เอกสารอ้างอิง

Ashley, J.R. Introduction to Analog Computation. New York: John Wiley and Sons, 1965.

Borsky, V., and Matyas, J. Computation by Electronic Analogue Computers. (n.p.): Iliffe Books, 1968.

Bryant, L.T., Just, L.C., and Pawlicki, G.S. Introduction to electronic analogue computing. Illinois: Argonne National Laboratory, 1966.

Gilbert, C.P. The Design and Use of Electronic Analogue Computers. London: Chapman and Hall, 1964.

Glasstone, S., and Sesonske, A. Nuclear Reactor Engineering. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1967.

Huskey, H.D., and Korn, G.A. Computer Handbook. New York: Mc Graw - Hill Book Co., 1962.

Hyndman, D.E. Analog and Hybrid Computing. London: Pergamon Press, 1970.

Johnson, C.L. Analog Computer Techniques. New York: Mc Graw - Hill Book Co., 1963.

Korn, G.A., and Korn, T.M. Electronic Analog and Hybrid Computers. New York: Mc Graw - Hill Book Co., 1964.

Lamarsh, J.R. Introduction to Nuclear Reactor Theory. New York: Addison - Wesley Publishing Co., 1966.

Lamarsh, J.R. Introduction to Nuclear Engineering. New York: Addison - Wesley Publishing Co., 1975.

Rajaraman, V. Analog Computation and Simulation. New Delhi: Prentice - Hall of India private, 1974.

Rogers, A.E., and Connolly, T.W. Analog Computation in Engineering Design. New York: Mc Graw - Hill Book Co., 1960.

Stewart and Atkinson. Basic Analogue Computer Techniques. London: Mc Graw - Hill Publishing Co., 1967.

"A study of Xenon Poisoning in a nuclear reactor." New Jersey: Electronic Associates, 1963.

"Transistorized Analog Computer operator's handbook." New Jersey: Electronic Associates, (n.d.)

ผนวก ก.

การได้มาซึ่งรูปแบบทั่วไปของสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับสอง

สำหรับระบบของการแกว่งของสปริงดังในรูปที่ ๑๕ สมการของการเคลื่อนที่ของมวลคือ

$$M\frac{d^2X}{dt^2} + D\frac{dX}{dt} + KX = Y \qquad (1)$$

คำตอบของสมการนี้แบ่งออกเป็น ๒ ส่วน

๑. คำตอบประกอบ (Complementary solution) X_1 ซึ่งเป็นคำตอบของสมการที่ (๑) เมื่อ$Y = 0$

๒. คำตอบเฉพาะ (particular solution) X_2 ซึ่งเป็นคำตอบของสมการที่ (๑) ที่ภาวะสม่ำเสมอ (steady state) คำตอบที่สมบูรณ์จะเป็น

$$X = X_1 + X_2$$

สำหรับ X_1 สมมติให้คำตอบอยู่ในรูป

$$X_1 = Ae^{st}$$

โดยที่ A และ s อาจจะอยู่ในรูปคอมเพล็กซ์ เช่น $A = a + jb$ และ $s = \alpha + j\omega$ ดิฟเฟอเรนชิเอท X_1 จะได้

$$\frac{dX_1}{dt} = s\,A\,e^{st}$$

และ

$$\frac{d^2X_1}{dt^2} = s^2A\,e^{st}$$

เมื่อแทนค่าลงในสมการที่ (๑) ในกรณี $Y = 0$ จะได้

$$Ms^2Ae^{st} + DsAe^{st} + KAe^{st} = 0 \qquad (2)$$

เนื่องจาก $Ae^{st} \neq 0$ จึงสามารถใช้ Ae^{st} หารตลอดได้

$$Ms^2 + Ds + K = 0 \qquad (3)$$

สมการที่ (๓) เป็นสมการช่วย (auxiliary equation) ของสมการที่ (๑) และรากของสมการที่ (๓) คือ

$$S = -\frac{D}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}}$$

สามารถแบ่งออกได้เป็น ๓ กรณี

$$(1) \quad \frac{K}{M} > \left(\frac{D}{2M}\right)^2$$

$$(2) \quad \frac{K}{M} = \left(\frac{D}{2M}\right)^2$$

$$(3) \quad \frac{K}{M} < \left(\frac{D}{2M}\right)^2$$

สำหรับกรณีที่ (๑) รากเป็นคอมเพล็กซ์

$$S = -\frac{D}{2M} \pm \sqrt{\frac{K}{M} - \left(\frac{D}{2M}\right)^2}$$

ให้ $\frac{D}{2M} = \alpha$ และ $\sqrt{\frac{K}{M} - \left(\frac{D}{2M}\right)^2} = \omega$

