# บทที่ 6

## โครงสร้างของโปรแกรมหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการควบคุม

ตามที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 ว่าในการออกแบบระบบควบคุมโดยทั่วไปจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการ ในบทนี้จะกล่าวถึงการนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการ มาทำให้อยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในการนำไปคำนวนในเครื่องคอมพิวเตอร์ ทั้งนี้เนื่องจากในการหาค่าที่เหมาะสมในการควบคุมจำเป็นจะต้องคำนวนหาค่าของดรรชนีสมรรถนะที่กำหนด และค่าของดัชนีสมรรถนะก็ได้มาจากแบบจำลองของกระบวนการกับสมการของตัวควบคุมนั่นเอง ตอนท้ายของบทจะกล่าวถึงโครงสร้างของโปรแกรมหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการควบคุม รวมทั้งอธิบายถึงตัวแปรต่าง ๆ ที่โปรแกรมต้องการเพื่อนำไปคำนวนหรือเพื่อช่วยในการตัดสินใจต่าง ๆ

### 6.1 เวลาประวิง (Delay Time)

เนื่องจากในงานวิจัยครั้งนี้ จะแทนกระบวนการด้วยแบบจำลองกำลังสองที่มีเวลาประวิง ซึ่งค่าของเวลาประวิงนี้ สามารถแทนด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ตามสมการที่ 6.1 เนื่องจากสมการของเวลาประวิงนี้ อยู่ในรูปของสมการ Exponencial ซึ่งเป็นการยุ่งยากในการคำนวนด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ ผู้วิจัยจึงขอประมาณค่าสมการของเวลาประวิงดังกล่าว โดยขอประมาณค่าด้วยวิธีการของ Pade' หรือ Pade' Approximation โดยวิธีการประมาณค่านี้ได้แสดงรายละเอียดการประมาณค่าไว้ในภาคผนวก ง. ในที่นี้ ขอยกผลของการประมาณค่าดังกล่าวมาใช้งานเลย

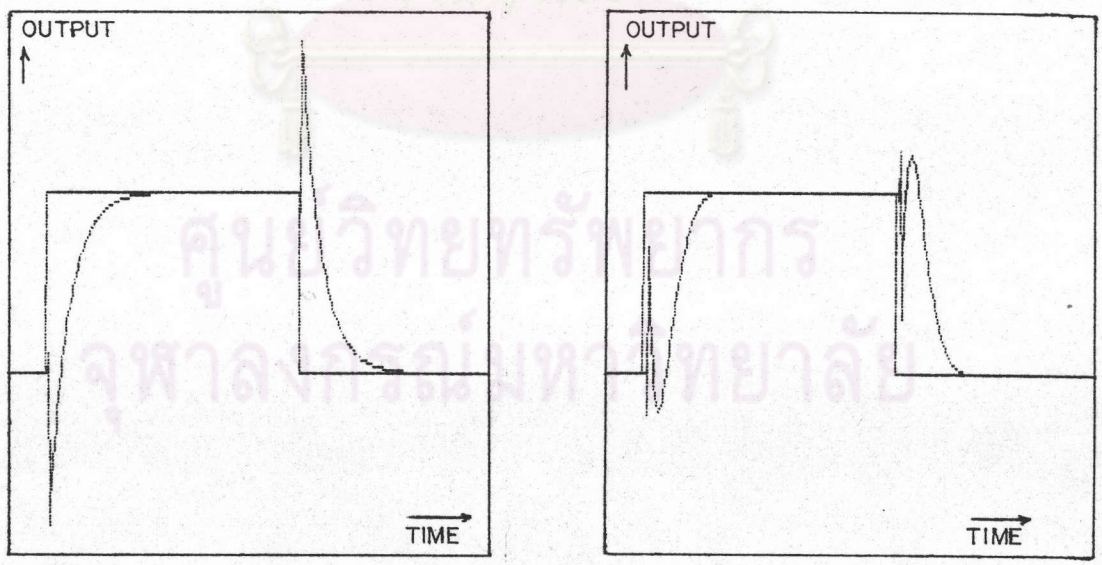
เวลาประวิง = L ในเทอมของ $e^{-Ls}$ ----------[6.1]

การประมาณค่าโดยอาศัยวิธีการของ Pade' นี้ จะได้ผลการประมาณออกมาในหลายรูปแบบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความละเอียดของผลที่ได้และกำลังของสมการของผลการประมาณ ในที่นี้ จะขอยกตัวอย่างการประมาณมาสักสองสมการ โดยเป็นการประมาณค่ากำลังหนึ่งและการประมาณค่ากำลังสอง ซึ่งผลการประมาณค่าแสดงได้ตามสมการที่ 6.2 สำหรับการประมาณค่าสมการกำลังหนึ่ง และสมการที่ 6.3 สำหรับการประมาณค่าสมการกำลังสอง

$$e^{-Ls} = \frac{2 - Ls}{2 + Ls} \qquad \text{----------[6.2]}$$

$$e^{-Ls} = \frac{L^2 - 6Ls + 12}{L^2 + 6Ls + 12} \qquad \text{----------[6.3]}$$

ผลตอบของการประมาณค่าต่อสัญญาณการเปลี่ยนแปลงแบบขั้นบันได แสดงในรูปที่ 6.1 ในงานวิจัยครั้งนี้จะสนใจการประมาณค่าของสมการเวลาประวิงตามสมการที่ 6.3 เป็นพิเศษ




ก) ผลตอบการประมาณค่ากำลังหนึ่ง ข) ผลตอบการประมาณค่ากำลังสอง

**รูปที่ 6.1 แสดงผลตอบของสมการประมาณค่าเวลาประวิงที่มีต่อสัญญาณแบบขั้นบันได**

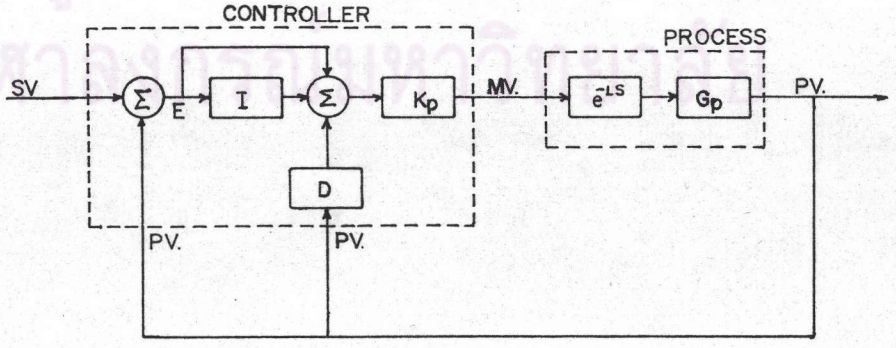
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 6.2 ดรรชนีสมรรถนะ (Performance Index)

ตามที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 4 ว่า ในงานวิจัยนี้จะสนใจดรรชนีสมรรถนะจำนวน 4 ตัว ดังที่แสดงสมการไว้ในบทที่ 4 ซึ่งจะสังเกตเห็นได้ว่าในสมการดังกล่าวผลตอบของกระบวนการจะอยู่ในรูปของสมการของค่าผิดพลาด ซึ่งการคำนวนหาค่าสมการของค่าผิดพลาดนี้จะขอแสดงวิธีหาค่าสมการของค่าผิดพลาด และสมการที่ใช้ในการหาค่าของดรรชนีสมรรถนะใน 2 รูปแบบ คือ การหาโดยตรง และการหาดรรชนีสมรรถนะ ISE โดยวิธี Hurwitz Determinant

### 6.2.1 การหาโดยตรง

การหาโดยตรงนี้ จะเป็นการหาค่าของความผิดพลาดของผลตอบ โดยหาค่าแบบจุดต่อจุด (Point by Point) โปรแกรมจะหาค่าของผลตอบทีละจุดทุกคาบเวลาชักตัวอย่าง และนำค่าของความผิดพลาดที่หาได้นั้นมาคำนวนหาค่าของดรรชนีสมรรถนะที่ต้องการ ข้อดีของวิธีนี้คือเป็นการหาโดยตรง ดังนั้นจึงเป็นวิธีการหาที่เหมือนการทำงานจริงของกระบวนการ ความผิดพลาดของการหา จึงขึ้นอยู่กับความสามารถในการทดแทนกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และความผิดพลาดของการประมาณค่าเท่านั้น นอกจากนั้นวิธีนี้ยังสามารถกำหนดความไม่เป็นเชิงเส้นของตัวควบคุมแบบ PID ได้ กล่าวคือ สามารถกำหนด ขีดจำกัดบน และขีดจำกัดล่างของสัญญาณออกของตัวควบคุมแบบ PID ได้ แต่ข้อเสียคือจะต้องใช้เวลาในการคำนวนค่ามากกว่าแบบที่สอง




รูปที่ 6.2 แสดงไดอะแกรมของกระบวนการควบคุม

ในการหาค่าโดยวิธีตรงนี้ จะคำนวนโดยอาศัยหลักการของ Z-transform คำนวนค่าของผลตอบโดยพิจารณาผลตอบทีละส่วนตามรูปที่ 6.2 กล่าวคือ ผลตอบของตัวควบคุม ผลตอบเมื่อผ่านวงจรประมาณค่าเวลาประวิง และผลตอบเมื่อออกจากกระบวนการจำลอง ซึ่งสัญญาณเข้าของตัวควบคุมจะเป็นสัญญาณค่าความผิดพลาด หรือสัญญาณที่เราต้องนำไปคำนวนต่อไปนั่นเอง

6.2.1.1 ผลตอบของตัวควบคุม

จากสมการที่ 2.4 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าผลที่ได้จากการคำนวนของตัวควบคุมแบบ PID จะประกอบไปด้วยสามส่วน คือ ส่วนผลการคำนวนของ Proportional Action, ผลการคำนวนส่วนของ Integral Action และผลการคำนวนของ Derivative Action ในการคำนวนในสมการที่ 2.3 นั้น ยังเป็นปัญหาอยู่ในสองส่วน กล่าวคือ ส่วนของ Integral Action และ ส่วนของ Derivative Action ซึ่งจะขอพิจารณาที่ละส่วน

- Integral Action ในการคำนวน Integral Action นี้ จะใช้หลักการของ Trappizoidal Rule ทำการคำนวนค่า Integral ของสัญญาณ ค่าความผิดพลาด ซึ่งสามารถเขียนในรูปของ Recursive form ได้ตามสมการที่ 6.4

$$\text{Integral Action } [I(k)] = I[k-1] + (E[k] + E[k-1])ts/2 \quad \text{-----[6.4]}$$

- Derivative Action สำหรับ Derivative Action นี้จะใช้หลักการของ Four Point Central Difference ในการคำนวนหาค่า ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูป Recursive form ได้ตามสมการที่ 6.5

$$C_k = T_f C_{k-1}/[T_s+T_f] + K_p T_d(PV_k - PV_{k-3} - 3PV_{k-2} + 3PV_{k-1})/[6T_s+6T_f] \quad \text{-[6.5]}$$

โดยที่ Ck = Derivative Action ที่ k

$T_f = T_d/n$ โดยที่ n = 8

6.2.1.2 การหาค่าจากสมการประมาณค่าเวลาประวิง

การหาค่าประมาณของเวลาประวิง ในรูป Recursive form นั้น ได้แสดงวิธีการหาค่าไว้ในภาคผนวก ง. ในที่นี้จะขอแสดงผลของการหาค่าตามสมการที่ 6.6

$$e^{-Ls} = d[k] = a[0]u[k] + a[1]u[k-1] + a[2]u[k-2] \quad \text{----------[6.6]}$$
$$+ b[1]d[k-1] + b[2]d[k-2]$$

โดยที่ $u[k]$ = สัญญาณเข้าที่เวลา $k$

$a[0] = 1$

$a[1] = -(2\text{Cos}(\sqrt{3}\,T/L) + 4\sqrt{3}\,\text{Sin}(\sqrt{3}\,T/L))e^{-3T/L}$

$a[2] = 4\sqrt{3}\,e^{-3T/L}\text{Sin}(\sqrt{3}\,T/L) + e^{-6T/L}$

$b[1] = 2e^{-3T/L}\text{Cos}(\sqrt{3}\,T/L)$

$b[2] = e^{-6T/L}$

6.2.1.3 การหาค่าผลตอบของกระบวนการจำลอง

การหาค่าผลตอบของกระบวนการจำลองในรูป Recursive form นั้น ได้แสดงวิธีการหาค่าไว้ในภาคผนวก ง. ในที่นี้จะขอแสดงผลของการหาค่าตามสมการที่ 6.7

$$c[k] = a[0]u[k] + a[1]u[k-1] + a[2]u[k-2] \quad \text{----------[6.7]}$$
$$+ b[1]c[k-1] + b[2]c[k-2]$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โดยที่ u[k] = สัญญาณเข้าที่เวลา k และ

เมื่อกระบวนการเป็นกระบวนการแบบกระบวนการหน่วงเกิน

$$a[0] = A + B - C$$

$$a[1] = CD + C - A(D+E) - B(E+1)$$

$$a[2] = ADE + BE - CD$$

$$b[1] = D + E$$

$$b[2] = DE$$

$A = K/(T_1T_2)$, $B = K/(T_1(T_1-T_2))$, $C = K/(T_2(T_1-T_2))$ .

$D = e^{-T_1T}$, $E = e^{-T_2T}$

เมื่อกระบวนการเป็นกระบวนการแบบกระบวนการหน่วงวิกฤต

$$a[0] = 0$$

$$a[1] = -Ke^{-T_1T}/T^2 + K/T^2 - Te^{-T_1T}$$

$$a[2] = Ke^{-2T_1T}/T^2 - Ke^{-T_1T}/T^2 + Te^{-T_1T}$$

$$b[1] = 2e^{-T_1T}$$

$$b[2] = -e^{-2T_1T}$$

เมื่อกระบวนการเป็นกระบวนการแบบกระบวนการหน่วงขาด

$$a[0] = 0$$

$$a[1] = K(P-Q+1)/w^2$$

$$a[2] = K(R-P)/w^2$$

$$b[1] = Q$$

$$b[2] = -R$$

$P = e^{-zT}[Cos(\sqrt{(w^2-z^2)}T) + zSin(\sqrt{(w^2-z^2)}T)/\sqrt{(w^2-z^2)}]$

$Q = 2e^{-zT}Cos(\sqrt{(w^2-z^2)}T)$, $R = e^{-zT/2}$

6.2.2 การหาดรรชนีสมรรถนะ ISE โดยวิธี Hurwitz Determenant

การหาโดยวิธีนี้มีข้อดีกว่าวิธีการหาโดยตรง คือ สามารถหาค่าของดรรชนีสมรรถนะสำหรับ Integral square Error ได้อย่างรวดเร็ว เนื่องจากไม่ต้องคำนวนทีละรอบการทำงาน ซึ่งมีผลให้เวลาในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดนั้น สั้นลงเป็นอย่างมาก แต่ก็มีข้อเสีย กล่าวคือ การหาค่าด้วยวิธีนี้ไม่สามารถกำหนดช่วงของสัญญาณออกของตัวควบคุมได้ ดังนั้น ค่าที่ได้อาจมีความผิดพลาด ถ้าค่าที่ได้นั้นทำให้เครื่องควบคุมสั่งเปิดหรือปิดอุปกรณ์ปรับกระบวนการมากกว่า 100 % หรือน้อยกว่า 0 % แต่สำหรับบางกระบวนการแล้ว การใช้วิธีนี้อาจใช้ได้ถ้าไม่อยู่ในข้อยกเว้นดังกล่าว

การหาวิธีนี้ มีหลักการสั้น ๆ ดังนี้

$$\text{ISE. PF.} = \int_0^\infty [e(t)]^2 \, dt$$

โดย Laplace Transform ของ $e(t) = Q(s)/M(s)$ และ

$$M(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \ldots + a_{n-1} s + a_n$$

$$Q(s)Q(-s) = b_0 s^{2n-2} + b_1 s^{2n-4} + \ldots + b_{n-2} s^2 + b_{n-1}$$

หมายเหตุ :- ค่าของ $E(s)$, $M(s)$, $Q(s)$, $a_0,\ldots,a_n$ และค่า $b_0,\ldots,b_{n-1}$ ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ง.

ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ว่า [18]

$$\text{ISE. PF.} = (-1)^{n-1} B_n/(2a_0 H_n)$$

โดย $H_n$ = Hurwitz Determinant ของ M(s)

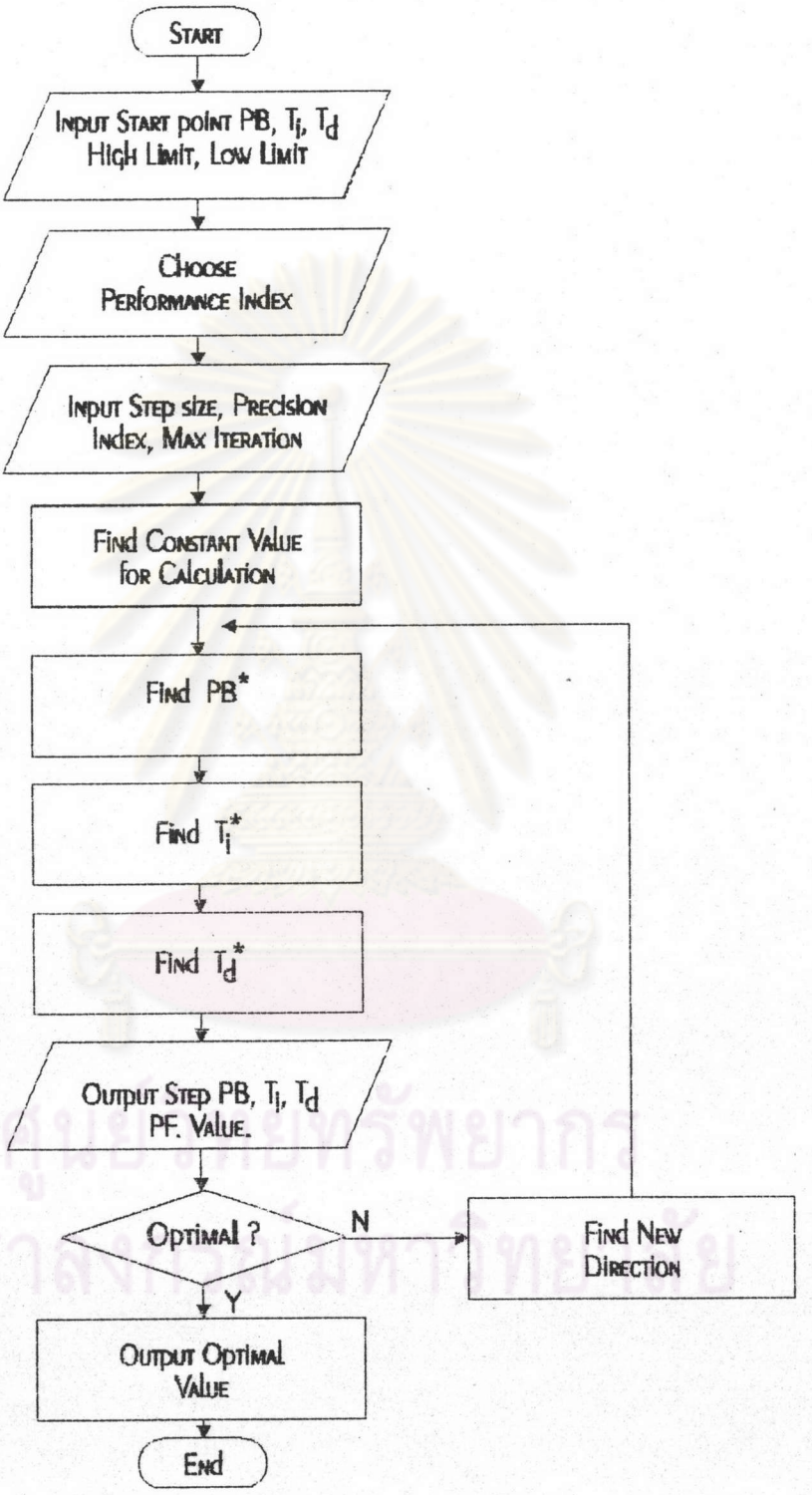
และ $B_n$ นั้นหาได้จาก $H_n$ โดยการเปลี่ยนแถวแรกของ $H_n$ ด้วย

$[b_0, b_1, \ldots, b_{n-2}, b_{n-1}]$

## 6.3 โครงสร้างของโปรแกรมในส่วนการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการควบคุม

โครงสร้างของโปรแกรมในส่วนของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดนี้ จะประกอบไปด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วน กล่าวคือ ส่วนการรับข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ในการคำนวน, ส่วนการคำนวนพารามิเตอร์ของกระบวนการ, ส่วนการคำนวนค่าที่เหมาะสมที่สุดในการควบคุม และส่วนการแสดงผล ซึ่งขั้นตอนการทำงานสามารถแสดงเป็นโฟล์วชาร์ต ได้ตามรูปที่ 6.3

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย




รูปที่ 6.3 แสดงขั้นตอนการทำงาน

6.3.1 การรับข้อมูลที่จำเป็นในการคำนวน

เนื่องจากในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการควบคุมโดยอาศัยวิธีของ Zangwill นี้ จำเป็นที่ต้องการข้อมูลในการตัดสินใจบางประการ ซึ่งโปรแกรมไม่สามารถกำหนดเองหรือเพื่อเปิดโอกาสให้ผู้ใช้สามารถกำหนดข้อมูลบางประการเองได้ ดังนั้นผู้ใช้จึงจำเป็นที่ต้องตอบคำถามหรือให้ข้อมูลแก่โปรแกรม ข้อมูลที่โปรแกรมต้องการได้แก่

- ค่า PB, Ti, Td เริ่มต้น
- ค่าขีดจำกัดบน และค่าขีดจำกัดล่าง ของเครื่องควบคุม
- ชนิดของดรรชนีสมรรถนะที่ใช้ในการคำนวน
- ค่า Search Step Size
- ค่า Precision Index
- ค่า Maximum Iteration

- ค่า PB, Ti, Td เริ่มต้น

เนื่องจากวิธีการหาค่าโดย Zangwill หรือวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข โดยทั่วไปจะหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยเริ่มหาจากจุดเริ่มต้นไปหาจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้น โปรแกรมจำเป็นต้องทราบจุดเริ่มต้นที่ต้องการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด จุดที่ควรเป็นจุดเริ่มต้นของการค้นหาก็คือ ค่าของพารามิเตอร์เดิมที่เคยใช้อยู่ก่อนการหาจุดที่เหมาะสมที่สุด แต่ถ้าไม่ทราบค่าจุดเริ่มต้นเลย โปรแกรมจะแนะนำให้เริ่มต้นหาจากค่าที่เปรียบเสมือนกับไม่มีเครื่องควบคุมในการควบคุม กล่าวคือค่า PB = 100% ค่า Ti = 1000 หรือค่ามากที่สุด และค่า Td = 0 อย่างไรก็ตาม ความเร็วในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดนี้ ก็ขึ้นอยู่กับค่าเริ่มต้นนี้ด้วยเช่นกัน กล่าวคือ ถ้าเริ่มจากจุดที่ใกล้เคียงกับจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด เวลาที่ใช้ในการค้นหาก็จะเร็วกว่าการเริ่มต้นที่จุดที่ห่างไกลจากค่าที่เหมาะสมที่สุด

- ค่าขีดจำกัดบน และค่าขีดจำกัดล่าง ของเครื่องควบคุม

เครื่องควบคุมแบบ PID โดยทั่วไป จะมีความสามารถกำหนดขนาดมากที่สุด และน้อยที่สุดของสัญญาณออกได้ ซึ่งการกำหนดค่าขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างของเครื่องควบคุมนี้ ก็จะมีผลต่อผลตอบของกระบวนการเช่นกัน ดังนั้น ในการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดในการควบคุม จึงจำเป็นต้องคำนึงถึงค่าดังกล่าวนี้ด้วย เพื่อผลที่หาได้เมื่อนำไปใช้จะได้ไม่มีความผิดพลาดเกิดขึ้นและได้ผลการควบคุมที่เหมาะสมที่สุดจริง ๆ

- ชนิดของดรรชนีสมรรถนะ

ตามที่กล่าวมาแล้วว่าดรรชนีสมรรถนะต่างชนิดกัน ก็ให้ผลของการควบคุมที่แตกต่างกัน และในงานวิจัยครั้งนี้ ก็มีค่าดรรชนีสมรรถนะให้เลือกถึง 4 ค่า ผู้ใช้จึงจำเป็นที่ต้องเลือกค่าดรรชนีสมรรถนะที่ใช้ในการคำนวนที่เหมาะสมแก่ความต้องการมากที่สุด

- ค่า Search Step Size

ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขนี้ โดยทั่วไปนั้น จะเป็นการหาค่าโดยการก้าวเข้าไปสู่จุดหมายหรือค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ต้องการ ดังนั้นในการหาค่าจึงจำเป็นที่ต้องการทราบขนาดของการก้าวเข้าสู่เป้าหมาย หรือ Step Size สำหรับโปรแกรมการหาค่าที่เหมาะสมนี้ แนะนำค่าในกรณีที่ผู้ใช้ไม่ทราบว่าควรจะใช้ค่าอะไร โดยแนะนำให้ใช้ค่าเท่ากับ 0.2 อย่างไรก็ตามถ้าค่า Search Step Size ที่ใช้มีค่ามากเกินไป ก็จะทำให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ได้นั้นอยู่ห่างไกลจากจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดที่แท้จริง แต่ถ้าค่า Search Step Size นั้น มีขนาดเล็กเกินไป ก็จะทำให้เวลาในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดนั้น ใช้เวลานานมากขึ้น

- Precision Index

ค่า Precision Index เป็นค่าที่ใช้ในการตัดสินว่าโปรแกรมเข้าใกล้จุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดมากน้อยแค่ไหน และเป็นค่าที่ใช้ในการตัดสินใจว่าค่าที่ได้นั้นเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่ ค่า Precision Index ที่มีค่าน้อยเกินไปจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความละเอียดเกินความจำเป็น และทำให้ใช้เวลาในการคำนวนมากเกินความจำเป็น แต่ค่าของ Precision Index ที่มีค่ามากเกินไปก็จะมีผลทำให้ค่าที่ได้ห่างไกลจากคำตอบที่ต้องการ ในโปรแกรมจะแนะนำค่าไว้ที่ 0.001 ซึ่งคิดว่าเป็นค่าที่ให้ความละเอียดมากพอแล้ว

- Maximum Iteration

Maximum Iteration หมายถึงจำนวนรอบที่มากที่สุดที่ใช้ในการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งผู้ใช้ต้องกำหนดให้โปรแกรม ทั้งนี้เป็นการป้องกันความผิดพลาดของการคำนวน หรือบางครั้งการคำนวนเข้าสู่วงล้อมของจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดแล้ว แต่โปรแกรมไม่สามารถหยุดด้วยค่า Precision Index ได้ จึงอาจเกิดการทำงานเป็นวงรอบ โดยไม่มีการออก ซึ่งเมื่อถึง Maximum Iteration ที่กำหนดไว้ โปรแกรมจะสามารถเริ่มต้นหาจุดที่เหมาะสมใหม่ได้ จากการทดลองที่ผ่านมายังไม่มีการคำนวนเกิน 15 รอบของการทำงาน แต่เพื่อความเหมาะสม โปรแกรมจะแนะนำค่าไว้ที่ 25 รอบ ค่า Maximum Iteration ที่มากเกินไป ทำให้โปรแกรมทำงานช้าลงเมื่อเกิดการทำงานเป็นวงรอบโดยไม่มีทางออก แต่ถ้า Maximum Iteration ที่น้อยเกินไปทำให้โปรแกรมหยุดการทำงานก่อนที่จะถึงจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย