บทที่ 3

ผลการวิเคราะห์และการวิจารณ์

จากการวิเคราะห์ในบทที่ 2 ได้ตัวแปรของการเคาะ $\bar{P}_n$ สำหรับจำนวนคลื่น n ต่าง ๆ ซึ่งอาจเขียนได้เป็น

$$\bar{P}_n = -\left\{ \frac{W_1 + W_4 + 2(W_4 - 2W_5)\, n^2 + W_5 n^4}{C_3 W_3 + C_1 W_4 + (C_3 W_2 - C_1 W_5) n^2} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots(63)$$

จากตัวแปรของการเคาะที่จำนวนคลื่น n ต่าง ๆ สามารถจะหาค่าแรงวิกฤติได้ดังนี้ โดยการแทนค่า ν, k, α_i, α_o, χ_i และ χ_o ลงในสมการที่เกี่ยวข้อง (16ก), (16ข), (40), (41), (42), (43), (50), (51), (53), (54), (55) (56) (57) และ (58) ก็สามารถคำนวณค่า C_1, C_3, W_1, W_2, W_3, W_4 และ W_5 ได้ เมื่อแทนค่าเหล่านี้และค่า n ลงในสมการ (63) โดยแปรค่า n ตั้งแต่ 0, 1, 2, 3,........... ก็สามารถคำนวณค่า $\bar{P}_n$ ที่จำนวนคลื่น n ต่าง ๆ ได้ ถ้าค่า $\bar{P}_n$ มีค่าลดลงก็ให้คำนวณค่า $\bar{P}_n$ ค่าต่อ ๆ ไปจนกระทั่งค่า $\bar{P}_n$ เริ่มมีค่ามากขึ้นซึ่งแสดงว่าได้ผ่านค่าน้อยที่สุดแล้ว เมื่อตรวจสอบค่าต่อ ๆ ไปอีกสองสามค่า หากเห็นว่ามีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ ก็ให้หยุดคำนวณ จากค่าตัวแปรของการเคาะที่น้อยที่สุด $\bar{P}_{cr}$ ก็จะคำนวณค่าแรงวิกฤติได้โดยใช้สมการ (62) สำหรับแต่ละค่าของขนาดรูของแผ่นวงแหวน k เมื่อแปรค่า n จาก 0, 1, 2, 3,.... และค่าต่อ ๆ ไปแล้วก็จะได้คำตอบดังที่ได้เขียนไว้เพื่อเป็นตัวอย่างในรูปของกราฟ รูปที่ 25, 26, 27 และ 28 ซึ่งเป็นการเขียนกราฟระหว่างตัวแปรของการเคาะ $\bar{P}_n$ กับขนาดรูของแผ่นวงแหวน k เส้นประคือค่า $\bar{P}_n$ ที่จำนวนคลื่น n ต่าง ๆ กัน และเส้นทึบคือค่า $\bar{P}_{cr}$ ซึ่งเป็นเส้นโอบ (envelope) ที่ลากผ่านจุดต่าง ๆ บนเส้นประที่มีค่าต่ำสุดในแต่ละขนาดรูของแผ่นวงแหวน

3.1 คำตอบสำหรับแผ่นวงแหวนเสริมด้วยคานขอบ

เนื่องจากคำตอบของค่าแรงวิกฤตมีตัวแปร (parameter) มาก เพราะนอกจากขนาดของรูของแผ่นวงแหวน k ค่าอัตราส่วนพัวซอง ν แล้วยังมีค่าความเกร็งเชิงแกน α_i, α_o และความเกร็งเชิงบิด χ_i, χ_o ซึ่งมีค่าแปรเปลี่ยนไปได้หลาย ๆ ค่า และจะมีผลต่อค่าแรงวิกฤติ และรูปแบบของการเคาะ ดังนั้นจึงได้ทำการศึกษาผลกระทบของตัวแปรเหล่านี้โดยแยกพิจารณาดังนี้

