

## เอกสารอ้างอิง

- Chiang K.S. Finite-element analysis of weakly guiding fibers with arbitrary refractive index distribution. *IEEE J. Lightwave Technol.* , LT-4 (1986) , pp 980-990.
- Constantine , A. , Balanis. *Advanced Engineering Electromagnetics*. United States of America. : John Wiley & sons, Inc. , 1989.
- C.R.I Emson , DipEng , Method for the solution of open-boundary electromagnetic-field problems. *IEE PROCEEDINGS* Vol. 135. , Part A. , No. 3. , March 1988.
- Hayata K. , Eguchi M. and Koshiha M. Self-consistent finite/infinite element scheme for unbounded guided wave problems. *IEEE transactions on Microwave Theory and Technics*. Vol 36. , 1988 , (614-616).
- Jianming Jin. *The Finite Element Method in Electromagnetics*. Singapore. : John Wiley & Sons, Inc. , 1993.
- Jin-Fa Lee. Finite Element Analysis of Lossy Dielectric Waveguides. *IEEE transactions on Microwave Theory and Technics*. Vol. 42 , No. 6 , June 1994.
- Jin-Fa Lee. Full-Wave Analysis of Dielectric Waveguides Using Tangential vector Finite Element. *IEEE transactions on Microwave Theory and Technics*. Vol. 39 , No. 8 , August 1991.
- Koshiha M. , Hayata K. , and Suzuki M. Approximate scalar finite element analysis of anisotropic optical waveguides with off-diagonal elements in a permittivity tensor. *IEEE transactions on Microwave Theory and Technics*. Vol 32 , 1984 , pp 587-593.
- Marc J. McDOYGALL and J.P. WEBB. Infinite Elements for the Analysis of Open Dielectric Waveguides. *IEEE transactions on Microwave Theory and Technics*. Vol. 37., No. 11. , November 1989.
- Masanori Matsuhara , Fuminori Ohkubo. , Akihiro Maruta. Finite-Element Analysis of Open-Type Axially Symmetric Waveguides. *Electronics and Communications in Japan.* , Part2 , Vol. 75 , No. 12 , 1992.

## เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- Masanori Matsuhara. , Hirotomo Yunoki. , Akihiro Maruta. Analysis of Open-Type Waveguides by the Vector Finite-Element Method. IEEE Microwave and guided wave letters. Vol. 1 , No. 12 , December 1991.
- Masanori Matsuhara. , Masato Ishizaki. Finite element Method for Open-Type Waveguides. Electronic and Communications in Japan. Part I , C-I vol. J73-C-I No.11, pp 741-743. , 1990.
- Masanori Koshiha. Optical Waveguide Analysis. United Stated of America.:McGraw-Hill. , 1992.
- Wood , W.L. On the finite element solution of an exterior boundary value problem. Int.J. Numer. Methods Eng. , 1976, 10 , pp 885-891.

ภาคผนวก

## ภาคผนวก ก.

## การเข้าสมการระบบโดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์

วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้การจตุรูปสมการโดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ ซึ่งวิธีเรย์ลี-ริตซ์ เป็นวิธีการหนึ่งของวิธีนิพจน์แปรผัน (variational method) (Jin, 1993) ฟังก์ชันนอลที่เป็นนิพจน์แปรผันของสมการ (2.09) ถูกกำหนดให้มีค่าดังนี้ (Jin, 1993)

$$F(\mathbf{E}) = \langle L\mathbf{E}, \mathbf{E} \rangle$$

เมื่อผลคูณภายใน (inner product) เป็น

$$\langle \mathbf{A}, \mathbf{B} \rangle = \iint_{\Omega} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^* d\Omega$$

โดยที่ \* คือสังยุคเชิงซ้อน,  $L$  คือตัวดำเนินการผูกผันตัวเอง

จากสมการ (2.12) ตัวดำเนินการ  $L$  ของสมการคือ

$$\left[ \nabla_t \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \right) - k_0^2 \varepsilon_r \right] \quad (ก.1)$$

ฟังก์ชันนอลของสมการ (2.12) จะได้ว่า

$$F(\mathbf{E}) = \iint \mathbf{f}_t^* \cdot \left[ \nabla_t \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{f}_t \right) + \beta^2 \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t g_z + \mathbf{f}_t) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{f}_t \right] d\Omega \quad (ก.2)$$

จากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์และเอกลักษณ์เวกเตอร์

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (ก.3)$$

สมการ (ก.2) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} F(\mathbf{E}) &= \iint \mathbf{f}_t^* \cdot \left[ \nabla_t \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{f}_t \right) + \beta^2 \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t g_z + \mathbf{f}_t) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{f}_t \right] d\Omega \\ &= \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{f}_t^*) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{f}_t) + \beta^2 \frac{1}{\mu_r} \mathbf{f}_t^* \cdot (\nabla_t g_z + \mathbf{f}_t) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{f}_t^* \cdot \mathbf{f}_t \right] d\Omega \\ &\quad - \oint_{\Gamma} \left[ \mathbf{f}_t^* \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{f}_t \right) \right] \cdot \mathbf{n} dl \end{aligned} \quad (ก.4)$$

จากเอกลักษณ์เวกเตอร์

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} = (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) \cdot \mathbf{A} = (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} \quad (\text{ก.5})$$

พจน์  $\left[ \mathbf{f}_t^* \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{f}_t \right) \right] \cdot \mathbf{n}$  ในเทอมของการอินทิกรัลวงรอบปิดในสมการที่ (ก.4) สามารถเขียนได้เป็น

$$\left[ \mathbf{f}_t^* \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{f}_t \right) \right] \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{n} \times \mathbf{f}_t^*) \cdot \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{f}_t \right) \quad (\text{ก.6})$$

จากเงื่อนไขขอบเขตตามสมการที่ (2.22) จะได้ว่า

$$\left[ \mathbf{f}_t^* \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{f}_t \right) \right] \cdot \mathbf{n} = \mathbf{i}_z \cdot \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{f}_t \right) \quad (\text{ก.7})$$

$\mathbf{f}_t$  ในสมการที่ (ก.4) จะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็กดังแสดงในชุดสมการที่ (2.22) จากที่กล่าวมาทำให้อินทิกรัลวงรอบปิด (contour integral) ในสมการ (ก.4) มีค่าเท่ากับเงื่อนไขขอบเขตดังสมการ (2.22) เพราะฉะนั้นสมการ (ก.4) จึงลดรูปเป็น

$$F(\mathbf{E}) = \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{f}_t^*) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{f}_t) + \beta^2 \frac{1}{\mu_r} \mathbf{f}_t^* \cdot (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{f}_t^* \cdot \mathbf{f}_t \right] d\Omega \quad (\text{ก.8})$$

พิจารณาสมการที่ (2.13) ที่มีความสอดคล้องกับสมการที่ (2.15) รูปฟังก์ชันนอลจะได้ว่า

$$F(\mathbf{E}) = \iint \left[ \mathbf{g}_z^* \cdot \beta^2 \nabla_t \times \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \times \mathbf{i}_z \right) - \beta^2 k_0^2 \epsilon_r \mathbf{g}_z^* \cdot \mathbf{g}_z \right] d\Omega \quad (\text{ก.9})$$

โดยใช้ความสัมพันธ์ของเอกลักษณ์เวกเตอร์ในสมการ (ก.3) และทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์พจน์

$$\begin{aligned} F(\mathbf{E}) &= \iint \left[ \mathbf{g}_z^* \cdot \beta^2 \nabla_t \times \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \times \mathbf{i}_z \right) \right] d\Omega \quad \text{สามารถเขียนได้เป็น} \\ &= \iint \left[ \mathbf{g}_z^* \cdot \beta^2 \nabla_t \times \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \times \mathbf{i}_z \right) \right] d\Omega = \beta^2 \iint \left[ (\nabla_t \times \mathbf{g}_z^*) \cdot \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \right) \times \mathbf{i}_z \right] d\Omega \\ &\quad - \oint_{\Gamma} \left[ \mathbf{g}_z^* \times \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \times \mathbf{i}_z \right) \right] \cdot \mathbf{n} dl \end{aligned} \quad (\text{ก.10})$$

โดยอาศัยคุณสมบัติของเวกเตอร์  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$  และคุณสมบัติเงื่อนไขขอบเขตตามสมการที่ (2.22) จะได้ว่า

$$\iint \left[ \mathbf{g}_z^* \cdot \beta^2 \nabla_t \times \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \times \mathbf{i}_z \right) \right] d\Omega = \beta^2 \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z^*) \cdot (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \right] d\Omega - \oint_{\Gamma} \left[ \mathbf{g}_z^* \times \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \times \mathbf{i}_z \right) \right] \cdot \mathbf{n} dl \quad (ก.11)$$

