บทที่ 2

สถิติและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้สิ่งที่สนใจศึกษาคือ การตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบถดถอยเชิงเส้นโดยการแบ่งข้อมูลด้วยวิธีดูเพล็กซ์ ซึ่งประกอบด้วย การแบ่งข้อมูลด้วยวิธีดูเพล็กซ์ การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด การประมาณค่ารากที่ p ของสัดส่วนระหว่างดีเทอร์มิแนนท์ของตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่ากับดีเทอร์มิแนนท์ของตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ $(|X'X|est/|X'X|pre)^{1/p}$ และการทดสอบความคงที่ของสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นโดยใช้การทดสอบเชา ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของแต่ละเรื่องส่วนตอนท้ายของบทจะนำเสนอผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยมีรายละเอียดต่าง ๆ เป็นดังนี้

2.1 การแบ่งข้อมูลด้วยวิธีดูเพล็กซ์

การแบ่งข้อมูลด้วยวิธีดูเพล็กซ์เป็นวิธีการที่คิดขึ้นโดย อาร์. ดับบลิว. เคนนาร์ด (R.W. Kennard) ซึ่งวิธีนี้พัฒนามาจากวิธีคาเด็กซ์ (CADEX Algorithm) ของ อาร์. ดับบลิว. เคนนาร์ด และแอล. เอ. สโตน (L . A. Stone) โดยทั้ง 2 ท่านได้เสนอวิธีคาเด็กซ์ ในปี ค.ศ. 1969 แต่ก็ยังไม่เป็นที่แพร่หลายนัก จนกระทั่งในปี ค.ศ. 1977 โรนัลด์. ดี สมิธ ได้นำวิธีดูเพล็กซ์มาใช้ในการแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุดคือ ชุดที่ใช้ในการประมาณค่าและชุดที่ใช้ในการพยากรณ์ เพื่อใช้สำหรับตรวจสอบความเหมาะสมของข้อมูลในตัวแบบถดถอย โดยนำเสนอวิธีการพร้อมทั้งยกตัวอย่างจากข้อมูลลักษณะต่าง ๆ สำหรับรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนในการแบ่งข้อมูลด้วยวิธีดูเพล็กซ์จะนำเสนอตามลำดับ แต่สิ่งสำคัญที่ผู้วิจัยต้องพึงระลึกอยู่เสมอก่อนที่จะทำการแบ่งข้อมูลด้วยวิธีนี้ก็คือ จำนวนข้อมูลที่จะแบ่งนั้นต้องมีไม่น้อยกว่า 2P + 20 ถึง 2P + 30 (P เป็นจำนวนสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นในสมการ) เพื่อให้องค์อิสระของความคลาดเคลื่อนมีเพียงพอสำหรับการทดสอบสมมติฐาน นอกจากนี้ไม่จำเป็นที่ต้องแบ่งให้ข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่ามีจำนวนเท่ากับข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ และการศึกษาในครั้งนี้จะทำการศึกษากรณีของความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย และความถดถอยเชิงเส้นเชิงพหุ ซึ่งวิธีการแบ่งข้อมูลของ

ทั้ง 2 กรณีจะใช้หลักการเดียวกัน เพียงแต่ในกรณีแรกไม่ยุ่งยากเท่ากรณีหลังเพราะเหตุว่า กรณีความถดถอยเชิงเส้นเชิงพหุมีตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัว จำเป็นต้องแปลงตัวแปรอิสระทุกตัวให้เป็นมาตรฐานและทำให้ตั้งฉากกัน (orthogonal independent variable) ก่อนที่จะแบ่งข้อมูลด้วยวิธีดูเพล็กซ์ เพื่อให้ตัวแปรอิสระทุกตัวมีหน่วยเดียวกัน มีความแปรปรวนเดียวกัน (unit variance) และมีความเป็นอิสระจากกัน สำหรับรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

2.1.1 การแปลงตัวแปรอิสระให้เป็นมาตรฐานเดียวกัน

ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีมากกว่า 1 ตัว บางครั้งตัวแปรอิสระแต่ละตัวอาจมีหน่วยที่แตกต่างกัน ดังนั้นเพื่อให้ตัวแปรอิสระทุกตัวมีหน่วยเดียวกันและความแปรปรวนเดียวกัน จึงจำเป็นต้องแปลงตัวแปรอิสระทุกตัวให้เป็นมาตรฐาน โดยใช้สูตรดังนี้

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{S_j^{1/2}} \quad , \quad \begin{matrix} i = 1,2,\ldots, n \\ j = 1,2,\ldots, k \end{matrix}$$

