

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบพฤติกรรมการให้บริการแบบป้อนกลับเมื่อมีหน่วยให้บริการหรือผู้ให้บริการ (Server) 2 หน่วย ที่มีนโยบายการให้บริการแบบไม่กำหนดความสำคัญในการให้บริการก่อน (FIFO) กับ นโยบายการให้บริการแบบกำหนดความสำคัญในการให้บริการก่อน (PRIORITY) ซึ่งในการเปรียบเทียบจะพิจารณาจากเวลาคอยเฉลี่ยในระบบแถวคอยของผู้รับบริการ หรือลูกค้า (Customers) ที่เข้ามาใช้บริการแต่ละคน โดยใช้โปรแกรมการจำลองระบบเชิงพาณิชย์ Arena ซึ่งแบ่งตัวแบบแถวคอยที่จะทำการศึกษาออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

1. ตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับ (Feedback queuing system) ได้ไม่เกิน 1 ครั้ง ด้วยความน่าจะเป็น (p) 20 % 40% 60% และ 80% ตามลำดับ
2. ตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับ (Feedback queuing system) ได้ไม่เกิน 2 ครั้ง ด้วยความน่าจะเป็น (p) 20 % 40% 60% และ 80% ตามลำดับ
3. ตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับ (Feedback queuing system) ได้ไม่จำกัดครั้ง ด้วยความน่าจะเป็น (p) 20 % 40% 60% และ 80% ตามลำดับ

แผนการทดลองและขั้นตอนในการวิจัยของแต่ละส่วนมีรายละเอียดดังนี้

3.1 แผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ สำหรับใช้เปรียบเทียบพฤติกรรมการให้บริการแบบป้อนกลับเมื่อมีหน่วยให้บริการ 2 หน่วย ที่มีนโยบายการให้บริการแบบ FIFO และ Priority ดังนี้

1. จำนวนลูกค้าที่เข้ามาใช้บริการของทั้งสองหน่วย มีลักษณะเป็นกระบวนการปัวส์ซอง (Poisson Process) คือ อัตราการเข้ามาใช้บริการโดยเฉลี่ยของลูกค้าในแต่ละหน่วยเท่ากับ λ_j โดย j เท่ากับ 1 และ 2 หรือกล่าวได้ว่า เวลาระหว่างการเข้ามาใช้บริการของลูกค้าคนที่ g กับลูกค้าคนที่ $g-1$ (Interarrival Time: T_{g_j}) โดย $g = 1, 2, \dots$ ของทั้งสองหน่วยบริการ เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งเป็นอิสระกัน ทุก ๆ g และมีแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\frac{1}{\lambda_j}$

2. เวลาในการให้บริการต่อลูกค้าคนที่ g (*Service Time* : S_{g_j}) ของแต่ละหน่วยบริการ เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งเป็นอิสระต่อกัน ทุก ๆ g และมีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\frac{1}{\mu_j}$

3. ระบบแถวคอยของแต่ละหน่วยบริการเป็นอิสระต่อกัน (Independent Poisson Process)

4. ลูกค้าของแต่ละหน่วยให้บริการจะเข้ารับบริการทีละคน

5. ความยาวของแถวคอยในแต่ละหน่วยให้บริการยาวไม่จำกัด

6. ลูกค้าที่อยู่ในแถวคอยจะรองจนกว่าจะได้รับบริการ (ไม่มีการหนีคิว)

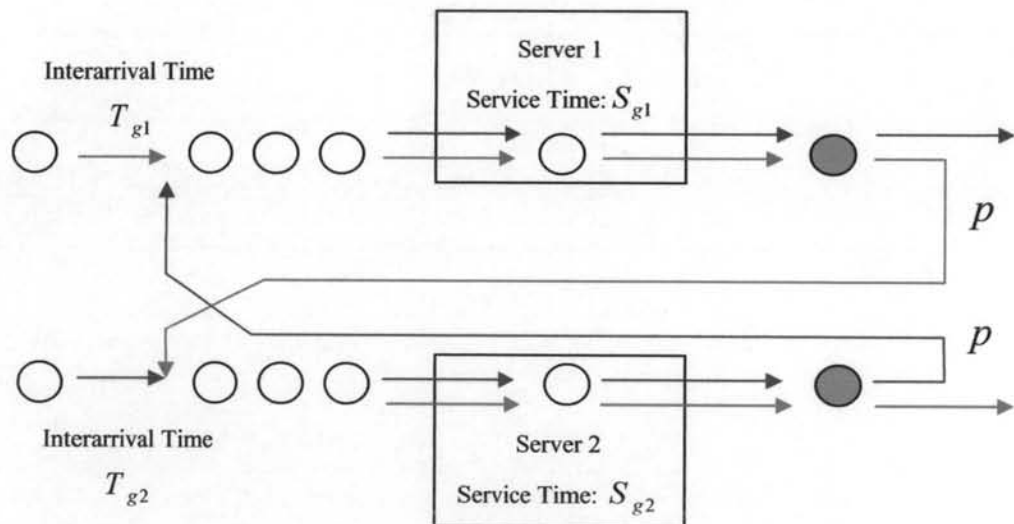
7. กำหนดให้ $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 1$ นั่นคือ $T_{g1} = T_{g2} = T_g$ ซึ่ง $T_g \stackrel{iid}{\sim} Exp(\lambda)$

8. กำหนดให้ $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ นั่นคือ $S_{g1} = S_{g2} = S_g$ ซึ่ง $S_g \stackrel{iid}{\sim} Exp(\mu)$

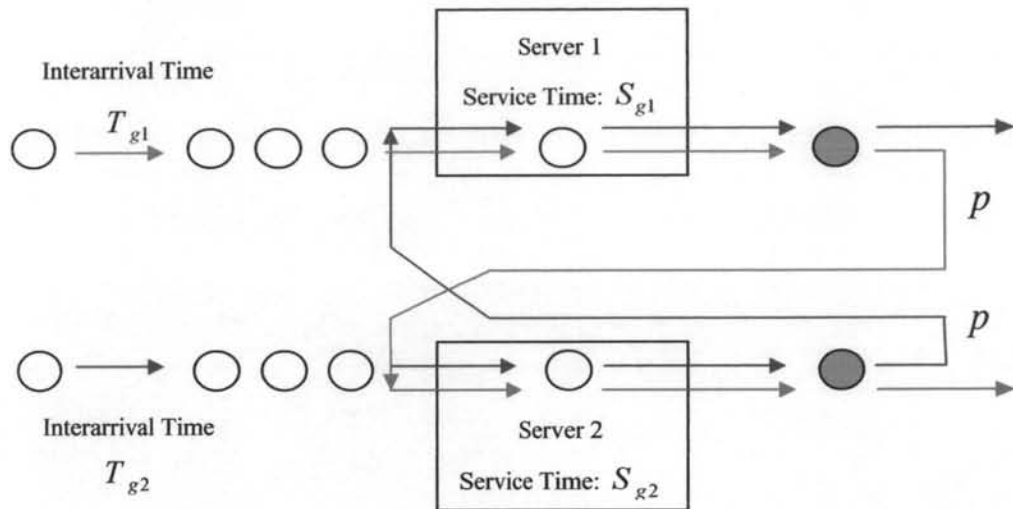
3.2 ขั้นตอนในการวิจัย มีดังนี้

3.2.1 ตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับ (Feedback queuing system) ได้ไม่เกิน 1 ครั้ง

3.2.1.1 ศึกษาลักษณะของตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง ตามนโยบายการให้บริการที่แตกต่างกัน (FIFO and Priority)



รูปที่ 3.1 แสดงโครงสร้างของระบบแถวคอยที่มีขั้นตอนการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง เมื่อมีหน่วยให้บริการ 2 หน่วย และมีนโยบายการให้บริการแบบ FIFO

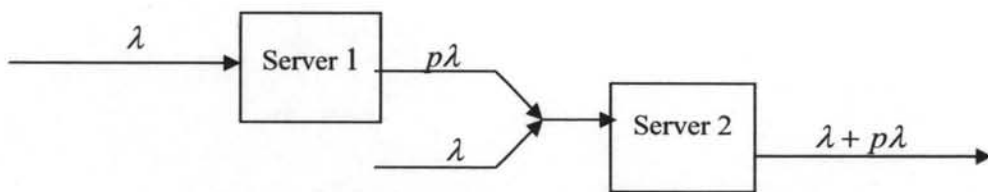


รูปที่ 3.2 แสดงโครงสร้างของระบบแถวคอยที่มีขั้นตอนการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง
เมื่อมีหน่วยให้บริการ 2 หน่วย และมีนโยบายการให้บริการแบบ PRIORITY

จากรูปที่ 3.1 และ 3.2 เราสามารถแยกพิจารณาเป็นสองกระบวนการดำเนินงานคือ

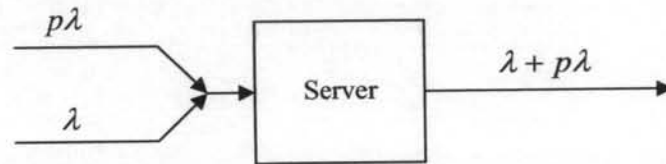
1. กระบวนการที่ลูกค้าเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 1 แล้ววนเข้ามาเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 2 จากนั้นจะออกจากระบบทันที (เส้นสีแดง)
2. กระบวนการที่ลูกค้าเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 2 แล้ววนเข้ามาเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 1 จากนั้นจะออกจากระบบทันที (เส้นสีน้ำเงิน)

จากที่เรากำหนดให้ $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 1$ และ $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ นั้นหมายความว่าเวลาคอยเฉลี่ยของกระบวนการทั้งสองข้างต้นย่อมเท่ากัน ฉะนั้นสัดส่วนการป้อนกลับ (p) ต่าง ๆ เราจึงพิจารณาเพียง 1 กระบวนการดังนี้



รูปที่ 3.3 แสดงอัตราการเข้ารับบริการเมื่อมีการป้อนกลับเพียง 1 ครั้งด้วยความน่าจะเป็น p

เราจะพบว่าในแต่ละหน่วยให้บริการ ลูกค้าที่เข้ามารับบริการในระบบจะมาจาก 2 แหล่ง คือ มาจากภายนอกระบบ และมาจากอีกหนึ่งหน่วยบริการด้วยความน่าจะเป็น p ดังรูป 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงอัตราการเข้ารับบริการของลูกค้าที่มาจาก 2 แหล่งที่อิสระต่อกัน เมื่อมีการป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง ด้วยความน่าจะเป็น p

กำหนดให้ λ^* แทน อัตราการเข้ารับบริการ โดยเฉลี่ยของลูกค้าที่เป็นจริง (effective arrival rate)

λ_i^* แทน อัตราการเข้ารับบริการ โดยเฉลี่ยที่เป็นจริงของลูกค้ากลุ่มที่ i โดย $i = 1, 2$

และ ระบบแถวคอยของแต่ละหน่วยบริการเป็นอิสระต่อกัน (Independent Poisson Process)

จะได้ว่า

$$\lambda^* = \sum_{i=1}^2 \lambda_i^*$$

เมื่อ

$$p\lambda = \lambda_1^* \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

$$\lambda = \lambda_2^* \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

ให้ $V_{1,FIFO}$ แทน เวลาคอยโดยเฉลี่ยในระบบเมื่อมีการให้บริการเป็นแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง และมีนโยบายในการให้บริการแบบ FIFO

และ $V_{1,FIFO}^*$ แทน เวลาคอยโดยเฉลี่ยในระบบเมื่อมีการให้บริการเป็นแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง และมีนโยบายในการให้บริการแบบ FIFO ที่เป็นจริง หมายถึงเวลาคอยโดยเฉลี่ยในระบบเป็นผลมาจากอัตราการเข้ารับบริการ โดยเฉลี่ยของลูกค้าที่เป็นจริง

เนื่องจาก $S_i \sim Exp(\mu)$

จะได้ว่า $E[S_i] = \frac{1}{\mu}$

และ $E[S_i^2] = \frac{2}{\mu^2}$

จากสมการ (2.1) จะได้ว่า

$$V_{1,FIFO}^* = \frac{p\lambda \left[\frac{2}{\mu^2} \right] + \lambda \left[\frac{2}{\mu^2} \right]}{2 \left(1 - p\lambda \left[\frac{1}{\mu} \right] - \lambda \left[\frac{1}{\mu} \right] \right)} = \frac{\lambda(1+p)}{\mu[\mu - \lambda(1+p)]}$$

จากสูตรของลิตเติล (Little's formula)

$$V = \frac{L}{\lambda} \quad \text{นั่นคือ} \quad L = V \times \lambda$$

$$\text{ในทำนองเดียวกัน} \quad V^* = \frac{L}{\lambda^*} \quad \text{นั่นคือ} \quad L = V^* \times \lambda^*$$

ดังนั้น

$$V = \frac{\lambda^*}{\lambda} V^* \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

$$= \frac{\lambda(1+p)}{\lambda} V^*$$

$$= (1+p)V^*$$

$$\text{นั่นคือ} \quad V_{1,FIFO} = \frac{\lambda(1+p)^2}{\mu[\mu - \lambda(1+p)]} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

ให้ $V_{1,Priority}$ แทน เวลาคอยโดยเฉลี่ยในระบบเมื่อมีการให้บริการเป็นแบบป้อนกลับได้ไม่
เกิน 1 ครั้ง และมีนโยบายการให้บริการแบบ Priority

และ $V_{1,Priority}^*$ แทน เวลาคอยโดยเฉลี่ยในระบบเมื่อมีการให้บริการเป็นแบบป้อนกลับได้ไม่
เกิน 1 ครั้ง และมีนโยบายการให้บริการแบบ Priority ที่เป็นจริงหมายถึงเวลาคอยโดยเฉลี่ยในระบบเป็น
ผลมาจากอัตราการเข้ามารับบริการ โดยเฉลี่ยของลูกค้าที่เป็นจริง

จากสมการ (2.2) จะได้ว่า

$$V_{1,Priority}^* = \sum_{i=1}^2 V_i^*$$

เมื่อ V^i แทนเวลาคอยเฉลี่ยที่ใช้ในระบบของลูกค้ายุ่มที่ i ที่เป็นจริง $i = 1, 2$

$$V^i = \lambda_i^* E[S_i] W_q^{i*} + \frac{\lambda_i^* E[S_i^2]}{2} \dots\dots\dots (3.5)$$

และ W_q^{i*} แทนเวลาคอยเฉลี่ยในแถวคอยของลูกค้ายุ่ม i ที่เป็นจริง $i = 1, 2$

จากสมการ (2.4) และสมการ (2.5) จะได้ว่า

$$W_q^{1*} = \frac{\lambda_1^* E[S_1^2] + \lambda_2^* E[S_2^2]}{2(1 - \lambda_1^* E[S_1])}$$

และ

$$W_q^{2*} = \frac{\lambda_1^* E[S_1^2] + \lambda_2^* E[S_2^2]}{2(1 - \lambda_1^* E[S_1] - \lambda_2^* E[S_2])(1 - \lambda_1^* E[S_1])}$$

จากสมการ (3.1) และสมการ (3.2) จะได้ว่า

$$W_q^{1*} = \frac{p\lambda \left[\frac{2}{\mu^2} \right] + \lambda \left[\frac{2}{\mu^2} \right]}{2 \left(1 - p\lambda \left[\frac{1}{\mu} \right] \right)} = \frac{\lambda(1+p)}{\mu(\mu - p\lambda)}$$

และ

$$\begin{aligned} W_q^{2*} &= \frac{p\lambda \left[\frac{2}{\mu^2} \right] + \lambda \left[\frac{2}{\mu^2} \right]}{2 \left(1 - p\lambda \left[\frac{1}{\mu} \right] - \lambda \left[\frac{1}{\mu} \right] \right) \left(1 - p\lambda \left[\frac{1}{\mu} \right] \right)} \\ &= \frac{2(p\lambda + \lambda)}{\mu^2} \\ &= \frac{2 \left[\frac{\mu - \lambda(1+p)}{\mu} \right] \left[\frac{\mu - p\lambda}{\mu} \right]}{\mu^2} \\ &= \frac{\lambda(1+p)}{(\mu - p\lambda)^2 - \lambda(\mu - p\lambda)} \end{aligned}$$

จากสมการ (3.5) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} V^{1*} &= p\lambda \left[\frac{1}{\mu} \right] W_q^{1*} + \frac{p\lambda \left[\frac{2}{\mu^2} \right]}{2} \\ &= \frac{p\lambda}{\mu} W_q^{1*} + \frac{p\lambda}{\mu^2} \\ &= \frac{p\lambda}{\mu} \left[W_q^{1*} + \frac{1}{\mu} \right] \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} V^{2*} &= \lambda \left[\frac{1}{\mu} \right] W_q^{2*} + \frac{\lambda \left[\frac{2}{\mu^2} \right]}{2} \\ &= \frac{\lambda}{\mu} W_q^{2*} + \frac{\lambda}{\mu^2} \\ &= \frac{\lambda}{\mu} \left[W_q^{2*} + \frac{1}{\mu} \right] \end{aligned}$$

จากสมการ (3.3) จะได้ว่า

$$V_{1, Priority} = (1 + p)V_{1, Priority}^* \dots \dots \dots (3.6)$$

3.2.1.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าเวลาคอยเฉลี่ยของทั้งสองนโยบายของแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง

จากสมการ (3.6) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
V_{1,Priority} &= (1+p) \left\{ \frac{p\lambda}{\mu} \left[\frac{\lambda(1+p)}{\mu(\mu-p\lambda)} + \frac{1}{\mu} \right] + \frac{\lambda}{\mu} \left[\frac{\lambda(1+p)}{(\mu-p\lambda)^2 - \lambda(\mu-p\lambda)} + \frac{1}{\mu} \right] \right\} \\
&= \frac{(1+p)\lambda}{\mu} \left\{ \frac{p(\lambda+\mu)}{\mu(\mu-p\lambda)} + \frac{\lambda\mu(1+p) + (\mu-p\lambda)(\mu-p\lambda-\lambda)}{\mu(\mu-p\lambda)(\mu-p\lambda-\lambda)} \right\} \\
&= \frac{(1+p)\lambda}{\mu[\mu-\lambda(1+p)]} \left\{ \frac{(\mu-\lambda(1+p))(p\lambda+p\mu+\mu-p\lambda) + \lambda\mu(1+p)}{\mu(\mu-p\lambda)} \right\} \\
&= \frac{(1+p)\lambda}{\mu[\mu-\lambda(1+p)]} \left\{ \frac{(\mu-\lambda(1+p))\mu(p+1) + \lambda\mu(1+p)}{\mu(\mu-p\lambda)} \right\} \\
&= \frac{(1+p)\lambda}{\mu[\mu-\lambda(1+p)]} \left\{ \frac{(p+1)(\mu-p\lambda-\lambda+\lambda)}{(\mu-p\lambda)} \right\} \\
&= \frac{(1+p)^2 \lambda}{\mu[\mu-\lambda(1+p)]} \dots\dots\dots (3.7)
\end{aligned}$$

จากสมการ (3.4) และ สมการ (3.7) จะเห็นได้ว่ามีค่าเท่ากันนั่นคือ เวลาคอยเฉลี่ยของทั้งสองนโยบายเมื่อมีการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง มีค่าไม่แตกต่างกัน จากการที่เวลาคอยเฉลี่ยของสองนโยบายเท่ากันในกรณีที่จำกัดจำนวนครั้งในการป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง สามารถเข้าใจได้โดยสังเกตว่า สำหรับแต่ละหน่วยให้บริการกระบวนการเข้ามารับบริการของลูกค้าใหม่และลูกค้าที่ป้อนกลับเป็นอิสระต่อกัน โดยแต่ละกระบวนการเป็นกระบวนการปัวส์ซอง ดังนั้นกระบวนการเข้ามาบริการโดยรวมจึงเป็นกระบวนการปัวส์ซอง จากความรู้เกี่ยวกับ M/M/1 คือนโยบายไม่มีผลต่อเวลาคอย ดังนั้นนโยบายทั้งสองจึงมีค่าเฉลี่ยของเวลาคอยเท่ากัน

3.2.1.3 สร้างตัวแบบจำลองแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 1 ครั้ง ตามนโยบายการให้บริการที่แตกต่างกัน ด้วยโปรแกรมการจำลองระบบเชิงพาณิชย์ ARENA

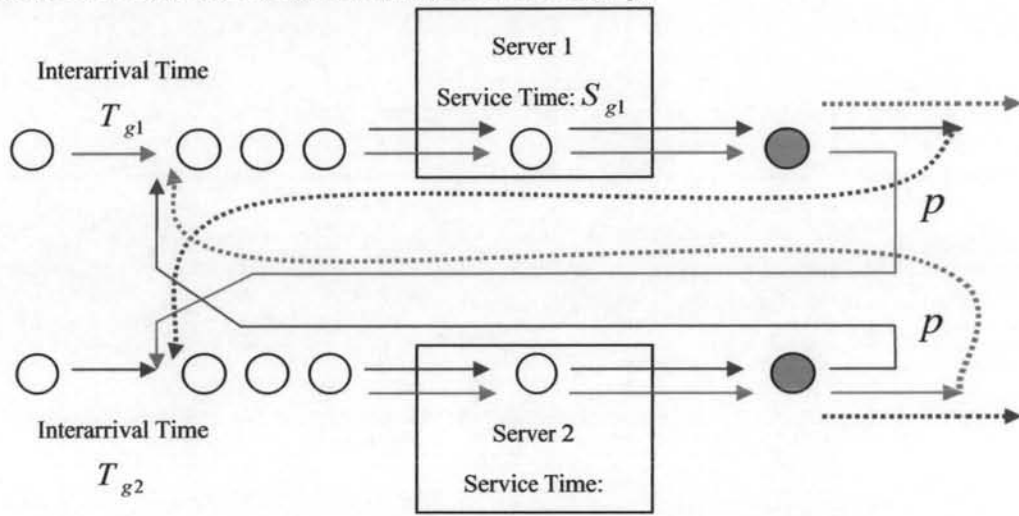
3.2.1.4 ทำการจำลองตัวแบบแถวคอยที่สร้างขึ้น และหยุดการจำลองในสถานการณ์ต่าง ๆ นั้น เมื่อขนาดของครึ่งช่วงความเชื่อมั่น (Confidence interval half width) ของเวลาคอยเฉลี่ยในระบบ น้อยกว่า 0.001 ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$ โดยใช้หลักการหาค่าเฉลี่ยแบบจับกลุ่ม (method of batch mean)

3.2.1.5 ศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่าเวลาคอยเฉลี่ยในระบบแถวคอยต่อผู้รับบริการแต่ละคน ซึ่งเป็นตัววัดประสิทธิภาพของการดำเนินงาน ของนโยบายการให้บริการทั้งสองนโยบายเมื่อสัดส่วนในการป้อนกลับของผู้รับบริการเพิ่มขึ้น

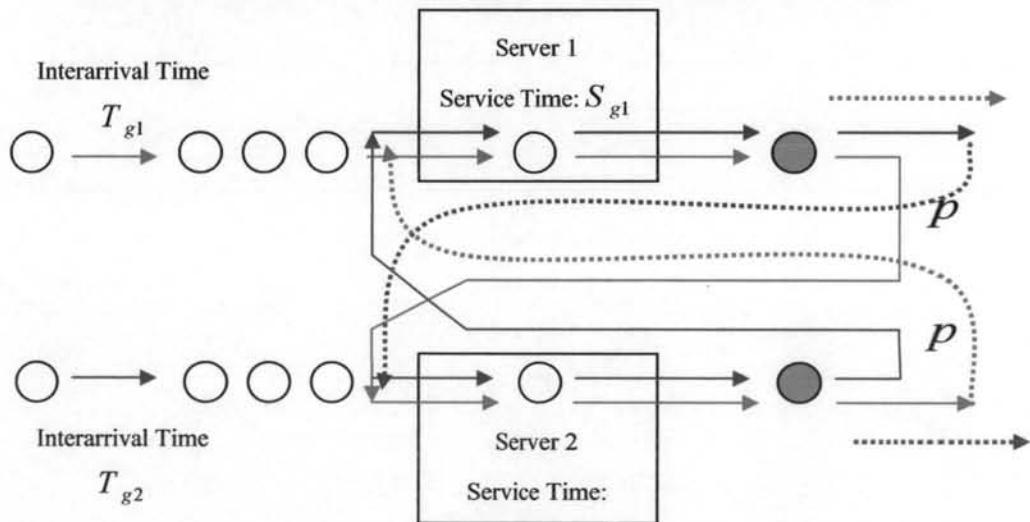
3.2.1.6 เปรียบเทียบค่าที่ใช้วัดประสิทธิภาพการดำเนินงานจากการจำลองตัวแบบแถวคอย ระหว่างนโยบายการให้บริการทั้งสอง ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองนโยบายดังกล่าว

3.2.2 ตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับ (Feedback queuing system) ได้ไม่เกิน 2 ครั้ง

3.2.2.1 ศึกษาลักษณะของตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับ ได้ไม่เกิน 2 ครั้ง ตามนโยบายการให้บริการที่แตกต่างกัน (FIFO and Priority)



รูปที่ 3.5 แสดงโครงสร้างของระบบแถวคอยที่มีขั้นตอนการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 2 ครั้ง เมื่อมีหน่วยให้บริการ 2 หน่วย และมีนโยบายการให้บริการแบบ FIFO

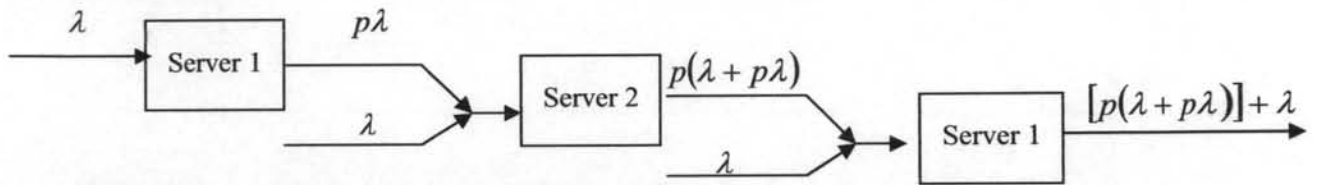


รูปที่ 3.6 แสดงโครงสร้างของระบบแถวคอยที่มีขั้นตอนการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 2 ครั้ง เมื่อมีหน่วยให้บริการ 2 หน่วย และมีนโยบายการให้บริการแบบ PRIORITY

จากรูปที่ 3.5 และ 3.6 เราสามารถแยกพิจารณาเป็นสองกระบวนการดำเนินงานคือ

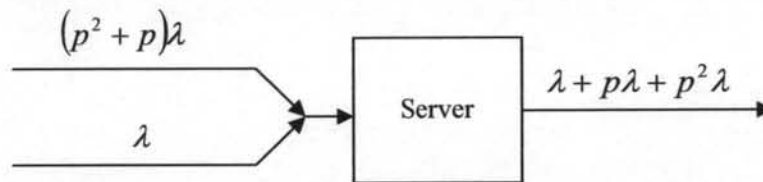
1. กระบวนการที่ลูกค้าเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 1 วนเข้ามาเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 2 และวนซ้ำกลับไปยังหน่วยที่ 1 อีกครั้งจากนั้นออกจากระบบทันที (เส้นสีแดง)
2. กระบวนการที่ลูกค้าเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 2 วนเข้ามาเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 1 และวนซ้ำกลับไปยังหน่วยที่ 2 อีกครั้งจากนั้นออกจากระบบทันที (เส้นสีน้ำเงิน)

จากที่เรากำหนดให้ $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 1$ และ $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ นั้นหมายความว่าเวลาคอยเฉลี่ยของกระบวนการทั้งสองข้างต้นย่อมเท่ากัน ณ สัดส่วนการป้อนกลับ (p) ต่าง ๆ เราจึงพิจารณาเพียง 1 กระบวนการดังนี้



รูปที่ 3.7 แสดงอัตราการเข้ารับบริการเมื่อมีการป้อนกลับเพียง 2 ครั้งด้วยความน่าจะเป็น p

เราจะพบว่าในแต่หน่วยให้บริการ ลูกค้าที่เข้ามาบริการในระบบจะมาจาก 2 แหล่ง คือ มาจากภายนอกระบบ และมาจากอีกหนึ่งหน่วยบริการด้วยความน่าจะเป็น $p^2 + p$ ดังรูป 3.8



รูปที่ 3.8 แสดงอัตราการเข้ารับบริการของลูกค้าที่มาจาก 2 แหล่งที่ไม่อิสระต่อกัน เมื่อมีการป้อนกลับได้ไม่เกิน 2 ครั้ง ด้วยความน่าจะเป็น p

3.2.2.2 สร้างตัวแบบจำลองแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่เกิน 2 ครั้ง ตามนโยบายการให้บริการที่แตกต่างกัน ด้วยโปรแกรมการจำลองระบบเชิงพาณิชย์ ARENA

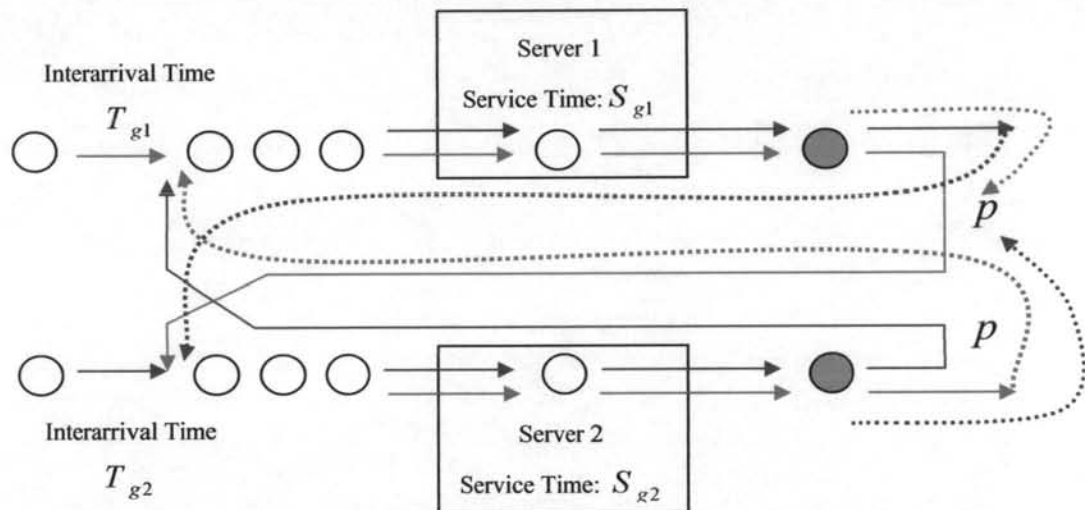
3.2.2.3 ทำการจำลองตัวแบบแถวคอยที่สร้างขึ้น และหยุดการจำลองในสถานการณ์ต่าง ๆ นั้น เมื่อขนาดของครึ่งช่วงความเชื่อมั่น (Confidence interval half width) ของเวลาคอยเฉลี่ยในระบบ น้อยกว่า 0.001 ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$ โดยใช้หลักการหาค่าเฉลี่ยแบบจับกลุ่ม (method of batch mean)

3.2.2.4 ศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่าเวลาคอยเฉลี่ยในระบบแถวคอยต่อผู้รับบริการแต่ละคน ซึ่งเป็นตัววัดประสิทธิภาพของการดำเนินงาน ของนโยบายการให้บริการทั้งสองนโยบายเมื่อสัดส่วนในการป้อนกลับของผู้รับบริการเพิ่มขึ้น

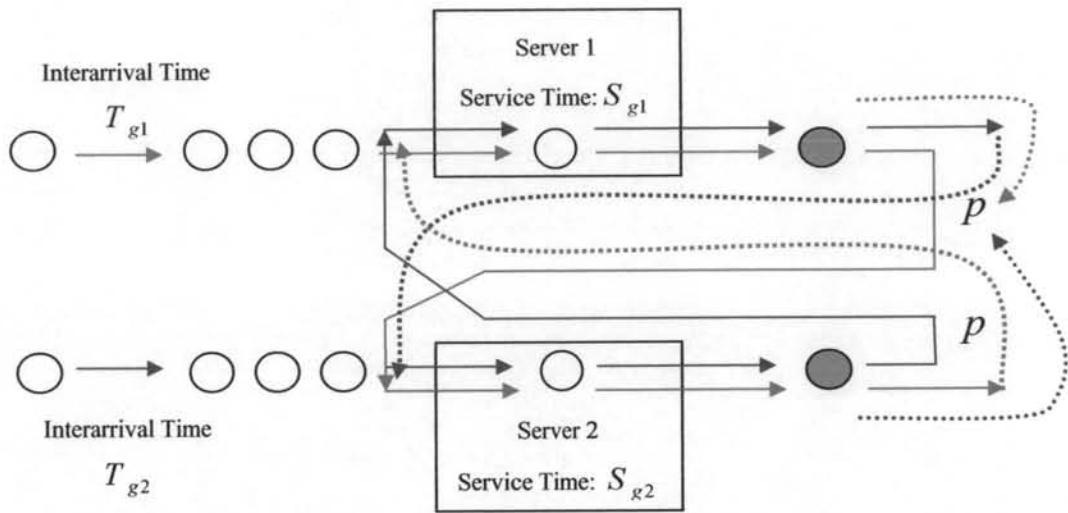
3.2.2.5 เปรียบเทียบค่าที่ใช้วัดประสิทธิภาพการดำเนินงานจากการจำลองตัวแบบแถวคอย ระหว่างนโยบายการให้บริการทั้งสอง ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองนโยบายดังกล่าว

3.2.3 ตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับ (Feedback queuing system) ได้ไม่จำกัดครั้ง

3.2.3.1 ศึกษาลักษณะของตัวแบบแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่จำกัดครั้ง ตามนโยบายการให้บริการที่แตกต่างกัน (FIFO and PRIORITY)



รูปที่ 3.9 แสดงโครงสร้างของระบบแถวคอยที่มีขั้นตอนการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่จำกัดจำนวนครั้งเมื่อมีหน่วยให้บริการ 2 หน่วย และมีนโยบายการให้บริการแบบ FIFO

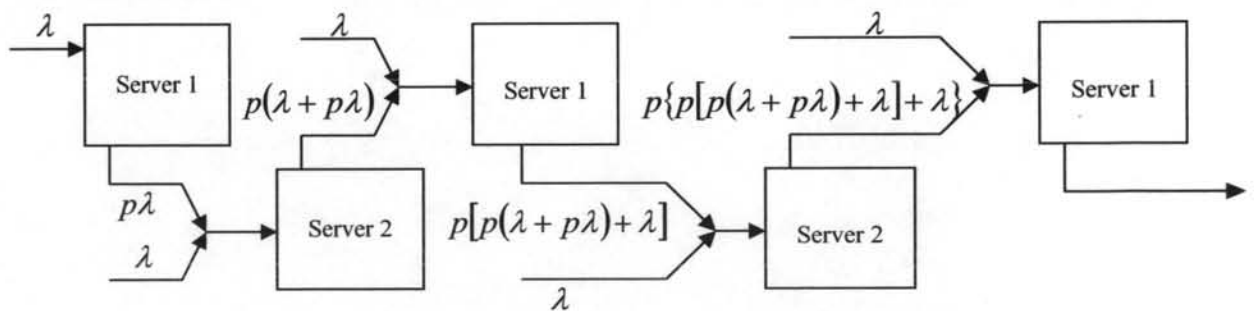


รูปที่ 3.10 แสดงโครงสร้างของระบบแถวคอยที่มีขั้นตอนการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่จำกัดจำนวนครั้งเมื่อมีหน่วยให้บริการ 2 หน่วย และมีนโยบายการให้บริการแบบ PRIORITY

จากรูปที่ 3.9 และ 3.10 เราสามารถแยกพิจารณาเป็นสองกระบวนการดำเนินงานคือ

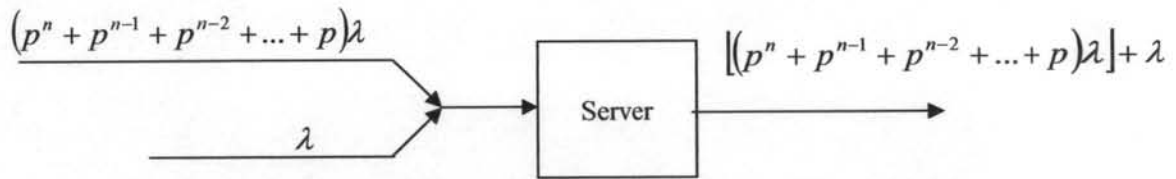
1. กระบวนการที่ลูกค้าเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 1 แล้ววนเข้ามาเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 2 และสามารถวนซ้ำได้อีกไม่จำกัดครั้ง (เส้นสีแดง)
2. กระบวนการที่ลูกค้าเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 2 แล้ววนเข้ามาเข้ารับบริการที่หน่วยให้บริการที่ 1 และสามารถวนซ้ำได้อีกไม่จำกัดครั้ง (เส้นสีน้ำเงิน)

จากที่เรากำหนดให้ $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 1$ และ $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ นั้นหมายความว่าเวลาคอยเฉลี่ยของกระบวนการทั้งสองข้างต้นย่อมเท่ากัน ฉะนั้นสัดส่วนการป้อนกลับ (p) ต่าง ๆ เราจึงพิจารณาเพียง 1 กระบวนการดังนี้



รูปที่ 3.11 แสดงอัตราการเข้ารับบริการเมื่อมีการป้อนกลับไม่จำกัดครั้งด้วยความน่าจะเป็น p

เราจะพบว่าในแต่ละหน่วยให้บริการ ลูกค้าที่เข้ามาใช้บริการในระบบจะมาจาก 2 แหล่ง คือ มาจากภายนอกระบบ และมาจากอีกหนึ่งหน่วยบริการด้วยความน่าจะเป็น $p^n + p^{n-1} + p^{n-2} + \dots + p$ ดังรูป 3.12



รูปที่ 3.12 แสดงอัตราการเข้ารับบริการของลูกค้าที่มาจาก 2 แหล่งที่ไม่อิสระกัน เมื่อมีการป้อนกลับไม่จำกัดครั้งด้วยความน่าจะเป็น p

3.2.3.2 สร้างตัวแบบจำลองแถวคอยที่มีการให้บริการแบบป้อนกลับได้ไม่จำกัดครั้ง ตามนโยบายการให้บริการที่แตกต่างกัน ด้วยโปรแกรมการจำลองระบบเชิงพาณิชย์ ARENA

3.2.3.3 ทำการจำลองตัวแบบแถวคอยที่สร้างขึ้น และหยุดการจำลองในสถานการณ์ต่าง ๆ นั้น เมื่อขนาดของครึ่งช่วงความเชื่อมั่น (Confidence interval half width) ของเวลาคอยเฉลี่ยในระบบ น้อยกว่า 0.001 ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$ โดยใช้หลักการหาค่าเฉลี่ยแบบจับกลุ่ม (method of batch mean)

3.2.3.4 ศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่าเวลาคอยเฉลี่ยในระบบแถวคอยต่อผู้รับบริการแต่ละคน ซึ่งเป็นตัววัดประสิทธิภาพของการดำเนินงาน ของนโยบายการให้บริการทั้งสอง นโยบายเมื่อสัดส่วนในการป้อนกลับของผู้รับบริการเพิ่มขึ้น

3.2.3.5 เปรียบเทียบค่าที่ใช้วัดประสิทธิภาพการดำเนินงานจากการจำลองตัวแบบแถวคอย ระหว่างนโยบายการให้บริการทั้งสอง ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองนโยบายดังกล่าว