

บทที่ 1

บทนำ



### 1.1 งานในอดีต

ในอดีตได้มีการศึกษาเกี่ยวกับการดัด (bending) ของแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมไว้ไม่มากนัก ซึ่งอาจจะกล่าวถึงได้ดังนี้

กาเลอคิน (Galerkin)<sup>(1)</sup> และนาโต (Nadai)<sup>(2)</sup> ได้วิเคราะห์แผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีที่รองรับแบบธรรมดาตลอดแนวของขอบภายใต้แรงกระทำในแนวตั้งที่จุดต่าง ๆ มอยนอฟสกี-ครีเกอร์ (Woinowsky-Krieger)<sup>(3)</sup> ในปี 1933 ได้วิเคราะห์ปัญหาของแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีที่รองรับแบบธรรมดาที่ขอบทั้งสามด้าน โดยได้คำตอบในรูปของโพลิโนเมียล (polynomials) กำลังห้าสำหรับกรณีที่แผ่นพื้นถูกกระทำด้วยแรงแผ่กระจายสม่ำเสมอ ในกรณีที่แผ่นพื้นรับแรงเดียวที่จุดศูนย์กลางของมัน เขาได้หาคำตอบจากการให้แรงเดี่ยวหลาย ๆ แรงกระทำบนแผ่นพื้นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวในตำแหน่งที่เป็นเสมือนภาพฉายซึ่งกันและกัน (method of images) คำตอบที่ได้อยู่ในรูปของอนุกรมดังที่ได้นำมาแสดงไว้ในภาคผนวก ก

สำหรับกรณีของแผ่นพื้นที่ยึดจากคานรองรับ โดยแรงทั้งหมดจะต้องถ่ายลงสู่เสาโดยตรงนับว่าเป็นปัญหาที่น่าสนใจและต้องใช้การวิเคราะห์ที่ค่อนข้างจะยากขึ้น ได้มีผู้ศึกษาค้นคว้าไว้บ้างแล้วเช่น ผลงานของนาโต (Nadai)<sup>(4)</sup> และ มาร์คัส (Marcus)<sup>(5)</sup> ลีและบัลเลสเตอร์ส (Lee and Ballesteros)<sup>(6)</sup> ได้วิจัยหาคำตอบ (solution) สำหรับปัญหาแผ่นพื้นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีที่รองรับที่มุมทั้งสี่ ภายใต้แรงกระทำแผ่กระจายสม่ำเสมอ โดยสมมติฟังก์ชันการโก่ง (deflection function) ให้อยู่ในรูปโพลิโนเมียลกำลังสี่ คำตอบที่ได้เป็นคำตอบโดยประมาณ (approximate solution) เพราะค่าโมเมนต์ดัดไม่เป็นศูนย์ตลอดแนวขอบของแผ่นพื้น ซึ่งแพน (Pan)<sup>(7)</sup> ได้เสนอแนะวิธีปรับปรุงคำตอบโดยให้รวมฟังก์ชันการโก่งในรูปของอนุกรมซึ่งประกอบ

ด้วยฟังก์ชันโคซายและฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก (hyperbolic function)

อนึ่ง จิตติ วิชาขณา (Vijakkhana)<sup>(8)</sup> ก็ได้ทำการศึกษาการตัดของแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารองรับที่มุมภายใต้แรงกระทำแผ่กระจายสม่ำเสมอ ซึ่งในการหาคำตอบนั้นก็ได้อสมมติให้ฟังก์ชันการโก่งอยู่ในรูปของโพลีโนเมียลตามที่ เกิร์กมาน (Girkmann)<sup>(9)</sup> ได้เคยเสนอแนะไว้ คำตอบที่ได้ก็มีลักษณะเช่นเดียวกับของลีและบัลเลสเตอร์ส (Lee and Ballesteros)<sup>(6)</sup> คือค่าโมเมนต์ดัดไม่เท่ากับศูนย์ตลอดแนวขอบของแผ่นพื้น ส่วนปัญหาของโครงสร้างแผ่นแบนรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารองรับที่มุมโดยมีแรงแบบเป็นจุดและแรงแผ่กระจายบางส่วนกระทำที่จุดศูนย์กลางนั้น สุรศักดิ์ พูลชัยนาวาสกุล (Surasak Poonchainavaskuen)<sup>(10)</sup> ได้วิจัยหาคำตอบโดยสมมติฟังก์ชันการโก่งอยู่ในรูปของโพลีโนเมียลและใช้วิธีของพลังงาน (energy method) หาคำตอบสุดท้าย ซึ่งคำตอบที่ได้นั้นมีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างมาก

## 1.2 วัตถุประสงค์และขอบเขตของการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัยนี้ก็เพื่อศึกษาการตัดของแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งเป็นวัสดุแบบอีลาสติกและมีคุณสมบัติทางกายภาพและทางกลศาสตร์เหมือนกันในทุกทิศทาง (isotropic material) และมีความหนาเท่ากันตลอด ถูกกระทำด้วยแรงเดี่ยวที่จุดศูนย์กลางของแผ่นโดยมีที่รองรับที่มุมทั้งสามรูปลักษณะและแกนโคออร์ดิเนต (coordinate axes) แสดงไว้ในรูปที่ 1 สภาพของขอบ (boundary conditions) ของแผ่นพื้นดังกล่าวมีดังนี้คือ ค่าระยะโก่งที่มุมเป็นศูนย์และไม่มีโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนตามแนวของขอบ

ในการศึกษาครั้งนี้จะใช้วิธีนำเอาคำตอบของกรณีแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีที่รองรับแบบธรรมดามารวมเข้ากับคำตอบในรูปของโพลีโนเมียลและอนุกรมฟังก์ชันตรีโกณและฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก โดยจัดให้ผลรวมของคำตอบทั้งสองแบบมีค่าสอดคล้องกับสภาพของขอบทั้งหมดตามที่ได้กล่าวถึงข้างต้นโดยอาศัยเครื่องจักรประมวลผลช่วยในการคำนวณ ผลของการวิเคราะห์จะได้แสดงในรูปของกราฟและในตอนท้ายจะได้ยกตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานในการคำนวณออกแบบองค์อาคารด้วย