เมื่อ $S_j = \sum_{i=1}^{n} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2$

n = จำนวนข้อมูล

k = จำนวนตัวแปรอิสระ

2.1.2 การทำให้ตัวแปรอิสระตั้งฉากกัน

ภายหลังจากการแปลงตัวแปรอิสระให้เป็นมาตรฐาน เพื่อให้ตัวแปรอิสระทุกตัวมีความเป็นอิสระกัน ดังนั้นจึงต้องทำให้ตัวแปรอิสระตั้งฉากกันโดยมีขั้นตอนดังนี้

ให้ $A = Z'Z = T'T$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1k} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdots & A_{2k} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & A_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{k1} & A_{k2} & A_{k3} & \cdots & A_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ t_{12} & t_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \\ t_{1k} & t_{2k} & t_{3k} & \cdots & t_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & \cdots & t_{1k} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2k} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & t_{kk} \end{bmatrix}$$

ส่มาชิกของ เมตริกซ์ T คำนวณโดยใช้วิธีของโคลส่กี้ (Graybill 1976 : 229) ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

2.1.2.1 หาส่มาชิกแถวที่ 1 คอลัมน์ที่ 1 ของ เมตริกซ์ T โดย

$$t_{11} = \sqrt{A_{11}}$$

2.1.2.2 หาส่มาชิกแถวที่ 1 คอลัมน์ที่ 2 ถึง คอลัมน์ที่ k ของ เมตริกซ์ T โดย

$$t_{1j} = \frac{A_{1j}}{t_{11}} = \frac{A_{1j}}{\sqrt{A_{11}}} \quad , \quad j = 2,3,\ldots, k$$

2.1.2.3 หาส่มาชิกบนเส้นทแยงมุม (diagonal) ของ เมตริกซ์ T โดย

$$t_{ii} = \sqrt{A_{ii} - \sum_{p=1}^{i-1} t_{pi}^2} \quad , \quad i = 2,3, \ldots, k$$

2.1.2.4 หาส่มาชิกที่เหลือของ เมตริกซ์ T โดย

$$t_{ij} = \frac{1}{t_{ii}} \left[A_{ij} - \sum_{p=1}^{i-1} t_{pi}\, t_{pj} \right], \quad j > i \text{ and } i = 2,3,\ldots,k-1$$

$$t_{ij} = 0, \quad j < i \text{ and } i = 2,3,\ldots, k$$

จากนั้นตัวแปรอิสระที่ถูกทำให้ตั้งฉากจะมีความแปรปรวนเดียวกัน แล้วนำมาแปลงให้อยู่ในรูปใหม่โดย

$$W = ZT^{-1}$$

เมื่อแปลงตัวแปรอิสระให้อยู่ในรูปของ W เรียบร้อยแล้ว จึงนำตัวแปรที่ได้เหล่านี้มาคำนวณหาระยะทาง เพื่อที่จะแบ่งข้อมูลออกเป็น ชุดที่ใช้ในการประมาณค่า และชุดที่ใช้ในการพยากรณ์โดยใช้สูตรในการคำนวณหาระยะทางดังนี้

$$D_{ij} = \sum_{h=1}^{k} (W_{hi} - W_{hj})^2, \quad i = 1,2, \ldots, n \; ; \; j = 1,2, \ldots, n, \; i \neq j$$

เมื่อ D_{ij} เป็นระยะทางจากค่าสังเกตที่ i ไปยังค่าสังเกตที่ j รวมระยะทางในทุก ๆ ตัวแปรอิสระ

W_{hi} เป็นตัวแปรอิสระที่ h ในค่าสังเกตที่ i

W_{hj} เป็นตัวแปรอิสระที่ h ในค่าสังเกตที่ j

k เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

2.1.3 ขั้นตอนในการแบ่งข้อมูลด้วยวิธีดูเพล็กซ์

2.1.3.1 หาค่าสังเกต 2 ค่าใด ๆ เพื่อเป็นข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า 2 ค่าแรก โดยพิจารณาระยะทางที่ใกล้ที่สุดจากค่าสังเกตที่ i ใด ๆ ไปยังค่าสังเกตที่ j ใดๆ

2.1.3.2 หาค่าสังเกต 2 ค่าใด ๆ เพื่อเป็นข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ 2 ค่าแรก จากข้อมูลที่เหลือจาก 2.1.3.1 โดยพิจารณาระยะทางที่ใกล้ที่สุดจากค่าสังเกตที่ i ใด ๆ ไปยังค่าสังเกตที่ j ใด ๆ

2.1.3.3 หาข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า ค่าต่อไป จากข้อมูลที่เหลือจาก 2.1.3.2 โดย

ก. หาระยะทางจากทุก ๆ ค่าสังเกตที่เหลือจาก 2.1.3.2 ไปยังค่าสังเกตแรกของข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

ข. หาระยะทางจากทุก ๆ ค่าสังเกตที่เหลือจาก 2.1.3.2 ไปยังค่าสังเกตที่ 2 ของข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

ค. ในแต่ละค่าสังเกตเลือกค่าระยะทางที่น้อย (minimum) ระหว่างค่าระยะทางที่คำนวณได้จาก ก. และ ข. เพียงหนึ่งค่า

ง. ในบรรดาค่าสังเกตที่เหลือจาก 2.1.3.2 ค่าสังเกต i ใด ๆ ที่ให้ค่าระยะทางมากที่สุด จากบรรดาค่าที่น้อย (maximin) จะถูกเลือกมาเป็นข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า ค่าต่อไป

2.1.3.4 หาข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ ค่าต่อไป จากข้อมูลที่เหลือจาก 2.1.3.3 โดย

ก. หาระยะทางจากทุก ๆ ค่าสังเกตที่เหลือจาก 2.1.3.3 ไปยังค่าสังเกตแรกของข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์

ข. หาระยะทางจากทุก ๆ ค่าสังเกตที่เหลือจาก 2.1.3.3 ไปยังค่าสังเกตที่ 2 ของข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์

ค. ในแต่ละค่าสังเกตเลือกค่าระยะทางที่น้อย (minimum) ระหว่างค่าระยะทางที่คำนวณได้จาก ก. และ ข. เพียงหนึ่งค่า

ง. ในบรรดาค่าสังเกตที่เหลือจาก 2.1.3.3 ค่าสังเกต i ใด ๆ ที่ให้ค่าระยะทางมากที่สุดจากบรรดาค่าที่น้อย (maximin) จะถูกเลือกมาเป็นข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ ค่าต่อไป

2.1.3.5 หาข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า ค่าต่อไป จากข้อมูลที่เหลือจาก 2.1.3.4 โดยวิธีเดิม (2.1.3.3)

2.1.3.6 หาข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ ค่าต่อไป จากข้อมูลที่เหลือจาก 2.1.3.5 โดยวิธีเดิม (2.1.3.4)

2.1.3.7 ทำเช่นนี้จนหมดข้อมูล จะได้ข้อมูลเป็น 2 ชุดคือ ชุดที่ใช้ในการประมาณค่าและชุดที่ใช้ในการพยากรณ์

2.2 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์วิธีนี้มีรากฐานมาจากทฤษฎีการประมาณเชิงเส้น(Theory of Linear Estimation)ที่คิดขึ้นโดย คาร์ล เฟรดริก เกาส์(Karl Friedrick Gauss)ในปีค.ศ. 1777-1855 และ อังเดร แอนดรีวิช มาร์คอฟ(Andrei Andreevich Markov)ในปีค.ศ. 1856-1922 โดยมีหลักในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์คือ ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด ซึ่งแสดงรายละเอียดดังนี้

นิยาม 2.1 จากสมการ $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ เมื่อ $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N(0,\sigma^2 I)$ ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของ $\underset{\sim}{\beta}$ คือ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Sum Square Errors)หรือ SSE มีค่าน้อยที่สุด

จากนิยาม 2.1 จะทำการหาตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดได้ดังนี้

เนื่องจาก $$SSE = \underset{\sim}{e}'\underset{\sim}{e}$$

$$= (\underset{\sim}{Y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}})'(\underset{\sim}{Y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}})$$

$$= (\underset{\sim}{Y}'\underset{\sim}{Y} - 2\hat{\underset{\sim}{\beta}}X'\underset{\sim}{Y} + \hat{\underset{\sim}{\beta}}X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}}$$

การหาค่าน้อยที่สุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนทำได้โดยการดิฟเฟอเรน-ชิเอท (differentiate) เทียบกับ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ แล้วกำหนดให้เท่ากับ 0 ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial\hat{\underset{\sim}{\beta}}}(\underset{\sim}{Y}'\underset{\sim}{Y} - 2\hat{\underset{\sim}{\beta}}X'\underset{\sim}{Y} + \hat{\underset{\sim}{\beta}}X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}}) = 0$$

$$-2X'\underset{\sim}{Y} + 2X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}} = 0$$

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{Y}$$

ในการศึกษาครั้งนี้จะทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นจากข้อมูล 3 ชุด คือ ข้อมูลทั้งหมด ข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า และข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ เพื่อที่จะนำไปใช้ในการทดสอบเช่า ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.2.1 ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นจากข้อมูลทั้งหมด

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1} X'\underset{\sim}{Y}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{Y}$ เป็นเวคเตอร์ของตัวแปรตามขนาด (nxl)

X เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด (nxp)

n เป็นจำนวนข้อมูลทั้งหมด

p เป็นจำนวนสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้น

2.2.2 ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นจากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_e = (X_e' X_e)^{-1} X_e' \underset{\sim}{Y}_e$$

เมื่อ $\underset{\sim}{Y}_e$ เป็นเวคเตอร์ของตัวแปรตามขนาด (mxl)

X_e เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด (mxp)

m เป็นจำนวนข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

2.2.3 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นจากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{pr} = (X_{pr}' X_{pr})^{-1} X_{pr}' \underset{\sim}{Y}_{pr}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{Y}_{pr}$ เป็นเวคเตอร์ของตัวแปรตามขนาด (ℓxl)

X_{pr} เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด (ℓxp)

ℓ เป็นจำนวนข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์

และ $m + \ell = n$

2.3 <u>การประมาณค่ารากที่ P ของสัดส่วนระหว่างดีเทอร์มิแนนท์ของตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่ากับดีเทอร์มิแนนท์ของตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์</u>

ในการพิจารณาว่าตัวแปรอิสระของข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าและของข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์มีลักษณะคล้ายคลึงกันมากน้อยเพียงใด โรนัลด์.ดี. ล่นี ได้แนะนำถึงการใช้คุณสมบัติทางสถิติของข้อมูลทั้ง 2 ชุดมาเปรียบเทียบกัน โดยพิจารณาจาก

$$(|X'X|_{est} / |X'X|_{pre})^{1/p}$$

เมื่อ $|X'X|_{est}$ เป็นดีเทอร์มิแนนท์ของตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

$|X'X|_{pre}$ เป็นดีเทอร์มิแนนท์ของตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์

p เป็นจำนวนสมประสิทธิ์ถดถอยในสมการ

โดยค่าที่ประมาณได้จะเข้าใกล้ 1 ถ้าตัวแปรอิสระของข้อมูลทั้ง 2 ชุดมีลักษณะคล้ายคลึงกัน แต่ถ้าหากค่าที่ประมาณได้ต่างไปจาก 1 มาก แสดงว่าตัวแปรอิสระของข้อมูล 2 ชุดมีลักษณะที่แตกต่างกัน ไม่เหมาะสมที่จะนำข้อมูลทั้งหมดมาพิจารณาในการสร้างตัวแบบถดถอยเพื่อการพยากรณ์ เพราะจะทำให้เกิดความเลี่ยงสูง

2.4 <u>การทดสอบความคงที่ของสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นโดยใช้การทดสอบเชา</u>

จุดประสงค์ของการตรวจสอบความเหมาะสมของข้อมูลในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นด้วยวิธีดูเพล็กซ์ก็คือ เพื่อพิจารณาว่าตัวประมาณที่ได้จากข้อมูลทั้งหมดสมควรจะนำไปใช้พยากรณ์หรือไม่ ซึ่งจะตรวจสอบโดยทำการแบ่งข้อมูลด้วยวิธีดูเพล็กซ์ หลังจากนั้นจะได้ข้อมูลชุดที่ใช้ในการประมาณค่าและชุดที่ใช้ในการพยากรณ์ จากข้อมูลทั้ง 2 ชุดนำมาหาตัวประมาณคือ

$$\hat{\underset{\sim}{Y}}_e = X_e \hat{\underset{\sim}{\beta}}_e$$

$$\hat{\underset{\sim}{Y}}_{pr} = X_{pr} \hat{\underset{\sim}{\beta}}_{pr}$$

เมื่อ $\hat{Y}_{e}$ เป็นเวคเตอร์ของตัวประมาณที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า ขนาด (mxl)

X_{e} เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระของข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า ขนาด (mxp)

$\hat{\beta}_{e}$ เป็นสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าขนาด (pxl)

$\hat{Y}_{pr}$ เป็นเวคเตอร์ของตัวประมาณที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ ขนาด (ℓxl)

X_{pr} เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระของข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ขนาด (ℓxp)

$\hat{\beta}_{pr}$ เป็นสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ ขนาด (pxl)

m เป็นจำนวนข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

ℓ เป็นจำนวนข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์

และ $m + \ell = n$ หรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ในการพิจารณาว่าตัวประมาณที่ได้จากข้อมูลทั้งหมดสมควรจะนำไปใช้ในการพยากรณ์หรือไม่จะพิจารณาจากความคงที่ของสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นในสมการ โดยการทดสอบสมมติฐานที่ว่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ประมาณจากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า ($\hat{\beta}_{e}$) และสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ประมาณจากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ ($\hat{\beta}_{pr}$) มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ ได้มีผู้ที่ศึกษาเรื่องการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นจากตัวอย่าง 2 ชุดคือ เชา (Chow 1960:591-605) โดยทำการศึกษาเกี่ยวกับความถดถอยเชิงเส้นที่แสดงถึงความสัมพันธ์ทางด้านเศรษฐศาสตร์ในเรื่องของฟังก์ชันการบริโภค (consumption function) ที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรต่าง ๆ เช่น รายได้ ระดับราคา ความต้องการของผู้บริโภค และปริมาณการผลิต เป็นต้น เมื่อมีการใช้ความถดถอยเชิงเส้นในการแสดงความสัมพันธ์ทางด้านเศรษฐศาสตร์มากขึ้น จึงทำให้เกิดคำถามที่ว่าความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นจะ

ยังคงใช้ได้หรือไม่ในช่วงระยะเวลาที่ต่างกัน เขาได้ใช้หลักสถิติในการตอบคำถามเหล่านี้ โดยการทดสอบตัวแบบถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากกลุ่มของข้อมูล 2 ชุด ชุดแรกคือ ข้อมูลที่มีอยู่เดิม ส่วนชุดที่ 2 คือข้อมูลที่เก็บในระยะเวลาต่อมา จะแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ การทดสอบสมมติฐานจะทำให้ทราบว่าในช่วงระยะเวลาที่ต่างกันลักษณะหรือรูปแบบของความสัมพันธ์จะเปลี่ยนแปลงไปหรือไม่ เบิร์ค (Berk 1984 : 331-338) ได้แนะนำถึงการทดสอบเขาว่าเหมาะสมที่จะนำมาทดสอบความคงที่ของสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้น ดังนั้นจึงทำให้เกิดแนวความคิดในการทดสอบค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าและค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ ว่าจะแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่

ข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบเขา

1. ตัวแปรอิสระแต่ละตัวเป็นค่าคงที่

2. ความคลาดเคลื่อนเป็นอิสระซึ่งกันและกัน และมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวน σ^2 ซึ่งการวิจัยในครั้งนี้จะฝ่าฝืนข้อตกลงนี้คือ ความคลาดเคลื่อนจะมีการแจกแจงแบบโลจิสติค ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล และปกติปลอมปน

3. จำนวนข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่ามีมากกว่าจำนวนสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นในสมการ

การทดสอบในที่นี้จะพิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า และค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ โดยพิจารณาว่าข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าคือข้อมูลเดิมที่มีอยู่ ส่วนข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์คือข้อมูลที่เก็บในระยะเวลาต่อมา

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ

H_o : สัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีค่าเท่ากัน

$(\beta_e = \beta_{pr})$

H_a : สัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีค่าแตกต่างกัน

$(\beta_e \neq \beta_{pr})$ สถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$F = \frac{\| X_e\hat{\beta}_e - X_e\hat{\beta} \|^2 + \| X_{pr}\hat{\beta}_{pr} - X_{pr}\hat{\beta} \|^2}{\| Y_e - X_e\hat{\beta}_e \|^2 + \| Y_{pr} - X_{pr}\hat{\beta}_{pr} \|^2} \cdot \frac{(m+ \ell-2p)}{p}$$

หรือ

$$F = \frac{(A-B-C)}{p} \Big/ \frac{(B+C)}{(m+\ell -2p)}$$

เมื่อ

$A = (Y - X\hat{\beta})' (Y - X\hat{\beta})$ หรือผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของข้อมูลทั้งหมดโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณจากข้อมูลทั้งหมด

$B = (Y_e - X_e\hat{\beta}_e)' (Y_e - X_e\hat{\beta}_e)$ หรือผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณจากข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

$C = (Y_{pr} - X_{pr}\hat{\beta}_{pr})' (Y_{pr} - X_{pr}\hat{\beta}_{pr})$ หรือผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณจากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์

p = จำนวนสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นในสมการ

m = จำนวนข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

ℓ = จำนวนข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์

$m+ \ell=n$ หรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

เกณฑ์การตัดสินใจ

จะปฏิเสธสมมติฐาน H_o เมื่อ $F > F(p , m+ \ell- 2p)$

เมื่อ $F(p, m+\ell - 2p)$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากตารางเอฟ (F table) ที่องศาอิสระ p กับ $m+ \ell- 2p$ ณ ระดับนัยสำคัญ α

การพิสูจน์สูตรแสดงได้ดังนี้

การทดสอบความเท่ากันของสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นของตัวอย่าง 2 ชุด โดยตัวแบบถดถอยเชิงเส้นของตัวอย่างทั้ง 2 ชุด มีรูปแบบดังนี้

$$\underset{\sim}{Y}_1 = X_1\underset{\sim}{\beta}_1 + \underset{\sim}{\varepsilon}_1 = X_1\underset{\sim}{\beta}_1 + 0\,\underset{\sim}{\beta}_2 + \underset{\sim}{\varepsilon}_1$$

$$\underset{\sim}{Y}_2 = X_2\underset{\sim}{\beta}_2 + \underset{\sim}{\varepsilon}_2 = 0\,\underset{\sim}{\beta}_1 + X_2\underset{\sim}{\beta}_2 + \underset{\sim}{\varepsilon}_2 \qquad (1)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix}\underset{\sim}{Y}_1\\ \underset{\sim}{Y}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}X_1 & 0\\ 0 & X_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underset{\sim}{\beta}_1\\ \underset{\sim}{\beta}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\underset{\sim}{\varepsilon}_1\\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2\end{bmatrix}$$

ภายใต้สมมติฐาน $H_o : \underset{\sim}{\beta}_1 = \underset{\sim}{\beta}_2 = \underset{\sim}{\beta}$ จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix}\underset{\sim}{Y}_1\\ \underset{\sim}{Y}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix}\underset{\sim}{\beta} + \begin{bmatrix}\underset{\sim}{\varepsilon}_1\\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2\end{bmatrix} \qquad (2)$$

ถ้าสมมติฐาน $H_o : \underset{\sim}{\beta}_1 = \underset{\sim}{\beta}_2 = \underset{\sim}{\beta}$ เป็นจริง ตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของ $\underset{\sim}{\beta}$ คือ

$$\underset{\sim}{b}_o = \left[(X_1' \; X_2')\begin{pmatrix}X_1\\ X_2\end{pmatrix}\right]^{-1}\left[X_1' \; X_2'\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{Y}_1\\ \underset{\sim}{Y}_2\end{bmatrix} \qquad (3)$$

$$= \left[X_1' X_1 + X_2' X_2\right]^{-1}\left[X_1' \; X_2'\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{Y}_1\\ \underset{\sim}{Y}_2\end{bmatrix} = \underset{\sim}{\beta} + \left[X_1' X_1 + X_2' X_2\right]^{-1}\left[X_1' \; X_2'\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{\varepsilon}_1\\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2\end{bmatrix}$$

ดังนั้นความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นคือ

$$\begin{bmatrix}\underset{\sim}{Y}_1\\ \underset{\sim}{Y}_2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix}\underset{\sim}{b}_o = \begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix}\underset{\sim}{\beta} + \begin{bmatrix}\underset{\sim}{\varepsilon}_1\\ \underset{\sim}{\varepsilon}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix}\underset{\sim}{\beta} - \begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix}\left[X_1' X_1 + X_2' X_2\right]^{-1}\left[X_1' \; X_2'\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{\varepsilon}_1\\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2\end{bmatrix} \qquad (4)$$

$$= \left[I - \begin{pmatrix}X_1\\ X_2\end{pmatrix}(X_1' X_1 + X_2' X_2)^{-1}(X_1' \; X_2')\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{\varepsilon}_1\\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2\end{bmatrix}$$

ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนคือ

$$\left\| \begin{pmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \underset{\sim}{b}_o \right\|^2 = \left[\begin{pmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \underset{\sim}{b}_o \right]' \left[\begin{pmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \underset{\sim}{b}_o \right] \quad (5)$$

$$= \left[\underset{\sim}{\varepsilon}_1' \underset{\sim}{\varepsilon}_2' \right] \left[I - \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} (X_1' X_1 + X_2' X_2)^{-1} (X_1' X_2') \right] \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\varepsilon}_1 \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2 \end{bmatrix}$$

เพราะเหตุว่าความคลาดเคลื่อนได้จากค่าสังเกต $m+\ell$ ค่า ซึ่งมีตัวแปร p ตัว ดังนั้นอันดับ (rank) ของความคลาดเคลื่อนคือ $m+\ell-p$ (Kempthorne 1952:54-59)

ถ้าสมมติฐานแย้ง $H_a : \underset{\sim}{\beta}_1 \neq \underset{\sim}{\beta}_2$ เป็นจริง โดยพิจารณาสมการ (1) ตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของ $\underset{\sim}{\beta}_1$ และ $\underset{\sim}{\beta}_2$ คือ

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{b}_1 \\ \underset{\sim}{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1'X_1 & 0 \\ 0 & X_2'X_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_1' & 0 \\ 0 & X_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (X_1'X_1)^{-1} X_1' \underset{\sim}{Y}_1 \\ (X_2'X_2)^{-1} X_2' \underset{\sim}{Y}_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นภายใต้สมมติฐานแย้ง H_a คือ

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 - X_1 \underset{\sim}{b}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 - X_2 \underset{\sim}{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[I - X_1 (X_1'X_1)^{-1} X_1' \right] \underset{\sim}{\varepsilon}_1 \\ \left[I - X_2 (X_2'X_2)^{-1} X_2' \right] \underset{\sim}{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนคือ

$$\left\| \begin{matrix} \underset{\sim}{Y}_1 - X_1 \underset{\sim}{b}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 - X_2 \underset{\sim}{b}_2 \end{matrix} \right\|^2 = \left\| \underset{\sim}{Y}_1 - X_1 \underset{\sim}{b}_1 \right\|^2 + \left\| \underset{\sim}{Y}_2 - X_2 \underset{\sim}{b}_2 \right\|^2 \quad (8)$$

$$= \underset{\sim}{\varepsilon}_1' \left[I - X_1 (X_1'X_1)^{-1} X_1' \right] \underset{\sim}{\varepsilon}_1 + \underset{\sim}{\varepsilon}_2' \left[I - X_2 (X_2'X_2)^{-1} X_2' \right] \underset{\sim}{\varepsilon}_2$$

อันดับของเทอมทางขวามือคือ m-p และ ℓ -p ตามลำดับและเนื่องจาก $\underset{\sim}{\varepsilon}_1$ และ $\underset{\sim}{\varepsilon}_2$ เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นอันดับของเทอมทางซ้ายมือคือ m +ℓ-2p

จากสมการ (5) ภายใต้สมมติฐาน H_o จะเขียนให้อยู่ในรูปของสมการ (8) ภายใต้สมมติฐานแย้ง H_a บวกกับผลบวกกำลังสองของผลต่าง

$$\left[X_1\underset{\sim}{b}_1 - X_1\underset{\sim}{b}_o\right] \text{ และ } \left[X_2\underset{\sim}{b}_2 - X_2\underset{\sim}{b}_o\right]$$

ดังนั้นสมการที่ได้คือ

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 - X_1\underset{\sim}{b}_o \\ \underset{\sim}{Y}_2 - X_2\underset{\sim}{b}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 - X_1\underset{\sim}{b}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 - X_2\underset{\sim}{b}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_1\underset{\sim}{b}_1 - X_1\underset{\sim}{b}_o \\ X_2\underset{\sim}{b}_2 - X_2\underset{\sim}{b}_o \end{bmatrix} \tag{9}$$

ผลบวกกำลังสองของสมาชิกในแต่ละเทอมของสมการ (9) คือ

$$\left\| \begin{matrix} \underset{\sim}{Y}_1 - X_1\underset{\sim}{b}_o \\ \underset{\sim}{Y}_2 - X_2\underset{\sim}{b}_o \end{matrix} \right\|^2 = \left\| \begin{matrix} \underset{\sim}{Y}_1 - X_1\underset{\sim}{b}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 - X_2\underset{\sim}{b}_2 \end{matrix} \right\|^2 + \left\| \begin{matrix} X_1\underset{\sim}{b}_1 - X_1\underset{\sim}{b}_o \\ X_2\underset{\sim}{b}_2 - X_2\underset{\sim}{b}_o \end{matrix} \right\|^2 \tag{10}$$

หรือ

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \tag{11}$$

จะแสดงว่าอันดับของ Q_3 มีค่ามากที่สุดคือ P , จากสมการ (3) และ (6) จะได้ว่า

$$\left[X_1'X_1 + X_2'X_2\right]\underset{\sim}{b}_o = X_1'\underset{\sim}{Y}_1 + X_2'\underset{\sim}{Y}_2 = X_1'X_1\underset{\sim}{b}_1 + X_2'X_2\underset{\sim}{b}_2 \tag{12}$$

หรือ

$$\underset{\sim}{b}_2 - \underset{\sim}{b}_o = -(X_2'X_2)^{-1}X_1'X_1(\underset{\sim}{b}_1 - \underset{\sim}{b}_o) \tag{13}$$

นำสมการ (13) ไปใช้ใน Q_3 จะได้เป็น

$$Q_3 = \left\| \begin{matrix} X_1(\underset{\sim}{b}_1 - \underset{\sim}{b}_o) \\ -X_2(X_2'X_2)^{-1}X_1'X_1(\underset{\sim}{b}_1 - \underset{\sim}{b}_o) \end{matrix} \right\|^2 \tag{14}$$

$$= \left[\underset{\sim}{b}_1' - \underset{\sim}{b}_o'\right]\left[X_1' - X_1'X_1(X_2'X_2)^{-1}X_2'\right]\begin{bmatrix} X_1 \\ -X_2(X_2'X_2)^{-1}X_1'X_1 \end{bmatrix}\left[\underset{\sim}{b}_1 - \underset{\sim}{b}_o\right]$$

สมการ (14) คือรูปแบบกำลังสอง (quadratic form) ใน $\underset{\sim}{b}_1 - \underset{\sim}{b}_o$ ซึ่งอันดับจะมีค่าไม่เกิน p และจากสมการ (3) $\underset{\sim}{b}_1 - \underset{\sim}{b}_o$ คือการแปลงเชิงเส้น(linear transformation) ของความคลาดเคลื่อน ($\underset{\sim}{\varepsilon}$) ดังนั้นจะได้ว่า

$$\underset{\sim}{b}_1 - \underset{\sim}{b}_o = \underset{\sim}{\beta}_1 - \underset{\sim}{\beta} + \left\{\left[(X_1'X_1)^{-1}X_1'0\right] - \left[X_1'X_1 + X_2'X_2\right]^{-1}\left[X_1'X_2'\right]\right\}\begin{bmatrix}\underset{\sim}{\varepsilon}_1 \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2\end{bmatrix} \quad (15)$$

ภายใต้สมมติฐาน $H_o : \underset{\sim}{\beta}_1 = \underset{\sim}{\beta}_2 = \underset{\sim}{\beta}$, Q_3 ก็คือรูปแบบกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ซึ่งมีค่าอันดับไม่เกิน p จากสมการ (15) จะเห็นได้ว่า Q_3 จะมีค่ามาก ถ้า สมมติฐาน H_o เป็นเท็จ

เนื่องจากอันดับของ Q_2 คือ $m+\ell-2p$ อันดับของ Q_3 คือ p และอันดับของ Q_1 มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ อันดับของ Q_2 บวกอันดับของ Q_3 ดังนั้นภายใต้สมมติฐาน H_o , Q_2 และ Q_3 จะมีการแจกแจงอย่างอิสระเป็น $\chi^2(m+\ell-2p)\sigma^2$ และ $\chi^2(p)\sigma^2$ ซึ่งเราสามารถทดสอบสมมติฐาน H_o โดยใช้ค่าสัดส่วนเอฟ (F-ratio)

$$F(p, m+\ell-2p) = \frac{Q_3 \mid p}{Q_2 \mid (m+\ell-2p)}$$

$$= \frac{\left\|X_1\underset{\sim}{b}_1 - X_1\underset{\sim}{b}_o\right\|^2 + \left\|X_2\underset{\sim}{b}_2 - X_2\underset{\sim}{b}_o\right\|^2}{\left\|Y_1 - X_1b_1\right\|^2 + \left\|Y_2 - X_2b_2\right\|^2} \cdot \frac{(m+\ell-2p)}{p}$$

2.5 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาเรื่องความเหมาะสมของตัวแบบถดถอยเชิงเส้นนั้นมีผู้ศึกษาไว้ไม่มากนัก ดังนั้นผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จึงมีอยู่น้อย แต่ก็ยังมีนักวิจัยบางท่านที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับวิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบถดถอยเชิงเส้น ซึ่งวิธีที่น่าสนใจที่จะนำเสนอพร้อมทั้งข้อสรุปต่าง ๆ มีดังนี้คือ

2.5.1 ตรวจสอบตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์และสัมประสิทธิ์ของตัวแบบ (Check on Model Prediction and Coefficients) ในบางครั้งค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ประมาณได้จากข้อมูล ($\hat{\beta}$) โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดอาจไม่ดีเท่าที่ควร จากการศึกษาของโรนัลด์ ดี. สมี พบว่าถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ต่อกัน (multicolinearity) ควรใช้วิธีริดจ์รีเกรสชั่น (Ridge Regression) ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นแล้วจึงนำตัวแบบที่ได้มาตรวจสอบความเหมาะสม

2.5.2 การตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบถดถอยด้วยข้อมูลใหม่ (Validating Regression Model with New Data) โดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่เป็นข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าและใช้ข้อมูลใหม่ (new data) เป็นข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์ จากการศึกษาของเบิร์คพบว่าในการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบถดถอยสิ่งที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งก็คือ วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอย ควรสอดคล้องกับลักษณะของข้อมูลคือ ถ้าตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามในลักษณะเดียวกัน วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของลินด์เลย์-สมิท เบยส์ (Lindley-Smith Bayes) จะให้ผลดีส่วนวิธีการคัดเลือกตัวแปร (Subset Selection) จะให้ผลดีถ้าตัวแปรอิสระมีไม่มาก และทราบว่าตัวแปรอิสระตัวใดมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอย่างเห็นได้ชัด แต่อย่างไรก็ตามวิธีการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบโดยวิธีนี้ก็ยังมีข้อบกพร่องดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 1