3.1.1 ผลกระทบของความเกร็งเชิงคัดของคานขอบต่อค่าแรงวิกฤติ

เพื่อศึกษาผลกระทบของความเกร็งเชิงคัดของคานขอบต่อค่าแรงวิกฤติของแผ่นวงแหวนจะได้แปรค่าความเกร็งเชิงคัด χ_i และ χ_o โดยให้ความเกร็งเชิงแกน α_i และ α_o มีค่าคงที่ดังนี้

กรณี 3.1.1.1 - ขอบในและขอบนอกเสริมคานขอบขนาดเท่ากัน รูปที่ 6
โดยมีค่า $\chi_i = 0,1,10,100,1000,\infty$; $\chi_o = k\,\chi_i$; $\alpha_i = 1$; $\alpha_o = k$

กรณี 3.1.1.2 - ขอบในเสริมคานขอบและขอบนอกรองรับธรรมดา รูปที่ 7
โดยมีค่า $\chi_i = 0,1,10,100,1000,\infty$; $\chi_o = 0$; $\alpha_i = 1$; $\alpha_o = 0$

กรณี 3.1.1.3 - ขอบในรองรับธรรมดา และขอบนอกเสริมคานขอบ รูปที่ 8
โดยมีค่า $\chi_i = 0$; $\chi_o = 0,1,10,100,1000,\infty$; $\alpha_i = 0$; $\alpha_o = 1$

กรณี 3.1.1.4 - ขอบในเสริมคานขอบและขอบนอกรองรับยึดแน่น รูปที่ 9
โดยมีค่า $\chi_i = 0,1,10,100,1000,\infty$; $\chi_o = \infty$; $\alpha_i = 1$; $\alpha_o = 0$

กรณี 3.1.1.5 - ขอบในรองรับยึดแน่นและขอบนอกเสริมคานขอบ รูปที่ 10
โดยมีค่า $\chi_i = \infty$; $\chi_o = 0,1,10,100,1000,\infty$; $\alpha_i = 0$; $\alpha_o = 1$

ค่า $\bar{P}_{cr}$ ที่คำนวณได้ในแต่ละกรณีได้แสดงไว้ในตารางที่ 1 โดยกำหนดให้ $\nu = 0.3$ และค่า k = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 ในช่องสุดท้ายของตารางที่ 1 ได้แสดงค่า $\bar{P}_{cr}$ สำหรับแผ่นวงแหวนไร้คานขอบแบบรองรับธรรมดา โดยเอาตัวเลขจากผลรูปที่ 25 ทั้งนี้เพื่อใช้เป็นค่าเปรียบเทียบกับกรณีอื่น ๆ

จากผลที่ได้ในตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่า เมื่อค่าความเกร็งเชิงคัด χ_i และ/หรือ χ_o มีค่าเพิ่มมากขึ้นแล้วค่าแรงวิกฤติจะมากขึ้น เมื่อพิจารณารูปแบบของการเคาะแล้วจะเห็นว่า การมีคานขอบจะทำให้รูปแบบของการเคาะมีจำนวนคลื่นมากขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อขนาดรูแผ่นวงแหวนใหญ่ขึ้น ค่าแรงวิกฤติจะมากขึ้นและให้เปอร์เซนต์มากขึ้นเมื่อเทียบกับแผ่นวงแหวนไร้คานขอบรองรับธรรมดา

3.1.2 ผลกระทบของความเกร็งเชิงแกนของคานขอบต่อค่าแรงวิกฤติ

เพื่อศึกษาผลกระทบของความเกร็งเชิงแกนของคานขอบต่อค่าแรงวิกฤติของแผ่นวงแหวนจะได้แปรค่าความเกร็งเชิงแกน α_i และ α_o โดยให้ความเกร็งเชิงคัด χ_i

และ x_o มีค่าคงที่ดังนี้

กรณี 3.1.2.1 - ขอบในและขอบนอกเสริมคานขอบขนาดเท่ากัน รูปที่ 6 โดยมีค่า $\alpha_i = 0,0.1,0.5,1,10$; $\alpha_o = k\alpha_i$; $x_i = 100$; $x_o = 100k$

กรณี 3.1.2.2 - ขอบในเสริมคานขอบและขอบนอกรองรับธรรมดา รูปที่ 7 โดยมีค่า $\alpha_i = 0,0.1,0.5,1,10,\infty$; $\alpha_o = 0$; $x_i = 100$; $x_o = 0$

กรณี 3.1.2.3 - ขอบในรองรับธรรมดาและขอบนอกเสริมคานขอบ รูปที่ 8 โดยมีค่า $\alpha_i = 0$; $\alpha_o = 0,0.1,0.5,1,10$; $x_i = 0$; $x_o = 100$

กรณี 3.1.2.4 - ขอบในเสริมคานขอบและขอบนอกรองรับยึดแน่น รูปที่ 9 โดยมีค่า $\alpha_i = 0,0.1.0.5,1,10,\infty$; $\alpha_o = 0$; $x_i = 100$; $x_o = \infty$

กรณี 3.1.2.5 - ขอบในรองรับยึดแน่น และขอบนอกเสริมคานขอบ รูปที่ 10 โดยมีค่า $\alpha_i = 0$; $\alpha_o = 0,0.1,0.5,1,10$; $x_i = \infty$; $x_o = 100$

ค่า $\bar{P}_{cr}$ ที่คำนวณได้ในแต่ละกรณีได้แสดงไว้ในตารางที่ 2 โดยกำหนดให้ $\nu = 0.3$ และ $k = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ ในช่องสุดท้ายของตารางที่ 2 ได้แสดงค่า $\bar{P}_{cr}$ สำหรับแผ่นวงแหวนไร้คานขอบรองรับธรรมดา โดยเอาตัวเลขจากผลรูปที่ 25 ทั้งนี้เพื่อใช้เป็นค่าเปรียบเทียบกับกรณีอื่น ๆ

จากผลที่ได้ในตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่าการมีคานขอบเฉพาะที่ขอบในของแผ่นวงแหวนจะทำให้ได้ค่าแรงวิกฤติเพิ่มขึ้น แต่เมื่อคานขอบมีขนาดหน้าตัดใหญ่ขึ้นมาก ๆ ค่าที่ได้กลับมีแนวโน้มลดลง นอกจากนี้ยังพบว่าขนาดของหน้าตัดคานที่ใหญ่ขึ้นเรื่อย ๆ จะทำให้รูปแบบของการเคาะมีแนวโน้มสู่ลักษณะสมมาตรรอบแกน นั่นคือ จำนวนคลื่นจะน้อยลงเรื่อย ๆ จนเมื่อ α_i มีค่ามาก ๆ การเคาะจะเป็นแบบสมมาตร ($n = 0$) เหตุที่เป็นเช่นนี้ก็เนื่องมาจากคานขอบในช่วยลดความเค้นในตัวของแผ่นวงแหวน เมื่อคานขอบมีหน้าตัดใหญ่ขึ้นความเค้นในแนวเส้นรอบวงก็จะลดลง นอกจากนี้เมื่อขนาดของรูใหญ่ขึ้นด้วยแล้วความเค้นก็ยิ่งลดลงไปอีก ทำให้การยืดขยายในแนวเส้นรอบวงน้อยมากจนกระทั่งไม่มีโอกาส เกิดการโก่งในแนวเส้นรอบวง แต่จะเกิดการโก่งในแนวเส้นรัศมีเท่านั้น ซึ่งก็คือการเคาะแบบสมมาตรนั่นเอง เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อ α_i มีค่าเข้าใกล้อนันต์ แรงวิกฤติที่ได้จะมีค่าพอเทียบเคียงกับค่าแรงวิกฤติของคานที่มีความลึกเท่ากันและกว้างหนึ่งหน่วย และมีที่รองรับที่เทียบเคียงกันได้กับของแผ่นวงแหวน

กรณีที่มีคานขอบนอกพบว่าจะให้ค่าแรงวิกฤติเพิ่มมากขึ้น แต่ให้รูปแบบของการเคาะ มีจำนวนคลื่นคงที่ถึงแม้ว่าขนาดหน้าตัดคานจะใหญ่ขึ้นเรื่อย ๆ ก็ตาม อย่างไรก็ดีจำนวนคลื่นที่ได้ยังมากกว่าแผ่นวงแหวนไร้คานขอบรองรับธรรมดาเช่นเดียวกับกรณีของผลกระทบของความเกร็งเชิงดัดในหัวข้อ 3.1.1 นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อขนาดรูแผ่นวงแหวนใหญ่ขึ้นแล้วค่าแรงวิกฤติจะมากขึ้น และให้เปอร์เซนต์มากขึ้นด้วยเมื่อเทียบแผ่นวงแหวนไร้คานขอบรองรับธรรมดา

3.2 คำตอบเฉพาะ (Limiting Cases)

นอกจากกรณีที่แผ่นวงแหวนมีคานขอบแล้ว การศึกษานี้ยังสามารถที่จะหาคำตอบเฉพาะได้โดยการกำหนดค่าความเกร็งเชิงแกนมีค่าเป็นศูนย์และค่าความเกร็งเชิงดัดมีค่าใด ๆ แล้วก็จะได้แผ่นวงแหวนที่มีสภาพการรองรับที่ขอบอยู่ระหว่างขอบธรรมดากับขอบยึดแน่นหรือเป็นการยึดแบบอีลาสติคนั่นเอง กล่าวคือจะมีเฉพาะค่าความเกร็งเชิงดัดเท่านั้นที่ทำหน้าที่ฝืนการหมุนที่ขอบแผ่นวงแหวนในขณะเกิดการเคาะ และเมื่อความเกร็งเชิงดัดมีค่าเป็นศูนย์หรืออนันต์แล้วก็จะได้แผ่นวงแหวนที่มีขอบรองรับธรรมดาหรือยึดแน่นตามลำดับ และในบางกรณีของคำตอบเฉพาะนี้สามารถนำไปเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยอื่น ๆ ที่ได้จัดทำไว้แล้ว

3.2.1 คำตอบของแผ่นวงแหวนไร้คานขอบที่รองรับแบบอีลาสติค

โดยการกำหนดค่าความเกร็งเชิงแกน α_i และ α_o มีค่าเป็นศูนย์และค่าความเกร็งเชิงดัดมีค่าดังต่อไปนี้

กรณี 3.2.1.1 - ขอบในและขอบนอกรองรับแบบอีลาสติค รูปที่ 11

โดยมี $\chi_i = \chi_o = 0, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, \infty$

กรณี 3.2.1.2 - ขอบในรองรับแบบอีลาสติคและขอบนอกรองรับธรรมดา รูปที่ 12

โดยมี $\chi_i = 0, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, \infty; \chi_o = 0$

กรณี 3.2.1.3 - ขอบในรองรับธรรมดา และขอบนอกรองรับแบบอีลาสติค รูปที่ 13

โดยมี $\chi_i = 0; \chi_o = 0, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, \infty$

กรณี 3.2.1.4 - ขอบในรองรับแบบอีลาสติคและขอบนอกรองรับยึดแน่น รูปที่ 14

โดยมี $\chi_i = 0, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, \infty; \chi_o = \infty$

กรณี 3.2.1.5 - ขอบในรองรับยึดแน่นและขอบนอกรองรับแบบอีลาสติค รูปที่ 15

โดยมี $X_i=\infty$; $X_o=$ 0,0.01,0.05,0.1,0.5,1,5,10,50,100,500,1000,∞

ค่า $\bar{P}_{cr}$ ที่คำนวณได้ในแต่ละกรณี ได้นำค่าไปเขียนกราฟไว้ในรูปที่ 16, 17, 18, 19 และ 20 ตามลำดับ ซึ่งเป็นการเขียนกราฟระหว่างค่า $\bar{P}_{cr}$ กับความเกร็งเชิงคัด X_iและ/หรือ X_o โดยให้ค่า ν =0.3 และ k = 0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6 และ 0.7 ที่ค่า X_iและ/หรือX_oมีค่าเป็นศูนย์หรืออนันต์ก็คือคำตอบของแผ่นวงแหวนไร้คานขอบที่รองรับธรรมดา หรือยึดแน่นหรือธรรมดาและยึดแน่นที่ขอบทั้งสอง (รูปที่ 21,22,23,24) ซึ่งหาไว้เพื่อยึดเป็นหลักในการเปรียบเทียบกับขอบอีลาสติคด้วย

คำตอบของแผ่นวงแหวนไร้คานขอบที่รองรับแบบอีลาสติคได้แสดงไว้ในรูปที่ 16,17 18, 19 และ 20 แสดงให้เห็นว่าเมื่อความเกร็งเชิงคัดของที่รองรับมีค่ามากขึ้นแล้วค่าแรงวิกฤติก็มีค่ามากขึ้นด้วย และนอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นว่าสำหรับแผ่นวงแหวนที่มีสภาพการรองรับที่เหมือนกันแล้วแผ่นที่มีรูโตกว่าจะรับแรงวิกฤติได้มากกว่า เมื่อพิจารณาถึงจำนวนคลื่นที่เกิดขึ้นแล้วจะเห็นว่าการเพิ่มค่าความเกร็งเชิงคัดของที่รองรับหรือขยายขนาดของรูแผ่นวงแหวนจะมีผลทำให้จำนวนคลื่นมีค่ามากขึ้น ซึ่งก็สอดคล้องกับคำตอบที่ได้จากการพิจารณาผลกระทบของความเกร็งเชิงคัดของคานขอบในหัวข้อ 3.1.1

3.2.2 เปรียบเทียบคำตอบเฉพาะกับผลงานวิจัยอื่น ๆ

คำตอบเฉพาะสำหรับกรณีแผ่นวงแหวนไร้คานขอบสามารถนำไปเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยของวิชายะกุมาร และวิวัฒน์ คล่องพานิช ตามลักษณะของการรองรับที่ขอบแบบเดียวกันดังต่อไปนี้

กรณี 3.2.2.1 - ขอบในและขอบนอกรองรับธรรมดา รูปที่ 21

ในตารางที่ 3 ช่อง (1) และ (2) คือค่า $\bar{P}_{cr}$ ของงานวิจัยนี้ และเควิชายะกุมาร ตามลำดับ ช่อง (3) คือค่าตัวเลขที่เปรียบเทียบเป็นเปอร์เซนต์โดยยึดค่าตัวเลขของวิชายะกุมารเป็นฐาน ค่า $\bar{P}_{cr}$ ของวิชายะกุมารนี้ได้มาจากการใช้รูปแบบของการโก่งในรูปของโปลีโนเมียล คือ $(1-\frac{r}{a})$ $(1-\frac{r}{b})$ และสมมติว่าเกิดการเคาะสมมาตรรอบแกน ค่าที่ได้นี้เป็นค่าประมาณตามวิธีของ เรย์เลห์ ริทซ์ ซึ่งวิชายะกุมาร ได้แสดงค่าไว้เฉพาะที่ขนาดรูแผ่นวงแหวนเท่ากับ 0.5 มีค่าตัวแปรของการเคาะ เป็น 62 คำตอบที่ได้จากงานวิจัยนี้ได้ค่าตัว

แปรของการเคาะเป็น 54.2 จะเห็นว่ามีค่าต่ำกว่าประมาณ 12.58% ที่จำนวนคลื่น n=3

กรณี 3.2.2.2 - ขอบในและขอบนอกรองรับยึดแน่น รูปที่ 22

ในตารางที่ 3 ช่อง (1), (2) และ (4) คือค่า $\bar{P}_{cr}$ ของงานวิจัยนี้ ของเค วิชายะกุมาร และวิวัฒน์ คล่องพานิช ตามลำดับ ช่อง (3) และ (5) คือค่าตัวเลขที่เปรียบเทียบเป็นเปอร์เซนต์โดยยึดค่าตัวเลขของวิชายะกุมารและวิวัฒน์เป็นฐาน ตามลำดับ ค่า $\bar{P}_{cr}$ ของวิชายะกุมารที่ได้มานี้ใช้วิธีการเช่นเดียวกับกรณี 3.2.2.1 แต่ใช้รูปแบบของการโก่งเป็น $(1-\frac{r}{a})^2(1-\frac{r}{b})^2$ และสำหรับของวิวัฒน์ คล่องพานิช ได้ใช้รูปแบบของการโก่งในรูปของโปลิโนเมียลเช่นเดียวกัน แต่สมมติเกิดการเคาะไม่สมมาตรรอบแกน โดยใช้ฟังก์ชั่นของโคไซน์ เป็นตัวกำหนดรูปแบบของการโก่งด้วยจำนวนคลื่น n ไปตามเส้นรอบวงของแผ่นวงแหวน คือ $(a^2-r^2)^2(b^2-r^2)^2\cos(n\theta)$ ค่าที่ได้เป็นค่าประมาณตามวิธีของกาเลอคิน จากการเปรียบเทียบพบว่าสำหรับกรณีเฉพาะที่ขนาดรู k = 0.5 ซึ่งวิชายะกุมารได้แสดงไว้ในงานวิจัยของเขาได้ค่าตัวแปรของการเคาะเป็น 223 และงานวิจัยนี้ได้ค่าตัวแปรของการเคาะเป็น 113 จะเห็นว่างานวิจัยนี้ให้ค่าต่ำกว่าประมาณ 49.3% และให้จำนวนคลื่น n = 6

เมื่อเปรียบเทียบกับค่าตัวเลขของวิวัฒน์ ซึ่งได้แสดงผลไว้สำหรับขนาดรูแผ่นวงแหวน k=0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6 และ 0.7 พบว่าที่ขนาดรูแผ่นวงแหวนเล็กๆ $(k \leq 0.4)$ ตัวเลขของงานวิจัยนี้จะให้ค่าต่ำกว่ามากประมาณ 16 -48% และให้จำนวนคลื่นน้อยกว่าเล็กน้อย เมื่อขนาดรูแผ่นวงแหวนใหญ่ขึ้น $(k > 0.4)$ จะให้ค่าแรงวิกฤติต่ำกว่าเล็กน้อยประมาณ 5-11% และส่วนใหญ่ให้จำนวนคลื่นน้อยกว่า

กรณี 3.2.2.3 - ขอบในรองรับธรรมดาและขอบนอกรองรับยึดแน่น รูปที่ 23

ในตารางที่ 3 ช่อง (1), (2) และ (3) คือค่า $\bar{P}_{cr}$ ของงานวิจัยนี้ของเค วิชายะกุมาร และวิวัฒน์ คล่องพานิชตามลำดับ ช่อง (3) และ (5) คือค่าตัวเลขที่เปรียบเทียบเป็นเปอร์เซนต์โดยยึดค่าตัวเลขของวิชายะกุมารและวิวัฒน์เป็นฐานตามลำดับ ค่า $\bar{P}_{cr}$ ของวิชายะกุมารที่ได้มานี้ใช้วิธีการเช่นเดียวกับกรณี 3.2.2.1แต่ใช้รูปแบบของการโก่งเป็น $(1-\frac{r}{a})(1-\frac{r}{b})^2$ และสำหรับวิวัฒน์ใช้วิธีการเช่นเดียวกับกรณี 3.2.2.2 แต่ใช้รูปแบบของการโก่งเป็น $(a-r^2)(b^2-r^2)^2\cos(n\theta)$ จากการเปรียบเทียบงานวิจัยนี้กับวิชายะกุมารพบว่าสำหรับขนาดรูแผ่นวงแหวน k=0.5 วิชายะกุมารได้ตัวแปรของการเคาะเป็น 158 ส่วนงาน

วิจัยนี้ได้ค่าเป็น 89.9 จะเห็นว่ามีค่าต่ำกว่าค่าตัวเลขของวิชายะกุมารประมาณ 43.1% และให้จำนวนคลื่น n = 5

เมื่อเปรียบเทียบค่าตัวเลขกับของววิวัฒน์ที่ได้แสดงผลไว้ที่ขนาดของรูแผ่นวงแหวน k = 0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7 พบว่าค่าตัวเลขของงานวิจัยนี้ส่วนใหญ่ให้ค่าตอบสูงกว่าของววิวัฒน์ ทั้งนี้มีข้อน่าสังเกตุว่า การใช้รูปแบบของการโก่งของววิวัฒน์ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของการรองรับที่ขอบ กล่าวคือที่ขอบในซึ่งเป็นขอบรองรับธรรมดา ได้ค่าโมเมนต์ดัดไม่เป็นศูนย์ ซึ่งอาจจะทำให้ได้ค่า $\overline{P}_{cr}$ ไม่ถูกต้องจริง

กรณี 3.2.2.4 - ขอบในรองรับยึดแน่น และขอบนอกรองรับธรรมดา รูปที่ 24

ในตารางที่ 3 ช่อง (1) และ (2) คือค่า $\overline{P}_{cr}$ ของงานวิจัยนี้ และเควิชายะกุมารตามลำดับ ช่อง (3) คือค่าตัวเลขที่เปรียบเทียบเป็นเปอร์เซนต์โดยยึดค่าตัวเลขของวิชายะกุมารเป็นฐาน ค่า $\overline{P}_{cr}$ ของวิชายะกุมารที่หามาได้ใช้วิธีการเช่นเดียวกับกรณี 3.2.2.1 แต่ใช้รูปแบบของการโก่งเป็น $(1-\frac{r}{a})^2(1-\frac{r}{b})$ เมื่อเปรียบเทียบค่าตัวเลขกับวิชายะกุมารที่ได้แสดงผลไว้เฉพาะขนาดรูแผ่นวงแหวน k = 0.5 ได้ค่าตัวแปรของการเคาะเป็น 95 และงานวิจัยนี้ได้ค่าเป็น 74.7 จะเห็นว่างานวิจัยนี้ให้ค่าต่ำกว่าประมาณ 21.4% และให้จำนวนคลื่น n = 4

3.2.3 เปรียบเทียบค่าแรงวิกฤติเมื่อมีเงื่อนไขการรองรับที่ขอบแตกต่างกัน

แผ่นวงแหวนไร้คานขอบที่มีเงื่อนไขของการรองรับที่ขอบแบบต่าง ๆ รูปที่ 29 ที่ได้จากงานวิจัยนี้ เมื่อเปรียบเทียบกับขอบรองรับธรรมดาทั้งขอบในและขอบนอก พบว่าเมื่อพิจารณาเฉพาะที่ขนาดของรูแผ่นวงแหวนมีสัดส่วน k = 0.5ค่าแรงวิกฤติที่ได้มีค่าแตกต่างกันดังนี้

ขอบในและขอบนอกยึดแน่นค่าแรงวิกฤติจะเพิ่มขึ้น 108%

ขอบในธรรมดาและขอบนอกยึดแน่นค่าแรงวิกฤติจะเพิ่มขึ้น 66%

ขอบในยึดแน่นและขอบนอกธรรมดาค่าแรงวิกฤติจะเพิ่มขึ้น 38%

นอกจากนี้ที่ขอบนอกยึดแน่นจะให้ค่าแรงวิกฤติสูงกว่าที่ขอบในยึดแน่นประมาณ 20% และยังพบว่าจำนวนคลื่นของการเคาะที่ได้จากขอบยึดแน่นจะมากกว่าขอบธรรมดาด้วย