เพราะฉนั้น $S = \alpha \pm j\omega$ และจะได้คำตอบประกอบเป็น

$$X_1 = A_1 e^{(-\alpha+j\omega)t} + A_2 e^{(-\alpha-j\omega)t}$$

โดยที่ A_1 และ A_2 เป็นค่าคงที่ซึ่งเลือกได้ (arbitary constants)

$$X_1 = e^{-\alpha t}(A_1 e^{j\omega t} + A_2 e^{-j\omega t}) \quad (4)$$

เมื่อทำการกระจายเทอมเอ็กโปเนนเชียล $e^{j\omega t}$ และ $e^{-j\omega t}$ และรวมเทอมต่าง ๆ แล้วจะได้

$$X_1 = e^{-\alpha t}(B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t) \quad (5)$$

โดยที่ $B_1 = (A_1 + A_2)$ และ $B_2 = j(A_1 - A_2)$

ถ้าทางขวามือของสมการที่ (๑) เป็นสเต็ปฟังก์ชั่น (step function) มีค่าเท่ากับ Y หน่วย ที่เวลา $t = 0$ คำตอบที่ภาวะสม่ำเสมอนั้น ก็คือค่าของ X ในขณะที่ t เข้าสู่อนันต์ ขณะที่ t เข้าสู่อนันต์ d^2X/dt^2 และ dX/dt เข้าสู่ศูนย์ เพราะฉนั้น X จะมีค่าเข้าสู่ Y/K คอตอบเฉพาะ X_2 จะมีค่าเท่ากับ Y/K ดังนั้น คำตอบที่สมบูรณ์ของสมการที่ (๑) จะเป็น

$$X = X_1 + X_2$$

$$X = e^{-\alpha t}(B_1 \cos\omega t + B_2 \sin \omega t) + Y/K \quad (6)$$

เพื่อที่จะหาค่า B_1 และ B_2 พิจารณาสภาวะเริ่มต้นของสมการที่ (๑) ที่ $t = 0$ ก่อนที่จะใส่ Y เข้าไป

$$X = 0 \quad \text{และ} \quad dX/dt = 0$$

ทำการดิฟเฟอเรนชิเอทสมการที่ (๖)

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t}(B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t) + e^{-\alpha t}(-\omega B_1 \sin \omega t + \omega B_2 \cos \omega t) \quad (7)$$

แทนค่า $t = 0$ ในสมการที่ (๖) และ (๗) จะได้

$$B_1 = -Y/K$$

และ $$B_2 = \alpha B_1/\omega = -\alpha Y/K\omega$$

ดังนั้น

$$X = \frac{Y}{K}\left[1 - e^{-(D/2M)t}\left\{\cos\left(\sqrt{\frac{K}{M} - \left(\frac{D}{2M}\right)^2}\right)t - \frac{D/2M}{\sqrt{\frac{K}{M} - \left(\frac{D}{2M}\right)^2}}\sin\left(\sqrt{\frac{K}{M} - \left(\frac{D}{2M}\right)^2}\right)t\right\}\right] \qquad (8)$$

เมื่อการหน่วงเป็นศูนย์ นั่นคือ $D = 0$

$$X = \frac{Y}{K}\left[1 - \cos\sqrt{\frac{K}{M}}\,t\right] \qquad (9)$$

เพราะฉนั้นมวลจะแกว่งรอบจุด X อันหนึ่งด้วยแอมปลิจูดคงที่ $\pm Y/K$ ด้วยความถี่ธรรมชาติ $\omega n = \sqrt{K/M}$

สำหรับกรณีที่ $K/M = (D/2M)^2$ รากของสมการช่วยมีค่าเท่ากัน จะไม่มีการแกว่งเกิดขึ้นในระบบ กรณีนี้เรียกว่าเป็นการหน่วงวิกฤต (**critical damped**)

ในที่นี้จะกำหนดสัญลักษณ์ที่ไม่มีมิติขึ้นอันหนึ่งเรียกว่า อัตราการหน่วง(**damping ratio**) แทนด้วย ζ โดยที่

$$\zeta = \frac{\text{สัมประสิทธิ์ของการหน่วงที่แท้จริงในสมการ}}{\text{สัมประสิทธิ์ของการหน่วงที่ทำให้เกิดการหน่วงวิกฤต}}$$

สัมประสิทธิ์ของการหน่วงในสมการคือ D/M และสัมประสิทธิ์ที่ทำให้เกิดการหน่วงวิกฤต คือ $(D/2M)^2 = K/M$

ความถี่ธรรมชาติของระบบที่ไม่มีการหน่วง $\omega n = \sqrt{K/M}$ ดังนั้นในกรณีของการหน่วงวิกฤต $D/M = 2\omega n$

ดังนั้น $\zeta = \frac{D/M}{2\omega n}$ หรือ $\frac{D}{M} = 2\zeta\omega n$

สมการที่ (๑) ในเทอมของ ζ และ ωn จะเป็น

$$\frac{d^2X}{dt^2} + 2\zeta\omega n\frac{dX}{dt} + \omega n^2 X = \frac{Y}{m} \qquad (10)$$

สมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับสองใด ๆ สามารถเขียนในรูปแบบทั่วไปได้เป็นสมการที่ (๑๐)

