

การจำลองและการสร้างภาพนามธรรมของผลกระทบการขาดแคลนน้ำ
ต่อการเติบโตของถั่วเหลือง

นายอนุชิต จิตพัฒน์กุล

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิทยาการคณนา ภาควิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-4149-9

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**SIMULATION AND VISUALIZATION OF WATER FAMINE EFFECTS
ON SOYBEAN GROWTH**

Mr. Anuchit Jitpattanakul

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Computational Science**

Department of Mathematics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2003

ISBN 974-17-4149-9

อนุชิต จิตพัฒนกุล : การจำลองและการสร้างภาพนามธรรมของผลกระทบการขาดแคลน
น้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง (SIMULATION AND VISUALIZATION OF
WATER FAMINE EFFECTS ON SOYBEAN GROWTH) อ.ที่ปรึกษา : รศ.
สุชาดา สิริพันธุ์, อ. ที่ปรึกษาร่วม : ศ.ดร. ชิดชนก เหลือสินทรัพย์ ; 98 หน้า. ISBN
974-17-4149-9.

การเติบโตของพืช ณ เวลาต่างๆ สามารถอธิบายด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า
แบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก (Logistic growth model) แต่แบบจำลองการเติบโตที่ใช้อยู่
ในปัจจุบันไม่ได้คำนึงปัจจัยในการขาดน้ำของพืชเข้ามาเกี่ยวข้อง จึงไม่สามารถจำลองแบบพฤติ
กรรมการเติบโตของพืชที่ขาดน้ำได้ วิทยานิพนธ์นี้ได้เสนอแบบจำลองการเติบโตที่รวมปัจจัยการ
ขาดน้ำ โดยใช้ถั่วเหลืองเป็นกรณีศึกษา แบบจำลองที่ได้สามารถนำไปจำลองแบบพฤติกรรม
การเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำได้ และยังสามารถนำไปใช้ควบคุมการเติบโตของภาพนามธรรมของ
ถั่วเหลืองที่สร้างจากหลักการ Bracketed L-System



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....คณิตศาสตร์.....
สาขาวิชา.....วิทยาการคอมพิวเตอร์.....
ปีการศึกษา.....2546.....

ลายมือชื่อนิสิต.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

4372473423 : MAJOR COMPUTATIONAL SCIENCE

KEY WORD: SIMULATION / VISUALIZATION / WATER FAMINE EFFECT /
SOYBEAN GROWTH

ANUCHIT JITPATTANAKUL : SIMULATION AND VISUALIZATION
OF WATER FAMINE EFFECTS ON SOYBEAN GROWTH. THESIS
ADVISOR: ASSOC. PROF. SUCHADA SIRIPANT THESIS CO-
ADVISOR PROF. CHIDCHANOK LURSINSAP, Ph.D., 98 pp. ISBN
974-17-4149-9.

The plant growth at each time step can be described by a mathematical model. In recent years, a logistic growth model has been used to simulate plant growth by ignoring water famine factor. This thesis proposed a plant growth model which depends on water famine factor. The study focuses on soybean. The resulting model can be used to simulate soybean growth based on water famine factor. Another resulting model can be used to control the growth of virtual soybean generated by the Bracketed L-system.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department Mathematics
Field of study Computational Science
Academic year 2003

Student's signature.....
Advisor's signature.....
Co-advisor's signature.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงอย่างสมบูรณ์ด้วยความกรุณาช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์ สุชาติ ศิริพันธ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และศาสตราจารย์ ดร. ชิตชนก เหลือสินทรัพย์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งตลอดระยะเวลาในการทำวิจัย รวมทั้งช่วยตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น จึงขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. พรพจน์ เปี่ยมสมบูรณ์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. จักษ์ อิศวานันท์ และอาจารย์ ดร. ไพศาล นาคมหาชาติสินธุ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจสอบและให้คำแนะนำแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จด้วยดี

ขอขอบคุณ เพื่อนร่วมรุ่นคณาทุกคน และเพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ที่ศูนย์วิจัย AVIC ทุกคน สำหรับคำปรึกษา คำแนะนำอันเป็นประโยชน์ และความช่วยเหลือในทุกๆ เรื่อง ตลอดระยะเวลาในการทำวิจัย

ขอขอบคุณ ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ ที่ได้สนับสนุนทุนสำหรับการทำวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งขอขอบคุณ โครงการพัฒนาอาจารย์สาขาขาดแคลน(คณิตศาสตร์) ทบวงมหาวิทยาลัย ที่ได้สนับสนุนทุนการศึกษาตลอดระยะเวลาในการทำวิจัย

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อสุชาติ จิตพัฒนกุล และคุณยายทิวี นาคสีหมอก ที่ได้ให้กำลังใจช่วยเหลือและสนับสนุนในด้านต่างๆอย่างดีตลอดมาจนวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ถ้าไม่มีบุคคลทั้งสองนี้ ผู้วิจัยคงไม่มีวันนี้

ความดีของการศึกษาและคุณค่าของวิทยานิพนธ์นี้ ผู้วิจัยขออุทิศแด่บูรพาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

| | หน้า |
|---|------|
| บทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภาษาไทย | ง |
| บทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภาษาอังกฤษ | จ |
| กิตติกรรมประกาศ | ฉ |
| สารบัญ | ช |
| สารบัญตาราง | ฅ |
| สารบัญภาพ | ฉ |
| บทที่ | |
| 1 บทนำ | 1 |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา | 1 |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย | 1 |
| 1.3 ขอบเขตของการวิจัย | 1 |
| 1.4 วิธีดำเนินการวิจัย | 2 |
| 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ | 2 |
| 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | 3 |
| 2.1 งานวิจัยทางพฤกษศาสตร์ที่ศึกษาผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของ พืช | 3 |
| 2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองการเติบโต | 4 |
| 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของพืช | 5 |
| 3 ทฤษฎีพื้นฐาน | 7 |
| 3.1 แบบจำลองการเติบโต | 7 |
| 3.2 การวิเคราะห์การถดถอย | 14 |
| 3.3 ระบบลินเดนเมเยอร์ | 21 |
| 4 การจำลองและการสร้างภาพนามธรรม | 32 |
| 4.1 ข้อมูลจำเพาะของถั่วเหลือง | 32 |
| 4.2 การเก็บข้อมูล | 34 |
| 4.3 การจำลองแบบ | 35 |
| 4.4 การสร้างภาพนามธรรม | 50 |

สารบัญ(ต่อ)

| | หน้า |
|---|------|
| 5 ผลการวิจัย | 60 |
| 5.1 แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง | 60 |
| 5.2 ผลการจำลองแบบ | 64 |
| 5.3 ผลการสร้างภาพนามธรรม | 66 |
| 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ | 78 |
| 6.1 สรุปผลการวิจัย | 78 |
| 6.2 ข้อเสนอแนะ | 79 |
| เอกสารอ้างอิง | 80 |
| ภาคผนวก | 83 |
| ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ | 86 |

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

| ตาราง | | หน้า |
|--------------|---|------|
| ตารางที่ 3.1 | สัญลักษณ์ที่ใช้ในการตีความแบบเต่าแบบง่าย | 22 |
| ตารางที่ 3.2 | สายอักขระเริ่มต้นและกฎการทำซ้ำแบบ Bracketed L-system ที่แตกต่างกัน .. | 27 |
| ตารางที่ 3.3 | ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวอย่าง 3.8 | 31 |
| ตารางที่ 4.1 | ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากแบบจำลองการเติบโต | 44 |
| ตารางที่ 4.2 | สัญลักษณ์ที่ใช้ในการตีความเพื่อสร้างภาพนามธรรมของถั่วเหลือง | 53 |



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

| ภาพประกอบ | หน้า |
|--|------|
| รูปที่ 3.1 การเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลและแบบลอจิสติก..... | 8 |
| รูปที่ 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นโค้งกับพารามิเตอร์ K, α และ β โดย (ก) K ต่างกัน (ข) α ต่างกัน และ (ค) β ต่างกัน | 9 |
| รูปที่ 3.3 ช่วงเวลาการเติบโตที่ 10% ถึง 90% | 9 |
| รูปที่ 3.4 เวลาที่มีอัตราการเติบโตมากที่สุด | 11 |
| รูปที่ 3.5 การฟิตข้อมูลด้วยแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก | 12 |
| รูปที่ 3.6 เปรียบเทียบการปรับเส้นโค้งข้อมูล(ก) ด้วยแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก (ข)และแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลลอจิสติก(ค) | 13 |
| รูปที่ 3.7 ค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละจุด (x_i, y_i) | 16 |
| รูปที่ 3.8 กราฟที่ได้จากสมการถดถอยเทียบกับข้อมูลจากตัวอย่าง 3.1 | 20 |
| รูปที่ 3.9 การตีความสายอักขระด้วย Turtle Interpretation | 24 |
| รูปที่ 3.10 ภาพกราฟิกที่ได้จาก Deterministic Context-Free L-System | 25 |
| รูปที่ 3.11 ภาพกราฟิกของพืชที่ได้จาก Bracketed L-System | 27 |
| รูปที่ 3.12 ภาพกราฟิกที่มีความหลากหลายของพืช โดยใช้ Stochastic L-System..... | 28 |
| รูปที่ 3.13 ภาพกราฟิกของพืชที่ได้จาก Context-sensitive L-System | 30 |
| รูปที่ 3.14 ภาพกราฟิกใบของพืชที่ได้จาก Parametric L-System | 31 |
| รูปที่ 4.1 โครงสร้างของถั่วเหลือง | 32 |
| รูปที่ 4.2 ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลือง | 34 |
| รูปที่ 4.3 กราฟข้อมูลที่ได้จากการทดลองการขาดแคลนน้ำของถั่วเหลืองที่อายุต่างๆ (ก) อายุ 10 วัน (ข) อายุ 20 วัน (ค) อายุ 30 วัน (ง) อายุ 40 วัน (จ) อายุ 50 วัน และ (ฉ) อายุ 60 วัน | 36 |
| รูปที่ 4.4 ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลือง (ก) อายุ 10 วัน (ข) อายุ 20 วัน (ค) อายุ 30 วัน (ง) อายุ 40 วัน (จ) อายุ 50 วัน และ (ฉ) อายุ 60 วัน | 37 |

สารบัญภาพ(ต่อ)

| ภาพประกอบ | หน้า |
|---|------|
| รูปที่ 4.5 กราฟข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองการเติบโต ของถั่วเหลืองที่ขาดแคลนน้ำที่อายุ ต่างๆ (ก) อายุ 10 วัน (ข) อายุ 20 วัน (ค) อายุ 30 วัน (ง) อายุ 40 วัน (จ) อายุ 50 วัน และ (ฉ) อายุ 60 วัน | 43 |
| รูปที่ 4.6 พารามิเตอร์ของแบบจำลองที่อายุการขาดน้ำแตกต่างกัน(ก) K_2 (ข) Δt_2 (ค) t_{m2} (ง) K_3 (จ) Δt_3 และ (ฉ) t_{m3} | 45 |
| รูปที่ 4.7 การประมาณค่าเส้นโค้งของพารามิเตอร์ (ก) K_2 (ข) Δt_2 (ค) t_{m2} (ง) K_3 (จ) Δt_3 และ (ฉ) t_{m3} | 48 |
| รูปที่ 4.8 กราฟเปรียบเทียบข้อมูลจากการทดลองกับแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำ ต่อการเติบโตของถั่วเหลือง (ก)10 วัน (ข)20 วัน (ค)30 วัน (ง)40 วัน (จ)50 วัน และ (ฉ)60 วัน | 50 |
| รูปที่ 4.9 ภาพกราฟิกของปล้อง | 53 |
| รูปที่ 4.10 ภาพกราฟิกของก้านใบ | 54 |
| รูปที่ 4.11 ภาพกราฟิกของก้านย่อย | 54 |
| รูปที่ 4.12 ภาพกราฟิกของใบ | 54 |
| รูปที่ 4.13 ภาพกราฟิกส่วนประกอบของถั่วเหลือง | 55 |
| รูปที่ 4.14 การควบคุมการเติบโตของภาพกราฟิกของถั่วเหลือง | 56 |
| รูปที่ 4.15 การสร้างภาพกราฟิกการเติบโตของถั่วเหลือง | 58 |
| รูปที่ 4.16 ภาพกราฟิกการเติบโตของถั่วเหลืองขาดน้ำที่ระยะเวลาต่างๆ (ก)10 วัน (ข)20 วัน (ค)30 วัน (ง)40 วัน (จ)50 วัน และ (ฉ)60 วัน | 59 |
| รูปที่ 5.1 กราฟเปรียบเทียบผลการจำลองแบบ กับข้อมูลจากการทดลองการเติบโตของถั่ว เหลืองที่ขาดน้ำ (ก)10 วัน (ข)20 วัน (ค)30 วัน (ง)40 วัน (จ)50 วัน และ (ฉ)60 วัน | 64 |
| รูปที่ 5.2 กราฟเปรียบเทียบค่าการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้จากการทดลองและการจำลอง แบบของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำ (ก)10 วัน (ข)20 วัน (ค)30 วัน (ง)40 วัน (จ)50 วัน และ (ฉ) 60 วัน | 65 |
| รูปที่ 5.3 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 10 วัน | 67 |

สารบัญภาพ(ต่อ)

| ภาพประกอบ | หน้า |
|---|------|
| รูปที่ 5.4 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 20 วัน | 69 |
| รูปที่ 5.5 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 30 วัน | 71 |
| รูปที่ 5.6 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 40 วัน | 73 |
| รูปที่ 5.7 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 50 วัน | 75 |
| รูปที่ 5.8 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 60 วัน | 77 |



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในธรรมชาติ การเติบโตของพืชจำเป็นต้องใช้ปัจจัยหลายอย่าง ทั้งปัจจัยภายนอกและปัจจัยภายใน อาทิเช่น น้ำ แสง อุณหภูมิ เป็นต้น การขาดปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งส่งผลโดยตรงต่อการเติบโตของพืช โดยเฉพาะอย่างยิ่งการขาดน้ำซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญที่สุดในการดำรงชีวิตของพืช ดังนั้นการศึกษผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของพืช จึงเป็นปัญหาที่น่าสนใจในการนำมาศึกษา โดยในงานวิจัยนี้ได้ใช้ถั่วเหลืองเป็นกรณีศึกษา เนื่องจากระยะเวลาในการทดลองสั้นและมีความทนทานต่อโรคพืชสูงจึงเหมาะสมที่นำมาใช้วิจัย

แบบจำลองการเติบโตของพืชที่นิยมใช้กันอยู่ทั่วไป เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ขึ้นอยู่กับเวลาเพียงอย่างเดียว ไม่ได้นำปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเติบโตมารวมไว้ในแบบจำลอง การศึกษาในงานวิจัยนี้ จะสร้างแบบจำลองผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ซึ่งเป็นแบบจำลองการเติบโตที่นำปัจจัยการขาดน้ำเข้ามาเกี่ยวข้อง เมื่อได้แบบจำลองที่เหมาะสมแล้วจะสามารถพยากรณ์พฤติกรรมของการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำได้

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์สำหรับงานวิจัยประกอบด้วยวัตถุประสงค์หลักๆดังนี้

1.2.1 เพื่อที่จะหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองได้

1.2.2 เพื่อที่จะจำลองแบบและสร้างภาพนามธรรมผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองได้

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. พืชที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ ถั่วเหลือง พันธุ์เชียงใหม่ 60 มีระยะเวลาในการปลูกสั้น ระยะเวลาตั้งแต่เริ่มปลูกจนกระทั่งโตเต็มที่ประมาณ 60 วัน
2. ปัจจัยที่แสดงถึงการขาดน้ำของถั่วเหลืองคือ อายุของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำ
3. การเติบโตของถั่วเหลืองที่ใช้ในการศึกษาคือ ความสูงของถั่วเหลือง

1.4 วิธีดำเนินการวิจัย

การจำลองและการสร้างภาพนามธรรมผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง มีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองการเติบโต การสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของพืช รวมถึงการศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการเติบโตของถั่วเหลือง
2. ทำการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่อายุต่างๆ และนำมาวิเคราะห์หาแบบจำลองที่เหมาะสม
3. สร้างแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง และนำมาทดสอบเปรียบเทียบกับข้อมูลที่เก็บได้จากการทดลอง
4. สร้างภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลือง โดยใช้ Bracketed L-System ในการสร้างต้นถั่วเหลือง และควบคุมการเติบโตโดยแบบจำลอง
5. จัดทำเอกสารรูปเล่มวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้คือ แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่รวมปัจจัยการขาดน้ำที่เหมาะสมและสามารถนำไปพยากรณ์พฤติกรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำได้

ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ได้แบ่งออกเป็น 6 บท โดยบทที่ 2 จะกล่าวถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง บทที่ 3 จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในงานวิจัย บทที่ 4 จะกล่าวถึงการจำลองแบบและการสร้างภาพนามธรรม ซึ่งรวมถึงการสร้างแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง บทที่ 5 จะกล่าวถึงผลการวิจัย และส่วนสุดท้าย สรุปผลและข้อเสนอแนะของงานวิจัย จะอยู่ในบทที่ 6

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ได้มีการศึกษาวิจัยการเติบโตของพืชกันอย่างกว้างขวางทั้งด้านพฤกษศาสตร์ การหาแบบจำลอง และการสร้างภาพนามธรรม งานวิจัยส่วนใหญ่เป็นการศึกษาเฉพาะด้าน งานวิจัยทางพฤกษศาสตร์ เป็นงานวิจัยที่มุ่งเน้นปัจจัยที่มีผลต่อการเติบโตของพืช ทั้งปัจจัยภายนอกและปัจจัยภายใน โดยวิธีการทดลองและนำข้อมูลที่ได้ออกมาในรูปแบบตารางและกราฟ ส่วนงานวิจัยทางด้านการจำลองแบบและการสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของพืช เป็นงานวิจัยที่หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และนำไปสร้างภาพนามธรรม โดยมุ่งเน้นที่สร้างภาพกราฟิกของพืชที่เสมือนจริง แต่ยังไม่ได้คำนึงถึงปัจจัยทางกายภาพที่มีผลต่อการเติบโตของพืช

เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการสร้างภาพนามธรรมผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้ทำศึกษานี้ ได้แบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังนี้

1. งานวิจัยทางพฤกษศาสตร์ที่ศึกษาผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของพืช
2. งานวิจัยที่ศึกษาแบบจำลองการเติบโต
3. งานวิจัยที่ศึกษาการสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของพืช

2.1 งานวิจัยทางพฤกษศาสตร์ที่ศึกษาผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของพืช

งานวิจัยทางด้านพฤกษศาสตร์ส่วนใหญ่ ศึกษาปัจจัยที่มีผลกระทบต่อเติบโตของพืช โดยทำการทดลองและสรุปผล ซึ่งข้อมูลที่ได้จากงานวิจัยทางด้านนี้มีประโยชน์สำหรับงานวิจัยทางด้านการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้อธิบายการเติบโตของพืชดังที่จะกล่าวในหัวข้อ 2.2 งานวิจัยที่ศึกษาผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของพืชเป็นงานวิจัยที่พบน้อยมากซึ่งอาจเกิดจากความยุ่งยากในการทดลอง งานวิจัยที่เกี่ยวข้องพอที่จะสรุปได้ดังนี้

ในปี ค.ศ.1988 พัทนา สักดิ์สกุลเกียรติ ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง พัทนาได้ทำการทดลองโดยปลูกและเก็บข้อมูลถั่วเหลือง 4 ชุดแต่ละชุดควบคุมน้ำแตกต่างกัน 3 ชุดแรกให้น้ำปกติตั้งแต่เริ่มปลูกจนถึงอายุที่ขาดน้ำ 14, 21 และ 28 วัน ตามลำดับ ส่วนชุดสุดท้ายให้น้ำปกติตลอดช่วงอายุของถั่วเหลือง ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ว่าการขาด

แคลนน้ำมีผลกระทบต่อการเติบโตของถั่วเหลืองโดยต้นถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่อายุน้อยมีความสูงน้อยกว่าถั่วเหลืองที่ขาดน้ำเมื่ออายุมาก[14]

ในปี ค.ศ. 1999 Halil Surek และ Neemi Beser ได้วิจัยผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตและผลผลิตของข้าว (*Rice Oryzae sativa L.*) Surek ทำการทดลองโดยแบ่งต้นข้าวออกเป็น 5 ชุด ซึ่งแต่ละชุดมีการให้น้ำแตกต่างกัน กล่าวคือ 4 ชุดแรกให้น้ำปกติจนถึงอายุขาดน้ำที่กำหนด 4 ช่วงที่ต่างกัน และชุดที่ 5 ให้น้ำปกติตลอดช่วงอายุการเติบโต จากผลการวิจัยสรุปได้ว่าต้นข้าวที่ขาดน้ำที่อายุต่างกัน มีการเติบโตที่แตกต่างกัน[1]

ต่อมาในปี ค.ศ. 2001 งานวิจัยของ Khan, Hussain และ Iqbal ได้ศึกษาผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตและผลผลิตของข้าวโพดพันธุ์ YHS 202 (MAIZE VARIETY YHS 202) Khan ทำการทดลองโดยแบ่งการปลูกและเก็บข้อมูลของข้าวโพดออกเป็น 5 ชุดที่ขาดน้ำอายุต่างกัน และอีก 1 ชุดที่ให้น้ำปกติตลอดช่วงการเติบโต ผลสรุปของงานวิจัยนี้สรุปได้ว่าการขาดแคลนน้ำของข้าวโพดที่อายุต่างกันมีผลทำให้การเติบโตแตกต่างกัน[2]

งานวิจัยทางพฤกษศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ได้ผลสรุปตรงกันคือ การขาดแคลนน้ำมีผลกระทบต่ออัตราการเติบโตของพืช แตกต่างกันตามช่วงอายุที่ขาดน้ำ กล่าวคือพืชที่ขาดน้ำที่อายุน้อยมีการเติบโตน้อยกว่าพืชที่ขาดน้ำที่อายุมากกว่า และมีการเติบโตน้อยกว่าพืชที่ได้รับน้ำปกติ

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับแบบจำลองการเติบโต

งานวิจัยด้านนี้เป็นงานวิจัยที่ศึกษาหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายการเติบโตของพืช ซึ่งอาศัยข้อมูลทางจากงานวิจัยพฤกษศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องสามารถสรุปได้ดังนี้

ในปี ค.ศ. 1798 Thomas R. Malthus ได้เสนอแบบจำลองการเติบโต แบบเอ็กซ์โปเนนเชียล(Exponential growth model) ซึ่งเป็นการเติบโตแบบไม่จำกัด(Unlimited growth) ต่อมาในปี ค.ศ.1838 Pierre-Francois Verhulst ได้เสนอแบบจำลองการเติบโตแบบจำกัด(Limited growth) ที่เรียกว่าแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก(Logistic growth model) ซึ่งสามารถพยากรณ์การเติบโตของประชากรในสหรัฐอเมริกาในปี ค.ศ.1940 ได้ถูกต้องถึง 99 เปอร์เซ็นต์[3]

ในปี ค.ศ.1994 Perrin S. Meyer ได้นำแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกมาปรับปรุงโดยจัดรูปแบบสมการใหม่ เพื่อให้สามารถอธิบายลักษณะการเติบโตได้ดีขึ้น และในงานวิจัยเดียว

กันยังได้เสนอแบบจำลองการเติบโตแบบใหม่ที่เรียกว่า แบบจำลองการเติบโตแบบไบลอจิสติก (Bi-Logistic growth model) ซึ่งสามารถใช้อธิบายลักษณะการเติบโตที่มีความซับซ้อนได้[4]

ในปี ค.ศ.1999 Perrin S. Meyer ได้เสนอแบบจำลองการเติบโตแบบใหม่ที่เรียกว่า แบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติก(Multi-Logistic growth model) ซึ่งสามารถอธิบายการเติบโตของพืชได้ดีกว่าแบบจำลองแบบลอจิสติก เนื่องจากอธิบายการเติบโตของพืชได้ทั้งแบบง่ายและการเติบโตแบบซับซ้อน[5]

ในปี ค.ศ.1999 Perrin S. Meyer และ Jesse H. Ausubel ได้นำแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกมาขยาย โดยเปลี่ยนค่าจำกัดการเติบโต(Limiting growth) จากเดิมซึ่งเป็นค่าคงที่มาเป็นฟังก์ชัน ซึ่งแบบจำลองใหม่นี้สามารถอธิบายการเติบโตของสิ่งมีชีวิตได้ดีกว่าแบบจำลองเดิม เนื่องจากในธรรมชาติค่าจำกัดการเติบโตขึ้นอยู่กับปัจจัยต่างๆ ที่มีผลต่อการเติบโต[6]

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของพืช

ในปี ค.ศ.1968 Aristid Lindenmayer ได้เสนอ L-System ซึ่งเป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematic Formalism) ที่สามารถนำมาจำลองการเติบโตของพืชได้[7] ในปี ค.ศ.1984 Alvy Ray Smith นักวิจัยด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกได้แสดงว่า L-System สามารถนำไปใช้สร้างภาพนามธรรมของต้นไม้ที่เหมือนจริง[8]

Prusinkiewicz, James และ Mech ได้ขยายแนวคิดของ L-System ให้เหมาะสมกับการนำไปใช้จำลองแบบการเติบโตของต้นไม้กับสิ่งแวดล้อม[9] Hamel และ Prusinkiewicz ได้เสนอการตีความแบบเต่า (Turtle interpretation) สำหรับนำสายอักขระที่ได้จาก L-System ไปสร้างภาพกราฟิก[10]

Somporn Chuai-Aree, Suchada Siripant และ Chidchanok Lursinsap ได้ใช้ Parametric Bracketed L-System และแบบจำลองการเติบโตซึ่งเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาจำลองและสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของพืชตลอดช่วงเวลากการเติบโต โดยใช้ข้อมูลที่เก็บได้จากการทดลองมาสร้างแบบจำลอง[11,12]

ในอีก 2 ปีต่อมา Somporn Chuai-Aree, Willi Jager, Hans Georg Bock และ Suchada Siripant ได้ใช้ Bracketed L-System และ Stochastic L-System มาจำลองโครงสร้างของต้นไม้โดยนำความน่าจะเป็นเข้ามาเกี่ยวข้อง ผลที่ได้สามารถจำลองการเติบโตของต้นไม้เสมือนจริงมากขึ้น[13]

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการจำลองและการสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของพืช ที่กล่าวมาข้างต้นยังไม่ได้นำปัจจัยที่เกี่ยวกับการเติบโตของพืช ทั้งปัจจัยภายนอกเช่นอุณหภูมิ แสง ลม และปัจจัยภายในเช่น น้ำ สารอาหาร แร่ธาตุ เป็นต้น มาพิจารณา ดังนั้นภาพนามธรรมของพืชที่ได้จึงยังไม่เสมือนจริงมากนัก

จากงานวิจัยของ Somporn Chuai-Aree นี้เองเป็นแรงจูงใจให้ผู้วิจัยสนใจที่จะทำงานวิจัยหาแบบจำลองและสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของพืช โดยพิจารณาถึงการขาดปัจจัยในการเติบโตของพืชที่สำคัญมากปัจจัยหนึ่งคือ การขาดน้ำ โดยจะหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของพืช โดยใช้ถั่วเหลืองเป็นกรณีศึกษา



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

ทฤษฎีพื้นฐาน

บทนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถอธิบายการเติบโตของพืช ที่เรียกว่าแบบจำลองการเติบโต (Growth model) ส่วนต่อไปจะกล่าวถึง วิธีเลเวนเบิร์ก-มาร์ควาร์ดท์ (Levenberg-Marquardt) สำหรับการถดถอยกำลังสองน้อยสุดแบบไม่เชิงเส้น (Non-Linear Least Square Regression) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองการเติบโต ส่วนสุดท้ายจะกล่าวถึงการสร้างภาพนามธรรมของพืชโดยใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าระบบแอล (L-System)

3.1 แบบจำลองการเติบโต (Growth Model)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะกล่าวถึงในหัวข้อนี้ เป็นแบบจำลองที่มาจากสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary Differential Equation) โดยจะกล่าวถึงแบบจำลองการเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล ซึ่งถูกพัฒนาต่อมาเป็นแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก และแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติก ตามลำดับ

แบบจำลองการเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล เป็นแบบจำลองแบบง่ายที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในยุคแรก ซึ่งเป็นการเติบโตแบบไม่จำกัดหรือไม่มีขอบเขต ดังแสดงในรูป 3.1 อัตราการเติบโตของจำนวนประชากร $\frac{dG(t)}{dt}$ ที่เวลา t เป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนประชากร $G(t)$ เขียนอยู่ในรูปความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{dG(t)}{dt} \propto G(t)$$

ดังนั้นแบบจำลองการเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลเขียนในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ได้ดังนี้

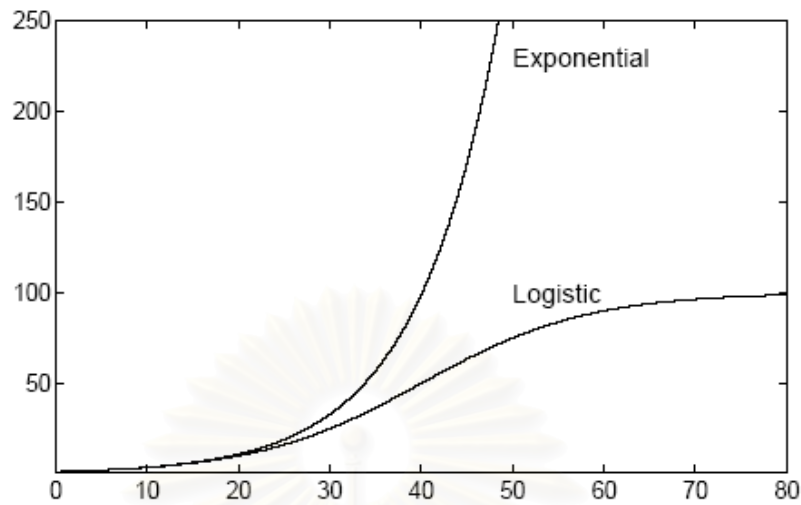
$$\frac{dG(t)}{dt} = \alpha G(t) \quad (3.1)$$

จากสมการ (3.1) แก้สมการแล้วเขียนอยู่ในรูปฟังก์ชันของ $G(t)$ ได้ดังนี้

$$G(t) = \beta e^{\alpha t} \quad (3.2)$$

โดยที่ α คือ อัตราการเติบโตของประชากร

β คือ จำนวนประชากรเริ่มต้น $G(0)$



รูปที่ 3.1 การเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลและแบบลอจิสติก

แม้ว่าการเพิ่มขึ้นของประชากรของสิ่งมีชีวิตเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียล แต่การไม่มีขอบเขตการเติบโตหรือค่าจำกัดการเติบโต ทำให้ไม่สามารถใช้กับประชากรของสิ่งมีชีวิตส่วนใหญ่ ซึ่งมีขอบเขตการเติบโตได้ ด้วยเหตุนี้จึงต้องทำการปรับปรุงสมการ (3.2) ให้มีขอบเขตการเติบโต ซึ่งเส้นโค้งที่ได้จะมีลักษณะคล้ายตัวเอส (Sigmoidal Shape) ดังแสดงในรูปที่ 3.1 แบบจำลองการเติบโตที่ปรับปรุงจากแบบจำลองการเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลเรียกว่า แบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก(Logistic Growth Model) ซึ่งได้มีการเสนอครั้งแรกในปี ค.ศ. 1838 โดยนักชีววิทยาและนักคณิตศาสตร์ชาวเบลเยียมที่ชื่อว่า Pierre-Francois Verhulst ซึ่งแบบจำลองนี้เป็นที่นิยมมากในบรรดานักวิจัยชีววิทยาเชิงคณิตศาสตร์[3]

แบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก เริ่มด้วยการเพิ่มเทอม “negative feedback” $\left(1 - \frac{G(t)}{K}\right)$ ซึ่งทำให้อัตราการเติบโตของประชากรลดลงเมื่อเข้าใกล้ค่าจำกัดการเติบโต K

$$\frac{dG(t)}{dt} = \alpha G(t) \left(1 - \frac{G(t)}{K}\right) \quad (3.3)$$

สังเกตได้ว่าค่า feedback term $\left(1 - \frac{G(t)}{K}\right)$ มีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่อ $G(t)$ น้อยกว่า K มากๆ และเข้าใกล้ศูนย์เมื่อ $G(t)$ เข้าใกล้ K ดังนั้นอัตราการเติบโตจึงเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียลในช่วงแรกของการเติบโต แต่จะลดลงจนกระทั่งเป็นศูนย์เมื่อจำนวนประชากรเข้าใกล้ค่าจำกัดการเติบโต K จึงส่งผลทำให้เส้นโค้งเป็นรูปตัวเอส

เมื่อนำสมการเชิงอนุพันธ์ (3.3) มาหาผลเฉลยจะได้รูปแบบดังนี้

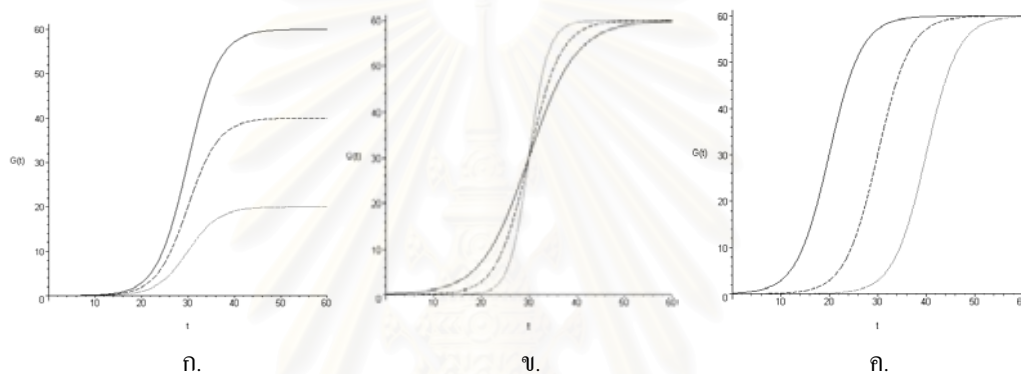
$$G(t) = \frac{K}{1 + \exp(-\alpha(t - \beta))} \quad (3.4)$$

โดยที่ G คือ การเติบโต

t คือ เวลา

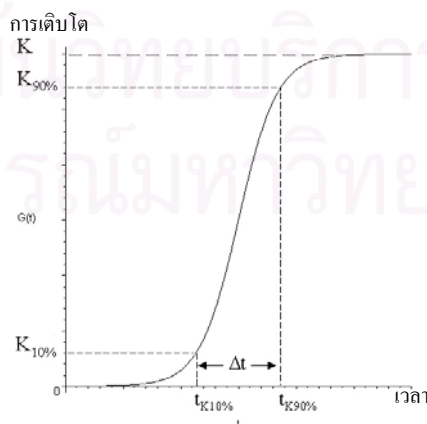
K, α และ β คือ พารามิเตอร์ของการเติบโต

จากสมการที่ (3.4) นำไปวาดกราฟได้ดังรูปที่ 3.2 โดยมีค่า K, α และ β เป็นตัวกำหนดรูปร่างของเส้นโค้ง



รูปที่ 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นโค้งกับพารามิเตอร์ K, α และ β โดย (ก) K ต่างกัน
(ข) α ต่างกัน และ (ค) β ต่างกัน

พารามิเตอร์การเติบโต α จะระบุถึงความกว้างของเส้นโค้ง เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ และง่ายต่อการนำไปใช้เพื่ออธิบายการเติบโตของพืช จึงเปลี่ยนพารามิเตอร์ α ให้อยู่ในรูป Δt ซึ่งหมายถึงช่วงเวลาการเติบโตจาก 10% ถึง 90% ของค่าจำกัดการเติบโต K สามารถแสดงได้ในรูปกราฟต่อไปนี้



รูปที่ 3.3 ช่วงเวลาการเติบโตที่ 10% ถึง 90%

กำหนดให้การเติบโตที่เวลา $t_{K10\%}$ คือ

$$G(t_{K10\%}) = \frac{10}{100} K \quad (3.5)$$

และการเติบโตที่เวลา $t_{K90\%}$ คือ

$$G(t_{K90\%}) = \frac{90}{100} K \quad (3.6)$$

นำ $G(t_{K10\%})$ ในสมการที่ 3.5 แทนลงในสมการที่ 3.4 จะได้

$$\begin{aligned} \frac{10}{100} K &= \frac{K}{1 + \exp(-\alpha(t_{K10\%} - \beta))} \\ 9 &= \exp(-\alpha(t_{K10\%} - \beta)) \\ \ln(9) &= -\alpha(t_{K10\%} - \beta) \end{aligned} \quad (3.7)$$

และนำ $G(t_{K90\%})$ ในสมการที่ 3.6 แทนลงในสมการที่ 3.4 จะได้

$$\begin{aligned} \frac{90}{100} K &= \frac{K}{1 + \exp(-\alpha(t_{K90\%} - \beta))} \\ \frac{1}{9} &= \exp(-\alpha(t_{K90\%} - \beta)) \\ -\ln(9) &= -\alpha(t_{K90\%} - \beta) \end{aligned} \quad (3.8)$$

นำสมการที่ 3.7 ลบสมการที่ 3.8 จะได้

$$\ln(81) = \alpha(t_{K90\%} - t_{K10\%})$$

ให้ระยะเวลาการเติบโตในช่วง 10% ถึง 90% ของการเติบโตเท่ากับ Δt จะได้

$$\ln(81) = \alpha(\Delta t)$$

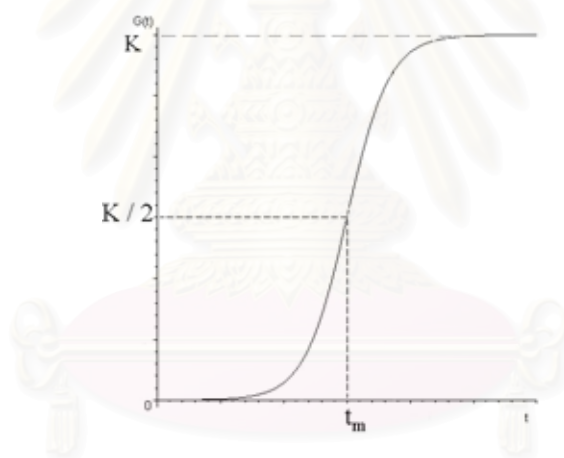
ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง α และ Δt คือ

$$\alpha = \frac{\ln 81}{\Delta t} \quad (3.9)$$

นำค่า α จากสมการที่ 3.9 แทนลงในสมการ 3.4 จะได้

$$G(t) = \frac{K}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - \beta)\right)} \quad (3.10)$$

พารามิเตอร์ β เป็นตัวกำหนดระยะเวลาการเติบโตที่มีอัตราการเติบโตมากที่สุด ที่ $\frac{1}{2}K$ เราจึงเปลี่ยนพารามิเตอร์ β ให้อยู่ในรูปของ t_m หมายถึงเวลาที่มีอัตราการเติบโตมากที่สุด ซึ่งสามารถแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 เวลาที่มีอัตราการเติบโตมากที่สุด

กำหนดให้การเติบโตที่เวลา t_m คือ $G(t_m) = \frac{K}{2}$ แทนลงในสมการที่ 3.10 จะได้

$$\begin{aligned} \frac{K}{2} &= \frac{K}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - \beta)\right)} \\ 1 &= \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - \beta)\right) \end{aligned}$$

$$0 = -\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - \beta)$$

$$0 = t_m - \beta$$

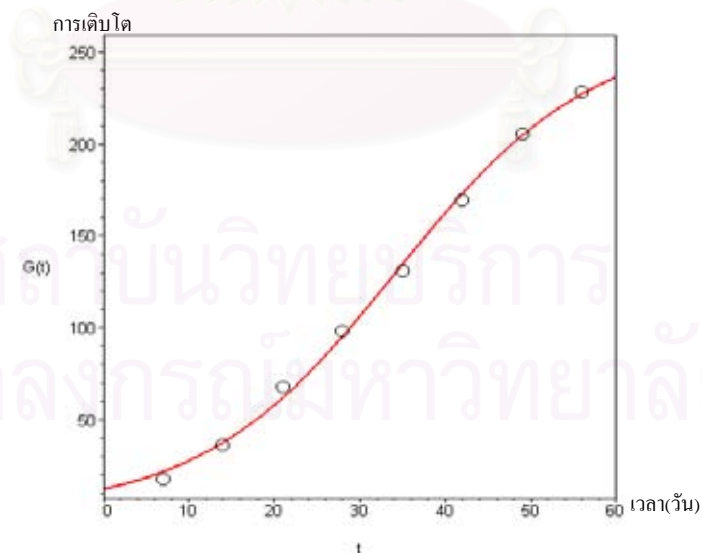
ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง β กับ t_m คือ

$$\beta = t_m \quad (3.11)$$

เราจึงได้แบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกใหม่คือ

$$G(t) = \frac{K}{1 + \exp\left[-\frac{\ln 81}{\Delta t} \cdot (t - t_m)\right]} \quad (3.12)$$

รูปที่ 3.5 แสดงการปรับเส้นโค้ง(Curve Fitting)ข้อมูลการเติบโตของต้นทานตะวันด้วยแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกที่ได้ข้างต้น ซึ่งจะเห็นว่าการเติบโตของต้นทานตะวันในช่วงแรกจะเพิ่มขึ้นอย่างช้าๆ จนเข้าสู่ในช่วงออกดอก การเติบโตในช่วงนี้จะเพิ่มขึ้นเร็วมาก จนกระทั่งเข้าสู่ช่วงสุดท้ายของการเติบโต การเติบโตจะค่อยๆ ลดลงจนเข้าสู่ค่าจำกัดการเติบโต จากรูปจะเห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อใช้แบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกมีค่าน้อยมาก[4]



รูปที่ 3.5 การฟิตข้อมูลด้วยแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก

แบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติก (Multi-Logistic Growth Model)

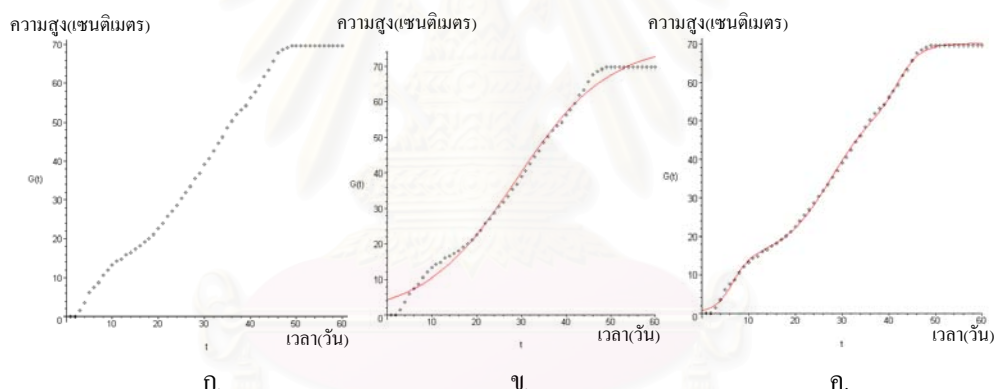
ในธรรมชาติ การเติบโตของพืช ในช่วงเวลาหนึ่งอาจมีกระบวนการเติบโตเกิดขึ้นพร้อมกันมากกว่าหนึ่งกระบวนการ ด้วยเหตุผลนี้เองแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก จึงไม่สามารถนำมาใช้อธิบายกระบวนการเติบโตที่ซับซ้อนได้ดังแสดงในรูปที่ 3.6

แบบจำลองแบบมัลติลอจิสติก เป็นแบบจำลองที่รวมเอาแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกแบบง่ายมาไว้ด้วยกัน ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$G(t) = \sum_{i=1}^n G_i(t) \quad (3.13)$$

โดยที่ $G_i(t)$ หมายถึงการเติบโตช่วงที่ i ของการเติบโตทั้งหมด n ช่วง แสดงได้ดังนี้

$$G_i(t) = \frac{K_i}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_i} \cdot (t - t_{mi})\right]} \quad (3.14)$$



รูปที่ 3.6 เปรียบเทียบการปรับเส้นโค้งข้อมูล(ก) ด้วยแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก(ข) และแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติก(ค)

จากรูปที่ 3.6 เปรียบเทียบการฟิตข้อมูลการเติบโตของถั่วเหลืองพบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ได้จากแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติกมีค่าเท่ากับ 2.76 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ ที่ได้จากแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10.93 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นจะเห็นว่าแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติกเหมาะสมที่จะนำไปใช้อธิบายลักษณะการเติบโตของถั่วเหลืองมากกว่าแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก

ค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติก หาได้จากวิธีการถดถอยแบบไม่เชิงเส้นดังที่จะกล่าวในหัวข้อถัดไป

3.2 การวิเคราะห์การถดถอย(Regression Analysis)

การวิเคราะห์การถดถอย เป็นเทคนิคการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป บางครั้งความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเหล่านั้นอาจจะอยู่ในรูปร่างๆ สามารถที่จะหาความสัมพันธ์ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์โดยเพียงแต่อาศัยทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง แต่ส่วนมากแล้วความสัมพันธ์นั้นๆ มักจะอยู่ในลักษณะที่ค่อนข้างยุ่งยากซับซ้อน จึงต้องมีการตั้งสมมติฐานหรือประมาณเอาว่าลักษณะความสัมพันธ์อยู่ในสมการแบบไหน ข้อที่พึงระลึกถึงเสมอเมื่อใช้เทคนิคการวิเคราะห์การถดถอยก็คือ เทคนิคนั้นไม่ใช่เทคนิคที่จะบอกว่าข้อมูลที่เกิดขึ้นนั้นเกิดจากสมการอะไร เพียงแต่บอกว่า ถ้าใช้สมการนั้นๆกับข้อมูลที่เกิดขึ้นแล้วมีความเหมาะสมกันอย่างไร

3.2.1 การวิเคราะห์การถดถอยแบบไม่เชิงเส้น(Nonlinear Regression Analysis)

การวิเคราะห์การถดถอยเมื่อความสัมพันธ์ไม่ได้อยู่ในรูปเชิงเส้น มักพบมากในงานด้านวิทยาศาสตร์ ด้านวิศวกรรมศาสตร์ และด้านเกษตรศาสตร์ รวมไปถึงด้านพฤกษศาสตร์

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตามที่มีความสัมพันธ์ในรูปแบบไม่เชิงเส้น เขียนอยู่ในรูปแบบสมการถดถอยได้ดังนี้

$$y = y(x; a) \quad (3.15)$$

โดยที่ y คือ ตัวแปรตามของสมการถดถอย
 x คือ ตัวแปรอิสระของสมการถดถอย
 a คือ พารามิเตอร์สมการถดถอย

ขั้นตอนการวิเคราะห์การถดถอยไม่เชิงเส้น

ขั้นที่ 1: ตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม y กับตัวแปรอิสระ x โดยการเขียนกราฟแสดงว่าความสัมพันธ์อยู่ในรูปแบบเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้น

ถ้าพบว่าความสัมพันธ์อยู่ในรูปเชิงเส้น ให้ใช้การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น

ถ้าพบว่าความสัมพันธ์อยู่ในรูปไม่เชิงเส้น ให้ทำต่อขั้นที่ 2

ขั้นที่ 2: ตรวจสอบว่าฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้น อยู่ในรูปแบบใด

ขั้นที่ 3: หาค่าพารามิเตอร์ของรูปแบบความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้นที่คาดไว้จากขั้นที่ 2

3.2.2 การหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอย

ในการวิเคราะห์การถดถอย นอกจากจะต้องทราบว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรตามหรือตัวแปรอิสระแล้ว ผู้วิเคราะห์จะต้องกำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระให้ถูกต้องเหมาะสมกับความเป็นจริง และเมื่อกำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองได้แล้ว ผู้วิเคราะห์จะทำการประมาณค่าคงตัวความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองนั้น โดยที่เราจะเรียกค่าคงตัวประมาณความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองนี้ว่า สัมประสิทธิ์การถดถอยหรือค่าพารามิเตอร์การถดถอย

สำหรับเทคนิคหรือวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอย ที่นิยมที่สุดคือวิธีกำลังสองน้อยสุด(Least-Square Method) แต่สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอยซึ่งอยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้น ต้องใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้นซึ่งได้พัฒนาออกมาแล้วหลายวิธี สำหรับวิธีการที่จะใช้ในงานวิจัยนี้คือ Levenberg-Marquart method ซึ่งเป็นที่นิยมใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอยไม่เชิงเส้น ดังจะกล่าวถึงในส่วนต่อไป

3.2.3 วิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้น

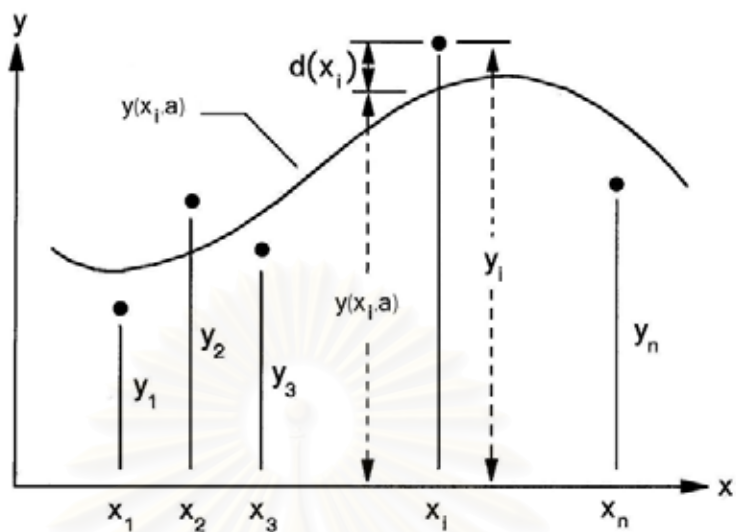
วิธีกำลังสองน้อยสุดเป็นวิธีที่นิยมใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอยที่กำหนดให้เหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด โดยพิจารณาจากการหาพารามิเตอร์ที่ทำให้มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

สมมติว่าต้องการหาสมการ ที่แทนข้อมูลจำนวน n จุด $(x_i, y_i) ; i=1,2,\dots,n$ โดยมีพารามิเตอร์ที่ต้องการหา m ตัว คือ $a_j ; j=1,2,\dots,m$ เพื่อที่จะหาสมการการถดถอยที่แทนความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ x กับตัวแปรตาม y จากสมการ(3.15) คือ

$$y(x) = y(x; a)$$

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ a ในสมการที่ 3.15 แล้วนำสมการที่ได้มาเปรียบเทียบกับข้อมูลที่กำหนดให้ พบว่าเกิดค่าความคลาดเคลื่อน $d(x_i)$ ที่จุด x_i ดังแสดงในรูป 3.7 โดยที่ค่า $d(x_i)$ คือ

$$d(x_i) = y_i - y(x_i; a) \quad (3.16)$$



รูปที่ 3.7 ค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละจุด (x_i, y_i)

สมการที่หาได้จะก่อให้เกิด ค่าความผิดพลาดกำลังสองที่น้อยที่สุดจากข้อมูลทั้งหมดที่กำหนดให้ ขั้นตอนในการหาสมการการถดถอยไม่เชิงเส้นนี้ เริ่มจากการหาค่าความคลาดเคลื่อน E ที่เกิดจากข้อมูลจำนวน n ข้อมูลในรูปแบบดังนี้

$$E = \sum_{i=1}^n [d(x_i)]^2 \quad (3.17)$$

ซึ่งสามารถเขียนให้ประกอบด้วยฟังก์ชันไม่เชิงเส้น ดังนี้

$$E(a) = \sum_{i=1}^n [y_i - y(x_i; a)]^2 \quad (3.18)$$

โดยที่ y_i เป็นตัวแปรตามที่ได้จากข้อมูลตัวที่ i
 x_i เป็นตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลตัวที่ i
 y เป็นตัวแปรตามที่ได้จากสมการถดถอยโดยมีพารามิเตอร์ a
 a เป็นพารามิเตอร์การถดถอย

ในการหาค่าพารามิเตอร์ a_1, a_2, \dots, a_m รวมทั้งสิ้น m ค่า นั้น เราใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด สร้างระบบสมการที่ประกอบด้วย m สมการย่อยคือ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial a_1} &= \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i; a)) \cdot \frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_1} = 0 \\
\frac{\partial E}{\partial a_2} &= \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i; a)) \cdot \frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_2} = 0 \\
\frac{\partial E}{\partial a_3} &= \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i; a)) \cdot \frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_3} = 0
\end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_m} = \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i; a)) \cdot \frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_m} = 0$$

การแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ a_1, a_2, \dots, a_m นั้นทำได้หลายวิธีแต่ในงานวิจัยนี้ จะขอกล่าวถึงเฉพาะวิธี Levenberg-Marquardt

3.2.4 Levenberg-Marquardt Method

วิธี Levenberg-Marquardt เป็นวิธีที่เหมาะสมและนิยมใช้สำหรับการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการ มีวิธีการดังต่อไปนี้

กำหนดให้ฟังก์ชันความคลาดเคลื่อนคือ $E(a)$ และเขียนอยู่ในรูปอนุกรมเทย์เลอร์ได้ดังนี้

$$E(a_{n+1}) \approx E(a_n) + \nabla E(a_n)^T \cdot (a_{n+1} - a_n) + \frac{1}{2} (a_{n+1} - a_n)^T \cdot \nabla^2 E(a_n) \cdot (a_{n+1} - a_n) + \dots \tag{3.20}$$

$$\text{โดยที่ } \nabla E(a_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_{1n}} \\ \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_{2n}} \\ \vdots \\ \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_{mn}} \end{bmatrix},$$

$$\nabla^2 E(a_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n} \partial a_{1n}} & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n} \partial a_{2n}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n} \partial a_{mn}} \\ \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n} \partial a_{1n}} & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n} \partial a_{2n}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n} \partial a_{mn}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn} \partial a_{1n}} & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn} \partial a_{2n}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn} \partial a_{mn}} \end{bmatrix}$$

จากอนุกรมเทย์เลอร์ในสมการที่ 3.20 พิจารณาแก่นอนุพันธ์อันดับสองจะได้ว่า

$$E(a_{n+1}) = E(a_n) + \nabla E(a_n)^T \cdot (a_{n+1} - a_n) + \frac{1}{2} (a_{n+1} - a_n)^T \cdot \nabla^2 E(a_n) \cdot (a_{n+1} - a_n) \quad (3.21)$$

จากสมการที่ 3.21 เขียนให้อยู่ในรูปเกรเดียนต์เวกเตอร์ (Gradient vector) g และเฮสเซียนเมตริกซ์ (Hessian matrix) H ได้ดังนี้

$$E(a_{n+1}) = E(a_n) + g^T \cdot (a_{n+1} - a_n) + \frac{1}{2} (a_{n+1} - a_n)^T \cdot H \cdot (a_{n+1} - a_n) \quad (3.22)$$

โดยที่ g คือ เวกเตอร์อนุพันธ์อันดับหนึ่งของ $E(a_n)$

H คือ เมตริกซ์อนุพันธ์อันดับสองของ $E(a_n)$

สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์ a ที่ทำให้มีค่าความคลาดเคลื่อน $E(a)$ น้อยที่สุดทำได้โดยการหาอนุพันธ์เทียบ a_n ได้ดังนี้

$$\frac{\partial E(a_{n+1})}{\partial a_n} = \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} + \frac{\partial g^T (a_{n+1} - a_n)}{\partial a_n} + \frac{1}{2} \frac{\partial (a_{n+1} - a_n)^T \cdot H \cdot (a_{n+1} - a_n)}{\partial a_n}$$

$$0 = \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} + g^T (-1) + H(a_{n+1} - a_n)(-1)$$

พิจารณาจุดต่ำสุดโดยให้ $\frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} = 0$ จะได้

$$0 = g^T + H(a_{n+1} - a_n)$$

จะได้

$$a_{n+1} = a_n - H^{-1}g \quad (3.23)$$

พิจารณาเทอม $H^{-1}g$ ในสมการที่ 3.23 พบว่าเทอม $H^{-1}g$ คือค่า Step size หรือขนาดที่เปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ a ในแต่ละรอบการทำซ้ำ Levenberg-Marquardt เสนอให้เปลี่ยนเทอม $H^{-1}g$ เป็น $(H + \lambda I)^{-1}g$ เพื่อลดจำนวนรอบการทำซ้ำ คือเมื่อค่า λ มากทำให้ Step size เล็กลงและเมื่อค่า λ น้อย Step size จะมีขนาดใหญ่ ซึ่งส่งผลให้จำนวนรอบในการทำซ้ำลดลง สมการใหม่ที่ได้มีรูปแบบดังนี้

$$a_{n+1} = a_n - (H + \lambda I)^{-1}g \quad (3.24)$$

โดยที่ λ จะเปลี่ยนไปทุกรอบการทำซ้ำขึ้นอยู่กับค่า $E(a)$

ขั้นตอนวิธีการหาค่าพารามิเตอร์โดยวิธี Levenberg-Marquardt

กำหนดฟังก์ชันความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

$$E(a) = \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i; a))^2$$

ขั้นที่ 1. กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น a_0

ขั้นที่ 2. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อน $E(a)$

ขั้นที่ 3. กำหนด $\lambda = 0.001$

ขั้นที่ 4. คำนวณ a_{n+1} จากสมการ(3.24)

ขั้นที่ 5. ตรวจสอบเงื่อนไข

- ถ้า $E(a_{n+1}) \geq E(a_n)$ แล้วให้ $\lambda = \lambda \cdot 10$ จากนั้นทำขั้นที่ 4
- ถ้า $E(a_{n+1}) < E(a_n)$ แล้วให้ $\lambda = \lambda / 10$ และ $a_{n+1} = a_n$ จากนั้นทำ ขั้นที่ 4
- ถ้าค่า $E(a_n) \leq 0.001$ ให้จบการทำงาน

ตัวอย่าง 3.1

กำหนดข้อมูลดังนี้

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|-----|------|------|------|-----|-------|-------|-------|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ... | 21 | 22 | 23 | ... | 58 | 59 | 60 |
| Y | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | ... | 0.75 | 1.15 | 1.76 | ... | 40.00 | 40.00 | 40.00 |

กำหนดรูปแบบสมการที่ต้องการหาค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$y(x) = \frac{a_1}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{a_2} \cdot (x - a_3)\right]}$$

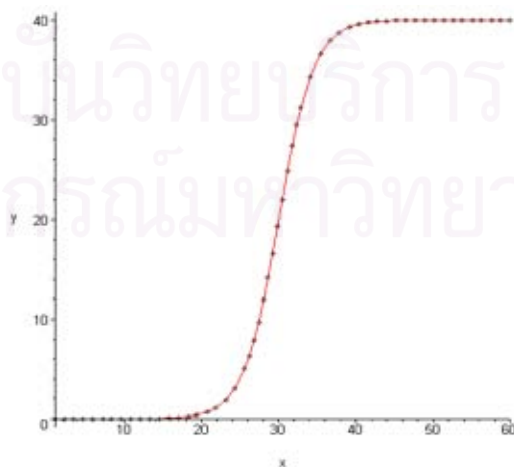
เมื่อใช้ Levenberg-Marquardt method แล้วได้ค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$a_1 = 40.000, a_2 = 9.995, a_3 = 29.999$$

นำค่าพารามิเตอร์ที่หาได้มาแทนในสมการที่กำหนด จะได้

$$y(x) = \frac{40.000}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{9.995} \cdot (x - 29.999)\right]}$$

เมื่อนำมาวาดกราฟเทียบกับข้อมูลที่กำหนดมา พบว่ามีความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ 0.14 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งมีค่าน้อยมาก แสดงได้ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 กราฟที่ได้จากสมการถดถอยเทียบกับข้อมูลจากตัวอย่าง 3.1

3.3 ระบบลินเดนเมเยอร์ (Lindenmayer System)

ในส่วนนี้จะกล่าวถึง ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่นิยมนำไปใช้ในการสร้างภาพนามธรรมของพืชซึ่งถูกเสนอโดยนักชีววิทยาที่ชื่อว่า Aridtis Lindenmayer ในปี ค.ศ. 1968

L-System หรือ Lindenmayer System ประกอบด้วย 2 ส่วนหลักคือ สายอักขระเริ่มต้นที่เรียกว่า Axiom และกฎการเปลี่ยนอักขระที่เรียกว่ากฎการผลิต (Production Rule) หรือกฎการทำซ้ำ (Rewriting Rule) โดยผ่านการเขียนซ้ำ (Rewriting system) แต่ L-System เป็นเพียงการสร้างสายอักขระเท่านั้น การสร้างรูปทรงเรขาคณิตจึงต้องอาศัยหลักการเปลี่ยนสายอักขระเป็นรูปทรงเรขาคณิตที่เรียกว่า การตีความแบบเต่า (Turtle Interpretation) มาใช้ในการตีความสายอักขระที่ได้จาก L-System เพื่อที่จะสร้างภาพกราฟิกของพืช

3.3.1 ระบบการเขียนซ้ำ (Rewriting System)

แนวคิดหลักของ L-System คือระบบการเขียนซ้ำแบบขนาน (Parallel Rewriting) โดยการแทนอักขระเริ่มต้นด้วยกฎการเปลี่ยน ซึ่งกฎการเปลี่ยนในที่นี้เราเรียกว่ากฎการผลิต หรือกฎการทำซ้ำ โดยผ่านการเขียนซ้ำ (Rewriting system) กล่าวคือในการเขียนซ้ำแต่ละรอบจะทำการเปลี่ยนสายอักขระตามกฎการเขียนซ้ำดังแสดงในตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 3.2 สายอักขระเริ่มต้น : A
 กฎการทำซ้ำ 1 : A → AB
 กฎการทำซ้ำ 2 : B → A

การทำซ้ำครั้งที่ 0 : A
 การทำซ้ำครั้งที่ 1 : AB
 การทำซ้ำครั้งที่ 2 : ABA
 การทำซ้ำครั้งที่ 3 : ABAAB
 การทำซ้ำครั้งที่ 4 : ABAABABA
 การทำซ้ำครั้งที่ 5 : ABAABABAABAAB

ในขั้นตอนการทำซ้ำแต่ละรอบ ทำการเปลี่ยนสายอักขระตัวก่อนหน้าตามกฎการทำซ้ำโดยอักขระแต่ละตัวจะเปลี่ยนตามกฎพร้อมกันหรือที่เรียกว่าการเปลี่ยนแบบขนาน เช่น ในการทำ

ซ้ำครั้งที่ 2 ตัวอักษรหน้าคือ **AB** จากนั้นเปลี่ยน $A \rightarrow AB$ ตามกฎการทำซ้ำที่ 1 และเปลี่ยน $B \rightarrow A$ ตามกฎการทำซ้ำที่ 2 ทำเช่นนี้ไปตามจำนวนการทำซ้ำที่กำหนด จากตัวอย่างที่ 3.2 เมื่อผ่านการซ้ำไป 5 ครั้งแล้ว จะได้สายอักขระสุดท้ายคือ **ABAABABAABAAB**

3.3.2 การตีความสายอักขระแบบเต่า(Turtle Interpretation of String)

ในการสร้างภาพกราฟิกของพีช โดยการแทนสัญลักษณ์หรืออักขระแต่ละตัวที่ได้จากการซ้ำในระบบแอล จำเป็นต้องอาศัยหลักการที่เรียกว่า การตีความสายอักขระแบบเต่า ตัวอักษรหรือสัญลักษณ์แต่ละตัวแทนด้วย ตำแหน่งและทิศทางการเดินของเต่า เช่น เดินหน้า ถอยหลัง เลี้ยวซ้าย และเลี้ยวขวาเป็นต้น ดังแสดงในตารางที่ 3.1

| สัญลักษณ์ | ความหมาย |
|-----------|---|
| F | การเดินไปข้างหน้าหนึ่งหน่วยและวาดเส้นตรง |
| f | การเดินไปข้างหน้าหนึ่งหน่วยโดยไม่วาดเส้นตรง |
| + | การเคลื่อนที่ไปทางทวนเข็มนาฬิกาหรือเลี้ยวซ้าย |
| - | การเคลื่อนที่ไปทางตามเข็มนาฬิกาหรือเลี้ยวขวา |

ตาราง 3.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการตีความแบบเต่าแบบง่าย

สัญลักษณ์ที่ใช้สำหรับการตีความดังตารางที่ 3.1 เป็นสัญลักษณ์พื้นฐานที่นำไปใช้ในการสร้างภาพกราฟิกทั่วไป แต่ในทางปฏิบัติไม่จำเป็นต้องแทนความหมายด้วยสัญลักษณ์เหล่านี้เสมอไป ทั้งนี้เพื่อความเหมาะสมของงานแต่ละงาน การตีความสายอักขระด้วยการตีความแบบเต่าแสดงดังตัวอย่างที่ 3.3

ตัวอย่าง 3.3

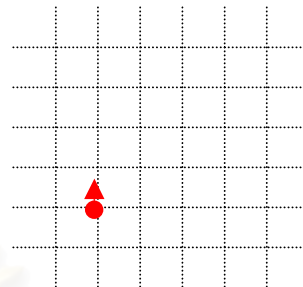
สายอักขระ **FFF-FF-F-F+F+FF-F-FFF**

สัญลักษณ์ที่ใช้

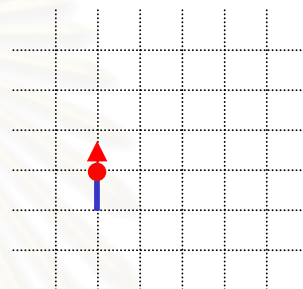
- F การเดินไปข้างหน้าและวาดเส้นตรงยาว 1 หน่วย
- + การเลี้ยวซ้าย 90 องศา
- การเลี้ยวขวา 90 องศา

นำสายอักขระมาตีความโดยเรียงตามลำดับได้ดังนี้

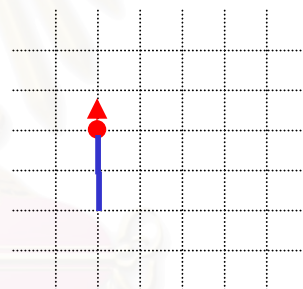
1. FFF-FF-F-F+F+FF-F-FFF



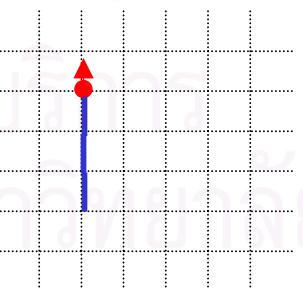
2. FFF-FF-F-F+F+FF-F-FFF



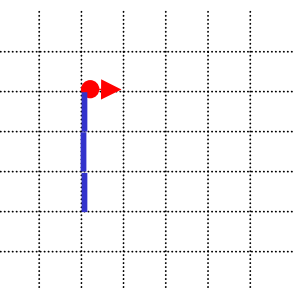
3. FFF-FF-F-F+F+FF-F-FFF

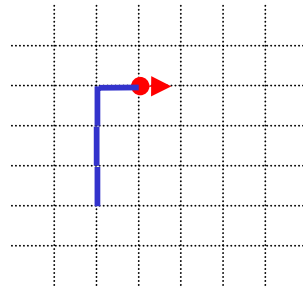


4. FFF-FF-F-F+F+FF-F-FFF



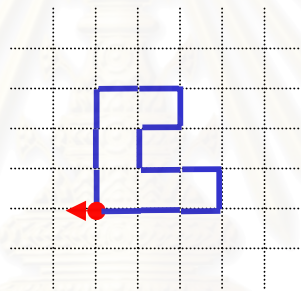
5. FFF-FF-F-F+F+FF-F-FFF



6. FFF-FF-F-F+F+FF-F-FFF

หลังจากตีความสายอักขระครบทุกตัวแล้วจะได้ดังรูป 3.9

จากตัวอย่างที่ 3.3 การตีความสายอักขระที่ได้จากระบบแอลด้วยวิธีการตีความแบบเต่าเริ่มด้วยการกำหนดทิศทางและตำแหน่งของเต่า จากนั้นวาดเส้นตรงและเปลี่ยนทิศทางการเดินทางของเต่าตามสัญลักษณ์ที่กำหนดไว้ ทำเช่นนี้จนจบสายอักขระ แสดงได้ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 การตีความสายอักขระด้วย Turtle Interpretation

3.3.3 ประเภทของระบบแอล(Types of L-System)

ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1968 L-System เป็นที่รู้จักกันมากขึ้นก็เริ่มมีงานวิจัยต่างๆที่เกี่ยวข้องกับ L-System ออกมาเป็นระยะๆ ดังนั้นจึงพอสรุปออกเป็นประเภทต่างๆได้ดังนี้

Deterministic Context-Free L-System เป็นแบบพื้นฐานที่สุดของ L-System คือในขั้นตอนการเขียนซ้ำ ทำการเปลี่ยนสายอักขระตามกฎการเปลี่ยนได้ทันที โดยไม่คำนึงถึงตัวอักขระข้างเคียง ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

predecessor \rightarrow successor

ตัวอย่าง 3.4

สายอักขระเริ่มต้น : F-F-F-F

กฎการเปลี่ยน : $F \rightarrow F-F+F+FF-F-F+F$

การทำซ้ำครั้งที่ 0 :

F-F-F-F

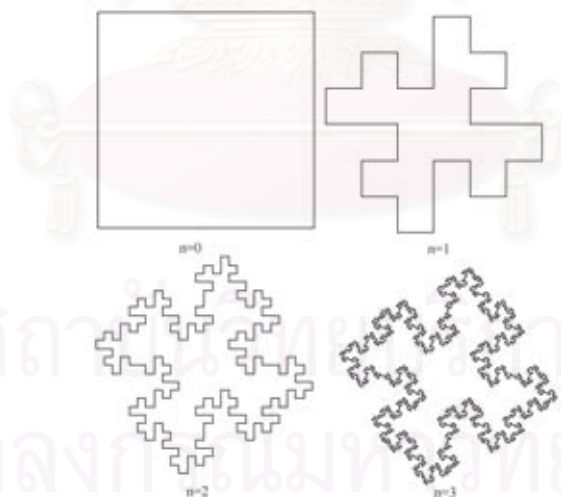


การทำซ้ำครั้งที่ 1 :

F-F+F+FF-F-F+F+FF-F-F+F-
F-F+F+FF-F-F+F-F-F+F+FF-F-F+F



จากตัวอย่างที่ 3.4 เป็นตัวอย่าง Deterministic Context-Free L-System โดยเปลี่ยนสายอักขระเริ่มต้น F-F-F-F ตามกฎการทำซ้ำ ซึ่งในที่นี้มีเพียงกฎเดียวและผ่านขั้นตอนการตีความเพื่อนำไปสร้างภาพกราฟิก แสดงดังรูปที่ 3.10 เป็นภาพกราฟิกที่ได้จากการทำซ้ำครั้งที่ 0 , 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ



รูปที่ 3.10 ภาพกราฟิกที่ได้จาก Deterministic Context-Free L-System

Bracketed L-System เป็น L-System ที่พัฒนามาจาก Deterministic Context-Free L-System สำหรับการสร้างภาพกราฟิกของพืชที่มีความซับซ้อน เช่น พืชที่การแตกแขนงเป็นกิ่งก้านเป็นต้น โดยเพิ่มสัญลักษณ์ที่ใช้สำหรับกำหนดจุดเริ่มและจุดจบของกิ่งก้าน สัญลักษณ์ที่เพิ่มเข้าไปคือ

- [แทน การจำตำแหน่งและทิศทางของเต่า
-] แทน การนำตำแหน่งและทิศทางของเต่าออกมา

กล่าวคือการนำหลักการ Pop-Push Stack เข้ามาใช้ในขั้นตอนตีความอักขระ “[“ หมายถึงให้จำตำแหน่งและทิศทางของเต่าไว้ ส่วน “] ” หมายถึงให้นำตำแหน่งและทิศทางของเต่าออกมาใช้ L-System ประเภทนี้จะเหมาะกับการนำไปใช้สร้างพืชที่มีกิ่งก้านสาขา ดังแสดงในตัวอย่าง 3.5 และ รูปที่ 3.11 โดย Bracketed L-System มีรูปแบบดังนี้

predecessor \rightarrow successor([,])

ตัวอย่าง 3.5 กำหนดให้

สายอักขระแอล (L-String) : FF [+ F - F] F [- F [- F] F] F + F - F

กำหนดมุม : 45 องศา

FF [+ F - F] F [- F [- F] F] F + F - F

FF [+ F - F] F [- F [- F] F] F + F - F

FF [+ F - F] F [- F [- F] F] F + F - F

FF [+ F - F] F [- F [- F] F] F + F - F

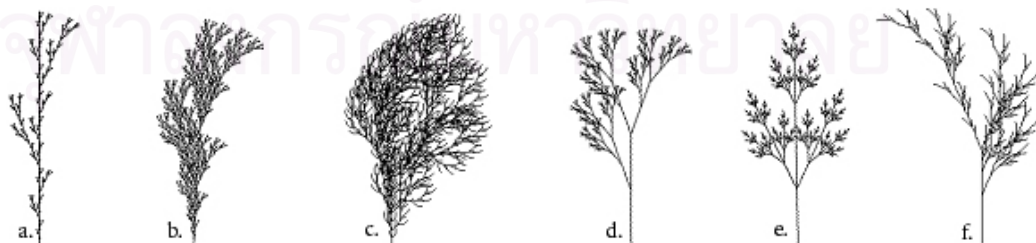


$$FF[+F-F]F[-F[-F]F]F+F-F$$


จากตัวอย่างที่ 3.5 แสดงการใช้ Bracketed L-System มาสร้างภาพกราฟิกของพืช ซึ่งสามารถสร้างพืชที่มีกิ่งและก้านได้ เมื่อกำหนดสายอักขระเริ่มต้นและกฎการเปลี่ยนที่แตกต่างกันดังตารางที่ 3.2 สามารถสร้างภาพกราฟิกของพืชที่แตกต่างกันดังแสดงในรูป 3.11

| รูป | จำนวนรอบ | มุม | สายอักขระเริ่มต้น | กฎการทำซ้ำ |
|-----|----------|------|-------------------|--|
| a | 5 | 25.7 | F | $F \rightarrow F[+F]F[-F]+F$ |
| b | 5 | 20 | F | $F \rightarrow F[+F]F[-F][F]$ |
| c | 4 | 22.5 | F | $F \rightarrow FF[-F+F+F][+F-F-F]$ |
| d | 7 | 20 | X | $X \rightarrow F[+X]F[-X]+X$ $F \rightarrow FF$ |
| e | 7 | 25.7 | X | $X \rightarrow F[+X][-X]FX$ $F \rightarrow FF$ |
| f | 5 | 22.5 | X | $X \rightarrow F-[[X]+X]+F[+FX]-X$ $F \rightarrow FF$ |

ตาราง 3.2 สายอักขระเริ่มต้นและกฎการทำซ้ำแบบ Bracketed L-System ที่แตกต่างกัน



รูป 3.11 ภาพกราฟิกของพืชที่ได้จาก Bracketed L-System

Stochastic L-System พัฒนาจาก Deterministic Context-Free L-System ที่กล่าวมาข้างต้น เมื่อกำหนดจำนวนการทำซ้ำที่เท่ากัน เมื่อนำมาสร้างภาพกราฟิกของพืช จะได้พืชที่มีลักษณะเหมือนกันทุกครั้ง แต่ในความเป็นจริงพืชชนิดเดียวกัน สายพันธุ์เดียวกันก็ไม่ได้เหมือนกันทุกประการ ดังนั้นการนำหลักการความน่าจะเป็นเข้ามากำหนดในการเลือกกฎการเปลี่ยน จะสามารถสร้างภาพกราฟิกของพืชได้หลากหลาย เหมือนในธรรมชาติ Stochastic L-System มีรูปแบบดังนี้

predecessor \rightarrow successor : probability of selection

ตัวอย่าง 3.6

| | | | |
|-------------------|---|--------------|--------|
| สายอักขระเริ่มต้น | : | F | |
| กฎการเปลี่ยน 1 | : | F [+F]F[-F]F | : 0.33 |
| กฎการเปลี่ยน 2 | : | F[+F]F | : 0.33 |
| กฎการเปลี่ยน 3 | : | F [-F] | : 0.34 |

ในขั้นตอนการทำซ้ำแต่ละรอบ มีการสุ่มความน่าจะเป็นที่อยู่ในช่วง 0 ถึง 1 เพื่อใช้ในการพิจารณาเลือกกฎการเปลี่ยน ซึ่งในตัวอย่างที่ 3.6 กฎการเปลี่ยน 1 มีความน่าจะเป็นอยู่ในช่วง 0.00 – 0.33 กฎการเปลี่ยน 2 มีความน่าจะเป็นอยู่ในช่วง 0.34 – 0.66 และเมื่อความน่าจะเป็นอยู่ในช่วง 0.67 – 1.00 จึงเลือกกฎการเปลี่ยน 3 ด้วยเหตุนี้ทำให้การทำซ้ำในแต่ละรอบ สร้างสายอักขระได้แตกต่างกัน และส่งผลให้สร้างภาพกราฟิกได้แตกต่างกันด้วย แสดงดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 ภาพกราฟิกที่มีความหลากหลายของพืช โดยใช้ Stochastic L-System

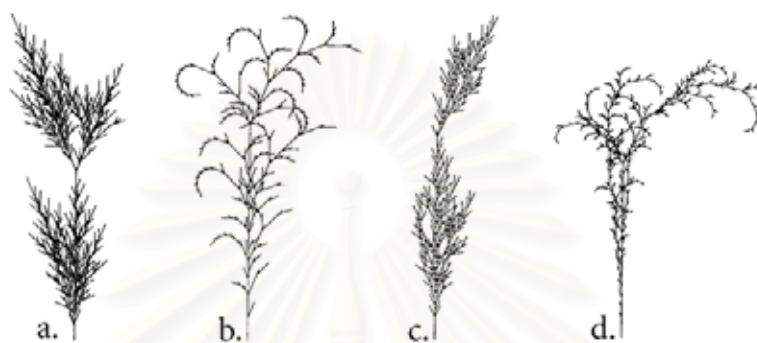
Context-Sensitive L-System สำหรับ Deterministic Context-Free L-System ที่กล่าวมาก่อนหน้านี้ ในขั้นตอนการเปลี่ยนสายอักขระตามกฎการเปลี่ยนของ L-System สามารถเปลี่ยนอักขระตามกฎได้ทันทีโดยไม่ต้องพิจารณาตัวอักขระข้างเคียง แต่สำหรับ Context-Sensitive L-System ต้องพิจารณาตัวอักขระข้างเคียงก่อนว่าเป็นไปตามกฎการเปลี่ยนก่อน ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\text{left context} < \text{predecessor} > \text{right context} \rightarrow \text{successor}$$

ตัวอย่าง 3.7

| | | | | | |
|----|---------------------|------------|----|---------------------|------------|
| a. | สายอักขระเริ่มต้น : | F1F1F1 | b. | สายอักขระเริ่มต้น : | F1F1F1 |
| | กฎการเปลี่ยน | | | กฎการเปลี่ยน | |
| | 0 < 0 > 0 | → 0 | | 0 < 0 > 0 | → 1 |
| | 0 < 0 > 1 | → 1[+F1F1] | | 0 < 0 > 1 | → 1[-F1F1] |
| | 0 < 1 > 0 | → 1 | | 0 < 1 > 0 | → 1 |
| | 0 < 1 > 1 | → 1 | | 0 < 1 > 1 | → 1 |
| | 1 < 0 > 0 | → 0 | | 1 < 0 > 0 | → 0 |
| | 1 < 0 > 1 | → 1F1 | | 1 < 0 > 1 | → 1F1 |
| | 1 < 1 > 0 | → 0 | | 1 < 1 > 0 | → 1 |
| | 1 < 1 > 1 | → 0 | | 1 < 1 > 1 | → 0 |
| | * < + > * | → - | | * < + > * | → - |
| | * < - > * | → + | | * < - > * | → + |
| c. | สายอักขระเริ่มต้น : | F1F1F1 | d. | สายอักขระเริ่มต้น : | F0F1F1 |
| | กฎการเปลี่ยน | | | กฎการเปลี่ยน | |
| | 0 < 0 > 0 | → 0 | | 0 < 0 > 0 | → 1 |
| | 0 < 0 > 1 | → 1 | | 0 < 0 > 1 | → 0 |
| | 0 < 1 > 0 | → 0 | | 0 < 1 > 0 | → 0 |
| | 0 < 1 > 1 | → 1[+F1F1] | | 0 < 1 > 1 | → 1F1 |
| | 1 < 0 > 0 | → 0 | | 1 < 0 > 0 | → 1 |
| | 1 < 0 > 1 | → 1F1 | | 1 < 0 > 1 | → 1[+F1F1] |
| | 1 < 1 > 0 | → 0 | | 1 < 1 > 0 | → 1 |
| | 1 < 1 > 1 | → 0 | | 1 < 1 > 1 | → 0 |
| | * < + > * | → + | | * < + > * | → - |
| | * < - > * | → - | | * < - > * | → + |

การเปลี่ยนสายอักขระในแต่ละครั้งต้องดูตัวข้างเคียงทั้งทางซ้ายและขวา ยกตัวอย่างเช่น $0 < 0 > 1 \rightarrow 1[+F1F1] 0$ จะเปลี่ยนเป็น $1[+F1F1] 0$ ได้ก็ต่อเมื่อมี 0 อยู่ทางซ้ายและ 1 อยู่ทางขวา ซึ่งจากตัวอย่าง 3.7 สามารถสร้างภาพกราฟิกได้ดังรูป 3.13 a. ส่วนรูปอื่นๆได้จากสายอักขระเริ่มต้นและกฎการเปลี่ยนที่แตกต่างกันดังนี้



รูปที่ 3.13 ภาพกราฟิกของพืชที่ได้จาก Context-sensitive L-System

Parametric L-System เป็นการนำฟังก์ชันมาใช้แทนตัวอักขระ ซึ่งสามารถกำหนดขนาดของลำต้น กิ่ง ก้านได้ด้วยฟังก์ชัน จึงเหมาะสำหรับการนำไปจำลองพืชที่การเติบโตขึ้นอยู่กับปัจจัยจากสิ่งแวดล้อม เช่น ขนาดของลำต้นของพืชที่ปลูกในสภาวะที่เหมาะสมมีขนาดใหญ่กว่าพืชที่ปลูกในสภาวะไม่เหมาะสม ซึ่งต้องอาศัยฟังก์ชันเข้ามาควบคุมขนาด Parametric L-System มีรูปแบบดังนี้

predecessor: condition \rightarrow successor

ตัวอย่าง 3.8

กำหนด $D = 1$

กำหนด $R = 1.5$

สายอักขระเริ่มต้น: $A(0)$

กฎการเปลี่ยน 1 : $A(d) : d > 0 \rightarrow A(d-1)$

กฎการเปลี่ยน 2 : $A(d) : d = 0 \rightarrow F(1)[+A(D)][-A(D)]F(1)A(0)$

กฎการเปลี่ยน 3 : $F(a) : d > 0 \rightarrow F(a \cdot R)$

เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ดังตาราง 3.3 เมื่อผ่านขั้นตอนการทำซ้ำแล้ว จะแสดงได้ดังรูป 3.14 ซึ่งจะเห็นว่าสามารถสร้างภาพกราฟิกใบของพืชได้ เมื่อกำหนดค่าคงที่ที่แตกต่างกันดังรูป

| รูป | D | R | จำนวนรอบ |
|-----|---|------|----------|
| a | 0 | 2.00 | 10 |
| b | 1 | 1.50 | 16 |
| c | 2 | 1.36 | 21 |
| d | 4 | 1.23 | 30 |
| e | 7 | 1.17 | 45 |

ตาราง 3.3 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆของตัวอย่าง 3.8



รูปที่ 3.14 ภาพกราฟิกใบของพืชที่ได้จาก Parametric L-System

บทที่ 4

การจำลองแบบและการสร้างภาพนามธรรม

ในบทนี้จะกล่าวถึง ข้อมูลจำเพาะของถั่วเหลือง การเก็บข้อมูลการเติบโตของถั่วเหลืองที่อายุการขาคน้ำแตกต่างกัน แล้วนำไปสร้างแบบจำลองเพื่อใช้ในการจำลองแบบ และส่วนสุดท้ายจะกล่าวถึงการสร้างภาพนามธรรมของการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาคน้ำในอายุที่แตกต่างกัน

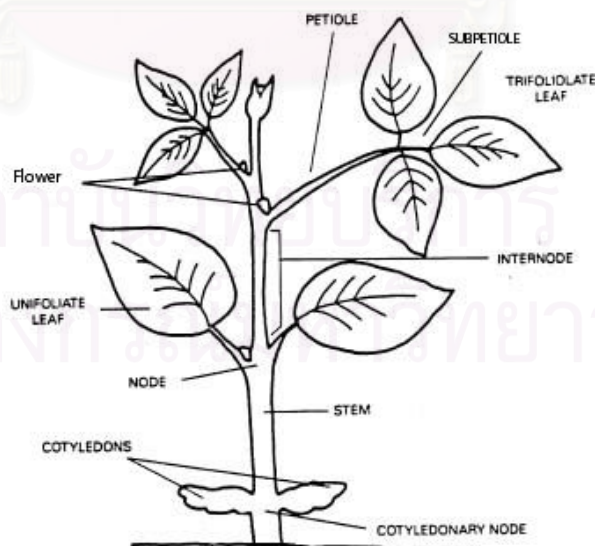
4.1 ข้อมูลจำเพาะของถั่วเหลือง(Soybean Specification)

ถั่วเหลืองเป็นพืชเศรษฐกิจที่มีความสำคัญชนิดหนึ่งของประเทศไทย มีชื่อทางวิทยาศาสตร์ว่า *Glycine max (L) Merrill* ส่วนชื่อทางสามัญก็เรียกแตกต่างกันออกไป เช่น soja bean, soya bean และ soybean เป็นต้น ซึ่งชื่อ soybean ใช้กันแพร่หลายมากที่สุด

ถั่วเหลืองที่ปลูกในประเทศไทยมีหลายพันธุ์ด้วยกัน ได้แก่ พันธุ์ สจ.1 , พันธุ์ สจ.2 , พันธุ์ สจ.4 , พันธุ์ สจ.5 และพันธุ์เชียงใหม่ 60 เป็นต้น ซึ่งพันธุ์ที่ใช้ในงานวิจัยชิ้นนี้คือ พันธุ์เชียงใหม่ 60 โดยมีอายุตั้งแต่งอกออกจากเมล็ดจนถึงโตเต็มที่ประมาณ 60 วัน

4.1.1 ลักษณะทางสัณฐานวิทยา(Soybean Morphology)

ลักษณะโครงสร้างของถั่วเหลืองประกอบด้วย ลำต้น ก้านใบ ใบ ดอก และฝัก ดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 โครงสร้างของถั่วเหลือง

ลำต้น(Stem) ประกอบด้วยข้อ(Node) และปล้อง(Internode) ลำต้นของถั่วเหลืองมีลักษณะกลมเจริญขึ้นไปเหนือดิน ทำหน้าที่เป็นส่วนเชื่อมระหว่าง ก้านใบ ดอก และฝัก และทำหน้าที่เป็นท่อลำเลียงน้ำ และอาหารไปส่วนต่างๆของถั่วเหลือง

ก้านใบ(Petiole) เป็นส่วนที่เชื่อมระหว่างลำต้น และใบ มีลักษณะกลม ทำหน้าที่ลำเลียงน้ำจากลำต้นไปสู่ใบ

ก้านใบย่อย(Subpetiole) เป็นส่วนที่เชื่อมระหว่างก้านใบและใบ ทำหน้าที่ลำเลียงน้ำจากก้านใบไปสู่ใบ

ใบ(Leaf) ใบจริงคู่แรกเป็นใบเดี่ยว(Unifoliate) ส่วนใบต่อไปเป็นใบรวมประกอบด้วยใบเล็ก 3 ใบ (Trifoliate) เกิดขึ้นที่ข้อๆละ 3 ใบ เรียงสลับกัน(Alternate) รูปร่างของใบกลมทางด้านโคน และแหลมทางด้านปลาย

4.1.2 ระยะเวลาเติบโตของถั่วเหลือง

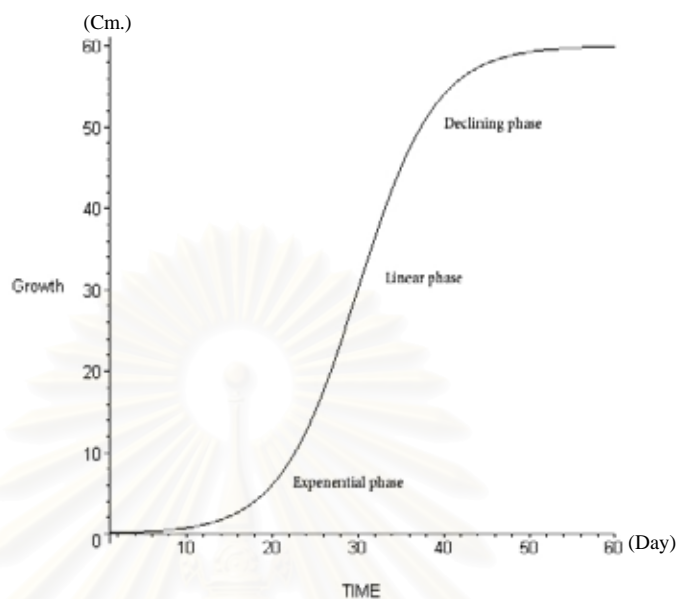
กล่าวว่าการเติบโตในทางพฤกษศาสตร์นั้น ยังไม่มีคำจำกัดความที่แน่นอนลงไป นักวิชาการแต่ละคนก็ให้ความหมายที่แตกต่างกันออกไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะงานที่ศึกษา ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้ การเติบโตหมายถึง การแบ่งเซลล์ การเพิ่มน้ำหนักแห้ง ความสูง ปริมาตร สำหรับในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาการเติบโตของถั่วเหลืองอยู่ในรูปความสูงของถั่วเหลือง

การเติบโตของถั่วเหลืองแบ่งออกได้เป็น 3 ระยะเวลาเติบโต คือ ระยะเวลาแรก เริ่มตั้งแต่ Cotyledon ของถั่วเหลืองเริ่มโผล่พ้นพื้นดิน เรียกระยะนี้ว่า Emergence Stage ระยะที่สอง เริ่มตั้งแต่ Cotyledon ร่วงจนกระทั่งออกดอก เรียกระยะนี้ว่า Vegetative Stage ส่วนระยะสุดท้ายระยะที่สาม Reproduction Stage เริ่มตั้งแต่ถั่วเหลืองออกดอกจนกระทั่งออกฝักและตายในที่สุด

ระยะที่ 1 : Emergence Stage เป็นระยะที่มีอัตราการเติบโตช้ามาก เมื่อพิจารณาจากกราฟในรูปที่ 4.2 ระยะนี้จึงเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Exponential phase

ระยะที่ 2 : Vegetative Stage เป็นระยะที่มีอัตราการเติบโตสูงค่อนข้างคงที่ เมื่อพิจารณาจากกราฟในรูปที่ 4.2 ระยะนี้จึงเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Linear phase

ระยะที่ 3 : Reproduction Stage เป็นระยะที่มีอัตราการเติบโตลดลง เมื่อพิจารณาจากกราฟในรูปที่ 4.2 ระยะนี้จึงเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Declining phase



รูปที่ 4.2 ระยะการเติบโตของถั่วเหลือง

4.1.3 ผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำของถั่วเหลือง

การขาดแคลนน้ำของถั่วเหลืองหมายถึง การที่ถั่วเหลืองไม่ได้รับการให้น้ำตามปกติ ส่งผลให้ถั่วเหลืองเกิดการเครียดน้ำ ความเครียดน้ำจะส่งผลกระทบต่อ การเติบโตของถั่วเหลือง แต่ผลกระทบที่เกิดขึ้นนั้นจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับเวลาที่เกิดความเครียดน้ำ หรืออายุที่ถั่วเหลืองขาดน้ำ หรือขึ้นอยู่กับว่าการขาดแคลนน้ำเกิดขึ้นที่ระยะใดของการเติบโต ซึ่งจากการทดลองพบว่า การขาดแคลนน้ำที่เกิดขึ้นในระยะ Emergence Stage ส่งผลต่อการเติบโตมากที่สุด รองลงมาคือระยะ Vegetative Stage และ Reproduction Stage ตามลำดับ

4.2 การเก็บข้อมูล(Data Collection)

ข้อมูลที่ทำกรเก็บรวบรวมเพื่อใช้ในขั้นตอนการหาแบบจำลองของงานวิจัยชิ้นนี้คือ การเติบโตของถั่วเหลือง ซึ่งสามารถวัดให้อยู่ในรูปความสูงรวมเฉลี่ย โดยปลูกถั่วเหลืองจำนวน 6 ชุดการทดลอง ซึ่งแต่ละชุดได้ควบคุมการขาดน้ำที่อายุต่างกัน ดังนี้

- ชุดการทดลองที่ 1 : ควบคุมการให้น้ำจนกระทั่งอายุ 10 วัน จึงงดให้น้ำ
 ชุดการทดลองที่ 2 : ควบคุมการให้น้ำจนกระทั่งอายุ 20 วัน จึงงดให้น้ำ
 ชุดการทดลองที่ 3 : ควบคุมการให้น้ำจนกระทั่งอายุ 30 วัน จึงงดให้น้ำ
 ชุดการทดลองที่ 4 : ควบคุมการให้น้ำจนกระทั่งอายุ 40 วัน จึงงดให้น้ำ
 ชุดการทดลองที่ 5 : ควบคุมการให้น้ำจนกระทั่งอายุ 50 วัน จึงงดให้น้ำ
 ชุดการทดลองที่ 6 : ควบคุมการให้น้ำจนกระทั่งอายุ 60 วัน จึงงดให้น้ำ

ซึ่งชุดการทดลองที่ 6 ถือว่าเป็นชุดที่ถั่วเหลืองได้รับน้ำตามปกติกว่าได้ เพราะเมื่อพิจารณาอายุโดยเฉลี่ยจากการทดลองพบว่า ถั่วเหลืองหยุดการเติบโตที่อายุประมาณ 55 วัน หลังจากทำการทดลองจนครบ 60 วัน ข้อมูลที่เก็บได้จากการทดลองการขาดน้ำของถั่วเหลืองทั้ง 6 ชุด เก็บไว้ในตารางในภาคผนวก

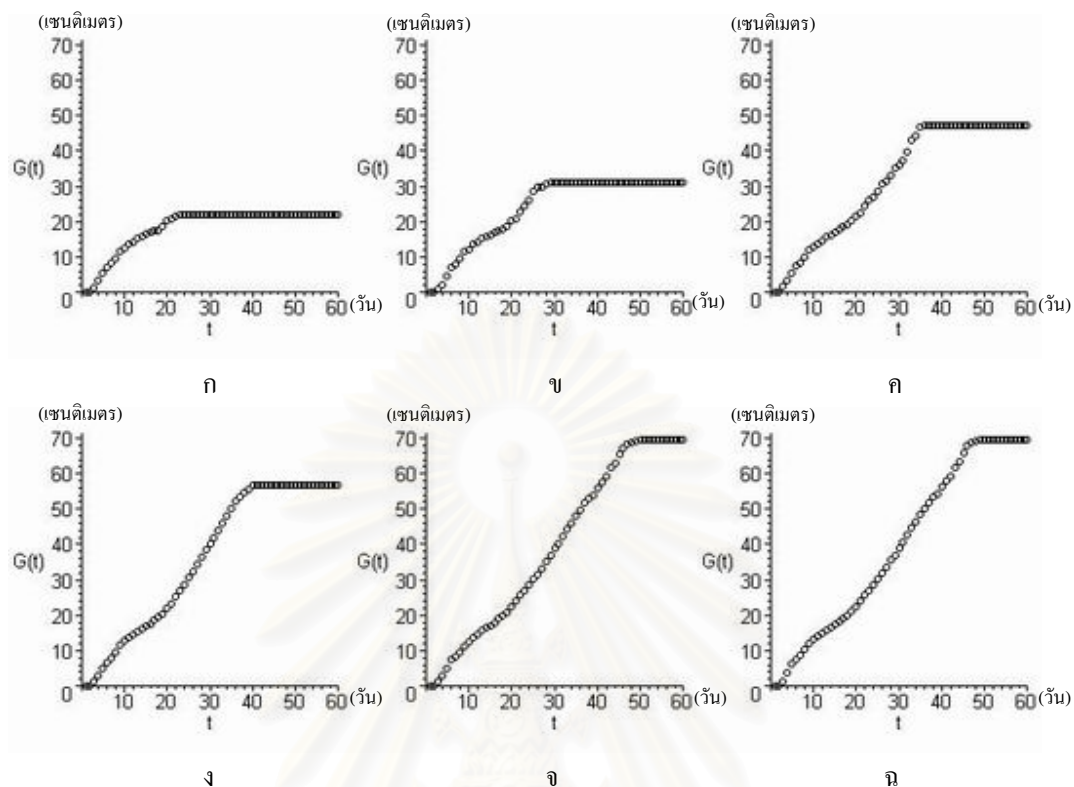
4.3 การจำลองแบบ(Simulation)

การจำลองแบบเป็นวิธีการหนึ่งในกระบวนการการแก้ปัญหาในด้านต่างๆ ซึ่งคำจำกัดความของการจำลองแบบก็คือ กระบวนการสร้างแบบจำลองของปัญหา แล้วดำเนินการทดลองโดยใช้แบบจำลองนั้นเพื่อการเรียนรู้พฤติกรรมของปัญหานั้นๆ ภายใต้ข้อกำหนดที่วางไว้

สำหรับการจำลองแบบในงานวิจัยนี้คือ การจำลองแบบผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ซึ่งปัญหาก็คือการขาดแคลนน้ำมีผลต่อการเติบโตอย่างไร หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่าถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่อายุต่างกันมีการเติบโตแตกต่างกันอย่างไร สิ่งแรกที่ต้องทำสำหรับกระบวนการการจำลองแบบคือ การหาแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ซึ่งหาได้จากการนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากการทดลองมาวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างการเติบโตของถั่วเหลือง กับอายุที่ขาดน้ำของถั่วเหลือง ซึ่งความสัมพันธ์ที่ได้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังที่จะกล่าวในส่วนต่อไป

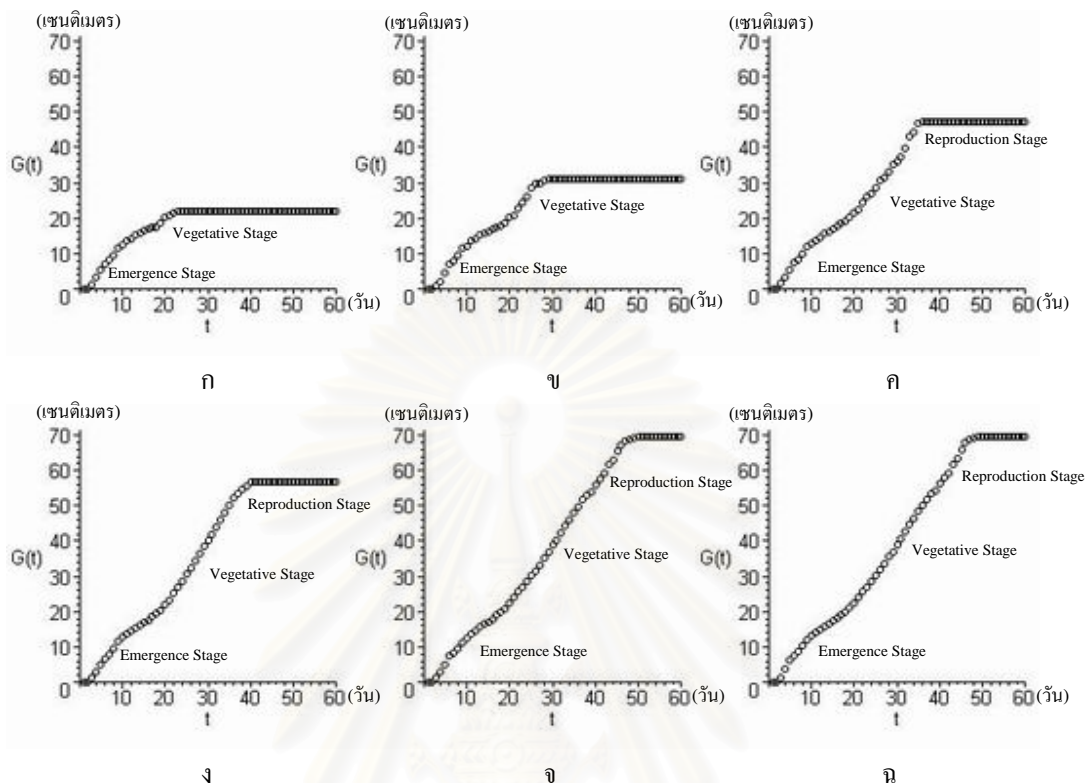
4.3.1 แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลือง(Soybean Growth Model)

ก่อนที่จะหาแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ต้องเข้าใจกระบวนการการเติบโตของถั่วเหลือง จากข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากการทดลองซึ่งแสดงในภาคผนวก ข้อมูลการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่อายุแตกต่างกันทั้ง 6 ชุดข้อมูลเมื่อนำมาวาดกราฟแล้ว พบว่าการที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นโค้งรูปตัวเอส ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 กราฟข้อมูลที่ได้จากการทดลองการขาดแคลนน้ำของถั่วเหลืองที่อายุต่างๆ (ก) อายุ 10 วัน (ข) อายุ 20 วัน (ค) อายุ 30 วัน (ง) อายุ 40 วัน (จ) อายุ 50 วัน และ (ฉ) อายุ 60 วัน

พิจารณากราฟข้อมูลการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้ทั้ง 6 โดยละเอียด พบว่าลักษณะของเส้นโค้งข้อมูล เป็นเส้นโค้งรูปตัวเอสแบบไม่สมมาตร(non-symmetric s-curve) และกราฟข้อมูลมีลักษณะการเติบโตแบ่งออกเป็นช่วงๆ โดยที่รูปที่ 4.3 ก. และ 4.3 ข. มีช่วงการเติบโต 2 ช่วง และรูปที่ 4.3 ค. , 4.3 ง. , 4.3 จ. และ 4.3 ฉ. มีช่วงการเติบโตเป็น 3 ช่วง ซึ่งแสดงให้เห็นในรูป 4.4 จากสิ่งที่สังเกตได้ตรงกับข้อมูลจำเพาะของถั่วเหลืองที่ว่า การเติบโตของถั่วเหลืองแบ่งออกเป็น 3 ระยะคือ ระยะแรก Emergence Stage ระยะที่สอง Vegetative Stage และระยะสุดท้ายคือ Reproduction Stage ซึ่งสามารถอธิบายกราฟการเติบโตของถั่วเหลืองในรูปที่ 4.3 ก. และ 4.3 ข. ได้ว่าถั่วเหลืองทั้งสองชุดไม่มีการเติบโตในระยะที่ 3 Reproduction Stage และเมื่อพิจารณารูปที่ 4.3 ยังพบอีกว่าการเติบโตในระยะแรก Emergence Stage ของถั่วเหลืองทั้ง 6 ชุดการทดลอง มีลักษณะเหมือนกันและมีการเติบโตใกล้เคียงกัน แสดงให้เห็นว่าไม่มีความแตกต่างสำหรับการเติบโตในระยะนี้



รูปที่ 4.4 ระยะการเติบโตของถั่วเหลือง (ก) อายุ 10 วัน (ข) อายุ 20 วัน (ค) อายุ 30 วัน (ง) อายุ 40 วัน (จ) อายุ 50 วัน และ (ฉ) อายุ 60 วัน

จากข้อมูลการเติบโตของถั่วเหลืองและเหตุผลที่กล่าวไว้ข้างต้น แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่เหมาะสมคือ แบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติก เนื่องจากเป็นแบบจำลองที่สามารถอธิบายลักษณะการเติบโตที่ซับซ้อน ตลอดระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองได้ ซึ่งแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติกมีรูปแบบดังนี้

$$G(t) = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_i} \cdot (t - t_{mi})\right]}$$

และด้วยเหตุผลที่ว่า การเติบโตแบ่งออกเป็น 3 ระยะ จะได้ว่า $n = 3$ ซึ่งแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติกที่ใช้ในงานวิจัยนี้ คือ

$$G(t) = \frac{K_1}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_1} \cdot (t - t_{m1})\right]} + \frac{K_2}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_2} \cdot (t - t_{m2})\right]} + \frac{K_3}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_3} \cdot (t - t_{m3})\right]} \quad (4.1)$$

โดยที่

- $G(t)$ คือ การเติบโตของถั่วเหลืองที่เวลา t ในที่นี้หมายถึงความสูงของถั่วเหลือง
 t คือ เวลาการเติบโตของถั่วเหลือง
 K_1 คือ ขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 1
 Δt_1 คือ ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 1
 t_{m1} คือ เวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 1
 K_2 คือ ขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 2
 Δt_2 คือ ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 2
 t_{m2} คือ เวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2
 K_3 คือ ขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 3
 Δt_3 คือ ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 3
 t_{m3} คือ เวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 3

4.3.2 การหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอคจิสติก

แบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอคจิสติกที่ใช้ในงานวิจัยนี้(สมการ 4.1) มีพารามิเตอร์ทั้งหมด 9 ตัว คือ K_1 , Δt_1 , t_{m1} , K_2 , Δt_2 , t_{m2} , K_3 , Δt_3 และ t_{m3} การหาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ทำได้โดยการวิเคราะห์การถดถอย โดยใช้วิธี Levenberg-Marquardt ที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 3.2.4 ซึ่งพารามิเตอร์ของแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองแต่ละชุดการทดลอง หาได้ดังนี้

ชุดการทดลองที่ 1 : ถั่วเหลืองขนาดน้ำที่อายุ 10 วัน

กำหนดให้ G_i แทนข้อมูลการเติบโตของถั่วเหลืองวันที่ i และกำหนดให้ $G(t_i; a)$ แทนแบบจำลองที่แทนความสัมพันธ์ระหว่างการเติบโตกับเวลาการเติบโต t_i โดยมีพารามิเตอร์ a ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$G(t_i; a) = \frac{K_1}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_1} \cdot (t - t_{m1})\right]} + \frac{K_2}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_2} \cdot (t - t_{m2})\right]} + \frac{K_3}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_3} \cdot (t - t_{m3})\right]}$$

โดยที่ พารามิเตอร์ $K_1, \Delta t_1, t_{m1}, K_2, \Delta t_2, t_{m2}, K_3, \Delta t_3$ และ t_{m3} เขียนแทนโดยรวมด้วย a

จากข้อมูลการเติบโต G_i และแบบจำลองแสดงความสัมพันธ์ $G(t_i; a)$ เราจึงได้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างข้อมูลการเติบโตกับแบบจำลองของช่วงการเติบโตทั้ง 60 วัน โดยมีพารามิเตอร์ a คือ

$$E(a) = \sum_{i=1}^{60} (G_i - G(t_i; a))^2$$

ขั้นตอนต่อไปสำหรับการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสม สำหรับแบบจำลองที่ใช้แทนการเติบโตของถั่วเหลืองชุดการทดลองที่ 1 คือการใช้สมการของ Levenberg-Marquardt (สมการ 3.24) คือ

$$a_{n+1} = a_n - (H + \lambda I)^{-1} g$$

โดยที่

a_{n+1} คือ พารามิเตอร์ในรอบการทำซ้ำที่ $n+1$

a_n คือ พารามิเตอร์ในรอบการทำซ้ำที่ n

H คือ เมตริกซ์อนุพันธ์ย่อยอันดับสองของ $E(a)$

g คือ เวกเตอร์อนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของ $E(a)$

λ คือ ค่าที่ช่วยในการลู่เข้าผลเฉลย

ซึ่งสมการ Levenberg-Marquardt ข้างต้นนี้ เป็นการหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองรวมน้อยที่สุด สำหรับค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองชุดที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม เมื่อกำหนดพารามิเตอร์เริ่มต้น และผ่านการขั้นตอนทำซ้ำ จะได้พารามิเตอร์ต่างๆ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 K_1 &= 14.273 \\
 \Delta t_1 &= 8.071 \\
 t_{m1} &= 6.599 \\
 K_2 &= 7.927 \\
 \Delta t_2 &= 10.932 \\
 t_{m2} &= 17.536
 \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองชุดการทดลองที่ 1 คือ

$$\begin{aligned}
 G(t,10) &= \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} \\
 &+ \frac{7.927}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{10.932} \cdot (t - 17.536)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

จากแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำที่อายุ 10 วัน (สมการที่ 4.2) สังเกตว่าการเติบโต 2 ช่วง เป็นเพราะถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำในช่วงนี้ไม่สามารถเติบโตจนถึงระยะที่ 3 ซึ่งเป็นไปตามข้อมูลที่ได้จากทางเกษตรศาสตร์และทางพฤกษศาสตร์

สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองชุดการทดลองอื่นๆ ทำได้โดยวิธีเดียวกันกับการหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองชุดการทดลอง 1 ซึ่งแบบจำลองที่ได้มีดังนี้

ชุดการทดลองที่ 2 : ถั่วเหลืองขนาดน้ำที่อายุ 20 วัน

แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ 20 วัน คือ

$$\begin{aligned}
 G(t,20) &= \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} \\
 &+ \frac{16.918}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{11.417} \cdot (t - 21.435)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

ชุดการทดลองที่ 3 : ถั่วเหลืองขนาดน้ำที่อายุ 30 วัน

แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ 30 วัน

$$\begin{aligned}
 G(t,30) = & \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} \\
 & + \frac{24.377}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{16.931} \cdot (t - 23.314)\right]} \\
 & + \frac{8.933}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{4.036} \cdot (t - 32.312)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

ชุดการทดลองที่ 4 : ถั่วเหลืองขนาดน้ำที่อายุ 40 วัน

แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ 40 วัน

$$\begin{aligned}
 G(t,40) = & \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} \\
 & + \frac{29.645}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{16.945} \cdot (t - 24.182)\right]} \\
 & + \frac{13.129}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.594} \cdot (t - 34.091)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

ชุดการทดลองที่ 5 : ถั่วเหลืองขนาดน้ำที่อายุ 50 วัน

แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ 50 วัน

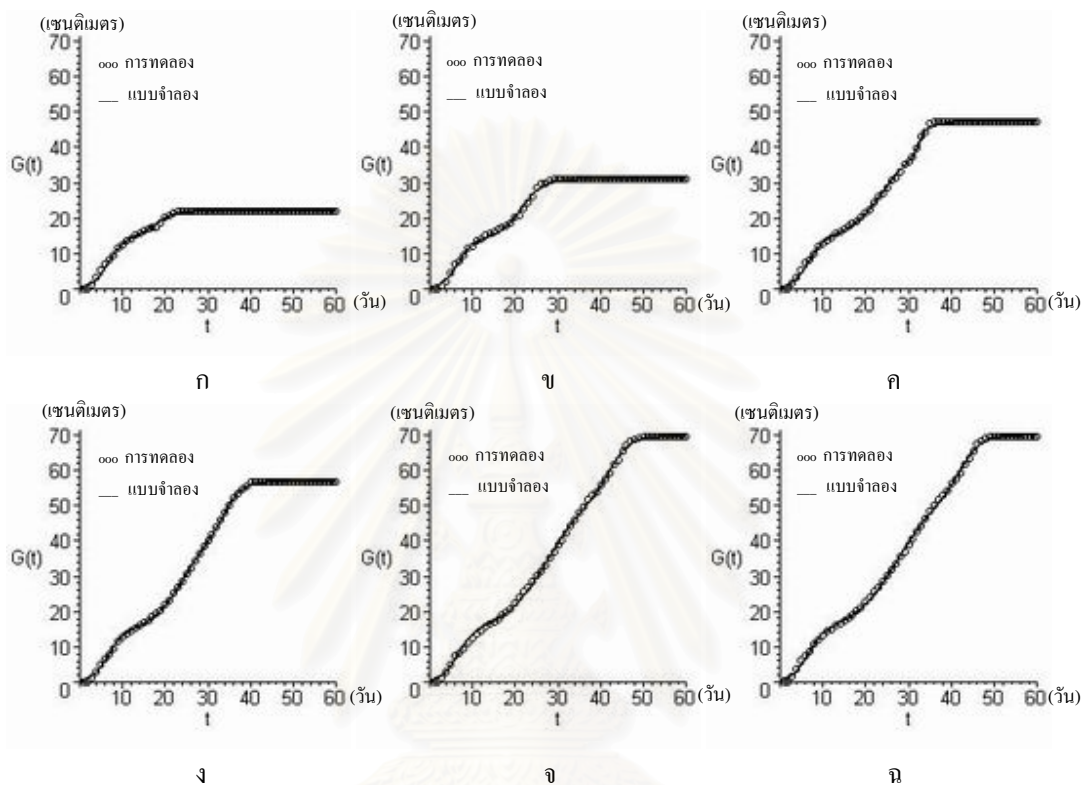
$$\begin{aligned}
 G(t,50) = & \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} \\
 & + \frac{41.168}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{22.830} \cdot (t - 27.684)\right]} \\
 & + \frac{14.555}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{9.459} \cdot (t - 42.256)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

ชุดการทดลองที่ 6 : ถั่วเหลืองขนาดน้ำที่อายุ 60 วัน

แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ 60 วัน

$$\begin{aligned}
 G(t,60) = & \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} \\
 & + \frac{41.463}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{23.142} \cdot (t - 27.620)\right]} \\
 & + \frac{14.555}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{9.459} \cdot (t - 42.256)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

เมื่อนำแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้มาวาดกราฟ เทียบกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากการทดลองพบว่า มีความคลาดเคลื่อนน้อยมาก ซึ่งแสดงให้เห็นดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 กราฟข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดแคลนน้ำที่อายุต่างๆ (ก) อายุ 10 วัน (ข) อายุ 20 วัน (ค) อายุ 30 วัน (ง) อายุ 40 วัน (จ) อายุ 50 วัน และ (ฉ) อายุ 60 วัน

4.3.3 แบบจำลองผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง (Water Famine Effect to Soybean Growth Model)

แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง เป็นแบบจำลองหลักสำหรับงานวิจัยนี้ เนื่องจากต้องนำไปใช้ในขั้นตอนการจำลองแบบและการสร้างภาพนามธรรมผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง แบบจำลองที่ได้จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการเติบโตของถั่วเหลืองกับอายุการขาดน้ำ

สำหรับวิธีการหาแบบจำลองนี้ เมื่อพิจารณาจากแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่อายุการขาดน้ำแตกต่างกันทั้ง 6 แบบจำลอง พบว่า มีค่าพารามิเตอร์ $K_1, \Delta t_1, t_{m1}, K_2, \Delta t_2, t_{m2}, K_3, \Delta t_3$ และ t_{m3} ของแบบจำลองแตกต่างกันตามอายุการขาดน้ำที่ต่างกัน ซึ่งแสดงในตาราง 4.1 ดังนั้นขั้นตอนต่อไป จึงเป็นการหาฟังก์ชันของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ขึ้นอยู่กับอายุการขาดน้ำ

| วันขาดน้ำ | K_1 | Δt_1 | t_{m1} | K_2 | Δt_2 | t_{m2} | K_3 | Δt_3 | t_{m3} |
|-----------|--------|--------------|----------|--------|--------------|----------|--------|--------------|----------|
| 10 | 14.273 | 8.071 | 6.599 | 7.927 | 10.932 | 17.536 | 0.000 | 0.001 | 0.000 |
| 20 | 14.273 | 8.071 | 6.599 | 16.918 | 11.417 | 21.435 | 0.000 | 0.001 | 0.000 |
| 30 | 14.273 | 8.071 | 6.599 | 24.377 | 16.931 | 23.314 | 8.933 | 4.036 | 32.312 |
| 40 | 14.273 | 8.071 | 6.599 | 29.645 | 16.945 | 24.182 | 13.129 | 8.594 | 34.091 |
| 50 | 14.273 | 8.071 | 6.599 | 41.168 | 22.830 | 27.684 | 14.555 | 9.459 | 42.256 |
| 60 | 14.273 | 8.071 | 6.599 | 41.463 | 23.142 | 27.620 | 14.555 | 9.459 | 42.256 |

ตาราง 4.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากแบบจำลองการเติบโต

การหาความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับอายุการขาดน้ำ

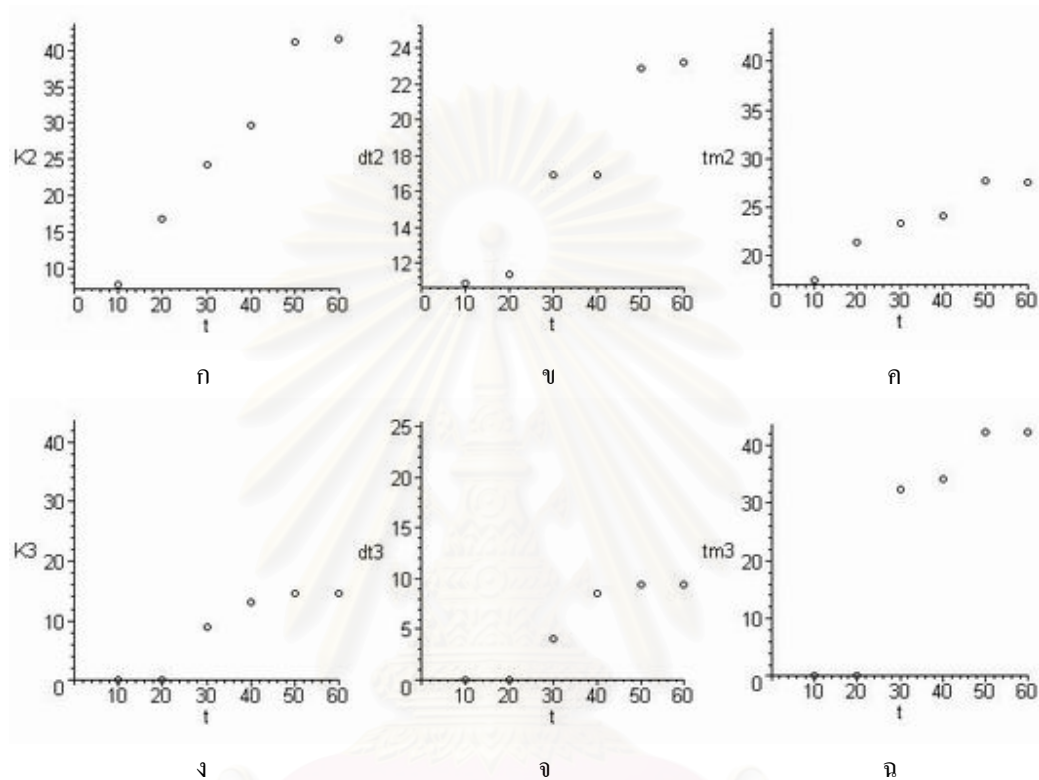
จากพารามิเตอร์ของแบบจำลองการเติบโตที่อายุการขาดน้ำแตกต่างกันทั้ง 6 แบบจำลองในตารางที่ 4.1 เมื่อพิจารณาพบว่า $K_1, \Delta t_1$ และ t_{m1} มีค่าเท่ากันทุกช่วงอายุการขาดน้ำ จึงกำหนดให้เป็นค่าคงที่ในแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง คือ

$$K_1 = 14.273$$

$$\Delta t_1 = 8.071$$

$$t_{m1} = 6.599$$

ส่วนพารามิเตอร์ K_2 , Δt_2 , t_{m2} , K_3 , Δt_3 และ t_{m3} มีค่าแตกต่างกันตามอายุการขาดน้ำ จึงต้องหาเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับอายุการขาดน้ำ และเมื่อนำค่าพารามิเตอร์เหล่านี้มาวาดกราฟจะได้กราฟดังนี้



รูปที่ 4.6 พารามิเตอร์ของแบบจำลองที่อายุการขาดน้ำแตกต่างกัน

(ก) K_2 (ข) Δt_2 (ค) t_{m2} (ง) K_3 (จ) Δt_3 และ (ฉ) t_{m3}

เมื่อพิจารณากราฟว่า กราฟที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นโค้งรูปตัวเอส การหาฟังก์ชันทำได้โดยใช้การวิเคราะห์การถดถอย โดยวิธี Levenberg-Marquardt และกำหนดรูปแบบสมการเป็นแบบมัลติลอจิสติก วิธีการหาแบบจำลองหรือฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์กับอายุการขาดแคลนน้ำ ทำเช่นเดียวกับในหัวข้อ 4.3 ซึ่งความสัมพันธ์ที่ได้เขียนอยู่ในรูปแบบฟังก์ชันได้ดังนี้

ฟังก์ชันของขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\begin{aligned}
 K_2(ts) = & \frac{16.375}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.887} \cdot (ts - 41.902)\right]} \\
 & + \frac{18.300}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{15.009} \cdot (ts - 19.266)\right]} \\
 & + \frac{12.908}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{-2486559.970} \cdot (ts - 58725.748)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

ฟังก์ชันของระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\begin{aligned}
 \Delta t_2(ts) = & \frac{11.269}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{29.176} \cdot (ts - (-13.096))\right]} \\
 & + \frac{5.680}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{3.609} \cdot (ts - 22.621)\right]} \\
 & + \frac{6.193}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{2.245} \cdot (ts - 48.498)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

ฟังก์ชันของเวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\begin{aligned}
 t_{m2}(ts) = & \frac{24.164}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{39.689} \cdot (ts - 1.223)\right]} \\
 & + \frac{3.439}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{3.944} \cdot (ts - 41.497)\right]} \\
 & + \frac{79.514}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{130.012} \cdot (ts - 3390.219)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

ฟังก์ชันของขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\begin{aligned}
 K_3(ts) = & \frac{10.629}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{2.916} \cdot (ts - 28.897)\right]} \\
 & + \frac{(-0.848)}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{16633.510} \cdot (ts - 43799.080)\right]} \\
 & + \frac{3.926}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{3.473} \cdot (ts - 39.556)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

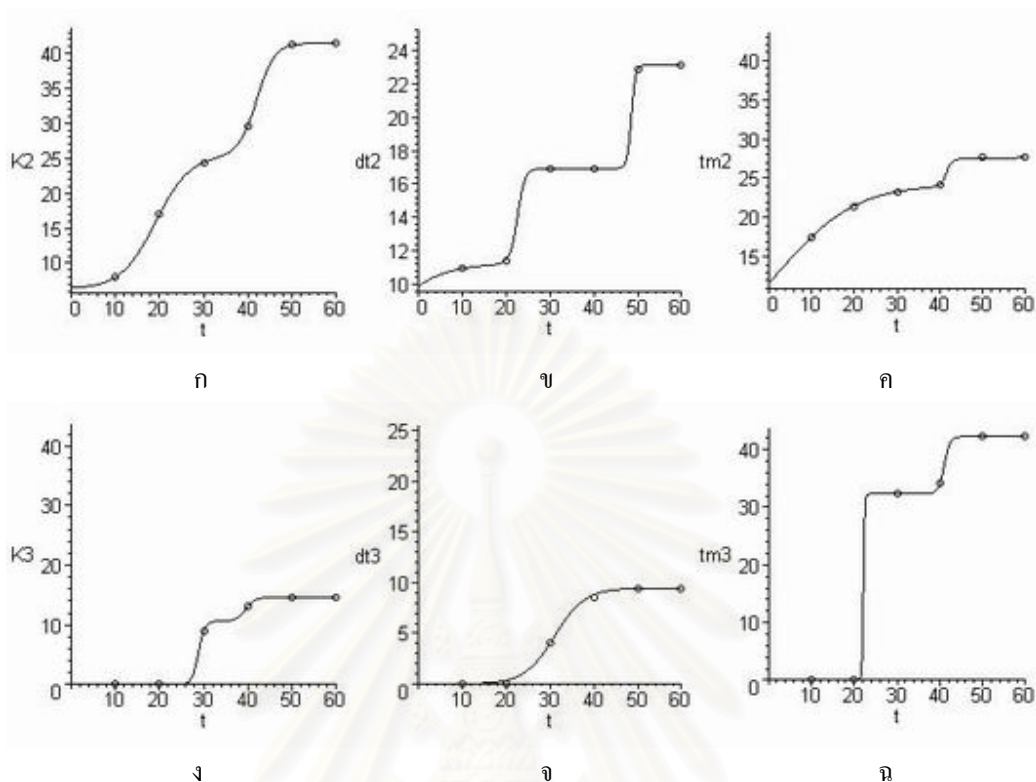
ฟังก์ชันของระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\Delta t_3(ts) = \frac{9.452}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{15.025} \cdot (ts - 31.158)\right]} \tag{4.12}$$

ฟังก์ชันของเวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\begin{aligned}
 t_{m3}(ts) = & \frac{32.312}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{0.713} \cdot (ts - 22.175)\right]} \\
 & + \frac{9.944}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{2.961} \cdot (ts - 41.027)\right]}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

เมื่อนำฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ต่างๆ กับอายุการขาดน้ำ มาวาดกราฟเทียบกับข้อมูล จะเห็นได้ว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยมาก ดังแสดงในรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 การประมาณค่าเส้นโค้งของพารามิเตอร์ (ก) K_2 (ข) Δt_2 (ค) t_{m2} (ง) K_3
(จ) Δt_3 และ (ฉ) t_{m3}

เมื่อนำฟังก์ชันต่างของพารามิเตอร์ต่างๆไปแทน ในสมการที่ 4.1 จะได้แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองดังนี้

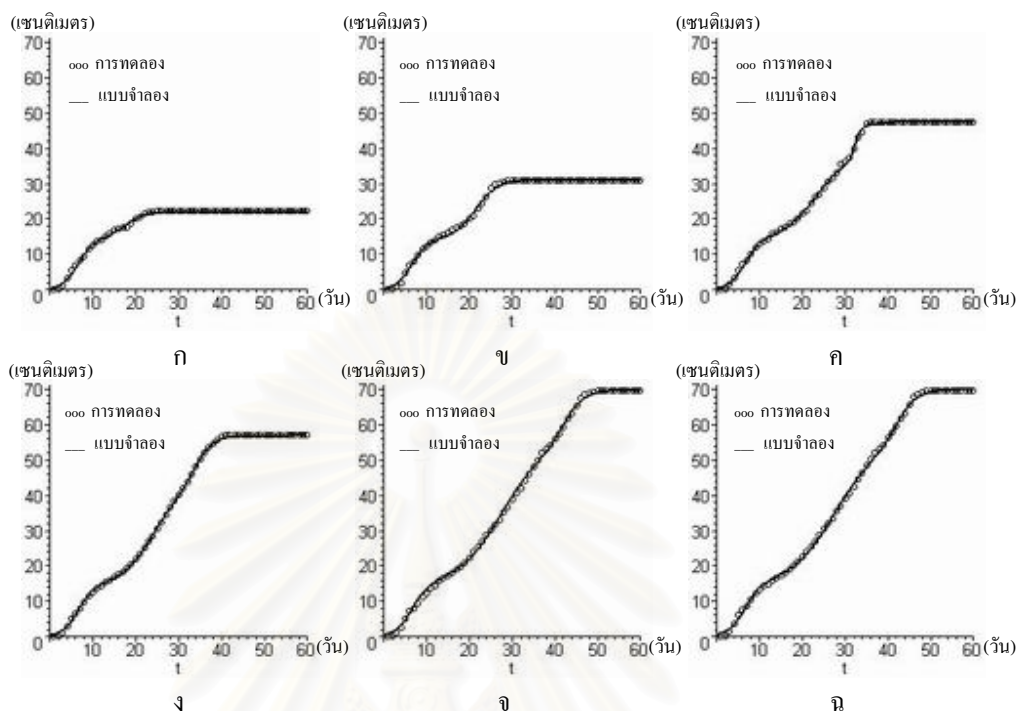
$$\begin{aligned}
 G(t, ts) = & \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} \\
 & + \frac{K_2(ts)}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_2(ts)} \cdot (t - t_{m2}(ts))\right]} \\
 & + \frac{K_3(ts)}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_3(ts)} \cdot (t - t_{m3}(ts))\right]}
 \end{aligned} \quad (4.14)$$

โดยที่

- G คือ การเติบโตของถั่วเหลืองที่เวลา t สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- t คือ เวลาการเติบโตของถั่วเหลือง
- ts คือ อายุที่ถั่วเหลืองขาดน้ำ
- K_1 คือ ขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 1 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- Δt_1 คือ ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 1 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- t_{m1} คือ เวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 1 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- K_2 คือ ขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- Δt_2 คือ ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- t_{m2} คือ เวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- K_3 คือ ขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- Δt_3 คือ ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน
- t_{m3} คือ เวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน

4.3.4 การจำลองผลกระทบจากการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง (Simulation of Water Famine Effect on Soybean Growth)

การจำลองแบบผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ทำได้โดยใช้แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้ จากสมการ 4.14 เมื่อนำแบบจำลองที่ได้มาจำลองแบบโดยวาดกราฟ เปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากทดลองสำหรับการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่อายุ 10 วัน 20 วัน 30 วัน 40 วัน 50 วัน และ 60 วัน พบว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยมาก ดังแสดงในรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 กราฟเปรียบเทียบข้อมูลจากการทดลองกับแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง (ก) 10 วัน (ข) 20 วัน (ค) 30 วัน (ง) 40 วัน (จ) 50 วัน และ (ฉ) 60 วัน

สำหรับแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ที่หาได้ (สมการ 4.14) สามารถนำมาจำลองแบบได้แล้ว ยังสามารถนำมาใช้ในขั้นตอนการสร้างภาพนามธรรมผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองได้ ซึ่งจะกล่าวในส่วนต่อไป

4.4 การสร้างภาพนามธรรม(Visualization)

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงการสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลือง โดยเริ่มจากนำสายอักขระแอล มาผ่านขั้นตอนการตีความอักขระเพื่อสร้างเป็นภาพกราฟิก และใช้แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้จากหัวข้อ 4.3 มาควบคุมการเติบโต สำหรับการสร้างภาพนามธรรมผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง

4.4.1 สายอักขระแอลสำหรับการสร้างภาพนามธรรมของถั่วเหลือง (L-String for Soybean Visualization)

สายอักขระแอลที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ได้นำมาจากงานวิจัยของ สมพร ช่วยอารีย์[11] และจากการทดลองปลูกถั่วเหลือง ได้สังเกตว่าลำต้นของถั่วเหลืองประกอบด้วยปล้องจำนวน 17 ปล้อง สายอักขระแอลที่ได้จึงมีลักษณะดังนี้

```
' I I [+ (θ) PL] [- (θ) PL] I [- (θ) P [- (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ]
I [< (θ) P [< (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] I [+ (θ) P [+ (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ]
I [> (θ) P [> (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] I [- (θ) P [- (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ]
I [< (θ) P [< (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] I [+ (θ) P [+ (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ]
I [> (θ) P [> (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] I [- (θ) P [- (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ]
I [< (θ) P [< (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] I [+ (θ) P [+ (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ]
I [> (θ) P [> (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] I [- (θ) P [- (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ]
I [< (θ) P [< (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] I [+ (θ) P [+ (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
```

สายอักขระแอลที่แสดงให้ดูข้างต้น เป็นสายอักขระแอลที่แทนส่วนประกอบต่างของถั่วเหลือง คือ I แทนปล้องของถั่วเหลือง P แทนก้านใบของถั่วเหลือง s แทนก้านใบย่อยของถั่วเหลือง และ L แทนใบของถั่วเหลือง ตัวอักขระเหล่านี้จะถูกนำไปตีความเป็นภาพกราฟิกซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป สายอักขระแอลของถั่วเหลืองนี้เมื่อนำมาเขียนใหม่ โดยแสดงตามข้อต่างๆของถั่วเหลือง ได้ดังนี้

```
1st node : ' I '
2nd node : ' I [+ (θ) PL] [- (θ) PL] '
3rd node : ' I [- (θ) P [- (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
4th node : ' I [< (θ) P [< (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] '
5th node : ' I [+ (θ) P [+ (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
6th node : ' I [> (θ) P [> (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] '
7th node : ' I [- (θ) P [- (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
8th node : ' I [< (θ) P [< (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] '
9th node : ' I [+ (θ) P [+ (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
10th node : ' I [> (θ) P [> (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] '
11th node : ' I [- (θ) P [- (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
12th node : ' I [< (θ) P [< (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] '
13th node : ' I [+ (θ) P [+ (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
14th node : ' I [> (θ) P [> (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] '
15th node : ' I [- (θ) P [- (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
16th node : ' I [< (θ) P [< (θ) sL] [+ (θ) sL] [- (θ) sL] ] '
17th node : ' I [+ (θ) P [+ (θ) sL] [< (θ) sL] [> (θ) sL] ] '
```

เมื่อพิจารณาสายอักขระแอลกับข้อมูลจำเพาะของถั่วเหลืองพบว่า ตรงกับความเป็นจริงสำหรับลักษณะทางสัณฐานวิทยากล่าวคือ ใบเลี้ยงเดี่ยวคู่แรกเกิดขึ้นที่ข้อที่ 2 ส่วนข้ออื่นๆ เกิดใบเลี้ยงรวมแบบ 3 ใบ ส่วนมุม θ ในสายอักขระแอลจากการสังเกตพบว่า มุมของก้านใบในแต่ละข้อมีค่าประมาณ 35-60 องศา และมุมของก้านใบย่อยมีค่าประมาณ 70-80 องศา เมื่อใส่ค่ามุมในแต่ละส่วนลงไป สายอักขระแอลที่ได้จึงมีลักษณะดังนี้

```

1st node : 'I'
2nd node : 'I [+ (45) PL] [- (45) PL] '
3rd node : 'I [- (60) P [- (80) sL] [< (80) sL] [> (80) sL] ] '
4th node : 'I [< (60) P [< (80) sL] [+ (80) sL] [- (80) sL] ] '
5th node : 'I [+ (55) P [+ (80) sL] [< (80) sL] [> (80) sL] ] '
6th node : 'I [> (55) P [> (80) sL] [+ (80) sL] [- (80) sL] ] '
7th node : 'I [- (50) P [- (80) sL] [< (80) sL] [> (80) sL] ] '
8th node : 'I [< (50) P [< (80) sL] [+ (80) sL] [- (80) sL] ] '
9th node : 'I [+ (45) P [+ (80) sL] [< (80) sL] [> (80) sL] ] '
10th node : 'I [> (45) P [> (80) sL] [+ (80) sL] [- (80) sL] ] '
11th node : 'I [- (40) P [- (80) sL] [< (80) sL] [> (80) sL] ] '
12th node : 'I [< (40) P [< (80) sL] [+ (80) sL] [- (80) sL] ] '
13th node : 'I [+ (40) P [+ (80) sL] [< (80) sL] [> (80) sL] ] '
14th node : 'I [> (40) P [> (80) sL] [+ (80) sL] [- (80) sL] ] '
15th node : 'I [- (35) P [- (80) sL] [< (80) sL] [> (80) sL] ] '
16th node : 'I [< (35) P [< (80) sL] [+ (80) sL] [- (80) sL] ] '
17th node : 'I [+ (30) P [+ (80) sL] [< (80) sL] [> (80) sL] ] '

```

4.4.2 การตีความสายอักขระแอลสำหรับการสร้างภาพนามธรรมของถั่วเหลือง (L-String Interpretation for Soybean Visualization)

สายอักขระแอลที่ใช้ในงานวิจัยนี้ มีการกำหนดสัญลักษณ์และความหมายให้เหมาะสม สอดคล้องสำหรับการนำไปใช้สร้างภาพนามธรรมของถั่วเหลือง โดยสัญลักษณ์และความหมาย แสดงได้ในตารางต่อไปนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

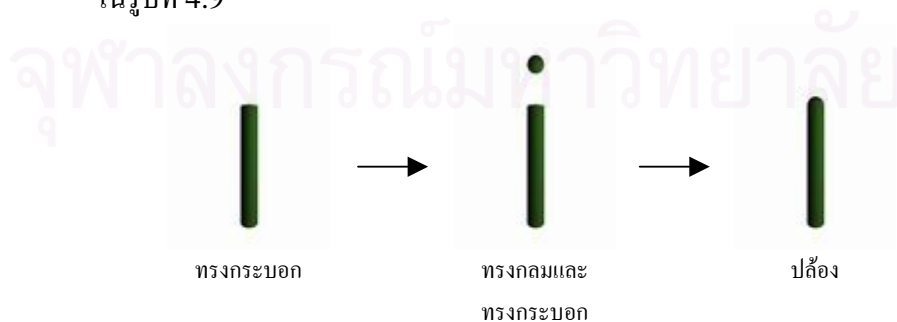
| สัญลักษณ์ | ความหมาย |
|-----------|------------------------------------|
| I | สร้างปล้องของถั่วเหลือง |
| P | สร้างก้านใบของถั่วเหลือง |
| S | สร้างก้านใบย่อยของถั่วเหลือง |
| L | สร้างใบของถั่วเหลือง |
| θ | มุมในการหมุนตามแกนที่กำหนด |
| + | หมุนแกน Z ทวนเข็มนาฬิกา |
| - | หมุนแกน Z ตามเข็มนาฬิกา |
| > | หมุนแกน X ทวนเข็มนาฬิกา |
| < | หมุนแกน X ตามเข็มนาฬิกา |
| [| เก็บค่าตำแหน่งปัจจุบันเข้าไปในสแตก |
|] | นำค่าตำแหน่งที่อยู่ในสแตกออกมา |

ตาราง 4.2 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการตีความเพื่อสร้างภาพนามธรรมของถั่วเหลือง

4.4.3 การสร้างส่วนประกอบของถั่วเหลือง (Visualization of Soybean Component)

ภาพนามธรรมของถั่วเหลืองประกอบด้วยส่วนต่างๆ คือ ปล้อง ก้านใบ ก้านใบย่อย และใบ โดยที่ส่วนประกอบเหล่านี้สร้างจากรูปทรงเรขาคณิตเช่น รูปทรงกลม รูปทรงกระบอก เป็นต้น ซึ่งส่วนต่างๆของถั่วเหลืองสามารถสร้างได้ดังนี้

ปล้อง(Internode) ปล้องของถั่วเหลืองมีลักษณะกลม เป็นรูปทรงกระบอก สามารถสร้างเป็นภาพกราฟิกได้โดยการแทนด้วยรูปทรงกระบอก และรูปทรงกลม ดังแสดงในรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 ภาพกราฟิกของปล้อง

ก้านใบ(Petiole) ก้านใบของถั่วเหลืองมีลักษณะเป็นทรงกระบอก คล้ายกับปล้องของถั่วเหลือง สร้างเป็นภาพกราฟิกได้โดยการนำรูปทรงกระบอกและรูปทรงกลม ดังแสดงได้ดังรูปที่ 4.10



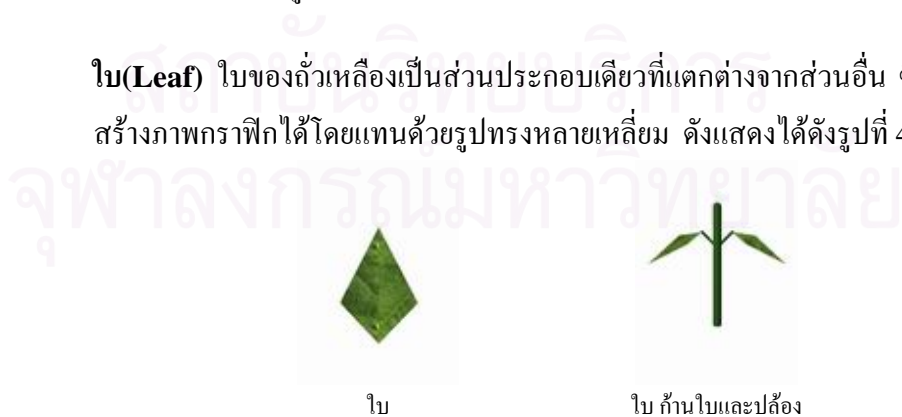
รูปที่ 4.10 ภาพกราฟิกของก้านใบ

ก้านใบย่อย(Subpetiole) ก้านใบย่อยมีลักษณะเช่นเดียวกับปล้องและก้านใบ แต่มีขนาดเล็กกว่า สร้างเป็นภาพกราฟิกได้โดยการแทนด้วยรูปทรงกระบอกและรูปทรงกลม ดังแสดงได้ดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 ภาพกราฟิกของก้านใบย่อย

ใบ(Leaf) ใบของถั่วเหลืองเป็นส่วนประกอบเดียวที่แตกต่างจากส่วนอื่น ซึ่งสามารถสร้างภาพกราฟิกได้โดยแทนด้วยรูปทรงหลายเหลี่ยม ดังแสดงได้ดังรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.12 ภาพกราฟิกของใบ

4.4.4 การสร้างภาพนามธรรมของถั่วเหลือง(Soybean Visualization)

การสร้างภาพนามธรรมของถั่วเหลืองทำได้โดยการนำสายอักขระแอลที่ได้มาตีความตามตารางที่ 4.2 จากนั้นนำมาสร้างภาพนามธรรมของส่วนประกอบต่างๆด้วยรูปทรงเรขาคณิต ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 4.13 ภาพกราฟิกส่วนประกอบของถั่วเหลือง

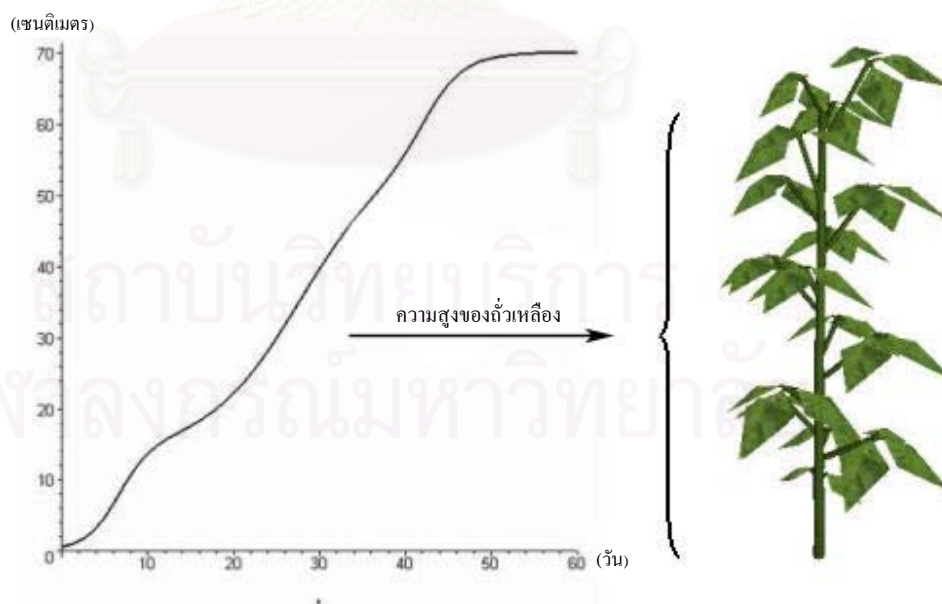
สถาบันวิจัยและบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.4.5 การสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลือง (Visualization of Soybean Growth)

การสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลือง ทำได้โดยนำสมการ 4.14 จากแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองในหัวข้อ 4.3.3 ซึ่งมีสมการดังนี้

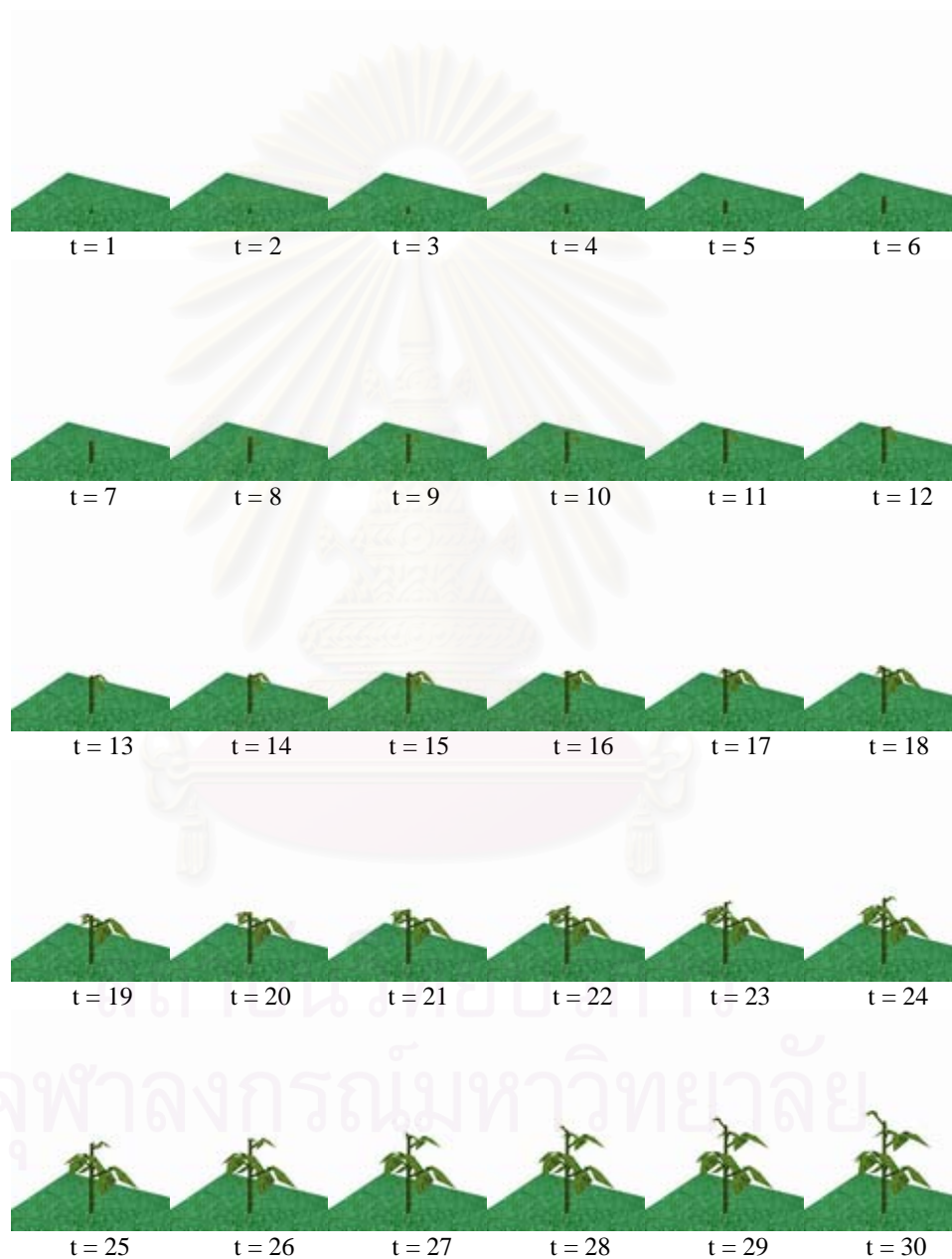
$$G(t, ts) = \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} + \frac{K_2(ts)}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_2(ts)} \cdot (t - t_{m2}(ts))\right]} + \frac{K_3(ts)}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_3(ts)} \cdot (t - t_{m3}(ts))\right]}$$

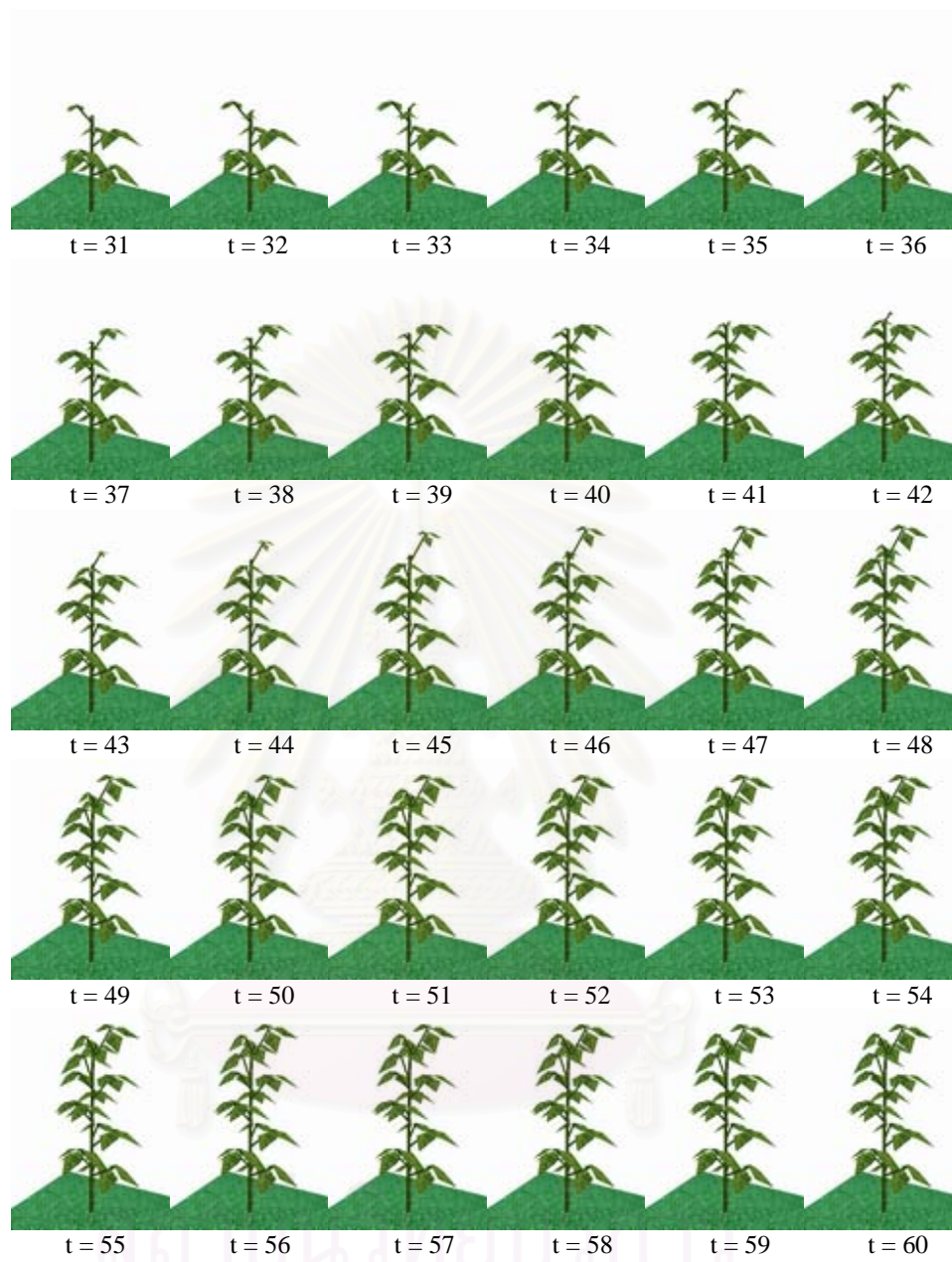
โดยแทนค่า อายุที่ถั่วเหลืองขาดน้ำและเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองลงในสมการ จะได้เส้นโค้งที่แสดงค่าความสูงตลอดช่วงระยะเวลาการเติบโต ซึ่งค่าความสูงนี้เองที่นำมาใช้ในการควบคุมความสูงของภาพกราฟิกของถั่วเหลือง ซึ่งแสดงให้เห็นดังรูป 4.14



รูปที่ 4.14 การควบคุมการเติบโตของภาพกราฟิกของถั่วเหลือง

เมื่อเราใช้เส้นโค้งการเติบโตที่ได้จากแบบจำลองมาสร้างภาพกราฟิกของอวัยวะที่
ระยะเวลาการเติบโตต่างๆ สามารถแสดงได้ดังนี้



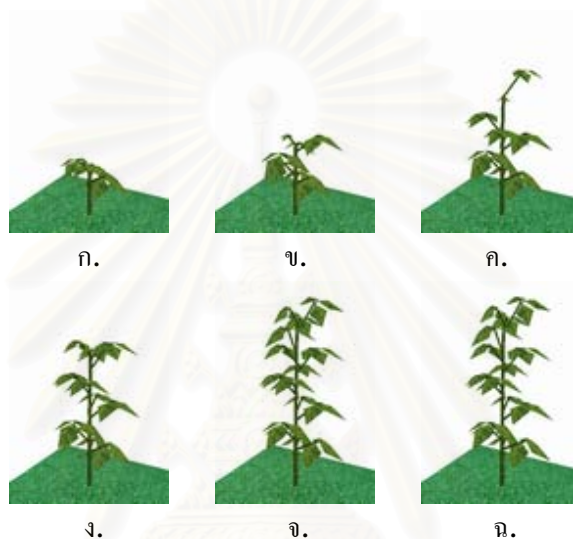


รูปที่ 4.15 การสร้างภาพกราฟิกการเติบโตของถั่วเหลือง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.4.6 การสร้างภาพนามธรรมผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง (Visualization of Water Famine Effect on Soybean Growth)

แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ที่ได้ในหัวข้อ 4.3.3 สามารถนำมาใช้สร้างภาพนามธรรมได้โดยการแทนค่าอายุที่ถั่วเหลืองขาดน้ำลงในแบบจำลอง และเมื่อนำไปสร้างภาพกราฟิกของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่ขาดน้ำอายุ 10 วัน 20 วัน 30 วัน 40 วัน 50 วัน และ 60 วัน เมื่อเวลาการเติบโตผ่านไป 60 วัน สามารถแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 4.16 ภาพกราฟิกการเติบโตของถั่วเหลืองขาดน้ำที่ระยะเวลาต่างๆ (ก) 10 วัน (ข) 20 วัน (ค) 30 วัน (ง) 40 วัน (จ) 50 วัน และ (ฉ) 60 วัน

จากรูปที่ 4.16 จะเห็นว่าภาพกราฟิกของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุน้อย จะมีความสูงน้อยกว่า ถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุมากกว่า ซึ่งเป็นไปตามข้อมูลที่เก็บได้จากการทดลอง

บทที่ 5

ผลการวิจัย

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลที่ได้จากการวิจัย คือ แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ผลการจำลองแบบ และผลการสร้างภาพนามธรรมจากแบบจำลองที่ทำได้

5.1 แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง

แบบจำลองที่ได้จากงานวิจัยนี้ หาได้จากการนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองปลูกถั่วเหลืองเป็นระยะเวลา 60 วัน แล้วนำไปผ่านขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธี Levenberg-Marquardt แบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลอจิสติก มีตัวแปรอิสระคือ เวลาการเติบโต t และอายุที่ถั่วเหลืองขาดน้ำ ts และตัวแปรตามคือ การเติบโตของถั่วเหลือง แบบจำลองที่ได้มีลักษณะดังนี้

$$G(t, ts) = \frac{14.273}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.071} \cdot (t - 6.599)\right]} + \frac{K_2(ts)}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_2(ts)} \cdot (t - t_{m_2}(ts))\right]} + \frac{K_3(ts)}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_3(ts)} \cdot (t - t_{m_3}(ts))\right]}$$

โดยที่

G คือ การเติบโตของถั่วเหลืองที่เวลา t สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน

t คือ เวลาการเติบโตของถั่วเหลือง

ts คือ อายุที่ถั่วเหลืองขาดน้ำ

K_2 คือ ขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน

Δt_2 คือ ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน

- t_{m2} คือ เวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่
ขนาดน้ำอายุ ts วัน
- K_3 คือ ขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขนาด
น้ำอายุ ts วัน
- Δt_3 คือ ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ
 ts วัน
- t_{m3} คือ เวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่
ขนาดน้ำอายุ ts วัน

แบบจำลองที่ได้ประกอบด้วยแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติก 3 ช่วง ซึ่งแบ่งตามช่วง
ระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลือง สังเกตได้ว่าช่วงการเติบโตระยะแรกของแบบจำลองเป็นค่าคงที่
ซึ่งหมายความว่า การเติบโตในระยะนี้มีค่าเท่ากัน แต่แตกต่างกันที่การเติบโตระยะที่ 2 และระยะที่
3 ขึ้นอยู่กับอายุที่ถั่วเหลืองขนาดน้ำ โดยในแบบจำลองนี้อยู่ในรูปฟังก์ชัน $K_2(ts)$, $\Delta t_2(ts)$,
 $t_{m2}(ts)$, $K_3(ts)$, $\Delta t_3(ts)$ และ $t_{m3}(ts)$ ซึ่งฟังก์ชันเหล่านี้สามารถแสดงได้ดังนี้

ฟังก์ชันขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ ts วัน
คือ

$$K_2(ts) = \frac{16.375}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{8.887} \cdot (ts - 41.902)\right]} + \frac{18.300}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{15.009} \cdot (ts - 19.266)\right]} + \frac{12.908}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{-2486559.970} \cdot (ts - 58725.748)\right]}$$

ฟังก์ชันระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\begin{aligned} \Delta t_2(ts) = & \frac{11.269}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{29.176} \cdot (ts - (-13.096))\right]} \\ & + \frac{5.680}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{3.609} \cdot (ts - 22.621)\right]} \\ & + \frac{6.193}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{2.245} \cdot (ts - 48.498)\right]} \end{aligned}$$

ฟังก์ชันเวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\begin{aligned} t_{m2}(ts) = & \frac{24.164}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{39.689} \cdot (ts - 1.223)\right]} \\ & + \frac{3.439}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{3.944} \cdot (ts - 41.497)\right]} \\ & + \frac{79.514}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{130.012} \cdot (ts - 3390.219)\right]} \end{aligned}$$

ฟังก์ชันขอบจำกัดบนของความสูงของถั่วเหลืองในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\begin{aligned} K_3(ts) = & \frac{10.629}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{2.916} \cdot (ts - 28.897)\right]} \\ & + \frac{(-0.848)}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{16633.510} \cdot (ts - 43799.080)\right]} \\ & + \frac{3.926}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{3.473} \cdot (ts - 39.556)\right]} \end{aligned}$$

ฟังก์ชันระยะเวลาการเติบโตของถั่วเหลืองในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

$$\Delta t_3(ts) = \frac{9.452}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{15.025} \cdot (ts - 31.158)\right]}$$

ฟังก์ชันเวลาที่ถั่วเหลืองมีอัตราการเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 3 สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ ts วัน คือ

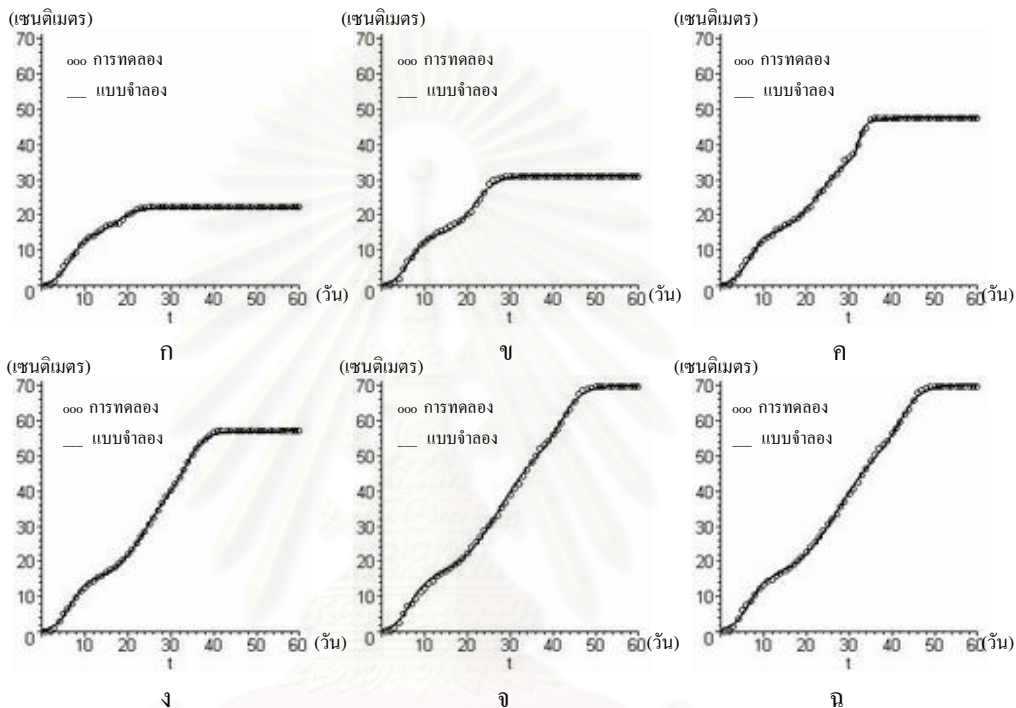
$$t_{m3}(ts) = \frac{32.312}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{0.713} \cdot (ts - 22.175)\right]} + \frac{9.944}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{2.961} \cdot (ts - 41.027)\right]}$$

แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้จากงานวิจัยนี้ เกิดจากการนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองจำนวน 6 ชุด โดยแบ่งเป็นชุดการเติบโตของถั่วเหลืองของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 10 วัน 20 วัน 30 วัน 40 วัน 50 วัน และ 60 วัน จึงไม่สามารถใช้จำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุน้อยกว่า 10 วัน แต่ใช้ได้ดีสำหรับการจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 10 วันขึ้นไป โดยผลการจำลองแบบจะกล่าวในส่วนต่อไป

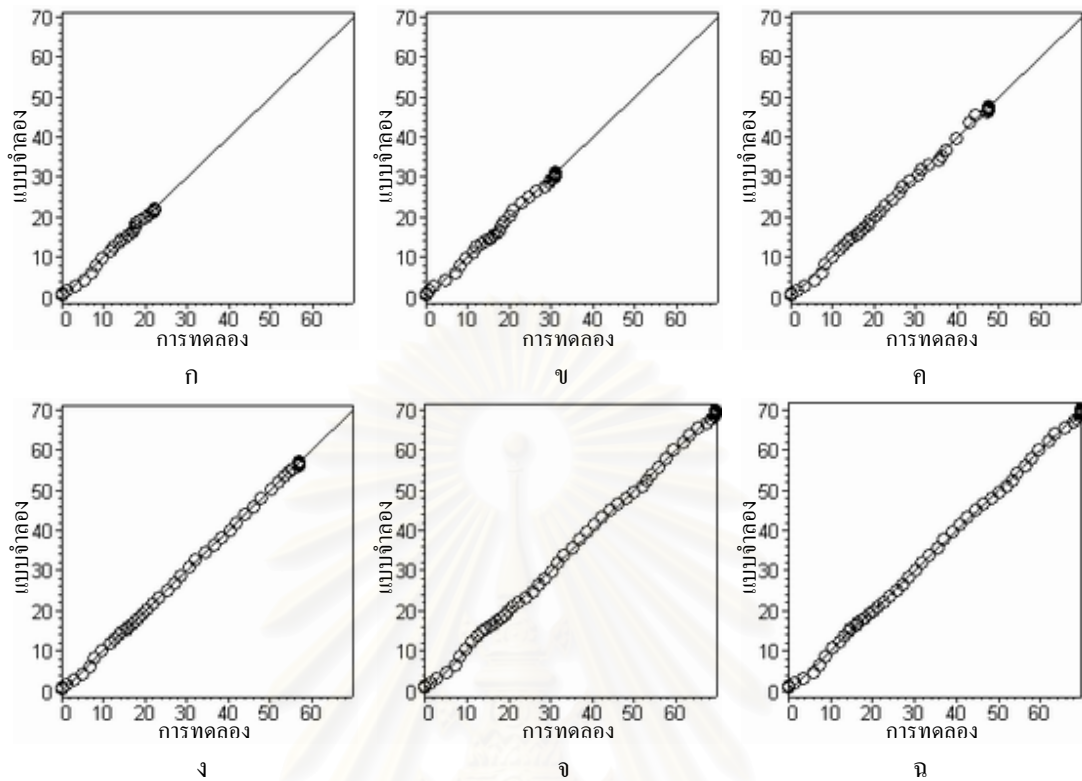
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.2 ผลการจำลองแบบ

เมื่อนำแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้ มาเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทดลอง ซึ่งผลการจำลองแบบสามารถแสดงได้ในรูปที่ 5.1 และรูปที่ 5.2 ดังนี้



รูปที่ 5.1 กราฟเปรียบเทียบผลการจำลองแบบกับข้อมูลจากการทดลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำ (ก) 10 วัน (ข) 20 วัน (ค) 30 วัน (ง) 40 วัน (จ) 50 วัน และ (ฉ) 60 วัน



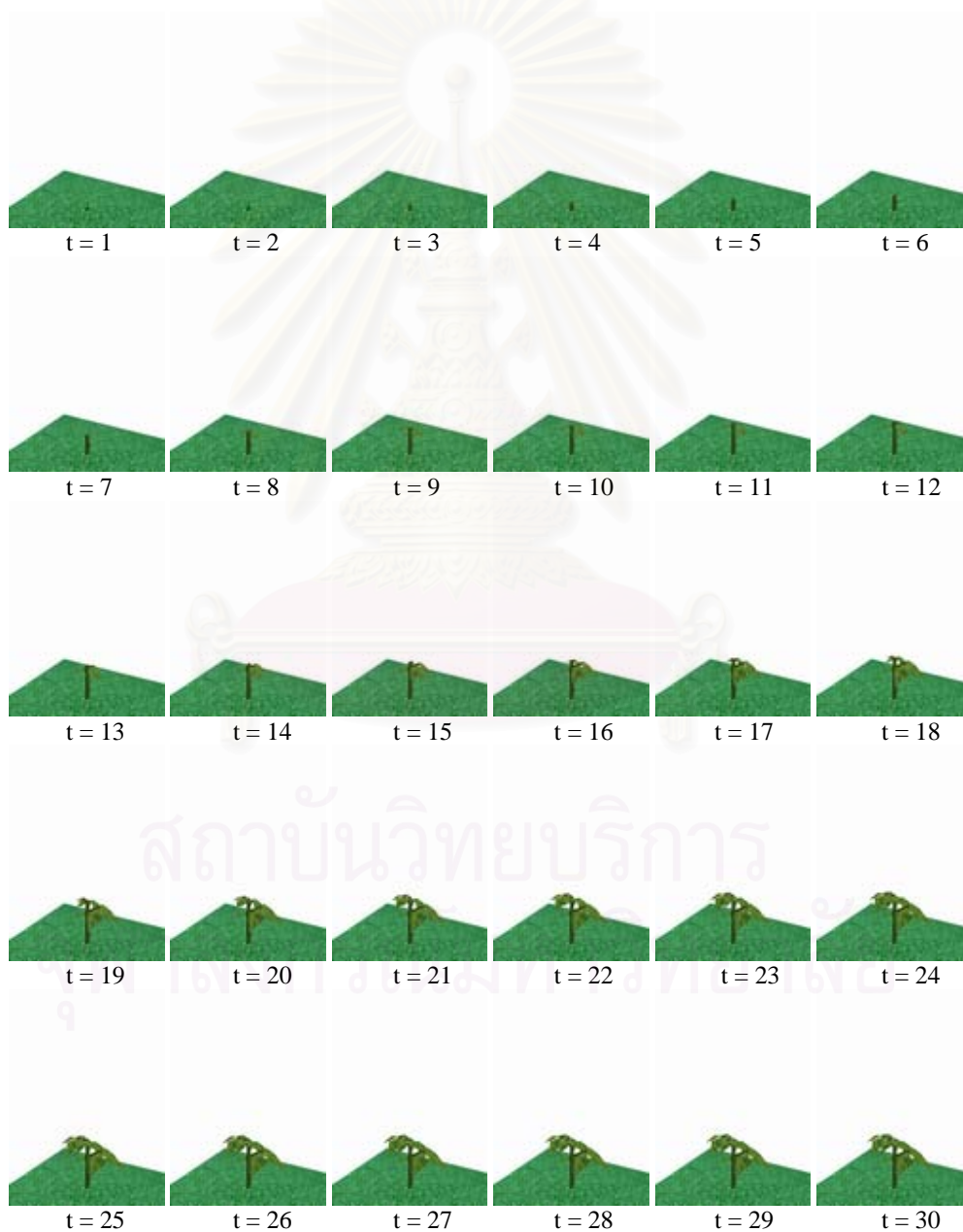
รูปที่ 5.2 กราฟเปรียบเทียบค่าการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้จากการทดลองและการจำลองแบบของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำ (ก) 10 วัน (ข) 20 วัน (ค) 30 วัน (ง) 40 วัน (จ) 50 วัน และ (ฉ) 60 วัน

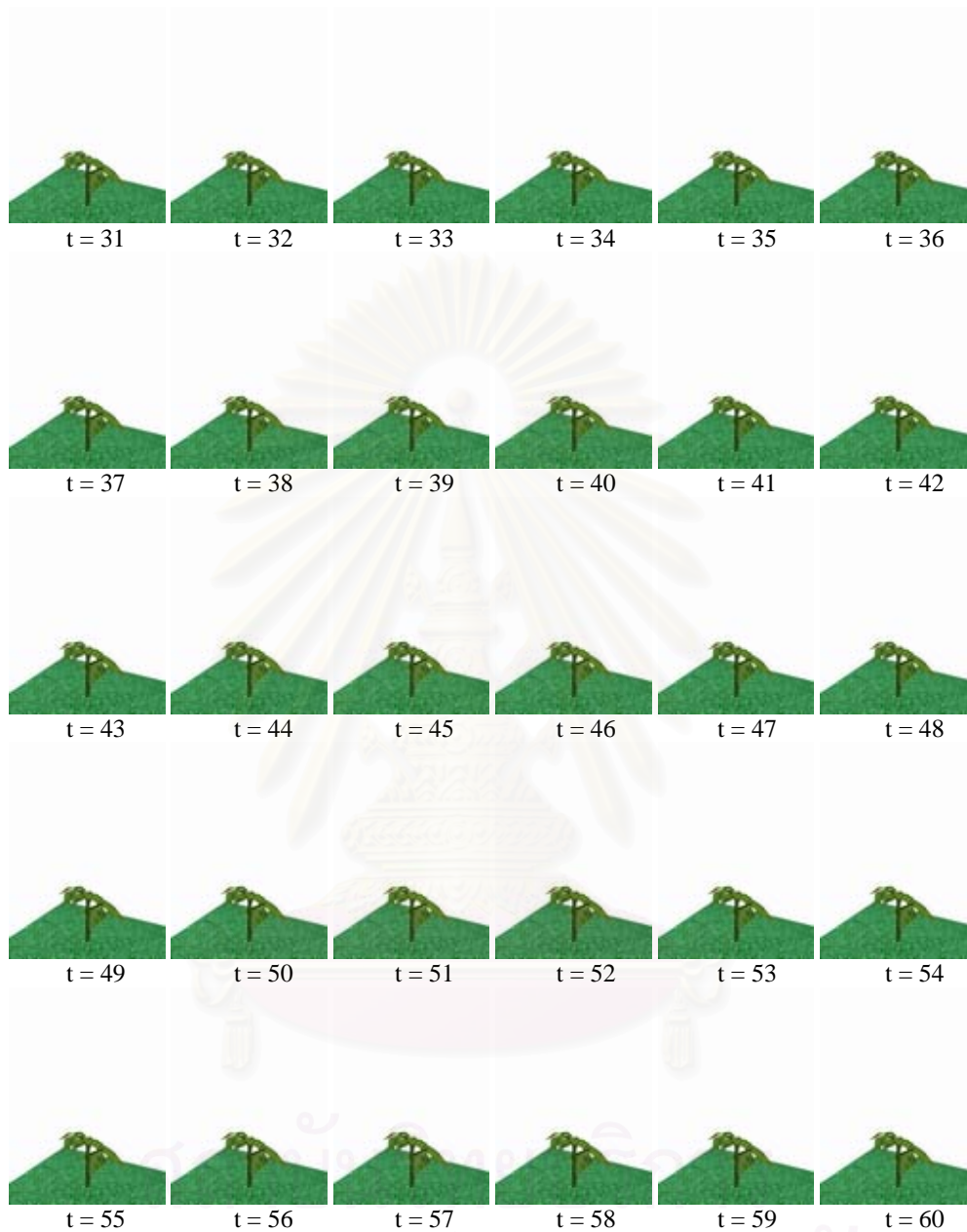
จากรูปที่ 5.1 และ 5.2 เป็นการเปรียบเทียบค่าการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้จากการทดลองกับค่าที่ได้จากการจำลองแบบ โดยใช้แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง จะเห็นว่าค่าการเติบโตของถั่วเหลืองมีค่าที่ใกล้เคียงกับแนวเส้นทแยงมุม แสดงว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนน้อย และเมื่อพิจารณาถึงค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์พบว่า มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์มากที่สุด 3.737 เปอร์เซ็นต์ สำหรับชุดการทดลองถั่วเหลืองขาดน้ำอายุ 20 วัน และน้อยที่สุดเท่ากับ 1.872 เปอร์เซ็นต์ สำหรับชุดการทดลองถั่วเหลืองขาดน้ำอายุ 30 วัน ส่วนถั่วเหลืองชุดอื่นๆ มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ดังนี้

- ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชุด ก. ถั่วเหลืองขาดน้ำที่อายุ 10 วัน 2.510 %
- ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชุด ข. ถั่วเหลืองขาดน้ำที่อายุ 20 วัน 3.737 %
- ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชุด ค. ถั่วเหลืองขาดน้ำที่อายุ 30 วัน 1.872 %
- ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชุด ง. ถั่วเหลืองขาดน้ำที่อายุ 40 วัน 2.213 %
- ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชุด จ. ถั่วเหลืองขาดน้ำที่อายุ 50 วัน 3.456 %
- ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชุด ฉ. ถั่วเหลืองขาดน้ำที่อายุ 60 วัน 2.767 %

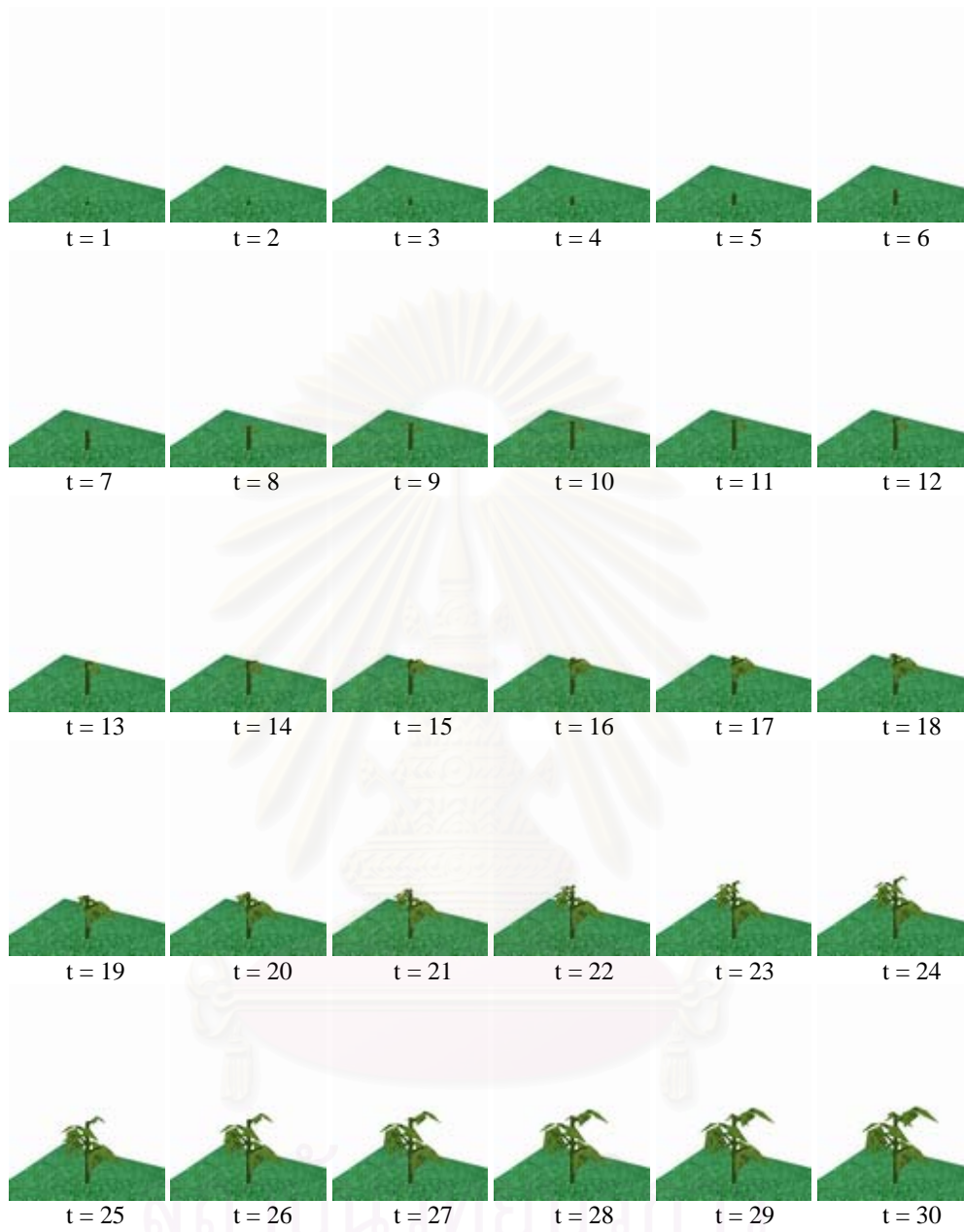
5.3 ผลการสร้างภาพนามธรรม

แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง ที่ได้จากงานวิจัยนี้ นอกจากจะนำไปใช้ในการจำลองแบบเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำได้แล้ว ยังสามารถนำไปใช้ในขั้นตอนการสร้างภาพนามธรรมได้ ผลการสร้างภาพนามธรรมจะแสดงเป็น ภาพกราฟฟิคตลอดช่วงเวลาการเติบโต 60 วัน ซึ่งผลการสร้างภาพนามธรรมสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

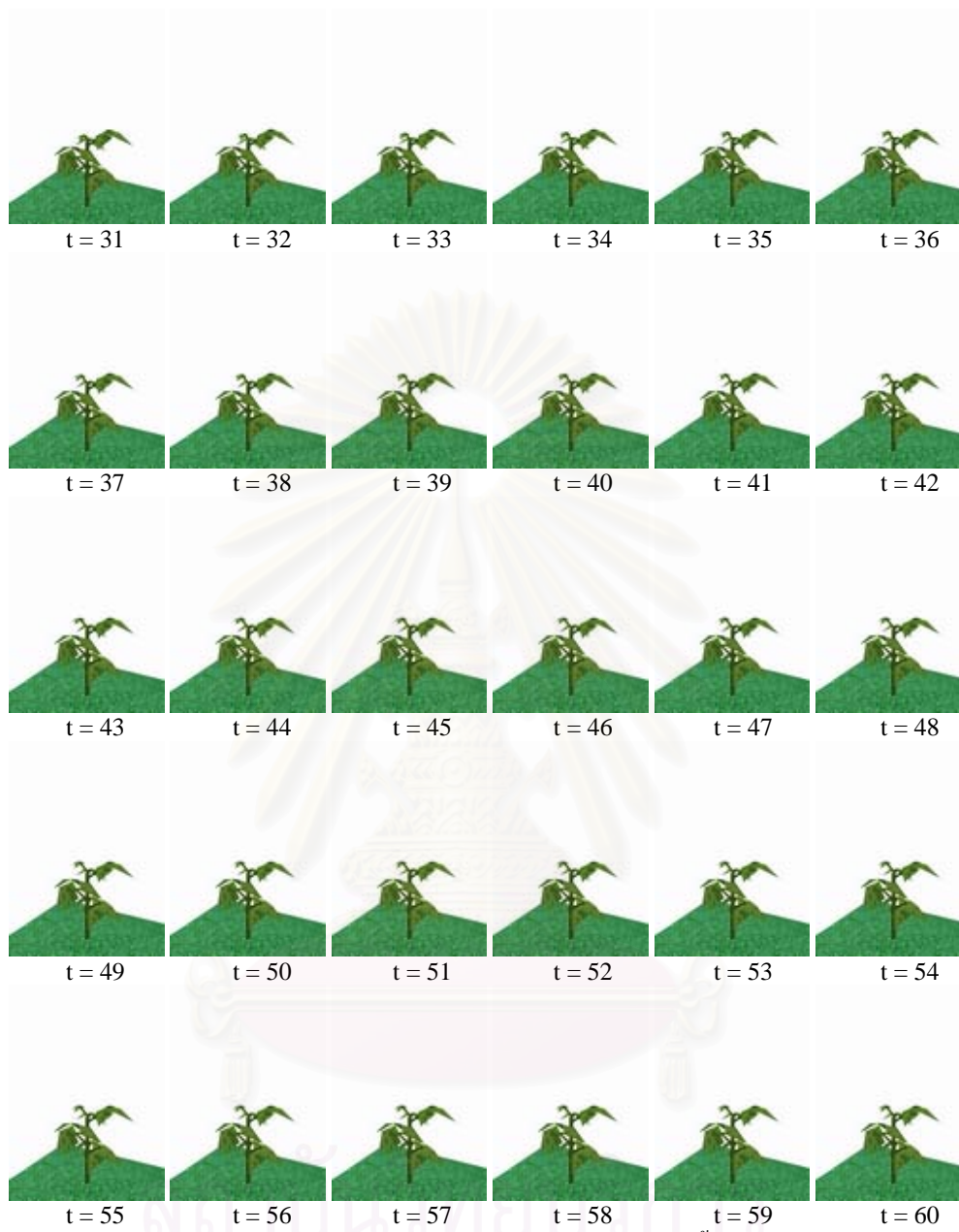




รูปที่ 5.3 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 10 วัน

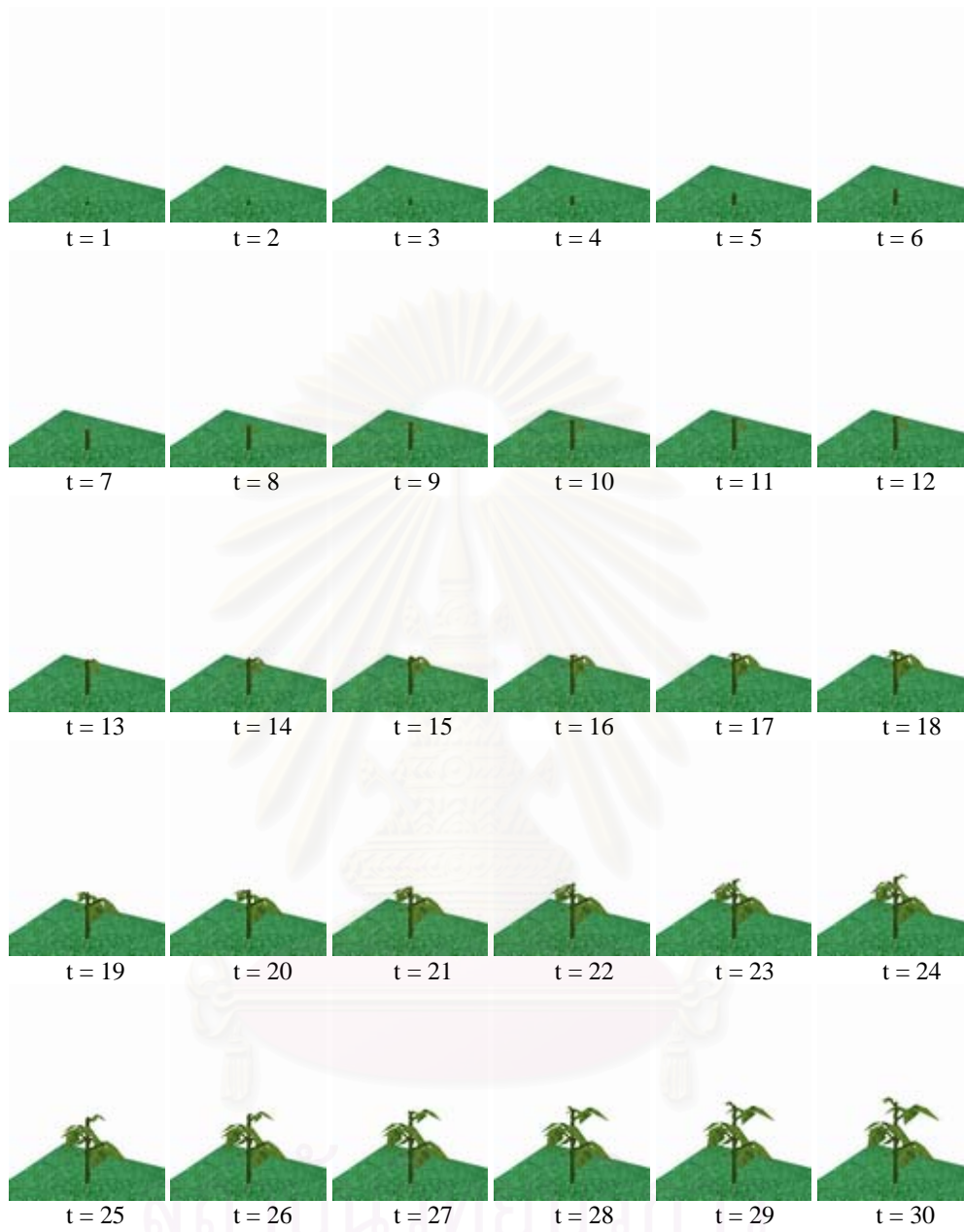


จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

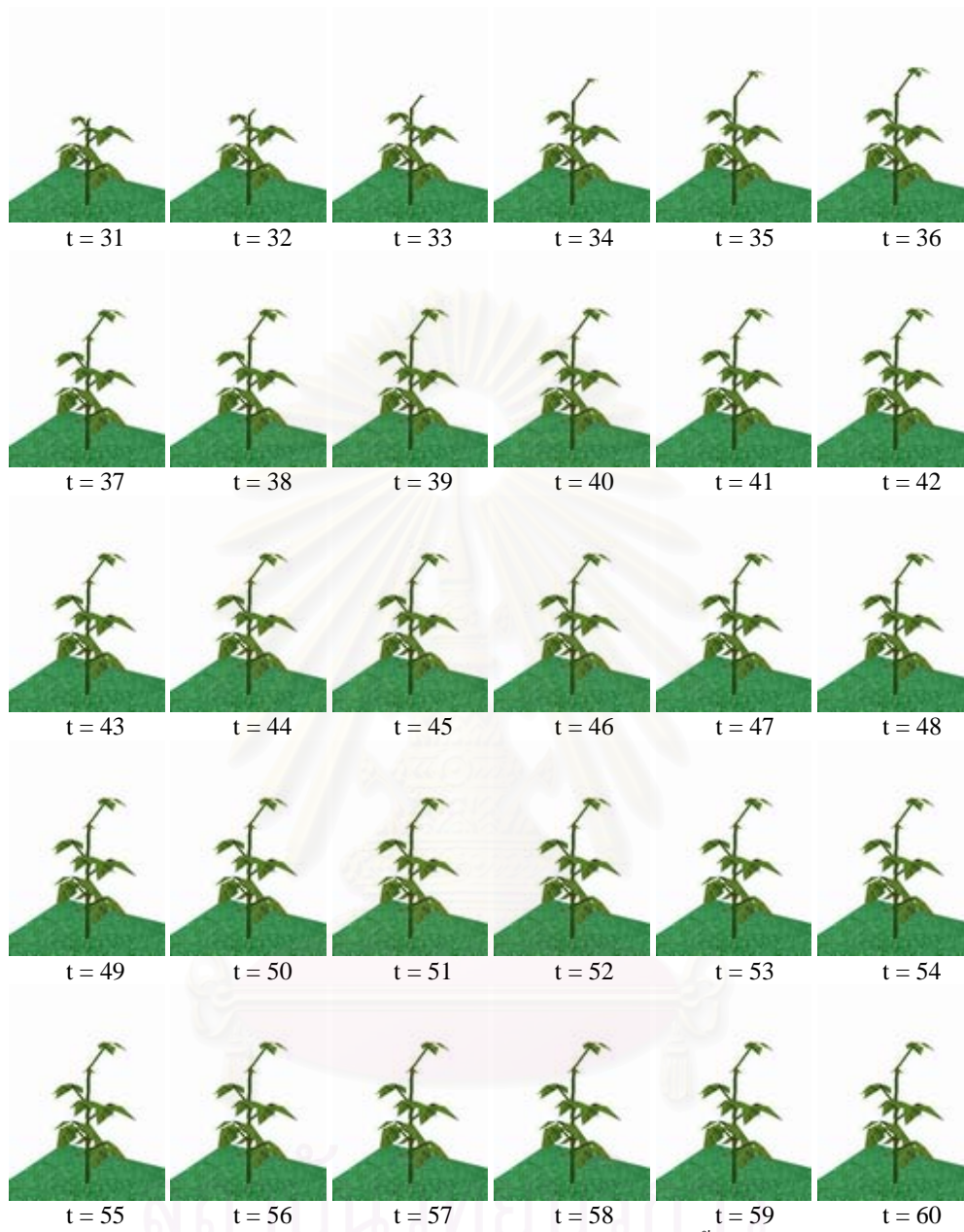


รูปที่ 5.4 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 20 วัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

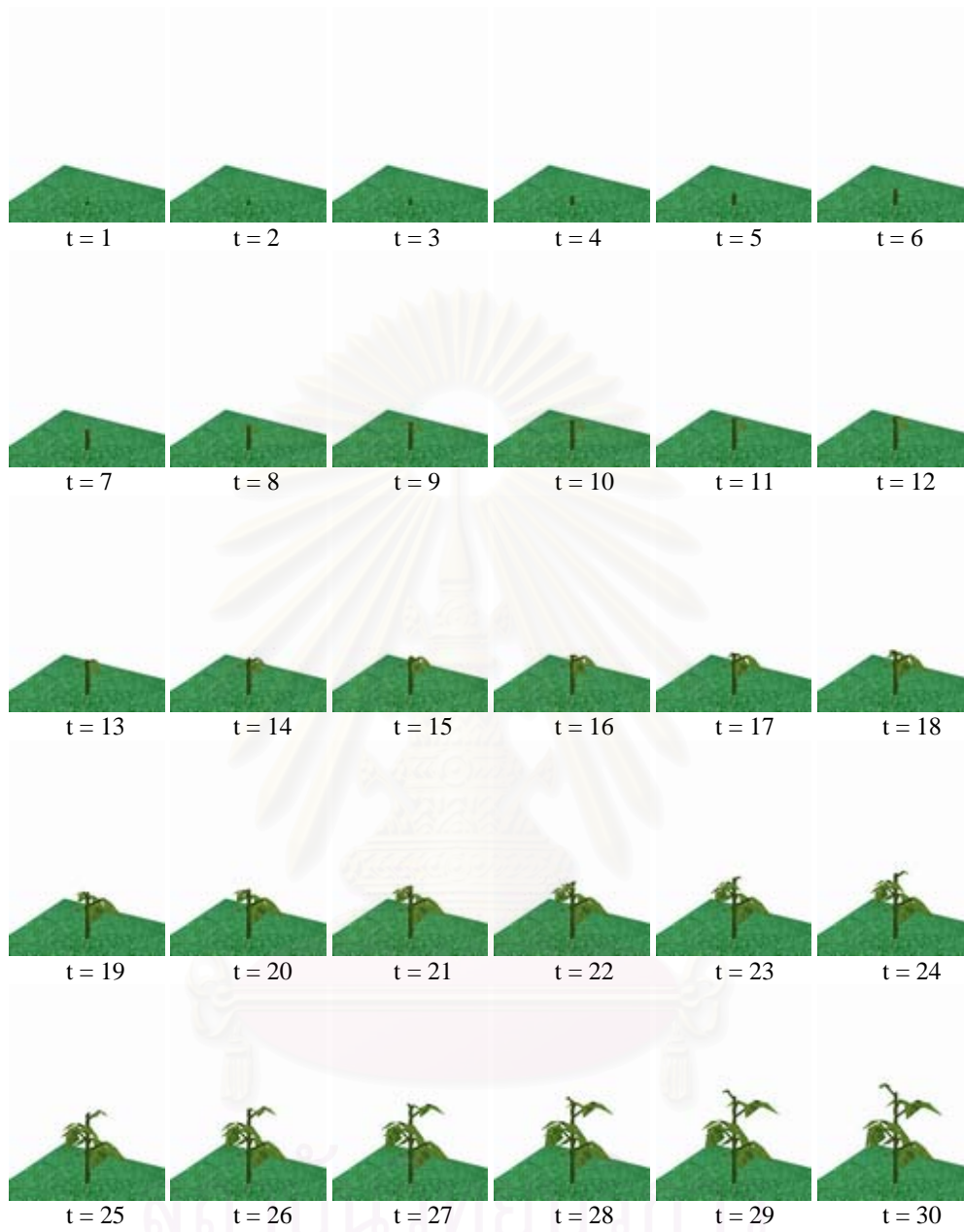


จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

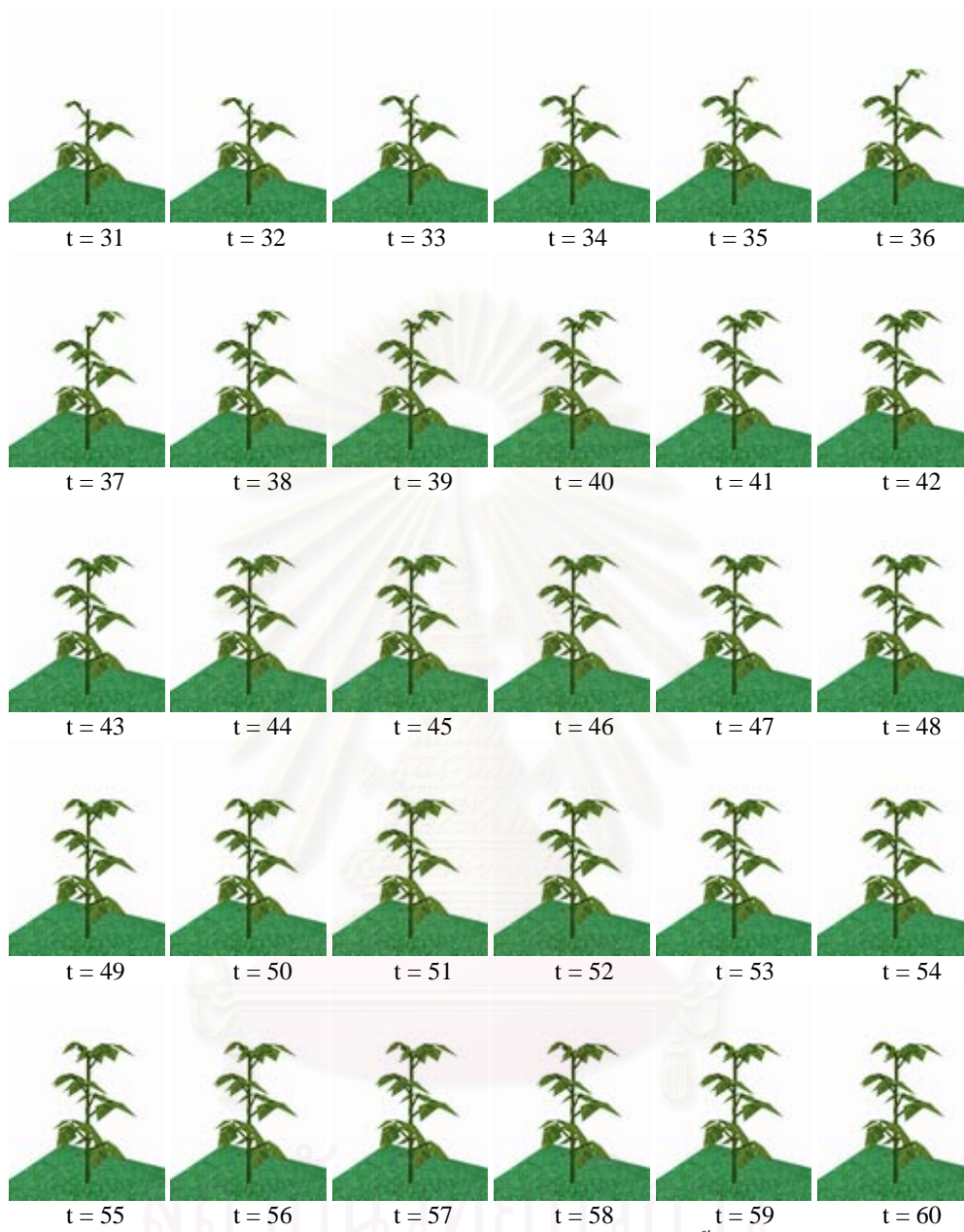


รูปที่ 5.5 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 30 วัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

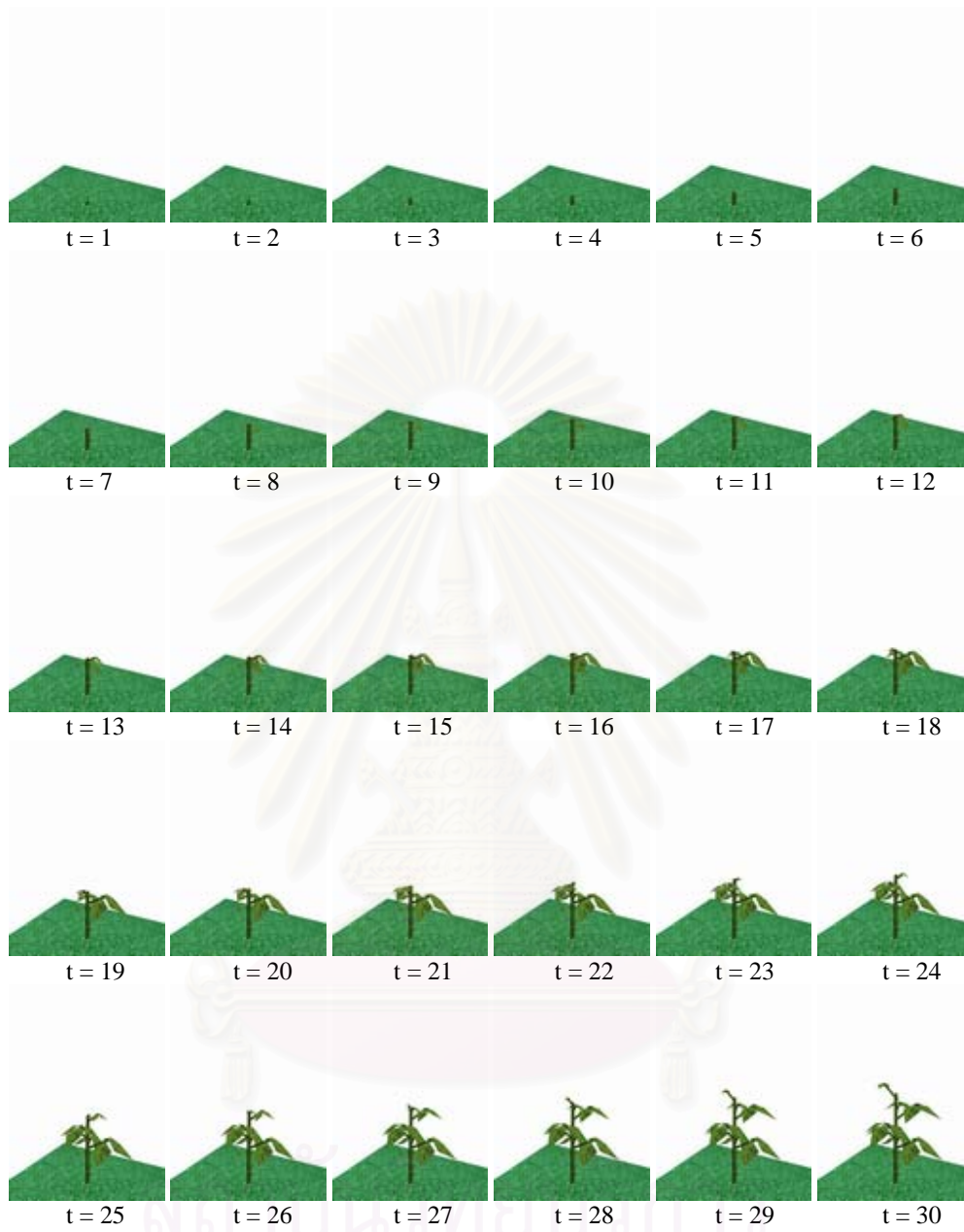


จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

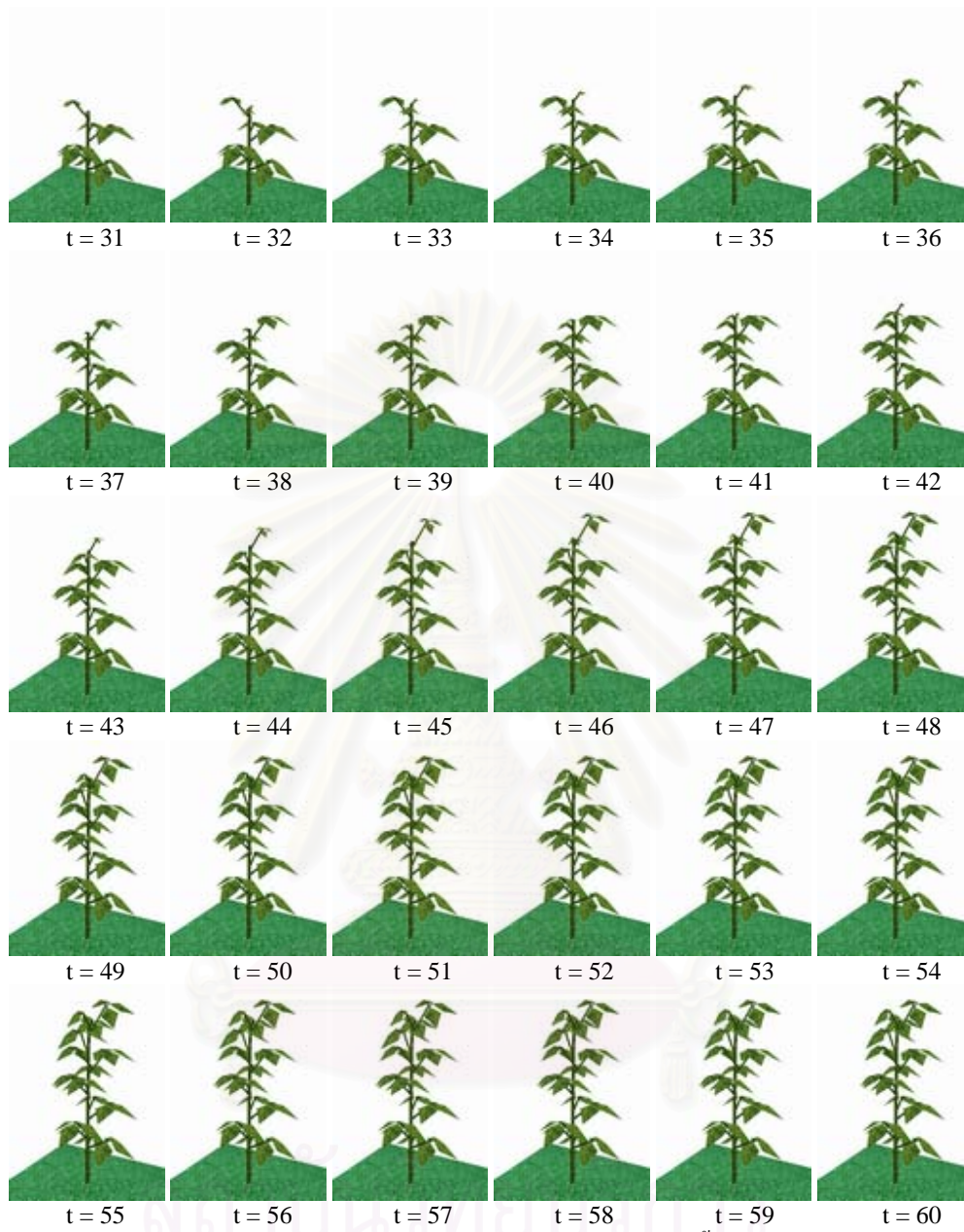


รูปที่ 5.6 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 40 วัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

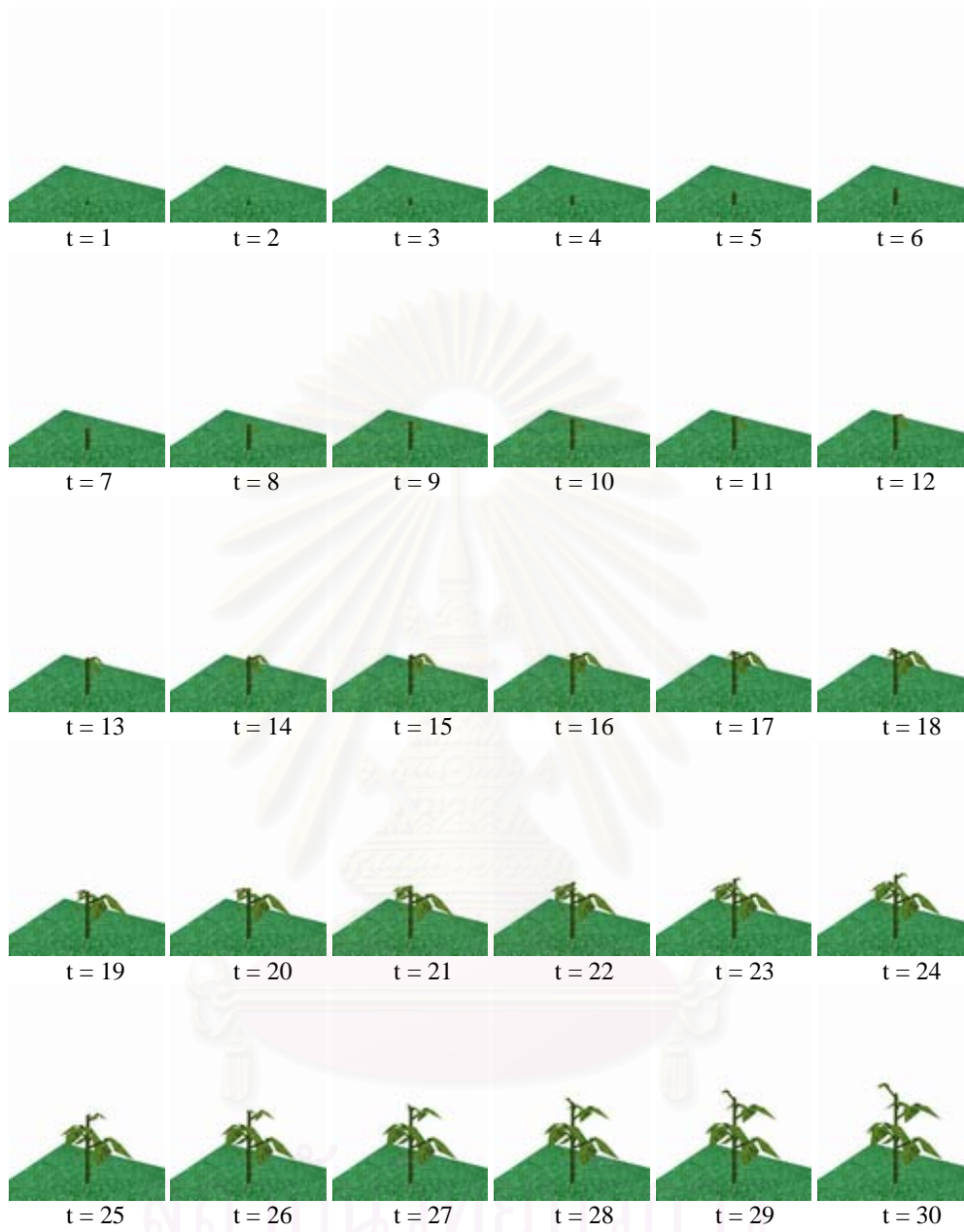


จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

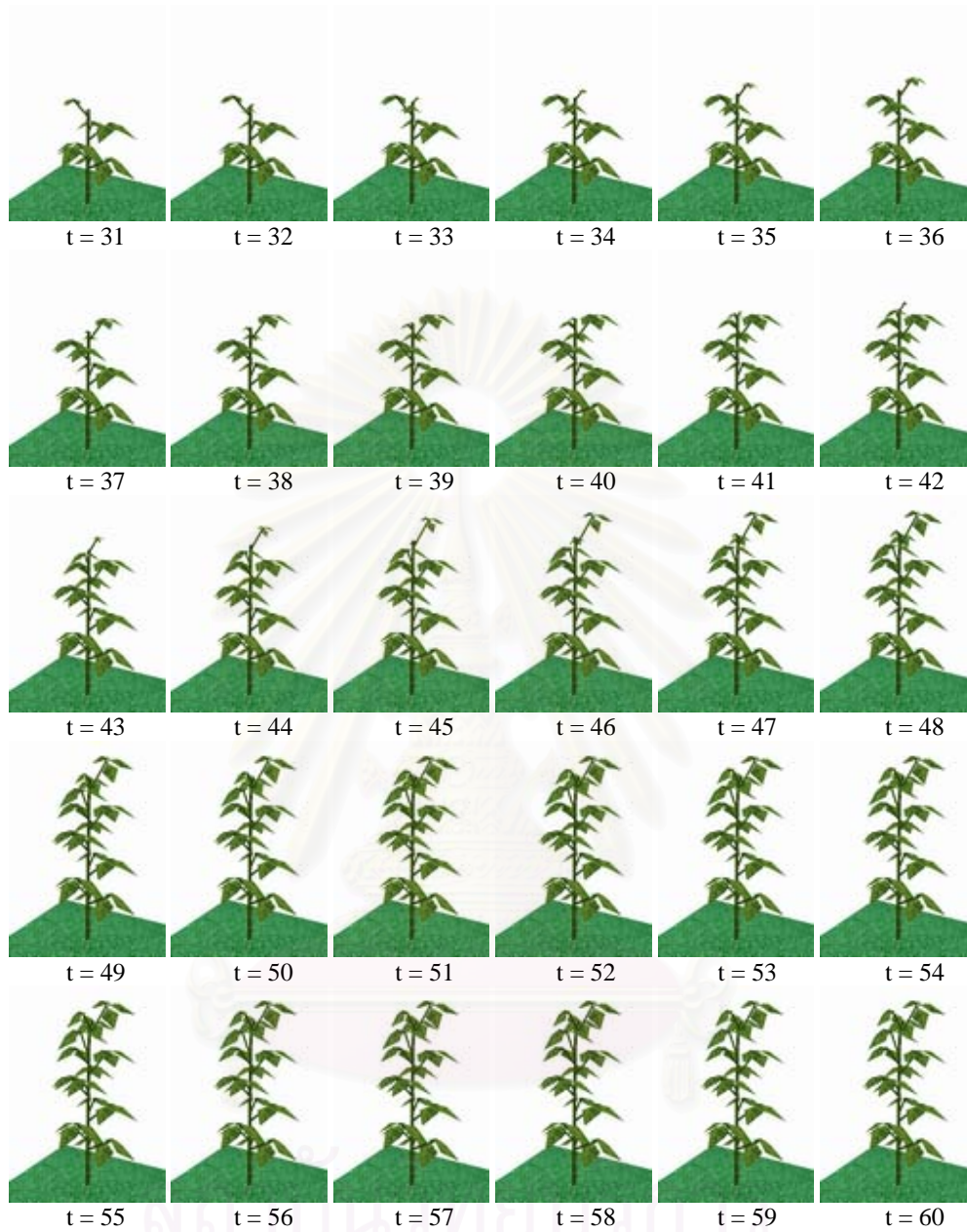


รูปที่ 5.7 ภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ 50 วัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.8 ภาพนามธรรมแสดงการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำอายุ 60 วัน

จากภาพนามธรรมแสดงการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำที่อายุ 10 วัน 20 วัน 30 วัน 40 วัน 50 วัน และ 60 วัน ที่แสดงให้เห็นช่วงต้น แสดงให้เห็นการเติบโตของถั่วเหลืองที่อายุตั้งแต่ 1 วัน ถึง 60 วัน ซึ่งสังเกตเห็นว่าถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำที่อายุน้อย จะมีความสูงน้อยกว่าถั่วเหลืองที่ขนาดน้ำที่อายุมาก ทั้งนี้เป็นไปตามแบบจำลองที่ทำได้ และข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการวิจัย

จากการหาแบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง เพื่อนำแบบจำลองที่ได้ไปจำลองแบบและสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลือง สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. จากการทำการทดลองปลูกถั่วเหลืองและเก็บข้อมูลการเติบโตของถั่วเหลือง เพื่อไปทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ได้ทำการปลูกถั่วเหลืองภายใต้สภาวะที่มีผลต่อการเติบโตเดียวกัน แต่อายุการขาดน้ำแตกต่างกัน พบว่าถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่อายุน้อยมีความทนทานต่อการขาดน้ำมากกว่าถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่อายุมาก โดยเฉพาะถั่วเหลืองที่อยู่ในช่วงออกฝัก แสดงว่าถั่วเหลืองมีการเติบโตและความทนทานต่อการขาดน้ำแตกต่างกันขึ้นอยู่กับอายุของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำ

2. แบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองที่ใช้อธิบายการเติบโตของถั่วเหลืองในงานวิจัยนี้คือ แบบจำลองการเติบโตแบบมัลติลوجิสติก ซึ่งใช้ได้ดีกว่าแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกที่นิยมใช้กัน เนื่องจากกระบวนการการเติบโตของถั่วเหลืองมีความซับซ้อน ทำให้ไม่สามารถอธิบายด้วยแบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกได้

3. แบบจำลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลืองที่ได้จากงานวิจัยนี้เมื่อนำมาทดสอบเปรียบเทียบกับข้อมูลที่เก็บได้จากการทดลอง โดยพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ พบว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์น้อยกว่า 10 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลชุดอื่นพบว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์น้อยกว่า 20 เปอร์เซ็นต์ แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองที่ได้มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้พยากรณ์การเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำได้

4. ข้อจำกัดของแบบจำลองคือ ใช้ได้สำหรับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 10 วันขึ้นไป เนื่องจากแบบจำลองสร้างจากข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้จากการทดลองปลูกถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุ 10 วัน 20 วัน 30 วัน 40 วัน 50 วัน และ 60 วัน จากการทดสอบพบว่าไม่สามารถใช้กับถั่วเหลืองที่ขาดน้ำอายุน้อยกว่า 10 วันได้ เนื่องจากค่าพารามิเตอร์การเติบโตของถั่วเหลืองในระยะแรกในสมการที่ 4.14 ถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่

5. การสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำที่อายุต่างๆกัน ในงานวิจัยนี้ใช้ Bracketed L-system ในสร้างถั่วเหลืองและควบคุมการเติบโตโดยแบบจำลองที่หาได้ ซึ่งผลการวิจัยได้แสดงให้เห็นว่า สามารถสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองได้ ซึ่งจะทำได้ง่ายต่อการทำความเข้าใจของพฤติกรรมการเติบโตของถั่วเหลืองที่ขาดน้ำ

6.2 ข้อเสนอแนะ

เพื่อที่จะปรับปรุงแบบจำลองการเติบโตของถั่วเหลืองให้ดีขึ้น ผู้ที่วิจัยภายหลังสามารถทำวิจัยโดยเพิ่มปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเติบโตของถั่วเหลืองให้มากขึ้น เพราะโดยธรรมชาติการเติบโตของพืชต้องใช้ปัจจัยในการเติบโตเข้ามาเกี่ยวข้องเป็นจำนวนมาก อาทิเช่น สารอาหาร แสง อุณหภูมิ เป็นต้น แต่การที่จะหาแบบจำลองการเติบโตของพืชที่ใช้ปัจจัยดังกล่าวมานั้น จะเป็นการยากถ้าขาดข้อมูล และความรู้จากหลายๆด้านในการสร้างแบบจำลอง ทั้งทางด้านคณิตศาสตร์ พฤกษศาสตร์ และเกษตรศาสตร์ แต่ในทางกลับกัน ถ้ามีข้อมูลจำนวนมาก และได้รับความร่วมมือจากหลายๆด้าน เชื่อได้ว่าแบบจำลองที่ได้จะมีความสมบูรณ์และเป็นประโยชน์ทั้งในด้านเกษตรกรรมและวิทยาศาสตร์มากมายทีเดียว และสำหรับการปรับปรุงการสร้างภาพนามธรรมการเติบโตของถั่วเหลืองให้ดีขึ้น ผู้วิจัยภายหลังสามารถทำวิจัยโดยสร้างภาพนามธรรมการออกดอก ออกฝัก และการเหี่ยวของถั่วเหลือง ซึ่งจะทำให้ภาพนามธรรมที่ได้มีความเสมือนจริงมากขึ้น

รายการอ้างอิง

1. Surek, H. and Beser, N. The Effect of Water Stress on Grain and Total Biological Yield and Harvest Index in Rice (*Oryzae sativa L.*) CIHEAM-Option Mediterraneenes 40 (1999): 61-68.
2. Khan, M.B., Hussain, N. and Iqbal, M. Effect of Water Stress on Growth and Yield Components of Maize *VARIETY YHS 202*. Journal of Research(Science), Bahauddin Zakariya University, Mutan, Pakistan 12, 1 (June 2001): 15-18.
3. Grosjean, Ph. Growth model of the reared Sea Urchin *Paracentrotus lividus* (Lamarck,1816) Degree of Doctor in Agronomic Sciences and Biological Engineering Marine Biology Laboratory Faculty of Science University of Bruxelles, 2001.
4. Meyer, P.S. Bi-Logistic Growth. The Journal Technological Forecasting and Social Change 47 (1994): 89-102.
5. Meyer, P.S., Yung, J.W. and Ausubel, J.H. A Primer on Logistic Growth and Substitution: The Mathematics of the Loglet Lab Software The Journal Technological Forecasting and Social Change 61, 3 (1999): 247-271.
6. Meyer P.S. and Ausubel J.H. Carrying Capacity: A Model with Logistically Varying Limits The Journal Technological Forecasting and Social Change 61, 3 (1999): 209-214.
7. Prusinkiewicz, P., and Lindenmayer, A. The Algorithm Beauty of Plants. New York: Springer-Verlag, 1990.
8. Smith, A.R. Plants, Fractals and Formal languages. ACM SIGGRAPH 18, 3 (1984): 1-10.
9. Prusinkiewicz, P., James, M., and Mech, R. Synthetic Topiary. Proceedings of SIGGRAPH'94 (Orlando, Florida, July 1994): 351-358.
10. Hammel, M.S., and Prusinkiewicz, P. Visualization of Developmental Processes by Extrusion in Space-Time. Proceedings of Graphics Interface '96 (Toronto, Ontario, May 1996): 246-258.
11. Chuai-Aree, S. An Algorithm for Simulation and Visualization of Plant Shoots Growth. Master's Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Science, Chulalongkorn University, 2000.

12. Chuai-Aree, S., Siripant, S. and Lursinsap, C. Animation Plant Growth in L-System by Parametrics functional symbols. Proceeding of International Conference on Intelligent Technology 2000 (Thailand, December 2000): 135-143.
13. Chuai-Aree, S., Jager, W., Bock, H.G. and Siripant, S. Smooth Animation for Plant Growth Using Time Embedded Component and Growth Function. Proceeding of International Conference on Computational Mathematics and Modeling (Thailand, May 2002): 285-295
14. พัชณา สักดีสกุลเกียรติ ผลของภาวะเครียดของน้ำในดินต่อการเติบโตปริมาณไนโตรเจนและคาร์บอนไฮเดรตของถั่วเหลือง 3 พันธุ์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 1988.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ภาคผนวกนี้ แสดงตารางที่เก็บข้อมูลจากการทดลองผลกระทบการขาดแคลนน้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง โดยแสดงอยู่ในรูปแบบตารางความสูงเฉลี่ย ซึ่งกำหนดอายุการขาดน้ำของถั่วเหลืองเป็น 6 ช่วงอายุที่แตกต่างกันคือ ชุดการทดลองที่ 1 ขาดน้ำที่อายุ 10 วัน ชุดการทดลองที่ 2 ขาดน้ำที่อายุ 20 วัน ชุดการทดลองที่ 3 ขาดน้ำที่อายุ 30 วัน ชุดการทดลองที่ 4 ขาดน้ำที่อายุ 40 วัน ชุดการทดลองที่ 5 ขาดน้ำที่อายุ 50 วัน และชุดการทดลองสุดท้ายคือชุดการทดลองที่ 6 ขาดน้ำที่อายุ 60 วัน ข้อมูลที่ได้สามารถแสดงได้ดังนี้

| อายุ (วัน) | ความสูงเฉลี่ยของถั่วเหลืองขาดน้ำ(เซนติเมตร) | | | | | |
|-----------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 10 วัน | 20 วัน | 30 วัน | 40 วัน | 50 วัน | 60 วัน |
| 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 3 | 1.20 | 1.00 | 1.70 | 1.20 | 1.35 | 1.43 |
| 4 | 3.30 | 1.97 | 3.30 | 2.87 | 2.80 | 3.57 |
| 5 | 5.40 | 4.80 | 5.60 | 4.97 | 5.15 | 6.07 |
| 6 | 7.10 | 7.00 | 7.45 | 6.70 | 7.35 | 7.50 |
| 7 | 8.20 | 8.07 | 8.37 | 7.83 | 8.13 | 8.70 |
| 8 | 9.50 | 9.67 | 10.13 | 9.67 | 9.60 | 10.57 |
| 9 | 11.60 | 11.43 | 11.87 | 11.63 | 11.25 | 12.07 |
| 10 | 12.55 | 12.23 | 12.93 | 12.73 | 12.45 | 13.23 |
| 11 | 13.65 | 13.50 | 13.73 | 13.73 | 13.60 | 14.30 |
| 12 | 14.00 | 14.03 | 14.45 | 14.43 | 14.50 | 14.77 |
| 13 | 15.25 | 15.20 | 15.83 | 15.47 | 15.75 | 15.97 |
| 14 | 15.95 | 15.63 | 16.27 | 16.00 | 16.45 | 16.53 |
| 15 | 16.80 | 16.33 | 17.13 | 16.87 | 17.13 | 17.40 |
| 16 | 17.15 | 16.93 | 17.70 | 17.60 | 17.97 | 18.10 |

| อายุ (วัน) | ความสูงเฉลี่ยของถั่วเหลืองขนาดน้ำ(เซนติเมตร) | | | | | |
|-----------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 10 วัน | 20 วัน | 30 วัน | 40 วัน | 50 วัน | 60 วัน |
| 17 | 17.60 | 17.63 | 18.70 | 18.50 | 19.07 | 19.15 |
| 18 | 17.60 | 17.93 | 19.10 | 19.33 | 19.83 | 20.10 |
| 19 | 18.75 | 18.83 | 20.30 | 20.47 | 20.93 | 21.15 |
| 20 | 20.25 | 20.23 | 21.60 | 21.83 | 22.33 | 22.60 |
| 21 | 20.65 | 20.90 | 22.40 | 23.43 | 23.95 | 24.00 |
| 22 | 21.45 | 22.90 | 24.40 | 25.28 | 25.63 | 25.65 |
| 23 | 21.95 | 24.57 | 26.10 | 27.00 | 27.03 | 27.05 |
| 24 | 22.05 | 26.30 | 26.90 | 28.50 | 28.60 | 28.67 |
| 25 | 22.15 | 28.63 | 28.60 | 30.53 | 30.30 | 30.40 |
| 26 | 22.15 | 29.67 | 30.60 | 32.20 | 31.63 | 31.85 |
| 27 | 22.15 | 30.03 | 31.50 | 34.40 | 33.17 | 33.50 |
| 28 | 22.15 | 30.53 | 33.00 | 36.67 | 35.17 | 35.45 |
| 29 | 22.15 | 30.97 | 35.40 | 38.40 | 36.77 | 36.95 |
| 30 | 22.15 | 31.00 | 36.10 | 40.27 | 38.83 | 39.15 |
| 31 | 22.15 | 31.07 | 37.30 | 41.93 | 40.40 | 40.60 |
| 32 | 22.15 | 31.07 | 39.90 | 43.90 | 42.13 | 42.50 |
| 33 | 22.15 | 31.07 | 42.90 | 46.10 | 44.33 | 44.55 |
| 34 | 22.15 | 31.07 | 44.40 | 47.93 | 46.10 | 46.23 |
| 35 | 22.15 | 31.07 | 47.00 | 50.20 | 48.15 | 48.50 |
| 36 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 52.00 | 49.85 | 50.30 |
| 37 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 53.40 | 51.85 | 51.97 |
| 38 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 54.50 | 52.93 | 53.25 |
| 39 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 55.50 | 54.05 | 54.30 |
| 40 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.77 | 55.87 | 56.23 |
| 41 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 57.52 | 57.80 |
| 42 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 59.13 | 59.45 |
| 43 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 61.58 | 61.83 |

| อายุ (วัน) | ความสูงเฉลี่ยของถั่วเหลืองขนาดน้ำ(เซนติเมตร) | | | | | |
|-----------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 10 วัน | 20 วัน | 30 วัน | 40 วัน | 50 วัน | 60 วัน |
| 44 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 63.13 | 63.30 |
| 45 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 65.32 | 65.70 |
| 46 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 67.25 | 67.74 |
| 47 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 68.42 | 68.59 |
| 48 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 68.97 | 69.19 |
| 49 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.27 | 69.69 |
| 50 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 51 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 52 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 53 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 54 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 55 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 56 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 57 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 58 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 59 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |
| 60 | 22.15 | 31.07 | 47.40 | 56.90 | 69.50 | 69.69 |

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียน

นายอนุชิต จิตพัฒนกุล เกิดวันอาทิตย์ที่ 20 พฤศจิกายน พ.ศ. 2520 ที่กรุงเทพมหานครฯ สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิตเกียรตินิยมอันดับสอง สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ในปี พ.ศ. 2542 และเข้ารับการศึกษาคือในระดับปริญญาโทบริหารบัณฑิต สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย