บทที่ 3

ทฤษฎีที่ใช้ในการเขียนโปรแกรม

3.1 ทฤษฎีโดยทั่วไปที่ใช้เขียนโปรแกรม

เนื่องจากลักษณะรูปแบบของทางแยกต่างระดับ ประกอบด้วย เส้นตรง ไค้งวงกลม ไค้งพาราโบลา และไค้ง Spiral ที่นำมาต่อกัน การต่อกันระหว่างเส้นเหล่านี้มีข้อกำหนด ดังนี้

1) รัศมีของเส้นที่จะมาต่อกันต้องเท่ากัน

2) แนวทางของเส้นที่จะต่อกันต้องเท่ากัน

กฎเกณฑ์ทั้ง 2 ข้อนี้มีข้อยกเว้นบ้าง เช่น ในกรณีที่เส้นตรง ($R = \infty$) ต่อกับไค้งวงกลม ($R = R$ ใด ๆ) รัศมีจะไม่เท่ากัน แต่ถ้ารัศมีของไค้งวงกลมมีค่ามาก ก็สามารถที่จะต่อกันได้ เป็นต้น

การป้อนข้อมูลให้เครื่องคอมพิวเตอร์ (Input) จะใช้ข้อมูลส่วนใหญ่ที่กำหนดในข้อกำหนดทางด้านเรขาคณิตในหัวข้อ 2.3 นอกจากนี้ เพื่อให้สามารถได้รูปที่ต้องการ จึงต้องมีการป้อนค่าบางค่าที่จำเป็นร่วมด้วย เช่น ในกรณีของเส้นไค้งแนวราบต้องป้อนค่า Deflection Angle ร่วมด้วย เนื่องจาก เมื่อป้อนค่านี้แล้วจะสามารถแก้สมการได้และมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว เป็นต้น

ในการคำนวณค่าต่าง ๆ จะแบ่งเส้นต่าง ๆ เป็นส่วน ๆ แล้วแต่ลักษณะของเส้น โดยแบ่งเป็นเส้นตรง เส้นไค้งวงกลม เส้น Spiral เส้นพาราโบลา แต่ละเส้นจะมีพารามิเตอร์เป็นของตัวเอง เพื่อกำหนดลักษณะของแต่ละเส้นและสามารถคำนวณและวาดรูปของเส้นต่าง ๆ ได้จากพารามิเตอร์เหล่านี้ รายละเอียดจะได้อธิบายในข้อ 3.2 และ 3.3 ต่อไป

3.2 ทฤษฎีที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมไค้งแนวราบ

พารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุมคุณสมบัติของเส้นในไค้งแนวราบ คือ

1) เส้นตรง ใช้พิกัดของจุดแรกของเส้น และพิกัดของจุดสุดท้ายของเส้น หรือใช้พิกัดของจุดแรกและมุม (Slope) ของเส้นตรงและความยาวของเส้นตรงก็ได้

2) เส้นไค้งวงกลม พารามิเตอร์ที่กำหนดคือ จุดแรกของวงกลม จุดศูนย์กลางการหมุนไปทางซ้ายหรือขวาและจุดสุดท้ายหรืออาจเป็นความยาวไค้งก็ได้หรืออาจจะกำหนดจุดแรกของวงกลม รัศมี มุมระหว่างจุดศูนย์กลางกับจุดแรก การหมุนไปทางซ้ายหรือขวา จุดสุดท้ายหรือความยาวไค้งก็ได้

3) โค้ง Spiral พารามิเตอร์ที่กำหนดคือ จุดแรกของโค้ง มุม (Slope) ของจุดแรกรัศมีความโค้งของจุดสุดท้ายและความยาวโค้ง Spiral

3.2.1 การใช้โค้งวงกลมร่วมกับโค้ง Spiral

เนื่องจากทฤษฎีการหาค่าของโค้ง Spiral มีในหนังสือทั่ว ๆ ไปในที่นี้จึงจะสรุปสูตรและรูปแบบไว้เพื่อใช้ในการศึกษารูปแบบที่ซับซ้อนขึ้นและสามารถใช้ประยุกต์กับทางแยกต่างระดับ ดังรูปที่ 3.1

สูตรต่าง ๆ มีดังนี้

กำหนดให้ L เป็นความยาวโค้ง Spiral

R เป็นรัศมีความโค้ง

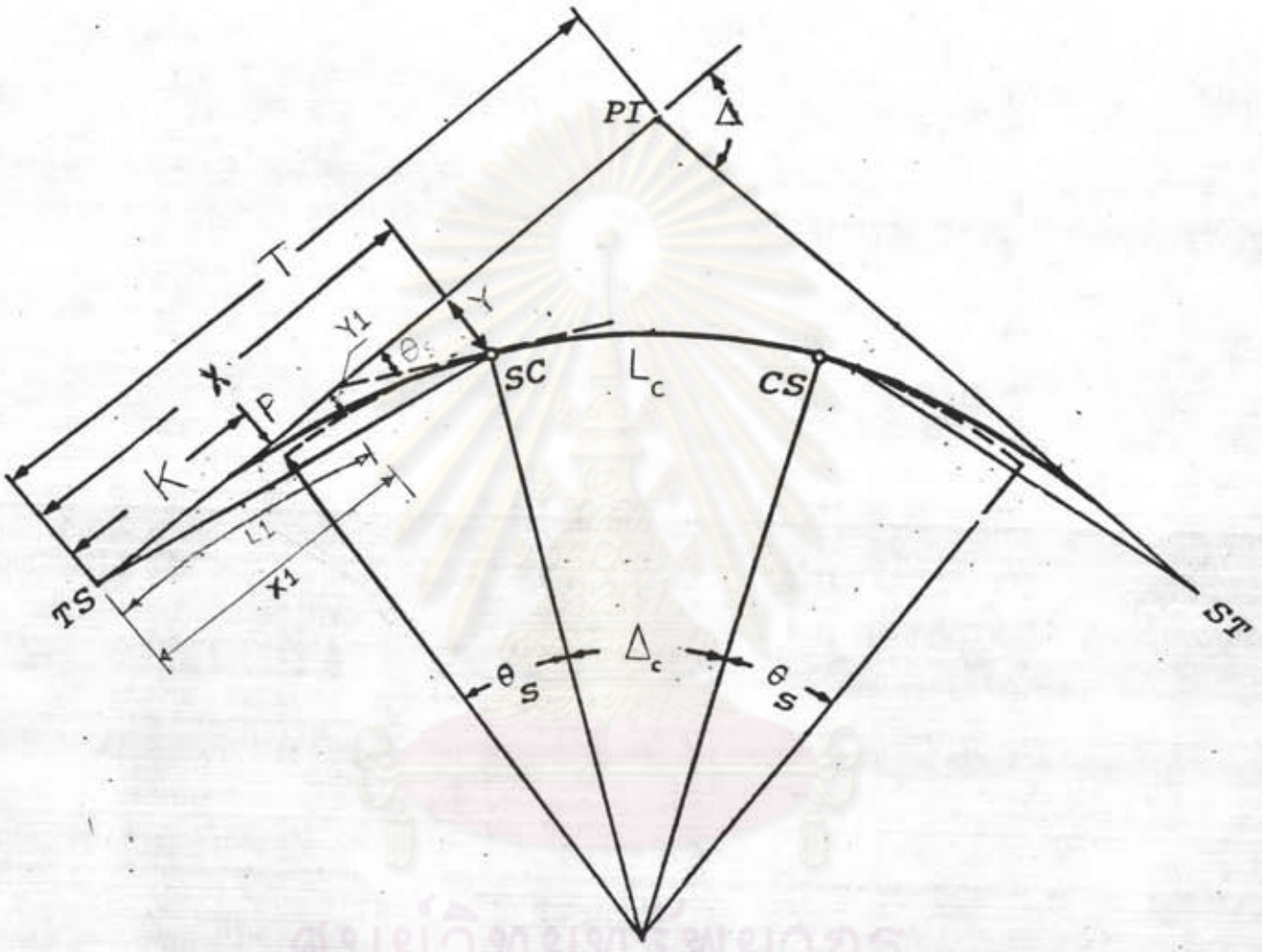
$$\theta_s = \frac{180L}{2R\pi} \quad \text{(หน่วยเป็นองศา)}$$

$$= \frac{L}{2R} \quad \text{(หน่วยเป็นเรเดียน)}$$

$$X = L - \frac{L^3}{40R^2} + \frac{L^5}{3456R^4} - \frac{L^7}{599040R^6}$$

$$Y = \frac{L^2}{6R} - \frac{L^4}{336R^3} + \frac{L^6}{42240R^5} - \frac{L^8}{9676800R^7}$$

$$P = X - R(1-\cos\theta_s)$$



รูปที่ 3.1 ส่วนต่าง ๆ ของโค้ง Spiral

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$K = X - R \sin \theta_s$$

$$T = (R+P) \tan \left[\frac{\Delta}{2}\right]$$

$$\Delta_c = \Delta - 2\theta_s$$

$$L_c = \Delta_c R \quad \text{(หน่วย } c \text{ เป็นเรเดียน)}$$

ที่ Length of Spiral= L1 X1,Y1 ใด ๆ คำนวณได้จาก

$$X1 = L1 - \frac{L1^5}{40\,R^2L^2} + \frac{L1^9}{3456\,R^4L^4} + \frac{L1^{13}}{599040\,R^6L^6}$$

$$Y1 = \frac{L1^3}{6RL} - \frac{L1^7}{336\,R^3L^3} + \frac{L1^{11}}{42240R^5L^5} - \frac{L1^{15}}{9676800R^7L^7}$$

3.2.2 <u>ทฤษฎีในการออกแบบ Ramp</u>

รูปที่ 3.2 แสดงรูปของการวางโค้งเพื่อเชื่อมระหว่างเส้นตรงเส้นหนึ่งกับเส้นโค้งอีกเส้นหนึ่ง ในการคำนวณนี้ ขั้นแรกจะต้องหาจุดศูนย์กลางของโค้งวงกลมของ Ramp (จุด O ในรูปที่ 3.2) ก่อนเพื่อใช้หาส่วนอื่น ๆ ต่อไป การที่จะหาจุดศูนย์กลางของโค้งวงกลมได้จะต้องหาจุดตัดของเส้น 2 เส้นจากการอ้างอิงจากเส้นเดิม ดังในรูปที่ 3.2 จุด O คือ จุดศูนย์กลางของโค้งวงกลม S1 เป็นระยะระหว่างเส้น Main Line ไปถึงจุดศูนย์กลาง ในที่นี้ S1 = P1+R+D1 แต่ในกรณีของเส้นโค้งวงกลมจะใช้วิธีแบบเดียวกับเส้นตรงไม่ได้ เนื่องจากจุดที่จะเชื่อมกับ Main Line คือจุด B ไม่ใช่จุด C

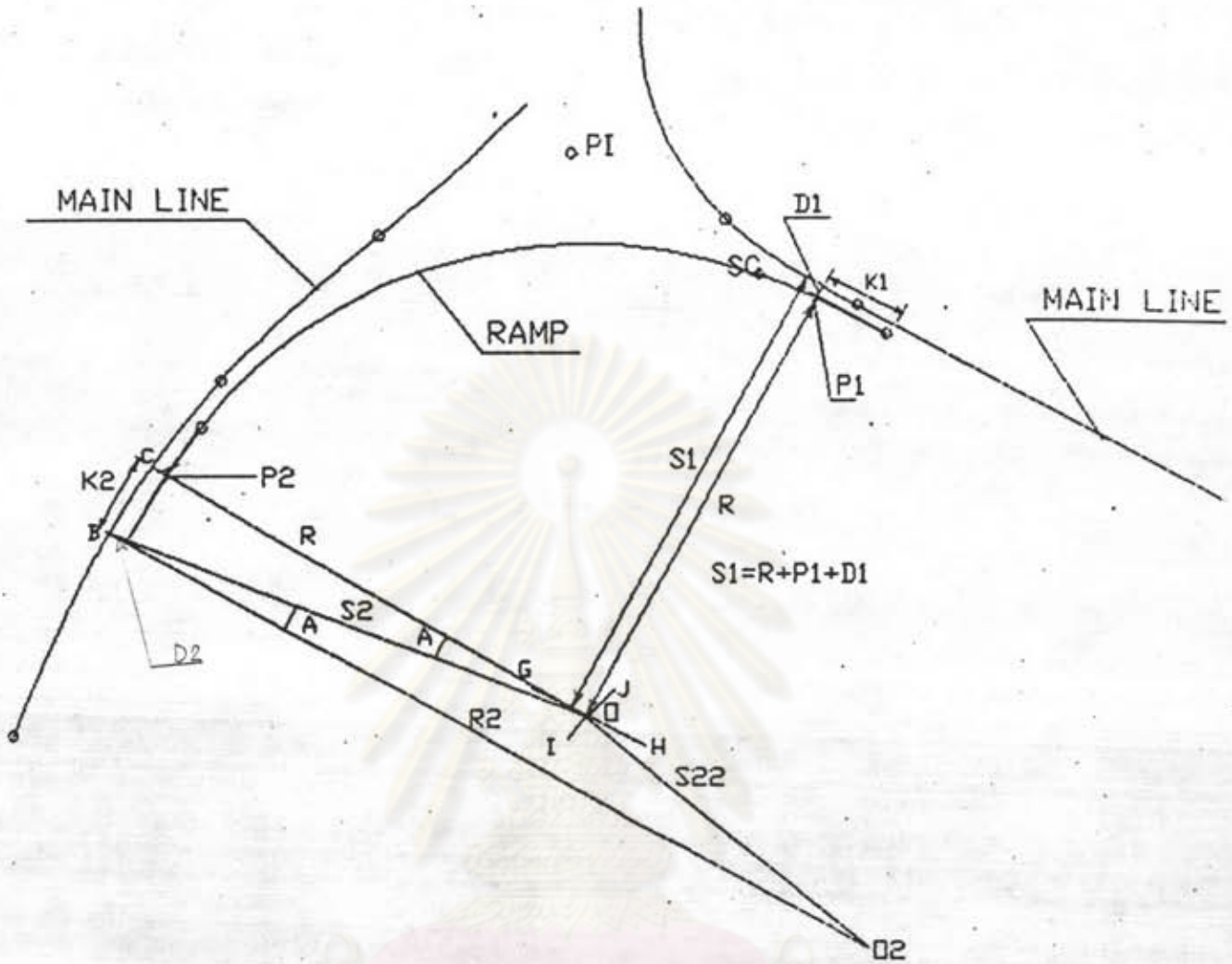
จากรูปที่ 3.2 จะเห็นว่า จุดศูนย์กลางของ Main Line คือจุด O2 ระยะ S2 เป็นระยะจากจุดศูนย์กลางของ Ramp ไปถึงจุดใด ๆ ของ Main Line ระยะ R2 คือ ระยะจากจุดศูนย์กลางของ Main Line ไปถึงจุดใด ๆ ของ Main Line จากรูปจะได้

$$S2 = \sqrt{K2^2 + (R+P2+D2)^2}$$

$$\text{มุม A} = \tan^{-1}\left[\frac{(K2)}{R+P2+D2}\right]$$

R2 = เป็นค่าคงที่เนื่องจากเป็นรัศมีของ Main line ที่รู้ค่าอยู่แล้ว

จากกฎ COS ได้ $S22 = \sqrt{R2^2+S2^2-2R2xS2xCOS(A)}$



รูปที่ 3.2 Ramp แบบทั่วไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากรูปที่ 3.2 จะได้จุดศูนย์กลางของวงกลมของ Ramp จากการตัดกันของเส้นตรง GH กับเส้นโค้ง IJ เมื่อได้จุดศูนย์กลางแล้วจะสามารถหาค่าจุดต่าง ๆ ได้ โดยคำนวณกลับไปในแนวทางเดิม จากนั้น ก็นำไปคำนวณหาจุดตัดของเส้น (PI) ต่อไป

จากรูปที่ 3.3 จะเป็นรูปในกรณีที่เริ่มโดยเส้นโค้ง Spiral ที่รัศมีเริ่มต้นไม่ใช่ R= ซึ่งจะทำให้ใช้สูตรเดิมไม่ได้จำเป็นจะต้องเปลี่ยนรูปแบบในการคำนวณดังนี้

LS = ความยาวโค้งจริง

L1 = ความยาวโค้ง R= ถึง R=R ใด ๆ

$$OO = \frac{L1^2}{2xRxLS}$$

$$S2 = \sqrt{(XX+D2SIN(OO)-K2)^2+(R+P2+D2COS(OO)-YX)^2}$$

$$\text{มุม A} = TAN^{-1}\left[\frac{R+P2+D2COS(OO)-YX}{XX+D2SIN(OO)-K2}\right]+OO-\frac{\pi}{2}$$

R2 = รัศมีของ Main line

จากกฎของ COS ได้ $S22 = \sqrt{R2^2+S2^2-2R2xS2xCOS(A)}$

ในทำนองเดียวกัน จะได้จุดศูนย์กลางของวงกลมของ Ramp จากการตัดกันของเส้นตรงและเส้นโค้ง หลังจากนั้น ก็จะนำไปคำนวณค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในการออกแบบต่อไป

รูปที่ 3.4 เป็นรูปที่แสดงในกรณีที่เริ่มต้นโค้งด้วย Reserve Curve โดยมี Length of Spiral เส้นแรกเป็นส่วนที่จะทำให้รัศมีเท่ากับรัศมีของ Main Line ส่วน Length of Spiral เส้นที่ 2 จะเป็นส่วนที่จะทำให้รัศมีเท่ากับรัศมีของ Ramp การคำนวณในส่วนนี้ทำได้ในทำนองเดียวกับรูปที่ 3.2 และ 3.3 โดยจะได้

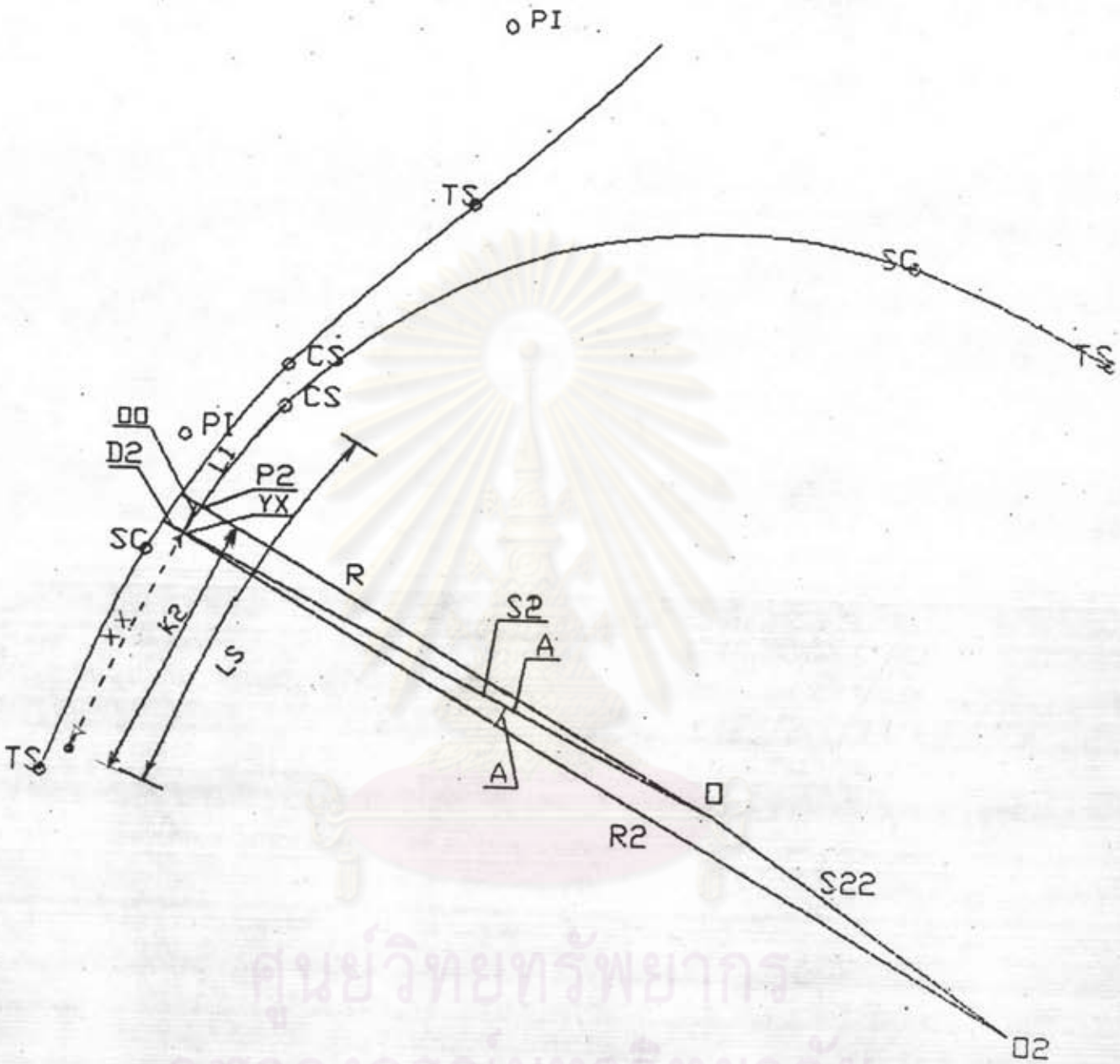
LS = ความยาวโค้ง Spiral โค้งแรก

TTS = ความยาวโค้ง Spiral โค้งที่ 2

R = รัศมีความโค้งของโค้งแรก

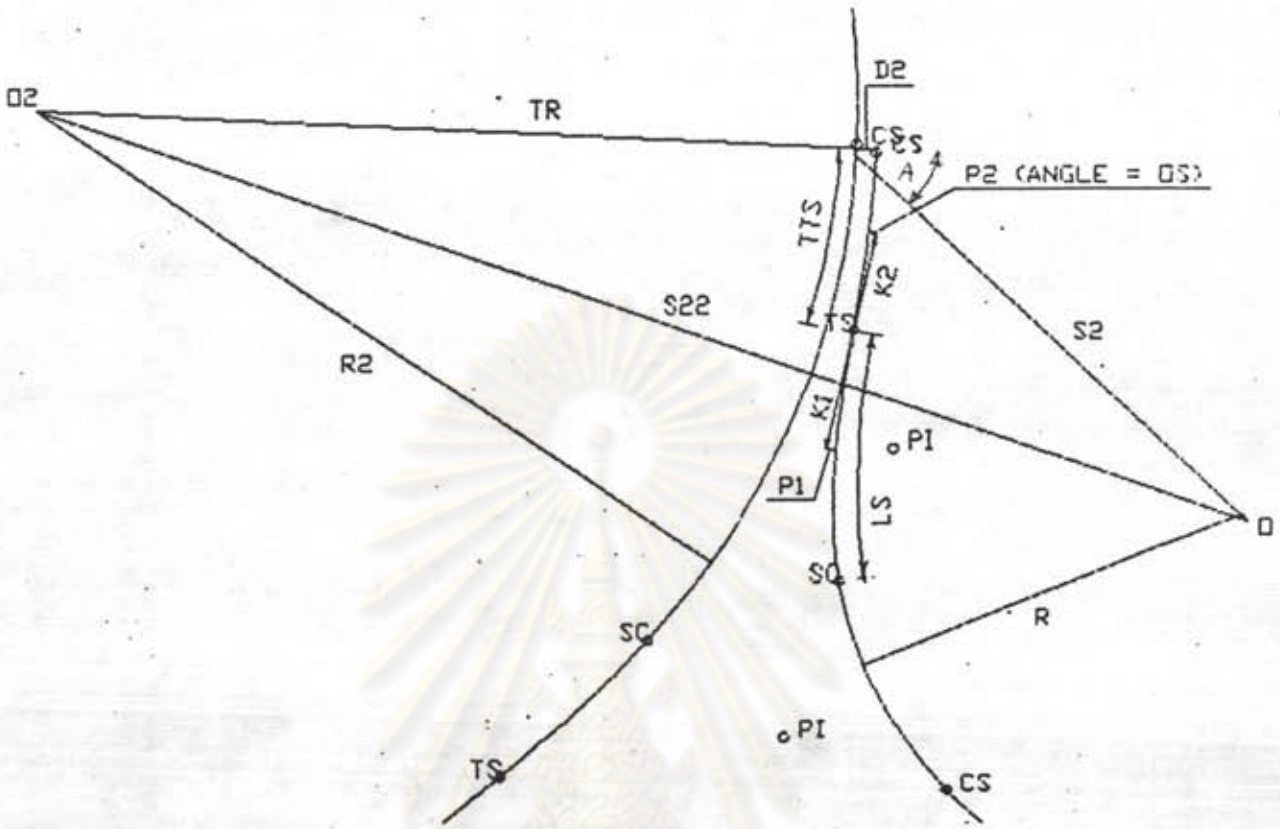
TR = รัศมีความโค้งของโค้งที่ 2

$$OS = \frac{TTS}{2xTR}$$



รูปที่ 3.3 Ramp ที่เริ่มต้นด้วย $R \neq \infty$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.4 Ramp ที่เริ่มต้นด้วย Reverse Curve

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$S2 = \sqrt{(K1+K2-D2SIN(OS))^2+(R+P1+P2+D2COS(OS))^2}$$

$$\text{มุม } A = TAN^{-1}\left[\frac{K1+K2-D2SIN(OS)}{R+P1+P2+D2COS(OS)}\right] + OS$$

$$S22 = \sqrt{R2^2+S2^2+2R2xS2xCOS(A)}$$

ในกรณีที่ต้องการคำนวณ Ramp ที่มีโค้งมากกว่า 1 โค้ง ก็สามารถทำได้ในทำนองเดียวกันโดยกำหนดให้ค่า D=0 และคำนวณในลักษณะเดียวกัน

3.3 <u>ทฤษฎีที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมโค้งแนวดิ่ง</u>

รูปที่ 3.5 แสดงลักษณะของโค้งแนวดิ่ง ซึ่งเป็นโค้งพาราโบลา โดยที่

L = ความยาวโค้ง แนวดิ่ง

A = G2-G1

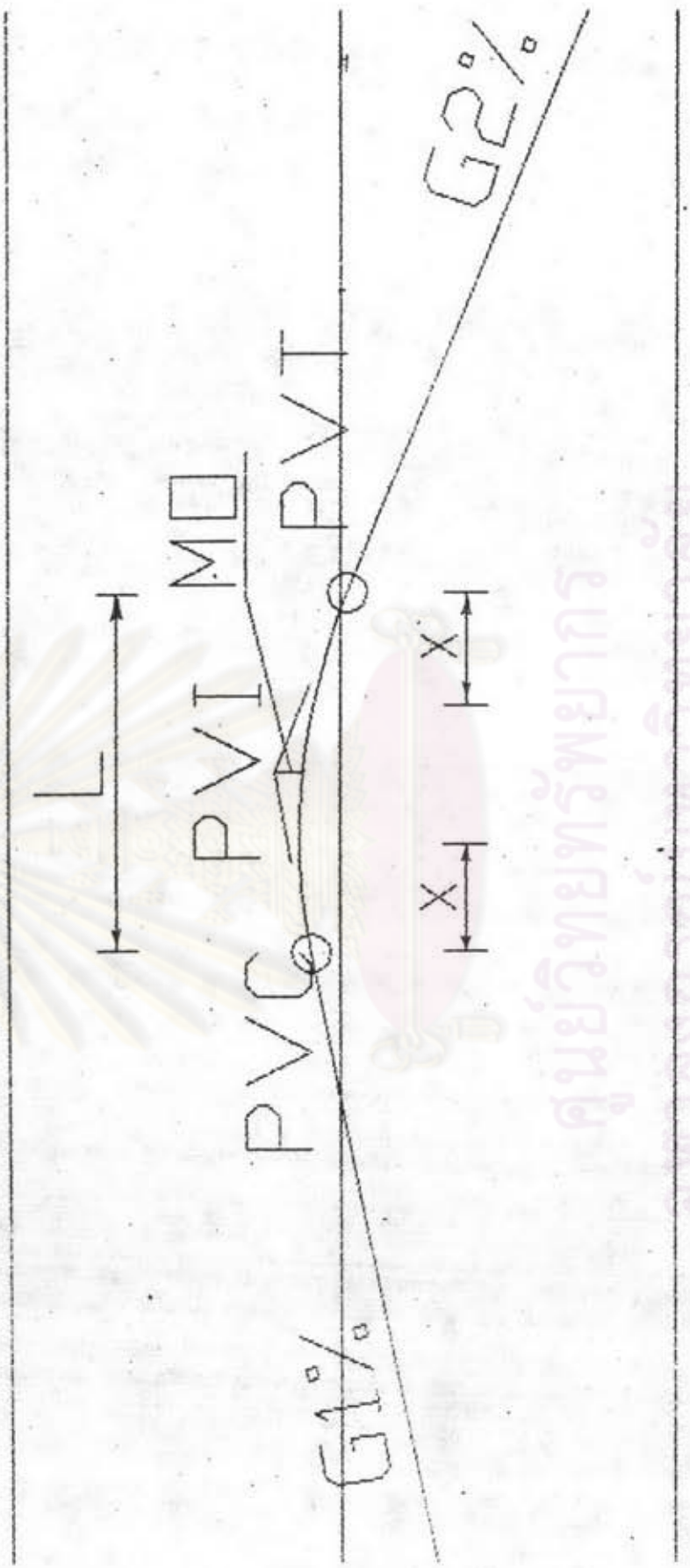
$$MO = \frac{AL}{800}$$

ระดับที่ระยะ x ใด ๆ จากจุด PVC

$$= \text{ระดับที่จุด PVC}+G1.X+\left[\frac{2X}{L}\right]^2 xMO$$

ระดับที่ระยะ x ใด ๆ จากจุด PVT

$$= \text{ระดับที่จุด PVT} - G2.X+\left[\frac{2X}{L}\right]^2 xMO$$



รูปที่ 3.5 ลักษณะโค้งแนวดิ่ง