บทที่ 4

การหาค่าที่เหมาะสมของการควบคุม
(Optimization)

ในบทนี้ จะกล่าวถึงวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในการควบคุมแบบ PID ซึ่งก็คือ การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม อันได้แก่ ค่า Proportional Band, ค่า Integral time และค่า Derivative time ที่ทำให้กระบวนการมีผลตอบที่ให้ค่าดรรชนีสมรรถนะที่กำหนดน้อยที่สุด

วิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดนั้น ได้มีผู้พัฒนามาเป็นเวลานานแล้ว ตัวอย่างเช่น วิธี Simplex Method ที่ถูกเสนอโดย Himsworth, Spendley และ Hext [11], วีธีของ Smith [12], วิธีของ Rosenblock [13] หรือวิธีของ Spang [14] แต่ในการวิจัยครั้งนี้ จะสนใจวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของ Willard I. Zangwill ซึ่งเป็นวิธีที่พัฒนามาจากวิธีของ Powell หรือ Powell Method [15,16] ทั้งนี้เนื่องจากมีข้อดี คือสามารถเข้าสู่จุดที่เหมาะสมที่สุดได้อย่างรวดเร็วกว่าวิธีอื่น ๆ ที่กล่าวมาและยังเป็นวิธีที่ใช้หลักการของ Conjugate Directions ทำให้ไม่ต้องหาค่าอนุพันธ์กำลังหนึ่งของฟังก์ชัน ซึ่งเป็นเรื่องที่ยุ่งยากในทางปฏิบัติ นอกจากนี้ วิธีที่กล่าวถึงนี้ ยังง่ายต่อการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันที่มีเงื่อนไขบังคับอีกด้วย

วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่เสนอโดย Zangwill นี้ จะเป็นการหาค่าในหลักการที่คล้ายกับการหาค่าโดยวิธีของ Powell กล่าวคือเป็นวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดไปในแต่ละทิศทาง โดยจะทดลองหาค่าที่เหมาะสมที่สุดไปทีละทิศทางจนกระทั่งครบทุกทิศทาง จึงหาทิศทางใหม่ที่จะทำให้เข้าสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุดได้เร็วยิ่งขึ้น และจะเริ่มหาค่าที่เหมาะสมที่สุดใหม่ จนกว่าจะถึงจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด

Powell ได้เสนอหลักการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดออกมาทั้งหมด 2 วิธี สำหรับหลักการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดวิธีแรกของ Powell นั้น ได้ถูกตรวจพบว่า ในบางครั้งหรือบางฟังก์ชัน วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของ Powell นั้น ยังไม่ได้ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดจริง [ภาคผนวก ข] Powell จึงพัฒนาวิธีแรกใหม่กลายเป็น วิธีที่ 2 หรือ Powell's Second Procedure [ภาคผนวก ข] แต่วิธีที่ 2 นี้ ก็ยังมีความยุ่งยากในการหาค่าอยู่ Willard I. Zangwill จึงเสนอวิธีใหม่ที่ได้พัฒนามาจากวิธีของ Powell วิธีใหม่ที่เสนอขึ้นมานี้ สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นวิธีที่ลู่เข้าสู่จุดที่เหมาะสมที่สุด ในจำนวนรอบที่นับได้ (Finite number of Iteration) และวิธีนี้จะลู่เข้าแม้กับฟังก์ชันในลักษณะของ Strickly Convex และเป็นวิธีที่สามารถหาค่าที่เหมาะสมที่สุดได้ทุกคำตอบ

4.1 <u>วิธีการของ Zangwill</u>

กำหนด C_i; $i=1,2,\ldots,n$ เป็น Coordinate Direction ที่มีขนาด 1 หน่วย (Normalized Unit lenght)

ขั้นตอนเริ่มต้น

กำหนดจุดเริ่มต้น p_n^0, และกำหนด n Normalize Direction z_i^1 ; $i=1,2,\ldots,n$

คำนวนหาค่า r_n^0 ที่ทำให้ $f(p_n^0 + r_n^0 z_n^1)$ มีค่าน้อยที่สุด และให้ $p_{n+1}^0 = p_n^0 + r_n^0 z_n^1$ กำหนด t=1 แล้วไปทำรอบการทำงานที่ k โดย k = 1

รอบการทำงานที่ k

ขั้นตอนที่ 1

1. หาค่าของ a ที่ทำให้ $f(p_{n+1}{}^{k-1} + ac_t)$ มีค่าน้อยที่สุด

2. ปรับปรุงค่า t โดย $t = t+1$ ถ้า $1 <= t < n$

$t = 1$ ถ้า $t = n$

3. ถ้า a ไม่เท่ากับ 0 ให้ $p_0{}^k = p_{n+1}{}^{k-1} + ac_t$ แล้วไปทำขั้นตอนที่ 2

ถ้า a เท่ากับ 0 ให้กลับไปทำขั้นตอนที่ 1 ใหม่ ถ้าทำครบ n ครั้ง และทุกครั้งได้ค่า $a = 0$ แสดงว่าจุด $p_{n+1}{}^{k-1}$ เป็นจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด

ขั้นตอนที่ 2

1. สำหรับทิศทาง i ที่ $i=1,2,\ldots,n$ คำนวนหาค่า $r_i{}^k$ ที่ทำให้ $f(p_{i-1}{}^k + r_i{}^k z_i{}^k)$ มีค่าน้อยที่สุด

2. ให้ $p_i{}^k = p_{i-1}{}^k + r_i{}^k z_i{}^k$ และกำหนดทิศทางใหม่

$z_{n+1}{}^k = (p_n{}^k - p_{n+1}{}^{k-1})/(||p_n{}^k - p_{n+1}{}^{k-1}||)$

หาค่า $r_{n+1}{}^k$ ที่ทำให้ $f(p_n{}^k + r_{n+1}{}^k z_{n+1}{}^k)$ มีค่าน้อยที่สุด

และให้ $p_{n+1}{}^k = p_n{}^k + r_{n+1}{}^k z_{n+1}{}^k$

กำหนด $z_i{}^{k+1} = z_{i+1}{}^k$; $i = 1,2,\ldots,n$

กลับไปทำรอบการทำงานที่ k พร้อมทั้งแทน k ด้วย k+1

4.2 <u>การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในทิศทางเดียว</u>

สำหรับการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในทิศทางเดียวนั้น ก็มีวิธีการหาอยู่หลายวิธีเช่นกัน

ตัวอย่างเช่น วิธี Golden Section Method, วิธีของ Davies-Swann-compey Method, Powell Method แต่วิธีที่จะใช้ในงานวิจัยครั้งนี้นั้น จะขอเลือกใช้วิธีซึ่งเป็นการร่วมกันของ Davies-Swann-Compey-Powell หรือ DSCP Method ซึ่งผู้วิจัยมีความเห็นว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากวิธีหนึ่ง

หลักการหาจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของวิธี DSCP. นี้ ใช้วิธีการทดลองหาค่าที่เหมาะสมที่สุดจากจุดเริ่มต้น ด้วยการเลื่อนจุดไปในทิศทางที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดทีละน้อย จนกระทั่งได้จุด 3 จุด ซึ่งล้อมรอบจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดอยู่ แล้วจึงทำ Quadratic Curve fit หาค่าต่ำสุดของส่วนโค้งนั้น หลังจากนั้น ก็เริ่มหาค่าจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดใหม่ จากจุดที่ได้ จนกระทั่งได้จุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดที่แท้จริง

DSCP. Method

จากจุดเริ่มต้น $p = x^i$, $f(p)$ โดย $i=0$ และ Step size ที่กำหนด h

ขั้นตอนที่ 1 :- หาจุดใหม่โดย $x^{i+1} = x^i + h$

- พิจารณา $f(x^{i+1})$ ถ้า $f(x^{i+1} > f(x^i)$ สลับค่า x^{i+1} กับ x^i และให้ $h=-2h$ ไปยังขั้นตอนที่ 2
- พิจารณา $f(x^{i+1})$ ถ้า $f(x^{i+1}) < f(x^i)$ ให้ $h=2h$ ไปยังขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2 :- แทน i ด้วย i+1 คำนวน $x^{i+1} = x^i + h$

- ถ้า $f(x^{i+1}) <= f(x^i)$; ให้ $h=2h$ เริ่มทำขั้นตอนที่ 2 ใหม่
- ถ้า $f(x^{i+1}) > f(x^i)$ แสดงว่าได้ 3 จุด ที่ล้อมรอบจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด แล้วหลังจากนั้นแทน i ด้วย i+1 แทน h ด้วย -h/2

ให้ $x^i = x^{i+1}+h$ พิจารณา x^{i-2} กับ x^{i+1}

ถ้า $x^{i-2} > x^{i+1}$ ให้ $x1 = x^{i-1}$, $x^2 = x^i$,

$x3 = x^{i+1}$

ถ้า $x^{i-2} < x^{i+1}$ ให้ $x1 = x^{i-2}$, $x^2 = x^{i-1}$,

$x3 = x^i$

ขั้นตอนที่ 3 :- ทำ Quadratic Curve fit 3 จุด ที่ได้ตามสมการ

$$x^* = \frac{(x2^2-x3^2)f(x1)+(x3^2-x1^2)f(x2)+(x1^2-x2^2)f(x3)}{(x2-x3)f(x1)+(x3-x1)f(x2)+(x1-x2)f(x3)}$$

ขั้นตอนที่ 4 :- ทดสอบว่า x^* เป็นจุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุดแล้วหรือยัง ด้วยการพิจารณาว่า $|f(p)-f(x^*)| < e$ โดย e เป็นค่าตัวเลขน้อย ๆ ถ้ายังไม่ใช่จุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด ให้ $p = x^*$, $i=0$, h = Step size เริ่มต้น แล้วไปทำขั้นตอนที่ 1 ใหม่ จนกระทั่งได้จุดที่ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด

4.3 ดรรชนีสมรรถนะ (Performance Index)

เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการควบคุมแบบ PID ผู้วิจัยจึงขอเสนอดรรชนีสมรรถนะทั้งหมด จำนวน 4 แบบ สำหรับการควบคุมในแบบต่าง ๆ กัน ดังต่อไปนี้

- ดรรชนีสมรรถนะ ISE
- ดรรชนีสมรรถนะ IAE
- ดรรชนีสมรรถนะ ITAE
- ดรรชนีสมรรถนะที่ให้ค่าพุ่งเกินน้อยที่สุด

4.3.1 ดรรชนีสมรรถนะ ISE

ดรรชนีสมรรถนะ ISE เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ที่แสดงผลรวมของพื้นที่ใต้กราฟของผลต่างระหว่างค่าตัวแปรกระบวนการกับค่าจุดปรับตั้งกำลังสอง ซึ่งแสดงเป็นสมการได้ตามสมการที่ 4.1

$$\text{ดรรชนีสมรรถนะ ISE.} = \int_0^{\infty} e^2 \, dt \quad \text{------------------------} \quad [4.1]$$

e = ตัวแปรกระบวนการ - ค่าจุดปรับตั้ง

ดรรชนีสมรรถนะ ISE นี้ เหมาะสมสำหรับหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ควบคุมกระบวนการที่ต้องการลดค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวที่มีขนาดใหญ่ และต้องการผลตอบที่มีช่วงเวลาขึ้น (rise time) ดี ไม่เหมาะสำหรับกระบวนการที่มีค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวเล็กน้อย กรณีที่กระบวนการเป็นกระบวนการกำลังสอง เมื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ด้วยดรรชนีสมรรถนะ ISE แล้ว จะได้ผลตอบที่มีอัตราส่วนการหน่วงประมาณ 0.5

4.3.2 ดรรชนีสมรรถนะ IAE

ดรรชนีสมรรถนะ IAE เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ที่แสดงผลรวมของพื้นที่ของขนาดของผลต่างระหว่างค่าตัวแปรกระบวนการ กับค่าจุดปรับตั้ง ซึ่งแสดงเป็นสมการได้ตามสมการที่ 4.2

$$\text{ดรรชนีสมรรถนะ IAE.} = \int_0^{\infty} |e| \, dt \quad \text{------------------------} \quad [4.2]$$

e = ตัวแปรกระบวนการ - ค่าจุดปรับตั้ง

ดรรชนีสมรรถนะ IAE นี้ เหมาะสมสำหรับหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ควบคุมกระบวนการที่ต้องการลดค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวที่มีขนาดเล็ก และจะให้ผลตอบที่ดีในลักษณะของผลตอบแบบกระบวนการหน่วงขาด กรณีที่กระบวนการเป็นแบบกระบวนการกำลังสอง เมื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยดรรชนีสมรรถนะ IAE จะได้ผลตอบที่มีอัตราการหน่วงประมาณ 0.7

4.3.3 ดรรชนีสมรรถนะ ITAE

ดรรชนีสมรรถนะ ITAE เป็นดรรชนีสมรรถนะที่มีการถ่วงน้ำหนักด้วยค่าของเวลา ดังนั้น จึงเป็นดรรชนีสมรรถนะที่เหมาะสำหรับกระบวนการที่มีผลตอบที่มีภาวะชั่วครู่ (Transient)เป็นเวลานาน และเป็นดรรชนีสมรรถนะสำหรับกระบวนการที่ต้องการช่วงเวลาขึ้นที่ดี ความสัมพันธ์ในลักษณะของสมการคณิตศาสตร์แสดงตามสมการที่ 4.3

$$\text{ดรรชนีสมรรถนะ ITAE.} = \int_0^\infty t|e|\,dt \quad \text{------------------} \quad [4.3]$$

e = ตัวแปรกระบวนการ - ค่าจุดปรับตั้ง

4.3.4 ดรรชนีสมรรถนะที่ให้ค่าพุ่งเกินน้อยที่สุด

ในการควบคุมกระบวนการบางประเภท ที่มีผลตอบสนองของกระบวนการช้ามาก ตัวอย่างเช่น ระบบควบคุมในโรงกลั่นน้ำมัน ระบบควบคุมในโรงจักรไฟฟ้า การที่ยอมให้ผลตอบมีการพุ่งเกิน เป็นเรื่องที่ค่อนข้างมีอันตราย หรือเป็นเรื่องที่ยอมไม่ได้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงพัฒนาดรรชนีสมรรถนะที่ให้ค่าพุ่งเกินน้อยที่สุดขึ้นมา เพื่อช่วยในการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมสำหรับกระบวนการที่ต้องการผลตอบแบบไม่มีการพุ่งเกิน โดยใช้หลักการของการเพิ่มเงื่อนไขบังคับให้แก่ดัชนีสมรรถนะที่กำหนด เงื่อนไขบังคับที่เพิ่มให้แก่ดรรชนีสมรรถนะนี้ใช้หลักการของฟังก์ชัน Penalty สมการของดรรชนีสมรรถนะที่ให้ค่าพุ่งเกินน้อยที่สุดที่พัฒนาขึ้นนี้ แสดงได้ตามสมการที่ 4.4

$$\text{ดรรชนีสมรรถนะที่ให้ค่าพุ่งเกินที่น้อยที่สุด} = \int_0^\infty [\, t|e| + ge \,]\, dt \quad \text{-------- [4.4]}$$

โดย e = ตัวแปรกระบวนการ - ค่าจุดปรับตั้ง

$g = k$ เมื่อ $e>0$

$= 0$ เมื่อ $e<=0$

จากสมการที่ 4.4 จะเห็นได้ว่าดรรชนีสมรรถนะนี้จะเป็นดรรชนีสมรรถนะที่มีลักษณะหรือผลตอบในลักษณะเดียวกับดรรชนีสมรรถนะ ITAE แต่ถ้าค่าผิดพลาดมีค่ามากกว่าศูนย์ จะเห็นว่า ค่าของดรรชนีสมรรถนะจะเพิ่มขึ้นด้วยค่า g ปริมาณของการเพิ่มขึ้นหรือการลดการพุ่งเกินนี้ จะมากหรือน้อยขึ้นกับการกำหนดค่าของ k สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ จากการทดลองผู้วิจัยเห็นว่าค่า k ควรมีค่าประมาณ 1000 ซึ่งจะเป็นค่าที่ให้ผลตอบที่รวดเร็วและไม่มีการพุ่งเกินตามที่ต้องการ