displacement)

เมื่อมีการผลึกวัตถุบนพื้นผิวที่มีแรงเสียดทาน โดยที่แรงที่ใช้มีค่าต่ำกว่าแรงเสียดทานสถิตย์ มักจะเป็นที่เข้าใจกันว่าไม่มีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์เกิดขึ้นในขณะนั้น จากการศึกษาและทดลองโดย Dahl (1976) เกี่ยวกับแรงเสียดทานในการหมุนในบอลแบร์ริงพบว่า มีการเปลี่ยนแปลงระยะทางสัมพัทธ์เล็กน้อยระหว่างผิวสัมผัส เนื่องมาจากการยืดหยุ่นแบบพลาสติก (Elastic Deformation) จากของความหยวบของผิวสัมผัส Dahl (1976) ได้พบว่าขนาดของระยะทางที่เกิดขึ้นก่อนการเคลื่อนที่ (Pre-Sliding displacement) เป็นฟังก์ชันของแรงที่กระทำต่อวัตถุและขึ้นอยู่กับค่าต่ำสุดของแรงที่กระทำแล้วทำให้ระบบเริ่มเคลื่อนที่ (Breakaway Force)

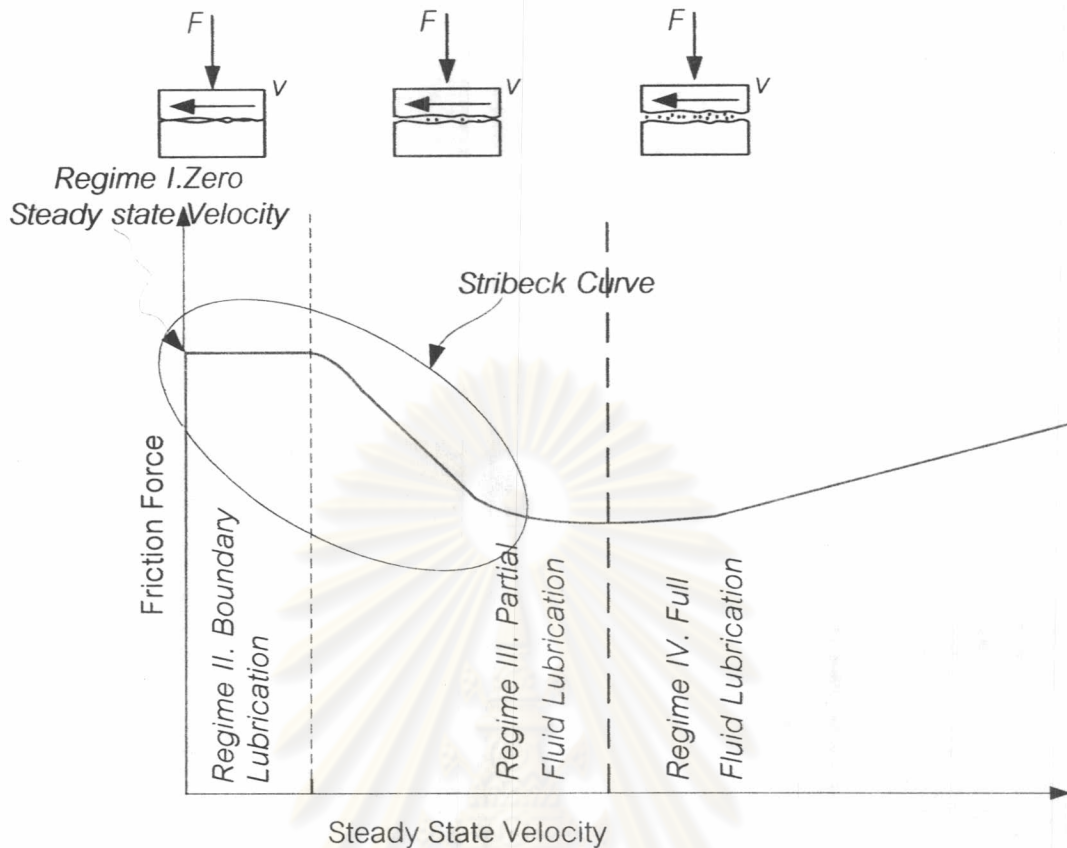
Courtney และ Eisner (1995) ได้แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมที่มีลักษณะคล้ายสปริงเมื่อแรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าน้อยกว่าค่าแรงเสียดทานสถิตย์ รูปที่ 2.8 ซึ่งแสดงถึงขนาดของแรงเสียดทานเทียบกับระยะทาง โดยการทดลองใช้แรงภายนอกกระทำต่อวัตถุมวล 1 กิโลกรัมบนพื้นผิวเสียดทาน โดยการเพิ่มแรงช้าๆ จาก 0 ไปสู่ 1.425 นิวตัน (ประมาณ 95 % ของแรงเสียดทานสถิตย์) จากนั้นลดขนาดของแรงลงมาเรื่อยๆ จนถึง 0 นิวตันและเพิ่มขึ้นอีกครั้ง จะได้ผลแสดงดังรูปที่ 2.8 ซึ่งเห็นได้ชัดว่าขนาดของแรงเสียดทานจะเป็นฟังก์ชันของระยะทาง โดยผลที่ได้จะเป็นลักษณะ Hysteresis Loop เนื่องจากการยืดหยุ่นแบบ Plastic ทำให้ตำแหน่งสุดท้ายของระยะขจัดแตกต่างจากตำแหน่งเริ่มต้น



รูปที่ 2.8 ปรัชการณ Pre-Sliding



รูปที่ 2.9 แรงเสียดทานสถิตย์ที่ขึ้นกับเวลาอยู่นิ่ง



รูปที่ 2.10 การเปลี่ยนแปลงของแรงเสียดทานเมื่อเทียบกับความเร็ว

2.2.5 แรงเสียดทานสถิตย์แปรตามเวลาหยุดนิ่ง (Static Friction Dependence on Dwell Time)

จากรูปแบบทางกายภาพที่สามารถสังเกตได้ถึงความแตกต่างระหว่างแรงเสียดทานจลน์กับแรงเสียดทานสถิตย์ และความจริงที่ว่าแรงเสียดทานสถิตย์จะเกิดก็ต่อเมื่อสองผิวสัมผัสมีเวลาในการสัมผัสกัน หรือมีช่วงเวลาที่ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างผิวสัมผัสเท่ากับศูนย์นั่นเอง และเมื่อมีช่วงเวลาดังกล่าว ปรากฏการณ์ที่ตามมาคือเกิดพันธะระหว่างสองผิวสัมผัส ซึ่งขนาดความแข็งแรงของพันธะจะขึ้นอยู่กับเวลาที่ผิวสัมผัสไม่มีการเคลื่อนที่ (dwell time) จากงานวิจัยของ Rabinowicz (1958) และ Shlinski, Kragelski และ Dokos (Naomi and Krishnaprasad, 1991) สามารถสรุปได้ว่าขนาดของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจากช่วงเวลาหยุดนิ่งจะมีความสัมพันธ์กับเวลาหยุดนิ่งในลักษณะของลอการิทึมดังแสดงในรูปที่ 2.9

2.2.6 แรงเสียดทานที่แปรตามขนาดของความเร็ว (Friction Variation with Velocity)

ในระบบที่มีการเคลื่อนที่สัมผัสกันระหว่างผิวสัมผัสโดยมีสารหล่อลื่นอยู่ระหว่างผิวสัมผัส โดยทั่วไปแล้วจะพิจารณารูปแบบของแรงเสียดทานเป็นแบบแรงเสียดทานจลน์ แต่ในความเป็นจริงแล้ว ในช่วงความเร็วต่ำค่าของสัมประสิทธิ์ความเสียดทานหนืด (ความชันของรูป F-V Curve) มีค่าเป็นลบ ดังรูปที่ 2.10 ซึ่งเป็นช่วงที่ทำให้เสถียรภาพของระบบควบคุมตำแหน่งลดลง โดยที่ความเร็วสูงสุดที่สัมประสิทธิ์ความเสียดทานหนืดเป็นลบเรียกว่า Stribeck Velocity และปรากฏการณ์ที่ว่านี้เรียกว่า Stribeck Effect

จากรูปที่ 2.10 แสดงถึงขอบเขตของความเร็วระหว่างสองผิวสัมผัสโดยมีสารหล่อลื่นเป็นน้ำมัน หรือจารบี ทำให้เกิดเป็นช่วงต่างๆ 4 ช่วงตามขนาดของความเร็ว และเป็นผลให้เกิดพฤติกรรมที่แตกต่างกันของ ความเสียดทาน

- Static Friction

เป็นสภาวะหยุดนิ่ง ซึ่งอาจมีแรงมากกระทำต่อระบบ แต่ขนาดของแรงไม่มากกว่าค่าความเสียดทานสถิตย์ ทำให้ไม่เกิดความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างพื้นผิวสัมผัส แรงที่กระทำต่อระบบอาจเป็นเหตุให้เกิดปรากฏการณ์ Pre-Sliding ดังที่เคยกล่าวไว้ในเบื้องต้นได้

- Boundary Lubrication

เป็นช่วงที่ความเร็วต่ำมาก ขนาดของความเร็วยังไม่สูงพอที่จะทำให้เกิดฟิล์มของเหลวขึ้นระหว่างผิวสัมผัส แรงเสียดทานในช่วงนี้จะเกิดจากการพยายามเอาชนะแรงเฉือนของชั้นของสารหล่อลื่น และการสัมผัสระหว่างผิวของแข็งเกิดโดยขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของพื้นผิวสัมผัส เช่น ความหยาบ ชนิดของผิวสัมผัสและคุณสมบัติเชิงเคมีของสารหล่อลื่น เช่น ค่าความหนืด อุณหภูมิ เป็นต้น

- Partial Fluid Lubrication

เมื่อความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างพื้นผิวมีค่าสูงพอที่จะทำให้เกิดฟิล์มของเหลวขึ้นระหว่างสองพื้นผิวแต่ยังไม่สูงพอที่จะทำให้ฟิล์มของเหลวมีความหนา พอที่จะแยกสองพื้นผิวออกจากกันได้สมบูรณ์ ในช่วงนี้แรงเสียดทานจะลดลงเมื่อความเร็วเพิ่มขึ้น และความหนาของฟิล์มของเหลวจะสูงขึ้นเมื่อความเร็วสูงขึ้น จากรูป 2.10 พบว่าค่าความชันของรูปแสดงแรงเสียดทานกับความเร็วเป็นค่าลบ ยังผลให้เป็นช่วงความเร็วที่ยากในการทำให้เกิดเสถียรภาพในระบบควบคุม โดยช่วงที่ค่าความ

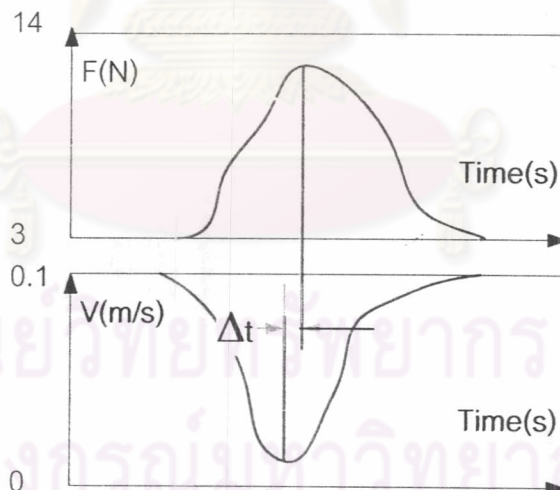
ชั้นของรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วและแรงเสียดทานเป็นแบบนี้เรียกว่า Stribeck Effect ณ ตำแหน่งสุดท้ายในช่วงค่าความชันเป็นแบบนี้เรียกว่าตำแหน่งความเร็ววิกฤติ (critical velocity) หรือ Stribeck Velocity

- Full Fluid Lubrication

เป็นช่วงที่ความเร็วสูงพอที่จะทำให้ฟิล์มของเหลวมีความหนามากพอที่จะแยกสองพื้นผิวออกจากกันได้อย่างสมบูรณ์ทำให้แรงเสียดทานโดยรวมที่เกิดขึ้นในช่วงนี้เป็นผลมาจากแรงเสียดทาน Coulomb และแรงเสียดทานหนืด โดยที่แรงเสียดทานจะมีค่ามากขึ้นเมื่อความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างพื้นผิวมีค่าสูงขึ้น

2.2.7 ความหน่วงของการเปลี่ยนแปลงแรงเสียดทาน (Friction Lag)

จากที่กล่าวมาแล้วในเบื้องต้น เมื่อความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างพื้นผิวมีการเปลี่ยนแปลงจะนำมาซึ่งการเปลี่ยนแปลงของความเสียดทานแต่การเปลี่ยนแปลงของความเสียดทานจะไม่เกิดขึ้นในทันทีที่เกิดการเปลี่ยนแปลงความเร็ว จากผลการทดลองของ D. P. Hess and A. Soom (D. P. Hess and A. Soom, 1990) ในรูปที่ 2.11 แสดงให้เห็นถึงเวลาหน่วงของการเปลี่ยนแปลงความเสียดทานเมื่อเทียบกับการเปลี่ยนแปลงความเร็ว โดยแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจะขึ้นอยู่กับการกระทำต่อผิวสัมผัส



รูปที่ 2.11 Hysteresis Friction เนื่องจากเวลาล่าช้าของแรงเสียดทาน

2.3 แบบจำลองของความเสียดทาน

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแรงเสียดทาน แบบต่างๆ ที่นักวิจัยหลายๆ ท่านได้เคยนำเสนอในเอกสารและบทความทางวิชาการ โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแรงเสียดทานแต่ละแบบจะมีคุณสมบัติและความสามารถแตกต่างกันออกไป ดังที่จะนำเสนอต่อไปนี้

2.3.1 Coulomb Friction Model (kinetic friction)

แบบจำลองความเสียดทานแบบ Coulomb ดังรูปที่ 2.12a เป็นแบบจำลองที่ง่ายที่สุด ที่สามารถจำลองแรงเสียดทานเป็นฟังก์ชันของความเร็วของวัตถุ แบบจำลองนี้สามารถพัฒนาเพิ่มขึ้นโดยการเพิ่มพจน์ของแรงเสียดทานจากความหนืด (F_v) ดังสมการที่ 2.9 จะได้ผลดังรูปที่ 2.12b และในรูปที่ 2.12c แสดงแบบจำลองที่รวมผลจากแบบจำลองความเสียดทานแบบ Coulomb แรงเสียดทานจากความหนืดและแรงเสียดทานสถิตย์ ที่สภาวะหยุดนิ่งด้วย จากผลการทดลองพบว่า F_c และ F_r จะขึ้นอยู่กับทิศทางของความเร็ว อย่างไรก็ตามเป็นการยากที่จะนำแบบจำลองนี้ไปใช้ในการจำลองระบบเนื่องจาก แบบจำลองความเสียดทานแบบ Coulomb ไม่สามารถคำนวณค่าได้แม่นยำที่สภาวะหยุดนิ่งได้ (Karl, 1999; Susan and Haruhiko, 1995)

$$F = F_c \operatorname{sgn}(v) = \mu F_N \operatorname{sgn}(v) \quad (2.7)$$

เมื่อ $F_c = \mu F_N$ เป็น Coulomb Friction

μ คือสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์

F_N คือแรงที่กระทำตั้งฉากกับพื้นผิว

V คือความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างผิวสัมผัส

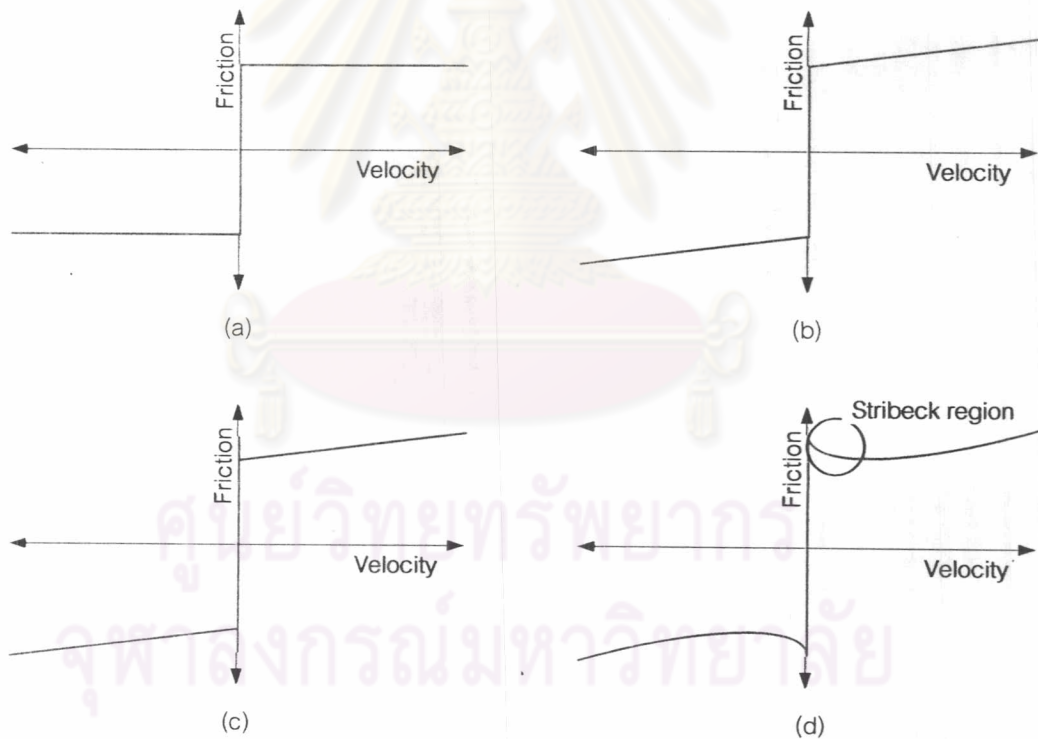
และ Steinbeck's Model ดังรูปที่ 2.12d

$$F = \begin{cases} F(v); v \neq 0 \\ F_e; v = 0 \text{ and } |F_e| < F_s \\ F_s \operatorname{sgn}(F_e); \text{otherwise} \quad \left(v = 0 \text{ and } |F_e| \geq F_s \right) \end{cases} \quad (2.8)$$

$$F(v) = F_c + (F_s - F_c)e^{-|v/v_s|^2} + F_r v \quad (2.9)$$

- เมื่อ F_e คือแรงที่กระทำต่อวัตถุ
 F_s คือค่าความเสียดทานสถิตย์สูงสุด (Break Away Force)
 $F_r \cdot v$ คือแรงเสียดทานเนื่องจากความหนืด
 v_s คือความเร็วที่ค่าความเสียดทานจลน์มีค่าต่ำที่สุด (Stribeck velocity)

โดยสมการที่ 2.9 ออกแบบมาเพื่อใช้แสดงผลของ Stribeck Curve ในช่วงความเร็วต่ำและ Stribeck's Model เป็นแบบจำลองที่ง่ายที่สุดที่สามารถจำลองการเกิดปรากฏ stick-slip motion ได้



รูปที่ 2.12 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงและความเร็วที่ ของ Kinetic Friction model (a) Coulomb Friction Model (b) Coulomb Viscous Friction Model (c) Static Coulomb Viscous Friction Model (d) Stribeck Friction Model

2.3.2 Dahl's Model

Dahl's model ได้รับการพัฒนาขึ้นมาให้ใช้ในการจำลองระบบควบคุมเพื่อแสดงผลของแรงเสียดทาน โดยในเบื้องต้นนั้น ได้ทำการทดสอบในระบบควบคุมที่ใช้กับบอลแบร์ริง และได้นำมาใช้ในการชดเชยในระบบควบคุมแบบเปลี่ยนแปลง (adaptive friction compensation) ข้อเสียของแบบจำลองนี้คือไม่สามารถอธิบายถึงปรากฏการณ์ stick-slip motion และ Stribeck effect ได้

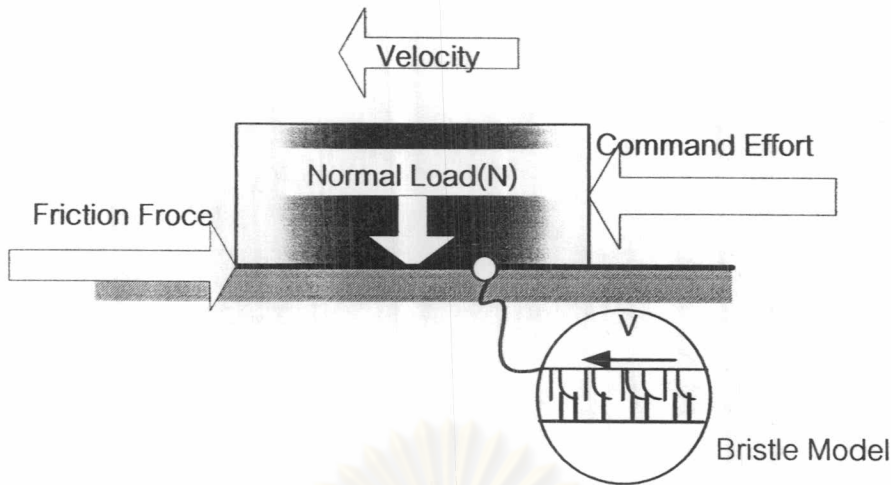
$$\frac{dF}{dx} = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right)^\alpha \quad (2.10)$$

เมื่อ	x	คือระยะทาง
	F	คือแรงเสียดทานที่เกิดขึ้น
	F_c	คือ Coulomb friction
	σ	คือค่าสัมประสิทธิ์ความแข็ง
	α	คือเป็นตัวแปรที่ใช้พิจารณาถึงสัญญาณของ stress-strain curve โดยทั่วไปแล้ว α มีค่าเท่ากับ 1 (Karl, 1999)

2.3.3 The LuGre Model (Karl, 1999; Canudas et al, 1995)

แบบจำลองชนิดนี้มีแนวคิดมาจากการพิจารณาถึงในระดับจุลภาคของผิวสัมผัส จะพบว่าแต่ละผิวสัมผัสมีความหยาบอยู่และยึดติดกันด้วยองค์ประกอบเล็กๆ ซึ่งสามารถเห็นภาพได้ง่ายขึ้นเมื่อเราแทนความหยาบนั้นด้วยแบบจำลองที่มีลักษณะเป็นคานเล็กๆ ที่มีความยืดหยุ่นตามรูปที่ 2.13 เมื่อมีแรงมากระทำในแนวขนานกับผิวสัมผัส จะทำให้เกิดการแอ่นของคาน (ในที่นี้จะใช้คำว่า Bristles) ซึ่งเป็นแบบจำลองของแรงที่ต้านการกระทำของแรงภายนอกหรือแรงเสียดทาน

หากแรงภายนอกที่กระทำต่อผิวสัมผัสมีค่ามากพอจะทำให้ Bristles เกิดการแอ่นตัวมากขึ้นและในที่สุด ก็จะทำให้เกิดการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงที่กระทำสามารถเอาชนะแรงยึดเหนี่ยวใน Bristles ได้



รูปที่ 2.13 Lugre's model

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{|v|}{g(v)}z \tag{2.11}$$

$$z_{ss} = \frac{v}{|v|}g(v)\text{sgn}(v) \tag{2.12}$$

- เมื่อ v แทนความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างสองพื้นผิว
- z คือระยะแอนของ Bristle model

เมื่อ ความเร็วเพิ่มขึ้นแรงเสียดทานจะเกิดจากการโก่งตัวของ Bristle มีค่า

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \tag{2.13}$$

- เมื่อ σ_0 คือค่าสัมประสิทธิ์ความแข็ง
- σ_1 คือค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง
- σ_2 คือค่าสัมประสิทธิ์ความหนืด และฟังก์ชัน $\sigma_0 g(v) + \sigma_2 v$ สามารถพิจารณาได้จากการวัดค่าแรงเสียดทานที่สภาวะคงตัว เมื่อกำหนดให้ความเร็วมีค่าคงที่

$$\sigma_0 g(v) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(v/v_s)^2} \tag{2.14}$$

เมื่อ	F_c	คือ Coulomb friction
	F_s	คือ Static Friction Force หรือ Break Away Force
	v_s	คือ Stribeck velocity

และที่การเคลื่อนที่ ณ สภาวะคงตัว(ความเร็วคงที่)

$$F_{ss} = \sigma_0 g(v) \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v = F_c \operatorname{sgn}(v) + (F_s - F_c) e^{-(v/v_s)^2} \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v \quad (2.15)$$

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้สามารถแสดงให้เห็นถึงปรากฏการณ์ที่เกิดจากแรงเสียดทานได้หลายแบบเช่น Friction lag และ Stick-Slip Motion เป็นต้น (Karl, 1999; Canudas et al, 1995)