จากเอกลักษณ์เวกเตอร์ในสมการที่ (ก.5) พจน์  $\left[ \mathbf{g}_z^* \times \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \times \mathbf{i}_z \right) \right] \cdot \mathbf{n}$  ในพจน์ของอินทิกรัลวงรอบปิดในสมการ (ก.11) สามารถเขียนได้เป็น

$$\left[ \mathbf{g}_z^* \times \left( \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \times \mathbf{i}_z \right) \right] \cdot \mathbf{n} = \mathbf{g}_z^* \cdot \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \cdot \mathbf{n} \quad (ก.12)$$

$\mathbf{f}_t$  และ  $\mathbf{g}_z$  ในสมการที่ (ก.12) จะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็ก ดังชุดสมการที่ (2.22) และ  $\mathbf{g}_z^*$  จะสอดคล้องกับคุณสมบัติของเงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ (2.19) ทำให้อินทิกรัลวงรอบปิดในสมการที่ (ก.11) มีค่าเท่ากับเงื่อนไขขอบเขตดังสมการที่ (2.22) เพราะฉะนั้นสมการที่ (ก.11) จึงลดรูปเป็น

$$F(\mathbf{E}) = \beta^2 \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z^*) \cdot (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{g}_z^* \mathbf{g}_z \right] d\Omega \quad (ก.13)$$

รูปนิพจน์แปรผันของสมการ (2.12) และ (2.13) ได้จากผลรวมของสมการ (ก.8) และ (ก.13) ซึ่งก็คือ

$$F(\mathbf{E}) = \beta^2 \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z^* + \mathbf{f}_t^*) \cdot (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{g}_z^* \mathbf{g}_z \right] d\Omega + \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{f}_t^*) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{f}_t) \right] d\Omega - k_0^2 \iint [\epsilon_r \mathbf{f}_t^* \cdot \mathbf{f}_t] d\Omega \quad (ก.14)$$

ทำการจัดเทอมใหม่และพิจารณาที่จุด ภาวะคงที่ (stationary condition)

$$\beta^2 = \frac{k_0^2 \iint (\epsilon_r \mathbf{f}_t \cdot \mathbf{f}_t) d\Omega - \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{f}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{f}_t) \right] d\Omega}{\iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \cdot (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{g}_z \mathbf{g}_z \right] d\Omega} \quad (ก.15)$$

$$\beta^2(\mathbf{f}_t, \mathbf{g}_z) = \frac{a(\mathbf{f}_t)}{b(\mathbf{f}_t, \mathbf{g}_z)} \quad (ก.16)$$

$$a(\mathbf{f}_t) = k_0^2 \iint (\epsilon_r \mathbf{f}_t \cdot \mathbf{f}_t) d\Omega - \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{f}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{f}_t) \right] d\Omega \quad (ก.17)$$

$$b(\mathbf{f}_t, \mathbf{g}_z) = \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) \cdot (\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{g}_z \mathbf{g}_z \right] d\Omega \quad (ก.18)$$

ชุดสมการที่ (ก.15)-(ก.18) ทำการจัดสมการระบบใหม่จะได้ว่า

$$\beta^2(\mathbf{f}_t, \mathbf{g}_z) = \frac{a(\mathbf{f}_t)}{b(\mathbf{f}_t, \mathbf{g}_z)} \quad (\text{n.19})$$

$$a(\mathbf{f}_t) = k_0^2 \varepsilon_r \iint |\mathbf{f}_t|^2 d\Omega - \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} |(\nabla_t \times \mathbf{f}_t)|^2 \right] d\Omega \quad (\text{n.20})$$

$$b(\mathbf{f}_t, \mathbf{g}_z) = \iint \left[ \frac{1}{\mu_r} |(\nabla_t \mathbf{g}_z + \mathbf{f}_t)|^2 - k_0^2 \varepsilon_r |\mathbf{g}_z|^2 \right] d\Omega \quad (\text{n.21})$$

## ภาคผนวก ข.

ขั้นตอนการจัดรูปแบบของเทอม a และ  $n(r)$  ให้อยู่ในรูปของเทอม  $n_c$ 

1. รายละเอียดในการ input ค่า  $n_1/n_2$  หรือ  $n_c/n_2$

จากชุดสมการที่ 16 (Masanori Matsuhara et al. 1992)

$$n_c = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \{n^2(r) - n_2^2\} r dr \quad (\text{ข1})$$

โดยที่

$$n^2(r) = n_1^2 \left\{ 1 - a \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \quad (\text{ข2})$$

$$a = \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{n_1^2} \quad (\text{ข3})$$

$n_c$  = ค่าดัชนีหักเหของแกนประสิทธิผล (effective index of refraction of the core)

$n(r)$  = ค่าดัชนีหักเหของแกน (refractive index of core)

$r_0$  = รัศมีของแกน (radius of the core)

$n_1$  = ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางที่ 1 (refractive index of core)

$n_2$  = ค่าดัชนีหักเหของวัสดุหุ้ม (refractive of cladding)

$a$  = ค่าความแตกต่างของค่าดัชนีหักเห (refractive index difference)

ซึ่งสามารถแยกพิจารณาได้ 2 กรณี

1. กรณี core เป็น step index กรณีนี้เรา input ในรูปของ  $n_1/n_2$  ซึ่งในที่นี้ก็หมายความว่าค่า  $n_c = n_1$  ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ดังจะแสดงในช่วงต่อไป

2. กรณี core เป็น grad index กรณีนี้ input ในรูปของ  $n_c/n_2$  ซึ่งในที่นี้ความยุ่งยากของค่า  $n(r)$  ในการแทนค่า  $k_0$  ก็จะหมดไป ซึ่งเราจะคิดค่า  $k_0$  ให้อยู่ในเทอมของ  $n_c$  และในการหาค่าของสัมประสิทธิ์ตัวคูณ a และค่าของดัชนีหักเหสำหรับ grad-index  $n(r)$  จะจัดให้อยู่ในรูปใหม่ได้ดังแสดงในช่วงต่อไป

$n_c$  (effective index of refraction of core) นี้ในความหมายทางกายภาพนั้นจะเป็นตัวที่แสดงถึงค่าของดัชนีหักเหที่เป็นค่าบังคับในการส่งผ่านไป core ซึ่งค่า  $n_c$  นี้จะมีผลต่อมุมที่สะท้อนกลับเข้ามาใน core ซึ่งเป็นตามสูตรดังนี้



$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad \text{โดยที่ } \theta_c = \text{critical angle at interfaces} \quad (ข4)$$

ซึ่งใน guide mode นั้นค่า  $n_c \geq n_2$  ในรูปแบบของการแก้ปัญหาแบบ grad-index นั้นถ้าต้องการหลีกเลี่ยงการแก้ปัญหาที่ยู่ยากในรูปของ  $n(r)$  ก็พยายามจัดเทอมของค่า  $k_0$  ให้เข้าในรูปแบบของ  $n_c$  ซึ่งในการป้อนค่านั้นและการหาค่า B และ V จะลดความยุ่งยากลงไปได้มาก

2. การแสดงการจัดรูปแบบเทอม a และเทอม  $n(r)$  ให้อยู่ในรูป  $n_c$

2.1 กรณี step index จากสมการที่ (ข1) จะได้ว่า

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \{n^2(r) - n_2^2\} r dr$$

กรณีของ step index นั้นค่าของดัชนีหักเหภายใน core นั้นมีค่าเป็นค่าคงที่คือ  $n_1$  สมการจะได้ว่า

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \{n_1^2 - n_2^2\} r dr \quad (ข5.1)$$

จะเห็นได้ว่าเทอม  $(n_1^2 - n_2^2)$  นั้นมีค่าคงที่สามารถดึงออกจากรูปของการอินทิเกรตได้

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \int_0^{r_0} r dr$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \frac{r_0^2}{2}$$

$$n_c^2 = n_2^2 + (n_1^2 - n_2^2)$$

$$n_c^2 = n_1^2 \quad (ข5.2)$$

2.2 กรณีของ grad-index จากสมการที่ (ข1), (ข2), (ข3) จะได้ว่า

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \{n^2(r) - n_2^2\} r dr$$

$$n^2(r) = n_1^2 \left\{ 1 - a \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\}$$

$$a = \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{n_1^2}$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \left[ \left\{ n_1^2 \left( 1 - a \left[ \frac{r}{r_0} \right]^2 \right) \right\} - n_2^2 \right] r dr \quad (ข6.1)$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \left[ \left\{ n_1^2 - \frac{n_1^2 (n_1^2 - n_2^2)}{n_1^2} \left[ \frac{r}{r_0} \right]^2 \right\} - n_2^2 \right] r dr$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \left[ \left\{ n_1^2 - (n_1^2 - n_2^2) \left[ \frac{r}{r_0} \right]^2 \right\} - n_2^2 \right] r dr$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \left[ n_1^2 - n_2^2 - (n_1^2 - n_2^2) \left[ \frac{r}{r_0} \right]^2 \right] r dr$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \left[ (n_1^2 - n_2^2) - (n_1^2 - n_2^2) \left[ \frac{r}{r_0} \right]^2 \right] r dr$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \int_0^{r_0} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right] r dr$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \left[ \int_0^{r_0} r dr - \int_0^{r_0} \frac{r^3}{r_0^2} dr \right]$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \left[ \int_0^{r_0} r dr - \frac{1}{r_0^2} \int_0^{r_0} r^3 dr \right]$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{r_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \left[ \frac{r_0^2}{2} - \left( \frac{1}{r_0^2} \cdot \frac{r_0^4}{4} \right) \right]$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \left[ \left( \frac{2}{r_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \cdot \frac{r_0^2}{2} \right) - \left( \frac{2}{r_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \cdot \frac{r_0^2}{4} \right) \right]$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \left[ (n_1^2 - n_2^2) - \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{2} \right]$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \left[ \frac{2(n_1^2 - n_2^2) - (n_1^2 - n_2^2)}{2} \right]$$

$$n_c^2 = n_2^2 + \left[ \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{2} \right]$$

(ข6.2)

$$n_c^2 = \frac{2n_2^2 + n_1^2 - n_2^2}{2}$$

(ข6.3)

$$n_c^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} \quad \text{หรือ} \quad n_c = \sqrt{\frac{(n_1^2 + n_2^2)}{2}}$$

(ข6.4)

$$2n_c^2 = n_1^2 + n_2^2$$

(ข6.5)

$$\frac{2n_c^2}{2n_2^2} = \frac{n_1^2}{2n_2^2} + \frac{n_2^2}{2n_2^2}$$

(ข6.6)

$$\frac{n_c^2}{n_2^2} = \frac{n_1^2}{2n_2^2} + \frac{1}{2}$$

(ข6.7)

$$\frac{n_c^2}{n_2^2} = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_2^2}$$

(ข6.8)

การจัดรูปแบบของสัมประสิทธิ์ตัวคูณ a จะได้รูปแบบดังนี้

$$a = \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{n_1^2}$$

ถ้า input ในรูปของเทอม  $\frac{n_c}{n_2} = K \Rightarrow n_c = Kn_2$  โดยที่ค่า  $K$  เป็นอัตราส่วนที่จะต้อง input เข้าไปใน

ระบบ จากสมการ (ข6.4)

$$n_c = \sqrt{\frac{(n_1^2 + n_2^2)}{2}} = Kn_2 \quad (\text{ข7.1})$$

$$\frac{(n_1^2 + n_2^2)}{2} = K^2 n_2^2$$

$$n_1^2 = 2K^2 n_2^2 - n_2^2$$

$$n_1^2 = n_2^2(2K^2 - 1) \Leftrightarrow n_2^2 = \frac{n_1^2}{(2K^2 - 1)}$$

จัดสมการของเทอม  $a$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a &= \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{n_1^2} \\ a &= \frac{(n_2^2[2K^2 - 1] - n_2^2)}{n_2^2[2K^2 - 1]} \\ a &= \frac{(2K^2 n_2^2 - n_2^2 - n_2^2)}{n_2^2[2K^2 - 1]} \\ a &= \frac{n_2^2[2K^2 - 2]}{n_2^2[2K^2 - 1]} \\ a &= \frac{[2K^2 - 2]}{[2K^2 - 1]} \end{aligned} \quad (\text{ข7.2})$$

การจัดรูปแบบของเทอม  $n(r)$  grad-index ในองค์ประกอบของตัวประกอบ  $n_c$

$$\begin{aligned} n^2(r) &= n_1^2 \left\{ 1 - a \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \\ n^2(r) &= n_2^2 [2K^2 - 1] \left\{ 1 - \frac{[2K^2 - 2]}{[2K^2 - 1]} \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{ข7.3})$$

$$\begin{aligned} n^2(r) &= \left\{ n_2^2 [2K^2 - 1] - \frac{n_2^2 [2K^2 - 1] [2K^2 - 2]}{[2K^2 - 1]} \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \\ n^2(r) &= \left\{ n_2^2 [2K^2 - 1] - n_2^2 [2K^2 - 2] \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \\ n^2(r) &= n_2^2 \left\{ [2K^2 - 1] - [2K^2 - 2] \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \\ \frac{n^2(r)}{n_2^2} &= \left\{ [2K^2 - 1] - [2K^2 - 2] \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{ข7.4})$$

## ประวัติผู้เขียน

นาย กฤษณ์ มันทาวิจักขณ์ เกิดวันที่ 5 มกราคม พ.ศ. 2513 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยรังสิต ในปีการศึกษา 2536 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขา วิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2536

