บทที่ 3

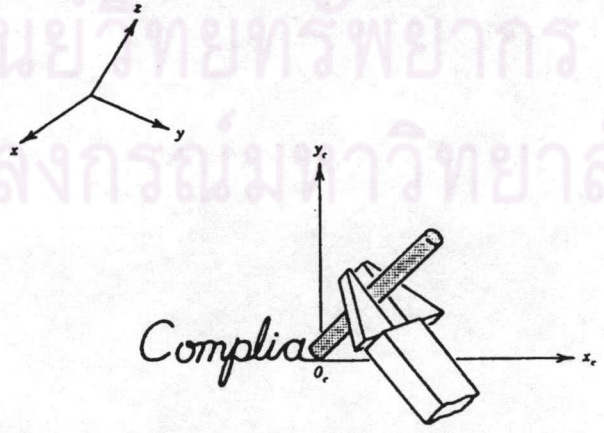
ระบบควบคุมแรงและตำแหน่ง

การควบคุมแบบผสมระหว่างแรงและตำแหน่ง

การควบคุมแบบผสมระหว่างแรงและตำแหน่งเป็นการควบคุมแขนกลที่มีการสัมผัสกับสิ่งแวดล้อมภายนอก เช่น การจับชอล์กเขียนบนกระดานดำดังรูปที่ 3.1 จะเห็นได้ว่าการควบคุมแบบตำแหน่งอย่างเดียวนั้นไม่เพียงพอสำหรับการควบคุมแขนกล เนื่องจากถ้าเกิดการความผิดพลาดของตำแหน่งในทิศทางที่ตั้งฉากกับกระดานดำ อาจทำให้ชอล์กนั้นไม่สัมผัสกับกระดานดำหรือในทางตรงกันข้ามอาจทำให้ชอล์กหักได้

จะเห็นได้ว่าถ้าต้องการเขียนอักษรลงบนกระดานดำบนระนาบของกระดานดำจะต้องควบคุมแบบตำแหน่ง ส่วนในทิศตั้งฉากกับกระดานดำจะต้องควบคุมแรง

Compliance frame {C} หรือ Task frame เป็นระบบโคออร์ดิเนตซึ่งขณะเวลาใด ๆ แต่ละแกนของเฟรมนั้นสามารถควบคุมแขนกลในทิศทางนั้นได้เพียงแบบ Position control หรือ force control อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น



รูปที่ 3.1 แสดงปลายแขนกลจับชอล์กเขียนลงบนกระดานดำ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากรูป 3.1 ขณะที่ปลายซอล์กยังไม่สัมผัสกับกระดานดำนั้น ปลายแขนกลจะสามารถเคลื่อนที่ได้ด้วย degree of freedom (d.o.f) เท่ากับ 6 สำหรับ position/orientation และ d.o.f เท่ากับศูนย์สำหรับ force/torque แต่ขณะที่ปลายซอล์กเริ่มสัมผัสกับกระดานดำนั้น d.o.f. ของ position จะหายไปในทิศทาง z-direction แต่ d.o.f. ของ force จะได้มาในทิศทาง z-direction เช่นกัน และถ้าสมมุติว่าปลายซอล์กยึดตายอยู่กับกระดานดำจะได้ d.o.f ของ force/torque เท่ากับ 6 แต่จะไม่มี d.o.f. ของ position/orientation

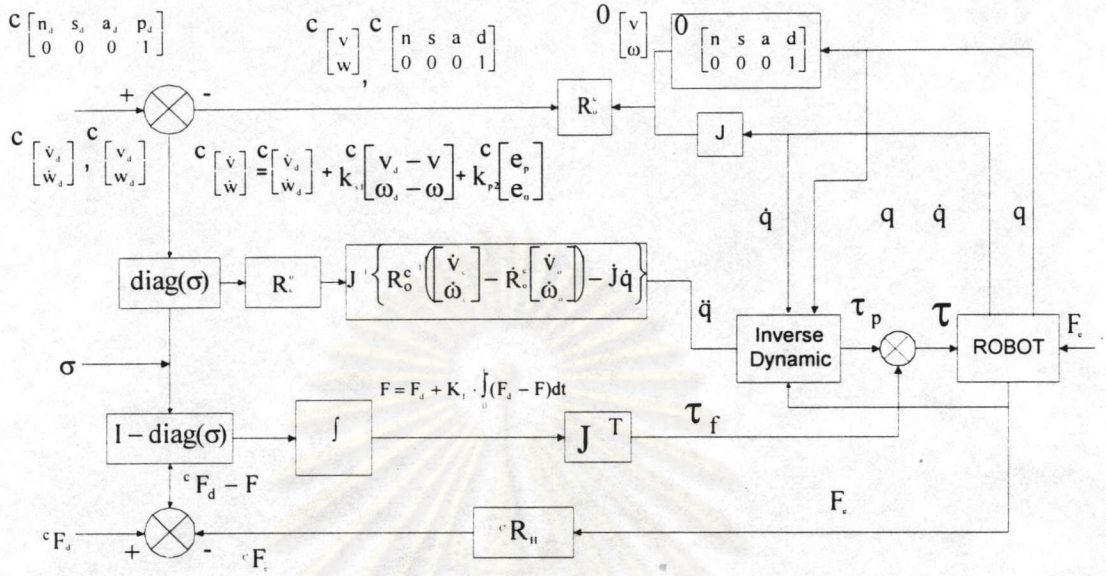
จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง position และ force นั้นสามารถแทนอยู่ในรูปของ Natural constraints และ Artificial constraints ได้ โดยจากตัวอย่างข้างต้น กระดานดำจะทำให้เกิด natural constraints ของตำแหน่งในทิศ z-direction และถ้า friction ระหว่างกระดานดำและซอล์กเป็นศูนย์ก็จะเกิด natural constraints ของแรงในทิศทาง x,y-direction ส่วนตัวอักษรที่เขียนนั้นจะเป็น Artificial constraints ของตำแหน่งในทิศ x,y-direction และ Artificial constraints ของแรงจะเกิดในทิศ z-direction ซึ่งจะเห็นได้ว่าในแต่ละ d.o.f นั้นเราไม่สามารถควบคุมทั้งแรงและตำแหน่งได้ในเวลาเดียวกัน

selection vector $= \begin{bmatrix} s_x & s_y & s_z \end{bmatrix}^T$ นิยามโดยถ้า natural constraint ของตำแหน่งเกิดขึ้นในทิศใดให้ค่า s_i ของทิศนั้นเป็นศูนย์ ฉะนั้นจากตัวอย่างข้างต้นจะได้

$\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ เป็นต้น

compliant selection matrix นิยามโดย $\sigma = \text{diag}[\sigma]$

$$\sigma = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix}$$



รูปที่ 3.2 แสดงแผนภูมิของระบบควบคุมแบบผสมระหว่างแรงและตำแหน่ง

จากรูปที่ 3.2 เป็น Block diagram ของการควบคุมแบบผสมระหว่างแรงและตำแหน่ง โดยด้านบนจะเป็นลูปการควบคุมตำแหน่ง ส่วนด้านล่างจะเป็นลูปการควบคุมแรง เริ่มต้นที่ลูปด้านล่างจะวัดแรงที่ปลายแขนกลโดยใช้ Force sensor เมื่อทราบแรงที่เกิดขึ้นก็สามารถคำนวณหาค่า Normal Vector และ Tangent Vector ของผิวชิ้นงาน ณ จุดที่ปลายแขนกลสัมผัส จากนั้นก็จะควบคุมแรงในทิศทางที่ตั้งฉากกับผิวชิ้นงาน และควบคุมตำแหน่งในทิศทางสัมผัสกับผิวชิ้นงาน ส่วนลูปด้านบนจะวัดตำแหน่ง (q_i) และความเร็ว ($\dot{q}_i$) ซึ่งอยู่ในรูปของ Joint space โดยใช้ Optical Encoder และ Tacho meter ตามลำดับ ก็จะทำให้สามารถหาค่า $H(t)$, Jacobian (J) และ Inverse Jacobian (J^{-1}) ของแขนกลได้ ส่วนค่า $H_d(t)$ เรากำหนดขึ้นก็จะสามารถหาค่าผิดพลาด (e) ได้ จากนั้นใช้วิธี Resolved Acceleration ก็จะสามารถหาค่าความแรง ($\ddot{q}$) ได้ ในที่สุดก็สามารถคำนวณหาค่า Input Torque ที่ใช้ขับข้อต่อต่าง ๆ ของแขนกลได้

Position and Orientation Error Of The Hand

ตำแหน่งและ orientation ของแขนกลนั้นสามารถเขียนอยู่ในรูปเมตริกขนาด 4x4 ได้เป็น

$$H(t) = \begin{bmatrix} n(t) & s(t) & a(t) & p(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$H(t)$ เป็น Homogeneous transformation จากเฟรมสุดท้ายไปยังเฟรมศูนย์

$p(t)$ เป็น เวคเตอร์ตำแหน่งของแขนกล

$n(t)$ เป็น unit normal vector

$s(t)$ เป็น unit slide vector

$a(t)$ เป็น unit approach vector

โดยความสัมพันธ์ของเวคเตอร์ $n(t), s(t), a(t)$ เป็นไปตามกฎมือขวา

$$s(t) = a(t) \times n(t)$$

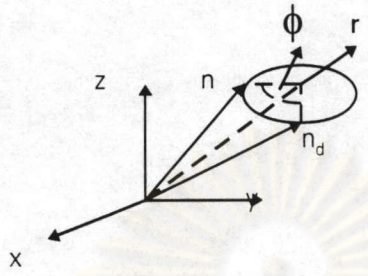
ค่าความผิดพลาดของตำแหน่งและ orientation ของแขนกลนั้น คือ ค่าความแตกต่างระหว่างตำแหน่งและ orientation จริงของแขนกลกับค่าตำแหน่ง และ orientation ที่ต้องการ โดย $H_d(t)$ จะเป็นเมตริกแสดงค่าตำแหน่งและ orientation ที่ต้องการ

$$H_d(t) = \begin{bmatrix} n_d(t) & s_d(t) & a_d(t) & p_d(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ฉะนั้นค่าความผิดพลาดของตำแหน่งคือ

$$e_p(t) = p_d(t) - p(t)$$

ส่วนค่าความผิดพลาดของ orientation จะหาได้ดังนี้ เริ่มต้นสมมุติว่า orientation ของแขนกลอยู่ที่เดียวกับ orientation ที่ต้องการ



รูปที่ 3.3 แสดง Orientation error

$$\left[n(t_0) \quad s(t_0) \quad a(t_0)\right] = \left[n_d(t_0) \quad s_d(t_0) \quad a_d(t_0)\right]$$

โดย t_0 คือ เวลาเริ่มต้น และขณะที่แขนกลเคลื่อนที่ไปถ้า orientation ของแขนกลกับ orientation ที่ต้องการอยู่คนละตำแหน่งกันตามรูปที่ 3.3 ก็จะเกิดค่าความผิดพลาดของ orientation ขึ้น ซึ่งสามารถหาค่าได้โดยการหมุนข้อมือของแขนกลเป็นมุม ϕ รอบแกน unit vector (r) ตามรูป จะได้

$$e_0(t) = r \cdot \sin\phi(t) \qquad ; -\frac{\pi}{2} \le \phi(t) \le \frac{\pi}{2}$$

หรือสามารถคำนวณค่าความผิดพลาดของ orientation ได้โดยตรงจากค่า coordinate ของข้อมือดังนี้

$$e_0(t) = \frac{1}{2}(n(t) \times n_d(t) + s(t) \times s_d(t) + a(t) \times a_d(t))$$

ฉะนั้นค่าความผิดพลาดของตำแหน่งและ orientation คือ

$$e(t) = \begin{bmatrix} e_p(t) \\ e_0(t) \end{bmatrix}$$

Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulator

ในการควบคุมแขนกลนั้นจะต้องมีการคำนวณหาค่าแรงบิดที่เหมาะสมของ actuator เพื่อใช้ขับแขนกล โดยในที่นี้จะใช้วิธี Resolve-acceleration คำนวณหาค่าความเร่ง $(\ddot{x})$ ก่อนแล้วจึงค่อยคำนวณหาค่าแรงบิดที่ใช้ขับ actuator ของข้อต่อแขนกล

จากสมการ Dynamics ของแขนกล

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(\dot{q},q) + G(q) - J^T F$$

H(q) = Inertia Matrix

$C(\dot{q},q)$ = Coriolis & Centifugal Terms

G(q) = Gravity Term

τ = Input Generalize Force

F = Force at end-effector

พิจารณาขณะแขนกลเคลื่อนที่สัมผัสกับสิ่งแวดล้อมภายนอกนั้น ถ้าเราใส่ Input Torque ที่เหมาะสม ก็จะสามารถทำให้แขนกลเคลื่อนไปตามที่ต้องการได้ ดังนี้

$$\tau_{input} = H(q)\{\ddot{q}_d + k_1(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_2(q_d - q)\} + C(\dot{q},q) + G(q) - J^T F$$

$$H(q)\{\ddot{q}_d + k_1(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_2(q_d - q)\} + C(\dot{q},q) + G(q) - J^T F = H(q)\ddot{q}_d + C(\dot{q},q) + G(q) - J^T F$$

$$\ddot{q}_d + k_1(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_2(q_d - q) = \ddot{q}$$

$$(\ddot{q}_d - \ddot{q}) + k_1(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_2(q_d - q) = 0$$

กำหนดให้

$$q_d - q = e$$

$$\therefore \quad \ddot{e} + k_1\dot{e} + k_2 e = 0$$

จะเห็นได้ว่าถ้าเราเลือกค่า gain (k_i) ที่เหมาะสมก็จะสามารถทำให้ค่า e ลู่เข้าหาศูนย์อย่างรวดเร็ว ซึ่งหมายถึงแขนกลสามารถเคลื่อนที่ไปตามที่ต้องการได้

Dynamic Hybrid Control

การควบคุมแบบ Hybrid Force-Position Control นั้นเป็นการควบคุมแรงและตำแหน่งไปพร้อม ๆ กัน โดยจะแยกการควบคุมแรงและตำแหน่งออกจากกันตามทิศทางของ compliant frame และในทิศทางใดจะเป็นการควบคุมแรงหรือตำแหน่งนั้น จะขึ้นอยู่กับ natural constraint และ artificial constraint หรือ selection vector

P เป็น ตำแหน่งใน เฟรม {0}
P_c เป็น ตำแหน่งใน เฟรม {c}
$\dot{P}$ เป็น ความเร็วใน เฟรม {0}
$\dot{P}_c$ เป็น ความเร็วใน เฟรม {c}

ฉะนั้น

$$\dot{P}_c = R_0^c \dot{P}$$

$$\ddot{P}_c = \dot{R}_0^c \dot{P} + R_0^c \ddot{P}$$

จะได้

$$\ddot{P} = R_0^{c^{-1}} (\ddot{P}_c - \dot{R}_0^c \dot{P})$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จาก

$$\dot{P} = J\dot{q}$$

$$\ddot{P} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q}$$

$$\ddot{q} = J^{-1}(\ddot{P} - \dot{J}\dot{q})$$

$$= J^{-1}\{R_0^{c^{-1}}(\ddot{P}_c - \dot{R}_0^c\dot{P}) - \dot{J}\dot{q}\}$$

F เป็น แรงที่กระทำต่อปลายแขนกลใน เฟรม {0}

F_c เป็น แรงที่กระทำต่อปลายแขนกลใน เฟรม {c}

ฉะนั้น

$$F_c = R_0^c F$$

จะได้

$$F = R_0^{c^{-1}} F_c$$

ฉะนั้นจากวิธี resolved acceleration และสมการ Dynamics ของแขนกล

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(\dot{q},q) + G(q) - J^T F$$

สามารถหาแรงหรือแรงบิดที่ใช้ขับข้อต่อแขนกลได้เป็น $\tau = \tau_p + \tau_f$

โดย

$$\tau_p = HJ^{-1}\{R_0^{c^{-1}}(\ddot{P}_c - \dot{R}_0^{c^{-1}}\dot{P}) - \dot{J}\dot{q}\} + C(\dot{q},q) + G(q) - J^T F$$

$$\ddot{P}_c = \ddot{P}_{cd} + k_v(\dot{P}_{cd} - \dot{P}_c) + k_p\int_0^t(\dot{P}_{cd} - \dot{P}_c)dt$$

$$\tau_f = J^T R_0^{c^{-1}} F_c$$

$$F_c = F_{cd} + k_f\int_0^t(F_{cd} - F_c)dt$$

กำหนดให้

$$e_p = p_{cd} - p_c$$
$$e_f = F_{cd} - F_c$$

ฉะนั้นเมื่อแทนค่า $\tau_p + \tau_f$ ลงในสมการ dynamics ของแขนกลจะได้

$$\ddot{e}_p + k_v \dot{e}_p + k_p e_p = 0$$
$$\dot{e}_f + k_f e_f = 0$$

จะเห็นได้ว่าถ้าเลือกค่า gain ที่เหมาะสม ทางเดินของตำแหน่งและแรงก็จะลู่เข้าสู่ค่าที่ต้องการได้ โดยในการทดลองค่า gain ที่ใช้คือ

$k_{p1} = 4500,\ k_{p2} = 3000,\ k_{p3} = 3750$

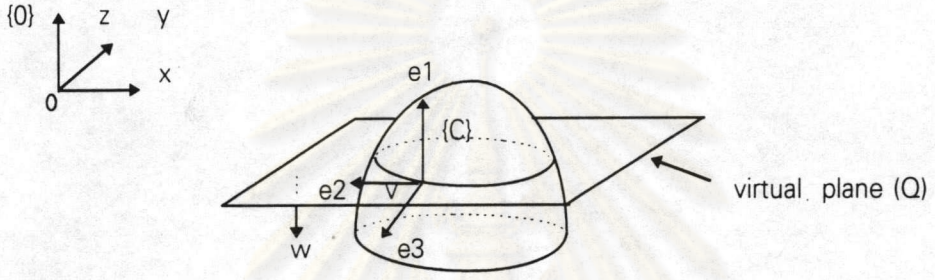
$k_{v1} = 67,\quad k_2 = 54.8,\quad k_{v3} = 61.3$

$k_f = 23$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Unknown Constraint Surface

ปัญหาอีกอย่างหนึ่งในการควบคุมแบบ Hybrid Force-Position Control คือ การที่เราไม่ทราบรูปร่างของ Constraint Surface ฉะนั้นในการทดลองเราจะใช้อุปกรณ์วัดแรงคำนวณหาค่า normal vector และ tangent vector ของผิวชิ้นงาน ซึ่งสามารถใช้เป็นข้อมูลสำหรับการควบคุมได้ โดยมีขั้นตอนดังนี้



รูปที่ 3.4 แสดง Virtual constraint surfaces

สมมุติฐาน

1. สามารถวัดค่าตำแหน่งและแรงที่ปลายแขนกลได้
2. ปลายแขนกลจะเคลื่อนที่สัมผัสกับ Constraint Surface และอยู่บนระนาบ virtual plain (Q) โดยเกิดแรงที่จุดสัมผัสในทิศทางตั้งฉากกับ Constraint Surface
3. Constraint Surface มีผิวแข็งเรียบและสามารถหาค่า Differentiate ได้
4. ขณะเริ่มต้นจะกำหนดค่า normal vector และ tangent vector ที่เวลาเริ่มต้น (initial time)

ขณะที่ปลาบแขนกลเคลื่อนที่ไปบน virtual plane (Q) เราสามารถหา normal vector ได้จากแรงซึ่งวัดได้โดย

$$\hat{e}_3 = \frac{F}{\|F\|}$$

$\hat{w}$ เป็น normal vector ของ virtual plane (Q) ฉะนั้นสามารถหา tangent vector ได้

$$\hat{e}_2 = \frac{\hat{w} \times \hat{e}_3}{\left\| \hat{w} \times \hat{e}_3 \right\|}$$

โดย $\hat{e}_2$ เป็น tangent vector ของ constraint surface ซึ่งจะเป็นทิศทางที่ควบคุมตำแหน่ง ส่วน $\hat{e}_3$ เป็น normal vector ของ constraint surface ซึ่งจะเป็นทิศทางที่ควบคุมแรง ส่วน vector สุดท้ายที่เหลือหาได้จากกฎมือขวา

$$\hat{e}_1 = \hat{e}_2 \times \hat{e}_3$$

จากค่า unit vector ที่ได้จะประกอบขึ้นเป็น compliance frame {c} ฉะนั้นสามารถหาค่า rotation matrix จาก compliance frame {c} ไปยังเฟรมศูนย์ จะได้

$$R_c^0 = \begin{bmatrix} \hat{e}_1 & \hat{e}_2 & \hat{e}_3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad R_0^c = R_c^{0T}$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{e}_1^T \\ \hat{e}_2^T \\ \hat{e}_3^T \end{bmatrix}$$

และหาค่า differentiate ของ R_c^0 ได้

$$\dot{R}_c^0 = \frac{R_c^0(t) - R_c^0(t - \Delta t)}{\Delta t}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย