บทที่ 2

ไฟฟ้ากระแสสลับ

2.1 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (generator) และส่วนประกอบอีก 3 อย่างคือ ตัวต้านทาน ตัวจุ ตัวเหนี่ยวนำ

2.1.1 วงจรซึ่งมีตัวต้านทานอย่างเดียว

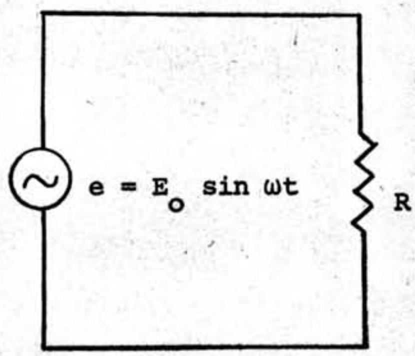
ประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซึ่งมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $e = E_o \sin \omega t$ จ่ายไฟฟ้าให้กับวงจรซึ่งมีตัวต้านทาน (resistor) ซึ่งมีความต้านทาน (resistance) R ดังนั้นศักดาระหว่างปลายทั้งสองของ R ขณะใด ๆ ต้องเท่ากับศักดาจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

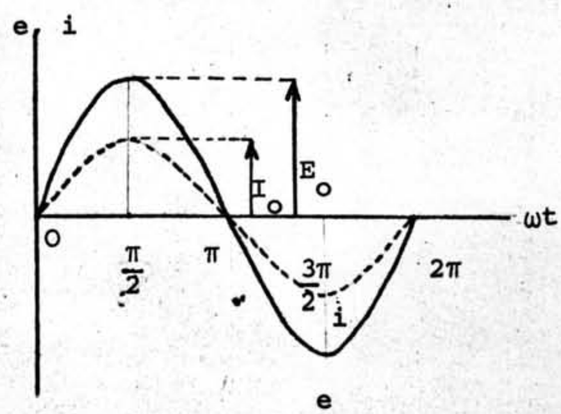
$$Ri = E_o \sin \omega t$$

$$i = \frac{E_o}{R} \sin \omega t$$

$$i = I_o \sin \omega t \qquad (2.1.1)$$

I_o เป็นค่าสูงสุด (maximum value) ของกระแส





รูปที่ 2.1 วงจรที่มีตัวต้านทานอย่างเดียว   รูปที่ 2.2 การเปลี่ยนแปลงของ e, i

จากสมการ (2.1.1) จะเห็นว่า กระแสมีเฟสเดียวกับศักดาของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

2.1.2 วงจรซึ่งมีตัวจุอย่างเดียว

ประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซึ่งมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $e = E_o \sin \omega t$ จ่ายไฟฟ้าให้กับวงจรซึ่งมีตัวจุ (capacitor) ซึ่งมีความจุไฟฟ้า (capacitance) C ดังนั้น ศักดาระหว่างแผ่นของตัวจุขณะใด ๆ ต้องเท่ากับศักดาจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

$$\frac{q}{C} = E_o \sin \omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} = E_o \omega C \cos \omega t$$

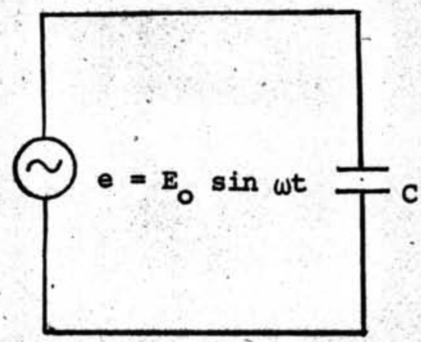
$$i = \frac{E_o}{\frac{1}{\omega C}} \sin (\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$i = I_o \sin \ (\omega t + \frac{\pi}{2}) \qquad (2.1.2)$$

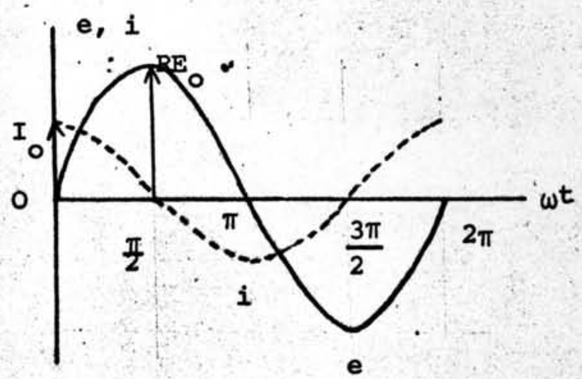
I_o เป็นค่าสูงสุด (maximum value) ของกระแส

$\frac{1}{wC}$ มีชื่อเรียกว่า ความต้านทานการจุ (capacitive reactance) ขึ้นกับความถี่ (frequency) นิยมเขียนแทนด้วย X_C

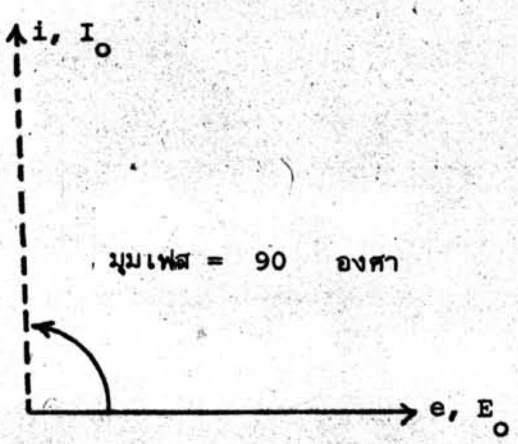
$$X_C = \frac{1}{wC}$$



รูปที่ 2.3 วงจรที่มีตัวจุอย่างเดียว



รูปที่ 2.4 แสดงการเปลี่ยนแปลงของ e และ i



รูปที่ 2.5 แสดง e ตามหลัง (lag) i เป็นมุม 90 องศา

จากการเปรียบเทียบสมการของ e และ i จะเห็นว่าลักษณะกราฟ (รูป 2.4) เหมือนกัน ผิดกันที่มุม wt กับ $(wt + \frac{\pi}{2})$ เท่านั้น กล่าวคือ ศักดา e ตามหลัง (lag) กระแส i เป็นมุม 90 องศา ($\frac{\pi}{2}$ เรเดียน)

2.1.3 วงจรซึ่งมีตัวเหนี่ยวนำอย่างเดียว

ประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซึ่งมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $e = E_o \sin wt$ จ่ายไฟฟ้าให้กับวงจรซึ่งมีตัวเหนี่ยวนำ (inductor) ซึ่งมีความเหนี่ยวนำ (inductance) L ดังนั้นศักดาระหว่างปลายทั้งสองของตัวเหนี่ยวนำขณะใด ๆ ต้องเท่ากับศักดาจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

$$L\frac{di}{dt} = E_o \sin wt$$

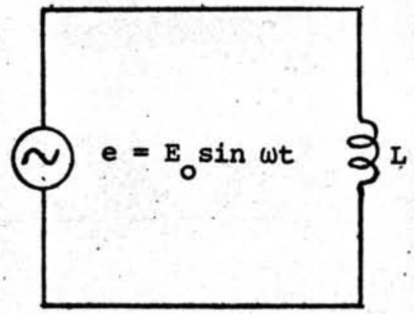
$$i = -\frac{E_o}{wL} \cos wt$$

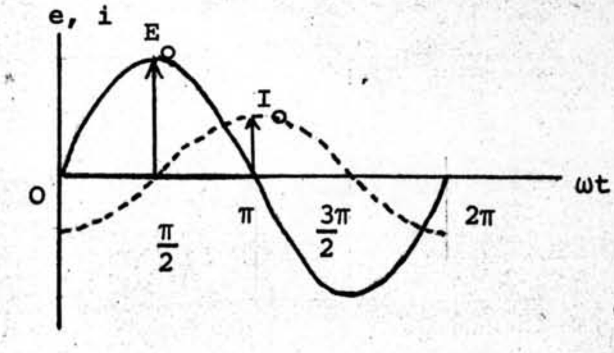
$$= \frac{E_o}{wL} \sin (wt - \frac{\pi}{2})$$

$$= I_o \sin(wt - \frac{\pi}{2}) \qquad (2.1.3)$$

I_o เป็นค่าสูงสุด (maximum value) ของกระแส

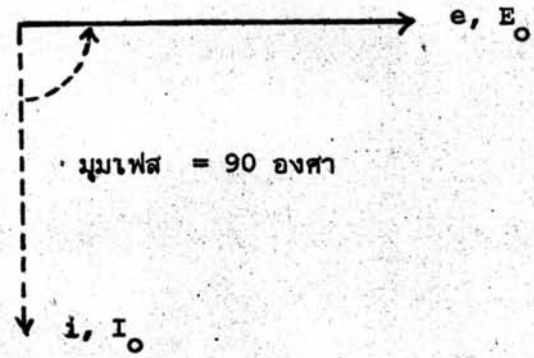
wL มีชื่อเรียกว่า ความต้านทานเหนี่ยวนำ (inductive reactance) นิยมเขียนแทนด้วย X_L





รูปที่ 2.6 วงจรที่มีตัวเหนี่ยวนำอย่างเดียว

รูปที่ 2.7 แสดงการเปลี่ยนแปลงของ e, i

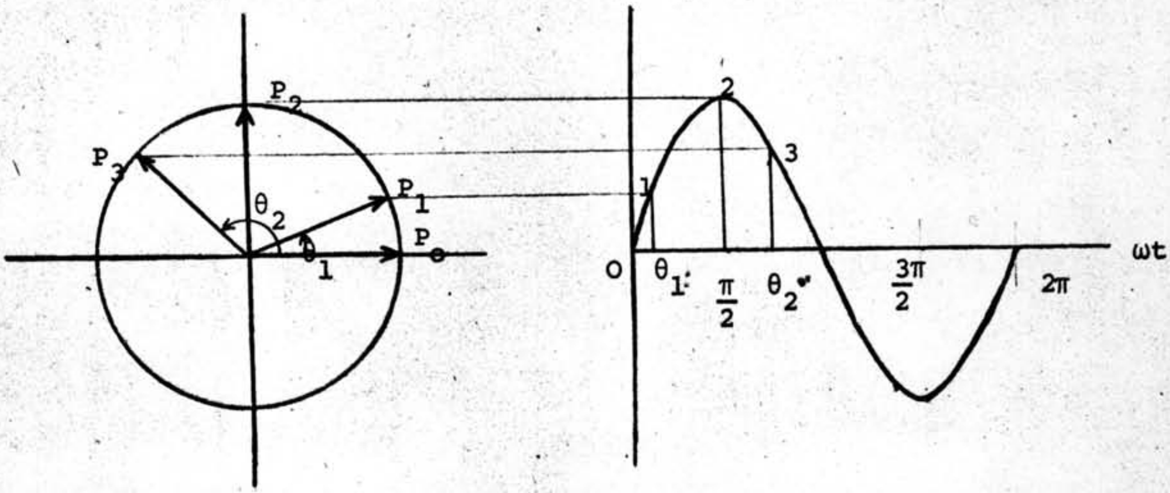


รูปที่ 2.8 แสดง e นำหน้า (lead) i เป็นมุม 90 องศา

จากการเปรียบเทียบสมการของ e และ i จะเห็นว่าลักษณะกราฟ (รูป 2.7) เหมือนกัน ผิดกันที่มุม wt กับ $(wt - \frac{\pi}{2})$ เท่านั้น กล่าวคือ ศักดา e นำหน้า (lead) กระแส i เป็นมุม 90 องศา ($\frac{\pi}{2}$ เรเดียน)

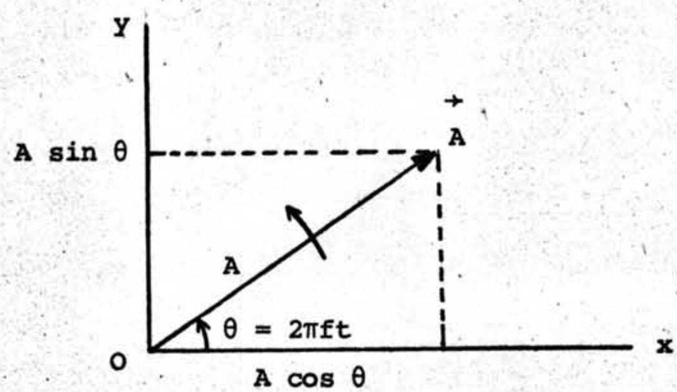
2.2 แผนภาพกระแสสลับแบบเวคเตอร์ (A.C, vector diagram)

ปริมาณทางไฟฟ้ากระแสสลับ สามารถเขียนแทนได้ด้วยเวคเตอร์ซึ่งขนาด (magnitude) แทนค่าสูงสุด (maximum value) หรือ อาร์ เอ็ม เอส (r.m.s) ของปริมาณนั้นและทิศทาง (direction) จะแสดงเฟสสัมพัทธ์กับแกนอ้างอิง การเขียนรูปให้สมบูรณ์โดยให้เวคเตอร์นี้หมุน f รอบต่อวินาที หรือ 2πf เรเดียนต่อวินาที โดยที่ความถี่ของไฟฟ้ากระแสสลับคือ f รอบต่อวินาที (รูป 2.11)



รูปที่ 2.9 ไฟฟ้ากระแสสลับในระนาบเวคเตอร์ (vector plane)

รูปที่ 2.10 ไฟฟ้ากระแสสลับในระนาบรูปคลื่น (waveform plane)



รูปที่ 2.11 ไฟฟ้ากระแสสลับแทนได้ด้วยเวคเตอร์หมุน $\vec{A}$ (rotating vector $\vec{A}$)

2.3 โอเปอเรเตอร์ j((operator j)

จากรูป 2.11 เวคเตอร์ $\vec{A}$ สามารถแยกออกได้เป็นสองส่วน คือ A cos θ ตามแนวแกน X กับ A sin θ ตามแนวแกน Y (แกน X - Y เรียกว่า แกนพิกัดฉาก) ในทางไฟฟ้ากระแสสลับ เราเรียกว่า A cos θ มีเฟสตรง (in phase) กับ X และเรียก A sin θ ว่ามีเฟสนำ X อยู่ 90 องศา (quadrature 90° ahead) เมื่อให้เฟสของแกน X เป็นตัวอ้างอิงศูนย์ จะได้ว่า

$$\vec{A} = A\cos\theta\ (\text{in phase}) + A\sin\theta\ (\text{quadrature})$$

เพื่อความสะดวกสามารถใช้โอเปอเรเตอร์ j เป็นตัวแสดงเฟสซึ่งนำหน้าอยู่ 90 องศา แต่จะไม่ใช้เมื่อเฟสนั้นตรงกับเฟสของแกนอ้างอิงศูนย์ จึงเขียนได้ว่า

$$\vec{A} = A\cos\theta + jA\sin\theta$$

หรือ $\vec{A} = a + jb$ (2.3.1)

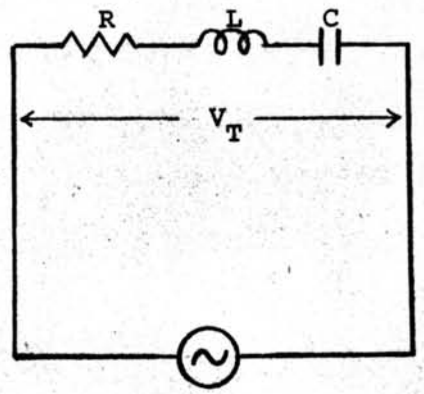
โดยที่ $A = \sqrt{a^2 + b^2}\ ,\quad \tan\theta = \frac{b}{a}$

2.4 การใช้จำนวนเชิงซ้อนในไฟฟ้ากระแสสลับ

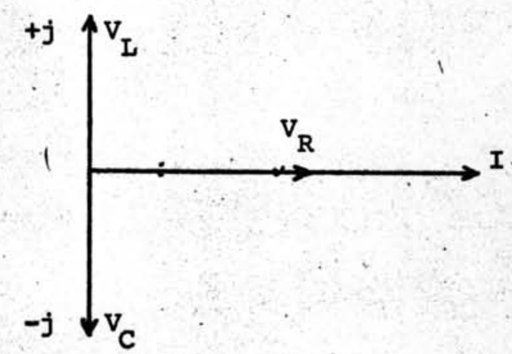
จากหัวข้อ 2.1 จะเห็นว่า กระแสและศักดาของ R, L, C นั้น มีเวคเตอร์ที่ซ้อนเป็นแนวเดียวกัน หรือไม่ก็ตั้งฉากกัน ดังนั้นการนำเอาโอเปอเรเตอร์ j มาใช้จะก่อให้เกิดความสะดวกในการเขียนปริมาณไฟฟ้าสลับ ปริมาณที่ใช้โอเปอเรเตอร์ j ประกอบเรียกว่า จำนวนเชิงซ้อน (complex number)

ตัวอย่างเช่น เมื่อเราจะหาศักดารวมเมื่อ R, L, C ต่ออนุกรมกัน เมื่อเขียนเป็นจำนวนเชิงซ้อนจะได้ว่า

$$V_T = V_R + jV_L - jV_C$$



รูปที่ 2.12 R L C ต่ออนุกรมกัน

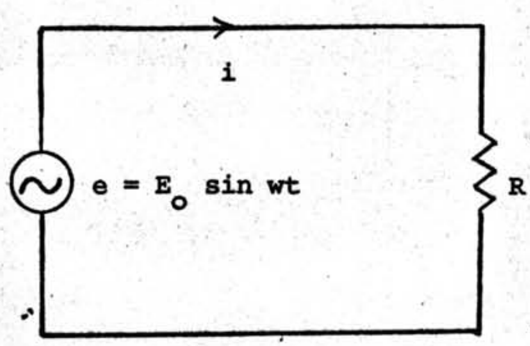


รูปที่ 2.13 แสดงเฟสของศักดา

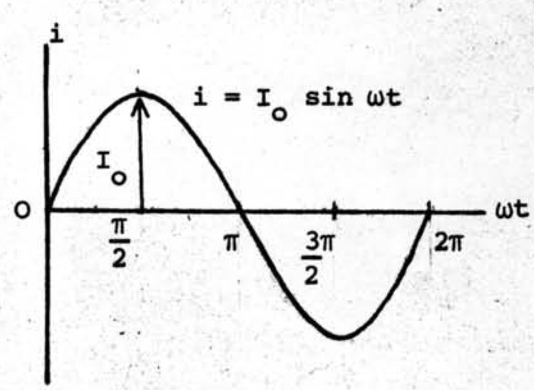
2.5 การกำหนดค่าของกระแส

เมื่อนำตัวต้านทานต่อเข้ากับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะมีกระแสไหลผ่านตัวต้านทาน ซึ่งมีความต้านทาน R ดังนี้

$$i = I_o \sin wt$$



รูปที่ 2.14 ตัวต้านทานต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า



รูปที่ 2.15 การเปลี่ยนแปลงของกระแส

จากรูป 2.15 จะเห็นว่าค่าเฉลี่ยครบรอบของคลื่นรูปซายน์ (sine wave) มีค่าเป็นศูนย์ หมายความว่า ค่าเฉลี่ย (average value) ของกระแสและศักดาเท่ากับศูนย์ ถ้าใช้แอมมิเตอร์กระแสตรงวัดค่ากระแสสลับนี้จะอ่านค่าเป็นศูนย์

ตามที่อธิบายมานี้ทำให้เห็นว่า กระแสสลับมีค่าเปลี่ยนไปตลอดเวลา บางขณะกระแสเพิ่มแล้วค่อย ๆ ลดลง บางขณะไม่มีกระแสเลย จึงเป็นการยากที่จะบอกว่ามีกระแสไหลผ่านตัวต้านทานกี่แอมแปร์

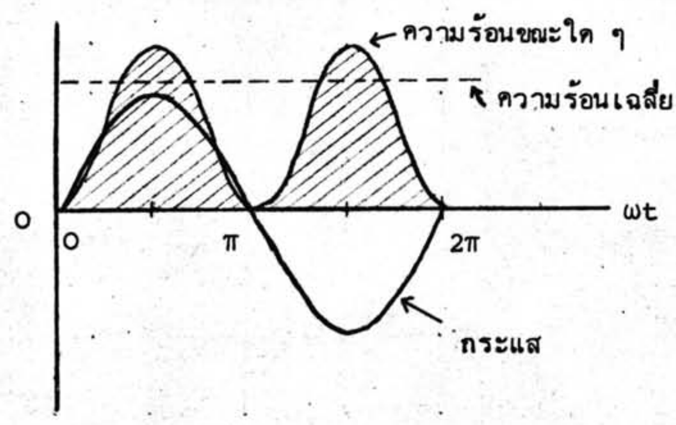
จึงมีการตั้งข้อตกลงร่วมกันว่า จะต้องมีหลักเกณฑ์สักอย่างหนึ่งกำหนดเรียกค่าของกระแสสลับ ซึ่งมีหลักโดยอาศัยผลของความร้อนดังนี้

"ถ้ากระแสสลับไหลผ่านตัวต้านทานตัวหนึ่ง ให้ปริมาณความร้อนเท่ากับกระแสตรง ซึ่งไหลผ่านตัวต้านทานตัวเดียวกันนั้น ให้ถือว่าค่า r.m.s. ของกระแสสลับจำนวนนั้นมีค่าเท่ากับกระแสตรงจำนวนนั้น"

ความร้อนที่เกิดจากกระแสสลับขณะใด ๆ มีค่า $0.24\ i^2R$ แคลอรี่/วินาที

$$H = 0.24\ i^2R$$

$$= 0.24\ (I_o \sin wt)^2R \qquad (2.5.1)$$



รูปที่ 2.16 แสดงการเปลี่ยนแปลงความร้อนและกระแส

ความร้อนที่เกิดขึ้นในเวลา T วินาที แสดงให้ดูด้วยพื้นที่แลเงา ค่าความร้อนเฉลี่ยคือพื้นที่แลเงาหารด้วย T

$$H\ (\text{เฉลี่ย}) = \frac{1}{T}\int_0^T 0.24\,(I_o \sin wt)^2\, R\,dt$$

$$= \frac{0.24\, I_o^2 R}{T}\int_0^T (\sin wt)^2 dt$$

$$= \frac{0.24\, I_o^2 R}{2} \qquad (2.5.2)$$

และถ้าใช้กระแสตรง I_{dc} จำนวนหนึ่งไหลผ่านความต้านทาน R จะให้ความร้อน $0.24\ I_{dc}^2 R$ ซึ่งเป็นความร้อนเฉลี่ย เมื่อให้ปริมาณความร้อนเนื่องจากกระแสตรงเท่ากับปริมาณความร้อนเนื่องจากกระแสสลับ จะได้ว่า

$$I_{dc} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} \qquad (2.5.3)$$

ซึ่งหมายความว่า กระแสสลับรูปซายน์ไหลผ่านตัวต้านทานตัวหนึ่งให้ปริมาณความร้อนเท่ากับเมื่อกระแสตรงไหลผ่านแล้ว เรียกว่า กระแสสลับนั้นมีแอมแปร์เท่ากับแอมแปร์ของกระแสตรงนั้น

$\frac{I_o}{\sqrt{2}}$ นี้เรียกว่ากระแส อาร์.เอ็ม.เอส (r.m.s. current) หรือกระแสยังผล (effective current) เพราะเป็นกระแสสลับที่ใช้คิดหาปริมาณความร้อน