2.3.4 State Variable Friction Model

จากการวิจัยด้านแบบจำลองพลวัตของความเสียดทานของผิวโลก นำเสนอโดยนักธรณีวิทยาที่ทำงานด้านการเกิดแผ่นดินไหว ผู้ซึ่งตั้งสมมุติฐานว่าการเกิดการเกิดแผ่นดินไหวเป็นปรากฏการณ์ Stick-Slip เนื่องจากการเคลื่อนที่สัมพัทธ์กันของเปลือกโลก Ruina (1983) ได้นำเสนอ State-Variable Model เพื่อจำลองปรากฏการณ์ที่วุ่นและทำการทดสอบแบบจำลองด้วยวัสดุอื่นๆ เช่น Teflon แก้ว เหล็ก พลาสติก และไม้ โดยการทดสอบจำกัดความเร็วอยู่ในช่วง Boundary Lubrication เท่านั้น

$$f(t) = f_0 + A \ln(v(t)/V_0) + \theta(t) \quad (2.16)$$

$$\dot{\theta}(t) = -\frac{v(t)}{L} [\theta(t) + B \ln(v(t)/V_0)] \quad (2.17)$$

เมื่อ θ Scalar State variable

L เป็นความยาวจำเพาะของระบบ

v_0 ความเร็วของระบบ และค่าลำดับ (V_0, f_0) ต้องสอดคล้องกับทุกๆจุดบน Steady-State Friction Velocity curve เมื่อ Steady State curve ได้จาก

$$f_{ss}(v) = f_0 + (A - B) \ln(v/V_0) \quad A < B \quad (2.18)$$

เมื่อ A ใน สมการที่ 2.18 ทำหน้าที่คล้ายสัมประสิทธิ์ความหนืด

จากการศึกษาค้นคว้าโดย Hess and Soom (1990) และ Pierre(1994) พบว่าแรงเสียดทานที่จำลองโดยสมการ 2.16 และ 2.17 จะทำให้ระบบเข้าสู่เสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ(Asymtotic Stable) เมื่อ ค่าคงที่ของสปริง (k_v) มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (k_{cr}) โดย

$$k_{cr}(V_0) = \frac{B - (A + k_v V_0)}{L} \left[1 + \frac{mV_0^2}{(A + k_v V_0)L} \right] \quad (2.19)$$

แบบจำลองชนิดนี้พัฒนามาเป็นพิเศษเพื่อให้เห็นผลของแรงเสียดทานที่ความเร็วต่ำ(Pierre, 1994; Dupont and Eric, 1995)

2.3.5 The Seven Parameter Friction Model

เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดยแบ่งแบบจำลองที่สภาวะต่างๆ ตามลักษณะของการเคลื่อนที่ ซึ่งแรงเสียดทานจะเป็นผลมาจากตัวแปรที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับสภาวะที่แตกต่างกัน ที่สภาวะหยุดนิ่งก่อนที่จะเกิดการเคลื่อนที่ (Pre-sliding Displacement phenomena) มีแบบจำลองดังนี้

$$F_f(x) = -k_f x \quad (2.20)$$

ในขณะที่มีการเคลื่อนที่ (Coulomb viscous Stribeck curve friction with friction memory) สมการของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นมีลักษณะดังนี้

$$F_f(\dot{x}, t) = - \left[F_c + F_v |\dot{x}| + F_s(\gamma, t_2) \frac{1}{1 + \left(\frac{\dot{x}(t - \tau_L)}{\dot{x}_s} \right)^2} \right] \quad (2.21)$$

ขนาดของแรงเสียดทาน ณ จุดที่เริ่มเกิดการเคลื่อนที่ (Friction Level at Break away)
สมการของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นมีลักษณะดังนี้

$$F_s(\gamma, t_2) = F_{s,\alpha} + (F_{s,\infty} - F_{s,\alpha}) \frac{t_2}{t_1 + \gamma} \quad (2.22)$$