และมีคำตอบเป็น

$$X = \frac{Y}{K}\left[1-e^{-\omega_n \zeta t}\left\{\cos\omega n\left(\sqrt{1-\zeta^2}\right)t-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\omega_n\left(\sqrt{1-\zeta^2}\right)t\right\}\right] \qquad (11)$$

ในกรณี $\zeta = 0$

$$X = \frac{Y}{K}\left[1 - \cos\omega_n\right] \qquad (12)$$

ส่วนในกรณีที่

$$\frac{d^2X}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{dX}{dt} + \omega_n^2 X = 0 \qquad (13)$$

คำตอบของสมการที่ (๑๓) จะเป็น

(1) $X = A \sin\omega t \qquad \zeta = 0$

(2) $X = e^{-\zeta\omega_n t}\left[A\cos\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}\, t + B \sin\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}\, t\right]$

สำหรับ $\zeta < 1$

(3) $X = e^{-\omega_n t}(At + B)$ สำหรับ $\zeta = 1$

(4) $X = e^{-\zeta\omega_n t}\left[Ae^{\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}\, t} + B e^{-\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}\, t}\right]$

สำหรับ $\zeta > 1$

ω_n เป็นความถี่เชิงมุมมีหน่วยเป็น เรเดียน/วินาที ที่เกิดจากการแกว่งซึ่งเกิดขึ้นเมื่อ $\zeta = 0$ และ ω_n นี้ถูกกำหนดว่าเป็นความถี่ธรรมชาติของระบบที่ไม่มีการหน่วง ในกรณีที่ $0 < \zeta < 1$ ความถี่ที่แท้จริงคือ ω หาได้จาก

$$\omega = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

ระยะเวลา (period) ของการแกว่งที่แท้จริงจะเป็น $2\pi/\omega$ วินาที

ผนวก ข.

การประมาณค่าสูงสุดของสมการดิฟเฟอเรนเชียลเชิงเส้น

สมการและสภาวะเริ่มต้น	เงื่อนไข	$\lvert y\rvert_m$	$\lvert \dot{y}\rvert_m$	$\lvert \ddot{y}\rvert$
สมการอันดับหนึ่ง				
$\dot{y}+\alpha y = Au_{-1}(t)$	$\alpha > 0$	A/α	A	—
$y(0)=0$				
$\dot{y}+\alpha y = 0$	$\alpha > 0$	A	αA	—
$y(0)=A$				
สมการอันดับสอง				
$\ddot{y}+2\zeta\omega_n\dot{y}+\omega_n^2 y = Au_{-1}(t)$	$\zeta = 0$	$2A/\omega_n^2$	A/ω_n	A
$y(0)=0 \quad \dot{y}(0)=0$				
$\ddot{y}+2\zeta\omega_n\dot{y}+\omega_n^2 y = 0$	$\zeta = 1$	A/ω_n^2	$A/\omega_n e$	A
$y(0)=0 \quad \dot{y}(0)=0$				
$\ddot{y}+2\zeta\omega_n\dot{y}+\omega_n^2 y = 0$	$\zeta = 0$	A/ω_n	A	$\omega_n A$
$y(0)=0 \quad \dot{y}(0)=A$				
$\ddot{y}+2\zeta\omega_n\dot{y}+\omega_n^2 y = 0$	$\zeta \geqslant 0$	A	$A\omega_n$ (สำหรับ$\pi=0$)	$\omega_n^2 A$
$y(0)=A \quad \dot{y}(0)=0$			$A\omega_n/e \quad (\pi=1)$	
$\ddot{y}+2\zeta\omega_n\dot{y}+\omega_n^2 y = 0$	$\zeta = 1$	$A/\omega_n e$	A	$2\omega_n A$
$y(0)=0 \quad \dot{y}(0)=A$				

$$e = 2.7182818$$

ประวัติ

นายวิทยา ตรุณาวงษานนท์ เกิดเมื่อวันที่ ๑๑ กันยายน พ.ศ. ๒๔๙๕ ที่อำเภอมโนรมย์ จังหวัดชัยนาท เข้าศึกษาในคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ในปี พ.ศ. ๒๕๑๓ สำเร็จการศึกษาได้รับปริญญาวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาฟิสิกส์ ในปี พ.ศ. ๒๕๑๖ ได้เข้าศึกษาต่อในแผนกนิวเคลียร์เทคโนโลยี่ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ. ๒๕๑๗ และสำเร็จการศึกษาได้รับประกาศนียบัตรชั้นสูงสาขานิวเคลียร์เทคโนโลยี่ ในปีเดียวกัน ในปี พ.ศ. ๒๕๑๘ ได้เข้าศึกษาต่อในแผนกนิวเคลียร์เทคโนโลยี่ชั้นปริญญามหาบัณฑิต ปัจจุบันทำงานในตำแหน่งนักฟิสิกส์รังสี ๓ กองการวัดกัมมันตภาพรังสี สำนักงานพลังงานปรมาณูเพื่อสันติ.