- เมื่อ $F_f(\bullet, \bullet)$ คือแรงเสียดทาน ณ เวลาใดๆ
- F_c คือ Coulomb friction force
- F_v คือ Viscous friction coefficient ซึ่งขึ้นอยู่กับชนิดของสารหล่อลื่น
- $F_{s,\alpha}$ คือขนาดของ Stribeck friction ที่จุดสุดท้ายของ Sliding period
- $F_{s,\infty}$ คือขนาดของ Stribeck friction หลังจากระบบหยุดนิ่งช่วงเวลาหนึ่ง
- k_t คือค่าคงที่สถิตยในทิศทางการเคลื่อนที่
- x คือขนาดของการเคลื่อนที่ระหว่างผิวสัมผัส
- \dot{x}_s คือความเร็วลักษณะเฉพาะของ Stribeck friction (Stribeck Velocity)
- τ_L คือขนาดของเวลาหน่วง
- γ คือค่าตัวแปรความเสียดทานหรืออัตราการเพิ่มของแรงเสียดทานเมื่ออยู่ในสภาวะหยุดนิ่ง
- t_2 คือ dwell time ช่วงเวลาที่หยุดนิ่งของระบบ

จากการนำเสนอแบบจำลองโดยแบ่งแยกการพิจารณาตามสภาวะต่าง ๆ ทำให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ชนิดนี้ สามารถจำลองปรากฏการณ์ของแรงเสียดทานได้หลายแบบ เช่น Pre-Sliding displacement, Stribeck friction, (Brian and Pierre, 1993)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.4 ความสามารถในการจำลองปรากฏการณ์ที่เกิดจากความเสียดทานของแบบจำลองความเสียดทานแต่ละชนิด

ตารางที่ 2.1 ความสามารถในการจำลองปรากฏการณ์ของแบบจำลองความเสียดทานแต่ละชนิด

	Stribeck Effect	Stick-Slip Motion	Pre-sliding Displacement	Friction Lag	Static Friction depend on dwell time
1.Coulomb & Stribeck Friction Model	+	+	-	+	N/A
2.Dahl 's Model	-	-	N/A	+	N/A
3.The LuGre Model	+	+	N/A	+	+
4.State Variable Model	N/A	+	N/A	N/A	N/A
5.The Seven Parameter Model	+	+	+	+	N/A

เมื่อ + แทนความสามารถในการจำลองปรากฏการณ์ของแบบจำลองความเสียดทาน
 - แทนความปรากฏการณ์ที่แบบจำลองความเสียดทานไม่สามารถจำลองได้
 N/A ไม่ปรากฏข้อมูลในการยืนยันความสามารถในการจำลองปรากฏการณ์

ตารางที่ 2.1 แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการจำลองปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากความเสียดทานของแบบจำลองความเสียดทานชนิดต่างๆ โดยการค้นคว้าและรวบรวมจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากตารางที่ 2.1 แบบจำลองความเสียดทานแบบ Coulomb & Stribeck Friction Model จะสามารถแสดงถึง Stribeck effect, Stick-Slip Motion และ Friction Lag ได้ แต่ไม่สามารถแสดงปรากฏการณ์ Pre-Sliding Displacement ในส่วนของ Dahl's Model จะสามารถแสดงถึงปรากฏการณ์ Friction Lag แต่จะไม่สามารถแสดงให้เห็นถึง Stribeck effect และ Stick-Slip Motion สำหรับ The LuGre Model สามารถแสดงให้เห็นถึงปรากฏการณ์ที่เกิดจาก

แรงเสียดทานได้หลายชนิด อันได้แก่ Stribeck Effect, Stick-Slip Motion, Friction Lag และ Static Friction depend on Dwell time สำหรับ State Variable Model สามารถแสดงปรากฏการณ์ Stick-Slip Motion และ The Seven Parameter Model สามารถแสดงให้เห็นถึงปรากฏการณ์ที่เกิดจากแรงเสียดทานได้หลายชนิด อันได้แก่ Stribeck Effect Stick-Slip Motion Pre-sliding และ Friction Lag

จากตารางที่ 2.1 พบว่าแบบจำลองความเสียดทานแต่ละชนิดไม่สามารถจำลองปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากแรงเสียดทานได้ทั้งหมด เนื่องจาก แบบจำลองความเสียดทานแต่ละชนิดถูกพัฒนาขึ้นมาด้วยวัตถุประสงค์ที่แตกต่างกันออกไป ทำให้ไม่มีแบบจำลองความเสียดทานใดที่สามารถแสดงปรากฏการณ์ของแรงเสียดทานได้ทุกชนิด และไม่มีแบบจำลองความเสียดทานใดใช้ได้กับระบบทางกลทุกระบบ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย