ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2556
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CANGELOSI'S CONCEPT CONSTRUCTING STRATEGIES ON MATHEMATICAL LEARNING RETENTION AND MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS

Miss Poomruthai Whitayawhijin

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2013
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดย	นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CANGELOSI'S CONCEPT CONSTRUCTING STRATEGIES ON MATHEMATICAL LEARNING RETENTION AND MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ. ดร.สมยศ ชิดมงคล, 204 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ จำนวน 76 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 40 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 36 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ 1) แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ 2) แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลทำโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที (t-test) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2556

5483416927 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: CANGELOSI'S CONCEPT CONSTRUCTING STRATEGY / MATHEMATICAL CONCEPT / MATHEMATICAL LEARNING RETENTION / REASONING ABILITY

POOMRUTHAI WHITAYAWHIJIN: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CANGELOSI'S CONCEPT CONSTRUCTING STRATEGIES ON MATHEMATICAL LEARNING RETENTION AND MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: ASST. PROF. SOMYOT CHIDMONGKOL, Ph.D., 204 pp.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical learning retention of students being taught by organizing mathematics learning activities using Cangelosi's concept constructing strategy and by conventional learning activities, 2) to compare mathematical reasoning abilities of students before and after being taught by organizing mathematics learning activities using Cangelosi's concept constructing strategy, and 3) to compare mathematical reasoning abilities of students being taught by organizing mathematics learning activities using Cangelosi's concept constructing strategy and by conventional learning activities.

The subjects were 76 ninth grade students in academic year 2013 of Setthabutbamphen School. There were 40 students in the experimental group and 36 students in the control group. The experimental group was taught by the organizing mathematics learning activities using Cangelosi's concept constructing strategy and the control group was taught by the conventional method. The instruments of data collection were 1) mathematics achievement tests, and 2) mathematical reasoning ability tests. The experimental instruments were the lesson plans using Cangelosi's concept constructing strategy and conventional learning activities. The data were analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation, t – test, and analysis of covariance (ANCOVA). The results of the study revealed that:

1) the mathematical learning retention of students in the experimental group was higher than those of students in the control group at the .05 level of significance, 2) the mathematical reasoning ability of students after learning was significantly higher than before at the .05 level, and 3) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group was higher than those of students in the control group at the .05 level of significance.

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature .....
Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year: 2013

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง ตั้งแต่ต้นจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมที่เป็นประโยชน์ ซึ่งเป็นผลให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่าน ที่กรุณาเสียสละเวลาตรวจพิจารณาให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คณะครู และนักเรียนโรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ และโรงเรียนราชวินิตบางเขน ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษาและเพื่อน ๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้ให้กำลังใจ และช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณป้าอรุณลักษณ์ วิทยวิจิน เป็นอย่างสูงที่คอยดูแลเอาใจใส่ และให้การสนับสนุนด้านการศึกษามาโดยตลอด จนกระทั่งประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ก

สารบัญตาราง 5

สารบัญภาพ 8

บทที่ 1 บทนำ 9

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 9

คำถามวิจัย 11

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 12

สมมติฐานของการวิจัย 12

ขอบเขตของการวิจัย 13

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 14

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 16

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 17

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 17

1. มโนทัศน์ 18

1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 18

1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 21

1.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 23

1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 26

1.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 28

2. กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI 29

2.1 ความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์ 29

2.2 กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI 30

2.3 ประโยชน์ของกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ 31

3. ความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ 31

CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ 31
3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน 32
3.3 ความหมายของการจำ 33
3.4 กระบวนการของการจำและระบบความจำ 34
3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ 38
3.6 การวัดความคงทนในการเรียนรู้ 39
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 40
4.1 ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 40
4.2 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 41
4.3 การพัฒนาทักษะกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 44
4.4 ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 44
4.5 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 46
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 50
งานวิจัยต่างประเทศ 50
งานวิจัยในประเทศ 51
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 55
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 55
2. การออกแบบการวิจัย 55
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 56
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 57
4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 58
4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 66
4.2.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 66
4.2.2 แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน 71
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล 74

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

6. การวิเคราะห์ข้อมูล 75
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 76
7.1 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ 76
7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 79
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 80
1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 80
ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 5 - 7 80
ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 8 82
ตอนที่ 3 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 9 - 10 83
2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 84
ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป 84
1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน 84
1.2 ข้อมูลเกี่ยวกับครู 84
1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน 85
ตอนที่ 2 พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนที่มีผลต่อการพัฒนาความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม 86
2.1 การพัฒนาที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียน 87
2.2 การพัฒนาที่เกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 96
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 106
สรุปผลการวิจัย 108
อภิปรายผลการวิจัย 109
ข้อเสนอแนะ 112
รายการอ้างอิง 114
ภาคผนวก 120

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

ภาคผนวก ก รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 121
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย 123
ภาคผนวก ค ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ 132
ภาคผนวก ง โครงสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และ โครงสร้างแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 142
ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 151
ภาคผนวก ฉ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 170
ภาคผนวก ช คะแนนการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ 196
ภาคผนวก ซ แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ 202
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 204

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 รูปแบบการทดลอง 56

ตารางที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามสาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ ลักษณะสำคัญ และจำนวนคาบ เรื่อง วงกลม 58

ตารางที่ 3 กรอบแนวทางขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม.... 64

ตารางที่ 4 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.... 72

ตารางที่ 5 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน) 80

ตารางที่ 6 แสดงคณิตค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)..... 81

ตารางที่ 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการทดสอบครั้งแรกประมาณ 2 สัปดาห์ ของระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)..... 82

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) 82

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)..... 83

ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)..... 83

ตารางที่ 11 แสดงระดับผลการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 85

ตารางที่ 12 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 133
ตารางที่ 13 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และ แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน 134
ตารางที่ 14 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 จำนวน 45 ข้อ ครั้งที่ 1 135
ตารางที่ 15 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 จำนวน 45 ข้อ ครั้งที่ 2 137
ตารางที่ 16 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 จำนวน 30 ข้อ 138
ตารางที่ 17 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ 140
ตารางที่ 18 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ 140
ตารางที่ 19 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 5 ข้อ 141
ตารางที่ 20 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ 141
ตารางที่ 21 ตารางกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 143
ตารางที่ 22 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน 147
ตารางที่ 23 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน 148

ตารางที่ 24 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามสาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ ลักษณะสำคัญ และจำนวนคาบ เรื่อง วงกลม.....171
ตารางที่ 25 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมปลายภาคเรียนที่ 1ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน).....197
ตารางที่ 26 คะแนนแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน).....198
ตารางที่ 27 คะแนนแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน).....199
ตารางที่ 28 คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน).....200
ตารางที่ 29 คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน).....201
ตารางที่ 30 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน).....203

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความทรงจำระยะสั้นและความทรงจำระยะยาว 37
ภาพที่ 2 ตัวอย่างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในคาบที่ 3 88
ภาพที่ 3 ตัวอย่างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในคาบที่ 4 88
ภาพที่ 4 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 89
ภาพที่ 5 ตัวอย่างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในคาบที่ 8 90
ภาพที่ 6 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 8 90
ภาพที่ 7 ตัวอย่างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในคาบที่ 12 91
ภาพที่ 8 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 12 92
ภาพที่ 9 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 93
ภาพที่ 10 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 8 94
ภาพที่ 11 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 12 95
ภาพที่ 12 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 98
ภาพที่ 13 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 9 99
ภาพที่ 14 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 13 .. 101
ภาพที่ 15 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 102
ภาพที่ 16 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 9 103
ภาพที่ 17 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 13 .. 104

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันประเทศไทยให้ความสำคัญกับการเรียนคณิตศาสตร์ไม่น้อยไปกว่าวิชาอื่นๆ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญ ทุกคนต้องใช้ในชีวิตประจำวัน ดังที่ ยุพิน พิพิธกุล (2530) กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์นั้นมีความสำคัญ ทุกคนต้องใช้ จะใช้มากหรือน้อยก็ขึ้นอยู่กับบุคคลนั้นๆ คนที่จะไปเป็นนักวิทยาศาสตร์ก็ต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูงขึ้นไป ในชีวิตประจำวันเราใช้คณิตศาสตร์ธรรมดาจำพวกการบวก ลบ คูณ หาร การใช้คณิตศาสตร์นั้นใช้ตามสภาวะของคนคนนั้น และ ภัทรกุล จริยวิทยานนท์ และอินทิรา ศรีวัฒนะธรรมา (2533) กล่าวไว้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาต่างๆ หลายสาขา เป็นวิชาที่ช่วยทำให้ผู้ที่ศึกษามีความคิดอย่างเป็นระบบ เป็นเหตุเป็นผล แต่ปัจจุบันการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากสถิติการศึกษาว่า ปัจจุบันเรามีนักเรียนเก่งคณิตศาสตร์ประมาณร้อยละ 3 เท่านั้น ขณะที่ประเทศชั้นนำของโลกที่ให้ความสำคัญต่อคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง เช่น ไต้หวัน หรือ สิงคโปร์ สามารถพัฒนานักเรียนจนนักเรียนเก่งคณิตศาสตร์ได้ถึงประมาณร้อยละ 40 (TLC การศึกษา, 2552) และจากรายงานผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ประจำปี พ.ศ. 2555 พ.ศ. 2556 และ พ.ศ. 2557 ของสำนักทดสอบทางการศึกษาสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ กระทรวงศึกษาธิการ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์คิดเป็น ร้อยละ 26.95 25.45 และ 24.45 ตามลำดับ (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2555) ซึ่งจะเห็นว่าต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กรมวิชาการตั้งไว้ คือ ร้อยละ 50 และคะแนนผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์ยังมีแนวโน้มที่ลดต่ำลงทุกปี ดังนั้นจึงต้องศึกษาดูว่าเกิดจากสาเหตุหรือปัจจัยใด เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงนั้น อาจเนื่องมาจากครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย โดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทำให้นักเรียนที่เรียนรู้ได้เร็วสามารถเข้าใจเนื้อหาได้ง่าย ส่วนนักเรียนที่เรียนรู้ช้าหรือฟังบรรยายไม่ทันหรือไม่เข้าใจเนื้อหาที่บรรยายก็จะเกิดความเบื่อหน่าย ไม่อยากเรียน เมื่อต้องเรียนเรื่องใหม่จะยิ่งประสบปัญหามากขึ้น เพราะขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องเดิมที่เป็นพื้นฐาน ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำลง (ฟาฏินา วงศ์เลขา, 2553) ดังนั้นการจะพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้ดีขึ้นนั้นควรพัฒนาจากความรู้พื้นฐาน นั้นคือการพัฒนามโนทัศน์ก่อน เพราะมโนทัศน์มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานของการคิด (Toumasis, 1995) การแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ ต้องผ่านการกลั่นกรองมโนทัศน์ (Ausubel, 1968a) นั่นคือหากนักเรียนมีความรู้และเข้าใจในหลักการ วิธีการ ทฤษฎี

มโนทัศน์ของเรื่องนั้นๆ อย่างถ่องแท้ จนสามารถอธิบาย เขียน หรือ ยกตัวอย่างได้ นักเรียนจะสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปแก้ปัญหาในเรื่องอื่นๆได้ ซึ่งสอดคล้องกับ นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537) ได้กล่าวไว้ว่า การที่นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นได้ถึงระดับสูงสุด ซึ่งจากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับแนวคิดการสร้างมโนทัศน์หลากหลายแนวคิด ผู้วิจัยพบกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI (J. Cangelosi, 1988) ซึ่งเป็นแนวคิดหนึ่งของการสร้างมโนทัศน์ที่หน้าสนใจ ประกอบด้วย 4 ลำดับ ดังนี้ ลำดับที่ 1 การเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing) ลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) ลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) ลำดับที่ 4 การตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining) จากลำดับดังกล่าวจะเห็นได้ว่าทั้ง 4 ลำดับของกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ส่งเสริมให้นักเรียนสังเกต ฝึกคิด วิเคราะห์ ลองผิดลองถูก หาความสัมพันธ์จากข้อมูลต่างๆ จนนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ซึ่งการที่นักเรียนต้องคิดทบทวนกับข้อมูลที่ได้มา ลองผิดลองถูกในการจับกลุ่ม ใช้เวลาในการหาความสัมพันธ์จนในที่สุดจึงสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง จะทำให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์นั้นอย่าง ละเอียด ถูกต้องครบถ้วน และอาจทำให้นักเรียนจดจำมโนทัศน์ได้ดี และยาวนานด้วย ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนจะจดจำมโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและมีการคิดทบทวนรายละเอียดของมโนทัศน์ ซึ่งจะทำให้มโนทัศน์ที่นักเรียนเข้าใจถูกจำได้ยาวนาน เมื่อนักเรียนจำมโนทัศน์ได้นาน นักเรียนก็จะสามารถนำมโนทัศน์นั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ทั้งยังส่งผลให้สามารถนำมโนทัศน์เรื่องนั้นๆ มาต่อยอดไปสู่มโนทัศน์เรื่องอื่นๆต่อไปได้เป็นอย่างดี ซึ่งก็จะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้นตามมาด้วยนั้นเอง ทั้งนี้การที่นักเรียนจดจำมโนทัศน์ได้อย่างยาวนานขึ้นและสามารถนำมโนทัศน์นั้นมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น นั่นคือความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์นั้นเอง ซึ่งสิ่งนี้เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นการนำมโนทัศน์มาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว การนำมโนทัศน์มาพัฒนาสู่มโนทัศน์เรื่องใหม่ การนำมโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ซึ่งหากนักเรียนมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว อาจทำให้นักเรียนสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์ และรักวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้นอีกด้วย

เมื่อพิจารณาถึงกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI (J. Cangelosi, 1988) ในลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย และลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน **พบว่า**เป็นลำดับที่นักเรียนจะต้องสะท้อนความคิดและอธิบายเหตุผลจากความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ โดยนักเรียนจะต้องอธิบายเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล อธิบายเหตุผลบนความจริงที่สามารถพิสูจน์ได้ และสามารถอ้างอิงหรือยกข้อความจริงทางคณิตศาสตร์ประกอบการให้เหตุผลนั้นๆ ได้อย่างถูกต้องละเอียดชัดเจน ในลำดับนี้เอง นักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งตรงตามกำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ (NCTM, 2000) ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้
4. เลือกและใช้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ได้หลายประเภท

จะเห็นได้ว่ากลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความเกี่ยวข้องกับการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนได้พัฒนาความคิด การอธิบายเหตุผลประกอบข้อสรุปที่สมเหตุสมผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะกระบวนการหนึ่งทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญและควรพัฒนาอย่างยิ่ง เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนในประเทศไทยตั้งแต่อดีต ครูมักจะสอนแบบบอกและให้นักเรียนท่องจำแล้วนำมาใช้ ซึ่งทำให้นักเรียนไม่ได้ใช้ความคิด ไม่ได้วิเคราะห์ ไม่ได้แสดงความคิดเห็น ไม่รู้ที่มาที่ไปของสิ่งที่ให้ท่อง อีกทั้งนักเรียนชอบการบอกกฎ สูตร มาให้ท่อง แล้วนำไปใช้ได้เลย ซึ่งสิ่งนี้เป็นสิ่งที่ง่ายต่อการสอน และสถาบันกวดวิชาคณิตศาสตร์ มักจะใช้วิธีการสอนแบบนี้ เนื่องจากนักเรียนชอบ ใช้เวลารวดเร็ว และทำให้นักเรียนสามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งเป็นความจริงที่ว่าการสอนแบบท่องจำแล้วนำไปใช้นั้น เห็นผลชัดเจนว่าสามารถทำให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้จริง ซึ่งนั้นหมือนเป็นผลดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แต่หากเราพิจารณาลงไปในรายละเอียดแล้วนั้น สูตรแต่ละสูตร ที่จะนำมาใช้ โดยเฉพาะสูตรลัดต่างๆ สามารถนำมาใช้ภายใต้เงื่อนไขเฉพาะบางเงื่อนไขเท่านั้น เมื่อปัญหาคณิตศาสตร์มีการพลิกแพลง หรือไม่ตรงตามเงื่อนไขเฉพาะแล้ว นักเรียนจะไม่สามารถนำสูตรมาใช้ได้เลย และเนื่องจากนักเรียนไม่รู้ที่มาที่ไปของสูตรคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่มีเหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนก็จะไม่สามารถที่จะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พลิกแพลงเหล่านั้นได้เลย อีกทั้งยังไม่สามารถที่จะเลือกสูตรอื่นหรือวิธีการแก้ปัญหาอื่นๆมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วย เพราะนักเรียนไม่สามารถอธิบายได้เลยว่าเหตุใดจึงใช้สูตรหรือวิธีการแก้ปัญหานี้ไม่ได้ และควรใช้วิธีการแก้ปัญหาอื่นอย่างไร หากนักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แล้วนักเรียนจะสามารถอธิบายและเลือกวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “วงกลม” เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีมโนทัศน์จำนวนมาก และมโนทัศน์มีลักษณะสำคัญคล้ายคลึงกัน ทำให้นักเรียนหลายๆคนมักเกิดความเบื่อหน่ายในการเรียนเรื่องนี้ อันเนื่องมาจากมโนทัศน์เยอะ จดจำยาก เมื่อเรียนมโนทัศน์ใหม่ มักลืมมโนทัศน์เก่า หรือบางครั้งเกิดความสับสนระหว่างมโนทัศน์ที่คล้ายคลึงกัน และมักเข้าใจมโนทัศน์ผิดพลาด ผู้วิจัยจึงทำการเลือกเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม ในการทำวิจัย เพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำถามวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI สามารถส่งเสริมความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

Slade (2007) ได้ทำการศึกษาพบว่า กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI เป็นวิธีและแนวคิดที่ได้รับการยอมรับในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สุธีรัตน์ อริเดช (2540) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์มีความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 จากงานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Mergel (1998) ได้ทำการศึกษาพบว่า นักเรียนที่สอนโดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI จะสร้างแนวความคิดของตัวเองซึ่งช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียนในการเรียนรู้ประสบการณ์ของตัวเองกับสถานการณ์ใหม่ อีกทั้งกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangilosi ในลำดับที่ 2 ขั้นการสะท้อนผลและการอธิบาย และลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน เป็นลำดับที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสอดคล้องกับพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งตรงตามกำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ (NCTM, 2000) ดังนี้ 1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์ 2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ 3. พัฒนาและประเมินการ

อ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ 4. เลือกและใช้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ได้หลายประเภท จากผลการวิจัยและการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้อง ห้องละ 40 คน และ 36 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

2.1 ตัวแปรต้น ได้แก่

2.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

2.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

2.2.1 ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

2.2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง วงกลม ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียน สังเกต คิดวิเคราะห์ จัดกลุ่ม อธิบายเหตุผล ตลอดจนหาความสัมพันธ์ เพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไป และนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาต่อไป โดยครูเป็นผู้จัดเตรียมกิจกรรม และสภาพแวดล้อมให้เหมาะสม พร้อมทั้งให้คำแนะนำแก่นักเรียน โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตามแนวคิด สสวท. (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี, 2545) และสูตรทิน อินทร์ขำ (2548) โดยใช้แนวคิดการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI เฉพาะในขั้นจัดกิจกรรม มีรายละเอียดดังนี้

1) **ขั้นเตรียมความพร้อมสร้างแรงจูงใจ**

ครูทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนด้วยกิจกรรม หรือการสนทนา เพื่อให้นักเรียนสนใจและพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ต่อไป

2) **ขั้นจัดกิจกรรม**

ลำดับที่ 1 การเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing) ครูนำเสนอข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่จะเรียนรู้อย่างหลากหลาย และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์แยกแยะส่วนประกอบของข้อมูล และลักษณะเฉพาะของสิ่งเรียนรู้ จากนั้นให้นักเรียนเรียงและจัดกลุ่มข้อมูลด้วยตนเองตามลักษณะเฉพาะอย่างมีเหตุผล แล้วให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ในกลุ่มแต่ละกลุ่มว่ามีสิ่งใดเหมือนกัน โดยครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน

ลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) นักเรียนสะท้อนความคิดและอธิบายเหตุผลของการเรียงลำดับและการจัดกลุ่ม โดยครูใช้คำถามกระตุ้นการคิดและการอธิบายของนักเรียนควบคู่กันไป เพื่อให้นักเรียนอธิบายให้ได้ว่านักเรียนใช้เกณฑ์ใดในการจัดกลุ่ม และเมื่อจัดกลุ่มแล้วนักเรียนพบความเหมือนใดภายในกลุ่มแต่ละกลุ่ม โดยครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ต่างๆ ที่อยู่ในกลุ่มแต่ละกลุ่มอย่างชัดเจน

ลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) นักเรียนสร้างหลักการทั่วไป โดยประมวลความสัมพันธ์ต่างๆในขั้นที่สอง มาสรุปเป็นหลักการทั่วไป และสามารถระบุลักษณะสำคัญของหลักการทั่วไปได้ถูกต้องครบถ้วน ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติมหากจำเป็น เพื่อให้นักเรียนเข้าใจรายละเอียดของหลักการทั่วไปชัดเจนมากขึ้น และระบุหลักการได้

ลำดับที่ 4 การตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining) นักเรียนตรวจสอบข้อสรุปทั่วไปที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ กับตัวอย่างต่างๆ ทั้งที่สอดคล้องกับหลักการและที่ไม่สอดคล้องกับหลักการ หากพบว่ามีข้อผิดพลาดนักเรียนต้องปรับปรุงให้ถูกต้อง

3) **ขั้นพัฒนาทักษะ**

นักเรียนนำความรู้หรือข้อสรุปทั่วไปที่ได้ไปใช้อธิบายปัญหาหรือแก้ปัญหา กับตัวอย่างที่ครูนำเสนอเพิ่มเติม หรือในแบบฝึกหัดที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่สอน

4) **ขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้**

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการทำกิจกรรม

2. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตามแนวคิด สสวท.(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี, 2545)และสูตรทิน อินทร์ขำ (2548) มีรายละเอียดดังนี้

1) **ขั้นเตรียมความพร้อมสร้างแรงจูงใจ**

ครูทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนด้วยกิจกรรม หรือการสนทนา เพื่อให้นักเรียนสนใจและพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ต่อไป

2) **ขั้นจัดกิจกรรม**

ครูนำเสนอบทเรียนใหม่ โดยการถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย ยกตัวอย่างประกอบ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจ ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ แสดงความคิดเห็น มีการอภิปราย และใช้คำถามนำกระตุ้นการถามตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียน

3) **ขั้นพัฒนาทักษะ**

นักเรียนนำความรู้หรือข้อสรุปทั่วไปที่ได้ไปใช้อธิบายปัญหาหรือแก้ปัญหา กับตัวอย่างที่ครูนำเสนอเพิ่มเติม หรือในแบบฝึกหัดที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่สอน

4) **ขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้**

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการทำกิจกรรม

3. **ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการระลึกถึงสิ่งที่ได้รับจากการเรียนหรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หลังจากทิ้งช่วงไปประมาณ 2 สัปดาห์ ซึ่งความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ในที่นี้สามารถวัดออกมาเป็นคะแนน จากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น หลังจากการทดสอบครั้งที่ 1 ระยะเวลาประมาณ 2 สัปดาห์

4. **ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ข้อมูลและหาข้อสรุปของความสัมพันธ์ของข้อมูล พร้อมทั้งสามารถอธิบายเหตุผลจากความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในที่นี้วัดจากแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. นักเรียนได้รับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยสามารถนำขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ไปประยุกต์ใช้

3. นักเรียนได้รับการกระตุ้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เกิดการเรียนรู้และการจดจำคณิตศาสตร์ในระดับที่ดีขึ้น

4. ข้อค้นพบจะเป็นพื้นฐานสำหรับการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้าง มโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษา ค้นคว้าความรู้จากเอกสาร บทความ และงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในประเทศ และต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในครั้งนี้ มีรายละเอียดดังนี้

1. มโนทัศน์
   - 1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 1.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 1.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2. กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI
   - 2.1 ความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์
   - 2.2 กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI
   - 2.3 ประโยชน์ของกลวิธีการสร้างมโนทัศน์
3. ความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
   - 3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้
   - 3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน
   - 3.3 ความหมายของการจำ
   - 3.4 กระบวนการของการจำและระบบความจำ
   - 3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ
   - 3.6 การวัดความคงทนในการเรียนรู้
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 4.1 ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 4.2 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 4.3 การพัฒนาทักษะ กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 4.4 ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   - 4.5 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์
      5.1.1 งานวิจัยต่างประเทศ
      5.1.2 งานวิจัยในประเทศ
   5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
      5.2.1 งานวิจัยต่างประเทศ

1. มโนทัศน์

1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ มาจากรากศัพท์ภาษาลาตินว่า Conceptus หรือ Concipere (Conceive) ในภาษาไทยอาจเรียกว่า มโนภาพ มโนคติ มโนมติ สังกัป หรือ ความคิดรวบยอด เป็นต้น ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักจิตวิทยา และนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Bruner, Goodnows, and Austin (1956) กล่าวถึงมโนทัศน์ว่า เป็นการจัดประเภทของสิ่งของ การกระทำ หรือความคิด ซึ่งได้มาจากการจัดสิ่งเหล่านั้นให้เป็นหมวดหมู่ โดยอาศัยคุณลักษณะ (Attributes) เป็นเกณฑ์

De Cecco (1976) ได้อธิบายลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือ กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกัน สิ่งเร้าเหล่านี้อาจเป็นสิ่งของ เหตุการณ์ หรือบุคคลต่าง ๆ ซึ่งเรากำหนดด้วยการเรียกชื่อ

R.M. Gagne (1970) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจขั้นสุดท้ายของบุคคลเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น หลาย ๆ อย่างหลาย ๆ แบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาจัดเป็นพวกหรือกลุ่ม ให้เกิดความคิดความเข้าใจโดยสรุป

C.V. Good (1973) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับ สถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

Goodwin and Klausmeier (1975) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึงความสามารถที่ทำให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือกระบวนการ ทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากกันได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับสิ่งที่เป็นประเภทเดียวกันได้

Klausmeier (1971) ให้แนวคิดว่า มโนทัศน์จะบอกให้เราทราบถึงคุณลักษณะ(Attributes) ของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราสามารถแยกสิ่งต่าง ๆ

เหล่านั้นออกจากสิ่งอื่น ๆ ได้ และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้

Rothenberg (1985) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ในเชิงปรัชญาและจิตวิทยา ดังนี้

มโนทัศน์ในเชิงปรัชญา หมายถึง ความคิดที่ประกอบด้วยแนวคิดต่าง ๆ ซึ่งมีลักษณะพิเศษและมีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ส่วนมโนทัศน์ในความหมายทางจิตวิทยานั้น มโนทัศน์ไม่ได้เป็นเพียงการรู้ แต่เป็นผลสรุปที่ได้จากการกลั่นกรองการรับรู้นั้น

Woofalk (1995) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ หมวดหมู่ข้อความชุดหนึ่งที่เกิดจากการจัดกลุ่มเหตุการณ์ที่สอดคล้องกับแนวคิด วัตถุ หรือบุคคลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

กัญติมา พรหมอักษร (2545) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะร่วมกัน มโนทัศน์เป็นความคิดที่อยู่ในรูปของนามธรรม เกิดจากผลสรุปในการรับรู้คุณลักษณะของสิ่งที่คล้ายคลึงกันมาอยู่รวมในหมวดหมู่เดียวกัน

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การเข้าใจของประเภทของสิ่งต่าง ๆ ได้ถูกต้องตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เช่น การเข้าใจในมโนทัศน์ของคำว่า ปากกา หมายถึงสิ่งที่ใช้เขียน มีสีต่าง ๆ ได้แก่ สีดำ สีแดง ฯลฯ แตกต่างจากคำว่า หนังสือหมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นรูปเล่มมีไว้สำหรับอ่าน เป็นต้น

เกรียงศักดิ์ เจริญศักดิ์ (2546) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

ชัยพร วิชชาวุธ (2521) ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับประเภทสิ่งของต่าง ๆ ตามความเข้าใจของแต่ละคน มโนทัศน์แบ่งเป็น

1. มโนทัศน์รูปธรรม เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งของหรือการกระทำที่สังเกตได้ชัดเจนและมีหลักการจัดประเภทอย่างชัดเจน เช่น โต๊ะ หน้าต่าง ๆ น้ำ ครูใหญ่ ตัดหญ้า เล่นฟุตบอล เป็นต้น

2. มโนทัศน์นามธรรม เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยการคิดและการจินตนาการ เช่น อนุภาคของอะตอม พลังงาน นิพพาน ความกตัญญู ความเกรงใจ ความเสมอภาค เป็นต้น

ชูชีพ อ่อนโคกสูง (2518) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง กลุ่มของสิ่งเร้า (สิ่งแวดล้อม) หรือเหตุการณ์ซึ่งมีลักษณะร่วมกัน สิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์เหล่านั้นอาจเป็นวัตถุสิ่งของที่เป็นนามธรรมอื่นๆ ก็ได้ เรามักจะตั้งชื่อหรือใช้สัญลักษณ์เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ต่าง ๆ เช่น มนุษย์แทนมโนทัศน์ “มนุษย์” สุนัขแทนมโนทัศน์ “สุนัข” เป็นต้น

ราชบัณฑิตยสถาน (2524) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในใจหรือแบบของความคิดที่เป็นตัวแทนสิ่งของทั้งประเภท เช่น “แมว” เป็นมโนทัศน์ทั่วไป สำหรับแมวทั้งหมด ถึงแม้แมวแต่ละตัวอาจจะไม่เหมือนกัน มโนทัศน์อาจเป็นภาพกลางๆ ที่ประมวลสรุปได้จากภาพเฉพาะหลาย ๆ ภาพของสิ่งของประเภทเดียวกัน หรือเป็นคุณลักษณะร่วมที่รับรู้ด้วยประสาทสัมผัสและแยกออกมาจากของต่าง ๆ กัน ซึ่งต่างมีคุณลักษณะนี้ตรงกัน หรือมโนทัศน์ไม่เป็นภาพของอะไรเลย แต่เป็นคำจัดความคุณสมบัติบางอย่าง ที่มนุษย์กำหนดขึ้นเพื่อใช้ประโยชน์ร่วมกัน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2541) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือคำที่เป็นนามธรรม ใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกันโดยถือลักษณะที่สำคัญเป็นเกณฑ์

ปราณี รามสูตร (2528) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจซึ่งเป็นข้อสรุปของบุคคลที่มีต่อกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกัน โดยเนื่องมาจากบุคคลนั้น ๆ ได้รับรู้หรือเข้าใจลักษณะของสิ่งเร้าทีละสิ่ง หรือมโนทัศน์ หมายถึง ความคิดที่เป็นข้อสรุปของบุคคลที่มีต่อประเภทของสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดต่าง ๆ

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ของเราที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน เช่น หนังสือรวมตั้งแต่พจนานุกรมถึงหนังสือการ์ตูน เป็นต้น

พรรณี ชูทัย และเจนจิต (2545) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะมองถึงสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นสิ่งเดียวกันได้ นั่นคือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดออกเป็นประเภทต่าง ๆ เช่น เรียนมโนทัศน์สัตว์บก ก็คือการเรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่น ๆ

จากความหมายของ มโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดมาจากความรู้ การสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ของแต่ละบุคคล โดยสามารถจัดกลุ่มสิ่งที่เหมือนกันและจำแนกสิ่งที่ต่างกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Cooney, Davis, Edward, and Henderson (1975) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Eggen and Kauchak (2006) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และขนานกัน เป็นต้น

C.V. Good (1959) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบและคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Toumasis (1995) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์ออกจากกันได้

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2532) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

อัมพร ม้าคนอง (2547) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่า เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ อันเนื่องมาจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสรุปความคิดและความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ

1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหานั้น ๆ ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ดังนั้นการสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968b) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1976) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกันเราก็สามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใดเหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้รู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูปการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

Cooney et al. (1975) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์
ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่องจำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใดเป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

เกรียงศักดิ์ เจริญศักดิ์ (2546) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ไว้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็น กรอบต้นแบบหรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่าน่าจะเป็น สิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

ชูชีพ อ่อนโคกสูง (2522) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า

1. ลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อม ถ้าเราไปมัวจำหรือเข้าใจเฉพาะรายละเอียด จะก่อให้เกิดความยุ่งยากเป็นอย่างมากในการที่จะเข้าใจสิ่งแวดล้อมทั่ว ๆ ไป

2. ช่วยให้แยกวัตถุหรือสถานการณ์ออกจากกัน สามารถบอกได้ว่าวัตถุหรือสิ่งเร้าใดเป็นพวกเดียวกันหรือไม่

3. ประหยัดเวลาในการเรียนรู้ เมื่อมีมโนทัศน์เกี่ยวกับอะไรแล้วก็ไม่ต้องเสียเวลาไปเรียนมโนทัศน์นั้นซ้ำอีก หรือไม่ต้องเรียนตลอดเวลา

4. ทำให้การเรียนการสอนดำเนินไปได้ การเรียนสูงขึ้นไปจำเป็นต้องใช้มโนทัศน์เป็นรากฐานในการเรียนการสอน

5. ช่วยให้มีแนวทางที่จะจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2541) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า “มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน”

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างมโนทัศน์อยู่เสมอถ้ามีสิ่งเร้าเข้ามาปะทะประสาทสัมผัส จะทำให้เกิดการเรียนรู้ ประโยชน์ของมโนทัศน์ มีดังต่อไปนี้

1. ช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่จัดเป็นพวกเป็นกลุ่มได้ เช่น จะเรียกสัตว์ที่อยู่บนบก ว่าสัตว์บก เป็นต้น

2. มโนทัศน์ช่วยแบ่งแยกประเภท ทำให้รู้ว่าอะไรเป็นอะไร เช่น เราสามารถแยกเสียงรถออกจากเสียงม้าวิ่งได้ เป็นต้น

3. เชื่อมโยงความรู้หรือความคิดเดิมกับมโนทัศน์ใหม่ได้เร็ว

4. เป็นตัวกำหนดความยากง่ายของเนื้อหาแก่ผู้เรียน คือ ผู้เรียนวัยหนึ่งระดับหนึ่งควรจะรับรู้ในรายละเอียดหรือปลีกย่อย ซึ่งบางอย่างไม่จำเป็นก็อาจข้ามหรือไม่ต้องสอนก็ได้ หรือสิ่งที่เรียนมาก่อนแล้วรู้แล้วก็ไม่จำเป็นต้องกลับมาเรียนซ้ำให้เสียเวลา

5. มโนทัศน์ช่วยให้คนรู้จักกำหนดวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ได้ เพราะสามารถแบ่งแยกวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ แล้วพิจารณาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ (2532) กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว เขาก็สามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้อีกเรื่อยไป คนพยายามสร้างมโนทัศน์ของสิ่งต่าง ๆและของเหตุการณ์ต่าง ๆอยู่เสมอ เพราะการสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่าง ๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อยของทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบ ๆ ตัว เขาเพียงแต่จำไว้ในลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ซึ่งจะทำให้เขาสามารถขยายขอบข่ายความรอบรู้ของตัวของเขาเองให้กว้างขวางออกไป

สิริวรรณ ศรีพหล (2536) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจ มโนทัศน์ทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เพราะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการการเรียนรู้การแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งหมด

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้เรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถจำแนก แยกประเภท สรุป หรือจัดหมวดหมู่สิ่งที่มีลักษณะเหมือนกันได้ ทำให้ผู้เรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

Chulalongkorn University

1.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยา ทั้งในและต่างประเทศได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไป ดังต่อไปนี้

Russell (1956) ได้แบ่งมโนทัศน์ ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับ จำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่าง ๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วย มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่า ตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De Cecco (1976) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยงลักษณะ (Conjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เป็นมโนทัศน์ที่เรียนได้ง่าย

2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่ใช้ได้ตั้งแต่ 2 ความหมายขึ้นไป จะหมายถึงอะไรขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เลือก เป็นมโนทัศน์ที่ยากกว่ามโนทัศน์แรก

3. มโนทัศน์ชนิดสัมพันธ์ (Relative Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์กันระหว่างลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ เป็นมโนทัศน์ที่ยากในการที่จะเรียนรู้

Gibson (1980) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete concepts) คือ ความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้อาทิ บ้าน หนังสือ สุนัข หรือ คุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract concepts) คือ ความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง อีกนัยหนึ่งก็คือ คำนิยามของมโนทัศน์

S.H. Hulse, H. Eqeth, and J. Deese (1980) ได้จำแนกมโนทัศน์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Welldefined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้เราจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Illdefined Concept) เป็นรายการของสิ่งของวัตถุหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คะน้า แตงกวา บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยง (Conjunctive Concepts) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างร่วมกัน มักเชื่อมโยงด้วยคำว่า “และ” เช่น สัตว์สี่เท้า หมายถึง อินทรีย์ที่มีขนยาวปกคลุมร่างกายและมีสี่เท้า ดังนั้น แมว สุนัข เสือ ฯลฯ จัดเป็นสัตว์สี่เท้า คนสวย หมายถึง คนที่หน้าตารูปร่างสมส่วน ดังนั้น อาภัสราจึงเป็นคนสวยเพราะหน้าตาดีและรูปร่างสมส่วน เป็นต้น

2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concepts) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างแยกแยะกันออกไปตามความแตกต่างที่ปรากฏ มโนทัศน์ชนิดนี้ มักใช้คำว่า” หรือ” เข้าไปเกี่ยวข้องการการจัดประเภทของสิ่งนั้นด้วย เช่น คนที่เป็นอธิการบดี คือ บุคคลที่จบปริญญาเอก หรือปริญญาโท แต่ทำงานด้านบริหารมาแล้ว 5 ปี คนเก่งหมายถึง คนที่เรียนเก่ง หรือเล่นกีฬาเก่ง เป็นต้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523) ได้แบ่งมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกันเป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง เช่น สุนัข แม้จะมีอยู่หลายพันธุ์ เช่น อัสเซเซียน โดเบอร์แมน จิ้งจอก หมาใน เป็นต้น แม้คุณค่าจะผิดแผกแตกต่างกัน แต่ก็มีคุณลักษณะหลายอย่างร่วมกัน สามารถบอกได้ว่าเป็นสุนัข ซึ่งจะแตกต่างไปจาก วัว ควาย ลิง ม้า เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือกลุ่ม พิจารณาคุณลักษณะ คุณค่าที่แตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ เช่น การจัดกลุ่มคน อายุ เพศ วัย ต่างกันเข้าด้วยกัน เพราะบุคคลเหล่านี้ปฏิบัติกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งร่วมกัน

3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่ม จะซับซ้อนกว่ามโนทัศน์ 2 ประเภทที่กล่าวมา เช่น จัดกลุ่มสัตว์สี่เท้าเข้าด้วยกัน เพราะดูคุณลักษณะของจำนวนขาหรือเท้าทั้ง ๆ ที่เป็นสัตว์ต่างชนิดกัน

ประยูร อาษานาม (2537) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concept) เป็นการจำแนกสิ่งต่างๆ ตามขนาด รูปร่าง และสี โดยคนเราสามารถรับรู้และสัมผัสได้

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concept) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา (2537) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ในแต่ละวิชานั้นอาจไม่เหมือนกัน แต่สรุปได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่มและการสรุปความแคบความกว้าง

2. ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏ การแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้ง และทิศทาง

3. ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของหรือเหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้น ๆ

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549) ได้จำแนกประเภทมโนทัศน์ไว้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ ดังที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์นั้นสามารถจำแนกเป็นประเภทต่างๆได้ โดยอาจแบ่งได้ตาม ลักษณะของมโนทัศน์ มโนทัศน์ที่สามารถจัดประเภทร่วมกันหรือแยกแยะประเภท หรือแหล่งกำเนิดของมโนทัศน์ ตามแนวคิดที่แตกต่างออกไป โดยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับ จำนวนตัวเลข การวัด รูปทรงต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน โดยแยกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม คือ ความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถรับรู้สัมผัสและสังเกตได้ ตามสี ขนาด รูปร่าง รูปทรง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม คือ ความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง เช่น คำนิยามของมโนทัศน์ จำนวนและการนับ เป็นต้น

1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ให้เกิดขึ้นได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968b) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้าง มโนทัศน์ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้
2. สร้างสมมติฐานเกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน ให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมแล้วในโครงสร้างของความคิด
6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้ว เพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
8. คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสม มาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่

Bell and Frederick (1981) ได้กล่าวถึง กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของ หรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับ เซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่าง ๆ เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยม

CHULALONGKORN UNIVERSITY

McDonsld (1959) มีความคิดเห็นว่าการสร้างมโนทัศน์นั้น นักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้

1.สามารถแยกแยะ (Discrimination) คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างได้ เช่น แยกอ่าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่น ๆ ได้

2.สามารถสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งนั้นและสามารถเชื่อมโยงให้เข้ากับสิ่งอื่น ๆ ได้ เช่น เชื่อมโยงอ่าวที่นักเรียนเรียนกับอ่าวอื่น ๆได้

Lovell (1996) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอน คือ การรับรู้ (Perception) การย่นย่อ (Abstraction) การสรุป (Generalization) การย่นย่อเป็นสิ่งที่สำคัญในการสร้างมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเด่นที่รวมกันของวัตถุ หรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้น ๆ นักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

De Cecco (1976) ได้เสนอว่าการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์นั้น ควรปฏิบัติเป็นขั้นๆ ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว

2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่นๆ (Dominance Of Attribute) ของมโนทัศน์มาสอน หรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย

3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานดำหรือบอร์ดก็ได้

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positive And Negative) กับมโนทัศน์ที่จะสอน

5. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็น แล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่

6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถาม และให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนแล้วเปิดโอกาสให้นักเรียน ซักถามและตรวจงานนักเรียนเพื่อรายงานผลให้เขาทราบและให้การเสริมแรงอื่นๆ

ปราณี รามสูตร (2528) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ของคนเราเป็นผลเนื่องมาจากประสบการณ์ คือ เมื่อได้ปะทะความสัมพันธ์กับสิ่งเร้า จนในที่สุดเกิดโครงสร้างของมโนทัศน์ขึ้นมาได้ ซึ่งมีกระบวนการเป็นลำดับดังนี้

1. การรับรู้

2. ความจำ

3. การคิดหาเหตุผล

4. การจัดระเบียบหรือประสมประสานความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นให้เป็นหมวดหมู่

จากกระบวนการดังกล่าว อธิบายได้ว่า เมื่อปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้เมื่อรับแล้วก็จะไปเก็บไว้ในความจำ เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้า ความจำเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นก็จะมีมากขึ้น

ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการผสมผสานกันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้น ๆ กว่าต่างไปจากกลุ่มของสิ่งเร้าอื่นอย่างไร และสรุปรวบยอดลักษณะของกลุ่มของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

จากกระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นมาจากการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ รับประสบการณ์ในมโนทัศน์นั้น ๆ โดยผ่านการกระบวนการการรับรู้ สามารถแยกแยะความแตกต่าง และสามารถจัดกลุ่มลักษณะรวมของมโนทัศน์ แล้วสรุปรวมเป็นลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้นได้

1.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

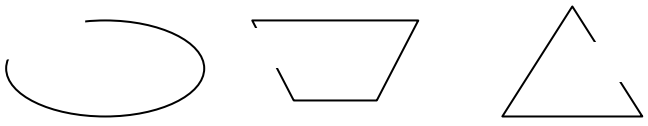
หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนเกิดมโนทัศน์แล้ว การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญในการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ซึ่งการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Frayer et al. (1969) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้ เช่น การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของรูปสี่เหลี่ยม โดยทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม

ตัวอย่างการวิเคราะห์มโนทัศน์

1. ชื่อมโนทัศน์ คือ รูปสี่เหลี่ยม
2. ลักษณะที่เป็นเกณฑ์ รูปปิดที่อยู่ในแนวระนาบมี 2 มิติ และมี 4 ด้าน หรือ 4 มุม
3. ลักษณะที่ไม่เป็นเกณฑ์ ขนาดของด้าน การขนานกันของด้าน ขนาดของรูป การพลิกรูป
4. ตัวอย่างมโนทัศน์

5. ตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

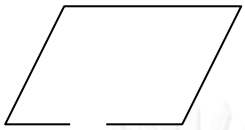


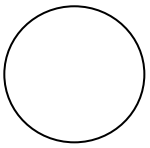
6. นิยามของมโนทัศน์ รูปปิดในระนาบที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน
7. มโนทัศน์ที่กว้างกว่า รูปหลายเหลี่ยม
8. มโนทัศน์ร่วม รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม
9. มโนทัศน์ย่อย รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

10. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยม คือ ผลบวกของความยาวของด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยม

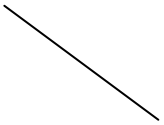
ตัวอย่างข้อสอบวัดมโนทัศน์

ข้อใดต่อไปนี้เป็นรูปปิด

ก. 

ข. 

ค.

ง. 

Wilson (1971) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ นั้นหมายถึงความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้ การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวัดความคิดในเชิงนามธรรมคือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ วิธีการในทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้นข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหาจากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ดังนั้น จึงเป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยข้อคำถามต้องเป็นการถามถึงข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ โดยไม่ใช่การให้หาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

Chulalongkorn University

2. กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

2.1 ความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์

การสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหานั้นๆ มีความสำคัญ นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Ausubel (1968b) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์สรุปได้ว่า การสร้างมโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนได้จำแนกความแตกต่างของมโนทัศน์ และคิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสมมาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์

Lasley and Matczynski (2002) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์สรุปได้ว่า การสร้างมโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการคิดในการสังเกตและการตีความ เพื่อรับรู้ความแตกต่างของมโนทัศน์

McDonsld (1959) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์สรุปได้ว่า การสร้างมโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแยกแยะความแตกต่างของข้อมูล และมีความสามารถในการสรุปครอบคลุมข้อมูลเพื่อเชื่อมโยงไปสู่ข้อมูลอื่นด้วย

Parker (1987) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์สรุปได้ว่า การสร้างมโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์มากขึ้น เพราะผู้เรียนต้องสร้างความคิดด้วยตนเองอีกทั้งยังสามารถพัฒนากระบวนการคิดนั้นให้เป็นกระบวนการคิดที่ซับซ้อนขึ้น

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ (2532) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์สรุปได้ว่า ถ้าผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว ก็สามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ และสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่าง ๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระการจำของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อย การสร้างมโนทัศน์จะช่วยให้จำลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ทำให้สามารถขยายขอบข่ายความรอบรู้ของตัวเองให้กว้างขึ้น

จากการที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์ สรุปได้ว่า การสร้างมโนทัศน์ทำให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะความแตกต่างของข้อมูล แล้วนำมาสัมพันธ์กับความคิดสรุปเป็นลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ โดยผู้เรียนจะได้พัฒนากระบวนการคิด ตลอดจนความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลไปสู่ข้อมูลอื่นได้

2.2 กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

J. S. Cangelosi (1996) ได้ออกแบบการจัดกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 4 ลำดับ ดังนี้

ลำดับที่ 1 การเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing) ครูนำเสนอข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่จะเรียนรู้อย่างหลากหลาย และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ แยกแยะส่วนประกอบของข้อมูล และลักษณะเฉพาะของสิ่งเรียนรู้ จากนั้นให้นักเรียนเรียงและจัดกลุ่มข้อมูลด้วยตนเองตามลักษณะเฉพาะอย่างมีเหตุผล แล้วให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ในกลุ่มแต่ละกลุ่มว่ามีสิ่งใดเหมือนกัน โดยครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน

ลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) นักเรียนสะท้อนความคิดและอธิบายเหตุผลของการเรียงลำดับและการจัดกลุ่ม โดยครูใช้คำถามกระตุ้นการคิดและการอธิบายของนักเรียนควบคู่กันไป เพื่อให้นักเรียนอธิบายให้ได้ว่า นักเรียนใช้เกณฑ์ใดในการจัดกลุ่ม และเมื่อจัดกลุ่มแล้วนักเรียนพบความเหมือนใดภายในกลุ่มแต่ละกลุ่ม โดยครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ต่างๆ ที่อยู่ในกลุ่มแต่ละกลุ่มอย่างชัดเจน

ลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) นักเรียนสร้างหลักการทั่วไป โดยประมวลความสัมพันธ์ต่างๆในขั้นที่สอง มาสรุปเป็นหลักการทั่วไป และสามารถระบุลักษณะสำคัญของหลักการทั่วไปได้ถูกต้องครบถ้วน ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติมหากจำเป็น เพื่อให้นักเรียนเข้าใจรายละเอียดของหลักการทั่วไปชัดเจนมากขึ้น และระบุหลักการได้

ลำดับที่ 4 การตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining) นักเรียนตรวจสอบข้อสรุปทั่วไปที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ กับตัวอย่างต่างๆ ทั้งที่สอดคล้องกับหลักการและที่ไม่สอดคล้องกับหลักการ หากพบว่ามีข้อผิดพลาดนักเรียนต้องปรับปรุงให้ถูกต้อง

จากที่กล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI นักเรียนจะต้องฝึกคิด วิเคราะห์ หาความสัมพันธ์จากข้อมูลต่างๆ เพื่อนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 4 ลำดับ คือ ลำดับที่ 1 การเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing) ลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) ลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) และลำดับที่ 4 การตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining)

2.3 ประโยชน์ของกลวิธีการสร้างมโนทัศน์

Borich (1988) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทำให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะเฉพาะของข้อเท็จจริง และทำให้นักเรียนสามารถสร้างตัวอย่างอื่น ๆ ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันได้ และสามารถนำข้อเท็จจริงนั้นไปประยุกต์ใช้ได้

Sparks-Langer, Pasch, Starko, Moody, and Gardner (2000) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ว่า จะช่วยให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ และกลายเป็นการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เพราะว่า ขั้นตอนในโมเดลการสร้างมโนทัศน์นั้นเป็นการบังคับให้นักเรียนนั้นต้องตีความหมายข้อมูลและขยายความหมายของข้อมูล

จากประโยชน์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์นั้นมีประโยชน์ต่อนักเรียน โดยทำให้นักเรียนรู้ถึงที่มาของมโนทัศน์ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ตีความหมาย ขยายความข้อมูลซึ่งทำให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีวิจารณญาณและสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ได้

3. ความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้

การจดจำสิ่งต่าง ๆ หรือความรู้ต่าง ๆ เป็นปัจจัยสำคัญที่สุดในการศึกษาหาความรู้ ถ้าคนเราไม่สามารถจดจำเรื่องใดๆ ได้แล้ว ก็เป็นเรื่องยากที่จะเรียนรู้เรื่องนั้นได้สำเร็จ ซึ่งนักการศึกษา และ

นักจิตวิทยาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Adam (1967) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียน สรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการคงไว้ซึ่งผลการเรียนหรือความสามารถที่จะระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยเรียน หรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้วหลังจากทิ้งไว้ชั่วระยะเวลาหนึ่ง

C.V. Good (1973) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนว่า เป็นการจำที่คงทนหลังจากที่ได้รับจากการกระตุ้น ประสบการณ์ หรือการตอบสนองต่างๆ

R.M. Gagne (1977) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ซึ่งเป็นความสามารถในการเก็บรักษา หรือสะสมสิ่งที่เรียนรู้ให้คงทนอยู่ หรือกลายเป็นความจำระยะยาว

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528) ได้กล่าวถึงความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ไว้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ได้รับจากการเรียนรู้ทั้งทางตรง และทางอ้อม แล้วสามารถถ่ายทอดออกมาในรูปของการระลึกได้หรือจำได้

บุญสิริ สุวรรณเพ็ชร์ (2538) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง สิ่งที่ยังคงเหลืออยู่ เป็นผลลัพธ์ของประสบการณ์ ก่อให้เกิดพื้นฐานการเรียนรู้ การจำได้ นิสัย ทักษะ และพัฒนาการทุกด้าน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2541) กล่าวไว้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการเก็บสิ่งที่เรียนรู้และประสบการณ์ไว้

สุพัตรา จอมคำสิงห์ (2552) กล่าวไว้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นความสามารถของผู้เรียนในการระลึกได้ถึงประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หรือสิ่งที่ได้เคยเรียนรู้แล้ว หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ระยะหนึ่ง

ราชบัณฑิตยสถาน (2524) ได้ให้ความหมายของ ความคงทนในการเรียนรู้ว่าความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง วิสัยความสามารถของระบบประสาทที่รับความประทับใจ และสิ่งที่ได้เรียนรู้ไว้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้ คือ ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้รับจากการเรียน หรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ช่วงหนึ่ง แล้วสามารถนำความรู้หรือประสบการณ์นั้นมาใช้ได้ ดังนั้น ความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้รับจากการเรียนคณิตศาสตร์ หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ช่วงหนึ่ง

3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน

การระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ หรือประสบการณ์ที่เคยเรียนรู้มาก่อน มีความสำคัญในการศึกษา ซึ่งนักการศึกษา และนักจิตวิทยาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายของความสำคัญของความคงทนในการเรียนไว้ต่าง ๆ ดังนี้

S. H. Hulse, H. Eqeth, and J. Deese (1980) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความคงทนในการเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด เนื่องจากผลของประสบการณ์การเรียนจะต้องได้รับการเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ

Gordon (1989) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียน สรุปได้ว่า ความจำมีบทบาทต่อพฤติกรรมต่างๆ ที่เรากระทำในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นการเดินหรือการสนทนา ในการแสดงพฤติกรรมแต่ละขั้นตอนที่เราคิดว่าเป็นสิ่งที่เรากระทำโดยอัตโนมัตินั้นเป็นผลมาจากการมีความคงทนในการเรียนทั้งสิ้น

Purdy (2001) ได้ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความจำมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต สำหรับสัตว์ หมายถึง ความสามารถในการจำแหล่งอาหาร และที่ซ่อนของศัตรู สำหรับมนุษย์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ที่จะพูด อ่าน เขียน ขับรถ และใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ เป็นต้น หากการดำรงชีวิตของมนุษย์ดำเนินโดยไม่มีการเรียนรู้และการจำ ชีวิตจะไม่มีอดีตหรืออนาคต แล้วเราจะทำสิ่งนั้นๆ ซ้ำๆ ไม่ว่าสิ่งนั้นจะเป็นประโยชน์หรือไม่

ชัยพร วิชชาวุธ (2520) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การจดจำเหตุการณ์ต่างๆ ที่คนรับรู้ มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการดำรงชีวิตและการปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อม เราจะจำชื่อตัวเอง จำบ้านที่อยู่ของตน จำญาติพี่น้องและเพื่อนฝูง จำสิ่งที่เคยเกิดขึ้นในอดีตว่าถ้าทำอย่างนั้นแล้วจะเกิดผลอย่างนี้ จำความคิดและความเข้าใจว่าทำอะไร ฯลฯ ความต่อเนื่องกันของการดำรงชีวิต และการรู้จักเลี่ยงสิ่งที่ตนไม่ชอบหรือสิ่งที่เป็นอันตรายแก่ตนย่อมจะเกิดขึ้นไม่ได้หากเราปราศจากความจำ

สุธิดา นานช้า (2549) ได้กล่าวไว้ว่า ความคงทนในการเรียนมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต โดยเฉพาะอย่างยิ่งมนุษย์ต้องอาศัยการจำในการเรียนรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียน นั้นสำคัญต่อการดำรงชีวิตประจำวันเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจาก จะทำให้เราจดจำสิ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้วในอดีต โดยไม่ต้องเรียนรู้เรื่องเดิมๆซ้ำไปซ้ำมา และยังสามารถนำสิ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้วมาประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ หรือพัฒนาเพื่อก่อให้เกิดสิ่งเรียนรู้ใหม่ได้

3.3 ความหมายของการจำ

ความคงทนในการเรียนจะเกิดขึ้นได้นั้นต้องอาศัยการจำ ซึ่งนักการศึกษา และนักจิตวิทยาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายของความหมายของการจำไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Mayer (1992) กล่าวว่า การจำ คือ สิ่งที่ใช้เป็นตัวบ่งชี้ถึงการคงอยู่ของสิ่งที่ได้เรียนรู้

Anderson (1995) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง การบันทึกประสบการณ์ให้มีความคงทน ซึ่งอาศัยการเรียนรู้เป็นพื้นฐาน

ประสาท มาลากุล ณ อยุธยา และคณะ (2516) ได้ให้ ความหมายของการจำไว้ว่า การจำหมายถึง การนำบางส่วนของการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้ว ออกมาแสดงให้เห็นอีกในปัจจุบัน เช่น เคยแก้โจทย์สมการชั้นเดียวได้ เมื่อลองทำอีกครั้งหนึ่งก็สามารถทำได้ แสดงว่ายังจำได้

สุชา จันทร์เอม (2531) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ คือ สภาพหรืออาการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้วออกมาแสดงให้เห็นอีกในปัจจุบัน อธิบายอีกนัยหนึ่งก็คือ การที่บุคคลสามารถถ่ายทอดสิ่งที่เคยรับรู้ และเก็บเหตุการณ์ต่างๆ ที่ประสบมาแล้วออกมาได้อย่างถูกต้อง

สุรางค์ โค้วตระกูล (2541) กล่าวไว้ว่า ความจำ คือ ความสามารถที่จะเก็บสิ่งที่เรียนรู้ไว้ได้เป็นเวลานานและสามารถค้นคว้ามาใช้ได้หรือระลึกได้

ถวิล ธาราโภชน์ และศรันย์ ดำริสุข (2545) กล่าวถึง ความหมายของการจำว่า การจำหมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวต่างๆ ไว้ในตัวของเราและระลึกออกมาเมื่อมีการอ้างถึงเรื่องนั้นๆ

จิราภา เต็งไตรรัตน์ และคณะ (2544) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึงความสามารถคงสิ่งที่ได้เรียนรู้และระลึกได้ การจำ เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ เช่น เดียวกับการรับรู้ การคิด พฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายในจิตใจนี้เป็นพฤติกรรมภายในไม่สามารถสังเกตเห็นได้โดยตรง

จากความหมายของการจำ ดังที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราว ความรู้ที่ได้เรียนรู้ หรือประสบการณ์ที่ผ่านมา และสามารถนำบางส่วนของความรู้สิ่งที่ได้เรียนรู้ หรือประสบการณ์นั้น ออกมาใช้ได้หรือระลึกได้ และแสดงออกมาให้เห็นได้อย่างถูกต้อง ซึ่งการจำสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้วได้ในระยะหนึ่ง นั้งคือ ความคงทนในการเรียน

3.4 กระบวนการของการจำและระบบความจำ

ในการจดจำสิ่งต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มา หรือการมีความคงทนในการเรียนรู้นั้นจะต้องมี ระบบและกระบวนการจำเพื่อช่วยให้เกิดการจำ เกิดความคงทนในการเรียนรู้ได้ ซึ่งได้มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ระบบและกระบวนการจำ ดังนี้

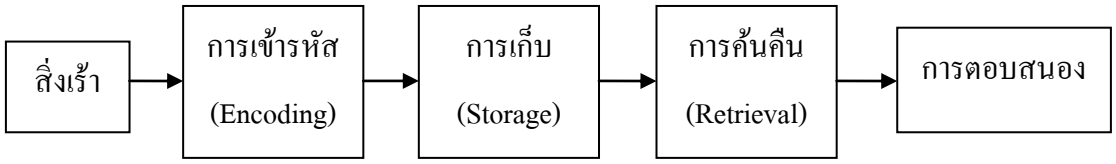
Atkinson (1990) ได้จำแนกกระบวนการจำออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การเข้ารหัส (Encoding) เป็นการทำงานของระบบประสาทสัมผัสที่รับข้อมูลเข้ามาจากสิ่งเร้า ซึ่งข้อมูลนั้นอาจจะเป็นภาษา สัญลักษณ์ หรือเหตุการณ์ และสมองจะแปลความหมายเหล่านั้นจนเกิดความเข้าใจ

2. การเก็บ (Storage) ข้อมูลดังกล่าวจะถูกกลไกทางสมองเก็บรักษาข้อมูลเหล่านั้นไว้เป็นการเก็บไว้ในความจำระยะยาว

3. การค้นคืน (Retrieval) เป็นการค้นคืนข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำระยะยาวมาใช้เมื่อต้องการนำข้อมูล ความจำบางอย่างค้นคืนได้เร็ว เช่น เลขหมายโทรศัพท์ แต่บางอย่างจะต้องใช้ความพยายามที่จะระลึก บางครั้งจำเป็นจะต้องใช้เครื่องชี้แนะ (Cues)

ขั้นตอนการจำตามกระบวนการจำ



R.M. Gagne (1977) ได้อธิบายขั้นตอนที่ทำให้เกิดกระบวนการจำไว้ดังนี้

1. การจูงใจ เป็นการจูงใจให้ผู้เรียนสนใจอยากเรียนรู้

2. ความสัมพันธ์ของการรับรู้กับการคาดหวัง ซึ่งผู้เรียนจะเลือกเรียนสิ่งที่สอดคล้องกับความตั้งใจของตนเอง

3. การปรับขยายการรับรู้ เป็นการจัดขยายการรับรู้ ซึ่งมีทั้งการจำระยะสั้นและระยะยาว

4. การสะสมสิ่งที่เป็นการเรียนรู้ เป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ให้คงอยู่ไว้ หรือการจำระยะยาวซึ่งคงทนถาวร

5. การระลึกได้ เป็นความสามารถที่ระลึกสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้ว

6. การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นความสามารถในการนำความรู้ หรือกฎเกณฑ์ที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

7. การแสดงพฤติกรรมตอบสนองการเรียนรู้ ผู้เรียนได้แสดงออกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้มา

8. การแสดงผลย้อนกลับ เป็นการแจ้งผลการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ทราบ ผู้เรียนจะได้กำลังใจและปรับปรุงตนเองให้ดีขึ้น

จิราภา เต็งไตรรัตน์ และคณะ (2544) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับวิธีการที่จะช่วยให้มีความจำในสิ่งที่เรียนได้มากขึ้น ดังนี้

1. การจัดหมวดหมู่ (Organization)

2. การทบทวนตนเอง (Self – Recitation)

3. การเรียนเกิน (Overlearning)

4. การสร้างมโนภาพ (Imaginary)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากที่กล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดกระบวนการจำนั้น ต้องให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่น่าสนใจ ทบทวนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาแล้วอย่างสม่ำเสมอ ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการให้เรียนรู้ หรือให้นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528) ได้แบ่งระบบการจำออกเป็น 3 ระบบ ดังนี้

1. ระบบความจำการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) หมายถึง การคงอยู่ของความรู้สึกสัมผัส (ด้วยอวัยวะสัมผัสทั้ง 5 ได้แก่ หู ตา จมูก ลิ้น และผิวหนังหรือเพียงส่วนใดส่วนหนึ่ง) หลังจากที่เสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลง เช่นการฉายภาพยนตร์ให้ดูเพียงแวบหนึ่ง แล้วยังปรากฏภาพให้เห็นติดตา อยู่แม้ว่าไม่มีภาพนั้นแล้วอีกครู่หนึ่งต่อมา

2. ระบบความจำระยะสั้น (Short – Term Memory เขียนย่อว่า STM) หมายถึง ความจำชั่วคราวที่เกิดจากการรับรู้แล้ว เป็นความจำที่คงอยู่ในระยะสั้น ๆ ที่เราตั้งใจจำ หรือมีใจจดจ่อต่อสิ่งนั้นเท่านั้น เมื่อเราไม่ใส่ใจแล้ว ความจำนั้นก็จะเลือนหายไปโดยง่าย เช่นการจำเนื้อเพลงที่นักร้องร้องขณะนั้น

3. ระบบความจำระยะยาว (Long – Term Memory เขียนย่อว่า LTM) หมายถึง ความจำที่มีความคงทนถาวรกว่า STM ไม่ว่าจะทิ้งระยะไว้เนิ่นนานเพียงใด เมื่อต้องการรื้อฟื้นความจำนั้น ๆ จะระลึกออกมาได้ทันทีและถูกต้อง เช่น บทอาขยานที่เคยท่องเมื่อครั้งที่เรียนมัธยมศึกษา เราสามารถท่องได้อีกแม้เวลาผ่านพ้นมานานจนเรียนในระดับอุดมศึกษาแล้วก็ตาม การบอกชื่อเพื่อนสนิทที่เรียนด้วยกันมา 4 – 5 ปีก่อน เป็นต้น

วิภาพร มาพบสุข (2542) กล่าวว่า ระบบความจำของมนุษย์จำแนกออกเป็น 3 ระบบ คือ

1. ระบบความจำจากการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) หมายถึง การคงอยู่ของความรู้สึกสัมผัส หลังจากที่การเสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลง ความคงอยู่ของสัมผัสดังกล่าวนี้ทำให้เกิดการเห็นภาพซ้อนต่อเนื่องกันไป ซึ่งเป็นหลักการของการฉายภาพยนตร์ ระบบความจำการรู้สึกสัมผัสมีหลายประเภท ได้แก่ ความจำภาพติดตา ความจำเสียงก้องหู

2. ระบบความจำระยะสั้น (Short – term Memory หรือ S.T.M.) เป็นความจำหลังการรับรู้ ซึ่งสิ่งเร้าที่ได้ตีความหมายจนเกิดเป็นการรับรู้แล้วฝังตัวอยู่ในความจำระยะสั้น เราใช้ความจำระยะสั้นสำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้ประโยชน์ในขณะที่จำอยู่เท่านั้น เช่น การจำชื่อบุคคลที่เคยรู้จัก การจำอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ เป็นต้น ความจำระยะสั้นนี้สูญหายไปจากความทรงจำได้ง่ายมาก ถ้าผู้จำไม่ได้ใส่ใจอยู่กับสิ่งที่ต้องการจำนั้น นอกจากนี้ความจำระยะสั้นยังเก็บข้อมูลไว้ได้ปริมาณจำกัด

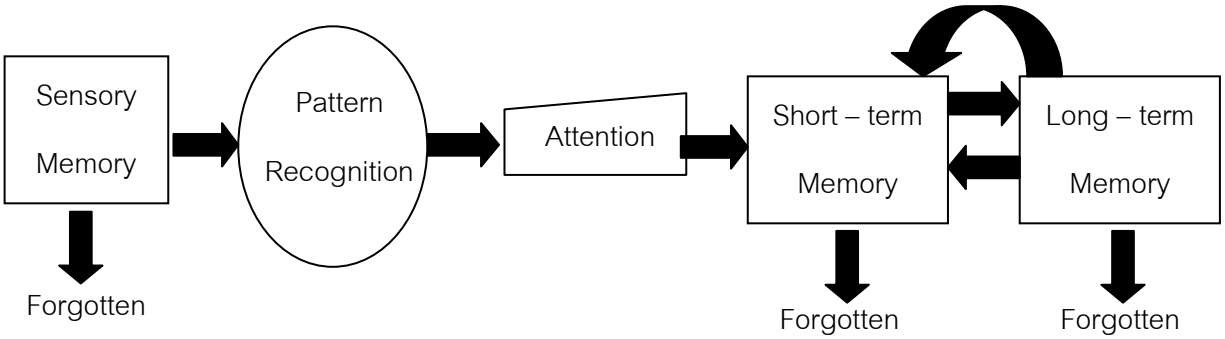
3. ระบบความจำระยะยาว (Long – term Memory หรือ L.T.M.) เป็นความจำที่มีความคงทนถาวรมากกว่าความจำระยะสั้น อาจจำได้เป็นเดือนหรือเป็นปี โดยปกติเราจะไม่รู้สึกสิ่งที่เป็นความจำระยะยาว แต่เมื่อต้องการใช้ข้อมูลเหล่านั้นก็สามารถฟื้นความจำและแสดงออกมาได้ เช่น ประสบการณ์ประทับใจในวัยเด็กที่เราสามารถจำได้นานจนบัดนี้ ความจำในลักษณะนี้จัดว่าเป็นความจำระยะยาวทั้งสิ้น

การเปลี่ยนจากความทรงจำระยะสั้นเป็นความทรงจำระยะยาว (Transfer from Short-term to Long-term Memory)

ทฤษฎีที่จะอธิบายถึงการเปลี่ยนสิ่งที่อยู่ในความทรงจำระยะสั้นให้เป็นความทรงจำระยะยาว ได้แก่ ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual-Memory Theory)

ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual-Memory Theory) เป็นทฤษฎีของ Atkinson และ Shiffrin (1971) มีใจความว่า ข้อมูลต่างๆที่เข้ามาอยู่ในความทรงจำระยะสั้น (S.T.M.) ข้อมูลเหล่านั้นต้องได้รับการทบทวนตลอดเวลา มิฉะนั้นความจำเกี่ยวกับข้อมูลนั้นจะสลายตัวไปอย่างรวดเร็วกลายเป็นการลืมและข้อมูลใดก็ตาม ถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นเป็นเวลานานเท่าไร ข้อมูลนั้นก็มีโอกาสฝังตัวเป็นความจำระยะยาวมากขึ้นเท่านั้น การทบทวนซ้ำๆ ไม่เพียงแต่ทำให้ข้อมูลยังคงอยู่ในความจำระยะสั้นเท่านั้น แต่ยังทำให้ข้อมูลนั้นอยู่ในความทรงจำระยะยาวด้วย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



ภาพที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความทรงจำระยะสั้นและความทรงจำระยะยาว
(Atkinson et al., 1990: 289)

ชูชีพ อ่อนโคกสูง (2518) ได้เสนอขั้นตอนการสอนที่ช่วยให้เกิดกระบวนการจำดังนี้

1. ให้เอาใจใส่หรือสนใจสิ่งที่จำนั้นโดยตรง ซึ่งครูทำได้โดยการสร้างสถานการณ์ หรือสิ่งเร้าที่กระตุ้นความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียน หาสิ่งที่แปลกใหม่มาเสนอนำสิ่งที่นักเรียนสนใจมาให้ดู

2. ให้นักเรียนได้ใช้ประสาทสัมผัสให้มากที่สุดในทุก ๆ ด้านที่จะมากได้

3. ให้นำสิ่งที่ต้องการจำนำมาใช้เสมอ ๆ

4. สอนเทคนิคในการจำต่าง ๆ เช่น

4.1 การเรียนเกิน คือ หลังจากเรียนสิ่งใดสิ่งหนึ่งจนจำได้แล้ว แทนที่จะเลิกเรียนหรือหยุดแค่นั้นก็ไม่หยุด เรียนหรือท่องต่อไปอีกมาก ๆ ยิ่งมากขึ้นเท่าไร โอกาสที่จะลืมยิ่งน้อยลง

4.2 การทบทวนด้วยตนเอง เช่น อ่านหนังสือจบหน้า หรือจบบท ลองปิดหนังสือหรือหลับตาตอบคำถามเกี่ยวกับที่อ่าน พยายามอธิบายด้วยคำพูดของตนเองแล้วไปตรวจสอบข้อเท็จจริงในหนังสืออีกว่าถูกต้องหรือไม่ ทำบ่อย ๆ จะทำให้ดีขึ้น

4.3 การสร้างรหัส

5. ต้องให้นักเรียนเรียนสิ่งต่าง ๆ ด้วยความเข้าใจจากที่กล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดกระบวนการจำนั้น ขั้นตอนแรกต้องให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่เขาสนใจ หรือสิ่งที่น่าสนใจ แล้วให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการให้เรียนรู้ หรือให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน เมื่อผู้เรียนได้เรียนรู้แล้ว หลังจากนั้นต้องมีการทดสอบว่าผู้เรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนรู้มาได้มากน้อยเพียงใด

จากที่กล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ขั้นตอนในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดกระบวนการจำนั้น ขั้นตอนแรกต้องให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่เขาสนใจ หรือสิ่งที่น่าสนใจ แล้วให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการให้เรียนรู้ หรือให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน เมื่อผู้เรียนได้เรียนรู้แล้ว หลังจากนั้นต้องมีการทดสอบว่าผู้เรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนรู้มาได้มากน้อยเพียงใด

3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

ในการที่จะจดจำเหตุการณ์หรือสิ่งต่าง ๆ ได้นั้น ต้องอาศัยปัจจัยหลายๆ ปัจจัย ที่ช่วยในการจดจำจนทำให้เกิดความคงทนในการเรียนรู้ ซึ่งได้มีนักการศึกษาและนักจิตวิทยา ได้กล่าวถึงปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อการจำไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Hunter (1993) กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำของมนุษย์มี 5 ประการ ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหาที่เรียน (Meaning) นักเรียนที่จดจำความหมายของวัตถุจะสามารถเรียนรู้ได้ดีกว่าคนที่ไม่เรียนรู้ความหมาย เช่น การบวก ลบ คูณ และหาร ก็จะทำให้ลืมขั้นตอนการหารยาวได้อย่างรวดเร็ว

2. ระดับของการเรียนรู้เริ่มต้น (Degree of Original Learning) เรื่องราวบางอย่างสามารถเรียนรู้ได้ดีในตอนเริ่มต้น เช่น ถ้ารู้จักใครสักคนในตอนแรกแล้วรู้สึกประทับใจเวลาต่อมาก็จะไม่ลืมชื่อของเขา

3. การแสดงความรู้สึกของจิตใจ (Presence of Feeling Tone) เป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการจำ ความคงทนของระดับความรู้สึกนำไปสู่การจำ คนเราจดจำสิ่งที่ดีที่สุดถ้ารู้สึกประทับใจ ต่อมาอาจจะจำบางสิ่งในระดับที่ไม่พอใจทั้งๆ ที่พยายามที่จะขจัดทิ้งไปจากความทรงจำ

4. การถ่ายโยงทางบวกและทางลบ (Positive and Negative Transfer) การถ่ายโยงทางบวก เป็นการเรียนรู้ผ่านประสบการณ์ช่วยให้คนเราจดจำบางสิ่งบางอย่างในปัจจุบัน และนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ได้อย่างเหมาะสม การถ่ายโยงทางลบ เป็นการเรียนรู้สิ่งที่ยุ่งยากพยายามที่จะหลีกเลี่ยงอุปสรรคเหล่านี้

5. การฝึกหัด (Schedule of Practice) เป็นตัวสร้างให้เกิดความจำ การฝึกหัดที่ดีควรเพิ่มความซับซ้อนมากขึ้นจึงจะประสบความสำเร็จ พยายามจำลักษณะพิเศษ หรือปัจจัยที่กระตุ้นให้เกิดความคงทน ความทรงจำจะเพิ่มขึ้นทีละน้อยและจะคงทนในความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย

ประสาท อิศรปรีดา (2518) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำของมนุษย์ว่ามีอยู่หลายประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหา เนื้อหาที่นักเรียนเข้าใจและมีความหมายต่อผู้เรียน ผู้เรียนจะจำได้ดีกว่าเนื้อหาที่ไม่มีความหมาย

2. การทบทวน การทบทวนได้อ่านอยู่เสมอย่อมทำให้ความจำดีขึ้น

3. การเรียนรู้สอดแทรก ความจำจะดีหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับการเรียนรู้อื่นๆ ที่แทรกขึ้นมา อาจเป็นการเรียนรู้เก่าหรือความรู้ใหม่ก็ได้ ถ้าสิ่งที่เรียนรู้เก่าไปขัดขวางสิ่งที่เรียนรู้ใหม่จะทำให้การจำความรู้ใหม่ยากขึ้น ในทางตรงข้ามถ้าสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ไปขัดขวางสิ่งที่เรียนรู้มาก่อนจะทำให้การจำสิ่งที่เรียนรู้มาก่อน หรือความรู้เก่า เลอะเลือนหรือลดน้อยลง ดังนั้น ครูควรเลือกสถานการณ์การเรียนรู้ต่างๆ ที่จะส่งเสริมซึ่งกันและกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. ความสัมพันธ์ของเนื้อหา ก่อนที่จะให้เด็กท่องเรื่องต่างๆ ต้องให้เด็กเข้าใจก่อนว่ามีรายละเอียดอย่างไร สัมพันธ์อย่างไร แล้วลงมือท่องโดยยึดความสัมพันธ์เป็นหลัก

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำ สรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้ (Learning) ผู้ที่สามารถจำได้มักเกิดจากการเรียนรู้ที่แท้จริง มีเหตุผล และมีหลักเกณฑ์ สามารถสะสมหรือจำแนกเหตุการณ์ต่างๆนั้นได้ เช่น เรียนรู้ว่า 1 บาท มี 4 สลึง ถ้าคนซื้อ 2 บาท โดยใช้เหรียญสลึงแทนเหรียญบาท จะต้องใช้ 8 สลึง เป็นต้น

2. ความสามารถในการสะสม (Retention) หมายถึง การรวบรวมประสบการณ์ต่างๆ ที่เกิดจากการเรียนรู้ทางตรงและทางอ้อม เช่น การที่ลิงชิมแปนซีรวบรวมประสบการณ์ในการสอยผลไม้เพื่อแก้ปัญหา โดยสอยกล้วยกินเมื่อถูกขังอยู่ในกรง เป็นต้น

3. ความสามารถในการถ่ายทอด (Reproduction) หมายถึง การที่บุคคลสามารถดึงเอาสิ่งที่สะสมอยู่มาใช้ โดยการเล่าหรืออธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ คือ

3.1 การระลึกได้ (Recall) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมาโดยการเล่าบรรยาย หรืออธิบายถึงสิ่งที่เคยจำได้นั้นออกมาได้ถูกต้อง โดยไม่ต้องมีสิ่งนั้นมาปรากฏให้เห็น

3.2 การจำได้ (Recognition) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมา โดยการชี้สิ่งนั้นได้ถูกต้อง เมื่อมีสิ่งเร้าอื่นๆ ปะปนอยู่ด้วย เช่น การชี้ตัวผู้ต้องหาบนโรงพัก แม้จะมีผู้อื่นที่ไม่ใช่ผู้ต้องหาปะนอยู่ด้วย เป็นต้น

จากปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อความจำที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำนั้นมีหลายประการ เช่น การเรียนรู้ วิธีการที่จะทำให้เกิดการจำ การทบทวน การฝึกฝน สิ่งเหล่านี้จะช่วยให้เกิดความจำที่คงทน และสามารถนำข้อมูลที่เกิดจากการจำมาใช้ให้เกิดประโยชน์

3.6 การวัดความคงทนในการเรียนรู้

การจดจำเหตุการณ์ต่างๆ สิ่งต่างๆ ที่ได้รับรู้มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนั้นการวัดประเมินผลจึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะตรวจสอบได้ว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่งการวัดความคงทนในการเรียนรู้ได้มีนักจิตวิทยาและนักวิชาการกล่าวถึง การวัดความคงทนในการเรียนรู้ไว้ดังนี้

Nunnally (1959) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนเพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่างๆน้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการทำสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง

Lindvall and Nitko (1975) ได้กล่าวว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่าการสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520) ได้กล่าวถึงระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า ช่วงระยะเวลาที่จำเป็นระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวหรือความคงทนในความจำนั้นใช้เวลาประมาณ 14 วัน หลังจากที่ได้เรียนรู้ผ่านไปแล้ว

ชวาล แพรัตกุล (2526) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนรู้ไว้ว่า การวัดความคงทนในการเรียนรู้ คือ การสอบซ้ำ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกันไปสอบกับกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน เวลาในการสอบครั้งแรกกับครั้งที่สอง ควรเว้นห่างกันประมาณ 2 - 4 สัปดาห์

จากที่กล่าวมาข้างต้น จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ระยะเวลาการวัดความคงทนในการเรียนรู้ คือ การสอบซ้ำหลังจากที่นักเรียนได้เรียนหรือได้รับประสบการณ์ที่เคยได้รับผ่านไปแล้วตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Hilgard (1962) ได้ให้ทัศนะว่า การคิดเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมอง ซึ่งเป็นกระบวนการการใช้สัญลักษณ์ซึ่งแทนสิ่งของหรือสถานการณ์ต่างๆ มาสร้างเป็นความคิดรวบยอด

O'Daffer (1990) ได้ให้ทรรศนะเกี่ยวกับ คือมองว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เช่นกัน และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผลและการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

Greenwood (1993) ได้กล่าวถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ

Greenwood (1993) ยังกล่าวย้ำว่าถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิด และให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

Krulik and Rudnick (1993) ได้กล่าวว่า การคิด หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุปและยืนยัน ข้อสรุปนั้นซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลนั้นมีความสัมพันธ์กัน

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534) กล่าวว่า การใช้เหตุผล หมายถึง ลักษณะหนึ่งของการคิดที่พยายามอธิบายเหตุการณ์บางอย่าง ไม่ว่าจะเป็นการใช้หลักฐานการสังเกตหรือข้อความต่าง ๆ ที่ได้รับการยอมรับ

ทิศนา แขมมณี (2542) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่า เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็น

ข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้ ซึ่งกำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้
4. เลือกและใช้การให้เหตุผลและการพิสูจน์หลายประเภท

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปเป็นความหมายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อย่างสมเหตุสมผล สามารถอธิบายเหตุผลจากการความสัมพันธ์ และหาข้อสรุปจากการความสัมพันธ์ของข้อมูลนั้น

4.2 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Searles (1956) ได้แบ่งลักษณะการใช้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อยๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปในการรวมส่วนย่อยๆ เหล่านี้เข้าด้วยกัน โดยแบ่งเป็นความสามารถในด้านต่างๆ ต่อไปนี้

1.1 ด้านการอุปมาอุปไมย เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์ซึ่งต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของและเรื่องต่างๆ โดยพิจารณาถึงโครงสร้างแล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นลักษณะเดียวกับของเดิม

1.2 ด้านการจัดเข้าพวก เป็นความสามารถในการจำแนก แยกสิ่งของออกเป็นประเภทต่างๆ ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง

1.3 ด้านการจัดลำดับ เป็นความสามารถในการที่จะมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลข ภายใต้เงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง

1.4 ด้านการสรุปรวบยอด เป็นความสามารถในการใช้เหตุการณ์ที่กำหนดให้ซึ่งประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย แล้วสรุปผลตามข้อความนั้นอย่างถูกต้อง

2. การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อยหมายความว่าเป็นการนำเอาความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็นข้ออ้าง แล้วดูความสัมพันธ์ ความสอดคล้องหรือคล้อยตาม เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อยซึ่งเป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

Karplus and Wollman (1974) ได้แบ่งการใช้เหตุผลออกเป็น 8 แบบ ลักษณะดังนี้ คือ

1. ไม่มีคำอธิบาย (No Explanation) เป็นการใช้เหตุผลแบบที่ไม่สามารถให้รายละเอียดได้

2. คิดขึ้นเองในใจ (Intuition) เป็นการใช้เหตุผลด้วยการเดา การกะประมาณ โดยขาดการอ้างอิงของข้อมูลที่มีอยู่

3. คำนวณโดยใช้หลักการคิดขึ้นเองในใจ (Intuition Computation) เป็นการใช้เหตุผลโดยการใช้ข้อมูลที่มีอยู่อย่างขาดเหตุผลที่เหมาะสม

4. การเปลี่ยนสเกล (Scaling) เป็นการใช้เหตุผลที่มีการเปลี่ยนสเกล แต่ไม่เกี่ยวข้องกับข้อมูล

5. ใช้หลักการบวก (Addition) เป็นการใช้เหตุผลที่เน้นความแตกต่างเพียงด้านเดียว และแก้ปัญหาโดยใช้การบวก

6. ใช้หลักการบวกและการเปลี่ยนสเกล (Addition and Scaling) เป็นการใช้เหตุผลที่ไม่สามารถบอกอัตราส่วนที่แท้จริงได้

7. ใช้สัดส่วนไม่สมบูรณ์ (Incomplete Proportion) เป็นการใช้เหตุผลที่มีการใช้อัตราส่วน แต่ไม่สามารถที่จะเปลียนเป็นอัตราส่วนที่ถูกต้องได้

8. ใช้สัดส่วน(Proportion) เป็นการใช้เหตุผลแบบใช้สัดส่วนและมีการโยงความสัมพันธ์กับสเกลของการวัด

Heller (1989) ได้แบ่งประเภทการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท

1. การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Proplems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพ ปัญหาที่ใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้เรียกว่า คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาจจะเพิ่ม ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้เศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม โดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ มีดังนี้

1. เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้
2. เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
3. เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
4. เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง
5. เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม
6. เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
7. เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนลดลง
8. เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนลดลง
9. เศษลดลงและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

2. การใช้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Directional Reasoning Proplems) คือ เป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลข โดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข

Eysenck, Wurzburg, and Berne (1972) ได้แบ่งประเภทการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ออกเป็น 2 วิธี ดังนี้

1. การคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการคิดหาเหตุผล จากการประโยคอ้าง (Premise) ไปยังข้อสรุป (Conclusion) โดยข้อสรุปนั้นมีความสมเหตุสมผล ถ้าการสรุปนั้นไม่สมกับเหตุผลที่กำหนดเรียกว่าไม่สมเหตุสมผล

2. การคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการคิดที่เริ่มจาก ข้อเท็จจริงย่อยๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547) กล่าวไว้ว่า เด็กสามารถให้เหตุผลได้เหมาะสมตามวัย ความรู้และประสบการณ์ การให้เหตุผลของเด็กเล็กมักเป็นไปตามสิ่งที่ตาเห็น หรือเป็นไปตามการรับรู้ต่อมาจึงพัฒนาให้เป็นเหตุผลที่เป็นนามธรรมมากขึ้นเรื่อยๆ การให้เหตุผลของเด็กในระดับชั้นประถมศึกษามักเป็นเรื่องเกี่ยวกับแบบรูป การจำแนก ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการ การใช้สมบัติของจำนวน เป็นต้น เด็กควรต้องเรียนรู้การให้เหตุผลเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนัยทั่วไปของกรณีต่างๆ บางครั้งตัวอย่างหลายๆ กรณีก็ยังไม่เพียงพอต่อการสรุปเป็นนัยทั่วไปได้ ครูจึงต้องยกตัวอย่างที่เป็นทั้งกรณีสนับสนุนและกรณีคัดค้านเพื่อให้เด็กไม่ด่วนสรุปจนเร็วเกินไป เด็กต้องเรียนรู้การพิจารณาสิ่งต่างๆ บนพื้นฐานของข้อมูล

อัมพร ม้าคนอง (2547) กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Reasoning) เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical Interconnections) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002) การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนรู้ต้องใช้การคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใดๆ

2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล

3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียน เพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่นๆ

4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Structure) หรือประเภทของปัญหาที่จะเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน

5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน

6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

การฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในขณะเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยอาจทำในการสอนเนื้อหา มโนทัศน์ หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น

และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบาย หรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

4.3 การพัฒนาทักษะกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี (2547a) องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม" “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น

4.4 ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Jones, Langrall, Thornton, and Mogill (1999) สามารถแบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิดของตนเองตัดสิน (Subjective or Non-Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเอง โดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูก หรือผิด และไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป

ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น (Transitional Between Subjective and Naive Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น

ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ โดยจะมีกลวิธีการ

คิดที่เป็นเหตุเป็นผล (Informal Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่า มากกว่า หรือเท่ากัน แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร

ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎี หรือเหตุผลต่างๆ ในการคิด หรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ (Incorporates Numerical Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง คำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

Lipman and Coman (1980) ได้กล่าวถึง ทักษะในด้านต่างๆ ที่ช่วยในการใช้เหตุผล ดังนี้

1. ทักษะการสร้างความคิดรวบยอด ซึ่งประกอบด้วยทักษะในการค้นหา การจัดกลุ่ม การจัดประเภท การให้นิยาม การจัดเรียงลำดับ การจัดอันดับ การใช้เกณฑ์ และการขยายความ
2. ทักษะในการในการสร้างความสัมพันธ์ ซึ่งประกอบด้วยทักษะการจำแนก
3. ทักษะในการใช้เหตุผลจากกฎเกณฑ์ต่างๆ
4. ทักษะในการสรุปอ้างอิงอย่างเป็นแบบแผน
5. ทักษะในการสร้างเหตุผลหลายๆ ทาง โดยพิจารณาหลายมิติหรือพิจาณาย้อนกลับ
6. ทักษะในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดเห็นและกรอบทฤษฎี
7. ทักษะในการสร้างหลักเชิงเหตุและผล ได้แก่ การสร้างคำถาม การให้เหตุผล
8. ทักษะในการสร้างทฤษฎี

De Cecco (1976) ได้กล่าวถึงระดับหนึ่งที่ช่วยการใช้เหตุผล คือ การพัฒนาลำดับการคิดของมนุษย์ไว้ซึ่งประกอบด้วย 4 ลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นการคิดก่อนการสร้างเป็นขั้นในการใช้ประสาทสัมผัส
2. ขั้นการคิดโดยใช้ญาณการคิดจะเริ่มมีเหตุผล
3. ขั้นการคิดด้วยรูปธรรม สามารถคิดหาเหตุผลถูกต้องตามหลักตรรกศาสตร์เชิงคณิตศาสตร์ได้
4. ขั้นการคิดตามหลักตรรกศาสตร์ การคิดถูกต้องตามหลักตรรกศาสตร์ และยังสามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้

Heller et al (1989) ได้กล่าวถึงระดับที่ช่วยการใช้เหตุผล คือ การเลือกใช้รูปแบบวิธีคิดในการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ สามารถเปรียบเทียบ และหาอัตราการเปลี่ยนแปลงโดยใช้การคิด 4 ขั้นตอนในการช่วยแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 การคิดแบบสัญลักษณ์ สามารถแยกส่วนประกอบได้ว่าส่วนใดเป็นส่วนประกอบหลักและส่วนย่อย

ขั้นที่ 2 การคิดขึ้นเองในใจ

ขั้นที่ 3 การคิดปฏิบัติการรูปธรรม

ขั้นที่ 4 การคิดปฏิบัติการนามธรรม

2. การใช้เหตุผลเชิงตัวเลข เป็นความสามารถในการใช้เหตุผลด้านการแก้ปัญหาสามารถในการใช้ทักษะเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะมาใช้ในการแก้ปัญหาสัดส่วนได้

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยการใช้เหตุผล คือ คุณลักษณะภายในของมนุษย์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ใจกว้างและเป็นธรรม หมายถึง ความมีใจเป็นกลางมีความยุติธรรม และรับฟังความคิดเห็นของคนอื่น

2. กระตือรือร้น ใฝ่รู้ หมายถึง ลักษณะนิสัยของคนช่างคิด อยากทำสิ่งที่แปลกๆ ใหม่ๆ ไม่ชอบหยุดนิ่งอยู่ที่เดิม เป็นคนที่ต้องการแสวงหาความจริงที่เกี่ยวข้องกับสิ่งต่างๆ และกล้าเสี่ยง กล้าทดลอง บนพื้นฐานของความมีเหตุผล

3. มั่นใจในตนเอง หมายถึง กล้าแสดงออกถึงความเป็นตัวของตัวเอง สามารถตัดสินใจได้อย่างถูกต้องและเฉียบขาด

4. ขยัน ต่อสู้ และอดทน หมายถึง การชอบคิด การไม่ยอมแพ้ และความสามารถที่จะทนต่อสภาวะที่คลุมเครือและซับซ้อนได้

5. ชอบคิดและผสมผสาน หมายถึง คนที่มีมีความสามารถคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถวิเคราะห์รายละเอียดของสิ่งต่างๆ ได้เป็นอย่างดี

6. น่ารักน่าคบ หมายถึง ลักษณะนิสัยที่มีความอ่อนโยน ความอ่อนน้อมถ่อมตน เข้าใจจิตใจคนอื่นโดยไม่ผูกพันกับอารมณ์ของตนเอง

จากข้อความข้างต้น จะเห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนคณิตศาสตร์มาก เพราะเป็นรากฐานของกระบวนการคิด วิเคราะห์ และเป็นพื้นฐานในการพัฒนาความคิดและการให้เหตุผลของผู้เรียน ที่สำคัญการจัดการเรียนการสอนควรเอื้อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดและใช้เหตุผลอย่างเต็มความสามารถของผู้เรียน โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะ และแนะนำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

4.5 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2546)ได้กล่าวเกี่ยวกับการวิธีวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเด็นสำคัญ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. การใช้คำถาม (Questioning) ในขณะที่ผู้เรียนแก้ปัญหา ผู้สอนอาจเดินดูผู้เรียนทำงานและใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนใช้ความคิดก่อนตอบ ควรถามเพื่อให้ผู้เรียนอธิบาย เช่น หาคำตอบนี้มาได้อย่างไร ทำไมต้องใช้วิธีนี้ อธิบายได้ไหมว่าสองวิธีนั้นต่างกันอย่างไร ทราบได้อย่างไรว่าต้องใช้บทนิยามช่วยและแน่ใจได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้อง

2. การสังเกต (Observing) การสังเกตนักเรียนในขณะทำงานเดี่ยวหรือทำงานกลุ่มจะทำให้ผู้สอนทราบว่า ผู้เรียนแต่ละคนมีความสามารถเพียงใด อย่างไรก็ตามหากจำนวนนักเรียนในแต่ละห้อง มีจำนวนมากเกินไป ผู้สอนจะไม่สามารถจำผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้ ผู้สอนจึงอาจต้องใช้

การจดบันทึกช่วยวิธีง่ายๆที่ผู้สอนทำได้คือการใช้มาตรวัดและแบบตรวจสอบการสังเกตการณ์แก้ปัญหา

3. การรายงานของผู้เขียน (Student report) การให้ผู้เรียนได้เขียนรายงานเกี่ยวกับประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเอง จะช่วยให้ผู้สอนทราบกระบวนการคิด การทำงาน และเจตคติของผู้เรียนก่อนให้ผู้เรียนเขียนรายงานตนเอง ผู้สอนควรตั้งกรอบคำถามไว้ก่อนว่าจะประเมินนักเรียนในเรื่องใด เพื่อให้สิ่งที่ผู้เรียนทุกคนเขียนเป็นไปในแนวเดียวกัน และเป็นสิ่งที่ผู้สอนต้องการทราบ ตัวอย่างประเด็นที่ผู้สอนควรถามให้ผู้เรียนเขียนมีดังนี้

3.1 เมื่อเห็นปัญหาครั้งแรก คิดว่าจะทำอะไรก่อน

3.2 ควรใช้กลวิธีใดแก้ปัญหา เพราะเหตุใด และจะทราบอย่างไรว่ากลวิธีที่ใช้เหมาะสมหรือเปล่า

3.3 ได้คำตอบมาได้อย่างไร

3.4 มีวิธีใดบ้างที่ใช้แล้ว แก้ปัญหาไม่ได้ เพราะอะไร

3.5 ในที่สุดแก้ปัญหาได้อย่างไร

3.6 ทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง

3.7 รู้สึกอย่างไรกับการแก้ปัญหานี้

4. การทำแบบทดสอบที่เป็นข้อเขียน (Written test) การให้ผู้เรียนเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอน จะช่วยให้ผู้สอนทราบระดับความเข้าใจของผู้เรียนโดยตรง การประเมินผลข้อเขียนอาจทำได้หลายวิธีดังนี้

4.1 Analytic scoring เป็นการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าว่าจะให้ผู้เรียนทำกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนจะให้คะแนนอย่างไร ตัวอย่างการให้คะแนนในลักษณะดังกล่าวมีดังต่อไปนี้

การให้คะแนนโดยใช้ Analytic scoring scale	
ขั้นความเข้าใจปัญหา	0 : ไม่เข้าใจปัญหาเลย
	1 : เข้าใจปัญหาบางส่วน
	2 : เข้าใจปัญหาทั้งหมด
ขั้นวางแผนปัญหา	0 : แผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
	1 : ใช้ข้อมูลจากปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วน
	2 : แผนที่วางไว้จะให้คำตอบที่ถูกต้องได้ถ้าดำเนินการถูกต้อง
ขั้นหาคำตอบ	0 : ไม่ได้คำตอบหรือคำตอบผิด
	1 : ได้คำตอบผิดจากการคำนวณผิด แต่มีบางส่วนถูกต้อง
	2 : คำตอบถูกต้องสมบูรณ์

4.2 Focused holistic scoring เป็นเทคนิคการให้คะแนนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนไม่เพียงแต่ดูที่คำตอบ เป็นการให้คะแนนโดยอิงเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผู้เรียนแต่ละคนจะได้รับคะแนนตามคุณภาพของงานเป็นคะแนนตัวเดียวโดดๆ ตัวอย่างการให้คะแนนดังกล่าวมีดังนี้

การให้คะแนนโดยใช้ Focused holistic scoring point scale	
0 คะแนน	- ไม่ตอบ
	- ไม่เข้าใจปัญหา มีเพียงข้อความที่คัดลอกจากโจทย์
	- มีเพียงคำตอบที่ผิด
1 คะแนน	- แสดงความเข้าใจการแก้ปัญหา แต่วิธีการไม่เหมาะสม
	- กลวิธีที่เลือกไม่เหมาะสม และใช้จริงไม่ได้ และไม่มีกลวิธีอื่นสำรอง
	- แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาย่อยๆ ของปัญหาใหญ่ แต่ทำไม่สำเร็จ
2 คะแนน	- เข้าใจการแก้ปัญหา แต่ใช้การแก้ปัญหาไม่ถูกต้องจึงได้คำตอบผิด
	- ใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบผิด หรือไม่ได้คำตอบ
	- แก้ปัญหาย่อยๆได้บางส่วน แต่ไม่ได้ทั้งหมด
	- ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่เข้าใจงานที่ทำหรืออธิบายไม่ได้
3 คะแนน	- ใช้กลวิธีแก้ปัญหาเหมาะสม แต่เข้าใจผิดในเรื่องของเงื่อนไขหรือข้อมูลบางส่วนในปัญหา
	- ใช้กลวิธีที่ถูกต้อง แต่ตอบผิดหรืออธิบายเหตุผลไม่ได้ หรือไม่มีคำตอบ
	- ได้คำตอบที่ถูกต้องจากกลวิธีที่เหมาะสม แต่วิธีทำที่แสดงให้ดูไม่ชัดเจน
4 คะแนน	- เข้าใจปัญหาเป็นอย่างดี เลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสม แต่คำนวณผิดพลาด
	- เลือกและใช้กลวิธีที่เหมาะสม และได้คำตอบที่ถูกต้อง

Goodrich (1997) ซึ่งกล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับครูและนักเรียน ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตราของครู เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้นักเรียนเห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้นๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริคก็คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบในการตัดสินคุณภาพของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จและงานที่มีคุณภาพ

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคจะช่วยลดเวลาของครูในการประเมินชิ้นงานและเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบายสำหรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (rubric) สำหรับวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic score) ซึ่งพัฒนามาจากเกณฑ์การให้คะแนนของกระทรวงศึกษาธิการ (2546: 135-138) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี, 2547a) และสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (NCTM, 2000)

5. General impression scoring เป็นเทคนิคการให้คะแนนโดยภาพรวมของงานทั้งหมดที่ผู้เรียนทำการตรวจควรต้องกำหนดเกณฑ์ไว้ก่อน เพื่อจะได้ไม่เกิดความลำเอียงในการตรวจ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี (2547b) ได้กล่าวถึงการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ควรยึดหลักดังต่อไปนี้

1. การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

2. การประเมินผลจะต้องใช้การสังเกต และการใช้คำถาม ควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน

3. การประเมินผลจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนเขียนอนุทินเพื่อสะท้อนกระบวนการคิดของตนเอง

4. การประเมินผลจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจนซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายคือ การให้คะแนนแบบรูบริคซึ่งเป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกการให้คะแนนแบบรูบริค เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำ หรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรมซึ่งการให้คะแนนแบบรูบริคที่นิยมใช้มี 2 แบบคือ

1) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ มักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

2) การให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการให้คะแนนแบบรูบริคที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมดไม่ต้องแยกแยะเป็นด้านๆ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการประเมินผลนั้น ถ้าครูต้องการประเมินผล แต่ละขั้นตอนของการทำงานหรือความสามารถในแต่ละด้าน ก็ควรใช้การประเมินแบบวิเคราะห์ แต่ถ้าครูต้องการประเมินผลภาพรวมทั้งหมดของการทำงานไม่ได้เจาะจงที่ด้านใดด้านหนึ่งก็ควรใช้การประเมินโดยการให้คะแนนแบบองค์รวม

จากที่กล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถวัดได้หลายวิธี ได้แก่ การใช้คำถาม การสังเกต อนุทินของนักเรียน การทำแบบทดสอบที่เป็นข้อเขียน โดยการให้คะแนนแบบรูบริค ทั้งนี้ผู้สอนสามารถเลือกวิธีวัดวิธีใดวิธีหนึ่ง หรือเลือกวัดหลายๆวิธีควบคู่กันไปตามความเหมาะสม โดยที่การวัดจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริค สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic score) ซึ่งพัฒนามาจากเกณฑ์การให้คะแนนของกระทรวงศึกษาธิการ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี , 2547a) และสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (NCTM, 2000)

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งต่างประเทศและในประเทศ ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอ ดังต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

Gallacher (1970) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอน 2 รูปแบบ คือ การเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทางบวกต่อทางลบเท่ากับ 2 ต่อ 1 (PPN) การนำเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทางลบต่อทางบวกเท่ากับ 2 ต่อ 1 (NNP) โดยกลุ่มทดลองแบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม ได้แก่ นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ PPN นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ NNP นักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ PPN นักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ NNP ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ PPN สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ NNP และนักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ PPN สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ไม่แตกต่างกับนักเรียนกลุ่ม ต่ำเรียนแบบ NNP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Doyle (1981) ได้ศึกษาผลของการให้แนวคิดนำเพื่อช่วยพัฒนามโนทัศน์ที่มีผลต่อการเรียนรู้ การถ่ายโยงการเรียนรู้และความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซ่อมเสริมในวิทยาลัย ผลการศึกษาพบว่า ผู้เรียนในกลุ่มทดลอง ร้อยละ 96 และผู้เรียนในกลุ่มควบคุม ร้อยละ 7 แนวคิดนำช่วยในการเรียนรู้มโนทัศน์ในการเรียนคณิตศาสตร์ เอื้อต่อการเรียนรู้ การถ่ายโยงการเรียนรู้และความคงทนในการเรียนรู้

Mergel (1998) ได้ทำการศึกษาพบว่า นักเรียนที่สอนโดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI จะสร้างแนวความคิดของตัวเองซึ่งช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียนในการเรียนรู้ประสบการณ์ของตัวเองกับสถานการณ์ใหม่

Shield (1993) ได้ทำการศึกษาว่าผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีวิธีการรับรู้มโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์อย่างไร กลุ่มทดลองสอนโดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์โดยพัฒนากระบวนการนำเสนอตัวอย่างมโนทัศน์ 3 แบบ คือ แบบรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนมโนทัศน์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

จริยา เกตุเผือก (2540) ได้ทำการศึกษาการใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของจอยส์และเวลล์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 38 คน ที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของจอยส์และเวลล์ แบ่งเป็นกลุ่มควบคุม 40 คน เรียนโดยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุธีรัตน์ อริเดช (2540) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์ ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามวิธีสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์มีความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ยลนภา พลชัย (2548) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำกำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

ปราณี พรภวิษย์กุล (2549) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำกำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จาก

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ณัชชา กมล (2542) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้ามมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย ซึ่งเครื่องคำนวณนั้นเป็นสื่อการเรียนการสอนที่แสดงรูปภาพต่าง ๆ และแสดงภาพทางเรขาคณิตให้นักเรียนเห็นได้ทันที ผลการวิจัย พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

สิรินทิพย์ พูลศรี (2542) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน ที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ และแบ่งเป็นกลุ่มควบคุม 40 คน เรียนโดยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า แผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์นั้นสามารถพัฒนากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์และนักเรียนที่เรียนโดยวิธีปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

อรรคพล คำภู (2543) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนแบบอุปนัย วิธีการสอนแบบนิรนัย และวิธีการสอนตามคู่มือครูหรือการสอนแบบปกติ ผลการวิจัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอุปนัย การสอนแบบนิรนัย และวิธีการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ 0.05

สาคร เกษม (2544) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้มีจำนวน 22 คน เป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ผลการวิจัยพบว่า แผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์นั้นสามารถพัฒนากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิต และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรนารีอำเภอ

เมือง จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 60 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 5 สัปดาห์ ซึ่งกลุ่มตัวอย่างได้เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสร้างรูปในเนื้อหาเรื่อง วงกลม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตอนต้นมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 50 และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยข้างต้น พบว่ามีการศึกษาเกี่ยวกับการสร้างมโนทัศน์อย่างกว้างขวาง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะมโนทัศน์เป็นหัวใจสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จึงมีการส่งเสริมให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์เพิ่มมากขึ้น และจากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่ากระบวนการสร้างมโนทัศน์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI สามารถพัฒนาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปเป็นกรอบแนวคิดการวิจัยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ดังต่อไปนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กรอบแนวคิด

กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi
ประกอบด้วย 4 ลำดับ ดังนี้
ลำดับที่ 1 ขั้นการเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing)
ลำดับที่ 2 ขั้นการสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining)
ลำดับที่ 3 ขั้นสร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating)
ลำดับที่ 4 ขั้นการตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi

1) **ขั้นเตรียมความพร้อมสร้างแรงจูงใจ** ครูทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนด้วยกิจกรรม หรือการสนทนา เพื่อให้นักเรียนสนใจและพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ต่อไป

2) **ขั้นจัดกิจกรรม**

ลำดับที่ 1 ขั้นการเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing) ครูนำเสนอข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่จะเรียนรู้อย่างหลากหลาย และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ แยกแยะส่วนประกอบของข้อมูล และลักษณะเฉพาะของสิ่งเรียนรู้ จากนั้นให้นักเรียนเรียงและจัดกลุ่มข้อมูลด้วยตนเองตามลักษณะเฉพาะอย่างมีเหตุผล แล้วให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ในกลุ่มแต่ละกลุ่มว่ามีสิ่งใดเหมือนกัน โดยครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน

ลำดับที่ 2 ขั้นการสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) นักเรียนสะท้อนความคิดและอธิบายเหตุผลของการเรียงลำดับและการจัดกลุ่ม โดยครูใช้คำถามกระตุ้นการคิดและการอธิบายของนักเรียนควบคู่กันไป เพื่อให้นักเรียนอธิบายให้ได้ว่า นักเรียนใช้เกณฑ์ใดในการจัดกลุ่ม และเมื่อจัดกลุ่มแล้วนักเรียนพบความเหมือนใดภายในกลุ่มแต่ละกลุ่ม โดยครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ต่างๆ ที่อยู่ในกลุ่มแต่ละกลุ่มอย่างชัดเจน

ลำดับที่ 3 ขั้นสร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) นักเรียนสร้างหลักการทั่วไป โดยประมวลความสัมพันธ์ต่างๆในขั้นที่สอง มาสรุปเป็นหลักการทั่วไป และสามารถระบุลักษณะสำคัญของหลักการทั่วไปได้ถูกต้องครบถ้วน ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติมหากจำเป็น เพื่อให้นักเรียนเข้าใจรายละเอียดของหลักการทั่วไปชัดเจนมากขึ้น และระบุหลักการได้

ลำดับที่ 4 ขั้นการตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining) นักเรียนตรวจสอบข้อสรุปทั่วไปที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่กับตัวอย่างต่างๆ ทั้งที่สอดคล้องกับหลักการและที่ไม่สอดคล้องกับหลักการ หากพบว่ามีข้อผิดพลาดนักเรียนต้องปรับปรุงให้ถูกต้อง

3) **ขั้นพัฒนาทักษะ** นักเรียนนำความรู้หรือข้อสรุปทั่วไปที่ได้ไปใช้อธิบายปัญหาหรือแก้ปัญหา กับตัวอย่างที่ครูนำเสนอเพิ่มเติม หรือในแบบฝึกหัดที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่สอน

4) **ขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการทำกิจกรรม

1. ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) โดยผู้วิจัยมีวิธีดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษา ค้นคว้าความรู้จากเอกสาร บทความ ตำรา วารสารและงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในประเทศ และต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในครั้งนี้ มีรายละเอียดดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร บทความ ตำรา วารสาร งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. ศึกษาเอกสาร บทความ ตำรา วารสาร งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับหลักการวัด การประเมินผล การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. ศึกษาค้นคว้าจากคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ ที่เกี่ยวข้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเนื้อหาเรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยรูปแบบการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 1 รูปแบบการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	ทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบทันทีหลังการทดลอง	ทดสอบหลังการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางณิตศาสตร์	X	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางณิตศาสตร์	~X	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งมีจำนวน 15 ห้องเรียน คือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/15 ซึ่งชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 เป็นนักเรียนพัฒนาสู่ความเป็นเลิศ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/15 จัดนักเรียนแต่ละห้องเรียนแบบคละความสามารถ ผู้วิจัยเลือกนักเรียน 2 ห้องเรียน จากห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/15 ทั้งหมด 14 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค23201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)

2. ผู้วิจัยพิจารณาเลือกห้องเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค23201 ที่ใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้อง

3. ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจาก 2 ห้องเรียนดังกล่าว ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ของทั้งสองห้องด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายโดยจับสลากเพื่อเลือกเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมอย่างละ 1 ห้องเรียน ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

4.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

4.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

4.2.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และ
แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

4.2.2 แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และ
แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค23202 เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง โดยมีรายละเอียดของการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ดังนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติจากเอกสารตำราต่างๆ

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4. เขียนแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบ ใช้หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ ที่สอดคล้องกับแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เนื่องจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบของวงกลม เป็นการทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลมที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ส่วนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 – 13 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างละ 12 แผนเท่ากัน แต่ละแผนในลำดับเดียวกันจะสอนเรื่องเดียวกันและเนื้อหาเดียวกัน ครอบคลุม เรื่อง วงกลม โดยรายละเอียดของแต่ละแผนมีดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามสาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ ลักษณะสำคัญ และจำนวนคาบ เรื่อง วงกลม

สาระการเรียนรู้	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่**	**มโนทัศน์**	**ลักษณะสำคัญ**
วงกลม	1*	- วงกลม	- จุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่หนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่าๆกัน
		- จุดศูนย์กลางของวงกลม	- จุดคงที่ซึ่งอยู่ห่างจากจุดทุกจุดบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่าๆกัน
		- รัศมี	- ระยะห่างจากจุดคงที่และจุดทุกจุดบนระนาบ

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
		- คอร์ด	- ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน
		- เส้นตัดวงกลม	- เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด
		- เส้นสัมผัสวงกลม	- เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น
		- จุดสัมผัส	- จุดที่เส้นตรงตัดวงกลมเพียงจุดเดียว
		- มุมที่จุดศูนย์กลาง	- มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม
		- มุมในส่วนโค้งของวงกลม	- มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	2**	- มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก	- มุมทุกมุมของรูปสามเหลี่ยมต้องเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม หรือเป็นรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลม - ด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลม - ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมเป็นคอร์ดของรูปวงกลม - มุมตรงข้ามด้านของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
	3**	- มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน	- มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน - มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
	4**	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - ส่วนโค้งที่รองรับมุมในส่วนโค้งมีขนาดเท่ากัน - มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน
	5**	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากันแล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน - ส่วนโค้งที่รองรับมุมในส่วนโค้งมีขนาดเท่ากัน
	6**	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน - ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
		- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน - มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน
คอร์ด	7**	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - คอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน - ส่วนโค้งน้อยที่เกิดจากคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันตัดวงกลม มีความยาวเท่ากัน - ส่วนโค้งใหญ่ที่เกิดจากคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันตัดวงกลม มีความยาวเท่ากัน
		- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - ส่วนโค้งน้อยที่เกิดจากคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลม มีความยาวเท่ากัน - ส่วนโค้งใหญ่ที่เกิดจากคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลม มีความยาวเท่ากัน - คอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
	8**	- ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด	- ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง ตั้งฉากกับคอร์ด - ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง แบ่งครึ่งคอร์ด
		- ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด	- ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง แบ่งครึ่งคอร์ด - ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง ตั้งฉากกับคอร์ด
	9**	- เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น	- เส้นตรงตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม - เส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม
		- ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้	- มุมทุกมุมของรูปสี่เหลี่ยมอยู่บนส่วนโค้งของวงกลม หรือ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม - ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับ 180 องศา
	10**	- ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน	- คอร์ดสองเส้นที่อยู่ในวงกลมวงเดียวกันยาวเท่ากัน - คอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากัน

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
		- ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	- คอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากัน - คอร์ดสองเส้นที่อยู่ในวงกลมวงเดียวกันยาวเท่ากัน
เส้นสัมผัสวงกลม	11**	- เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส	- เส้นสัมผัสวงกลม และจุดสัมผัส - เส้นสัมผัสวงกลม ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส
		- เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น	- เส้นตรงตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่ง - เส้นสัมผัสวงกลม
	12**	- ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	- ส่วนของเส้นตรงลากจากจุดๆ หนึ่ง ภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน - ส่วนของเส้นตรงยาวเท่ากัน - ส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากันมีสองเส้น
	13**	- มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	- มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัส - มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด - มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด

* แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

** แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 – 13 เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติและแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว ไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผู้วิจัยได้แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3 กรอบแนวทางขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
1) ขั้นเตรียมความพร้อมสร้างแรงจูงใจ ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนด้วยกิจกรรม หรือการสนทนาเพื่อให้นักเรียนสนใจและพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ต่อไป	
2) ขั้นจัดกิจกรรม ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียน สังเกต คิด วิเคราะห์ จัดกลุ่ม อธิบายเหตุผล ตลอดจนหาความสัมพันธ์ เพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไป และนำข้อสรุปนั้นไปใช้ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาต่อไป โดยครูเป็นผู้จัดเตรียมกิจกรรม และสภาพแวดล้อมให้เหมาะสม พร้อมทั้งให้คำแนะนำแก่นักเรียน มีลำดับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ลำดับ ดังนี้ **ลำดับที่ 1 การเรียงและการจัดกลุ่ม** - ครูนำเสนอข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่จะเรียนรู้หลายข้อมูล ทั้งเกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับข้อสรุปทั่วไป - ครูใช้คำถามให้นักเรียนวิเคราะห์แยกแยะส่วนประกอบของข้อมูล และลักษณะเฉพาะของสิ่งเรียนรู้ - นักเรียนนำสิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์แยกแยะ มาเรียงลำดับและจัดกลุ่ม ตามลักษณะเฉพาะอย่างมีเหตุผล - นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ในกลุ่มแต่	**2) ขั้นจัดกิจกรรม** ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ โดยคำนึงถึงนักเรียนเป็นสำคัญ ดังนี้ - ครูนำเสนอบทเรียนใหม่ โดยการถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจ - ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ แสดงความคิดเห็น มีการอภิปราย และใช้คำถามนำกระตุ้นการถามตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียน - ครูคอยให้คำชี้แนะ ใช้คำถามกระตุ้นความคิด และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย - เมื่อมีการทำกิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียน

กลุ่มทดลอง **(**จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI**)**	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
ละกลุ่มว่ามีสิ่งใดเหมือนกัน โดยครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน **ลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย** - ครูให้นักเรียนสะท้อนความคิดและอธิบายเหตุผลของการเรียงลำดับและการจัดกลุ่มในขั้นที่หนึ่ง โดยครูใช้คำถามกระตุ้นการคิดและการอธิบายของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนอธิบายให้ได้ว่า นักเรียนใช้เกณฑ์ใดในการจัดกลุ่ม และเมื่อจัดกลุ่มแล้วนักเรียนพบความเหมือนใดภายในกลุ่มแต่ละกลุ่ม - ครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ต่างๆ ที่อยู่ในกลุ่มแต่ละกลุ่มอย่างชัดเจน **ลำดับที่ 3 ขั้นสร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน** - นักเรียนประมวลความสัมพันธ์ต่างๆในขั้นที่สอง จนนำไปสู่การสร้างหลักการทั่วไป - ครูให้นักเรียนอธิบายหลักการทั่วไปโดยระบุลักษณะสำคัญของหลักการทั่วไปให้ถูกต้องครบถ้วน โดยใช้ภาษาของนักเรียนเอง - ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจรายละเอียดของหลักการทั่วไปชัดเจนมากขึ้น **ลำดับที่ 4 การตรวจสอบและการปรับปรุง** - นักเรียนตรวจสอบข้อสรุปทั่วไปว่าถูกต้องหรือไม่ กับตัวอย่างต่างๆ ทั้งที่ตรงตามหลักการทั่วไปและที่ไม่ตรงตามหลักการทั่วไป โดยตัวอย่างเหล่านี้นักเรียนอาจเป็นผู้ยกตัวอย่างขึ้นมาใหม่ หรือเป็นตัวอย่างที่ครูเป็นผู้จัดเตรียมให้ หากตรวจสอบแล้วมีข้อผิดพลาดนักเรียนต้องปรับปรุงหลักการทั่วไปให้ถูกต้อง	คิดวิเคราะห์ ด้วยตนเอง พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน โดยครูคอยให้คำแนะนำเท่านั้น - ครูอาจสุ่มเรียกนักเรียนถามตอบ หรือนำเสนอวิธี แก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
3) ขั้นพัฒนาทักษะ ครูให้นักเรียนนำความรู้ หรือข้อสรุปทั่วไปที่ได้ไปใช้ในการอธิบายปัญหาหรือแก้ปัญหา จากเอกสารประกอบการเรียนที่ครูเป็นผู้จัดทำขึ้น	
4) ขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการทำกิจกรรม พร้อมทั้งมอบหมายแบบฝึกหัด	

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ประกอบด้วย แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งคู่ขนานกันจำนวน 2 ฉบับ แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเองตามขั้นตอนการสร้างต่อไปนี้

4.2.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 ใช้วัดทันทีเมื่อสิ้นสุดการทดลอง และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 สร้างแบบสอบคู่ขนานกันกับฉบับที่ 1 กล่าวคือ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และ ฉบับที่ 2 วัดความรู้ในเนื้อหาเดียวกัน จำนวนข้อของแบบทดสอบเท่ากัน ข้อสอบแต่ละข้อมีค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนเท่ากัน ใช้วัดหลังจากสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ เพื่อนำผลการทดสอบของแต่ละห้องไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบฉบับที่ 1 และวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที โดยมีรายละเอียดของการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ดังนี้

1. ผู้วิจัยกำหนดจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2
2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องวิเคราะห์ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์
3. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. สร้างตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (รายละเอียด ภาคผนวก ง) และกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และต้องสร้างข้อสอบเป็น 1.5 เท่าของจำนวนข้อสอบที่ต้องการใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

5. สร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 เลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ตามตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดหรือไม่ตอบให้ 0 คะแนน

6. นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลาในการสอบ ความสอดคล้องของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ข้อคำถาม และตัวเลือก ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

7. นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลาที่ใช้ในการสอบ ความเหมาะสมของข้อคำถาม ตัวเลือก และสำนวนภาษา

จากนั้นนำผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้ทรงคุณวุฒิมาวิเคราะห์ ซึ่งมีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่า IOC $\geq$ 0.67 โดยผลการประเมินแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และ ฉบับที่ 2 จากผู้ทรงคุณวุฒิ มีค่า IOC 0.33 – 1.00

ผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

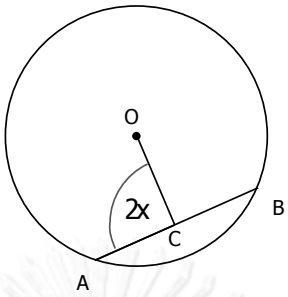
7.1 ปรับปรุงข้อสอบให้เป็นข้อสอบที่มีความขนานกันมากขึ้น โดยคำนึกถึงเรื่องที่วัดจะต้องเป็นเรื่องเดียวกัน รูปภาพจะต้องมีใกล้เคียงกัน รูปภาพบ้างรูปภาพไม่ควรหมุนภาพหรือเติมส่วนของเส้นตรงเพิ่มเติมเพราะจะทำให้ความยากง่ายต่างกันได้ ขั้นตอนการหาคำตอบและความซับซ้อนในการคิดต้องมีความเท่ากัน ตัวเลขในการคำนวณต้องมีความใกล้เคียงกัน และตัวลวงจะต้องลวงในเรื่องเดียวกัน

7.2 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 ตัวเลือกที่ถูกต้องมักจะตรงกัน จึงปรับปรุงให้ตัวเลือกที่ถูกต้องไม่ตรงกัน

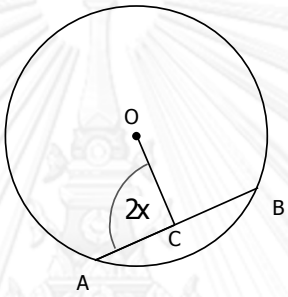
7.3 ปรับปรุงสำนวนภาษาและแก้คำผิดในบางส่วน เช่น

ปรับปรุงโจทย์

<u>*เดิม*</u> กำหนดให้ $AC = BC$ จงหาค่า x

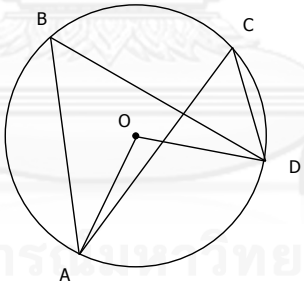


<u>*แก้ไขเป็น*</u> กำหนดให้ $AC = BC$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด



ปรับปรุงตัวเลือกข้อ ง.

<u>*เดิม*</u> จากรูป จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้



1) $2A\hat{B}D = A\hat{O}D$

2) $2A\hat{B}D = A\hat{C}D$

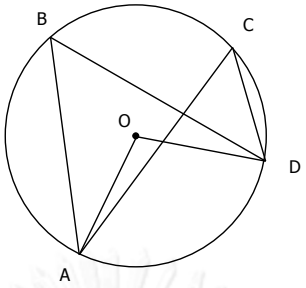
ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อ 1 ข. ข้อ 2

ค. ข้อ 1 และข้อ 2 ง. ผิดทุกข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>แก้ไขเป็น</u> จากรูป จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้



1) $2A\hat{B}D = A\hat{O}D$

2) $2A\hat{B}D = A\hat{C}D$

ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อ 1 ข. ข้อ 2

ค. ข้อ 1 และข้อ 2 ง. ไม่มีข้อใดถูก

8. นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 ที่ปรับปรุงแก้ไขของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้

การทดลองครั้งที่ 1

- แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4/1 โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน

- แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4/4 โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยง ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method : KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยากง่าย (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็น ดังนี้

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1

ค่าความเที่ยง 0.90

ค่าความยาก (P) 0.13 – 1.00

ค่าอำนาจจำแนก (r) -0.07 – 1.00

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.81

ค่าความยาก (P) 0.07 – 1.00

ค่าอำนาจจำแนก (r) -0.54 – 1.00

จากการทดลองพบว่า แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 จำนวน 45 ข้อ เป็นข้อสอบที่มีคุณภาพไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด และยังไม่มีคุณภาพพอ ผู้วิจัยจึงปรับปรุงแก้ไข โดยให้ครอบคลุมโครงสร้างของเนื้อหาและตัวชี้วัดตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร แล้วนำข้อสอบดังกล่าวไปทดลองครั้งที่ 2

การทดลองครั้งที่ 2

- แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3/1 โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน

- แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3/2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดอีกครั้งและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็น ดังนี้

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1

ค่าความเที่ยง 0.92

ค่าความยาก (P) 0.25 – 1.00

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.00 – 1.00

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.86

ค่าความยาก (P) 0.00 – 0.90

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.00 – 0.86

จากการทดลองพบว่า แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 จำนวน 45 ข้อ ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนด 31 ข้อ

9. เลือกข้อสอบที่มีค่าความเที่ยง ความยากและอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ดังข้อที่ 8. จำนวน 30 ข้อ มาสร้างเป็นแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1

ค่าความเที่ยง 0.86

ค่าความยาก (P) 0.21 – 0.80

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.22 – 0.85

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.83

ค่าความยาก (P) 0.21 – 0.79

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.23 – 0.86

10. นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

4.2.2 แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เรื่องวงกลม ใช้วัดทันทีเมื่อสิ้นสุดการทดลองโดยมีรายละเอียดของการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ดังนี้

1. ผู้วิจัยกำหนดจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน

2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต และเรื่องวงกลม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. สร้างตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน(รายละเอียด ภาคผนวก ง) และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน (รายละเอียด ภาคผนวก ง) กำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และต้องสร้างข้อสอบเป็น 1.5 เท่าของจำนวนข้อสอบที่ต้องการใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

5. สร้างแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบชนิดอัตนัย จำนวน 8 ข้อ ตามตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

5.1 ข้อย่อย 1 ถึง ข้อย่อย 4 ไม่มีคะแนน เนื่องจากเป็นข้อมูลให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์เท่านั้น ไม่ใช่ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.2 ข้อย่อยที่ 5 มีคะแนนเต็ม 4 คะแนน โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 4 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์		คะแนน
ข้อสรุป ของความสัมพันธ์	- นักเรียนระบุข้อสรุปของความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง - นักเรียนระบุข้อสรุปของความสัมพันธ์ไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุความสัมพันธ์ใดเลย	1 0
อธิบายเหตุผลของ ความสัมพันธ์	- นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลของความสัมพันธ์ได้อย่างสมเหตุสมผลถูกต้องครบถ้วน - นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลของความสัมพันธ์ได้อย่างสมเหตุสมผลถูกต้อง แต่ขาดรายละเอียดเพียงบางส่วน - นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลของความสัมพันธ์สมเหตุสมผลถูกต้องเพียงบางส่วน - นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลของความสัมพันธ์ไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนอธิบายเหตุผลของความสัมพันธ์ใดเลย	3 2 1 0
รวมคะแนน		**4**

6. นำแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลาที่ใช้ในการสอบ ความเหมาะสมของข้อคำถาม และสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

7. นำแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจความถูกต้อง โดยผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและแก้ไขข้อสอบ ผู้วิจัยจึงได้ทำการปรับปรุงและแก้ไขข้อสอบตามคำแนะนำ แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจใหม่อีกครั้งเป็นจำนวน 3 ครั้ง โดยแต่ละครั้งผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะดังนี้

ครั้งที่ 1 ปรับปรุงข้อสอบ จากเดิมกำหนดข้อย่อย 4 ข้อ ให้นักเรียนพิจารณาหาความสัมพันธ์จากข้อย่อย 4 ข้อนั้น แล้วระบุความสัมพันธ์พร้อมอธิบายเหตุผล แก้ไขโดยในข้อย่อย 4 ข้อ เพิ่มข้อความคำถาม และคำตอบ ซึ่งคำตอบนั้นให้นักเรียนเลือกทำเครื่องหมาย ✓ ลงใน □ เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนสังเกตและหาความสัมพันธ์

ครั้งที่ 2 ปรับปรุงคำตอบข้อย่อย 4 ข้อ จากการให้นักเรียนเลือกทำเครื่องหมาย ✓ ลงใน □ แก้ไขเป็นการเติมคำตอบลงในช่องว่าง

ครั้งที่ 3 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียนไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจความถูกต้องพร้อมประเมินให้ระดับความคิดเห็นอีกครั้ง

จากนั้นนำผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้ทรงคุณวุฒิมาวิเคราะห์ ซึ่งมีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่า IOC $\geq$ 0.67 โดยผลการประเมินเป็นดังนี้

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่า IOC 1.00

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่า IOC 1.00

8. นำแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลอง

- แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4/3 โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน

- แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4/2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยง ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยากง่าย (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง 0.64

ค่าความยาก (P) 0.53 – 0.78

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.15 – 0.55

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง 0.61

ค่าความยาก (P) 0.35 – 0.68

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.05 – 0.60

จากการทดลองพบว่า แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน แบบทดสอบละ 8 ข้อ ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนด 6 ข้อ และ 7 ข้อ ตามลำดับ

9. เลือกข้อสอบที่มีค่าความเที่ยง ความยากและอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ดังข้อที่ 8. แบบทดสอบละ 5 ข้อ มาสร้างเป็นแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และหลักเรียน ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง 0.69

ค่าความยาก (P) 0.55 – 0.70

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.20 – 0.70

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง 0.65

ค่าความยาก (P) 0.43 – 0.63

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.35 – 0.65

10. นำแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 5 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม เรื่อง วงกลม รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

3. นำหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัยไปติดต่อขอความร่วมมือไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ กรุงเทพมหานคร ที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่าง เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูล

4. ก่อนการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จากนั้นนำคะแนนไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบ พบว่าความแปรปรวนของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แล้วนำไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ด้วยค่าที (t – test) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไม่แตกต่างกัน

5. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยคาบที่1 กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมสอนโดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ คาบที่ 2 – คาบที่ 13 กลุ่มทดลองสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มควบคุมสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนการสอนตามเนื้อหาสาระและตัวชี้วัดเดียวกัน ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 2 คาบ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 13 คาบ ในภาคเรียนที่ 2 ในปีการศึกษา 2556 โดยจัดกิจกรรมการ

เรียนการสอนตามคาบปกติของโรงเรียน เนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ เรื่อง วงกลม โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 6 พฤศจิกายน 2556 ถึงวันที่ 18 ธันวาคม 2556

6. ขณะดำเนินการสอนนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมในห้องเรียน โดยจดบันทึกหลังแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเก็บร่องรอยการทำแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียน

7. หลังสิ้นสุดการเรียนการสอนแล้วให้นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผล ฉบับหลังเรียน

8. เมื่อเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ วันที่ 8 มกราคม 2557 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 2 (ซึ่งคู่ขนานกับฉบับแรก) ให้นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำ โดยใช้เวลาเท่าเดิมมาทดสอบ เพื่อวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

9. ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences for Windows : SPSS for Windows) ด้วยวิธีการทางสถิติ โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่าสถิติที (t – test) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่าสถิติที (t – test)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่าสถิติที (t – test)

ข้อมูลเชิงคุณภาพ

วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพดำเนินการ โดยวิเคราะห์เนื้อหาจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน การตอบคำถามจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบฝึกเสริมทักษะ รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อประกอบการอธิบายผลและประเมินคุณภาพระหว่างการจัดกิจกรรมของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับ 2 แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน รวมทั้งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังรายละเอียดดังนี้

7.1 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับ 2

1.1 การหาค่าความเที่ยง (reliability) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับ 2 โดยใช้สูตรวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -coefficient) ของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson – 20 : KR 20) โดยใช้สูตรดังนี้

$$KR-20 \ : \ r_{tt} \ = \ \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum p_i q_i}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ
k แทน จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบ
p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูกในข้อที่ i
q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิดในข้อที่ i
s_t^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544)

1.2 การหาค่าความยาก (p) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับ 2 โดยใช้สูตรของจอร์นสัน (Johnson) ดังนี้

ค่าความยาก (Index of Difficulty) = $\frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย
R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง
n_l แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณอุดมสิน, 2544)

1.3 การหาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับ 2 โดยใช้สูตรของจอร์นสัน (Johnson) ดังนี้

ค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination) = $\frac{R_h - R_l}{n_l}$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก
R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
n_l แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณอุดมสิน, 2544)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

2.1 การหาค่าความเที่ยง (reliability) ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน โดยใช้สูตรวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยใช้สูตรดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบของข้อสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณอุดมสิน, 2544)

2.2 การหาค่าความยาก (p) ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

ค่าความยาก (Index of Difficulty) $= \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$

เมื่อ p แทนค่าความยาก

S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณอุดมสิน, 2544)

2.3 การหาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

ค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination) $= \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})}$

เมื่อ r แทนค่าอำนาจจำแนก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณอุดมสิน, 2544)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ค่าความแปรปรวน วิเคราะห์ค่าที (t-test) วิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science : SPSS)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผลการศึกษาวิจัยนำเสนอดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 5 - 7

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 8

ตอนที่ 3 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 9 - 10

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผลการศึกษาวิจัยนำเสนอ ดังนี้

ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

ตอนที่ 2 พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนที่มีผลต่อการพัฒนาความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 5 - 7

ตารางที่ 5 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	t	p-value
กลุ่มทดลอง	40	18.8250	4.08805	3.903	0.000*
กลุ่มควบคุม	36	15.4722	3.30788		

*p < .05

จากตารางที่ 5 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 เท่ากับ 18.8250 และ 15.4722 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ดังนั้นในการวิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ (ฉบับที่ 2) ต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) เนื่องจากผลการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 ของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน

ตารางที่ 6 แสดงคณิตค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	ทดสอบครั้งที่ 1		ทดสอบครั้งที่ 2	
		$\bar{x}$	S	$\bar{x}$	S
กลุ่มทดลอง	40	18.8250	4.08805	19.6750	3.52564
กลุ่มควบคุม	36	15.4722	3.30788	15.2778	3.82183

จากตารางที่ 6 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองในการทดสอบครั้งที่ 1 ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 18.825 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.08805 และการทดสอบครั้งที่ 2 ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ19.6750 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.52564 ส่วนกลุ่มควบคุมในการทดสอบครั้งที่ 1 ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 15.4722 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.30788 และการทดสอบครั้งที่ 2 ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคิดเป็นคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 15.2778 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.82183

Chulalongkorn University

ตารางที่ 7 **แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการทดสอบครั้งแรกประมาณ 2 สัปดาห์ ของระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)**

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2		คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 ที่ปรับแล้ว		F	p-value
		$\bar{x}$	S	$\bar{x}$	S		
กลุ่มทดลอง	40	19.6750	3.52564	18.716	0.482	10.436	0.001*
กลุ่มควบคุม	36	15.2778	3.82183	16.344	0.511		

*p < .05

จากตารางที่ 7 เมื่อปรับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 เป็นตัวแปรร่วม ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 เท่ากับ 18.716 และ 16.344 ตามลำดับ จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 8

ตารางที่ 8 **แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)**

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	t	p-value
ก่อนเรียน	40	4.4250	3.44843	11.548	0.000*
หลังเรียน	40	12.5000	4.21231		

*p < .05

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 4.4250 และ 12.5000 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมี

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 9 - 10

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที **(t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)**

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	t	p-value
กลุ่มทดลอง	40	4.4250	3.44843	0.514	0.609*
กลุ่มควบคุม	36	4.8056	2.95509		

*p > .05

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน เท่ากับ 4.4250 และ 4.8056 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที **(t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)**

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	t	p-value
กลุ่มทดลอง	40	12.5000	4.21231	2.179	0.017*
กลุ่มควบคุม	36	10.2500	4.78912		

*p < .05

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เท่ากับ 12.5000 และ 10.2500 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ แบ่งเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน แบ่งเป็นประเด็นย่อยดังนี้

1.3.1 ด้านผลการเรียน

1.3.2 ด้านปัจจัยอื่นที่อาจส่งผลต่อการเรียน

ตอนที่ 2 พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนที่มีผลต่อการพัฒนาความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม

2.1 การพัฒนาที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียน

2.2 การพัฒนาที่เกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

ผู้วิจัยเลือกทำการทดลองที่โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ ซึ่งเป็นโรงเรียนที่ผู้วิจัยสังกัดอยู่ เป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่พิเศษ ในสังกัดสำนักงานพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 2 กระทรวงศึกษาธิการ ปัจจุบันตั้งอยู่เลขที่ 313 ถนนรามอินทรา เขตมีนบุรี จังหวัด กรุงเทพมหานคร เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 แบ่งเป็นระดับชั้นเรียนละ 12 – 16 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีทั้งหมด 15 ห้องเรียน มีนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 39 คน โดยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 เป็นนักเรียนพัฒนาสู่ความเป็นเลิศ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/15 จัดนักเรียนแต่ละห้องเรียนแบบคละความสามารถ

1.2 ข้อมูลเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ มีครูทั้งหมด 152 คน เป็นครูหญิง 103 คน ครูชาย 49 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 19 คน สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 18 คน คิดเป็น ร้อยละ 94.74 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาเอก จำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 5.26 ภาระงานในการสอนของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์แต่ละท่านได้รับมอบหมายให้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยประมาณ 20 คาบต่อสัปดาห์ และรายวิชาอื่น ๆ เช่น งานสอนรายวิชาการศึกษาค้นคว้าอิสระ(IS) กิจกรรมโฮมรูม กิจกรรมชุมนุม กิจกรรมลูกเสือ – เนตรนารี รวมทั้งมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานวัดผลทางการศึกษา งานฝ่ายแผนงานโรงเรียน งานฝ่ายการเงินและสินทรัพย์โรงเรียน งานฝ่ายบุคลากรโรงเรียน งานฝ่ายพยาบาลและอนามัยโรงเรียน งานฝ่ายประกันภัยและประกันอุบัติเหตุ เป็นต้น

1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ มีนักเรียนทั้งหมด 3,623 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 584 คน เป็นนักเรียนหญิง 389 คน เป็นนักเรียนชาย 195 คน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 76 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และ นักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน ผู้วิจัยวิเคราะห์เป็นประเด็นย่อย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.3.1 ด้านผลการเรียน

ผู้วิจัยได้รวบรวมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง นำเสนอผลในตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แสดงระดับผลการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ระดับผลการเรียน	กลุ่มทดลอง (ร้อยละ)	กลุ่มควบคุม (ร้อยละ)
เกณฑ์ดีมาก	20.00	22.22
เกณฑ์ดี	22.50	27.78
เกณฑ์ปานกลาง	32.50	30.56
เกณฑ์พอใช้	17.50	8.33
เกณฑ์ปรับปรุง	7.50	11.11

กำหนดให้	เกณฑ์ดีมาก	หมายถึง	27 – 30	คะแนน
	เกณฑ์ดี	หมายถึง	23 – 26	คะแนน
	เกณฑ์ปานกลาง	หมายถึง	19 – 22	คะแนน
	เกณฑ์พอใช้	หมายถึง	15 – 18	คะแนน
	เกณฑ์ปรับปรุง	หมายถึง	0 – 14	คะแนน

เมื่อพิจารณาผลการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีระดับผลการเรียนใกล้เคียงกันโดยนักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง

1.3.2 ด้านปัจจัยอื่นที่อาจส่งผลต่อการเรียน

กลุ่มทดลอง

นักเรียนกลุ่มทดลองร้อยละ 75 อาศัยอยู่กับบิดามารดา ร้อยละ 15 อาศัยอยู่กับบิดาหรือมารดาฝ่ายเดียว และอีกร้อยละ 10 อาศัยอยู่กับญาติ โดยสภาพครอบครัวของนักเรียนบิดามารดาสมรสกันร้อยละ 73 ส่วนอีกร้อยละ 27 เป็นนักเรียนที่ครอบครัวหย่าร้าง ร้อยละ 53 ลักษณะครอบครัวเป็นครอบครัวใหญ่อยู่ร่วมกับปู่ย่า ตายาย ลุงป้า น้าอา มีสมาชิกภายในบ้านประมาณ 4 – 6 คน ผู้ปกครองของนักเรียนกลุ่มทดลอง ร้อยละ 53 ประกอบอาชีพรับจ้าง ร้อยละ 25 ประกอบอาชีพ

ค้าขายหรือธุรกิจส่วนตัว และร้อยละ 22 ประกอบอาชีพอื่นๆ นักเรียนร้อยละ 53 อาศัยอยู่ในเขตมีนบุรี ร้อยละ 47 อาศัยอยู่เขตใกล้เคียง เช่น เขคคลองสามวา เขตคันนายาว เขตบางเขน เป็นต้น ใช้เวลาเดินทางประมาณ 5 นาที – 1 ชั่วโมง ร้อยละ 60 เดินทางโดยรถโดยสารประจำทาง ร้อยละ 25 เดินทางโดยรถยนต์หรือรถจักรยานยนต์ และร้อยละ 15 เดินทางโดยการเดินมาโรงเรียน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มทดลอง ร้อยละ 53 ไม่เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ ร้อยละ 47 เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ โดยร้อยละ 77 ของนักเรียนที่เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนเรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ 1 - 2 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ ร้อยละ 18 เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ 3 - 4 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ และร้อยละ 5 เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์มากกว่า 4 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

กลุ่มควบคุม

นักเรียนกลุ่มควบคุมร้อยละ 80 อาศัยอยู่กับบิดามารดา ร้อยละ 17 อาศัยอยู่กับบิดาหรือมารดาฝ่ายเดียว และอีกร้อยละ 3 อาศัยอยู่กับญาติ โดยสภาพครอบครัวของนักเรียนบิดามารดาสมรสกันร้อยละ 86 ส่วนอีกร้อยละ 14 เป็นนักเรียนที่ครอบครัวหย่าร้าง ร้อยละ 55 ลักษณะครอบครัวเป็นครอบครัวใหญ่อยู่ร่วมกับปู่ย่า ตายาย ลุงป้า น้าอา มีสมาชิกภายในบ้านประมาณ 4 – 6 คน ผู้ปกครองของนักเรียนกลุ่มควบคุม ร้อยละ 58 ประกอบอาชีพรับจ้าง ร้อยละ 28 ประกอบอาชีพค้าขายหรือธุรกิจส่วนตัว และร้อยละ 14 ประกอบอาชีพอื่นๆ นักเรียนร้อยละ 44 อาศัยอยู่ในเขตมีนบุรี ร้อยละ 56 อาศัยอยู่เขตใกล้เคียง เช่น เขคคลองสามวา เขตคันนายาว เขตบางเขน เป็นต้น ใช้เวลาเดินทางประมาณ 5 นาที – 1 ชั่วโมง ร้อยละ 64 เดินทางโดยรถโดยสารประจำทาง ร้อยละ25 เดินทางโดยรถยนต์หรือรถจักรยานยนต์ และร้อยละ 11 เดินทางโดยการเดินมาโรงเรียน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มควบคุม ร้อยละ 69 ไม่เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ ร้อยละ 31 เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ โดยร้อยละ 54 ของนักเรียนที่เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนเรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ 1 - 2 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ ร้อยละ 41 เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ 3 - 4 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ และร้อยละ 5 เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์มากกว่า 4 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

ตอนที่ 2 พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนที่มีผลต่อการพัฒนาความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม

โดยผู้วิจัยวิเคราะห์เนื้อหาจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน การตอบคำถามจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบฝึกเสริมทักษะ รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่มีผลต่อการพัฒนาความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลอง คาบที่ 1 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ คาบที่ 2 -13 เป็นการจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI กลุ่มควบคุม คาบที่ 1 – 13 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 การพัฒนาที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียน

นักเรียนกลุ่มทดลองผู้วิจัยสังเกตจากลำดับการสร้างมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ในห้องเรียน และการนำมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ไปใช้ในการทำแบบฝึกเสริมทักษะ นักเรียนกลุ่มควบคุมสังเกตจากการทำกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติในห้องเรียน และการนำมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติไปใช้ในการทำแบบฝึกเสริมทักษะ มีรายละเอียด ดังนี้

กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

คาบที่ 1 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นักเรียนทั้งสองกลุ่มร่วมกิจกรรมเป็นอย่างดี นักเรียนทั้งห้องเรียนช่วยกันตอบคำถามโต้ตอบกับผู้วิจัยได้เป็นอย่างดี มีนักเรียนบางคนเท่านั้นที่ไม่ตอบคำถามพร้อมเพื่อนๆในห้อง แต่เมื่อผู้วิจัยเรียกตอบเป็นรายบุคคลนักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง อาจเป็นเพราะในคาบที่ 1 เป็นเรื่องส่วนประกอบของวงกลม ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่มีพื้นฐานเรื่องส่วนประกอบของวงกลมดีอยู่แล้ว จึงสามารถตอบคำถามได้ อีกทั้งเนื้อหาใหม่ที่นักเรียนต้องศึกษาในคาบนี้ นักเรียนตั้งใจเรียนให้ความร่วมเป็นอย่างดี แบบฝึกเสริมทักษะนักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง

กลุ่มทดลอง

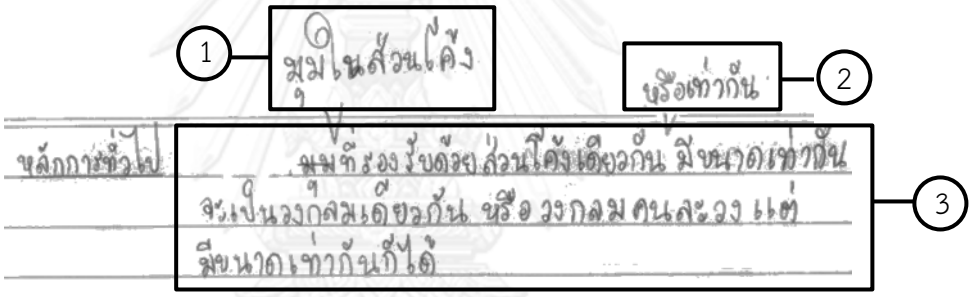
คาบที่ 2 – 5

คาบที่ 2 เป็นคาบที่ผู้วิจัยเริ่มจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI นักเรียนไม่สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเมื่อผู้วิจัยเริ่มการเรียงลำดับและจัดกลุ่ม นักเรียนส่วนใหญ่ไม่พยายามที่จะเรียงและจัดกลุ่มเลย นักเรียนนั่งรอผู้วิจัยเฉลย มีเพียงกลุ่มเดียวเท่านั้นที่พยายามเรียงและจัดกลุ่มข้อมูลแต่ยังไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงต้องกระตุ้นให้นักเรียนพยายามเรียงและจัดกลุ่มด้วยตนเองพร้อมทั้งใช้คำถามนำแก่นักเรียนโดยให้นักเรียนสังเกตส่วนประกอบของรูปวงกลม พยายามหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่เหมือนกันและแตกต่างกัน โดยในช่วงแรกนั้น นักเรียนเริ่มจัดกลุ่มได้เป็น 3 กลุ่ม 4 กลุ่ม และมีนักเรียนบางกลุ่มจัดกลุ่มได้ถึง 6 กลุ่ม ผู้วิจัยจึงต้องให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนสังเกตสิ่งที่มีความสัมพันธ์กัน และจับรวมอยู่กลุ่มเดียวกัน เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ไม่มีนักเรียนคนใดแสดงความคิดเห็น ผู้วิจัยจึงต้องใช้การเรียกชื่อนักเรียนเป็นรายบุคคล ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างมโนทัศน์ได้เลย นักเรียนส่วนใหญ่นั่งรอผู้วิจัยเฉลย ผู้วิจัยจึงต้องกระตุ้นนักเรียนคิดและให้คำแนะนำ พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันสร้างมโนทัศน์พร้อมๆกัน จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันระบุลักษณะสำคัญของมโนทัศน์โดยผู้วิจัยใช้คำถามนำ คาบที่ 3 – 5 นักเรียนกลุ่มควบคุมบางส่วนยังไม่พยายามเรียงและจัดกลุ่มด้วยตนเอง อีกทั้งการเรียงและจัดกลุ่มข้อมูลยังไม่ถูกต้องเท่าที่ควร แต่นักเรียนพยายามสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยใช้คำศัพท์

คณิตศาสตร์ในการสร้างมโนทัศน์ไม่ถูกต้องหรือขาดรายละเอียดสำคัญในบางส่วน แต่นักเรียนมีพัฒนาการในการสร้างมโนทัศน์ที่ดีขึ้น ดังภาพที่ 2 และภาพที่ 3

ภาพที่ 2 ตัวอย่างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในคาบที่ 3

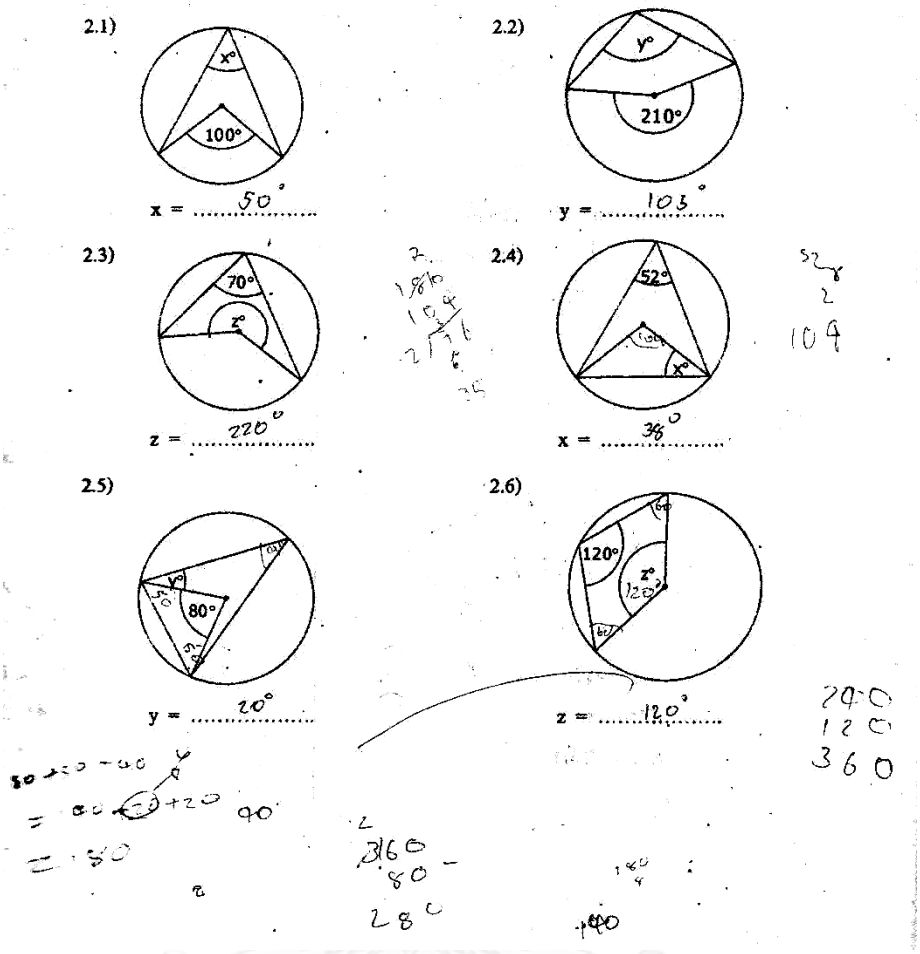
จากภาพที่ 2 เป็นการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียน โดยทฤษฎีบทคือ มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียนใช้คำศัพท์คณิตศาสตร์ในการสร้างมโนทัศน์ไม่ถูกต้อง คือ “มุมที่มีส่วนโค้งเหมือนกัน” ที่ถูกต้องคือ “มุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือเท่ากัน”



ภาพที่ 3 ตัวอย่างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในคาบที่ 4

จากภาพที่ 3 เป็นการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียน โดยทฤษฎีบทคือ ในวงกลมวงเดียวกันหรือวงกลมที่เท่ากันทุกประการ ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน ซึ่งจากภาพจะเห็นได้ว่า เดิมนักเรียนสร้างมโนทัศน์ได้ถูกต้อง แต่ระบุลักษณะสำคัญไม่ครบถ้วน ดังส่วนที่ (3) คือ “มุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน จะเป็นวงกลมเดียวกัน หรือวงกลมคนละวง แต่มีขนาดเท่ากันก็ได้” เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามนำ ถามตอบนักเรียน นักเรียนจึงสามารถระบุลักษณะสำคัญเพิ่มเติมได้ถูกต้องครบถ้วน ดังส่วนที่ (1) คือระบุ “มุมในส่วนโค้ง” และส่วนที่ (2) “หรือเท่ากัน” เพิ่มเติมลงไปจึงทำให้มโนทัศน์ถูกต้องและมีลักษณะสำคัญครบถ้วน โดยลักษณะสำคัญประกอบด้วย วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน ส่วนโค้งที่รองรับมุมในส่วนโค้งมีขนาดเท่ากัน และมุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน

ในการสร้างมโนทัศน์นั้นนักเรียนส่วนใหญ่มีการปรึกษากันภายในกลุ่ม ผู้วิจัยคอยเดินดูนักเรียน พร้อมทั้งเรียกนักเรียนเป็นรายบุคคลถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อเป็นแนวทางให้กับนักเรียนกลุ่มอื่นๆในการสร้างมโนทัศน์ให้ถูกต้องครบถ้วน โดยรวมแล้วนักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้นตามลำดับ แต่ยังไม่ดีเท่าที่ควร แบบฝึกเสริมทักษะนักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 4



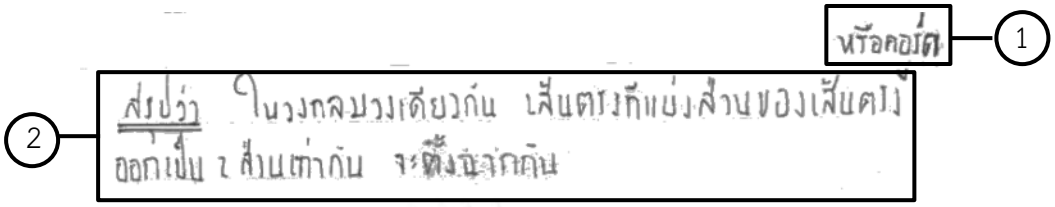
ภาพที่ 4 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3

จากภาพที่ 4 นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถนำมโนทัศน์มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ที่ได้เรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาใช้ในการหาค่ามุม ซึ่งนักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์มาใช้ในการหาค่ามุมได้ถูกต้อง

คาบที่ 6 – 9

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองอย่างถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์บ้างเล็กน้อย หรืออาจใช้คำพูดวกวนบ้าง โดยนักเรียนมีความพยายามเรียงและจัดกลุ่มด้วยตนเอง มีการปรึกษากันภายกลุ่ม นักเรียนในกลุ่มบางคนไม่ให้ความร่วมมือ นั่งเฉยๆ ไม่ช่วยเพื่อนเรียงและจัดกลุ่ม ผู้วิจัยต้องเข้าไปตักเตือน โดยนักเรียนส่วนใหญ่จัดกลุ่มได้ถูกต้อง ผู้วิจัยใช้คำถามนำแก่นักเรียนบ้างในบางครั้ง จนนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์อย่างถูกต้องครบถ้วน

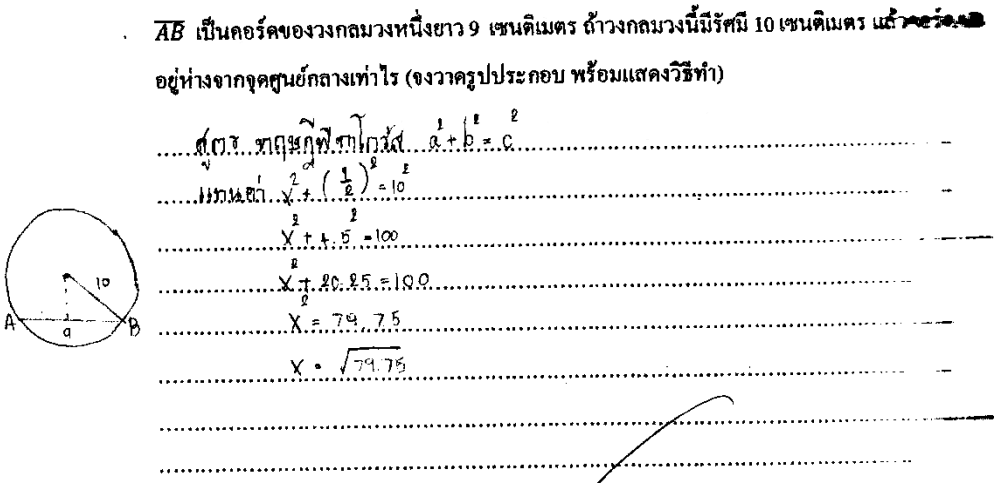
นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี และนักเรียนทุกคนมีการพัฒนาขึ้นตามลำดับ ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 ตัวอย่างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในคาบที่ 8

จากภาพที่ 5 นักเรียนสร้างมโนทัศน์ โดยทฤษฎีคือ ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด เดิมนักเรียนสร้างมโนทัศน์ ดังส่วนที่ (2) คือ “ในวงกลมวงเดียวกัน เส้นตรงที่แบ่งส่วนของเส้นตรงออกเป็น 2 ส่วนเท่ากัน จะตั้งฉากกัน” ต่อมานักเรียนปรึกษากันภายในกลุ่มแล้วระบุลักษณะสำคัญ ดังส่วนที่ (1) คือ “หรือคอร์ด” เพิ่มเติมลงไปในมโนทัศน์เดิมที่นักเรียนสร้าง ทำให้ มโนทัศน์มีความถูกต้องมีลักษณะสำคัญครบถ้วน โดยลักษณะสำคัญประกอบด้วย ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมตั้งฉากกับคอร์ด และส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมแบ่งครึ่งคอร์ด

นักเรียนมีพัฒนาการในการสร้างมโนทัศน์ดีขึ้นตามลำดับอย่างรวดเร็ว เห็นได้จากในคาบ 2 – 5 ส่วนใหญ่แล้วผู้วิจัยจะเป็นผู้ใช้คำถามนำ เพื่อให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ถูกต้องมีลักษณะสำคัญครบถ้วน แต่ตั้งแต่คาบ 6 เป็นต้นไป นักเรียนปรึกษากันเองภายในกลุ่ม และสามารถสร้างมโนทัศน์ถูกต้องมีลักษณะสำคัญครบถ้วนได้ด้วยตนเอง จากการสังเกตแบบฝึกเสริมทักษะนักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 6

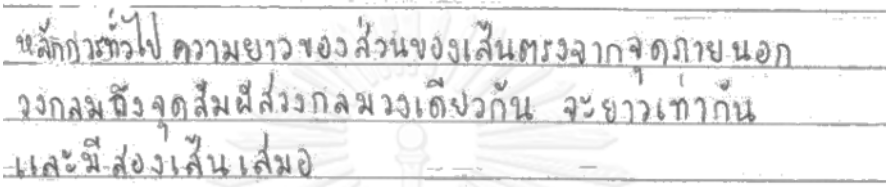


ภาพที่ 6 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 8

จากภาพที่ 6 นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด ที่ได้เรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

คาบที่ 10 – 13

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองอย่างถูกต้องโดยมีลักษณะสำคัญครบถ้วน จากการปรึกษากันภายในกลุ่มของนักเรียน น้อยครั้งที่ผู้วิจัยต้องใช้คำถามนำ

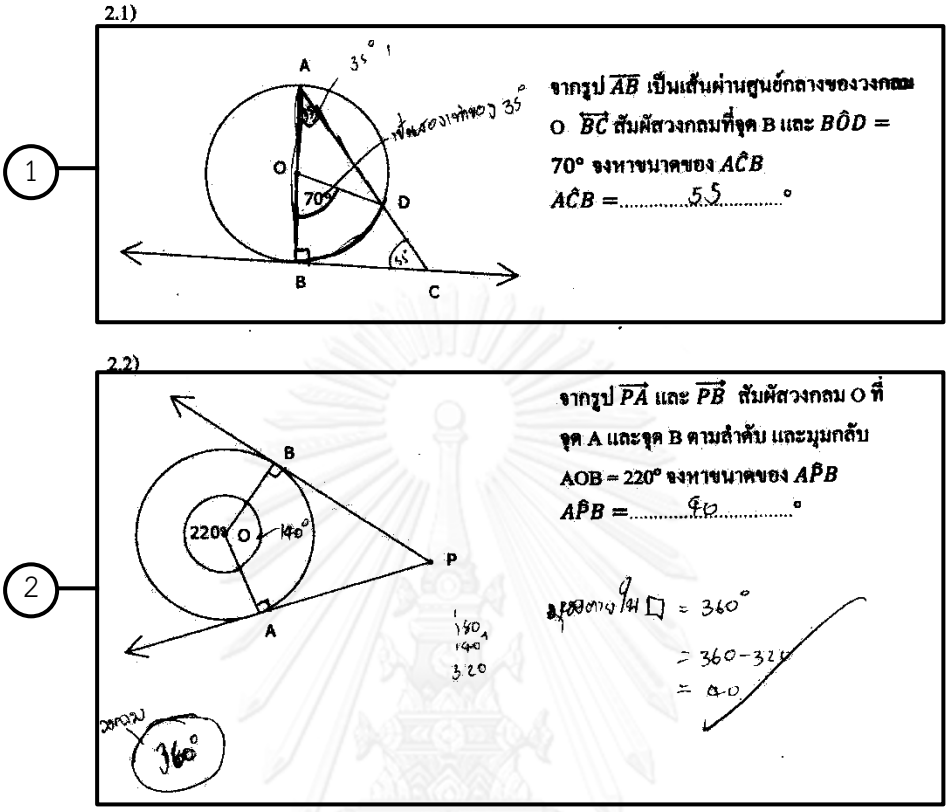


ภาพที่ 7 ตัวอย่างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในคาบที่ 12

จากภาพที่ 7 นักเรียนสร้างมโนทัศน์ โดยทฤษฎีคือ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น โดยนักเรียนสร้างมโนทัศน์คือ “ความยาวของส่วนของเส้นตรงจากจุดภายนอกวงกลมถึงจุดสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีสองเส้นเสมอ” เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนช่วยกันปรึกษากันภายในกลุ่มและสร้างมโนทัศน์โดยใช้ภาษาของนักเรียนเองได้ถูกต้อง มีลักษณะสำคัญครบถ้วน โดยลักษณะสำคัญประกอบด้วย ได้แก่ ส่วนของเส้นตรงลากจากจุดๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ส่วนของเส้นตรงยาวเท่ากัน และส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากันมีสองเส้น

โดยภาพรวมนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองและช่วยเหลือปรึกษากันภายในกลุ่มของนักเรียน ผู้วิจัยให้คำแนะนำช่วยเหลือน้อยมาก และนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง ภาพที่ 8

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



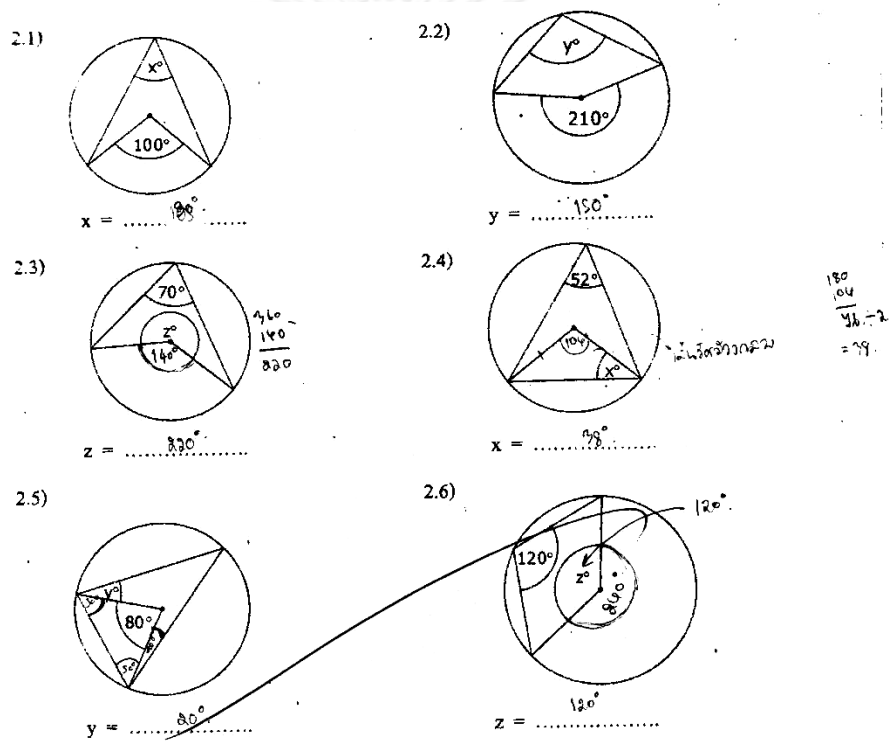
ภาพที่ 8 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 12

จากภาพที่ 8 นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้นไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยส่วนที่ (1) เป็นการนำมโนทัศน์มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันและเส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส มาใช้ในการหาคำนวณหาขนาดของมุมด้วย โดยเป็น มโนทัศน์ที่นักเรียนเรียนมาแล้วในคาบที่ 2 และคาบที่ 11 ส่วนที่ (2) เป็นการนำมโนทัศน์เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส โดยเป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนเรียนรู้มาแล้วในคาบ 11 มาใช้ในการหาคำนวณหาขนาดของมุมด้วย จะเห็นได้ว่าการทำแบบฝึกเสริมทักษะนี้นักเรียนจะต้องมีความคงทนของมโนทัศน์ คือจะต้องจดจำ เข้าใจ และสามารถนำมโนทัศน์ในเรื่องที่เคยเรียนมาแล้วและมโนทัศน์ที่เรียนใหม่มาใช้ในการหาคำตอบได้

กลุ่มควบคุม

คาบที่ 2 – 5

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกตินักเรียนกลุ่มควบคุมให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกันตอบคำถามโต้ตอบกับผู้วิจัย มีนักเรียนส่วนน้อยที่ไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม ผู้วิจัยใช้การเรียกนักเรียนตอบเป็นรายบุคคล และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมไปใช้ในแบบฝึกเสริมทักษะถูกต้อง ดังภาพที่ 9



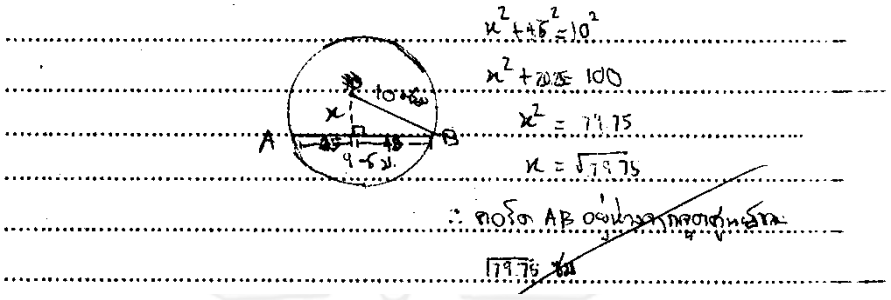
ภาพที่ 9 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3

จากภาพที่ 9 นักเรียนกลุ่มควบคุมสามารถนำมโนทัศน์มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ที่ได้เรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาใช้ในการหาค่ามุม

คาบที่ 6 - 9

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกตินักเรียนกลุ่มควบคุมให้ความร่วมมือ และตั้งใจทำกิจกรรมการเรียนรู้เป็นอย่างดี นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 10

$\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลมวงหนึ่งยาว 9 เซนติเมตร ถ้าวงกลมวงนี้มีรัศมี 10 เซนติเมตร แล้วคอร์ด AB อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่าไร (จงวาดรูปประกอบ พร้อมแสดงวิธีทำ)



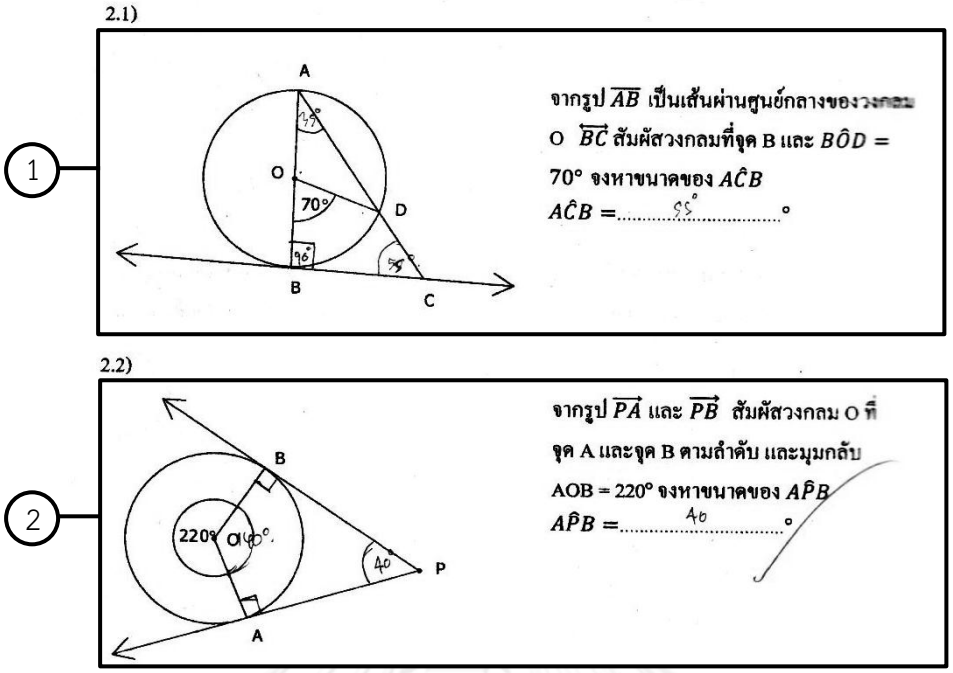
ภาพที่ 10 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 8

จากภาพที่ 10 นักเรียนกลุ่มควบคุมสามารถนำมโนทัศน์ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ดแล้วเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด ที่ได้เรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

คาบที่ 10 - 13

นักเรียนกลุ่มควบคุมยังคงให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกันตอบคำถามโต้ตอบกับผู้วิจัย และตั้งใจทำกิจกรรมการเรียนรู้เป็นอย่างดี โดยรวมนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติของนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่มีปัญหาใดๆ การทำแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 11

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



ภาพที่ 11 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 12

จากภาพที่ 11 นักเรียนกลุ่มควบคุมสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้นไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยส่วนที่ (1) เป็นการนำมโนทัศน์มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันและเส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส มาใช้ในการหาคำนวณหาขนาดของมุมด้วย โดยเป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนเรียนมาแล้วในคาบที่ 2 และคาบที่ 11 ส่วนที่ (2) เป็นการนำมโนทัศน์เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส โดยเป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนเรียนรู้มาแล้วในคาบ 11 มาใช้ในการหาคำนวณหาขนาดของมุมด้วย

จากกลุ่มทดลองจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ทั้งหมด 12 คาบ คือคาบที่ 2 – 13 ในคาบที่ 2 เป็นคาบที่นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือมากที่สุด นักเรียนส่วนใหญ่ตั้งใจฟังดีมาก แต่เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรมใด นักเรียนก็นั่งเฉยๆ ไม่ให้ความร่วมมือ ไม่จัดกลุ่ม ไม่สร้างมโนทัศน์ รอผู้วิจัยเฉลยเพียงอย่างเดียว ผู้วิจัยต้องใช้การกระตุ้นพร้อมทั้งใช้คำถามนำ แต่เมื่อเริ่มต้นคาบที่ 3 – 5 นักเรียนเริ่มให้ความร่วมมือ เริ่มทำสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง อาจเป็นเพราะว่านักเรียนเริ่มเรียนรู้ว่าถ้านักเรียนไม่คิด ไม่วิเคราะห์ ไม่ทำกิจกรรมด้วยตนเอง ผู้วิจัยจะไม่สร้างมโนทัศน์ให้ นักเรียนจึงต้องเริ่มคิดวิเคราะห์และสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยจะทำหน้าที่เพียงช่วยเหลือให้คำแนะนำเท่านั้น ซึ่งในคาบนี้ผู้วิจัยยังต้องใช้การเรียกนักเรียนตอบเป็นรายบุคคล ในคาบที่ 6 -13 นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี นักเรียนรู้ลำดับขั้นตอนว่า

จะต้องคิดวิเคราะห์ และสร้างมโนทัศน์อย่างไรจึงจะถูกต้องและรายละเอียดสำคัญครบถ้วน โดยผู้วิจัยเป็นเพียงผู้ให้ความช่วยเหลือ ใช้คำถามนำในบางครั้งเท่านั้น และจากการสังเกตการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการทำแบบฝึกเสริมทักษะ นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้จากกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ไปใช้ในการหาขนาดของมุม ความยาวของส่วนของเส้นตรง ความยาวของส่วนโค้ง และแก้ปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนส่วนน้อยเข้าใจมโนทัศน์ถูกต้องแต่คำนวนผิดพลาด จึงทำให้คำตอบในรายข้อบางข้อไม่ถูกต้อง มีนักเรียนส่วนน้อยเข้าใจมโนทัศน์บางส่วน จึงทำให้ไม่สามารถนำไปใช้ได้ เช่น ทฤษฎีมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน นักเรียนบางคนจะไม่เข้าใจมุมกลับ จึงทำให้ไม่สามารถคำนวนหาคำตอบได้ และมีนักเรียนส่วนน้อยเข้าใจมโนทัศน์ผิด ทำให้ไม่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่โดยส่วนใหญ่นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องนั้น เพราะนักเรียนสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง จากการสังเกต คิดวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ ทำให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์อย่างละเอียดลักษณะสำคัญครบถ้วนถูกต้อง เข้าใจมโนทัศน์อย่างมีความหมาย และจดจำมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้อง จึงสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ในการหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งถึงแม้ว่าจากการทำงานของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมในด้านการนำมโนทัศน์ไปใช้หาคำตอบในแบบฝึกเสริมทักษะจะไม่แตกต่างกัน นั้นคือนักเรียนทั้งสองกลุ่มสามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ในการหาขนาดของมุม ความยาวของส่วนของเส้นตรง ความยาวของส่วนโค้ง และแก้ปัญหาได้ถูกต้องไม่แตกต่างกัน แต่จากผลเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ปรากฏว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม สามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้องไม่แตกต่างกัน แต่เมื่อเวลาผ่านไป นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถจดจำมโนทัศน์ได้นานกว่าจึงสามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้องมากกว่ากลุ่มควบคุม

2.2 การพัฒนาที่เกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มทดลองผู้วิจัยสังเกตการอธิบายเหตุผลจากการทำกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ในลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบายและลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน และการทำแบบฝึกเสริมทักษะในส่วนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนกลุ่มควบคุมสังเกตจากการทำกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติในห้องเรียน และการทำแบบฝึกเสริมทักษะในส่วนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

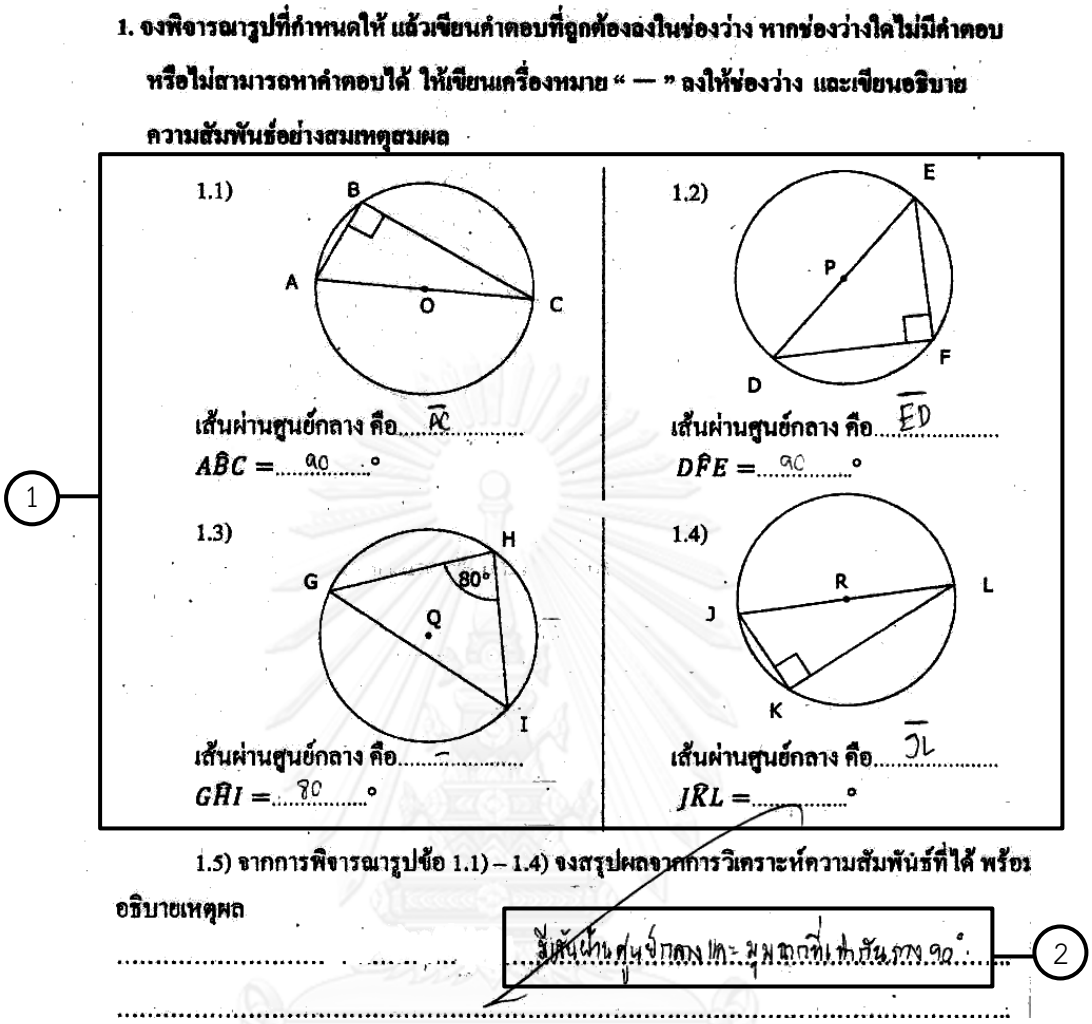
คาบที่ 1 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นักเรียนทั้งสองกลุ่มร่วมกิจกรรมเป็นอย่างดี นักเรียนทั้งห้องเรียนช่วยกันตอบคำถามโต้ตอบกับผู้วิจัยได้เป็นอย่างดี มีนักเรียนบางคนเท่านั้นที่ไม่ตอบคำถามพร้อมเพื่อนๆในห้อง แต่เมื่อผู้วิจัยเรียกตอบเป็นรายบุคคลนักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง

กลุ่มทดลอง

คาบที่ 2 – 5

คาบที่ 2 ผู้วิจัยเริ่มจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนอธิบายเหตุผลจากการเรียงและการจัดกลุ่ม ไม่มีนักเรียนคนใดอธิบายเหตุผลเลย ผู้วิจัยจึงต้องใช้การเรียกชื่อนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยนักเรียนอธิบายเหตุผลได้ไม่ชัดเจน ผู้วิจัยต้องใช้คำถามนำ ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ ผู้วิจัยจึงต้องให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์พร้อมๆกันทั้งห้อง คาบที่ 3 นักเรียนยังคงไม่กล้าอธิบายเหตุผล ผู้วิจัยต้องใช้การเรียกชื่อนักเรียนเป็นรายบุคคลเช่นเดิม แต่นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ชัดเจนมากขึ้น ผู้วิจัยต้องใช้คำถามนำเพื่อช่วยนักเรียน โดยคาบที่ 4 และคาบที่ 5 นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ดีขึ้นเล็กน้อยตามลำดับ การทำแบบฝึกเสริมทักษะนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วน อีกทั้งนักเรียนส่วนน้อยไม่เขียนอธิบายเหตุผลใดเลย ดังภาพที่ 12

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



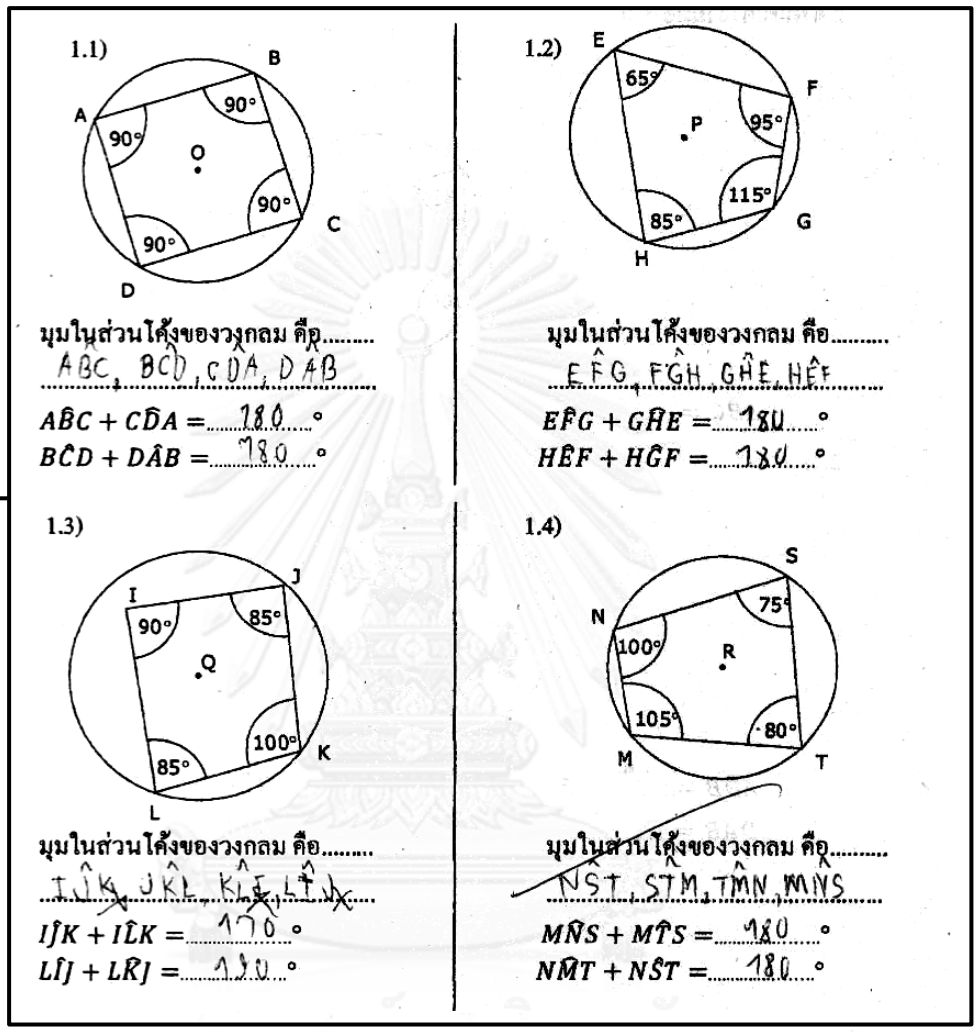
ภาพที่ 12 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2

จากภาพที่ 12 นักเรียนกลุ่มทดลองสังเกตข้อมูลในส่วนที่ (1) เขียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ในส่วนที่ (2) ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน นักเรียนระบุลักษณะสำคัญไม่ครบ นักเรียนสรุปผลและอธิบายเหตุผลของความสัมพันธ์ คือ "มีเส้นผ่านศูนย์กลางและมุมฉากที่เท่ากันกาง 90°" ซึ่งคำตอบควรมีลักษณะสำคัญคือ "มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก หรือรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลมที่ด้านหนึ่งเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางแล้วมุมตรงข้ามด้านนั้นจะมีขนาด 90 องศา" เป็นต้น

คาบที่ 6 – 9

นักเรียนเริ่มกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายเหตุผลได้ชัดเจนครบถ้วน หากนักเรียนกลุ่มใดอธิบายเหตุผลไม่ครบถ้วน ผู้วิจัยจะใช้การถามนักเรียนกลุ่มอื่นว่ามีนักเรียนกลุ่มใดที่มีความคิดเห็นเพิ่มเติม โดยนักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี แบบฝึก

เสริมทักษะนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปผลและอธิบายเหตุผลของความสัมพันธ์ที่ได้ถูกต้อง อาจขาดรายละเอียดสำคัญในบางส่วนเล็กน้อย โดยนักเรียนมีพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นตามลำดับ ดังภาพที่ 13



1

1.5) จากการพิจารณารูปข้อ 1.1) – 1.4) จงสรุปผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้ พร้อมอธิบายเหตุผล

2

จากข้อ 1.1 1.2 1.4 ในวงกลมวงเดียวกัน รูปสี่เหลี่ยมใดๆที่แนบในวงกลม มุมตรงข้ามจะบวกกันได้ 180°

ภาพที่ 13 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 9

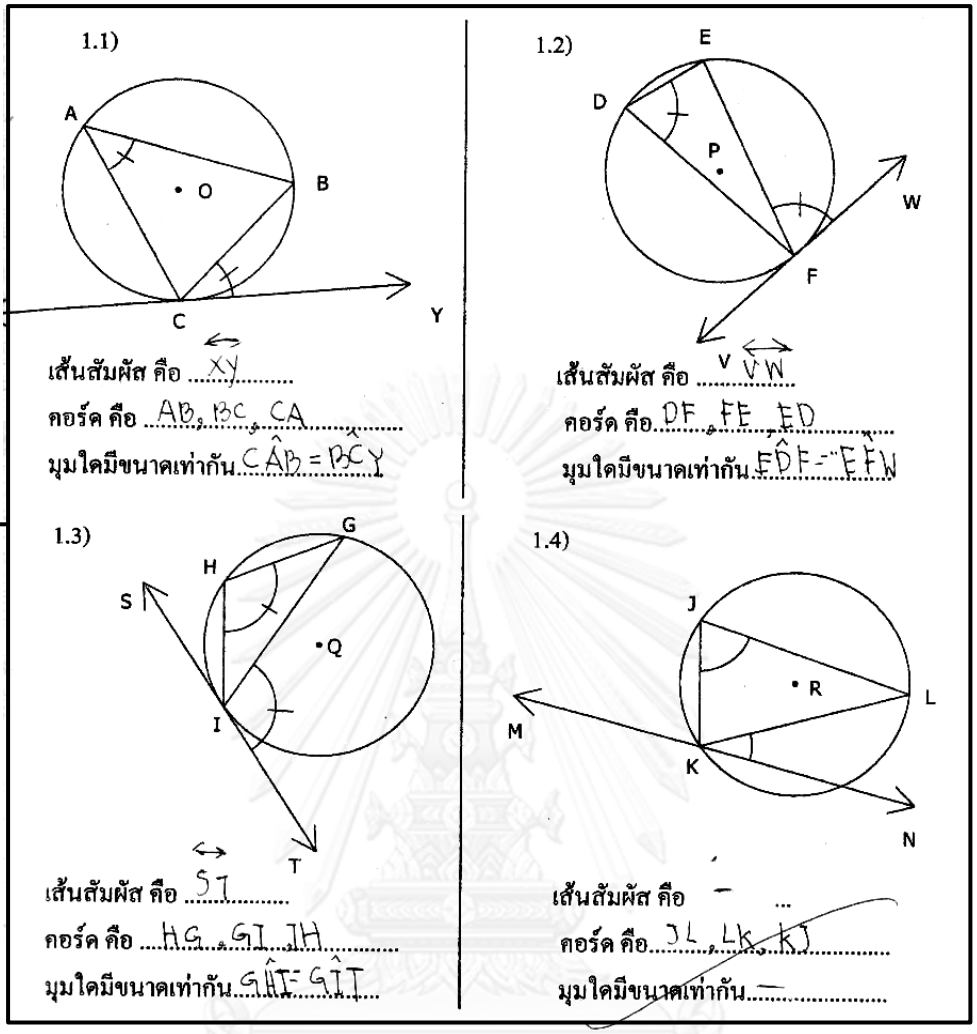
จากภาพที่ 13 นักเรียนสังเกตข้อมูลในส่วนที่ (1) เขียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ในส่วนที่ (2) “จากข้อ 1.1 1.2 1.4 ในวงกลมวงเดียวกัน รูปสี่เหลี่ยมใดๆที่แนบในวงกลม มุมตรงข้ามจะบวกกันได้ 180°” นักเรียนมีการอ้างอิงว่านักเรียนสังเกตจากข้อใดบ้างที่มี

ลักษณะสำคัญเหมือนกัน อีกทั้งเขียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ได้ถูกต้องสามารถระบุลักษณะสำคัญได้ครบถ้วน แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีพัฒนาการด้านการสรุปผลและอธิบายเหตุผลดีขึ้น

คาบที่ 10 – 13

นักเรียนพัฒนาการกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้นตามลำดับ โดยในคาบท้ายๆ นักเรียนแย่งกันอธิบายเหตุผลจนผู้วิจัยต้องให้นักเรียนยกมือ เพื่อให้ผู้วิจัยเรียกตอบ การทำแบบฝึกเสริมทักษะนักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และระบุลักษณะสำคัญครบถ้วน ดังภาพที่ 14

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



1

1.5) จากการพิจารณารูปข้อ 1.1) – 1.4) จงสรุปผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้ พร้อมอธิบายเหตุผล

จากข้อ 1.1 1.2 และ 1.3 ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลม จะมีขนาดเท่ากับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

2

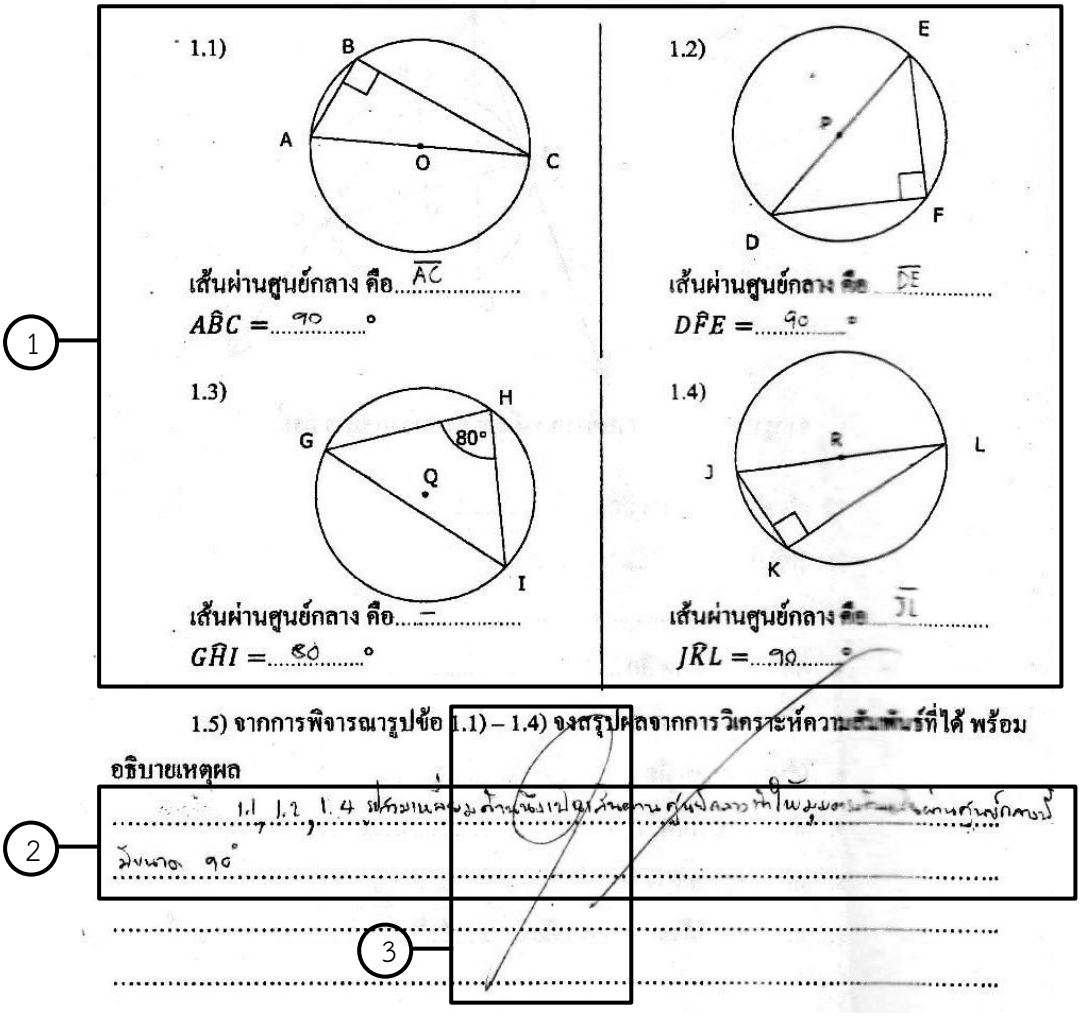
ภาพที่ 14 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 13

จากภาพที่ 14 นักเรียนสังเกตข้อมูลในส่วนที่ (1) เขียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ในส่วนที่ (2) “จากข้อ 1.1 1.2 และ1.3 ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลม จะมีขนาดเท่ากับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น” นักเรียนมีการอ้างอิงว่านักเรียนสังเกตจากข้อใดบ้างที่มีลักษณะสำคัญเหมือนกัน แล้วเขียนสรุปผลและอธิบายเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง สามารถระบุลักษณะสำคัญได้ครบถ้วน

กลุ่มควบคุม

คาบที่ 2 – 5

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกตินักเรียนกลุ่มควบคุมให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกันตอบคำถามโต้ตอบกับผู้วิจัย มีนักเรียนส่วนน้อยที่ไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม ผู้วิจัยใช้การเรียกนักเรียนตอบเป็นรายบุคคล การทำแบบฝึกเสริมทักษะนักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วน อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่ไม่เขียนอธิบายเหตุผลใดเลย ดังภาพที่ 15



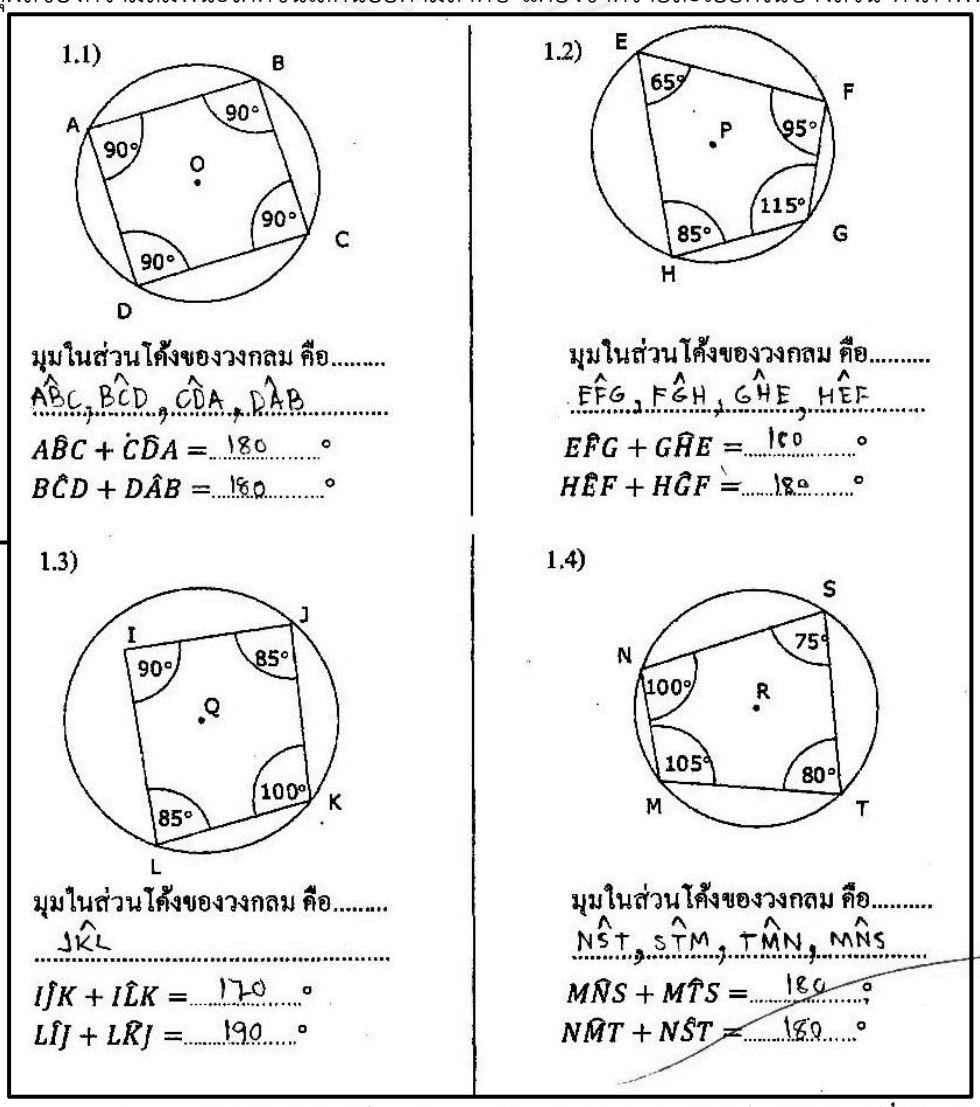
ภาพที่ 15 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2

จากภาพที่ 15 นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างได้ถูกต้อง ในส่วนที่ 1 แต่ไม่เขียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ใดเลย โดยสังเกตจากเครื่องหมายคำถามที่ผู้วิจัยเขียนไว้ในส่วนที่ 3

นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนส่วนที่ (2) “1.1, 1.2, 1.4 รูปสามเหลี่ยมด้านหนึ่งเป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง ทำให้มุมตรงข้ามเส้นผ่านศูนย์กลางมีขนาด 90°” เพิ่มเติมภายหลังจากผู้วิจัยเฉลย

คาบที่ 6 - 9

นักเรียนกลุ่มควบคุมให้ความร่วมมือและตั้งใจทำกิจกรรมการเรียนรู้เป็นอย่างดี ผู้วิจัยให้คำแนะนำในการทำแบบฝึกเสริมทักษะในส่วนการเขียนอธิบายเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ โดยให้นักเรียนสังเกตจากสิ่งที่โจทย์ให้ แล้วสรุปสิ่งที่นักเรียนสังเกตพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลตามความเข้าใจของนักเรียน โดยในแบบฝึกเสริมทักษะนักเรียนสามารถสรุปผลและอธิบายเหตุผลของความสัมพันธ์ได้ดีขึ้นเล็กน้อยตามลำดับ แต่ยังขาดรายละเอียดในบางส่วน ดังภาพที่ 16

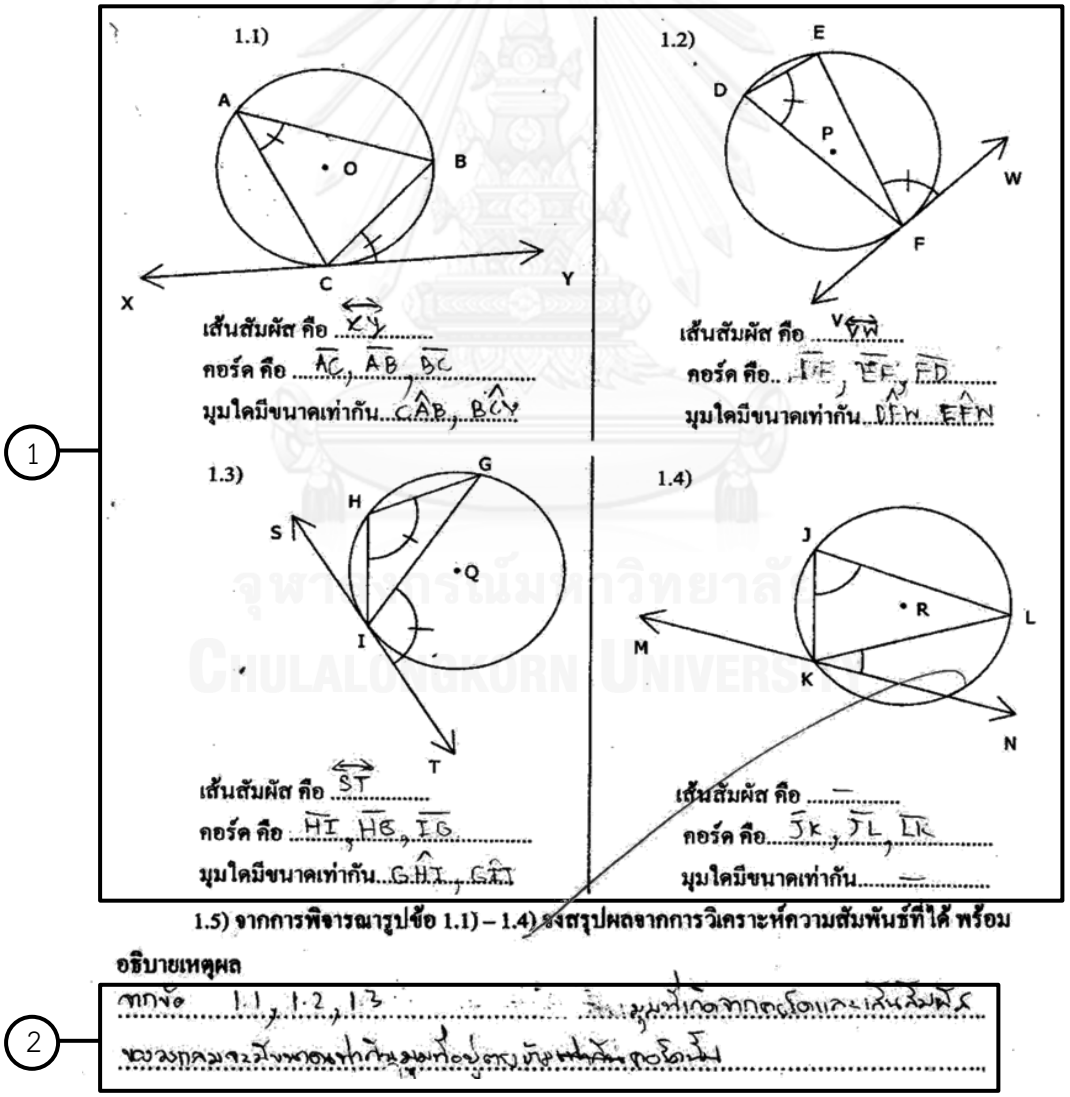


ภาพที่ 16 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 9

จากภาพที่ 16 นักเรียนสังเกตข้อมูลในส่วนที่ (1) เขียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ในส่วนที่ (2) “จากข้อ 1.1 , 1.2 , 1.4 มุมในส่วนโค้งที่ตรงข้ามกันจะได้ 180°” นักเรียนมีการอ้างอิงว่านักเรียนสังเกตจากข้อใดบ้างที่มีลักษณะสำคัญเหมือนกัน แต่นักเรียนยังเขียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยขาดลักษณะสำคัญ

คาบที่ 10 - 13

นักเรียนยังคงให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกันตอบคำถามโต้ตอบกับผู้วิจัย และตั้งใจทำกิจกรรมการเรียนรู้เป็นอย่างดี โดยรวมนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติของนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่มีปัญหาใดๆ การทำแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียน นักเรียนสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นเล็กน้อยตามลำดับ แต่ยังคงให้เหตุผลไม่ครบถ้วน ขาดรายละเอียดสำคัญในบางส่วน ดังภาพที่ 17



ภาพที่ 17 ตัวอย่างแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 13

จากภาพที่ 17 นักเรียนสังเกตข้อมูลในส่วนที่ (1) เขียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ในส่วนที่ (2) “จากข้อ 1.1 1.2 1.3 มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลม จะมีขนาดเท่ากับมุมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น” นักเรียนมีการอ้างอิงได้ถูกต้อง สรุปผลและอธิบายเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง แต่ยังระบุลักษณะสำคัญได้ไม่ครบถ้วน โดยที่ถูกต้องคือ “จากข้อ 1.1 1.2 1.3 มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลม จะมีขนาดเท่ากับ*มุมในส่วนโค้ง*ที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น”

จากการจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ทั้งหมด 12 คาบ นักเรียนกลุ่มทดลอง คาบที่ 2 นักเรียนไม่อธิบายเหตุผล ไม่ตอบคำถาม ผู้วิจัยต้องใช้การกระตุ้น และใช้คำถามนำ แต่เมื่อเริ่มต้นคาบที่ 3 นักเรียนเริ่มอธิบายเหตุผลมากขึ้น แต่ผู้วิจัยยังต้องใช้การเรียกนักเรียนตอบเป็นรายบุคคล ตั้งแต่คาบที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนให้ความร่วมมือดี นักเรียนมีพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นตามลำดับ และจากร่องรอยการทำแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมด้านการให้เหตุผลจะสังเกตเห็นได้ชัดเจน กล่าวคือนักเรียนกลุ่มทดลองมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมตั้งแต่แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 และพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นตามลำดับอย่างรวดเร็ว โดยตั้งแต่แบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง สามารถระบุลักษณะสำคัญได้ครบถ้วน แตกต่างกับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หรือให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้องในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 – 3 หลังจากแบบฝึกเสริมทักษะที่ 4 เป็นต้นไปนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการพัฒนาการให้เหตุผลดีขึ้นตามลำดับ แต่ไม่มากเท่าที่ควร ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องหรือถูกต้องแต่ระบุลักษณะสำคัญไม่ครบถ้วน จนกระทั่งในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 13 นักเรียนกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่ก็ยังไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วน ซึ่งสอดคล้องกับผลเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 กรุงเทพมหานคร จากห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/15 ทั้งหมด 14 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยพิจารณาคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค23201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ผู้วิจัยเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้องเรียน ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ใกล้เคียงกัน ได้แก่ ห้อง ม.3/2 และห้อง ม.3/3 นำมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) พบว่าความแปรปรวนไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ของทั้งสองห้องด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายโดยจับสลาก ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

1.2 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค23202 เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีองค์ประกอบคือ มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมความพร้อมสร้างแรงจูงใจ ขั้นจัดกิจกรรม ขั้นพัฒนาทักษะ และขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ส่วนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 – 13 เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติและแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI อย่างละ 12 แผน เท่ากัน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 เป็นแบบสอบคู่ขนานกัน ลักษณะแบบวัดเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ซึ่งจากการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดพบว่า แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.86 มีค่าความยาก (P) 0.21 – 0.80 มีค่าอำนาจจำแนก (r) 0.22 – 0.85 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.83 มีค่าความยาก (P) 0.21 – 0.79 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) 0.23 – 0.86

2.2 แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เป็นเป็นข้อสอบชนิดอัตนัย จำนวน 5 ข้อ (ข้อละ 4 คะแนน) ซึ่งจากการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดพบว่า แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ค่าความเที่ยง 0.69 ค่าความยาก (P) 0.55 – 0.70 มีค่าอำนาจจำแนก (r) 0.20 – 0.70 และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ค่าความเที่ยง 0.65 ค่าความยาก (P) 0.43 – 0.63 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) 0.35 – 0.65

การวิจัยครั้งนี้ ก่อนการจัดการเรียนสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน แล้วผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนการสอน โดยกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้าง

มโนทัศน์ของ CANGELOSI ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 2 คาบ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 13 คาบ ในภาคเรียนที่ 2 ในปีการศึกษา 2556 โดยขณะจัดการเรียนการสอนผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียน จดบันทึกหลังแผน และเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม หลังสิ้นสุดการเรียนการสอนแล้วให้นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผล ฉบับหลังเรียนเมื่อเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 2 (ซึ่งคู่ขนานกับฉบับแรก) ให้นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำ ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนจากการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ ผู้วิจัยเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมโดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปผลการวิจัยมีดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. จากผลการวิจัยเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 1 อาจเป็นผลเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ประกอบด้วย 4 ลำดับ ดังนี้ ลำดับที่ 1 การเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing) นักเรียนวิเคราะห์ แยกแยะส่วนประกอบของข้อมูล และลักษณะเฉพาะของสิ่งเรียนรู้ จากนั้นจึงเรียงและจัดกลุ่มข้อมูล ลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) นักเรียนสะท้อนความคิดและอธิบายเหตุผลของการเรียงและการจัดกลุ่ม ในลำดับที่ 1 โดยนักเรียนจะต้องอธิบายให้ได้ว่า นักเรียนใช้เกณฑ์ใดในการจัดกลุ่ม และเมื่อจัดกลุ่มแล้วนักเรียนพบความเหมือนใดของลักษณะเฉพาะภายในกลุ่มแต่ละกลุ่ม ลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) นักเรียนสร้างหลักการทั่วไป โดยใช้ภาษาของนักเรียน จากการประมวลความสัมพันธ์ต่างๆ มาสรุปเป็นหลักการทั่วไป โดยสามารถระบุลักษณะสำคัญของหลักการทั่วไปได้ถูกต้องครบถ้วน ลำดับที่ 4 การตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining) นักเรียนตรวจสอบข้อสรุปทั่วไปที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ กับตัวอย่างต่างๆ หากพบว่ามีข้อผิดพลาดนักเรียนต้องปรับปรุงให้ถูกต้อง จากลำดับ 4 ลำดับของ กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI นั้นเป็นกลวิธีที่ส่งเสริมให้สร้างมโนทัศน์จากการสังเกต คิดวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ ทำให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ลักษณะสำคัญอย่างละเอียดครบถ้วน ถูกต้อง เข้าใจมโนทัศน์อย่างมีความหมาย และจดจำมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้อง จึงสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ในการหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งถึงแม้ว่าจากการทำงานของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมในด้านการนำมโนทัศน์ไปใช้หาคำตอบในแบบฝึกเสริมทักษะจะไม่แตกต่างกัน นั้นคือนักเรียนทั้งสองกลุ่มสามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ในการหาขนาดของมุม ความยาวของส่วนของเส้นตรง ความยาวของส่วนโค้ง และแก้ปัญหาได้ถูกต้องไม่แตกต่างกัน แต่จากผลเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ปรากฏว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม แม้ว่าสามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้องไม่แตกต่างกัน แต่เมื่อเวลาผ่านไป นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถจดจำมโนทัศน์ได้ดีกว่าจึงสามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ในการหา

คำตอบได้ถูกต้องมากกว่ากลุ่มควบคุม ซึ่งผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Slade (2007) ได้ทำการศึกษาพบว่า กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI เป็นวิธีและแนวคิดที่ได้รับการยอมรับในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สุธีรัตน์ อริเดช (2540) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์มีความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2. จากผลการวิจัยเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 2 อาจเป็นผลเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ว่าเป็นกลวิธีที่ให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนได้ด้วยตนเอง จากการสังเกต และใช้ภาษาของตนเองสรุปมโนทัศน์ ที่ประกอบด้วย 4 ลำดับ ดังนี้ ลำดับที่ 1 การเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing) ลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) ลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) ลำดับที่ 4 การตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining) โดยเฉพาะในลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) ในลำดับนี้นักเรียนได้มีโอกาสสะท้อนความคิดและอธิบายเหตุผลของการเรียงและการจัดกลุ่มของข้อมูลที่นักเรียนได้แสดงในลำดับที่ 1 โดยนักเรียนจะต้องอธิบายให้ได้ว่า นักเรียนใช้เกณฑ์ใดในการจัดกลุ่ม และเมื่อจัดกลุ่มแล้วนักเรียนพบความเหมือนใดของลักษณะเฉพาะภายในกลุ่มแต่ละกลุ่ม โดยในจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI แผนที่ 2 ถึง แผนที่ 3 นั้นนักเรียนไม่อธิบายเหตุผล อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการอธิบายเหตุผล หรืออาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่รู้ว่าจะอธิบายเหตุผลอย่างไร โดยหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI แผนที่ 5 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลโดยระบุลักษณะสำคัญในการจัดกลุ่มได้ละเอียดมากกว่าช่วงแรก และพัฒนาดีขึ้นตามลำดับ และลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) ลำดับนี้นักเรียนได้สร้างหลักการทั่วไป โดยใช้ภาษาของนักเรียนที่ได้จากการประมวลความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากการอภิปรายภายในกลุ่ม มาสรุปเป็นหลักการทั่วไป โดยนักเรียนสามารถระบุลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ได้ถูกต้องครบถ้วน โดยหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI แผนที่ 6 เป็นต้นไปนักเรียนสามารถเขียนสรุปมโนทัศน์โดยระบุลักษณะของมโนทัศน์ได้ครบถ้วนหรือแสดงรายละเอียดได้ถูกต้องมากกว่าช่วงแรก และจากร่องรอยการทำแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลองด้านการให้เหตุผล โดยนักเรียนกลุ่มทดลองมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตั้งแต่แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 และพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นตามลำดับอย่างรวดเร็ว โดยตั้งแต่แบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง สามารถระบุลักษณะสำคัญได้ครบถ้วน จะเห็นได้ว่าในลำดับที่ 2 ขั้นการสะท้อนผลและการอธิบาย และลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน เป็นลำดับที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจเป็นเหตุผลที่ทำให้นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Mergel (1998) ได้ทำการศึกษาพบว่า นักเรียนที่สอนโดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI จะสร้างแนวความคิดของตัวเองซึ่งช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียนในการเรียนรู้ประสบการณ์ของตัวเองกับสถานการณ์ใหม่

3. จากผลการวิจัยเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 3 อาจเป็นผลเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมความพร้อมสร้างแรงจูงใจ ขั้นจัดกิจกรรม ขั้นพัฒนาทักษะ และขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้ โดยสิ่งที่มีความแตกต่างกันคือขั้นจัดกิจกรรม กล่าวคือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ขั้นจัดกิจกรรมจะประกอบด้วย 4 ลำดับ ดังนี้ ลำดับที่ 1 การเรียงและการจัดกลุ่ม (Sorting and categorizing) ลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) ลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) ลำดับที่ 4 การตรวจสอบและการปรับปรุง (Verifying and refining) ซึ่งลำดับขั้นนี้ช่วยทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง โดยเฉพาะในลำดับที่ 2 การสะท้อนผลและการอธิบาย (Reflecting and explaining) ลำดับที่ 3 สร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน (Generalizing and articulating) ซึ่งเป็นลำดับที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลอยู่เสมอ แต่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ขั้นจัดกิจกรรมจะเป็นการจัดกิจกรรมตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ระบุในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยดำเนินการจัดกิจกรรม ดังนี้ ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย การยกตัวอย่างประกอบ การแสดงความคิดเห็น การอภิปราย และใช้คำถามนำกระตุ้นการถามตอบ นำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์เพิ่มเติม ที่ข้องกับมโนทัศน์ที่สอน จนสามารถนำ มโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการหาคำตอบและการแก้ปัญหา โดยนักเรียนกลุ่มควบคุมจะไม่ได้รับการฝึกทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอนและสม่ำเสมอ ซึ่งแตกต่างกับนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการฝึกทักษะการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอนและสม่ำเสมอ โดยตั้งแต่คาบที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นตามลำดับ และจากร่องรอยการทำแบบฝึกเสริมทักษะของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมด้านการให้เหตุผลจะสังเกตเห็นได้ชัดเจน กล่าวคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมตั้งแต่แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 และพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นตามลำดับอย่างรวดเร็ว โดยตั้งแต่แบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องสามารถระบุลักษณะสำคัญได้ครบถ้วน แตกต่างกับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หรือให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้องในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 – 3 หลังจากแบบฝึกเสริมทักษะที่ 4 เป็นต้นไปนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการพัฒนาการให้เหตุผลดีขึ้นตามลำดับ แต่ไม่มากเท่าที่ควร ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องหรือถูกต้องแต่ระบุลักษณะสำคัญไม่ครบถ้วน จนกระทั่งในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 13 นักเรียนกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่ก็ยังไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วนส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็นข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ และข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ไปประยุกต์ใช้จะมีความเหมาะสมในบางเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพราะกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI เป็นกลวิธีที่เน้นการสร้างมโนทัศน์และประกอบด้วยลำดับขั้น 4 ขั้นสำหรับการสร้างมโนทัศน์ ดังนั้นจึงไม่เหมาะกับเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ในลำดับขั้นต่างๆ ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการคิด การแสดงเหตุผล ไม่ควรบอกหรืออธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียน ควรให้นักเรียนได้ฝึกคิด วิเคราะห์ อธิบายเหตุผล และสรุปอย่างสมเหตุสมผล โดยครูเป็นผู้คอยตรวจสอบความถูกต้องและให้คำแนะนำนักเรียนหากนักเรียนเกิดข้อสงสัย

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ประกอบด้วยลำดับขั้น 4 ขั้น โดยแต่ละลำดับขั้นใช้เวลาในการทำกิจกรรม อีกทั้งควรทำกิจกรรมให้ครบทุกลำดับขั้นภายในหนึ่งคาบ ครูผู้สอนควรวางแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีความเหมาะสมกับสภาพจริงในชั้นเรียน

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ไปใช้ในการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาตร์ด้านอื่น เช่น พัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพราะในลำดับขั้นที่ 1 และ ลำดับขั้นที่ 3 เป็นลำดับขั้นที่นักเรียนใช้ความรู้เดิมของนักเรียนมาเรียงลำดับและจัดกลุ่ม แล้วสรุปความสัมพันธ์จากสิ่งที่นักเรียนสังเกตได้สู่ข้อสรุปใหม่ หรือพัฒนาทักษะทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะในลำดับขั้นทั้งสี่ขั้น นักเรียนต้องใช้การปรึกษา อภิปรายกันภายในกลุ่ม และอธิบายเหตุผลให้นักเรียนในห้องฟัง ตลอดจนเขียนสรุปหลักการทั่วไป โดยระบุรายละเอียดครบถ้วน เป็นต้น

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ไปใช้ในการพัฒนาคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เช่น พัฒนาคุณลักษณะใฝ่เรียนรู้ เพราะลำดับขั้นทั้งสี่ขั้นของกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ส่งเสริมให้นักเรียนตั้งใจเพียรพยายามในการเรียน เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ แสวงหาความรู้ บันทึกความรู้ และวิเคราะห์สรุปองค์ความรู้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

Adam, J. A. (1967). *Human Memory*. New York: McGraw.

Anderson, J. (1995). *Learning and memory: An Integrated Approach*. New York: John and Sons.

Atkinson, R. K., et al. (1990). *Introduction to psychology*. New York: Harcourt Brace Jovanorich.

Ausubel, D. P. (1968a). *Education psychology: A cognitive view*. Newyork: Holt Rinegart and Winstan.

Ausubel, D. P. (1968b). *Educational psychology : a cognitive view*. New York: Rinegart and Winston.

Bell, & Frederick, H. (1981). *Teaching and learning Mathematics(in secondary school)*. Dubuque: Lowa:Wm.C. Brown.

Bruner, J., Goodnows, J. J., & Austin. (1956). *A Study of Thinking*. New York: John Willey.

Cangelosi, J. (1988). *Development and Validation of the Underprepared Mathematics Teacher Assessment*. New York: John Wiley & Sons.

Cangelosi, J. S. (1996). *Teaching Mathematics In Secondary And Middle School: An Interactive Approach*. New Jersey: Prentice Hall.

Cooney, J., Davis, Edward, J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.

De Cecco, J. P. (1976). *The Psychology of Learning and Instruction: Educational PsychologyEnglewook*: Pentice - Hall.

Doyle. (1981). Using an advance organizer to anchor a subsuming function concept to facilitate learning, transfer, and retention in remedial college mathematics. *Dissertation Abstracts Internationnal,* 4205*A*, 46-58.

Eggen, P., & Kauchak, D. (2006). *Strategies and Models for Teachers Teaching Content AndThinking Skill*. United States: Pearson Education. Inc.

Eysenck, H. J., Wurzburg, W. A., & Berne, R. M. (1972). *Encyclopedia psychology*. London: Search Press.

Frayer, Dorothy, A., Fredrick, Wayne, C., Klausmeier, & Herbert, J. (1969). A Schema for Testing the Level of Concept Mastery. *Working Paper, No.* 16(Madison ,Wiscosin Research and Development Center for Cognitive Learning, April).

Gagne, R. M. (1970). *The Condition of Learning*. New York: Holt & Rinehart and Winston Inc.

Gagne, R. M. (1977). *The Conditions of Learning and Theory of Instruction*. Japan: CBS College Publishing.

Gallacher, C. D. (1970). The effects of selected personality variables on concept formation withprogrammed instructional tasks. *DissertationAbstracts International,* 31(7), 3335-A.

Gibson, J. T. (1980). *Psychology for the Classroom*. New Jersey: Prentice-Hall.

Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education 3rd ed*. New York: McGraw - Hill Book Co.

Good, C. V. (1959). *Dictionary of education*. United States of America: McGraw - Hill Book Company.

Goodrich, H. (1997). Understanding rubrics. Education Leadership. *Teaching for Authentic Student Performance,* 54(4), 14-17.

Goodwin, W. L., & Klausmeier, H. J. (1975). *Facilitating student learning: An introduction to educational psychology*. New York: Harrer & Row.

Gordon, W. C. (1989). *Learning and memory*. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing.

Greenwood, J. J. (1993). *On The Nature Of Teaching And Assessing*: Mathematical Power and Mathematical Think, Arithmetic Teacher.

Heller, e. a. (1989). Proportional reasoning: The effect of the context variablerate type and problem settings. *Journal of Reasearch in Science Teaching*, 209-211.

Hilgard, E. R. (1962). *Introduction to Psychology*. Newyork: Harcourt, Brace&world.

Hulse, S. H., Eqeth, H., & Deese, J. (1980). *The Psychology Of Learning*. New York: McGraw-Hill Book.

Hulse, S. H., Eqeth, H., & Deese, J. (1980). *The PsychologyOf Learning.5 th ed*. NewYork: McGraw-Hill Book.

Hunter. (1993). *Retention Theory for teachers: A programmed Book. 36TH ed. EL Segundo*. Califonia: Trip.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). A Framework for Assessing and Nurturing Young Children's Thinking is Probability. *Educational Studies in Mathematics,* 32(February), 101 - 125.

Karplus, R., & Wollman. (1974). Science teaching and the development of reasoning. *Journal of research in science teaching*, 169-175.

Klausmeier, H. J. (1971). *Learning and Human abilities : Educational Psychology 3rd*: Harper & Row.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *A Handbook ForElementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.

Lasley, T. J., & Matczynski, T. J. (2002). *Instruction model : strategies for teaching in a diversesociety*. Belmont Calif: Wadworth.

Lindvall, C. M., & Nitko, A. J. (1975). *Measuring pupil achievement and aptitude*. New York: Harcourt Brace Javanovich.

Lipman, J., & Coman, F. (1980). Affective pathways and representation in mathematicalproblem solving. from http://www.resourcedbs.com/getdb_detail.asp

Lovell, K. (1996). *Education psychology and children*. University of London Press: London.

Mayer, R. (1992). *The Promise Of Educational Psychology:Volume II. Teaching For MeaningfulLearning*: Upper Saddle.

McDonsld, F. J. (1959). *Education psychology*. San Francisco: Wadworth Publishing.

Mergel, B. (1998). Instructional Design&Learning Theory. *Educational Communications and Technology*.

NCTM. (2000). *Curriculum and Evaluation Standards for Schools Mathematics*. Reston, VA.: The Council.

Nunnally, J. C. (1959). *Test and Measurements*. New York: McGraw-Hill Book Company.

O'Daffer, P. G. (1990). Inductive and Deductive Reasoning. *Mathematics teacher*.

Parker, W. C. (1987). Teaching Thinking : The Pervasive Approach. *Journal of TeacherEducation,* 38(3), 50-56.

Purdy, J. E., et al. (2001). *Learning and memory 2nd ed. Belmont*. CA: Wadsworth/Thomson Learning.

Raimi, R. (2002). On Mathematical Reasonning in School Mathematic. from http://www.math.nyu.edu

Rothenberg, M. E. (1985). *Encyclopedia Americana.Danbury*. Connecticut Grolier Incorporated.

Russell, D. H. (1956). *Children's Thinking*. Boston: Ginn and Company.

Searles, R. (1956). *Logic and scientific*. New York: he Ronald Press Co.

Shield, S. M. (1993). To what degree does the methodology used to develop a mathematicalconceptpredict student's mathematical success. *Dissertation Abstracts International,* 54(7), 2449 - A.

Slade, P. (2007). A Constructivist Approach to Mathematics Education. *Memorial University of Newfoundland Education,* 6390, 9-12.

Sparks-Langer, G. M., Pasch, M., Starko, A. J., Moody, C. D., & Gardner, T. G. (2000). *Teachingas Decisionmaking*. Upper Saddle River, NJ Merrill Prentice Hall.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

TLC การศึกษา. (2552). เทคนิคการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.

Toumasis, C. (1995). Concept Worksheet : An Important Tool For Learning. *The Mathematics Teacher,* 88(2), 98 - 100.

Woofalk, A. (1995). *Educational Psychology*. Boston: Allyn And Bacon.

เกรียงศักดิ์ เจริญศักดิ์. (2546). การคิดเชิงเปรียบเทียบ. กรุงเทพมหานคร: ซัคเซมีเดีย.

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. (2528). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

กัญติมา พรหมอักษร. (2545). ผลของปฏิสัมพันธ์ระหว่างแบบการคิดของนักเรียนกับแนวการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.

จริยา เกตุเผือก. (2540). การใช้รูปการสร้างความคิดรวบยอดในการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.

จิราภา เต็งไตรรัตน์ และคณะ. (2544). จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ชวาล แพรัตกุล. (2526). เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช.

ชัชชัย คุ้มทวีพร. (2534). ตรรกวิทยา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ชัยพร วิชชาวุธ. (2520). ความจำมนุษย์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชัยพร วิชชาวุธ. (2521). มูลสารจิตวิทยา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชูชีพ อ่อนโคกสูง. (2518). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

ชูชีพ อ่อนโคกสูง. (2522). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

ณัชชา กมล. (2542). ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2547). โจทย์ปัญหา ปัญหาโจทย์. วารสารคณิตศาสตร์(37), 432-433.

ถวิล ธาราโภชน์ และศรันย์ ดำริสุข. (2545). พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาตน. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

ทิศนา แขมมณี. (2542). วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพมหานคร: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์. (2537). ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. วารสารพัฒนาหลักสูตร (14), 55-60.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. (2523). การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. ประชากรศึกษา, 6 - 17.

ประยูร อาษานาม. (2537). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา:หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: ประกายพรึก.

ประสาท มาลากุล ณ อยุธยา และคณะ. (2516). จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

ประสาท อิศรปรีดา. (2518). ธรรมชาติและกระบวนการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: จิตภัณฑ์การพิมพ์.

ปราณี พรภวิษย์กุล. (2549). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของ

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.

ปราณี รามสูตร. (2528). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2534). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สหมิตรออฟเซท.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. (2532). การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สารการศึกษาการพิมพ์.

พรรณี ชูทัย และเจนจิต. (2545). จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร: ต้นอ้อแกรมมี่.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ. (2532). รูปแบบการสอน. สงขลา: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ฟาฏินา วงศ์เลขา. (2553). การเรียนคณิตศาสตร์ : ความจำเป็นที่ไม่ควรมองข้าม. http://social.obec.go.th/node/22

ภัทรกุล จริยวิทยานนท์ และอินทิรา ศรีวัฒนะธรรมา. (2533). คณิตศาสตร์กับการพัฒนาประเทศ. วารสาร สสวท ปีที่ 18, 2-3.

ยลนภา พลชัย. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.

ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2524). พจนานุกรมศัพท์สังคมวิทยา. กรุงเทพมหานคร: ราชบัณฑิตยสถาน.

วัชรสันต์ อินธิสาร. (2547). ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้โปรแกรม *The Geometer'sSketchpad.* (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.

วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา. (2537). แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด. สารพัฒนาหลักสูตร(113), 49-51.

วิภาพร มาพบสุข. (2542). จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี. (2545). แนวทางการจัดการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: คุรุสภา.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี. (2547a). คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพมหานคร: คุรุสภา.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี. (2547b). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพมหานคร: คุรุสภา.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาคร เกษม. (2544). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2555). ผลการสอบวัดคุณภาพระดับชาติ. Retrieved 20 เมษายน 2557, from http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Notice/FrBasicStat.aspx

สิรินทิพย์ พูลศรี. (2542). ผลของการใช้รูปแบบการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่

สิริวรรณ ศรีพหล. (2536). การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียน. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

สุชา จันทร์เอม. (2531). จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

สุธิดา นานช้า. (2549). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.

สุธีรัตน์ อริเดช. (2540). ผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่

สุพัตรา จอมคำสิงห์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2541). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. (2549). วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สูตรทิน อินทร์ขำ. (2548). รูปแบบและวิธีการสอนสำหรับครูผู้สอน. นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

อรรคพล คำภู. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบอุปนัย วิธีการสอนแบบนิรนัยและวิธีการสอนแบบคู่มือครู. (ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์ : การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). เอกสารประกอบการสอนรายวิชา 2704643 การพัฒนาหลักสูตรและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุงพ.ศ.2547). กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก

รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณา ความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1. ผศ. ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์	อาจารย์ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล	อาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
3. อาจารย์ ดร.ธัชทฤต เทียมธรรม	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์	นักวิชาการ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
2. ผศ.ดร.ชานนท์ จันทรา	อาจารย์ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์วราภรณ์ มีหนัก	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 2617

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

1 ตุลาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

จุฑารัตน์ วิบูลผล

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 2618

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

1 ตุลาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 2619

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

1 ตุลาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 2718

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

9 ตุลาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 2621

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

1 ตุลาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ใหญ่โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์วราภรณ์ มีหนัก เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์วราภรณ์ มีหนัก เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 2622

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

1 ตุลาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ใหญ่โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.ธัชทฤต เทียมธรรม เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ธัชทฤต เทียมธรรม เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 2623

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

1 ตุลาคม 2556

เรื่อง ขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนราชวินิตบางเขน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอทดลองใช้เครื่องมือด้วยแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 ฉบับที่ 2 และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 2624

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

1 ตุลาคม 2556

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 ฉบับที่ 2 แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ Cangelosi และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องวงกลม กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก ค

ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

ระดับการประเมินความสอดคล้องเฉลี่ย ของโครงสร้างแบบวัด (x)

คะแนน IOC ≥ 0.67 หมายถึง ใช้ได้

ตารางที่ 12 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

ข้อที่	แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 2	ข้อที่	แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 2
1.	1.00	24.	1.00
2.	1.00	25.	0.67
3.	1.00	26.	0.67
4.	1.00	27.	1.00
5.	1.00	28.	0.33
6.	1.00	29.	0.33
7.	1.00	30.	1.00
8.	1.00	31.	0.67
9.	0.33	32.	1.00
10.	1.00	33.	1.00
11.	1.00	34.	1.00
12.	1.00	35.	0.33
13.	1.00	36.	1.00
14.	1.00	37.	1.00
15.	1.00	38.	1.00
16.	1.00	39.	1.00
17.	1.00	40.	1.00
18.	1.00	41.	1.00
19.	1.00	42.	0.33
20.	1.00	43.	1.00
21.	1.00	44.	1.00
22.	1.00	45.	1.00
23.	1.00		

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 13 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ข้อที่	แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน
1.	1.00
2.	1.00
3.	1.00
4.	1.00
5.	1.00
6.	1.00
7.	1.00
8.	1.00

ข้อที่	แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน
1.	1.00
2.	1.00
3.	1.00
4.	1.00
5.	1.00
6.	1.00
7.	1.00
8.	1.00

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ

มีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (P) 0.20 – 0.80 ค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

คุณภาพเครื่องมือแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2

ตารางที่ 14 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 จำนวน 45 ข้อ ครั้งที่ 1

ข้อที่	แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 1			แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 2		
	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1.	0.25	0.40	0.90	0.21	0.43	0.81
2.	0.38	0.60		0.43	0.86	
3.	1.00	0.00		1.00	0.00	
4.	0.44	0.43		0.14	0.00	
5.	0.75	0.40		0.43	-0.29	
6.	0.94	0.50		0.86	0.40	
7.	0.94	0.50		0.93	0.20	
8.	0.88	0.43		0.86	0.09	
9.	0.50	0.00		0.93	-0.11	
10.	0.75	0.29		0.43	0.67	
11.	0.44	0.50		0.64	0.07	
12.	0.75	0.29		0.57	-0.04	
13.	0.94	0.50		0.43	0.36	
14.	0.75	0.29		0.50	0.16	
15.	0.80	0.29		0.50	0.16	
16.	0.69	0.21		0.64	0.07	
17.	0.13	0.14		0.29	0.44	
18.	0.44	-0.07		0.71	0.18	
19.	0.63	-0.43		0.50	0.47	

ข้อที่	แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 1			แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 2		
	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
20.	0.13	0.14		0.07	0.11	
21.	0.44	-0.07		0.36	0.56	
22.	0.67	0.71		0.54	0.47	
23.	0.67	0.71		0.79	-0.02	
24.	0.88	0.88		0.15	0.15	
25.	0.94	0.94		0.93	-0.08	
26.	0.81	0.81		0.71	0.77	
27.	0.67	0.63		0.36	0.38	
28.	0.27	0.25		0.29	0.31	
29.	0.69	0.69		0.79	-0.23	
30.	0.94	0.94		0.93	1.00	
31.	1.00	1.00		1.00	0.00	
32.	1.00	1.00		1.00	0.00	
33.	0.81	0.81		0.93	1.00	
34.	0.56	0.56		0.15	0.15	
35.	0.94	0.94		0.93	0.08	
36.	0.69	0.69		0.36	0.38	
37.	0.56	0.56		0.50	-0.54	
38.	0.25	0.25		0.71	0.77	
39.	0.75	0.75		0.71	0.77	
40.	0.25	0.25		0.36	0.38	
41.	0.50	0.00		0.21	0.43	
42.	0.75	0.29		0.86	0.29	
43.	0.88	0.43		0.62	0.00	
44.	0.19	0.21		0.29	0.29	
45.	0.75	0.86		0.50	0.71	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 15 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 จำนวน 45 ข้อ ครั้งที่ 2

ข้อที่	แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 1			แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 2		
	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1.	0.42	0.83	0.92	0.50	0.71	0.86
2.	0.83	0.33		0.30	0.05	
3.	0.58	0.83		0.70	0.43	
4.	0.67	0.33		0.30	0.05	
5.	0.50	0.33		0.50	0.24	
6.	0.58	0.50		0.70	0.43	
7.	0.25	0.17		0.00	0.00	
8.	0.58	0.83		0.50	0.71	
9.	0.42	0.17		0.40	0.25	
10.	0.50	0.33		0.50	0.24	
11.	0.50	1.00		0.30	0.52	
12.	0.58	0.50		0.90	0.14	
13.	0.25	0.17		0.00	0.00	
14.	0.67	0.67		0.67	0.67	
15.	1.00	0.00		0.60	0.17	
16.	0.75	0.50		0.80	0.29	
17.	0.50	0.33		0.50	0.24	
18.	0.42	0.03		0.22	0.19	
19.	0.67	0.33		0.40	0.38	
20.	0.50	0.67		0.60	0.10	
21.	0.42	0.50		0.70	0.43	
22.	0.58	0.50		0.50	0.24	
23.	0.67	0.33		0.75	0.50	
24.	0.58	0.50		0.40	0.38	
25.	0.25	0.17		0.30	0.05	
26.	0.42	0.50		0.40	0.33	
27.	0.42	0.83		0.40	0.86	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ข้อที่	แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 1			แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 2		
	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
28.	0.42	0.50		0.20	0.19	
29.	0.58	0.50		0.20	0.19	
30.	0.58	0.50		0.50	0.24	
31.	0.25	0.09		0.30	0.08	
32.	0.67	0.46		0.60	1.00	
33.	0.50	0.51		0.80	0.50	
34.	0.58	0.31		0.40	0.67	
35.	0.50	0.86		0.20	0.33	
36.	0.67	0.11		0.50	0.00	
37.	0.50	0.86		0.50	0.85	
38.	0.67	0.80		0.50	0.42	
39.	0.33	0.57		0.60	0.58	
40.	0.67	0.33		0.50	0.24	
41.	0.58	0.31		0.50	0.42	
42.	0.42	0.37		0.50	0.00	
43.	0.67	0.46		0.40	0.67	
44.	0.58	0.66		0.60	0.54	
45.	0.50	0.67		0.70	0.43	

ตารางที่ 16 **แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 จำนวน 30 ข้อ**

ข้อที่	แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 1			แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 2		
	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1.	0.25	0.25	0.86	0.21	0.33	0.83
2.	0.44	0.63		0.43	0.67	
3.	0.75	0.50		0.29	0.83	

ข้อที่	แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 1			แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ฉบับที่ 2		
	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
4.	0.75	0.22		0.79	0.27	
5.	0.75	0.22		0.21	0.58	
6.	0.75	0.51		0.43	0.73	
7.	0.63	0.33		0.50	0.21	
8.	0.80	0.80		0.64	0.45	
9.	0.75	0.22		0.50	0.21	
10.	0.38	0.25		0.29	0.91	
11.	0.56	0.53		0.36	0.39	
12.	0.44	0.35		0.36	0.39	
13.	0.67	0.33		0.38	0.82	
14.	0.67	0.62		0.29	0.48	
15.	0.69	0.85		0.21	0.23	
16.	0.75	0.51		0.36	0.24	
17.	0.67	0.77		0.36	0.24	
18.	0.75	0.51		0.79	0.29	
19.	0.75	0.51		0.77	0.49	
20.	0.69	0.44		0.79	0.29	
21.	0.69	0.44		0.64	0.38	
22.	0.75	0.51		0.36	0.56	
23.	0.56	0.69		0.50	0.47	
24.	0.25	0.31		0.21	0.23	
25.	0.75	0.51		0.71	0.49	
26.	0.25	0.31		0.36	0.24	
27.	0.50	0.33		0.43	0.86	
28.	0.75	0.33		0.62	0.29	
29.	0.21	0.25		0.29	0.29	
30.	0.69	0.50		0.50	0.43	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คุณภาพเครื่องมือแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ตารางที่ 17 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1.	0.70	0.30	0.64
2.	0.78	0.25	
3.	0.65	0.30	
4.	0.63	0.15	
5.	0.58	0.15	
6.	0.58	0.45	
7.	0.65	0.40	
8.	0.53	0.55	

ตารางที่ 18 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1.	0.65	0.30	0.61
2.	0.68	0.25	
3.	0.43	0.05	
4.	0.35	0.30	
5.	0.53	0.35	
6.	0.45	0.60	
7.	0.53	0.45	
8.	0.48	0.35	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 19 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 5 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1.	0.68	0.35	0.69
2.	0.70	0.20	
3.	0.58	0.35	
4.	0.60	0.50	
5.	0.55	0.70	

ตารางที่ 20 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1.	0.63	0.35	0.65
2.	0.53	0.35	
3.	0.43	0.65	
4.	0.55	0.40	
5.	0.48	0.35	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ง

โครงสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และ โครงสร้างแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 21 **ตารางกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2**

สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อโมง	ระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย							
			ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		วิเคราะห์	
			ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง
วงกลม	- วงกลม	1	2	1 (ข้อ1)	2	1 (ข้อ2)			1	1 (ข้อ3)
	- จุดศูนย์กลางของวงกลม									
	- รัศมี									
	- คอร์ด									
	- เส้นตัดวงกลม									
	- เส้นสัมผัสวงกลม									
	- จุดสัมผัส									
	- มุมที่จุดศูนย์กลาง									
	- มุมในส่วนโค้งของวงกลม									
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	- มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก	1			2	1 (ข้อ4)	1	1 (ข้อ5)	1	-
	- มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน	1			1	1 (ข้อ6)	1	1 (ข้อ7)	1	-
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน	1			3	1 (ข้อ8)			1	1 (ข้อ9)

สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อโมง	ระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย							
			ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		วิเคราะห์	
			ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	1			2	1 (ข้อ 10)	1	1 (ข้อ 11)		
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน	1	1	-	1	1 (ข้อ 12)				
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน				1	1 (ข้อ 13)	1	1 (ข้อ 14)		
คอร์ด	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากันแล้ว คอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน	1			1	1 (ข้อ 15)	1	-	1	1 (ข้อ 16)
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสอง				1	1 (ข้อ 17)				

สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อโมง	ระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย							
			ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		วิเคราะห์	
			ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง
	คอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน									
	- ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด	1	1	-	1	-	1	1 (ข้อ 18)	1	-
	- ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด				1	1 (ข้อ 19)	1	1 (ข้อ 20)		
	- เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น	1			1	1 (ข้อ 21)				
	- ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้				2	1 (ข้อ 22)			1	1 (ข้อ 23)
	- ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน	1			1	1 (ข้อ 24)				
	- ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลม				1	1 (ข้อ 25)			1	1 (ข้อ 26)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อโมง	ระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย							
			ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		วิเคราะห์	
			ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง
	เป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน									
เส้นสัมผัสวงกลม	- เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส	1							1	1 (ข้อ 27)
	- เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น				1	-				
	- ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	1			1	1 (ข้อ 28)				
	- มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	1			1	1 (ข้อ 29)	1	1 (ข้อ 30)		
รวม		**13**	**4**	**1**	**23**	**16**	**9**	**7**	**9**	**6**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 22 **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน**

สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	ข้อสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
		ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง
เส้นขนาน	- มุมแย้ง	8	5 (ข้อ 1– ข้อ 5)
	- มุมภายใน		
	- มุมภายนอก		
รูปสามเหลี่ยม	- มุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°		
รูปสี่เหลี่ยม	- มุมภายในรูปสี่เหลี่ยมรวมกันได้ 360°		
รูปวงกลม	- วงกลม		
	- รัศมี		
	- คอร์ด		
	- เส้นตัดวงกลม		
	- เส้นสัมผัสวงกลม		
	- จุดสัมผัส		
รวม		**8**	**5**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 23 **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน**

สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อ	ข้อสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
			ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง
วงกลม	- วงกลม	1		
	- จุดศูนย์กลางของวงกลม			
	- รัศมี			
	- คอร์ด			
	- เส้นตัดวงกลม			
	- เส้นสัมผัสวงกลม			
	- จุดสัมผัส			
	- มุมที่จุดศูนย์กลาง			
	- มุมในส่วนโค้งของวงกลม			
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	- มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก	1	8	5 (ข้อ 1– ข้อ 5)
	- มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน	1		
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน	1		
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	1		
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน	1		

สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อ	ข้อสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
			ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน			
คอร์ด	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากันแล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน	1		
	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน			
	- ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด	1		
	- ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด			
	- เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น	1		
	- ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้			
	- ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน	1		
	- ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน			

สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อ	ข้อสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
			ข้อที่สร้าง	ข้อที่ใช้จริง
เส้นสัมผัสวงกลม	- เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส	1		
	- เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น			
	- ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	1		
	- มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	1		
รวม		13	8	5

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

- ตัวอย่างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- ตัวอย่างแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

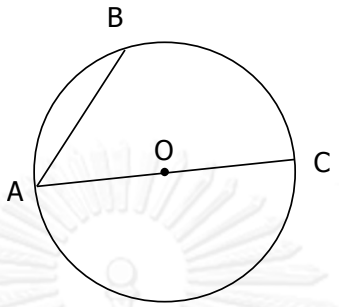
1. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน เต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล ชั้น เลขที่ ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องและทำระบาย ● โดยให้ดินสอ 2B ลงในกระดาษคำตอบ
6. หากมีปัญหาใด โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
7. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

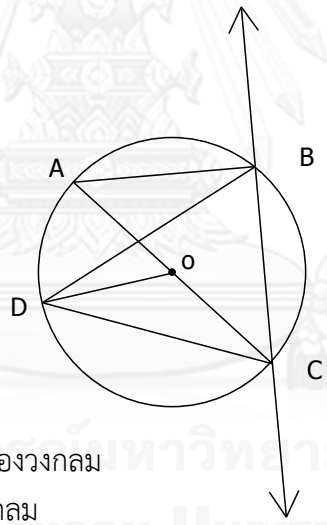
---

1. จากรูป ข้อใดคือ คอร์ด



ก. $\overline{AB}$ ข. $\overline{AO}$
ค. $\overline{AC}$ ง. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ค.

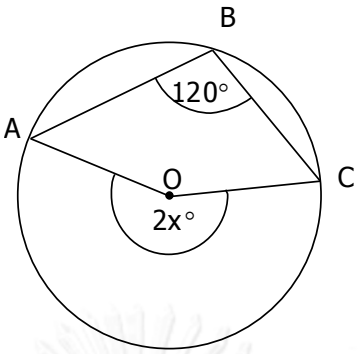
จงใช้ข้อมูลจากรูปที่กำหนดให้ ต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 2 – 3



2. $A\hat{C}D$ คือ ส่วนประกอบใดของวงกลม
ก. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ข. มุมในรัศมีของวงกลม
ค. มุมในส่วนโค้งของวงกลม ง. มุมที่คอร์ดของวงกลม
3. มุมในข้อใดต่างจากพวก
ก. $A\hat{B}D$ ข. $A\hat{C}D$
ค. $B\hat{D}C$ ง. $A\hat{O}D$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

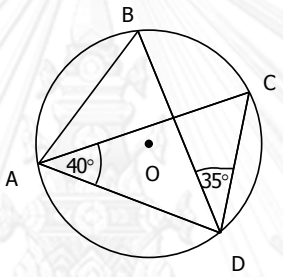
7. x มีค่าเท่ากับข้อใด



ก. 30 ^{o} ข. 60 ^{o}

ค. 120 ^{o} ง. 240 ^{o}

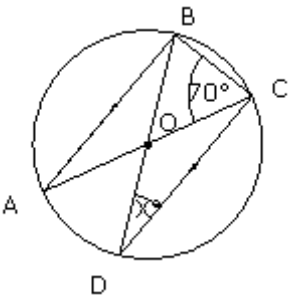
8. ขนาดของ $C\hat{A}B$ คือข้อใด



ก. $35°$ ข. $40°$

ค. $75°$ ง. $90°$

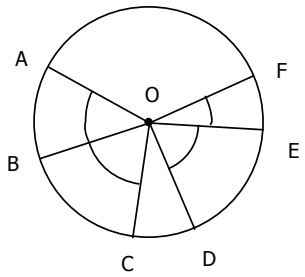
9. ขนาดของ x คือข้อใด



ก. 20 ^{o} ข. 30 ^{o}

ค. 70 ^{o} ง. 140 ^{o}

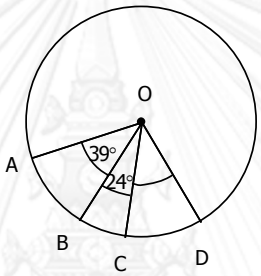
13. จากรูปที่กำหนดให้ $m(\widehat{BC}) = m(\widehat{DE})$ ข้อใดถูกต้อง



ก. $A\hat{O}B = B\hat{O}C$ ข. $B\hat{O}C = D\hat{O}E$

ค. $A\hat{O}C = B\hat{O}D$ ง. $A\hat{O}B = E\hat{O}F$

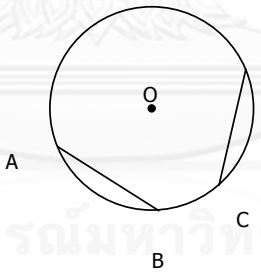
14. กำหนดให้ $m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BD})$ $A\hat{O}B = 39°$ และ $B\hat{O}C = 24°$ แล้ว $C\hat{O}D$ เท่ากับข้อใด



ก. $15°$ ข. $24°$

ค. $39°$ ง. $63°$

15. จากรูปที่กำหนดให้ $AB = CD$ ข้อใดถูกต้อง



ก. $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ ข. $m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{CAD})$

ค. ถูกทั้งข้อ ก. และ ข. ง. ไม่มีข้อใดถูก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

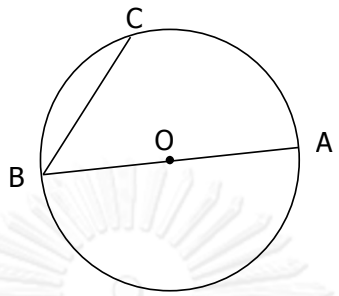
1. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน เต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล ชั้น เลขที่ ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องและทำระบาย ● โดยให้ดินสอ 2B ลงในกระดาษคำตอบ
6. หากมีปัญหาใด โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
7. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

---

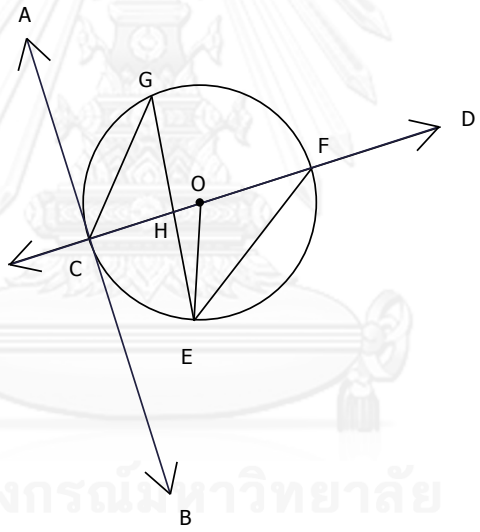
1. จากรูป ข้อใดคือ คอร์ด



ก. $\overline{AB}$ ข. $\overline{BO}$

ค. $\overline{BC}$ ง. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ค.

จงใช้ข้อมูลจากรูปที่กำหนดให้ ต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 2 – 3



2. ข้อใดคือ มุมในส่วนโค้งของวงกลม

ก. $F\hat{E}O$ ข. $F\hat{H}G$

ค. $E\hat{O}F$ ง. $G\hat{C}F$

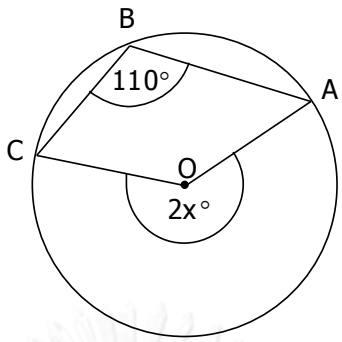
3. มุมในข้อใดต่างจากพวก

ก. CGE ข. $G\hat{E}F$

ค. $C\hat{F}E$ ง. $C\hat{O}E$

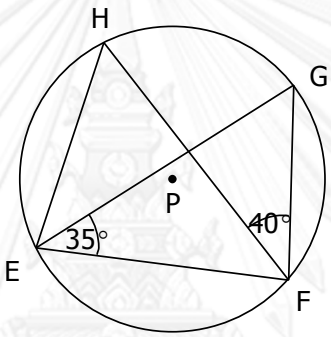
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

7. x มีค่าเท่ากับข้อใด



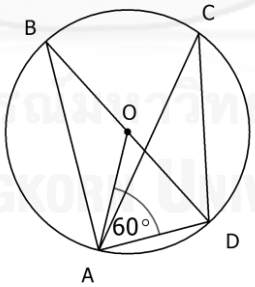
ก. 50 °
ข. 55 °
ค. 90 °
ง. 110 °

8. ขนาดของ $G\hat{E}H$ คือข้อใด



ก. $35°$
ข. $40°$
ค. $75°$
ง. $90°$

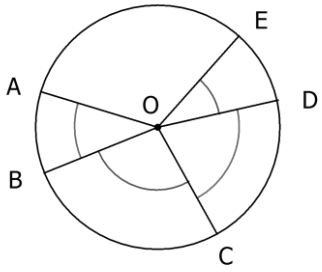
9. กำหนดให้ $O\hat{A}D = 60°$ ขนาดของมุม $A\hat{C}D$ คือข้อใด



ก. 30 °
ข. 60 °
ค. 90 °
ง. 150 °

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

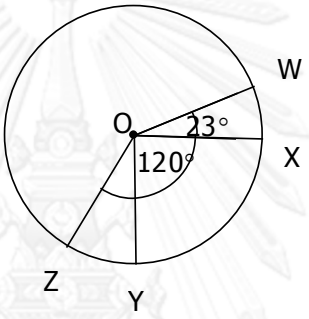
13. จากรูปที่กำหนดให้ $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{DE})$ ข้อใดถูกต้อง



ก. $A\hat{O}C = C\hat{O}E$ ข. $B\hat{O}C = C\hat{O}D$

ค. $A\hat{O}E = A\hat{O}C$ ง. $A\hat{O}B = D\hat{O}E$

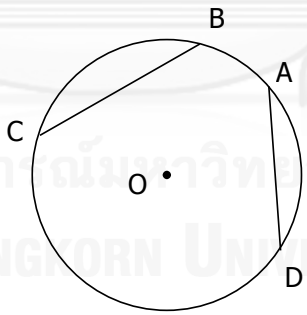
14. กำหนดให้ $m(\widehat{ZX}) = m(\widehat{YW})$ $Y\hat{O}X = 120°$ และ $X\hat{O}W = 23°$ จงหา $Y\hat{O}Z$



ก. $23°$ ข.$120°$

ค. $153°$ ง. $143°$

15. จากรูปที่กำหนดให้ $AD = BC$ ข้อใดไม่ถูกต้อง



ก. $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ ข. $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{BAC})$

ค. ถูกทั้งข้อ ก. และ ข. ง. ไม่ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน มีทั้งหมด 5 ข้อ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย (ข้อละ 8 คะแนน คะแนนเต็ม 40 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล ชั้น เลขที่ ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบกับครูผู้คุมสอบ

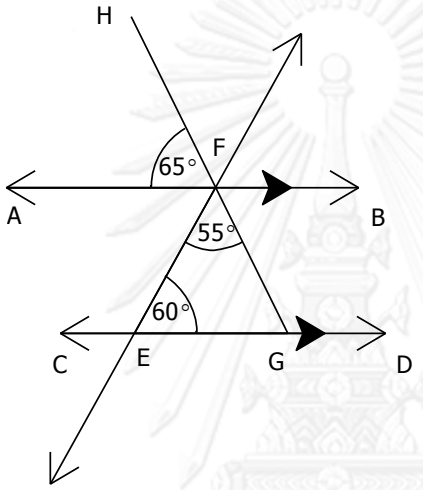
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จงพิจารณารูปที่กำหนดให้ แล้วเขียนคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง หากช่องว่างใดไม่มีคำตอบหรือไม่สามารถหาคำตอบได้ ให้เขียนเครื่องหมาย " — " ลงในช่องว่าง และเขียนอธิบายความสัมพันธ์อย่างสมเหตุสมผล

1)

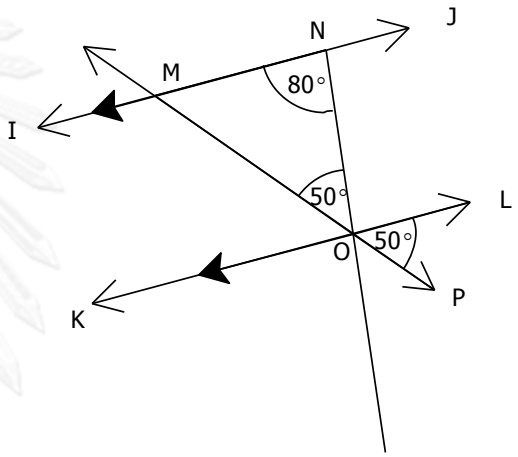
1.1)



เส้นตรงใดขนานกัน.....

$A\hat{F}H + E\hat{F}G + F\hat{E}G =$.....°

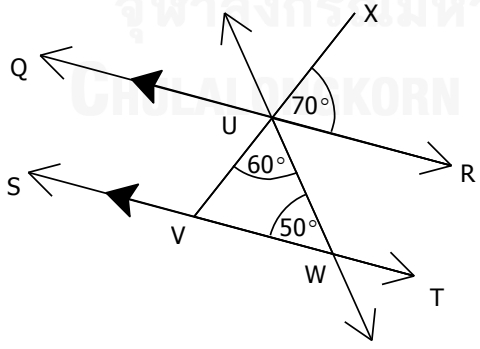
1.2)



เส้นตรงใดขนานกัน.....

$L\hat{O}P + N\hat{O}M + O\hat{N}M =$.....°

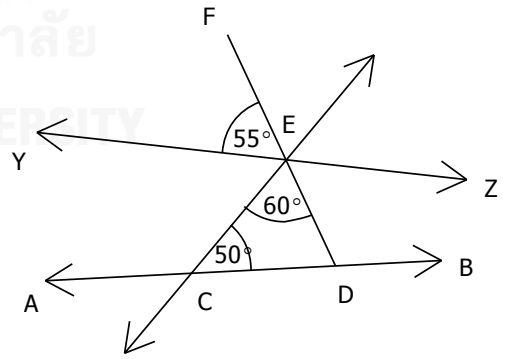
1.3)



เส้นตรงใดขนานกัน.....

$X\hat{U}R + W\hat{U}V + U\hat{W}V =$.....°

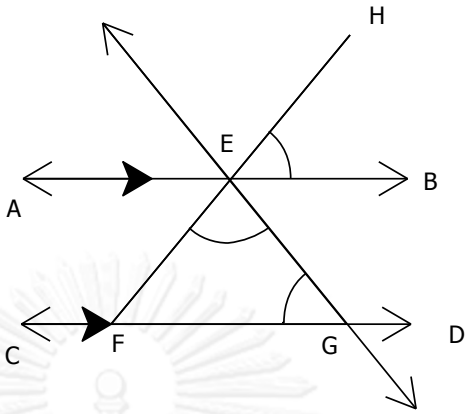
1.4)



เส้นตรงใดขนานกัน.....

$F\hat{E}Y + C\hat{E}D + E\hat{C}D =$.....°

1.5) จากการพิจารณารูปข้อ 1.1) – 1.4) จงนำผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้พิจารณารูปภาพที่กำหนดให้ พร้อมตอบคำถาม



$H\hat{E}B$ $G\hat{E}F$ และ $E\hat{G}F$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร เพราะเหตุใด

.....

.....

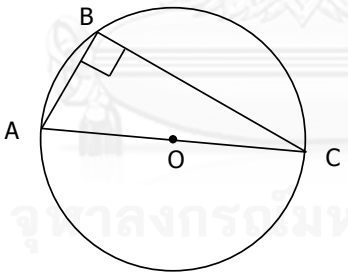
.....

.....

.....

3)

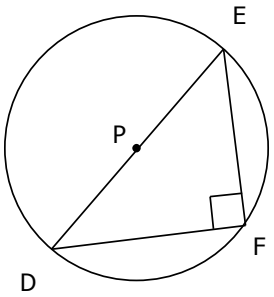
3.1)



เส้นผ่านศูนย์กลาง คือ.....

$A\hat{B}C =$.....°

3.2)

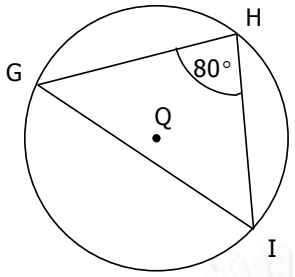


เส้นผ่านศูนย์กลาง คือ.....

$D\hat{F}E =$.....°

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

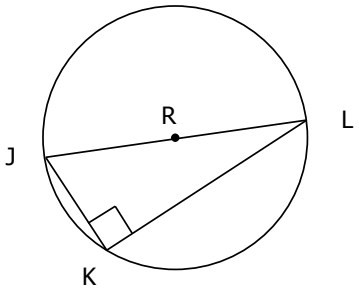
3.3)



เส้นผ่านศูนย์กลาง คือ.....

$G\hat{H}I =$.....°

3.4)



เส้นผ่านศูนย์กลาง คือ.....

$J\hat{K}L =$.....°

3.5) จากการพิจารณารูปข้อ 3.1) – 3.4) จงสรุปผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้ พร้อมอธิบายเหตุผล

.....

.....

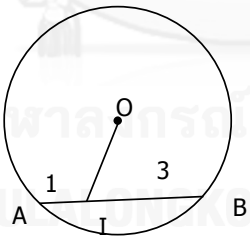
.....

.....

.....

5)

5.1)

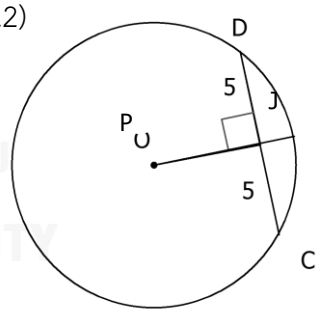


คอร์ด คือ .....

$O\hat{I}B =$.....°

$AI = IB =$.....หน่วย

5.2)



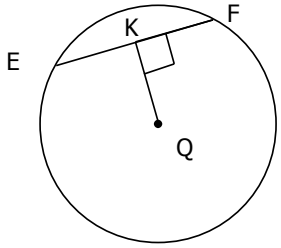
คอร์ด คือ .....

$P\hat{J}D =$.....°

$CJ = JD =$.....หน่วย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5.3) กำหนดให้ $EI = EF = 2$ หน่วย

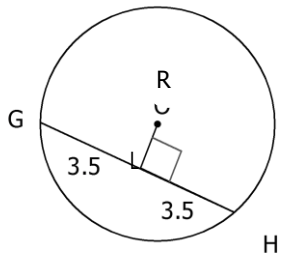


คอร์ด คือ .....

$Q\hat{K}F =$.....°

$EK = KF =$.....หน่วย

5.4)



คอร์ด คือ .....

$R\hat{L}H =$.....°

$GL = LH =$.....หน่วย

5.5) จากการพิจารณารูปข้อ 5.1) – 5.4) จงสรุปผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้ พร้อมอธิบายเหตุผล

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน มีทั้งหมด 5 ข้อ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย (ข้อละ 8 คะแนน คะแนนเต็ม 40 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล ชั้น เลขที่ ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบกับครูผู้คุมสอบ

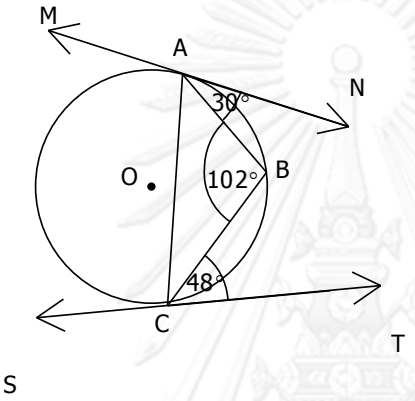
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จงพิจารณารูปที่กำหนดให้ แล้วเขียนคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง หากช่องว่างใดไม่มีคำตอบหรือไม่สามารถหาคำตอบได้ ให้เขียนเครื่องหมาย " — " ลงในช่องว่าง และเขียนอธิบายความสัมพันธ์อย่างสมเหตุสมผล

2)

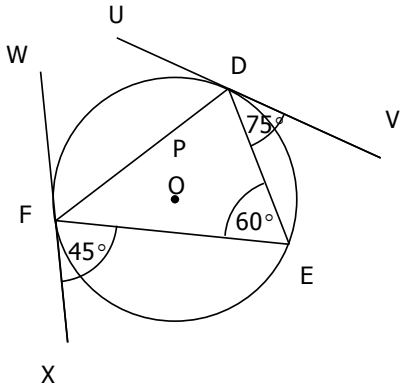
2.1)



เส้นสัมผัสวงกลม คือ.....และ.....

$N\hat{A}B + A\hat{B}C + B\hat{C}T =$.....°

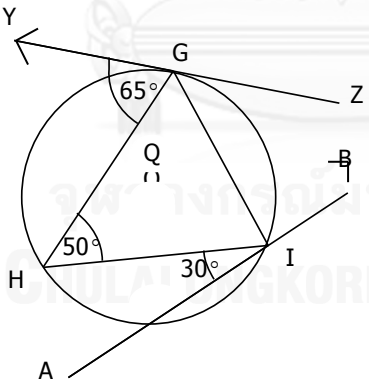
2.2)



เส้นสัมผัสวงกลม คือ.....และ.....

$V\hat{D}E + D\hat{E}F + E\hat{F}X =$.....°

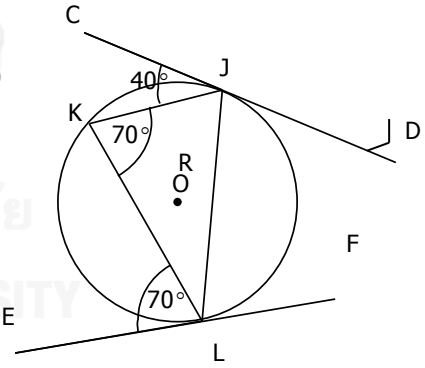
2.3) Y



เส้นสัมผัสวงกลม คือ.....และ.....

$Y\hat{G}H + G\hat{H}I + H\hat{I}A =$.....°

2.4)

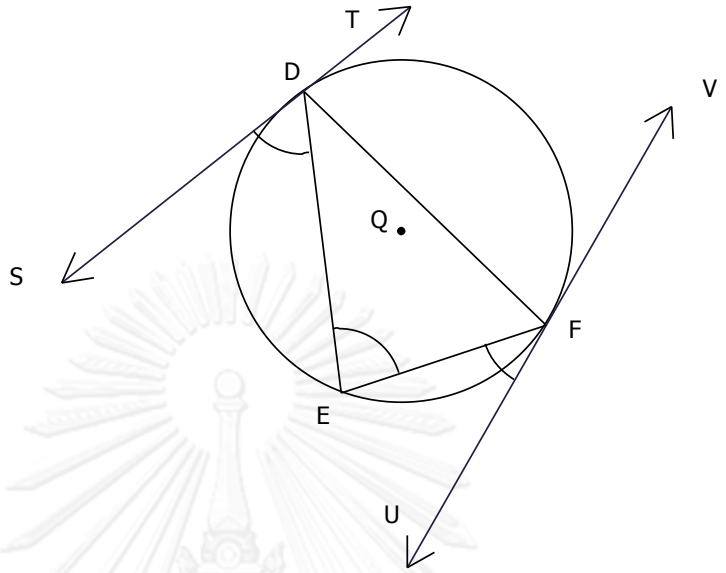


เส้นสัมผัสวงกลม คือ.....และ.....

$C\hat{J}K + J\hat{K}L + K\hat{L}E =$.....°

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.5) จากการพิจารณารูปข้อ 2.1) – 2.4) จงนำผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้พิจารณารูปภาพที่กำหนดให้ พร้อมตอบคำถาม



$S\hat{D}E$ $D\hat{E}F$ และ $E\hat{F}U$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร เพราะเหตุใด

.....

.....

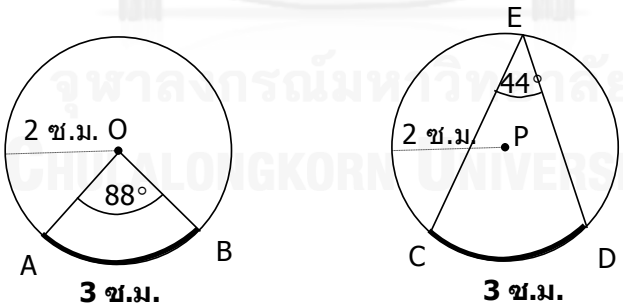
.....

.....

.....

3)

3.1)



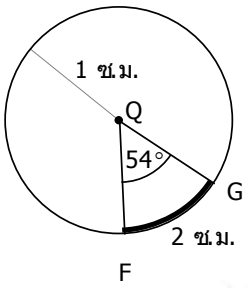
วงกลม O และวงกลม P มีรัศมี.....เซนติเมตร

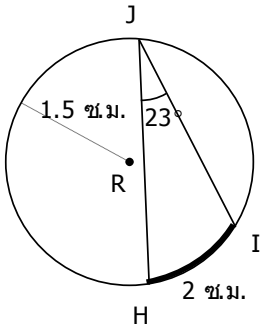
มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ..... รองรับด้วยส่วนโค้งยาว.....เซนติเมตร

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ..... รองรับด้วยส่วนโค้งยาว.....เซนติเมตร

$A\hat{O}B$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $C\hat{E}D$

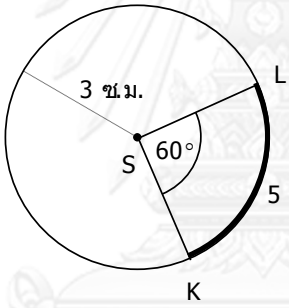
3.2)

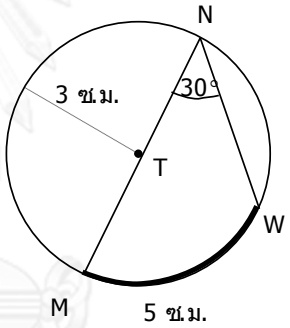




วงกลม Q มีรัศมี.....เซนติเมตร และวงกลม R มีรัศมี.....เซนติเมตร
มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ..... รองรับด้วยส่วนโค้งยาว.....เซนติเมตร
มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ..... รองรับด้วยส่วนโค้งยาว.....เซนติเมตร
$F\hat{Q}G$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $H\hat{J}I$

3.3)





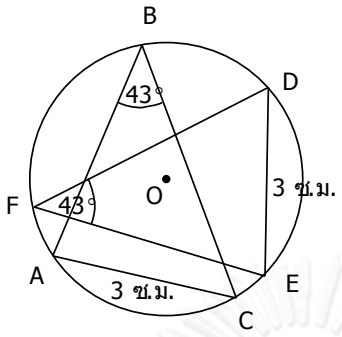
วงกลม S และวงกลม T มีรัศมี.....เซนติเมตร
มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ..... รองรับด้วยส่วนโค้งยาว.....เซนติเมตร
มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ..... รองรับด้วยส่วนโค้งยาว.....เซนติเมตร
$K\hat{S}L$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $M\hat{N}W$

3.4) จากการพิจารณารูปข้อ 3.1) – 3.3) จงสรุปผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้ พร้อมอธิบายเหตุผล

.....
.....
.....
.....
.....

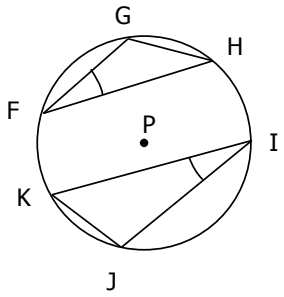
4)

4.1)



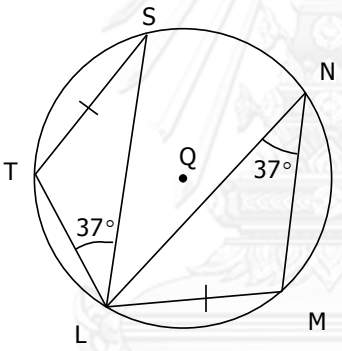
มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ.....และ.....
คอร์ดที่รองรับด้วยมุมส่วนโค้งของวงกลม
คือ.....และ.....

4.2) กำหนดให้ $HG = KJ$
และ $G\hat{F}H = K\hat{I}J$



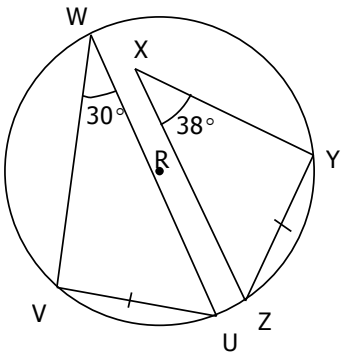
มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ.....และ.....
คอร์ดที่รองรับด้วยมุมส่วนโค้งของวงกลม
คือ.....และ.....

4.3)



มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ.....และ.....
คอร์ดที่รองรับด้วยมุมส่วนโค้งของวงกลม
คือ.....และ.....

4.4)



มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ.....และ.....
คอร์ดที่รองรับด้วยมุมส่วนโค้งของวงกลม
คือ.....และ.....

4.5) จากการพิจารณารูปข้อ 4.1) – 4.4) จงสรุปผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้ พร้อมอธิบายเหตุผล

.....
.....
.....
.....
.....

ภาคผนวก ฉ
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 24 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามสาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ ลักษณะสำคัญ และจำนวนคาบ เรื่อง วงกลม

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
วงกลม	1*	- วงกลม	- จุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่หนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่าๆกัน
		- จุดศูนย์กลางของวงกลม	- จุดคงที่ซึ่งอยู่ห่างจากจุดทุกจุดบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่าๆกัน
		- รัศมี	- ระยะห่างจากจุดคงที่และจุดทุกจุดบนระนาบ
		- คอร์ด	- ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน
		- เส้นตัดวงกลม	- เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด
		- เส้นสัมผัสวงกลม	- เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น
		- จุดสัมผัส	- จุดที่เส้นตรงตัดวงกลมเพียงจุดเดียว
		- มุมที่จุดศูนย์กลาง	- มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม
		- มุมในส่วนโค้งของวงกลม	- มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	2**	- มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก	- มุมทุกมุมของรูปสามเหลี่ยมต้องเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม หรือเป็นรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลม - ด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลม - ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมเป็นคอร์ดของรูปวงกลม - มุมตรงข้ามด้านของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก
	3**	- มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน	- มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน - มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
	4**	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - ส่วนโค้งที่รองรับมุมในส่วนโค้งมีขนาดเท่ากัน - มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
	5**	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน - ส่วนโค้งที่รองรับมุมในส่วนโค้งมีขนาดเท่ากัน
	6**	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน - ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน
		- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน - มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน
คอร์ด	7**	- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - คอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน - ส่วนโค้งน้อยที่เกิดจากคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันตัดวงกลม มีความยาวเท่ากัน - ส่วนโค้งใหญ่ที่เกิดจากคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันตัดวงกลม มีความยาวเท่ากัน

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
		- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	- วงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือวงกลมเดียวกัน - ส่วนโค้งน้อยที่เกิดจากคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลม มีความยาวเท่ากัน - ส่วนโค้งใหญ่ที่เกิดจากคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลม มีความยาวเท่ากัน - คอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน
	8**	- ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด	- ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง ตั้งฉากกับคอร์ด - ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง แบ่งครึ่งคอร์ด
		- ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด	- ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง แบ่งครึ่งคอร์ด - ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง ตั้งฉากกับคอร์ด
	9**	- เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น	- เส้นตรงตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม - เส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
		- ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้	- มุมทุกมุมของรูปสี่เหลี่ยมอยู่บนส่วนโค้งของวงกลม หรือ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม - ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับ 180 องศา
	10**	- ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน	- คอร์ดสองเส้นที่อยู่ในวงกลมวงเดียวกันยาวเท่ากัน - คอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากัน
		- ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	- คอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากัน - คอร์ดสองเส้นที่อยู่ในวงกลมวงเดียวกันยาวเท่ากัน
เส้นสัมผัสวงกลม	11**	- เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส	- เส้นสัมผัสวงกลม และจุดสัมผัส - เส้นสัมผัสวงกลม ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส
		- เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น	- เส้นตรงตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่ง - เส้นสัมผัสวงกลม
	12**	- ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	- ส่วนของเส้นตรงลากจากจุดๆ หนึ่ง ภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน - ส่วนของเส้นตรงยาวเท่ากัน - ส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากันมีสองเส้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	ลักษณะสำคัญ
	13**	- มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	- มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัส - มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด - มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

* แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

** แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 – 13 เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติและแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI

แผนการจัดการเรียนรู้ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ **ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

หน่วยที่ 2 วงกลม **ภาคเรียนที่ 2**

เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 6.1 ม.3/1-6

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

<u>ด้านความรู้</u> : นักเรียนสามารถ

1. บอกลักษณะสำคัญเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันได้
2. นำทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มาประยุกต์ใช้ได้

<u>ด้านทักษะ/กระบวนการ</u> : นักเรียนสามารถ

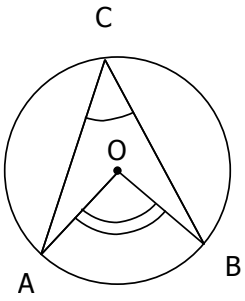
1. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้
2. สื่อสารสื่อความหมายได้
3. เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

<u>ด้านคุณลักษณะ</u> : นักเรียน

1. มีความสนใจและกระตือรือร้น
2. ทำงานเป็นระเบียบ
3. กล้าแสดงความคิดเห็น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3. สาระสำคัญ

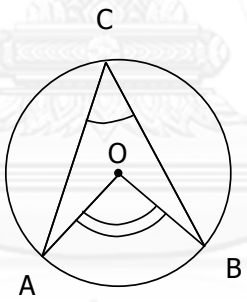


$$A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$$

ทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

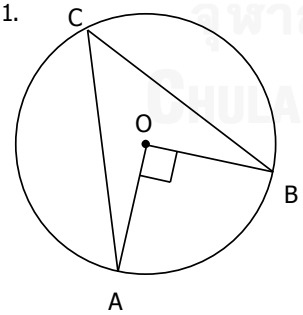
4. สาระการเรียนรู้

ทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



แบบฝึกหัด

1.



จากรูป O จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{O}B = 90°$ จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$

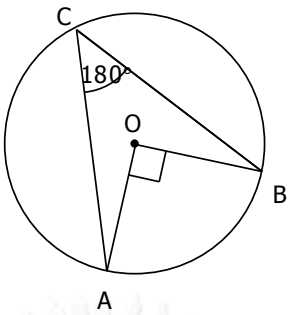
<u>วิธีทำ</u>

จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะได้ $A\hat{C}B = 90 \times 2$

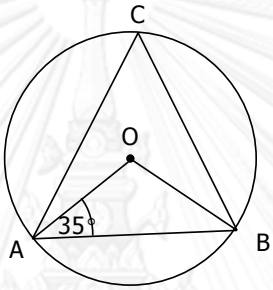
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$A\hat{C}B = 180$



ดังนั้น $A\hat{C}B = 180°$

2.

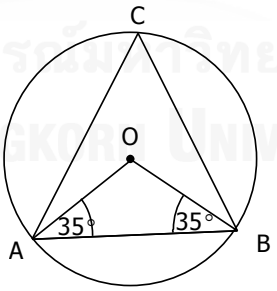


จากรูป O จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $O\hat{A}B = 35°$ จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$

<u>วิธีทำ</u>

จาก ΔABO เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะ $\overline{OA} = \overline{OB}$ (รัศมีของวงกลมมีความยาวเท่ากัน)

จะได้ $O\hat{B}A = 35°$

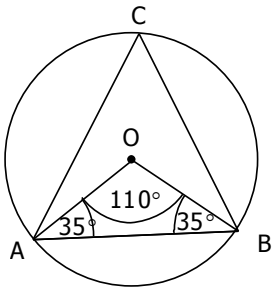


จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา

จะได้ $A\hat{O}B + 35 + 35 = 180$

$A\hat{O}B + 70 = 180$

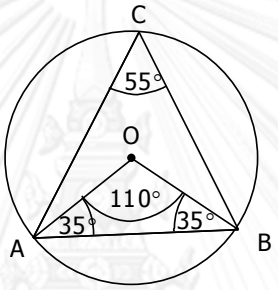
$A\hat{O}B = 110$



จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

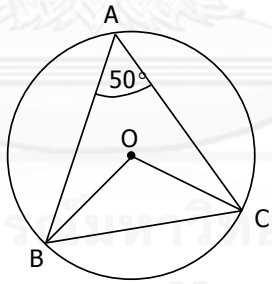
จะได้ $A\hat{C}B = 110 \div 2$

$A\hat{C}B = 55$



ดังนั้น $A\hat{C}B = 55°$

3.



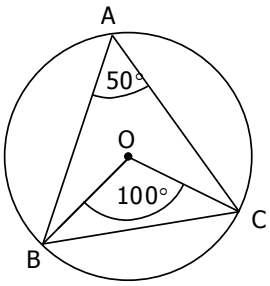
จากรูป O จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $B\hat{A}C = 50°$ จงหาขนาดของ $O\hat{B}C$และขนาด $O\hat{C}B$

<u>วิธีทำ</u>

จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะได้ $B\hat{O}C = 50 \times 2$

$B\hat{O}C = 100$



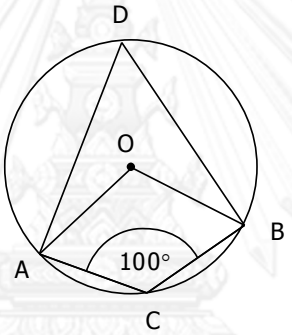
จาก ΔBOC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะ $\overline{OB} = \overline{OA}$ (รัศมีของวงกลมมีความยาวเท่ากัน)

จะได้ ขนาด $O\hat{B}C$และขนาด $O\hat{C}B = \frac{180-100}{2}$

$= 40$

ดังนั้น ขนาด $O\hat{B}C$และขนาด $O\hat{C}B = 40°$

4.



จากรูป O จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{C}B = 100°$ จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้

1) มุมกลับ AOB
2) $A\hat{O}B$
3) $A\hat{D}B$
4) $A\hat{C}B + B\hat{D}A$
5) $C\hat{A}D + D\hat{B}C$

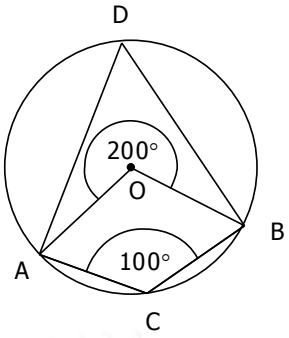
<u>วิธีทำ</u>

1) จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะได้ มุมกลับ $AOB = 100 \times 2$

มุมกลับ $AOB = 200$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

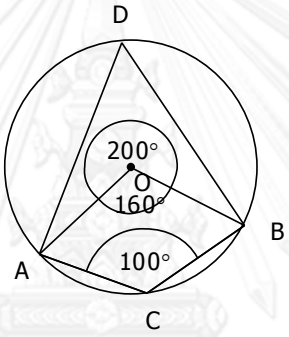


ดังนั้น มุมกลับ $AOB = 200°$

2) จากมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด 360 องศา

จะได้ $A\hat{O}B + 200 = 360$

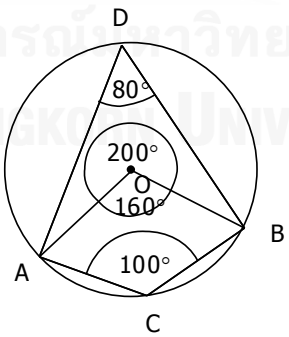
$A\hat{O}B = 160$



3) จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะได้ $A\hat{D}B = 160 \div 2$

$A\hat{D}B = 80$



ดังนั้น $A\hat{D}B = 80°$

4) จาก $A\hat{C}B + B\hat{D}A = 100 + 80$

$A\hat{C}B + B\hat{D}A = 180$

ดังนั้น $A\hat{C}B + B\hat{D}A = 180°$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5) จากมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันได้ 360 องศา

จะได้ $C\hat{A}D + D\hat{B}C + 100 + 80 = 360$

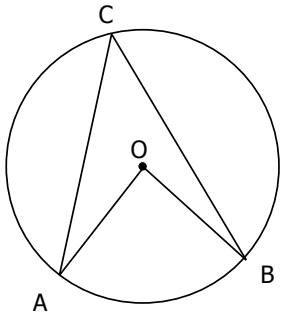
$C\hat{A}D + D\hat{B}C = 180$

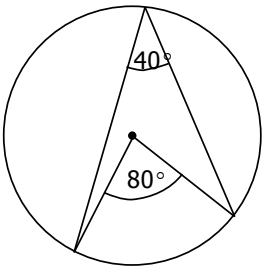
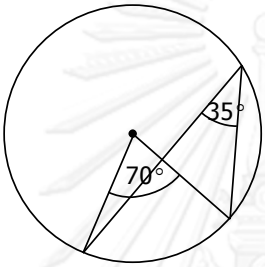
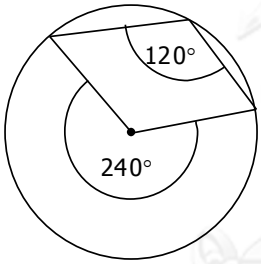
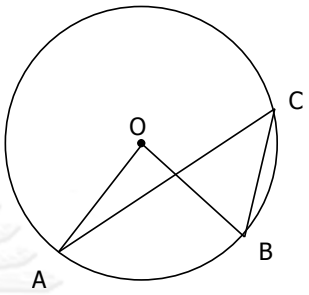
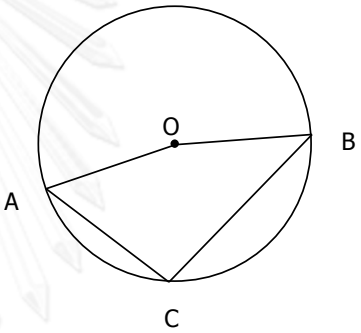
ดังนั้น $C\hat{A}D + D\hat{B}C = 180°$

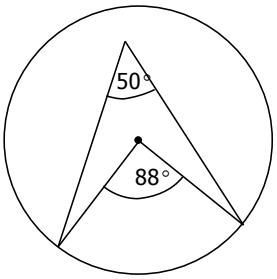
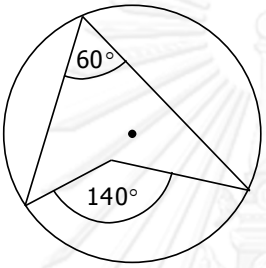
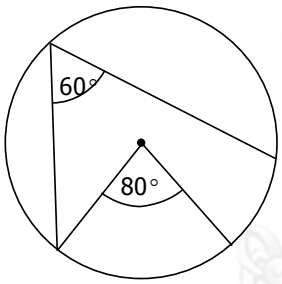
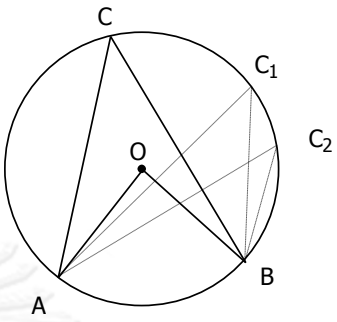
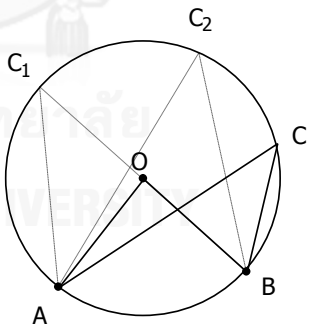
3. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

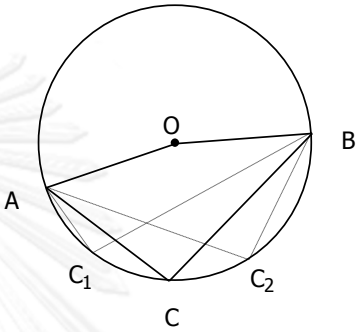
กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
1. บัตรกิจกรรม 2. หนังสือคณิตศาสตร์ สสวท. ม.3 เพิ่มเติม เล่ม 2 3. แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	1. หนังสือคณิตศาสตร์ สสวท. ม.3 เพิ่มเติม เล่ม 2 2. แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
1. ขั้นเตรียมความพร้อม ครูทบทวนมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	
2. ขั้นจัดกิจกรรม **ลำดับที่ 1 ขั้นการเรียงและการจัดกลุ่ม** - ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 2-3 คน จากนั้นนำเสนอบัตรกิจกรรม ให้นักเรียนกลุ่มละชุด ชุดละ 20 ใบ ประกอบด้วย - รูปวงกลมที่แสดงมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน โดยรูปวงกลมมีขนาดต่างๆกัน จำนวน 10 ตัวอย่าง เช่น	**2. ขั้นจัดกิจกรรม** - ครูให้นักเรียนสร้างวงกลม 3 วงให้มีรัศมีต่างกัน แล้วสร้างมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน เช่น 

กลุ่มทดลอง **(**จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI**)**	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
   - รูปวงกลมที่แสดงมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมที่ไม่ใช่มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน รูปวงกลมที่แสดงมุมที่ไม่ใช่มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน และรูปวงกลมที่แสดงมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ไม่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันโดยรูปวงกลมมีขนาดต่างๆกัน จำนวน 10 ตัวอย่าง เช่น	รูปที่ 1  รูปที่ 2  รูปที่ 3 - ครูให้นักเรียนตัดมุมที่จุดศูนย์กลางของแต่ละวงกลมที่วาดไว้ จากนั้นพับครึ่งมุมแต่ละมุมแล้วเลื่อนมุมที่ได้ไปทับมุมในส่วนโค้งของวงกลมของแต่ละวงที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน - ครูถามนักเรียนว่าสามารถจัดมุมให้ทับกันสนิทได้หรือไม่ และนักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันเป็นอย่างไร - ครูให้นักเรียนสร้างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย ส่วนโค้ง AB อีกสองมุมในรูปที่ 1 เช่น $A\widehat{C_1}B$ และ $A\widehat{C_2}B$ ดังรูป

กลุ่มทดลอง **(**จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI**)**	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
   - ครูให้นักเรียนพิจารณาส่วนประกอบต่างๆ จากรูปในบัตรกิจกรรม โดยนักเรียนจะต้องตอบส่วนประกอบต่างๆ ในบัตรกิจกรรมได้ดังนี้ - รูปวงกลม - มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม - มุมในส่วนโค้งของวงกลม - ส่วนโค้งที่รองรับมุม - ครูให้นักเรียนจัดกลุ่มบัตรกิจกรรมอย่างมีเหตุผล โดยครูจะต้องเน้นว่านักเรียนต้องมีเกณฑ์ในการจัดกลุ่มอย่างชัดเจน และเมื่อนักเรียนจัดกลุ่มเสร็จแล้ว นักเรียนจะต้องพิจารณาความเหมือนภายในกลุ่ม ซึ่งในขั้นนี้หากนักเรียนจัดกลุ่มผิด นักเรียนจะไม่เจอความ	 รูปที่ 1 - ครูให้นักเรียนใช้มุมที่พบได้จากรูปที่ 1 ไปทับ $A\widehat{C_1}B$ และ $A\widehat{C_2}B$ จะสามารถเลื่อนให้มุมทับกับสนิทได้หรือไม่ และนักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันเป็นอย่างไร - ครูให้นักเรียนสร้างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย ส่วนโค้ง AB อีกสองมุมในรูปที่ 2 เช่น $A\widehat{C_1}B$ และ $A\widehat{C_2}B$ ดังรูป  รูปที่ 2 - ครูให้นักเรียนใช้มุมที่พบได้จากรูปที่ 2 ไปทับ $A\widehat{C_1}B$ และ $A\widehat{C_2}B$ จะสามารถเลื่อนให้มุมทับกับสนิทได้หรือไม่ และนักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันเป็น

กลุ่มทดลอง **(**จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI**)**	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
เหมือนภายในกลุ่ม หรือนักเรียนอาจเจอความเหมือนที่เหมือนกันระหว่างกลุ่ม หากเป็นเช่นนั้นนักเรียนจะต้องกลับไปพิจารณาส่วนประกอบต่างๆ จากรูปในบัตรกิจกรรมแล้วดำเนินการจัดกลุ่มใหม่อย่างมีเหตุผล พร้อมทั้งพิจารณาความเหมือนภายในกลุ่มอีกครั้ง **ลำดับที่ 2 ขั้นการสะท้อนผลและการอธิบาย** - ครูให้นักเรียนสะท้อนความคิดและอธิบายเหตุผลของการเรียงลำดับและการจัดกลุ่มในขั้นที่หนึ่ง โดยครูใช้คำถามกระตุ้นการคิดและการอธิบายของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนอธิบายให้ได้ว่า นักเรียนใช้เกณฑ์ใดในการจัดกลุ่ม และเมื่อจัดกลุ่มแล้วนักเรียนพบความเหมือนภายในกลุ่มที่นักเรียนจัดอย่างไร ซึ่งนักเรียนจะต้องอธิบายได้ดังนี้ <u>นักเรียนจัดกลุ่มโดยพิจารณามุมภายในรูปวงกลม</u> โดยแบ่งกลุ่มออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่ม 1 มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน กลุ่ม 2 มุมที่ไม่ใช่มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน โดยนักเรียนสังเกตเห็นความสัมพันธ์ ดังนี้ กลุ่ม 1 มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือมุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน	อย่างไร - ครูให้นักเรียนสร้างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย ส่วนโค้ง AB อีกสองมุมในรูปที่ 2 เช่น $A\widehat{C_1}B$ และ $A\widehat{C_2}B$ ดังรูป  รูปที่ 3 - ครูให้นักเรียนใช้มุมที่พบได้จากรูปที่ 2 ไปทับ $A\widehat{C_1}B$ และ $A\widehat{C_2}B$ จะสามารถเลื่อนให้มุมทับกับสนิทได้หรือไม่ และนักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันเป็นอย่างไร - ครูถามนักเรียนว่า ในวงกลมเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือไม่

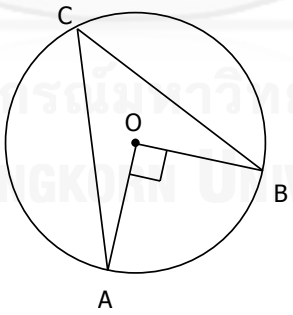
กลุ่มทดลอง **(**จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI**)**	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
กลุ่ม 2 มุมที่ไม่ใช่มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ไม่มีความสัมพันธ์ใดๆ ซึ่งครูอาจช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ต่างๆ ที่อยู่ในกลุ่มแต่ละกลุ่มอย่างชัดเจน **ลำดับที่ 3 ขั้นสร้างหลักการทั่วไปและสามารถอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน** - นักเรียนประมวลความสัมพันธ์ทั้งหมดในขั้นที่สอง จนนำไปสู่การสร้างหลักการทั่วไปว่า “มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน” โดยนักเรียนจะต้องอธิบายลักษณะสำคัญให้ได้ ดังนี้ 1) มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมต้องรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน 2) มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน - ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจรายละเอียดของหลักการทั่วไปชัดเจนมากขึ้น - นักเรียนนำบัตรกิจกรรมทั้งที่ตรงตามทฤษฎีบท และไม่ตรงตามทฤษฎีบท แปะลงในสมุด โดยแยกตัวอย่างที่ตรงตามทฤษฎีและไม่ตรงตามทฤษฎีไว้อย่างชัดเจน	

กลุ่มทดลอง **(**จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI**)**	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
ลำดับที่ 4 ขั้นการตรวจสอบและการปรับปรุง - ครูให้นักเรียนวาดรูปในสมุด โดยวาดรูปวงกลม แล้วสร้างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จากนั้นให้นักเรียนวัดมุม เพื่อตรวจสอบข้อสรุปทั่วไป - ครูให้นักเรียนวาดรูปในสมุด โดยวาดรูปวงกลม แล้วสร้างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ไม่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันแต่ไม่ใช้มุมในส่วนโค้งของวงกลม หรือให้นักเรียนสร้างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกับมุมที่ไม่ใช่มุมที่จุดศูนย์กลาง จากนั้นให้นักเรียนวัดมุม เพื่อตรวจสอบข้อสรุปทั่วไป	

3. ขั้นพัฒนาทักษะ

- ครูนำเสนอแบบฝึกหัดในหนังสือคณิตศาสตร์ สสวท. ม.3 เพิ่มเติม เล่ม 2 หน้า 98 ข้อ 1 ข้อ 2 และข้อ 3 บนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย ดังนี้

1.



จากรูป O จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{O}B = 90°$ จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$

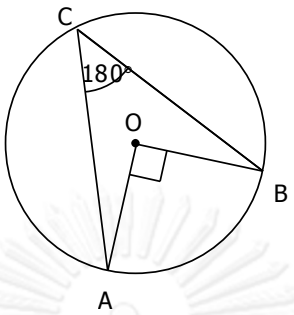
<u>วิธีทำ</u>

จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะได้ $A\hat{C}B = 90 \times 2$

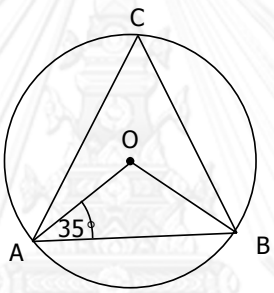
$A\hat{C}B = 180$

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)



ดังนั้น $A\hat{C}B = 180°$

2.

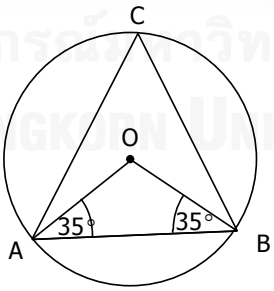


จากรูป O จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $O\hat{A}B = 35°$ จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$

<u>วิธีทำ</u>

จาก ΔABO เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะ $\overline{OA} = \overline{OB}$ (รัศมีของวงกลมมีความยาวเท่ากัน)

จะได้ $O\hat{B}A = 35°$



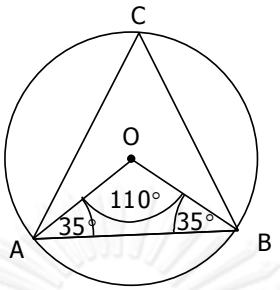
จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา

จะได้ $A\hat{O}B + 35 + 35 = 180$

$A\hat{O}B + 70 = 180$

$A\hat{O}B = 110$

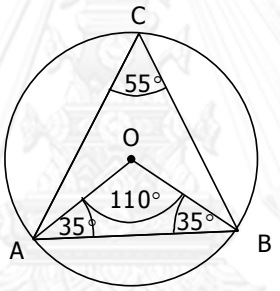
กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)



จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

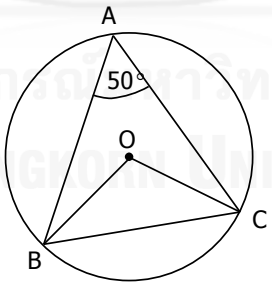
จะได้ $A\hat{C}B = 110 \div 2$

$A\hat{C}B = 55$



ดังนั้น $A\hat{C}B = 55°$

3.



จากรูป O จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $B\hat{A}C = 50°$ จงหาขนาดของ $O\hat{B}C$และขนาด $O\hat{C}B$

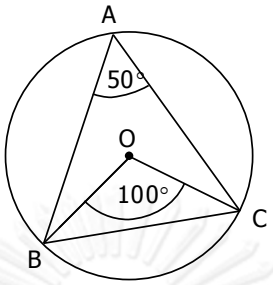
<u>วิธีทำ</u>

จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะได้ $B\hat{O}C = 50 \times 2$

$B\hat{O}C = 100$

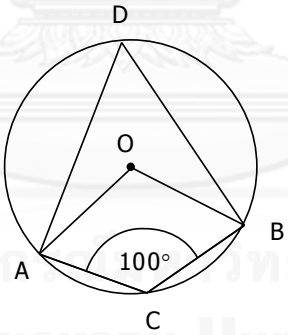
กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)



จาก ΔBOC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะ $\overline{OB} = \overline{OA}$ (รัศมีของวงกลมมีความยาวเท่ากัน)
จะได้ ขนาด $O\hat{B}C$และขนาด $O\hat{C}B = \frac{180-100}{2}$
$= 40$
ดังนั้น ขนาด $O\hat{B}C$ และขนาด $O\hat{C}B = 40°$

- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือคณิตศาสตร์ สสวท. ม.3 เพิ่มเติม เล่ม 2 หน้า 98 ข้อ 4 โดยให้เวลานักเรียนทำ 5 นาที จากนั้นสุ่มเรียกนักเรียน 5 คน ออกมาแสดงวิธีทำบนกระดาน คนละข้อย่อย โดยให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานพร้อมอธิบายเหตุผล แล้วให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันตรวจสอบคำตอบ ดังนี้

4.



จากรูป O จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{C}B = 100°$ จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้

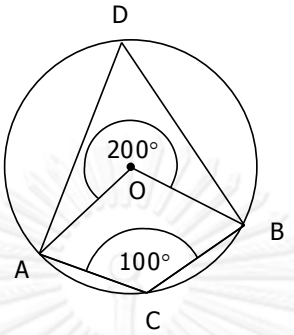
1) มุมกลับ AOB
2) $A\hat{O}B$
3) $A\hat{D}B$
4) $A\hat{C}B + B\hat{D}A$
5) $C\hat{A}D + D\hat{B}C$

<u>วิธีทำ</u>

1) จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
จะได้ มุมกลับ $AOB = 100 \times 2$

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)

มุมกลับ $AOB = 200$

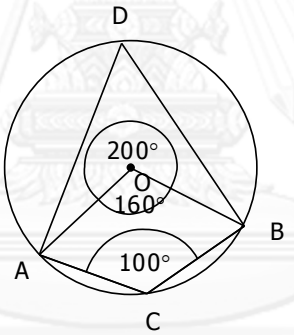


ดังนั้น มุมกลับ $AOB = 200°$

2) จากมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด 360 องศา

จะได้ $A\hat{O}B + 200 = 360$

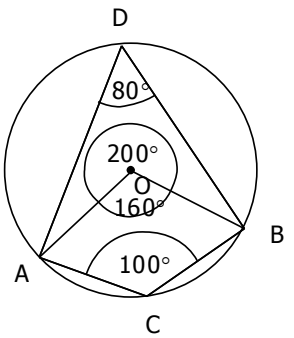
$A\hat{O}B = 160$



3) จากทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะได้ $A\hat{D}B = 160 \div 2$

$A\hat{D}B = 80$



ดังนั้น $A\hat{D}B = 80°$

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
4) จาก $A\hat{C}B + B\hat{D}A = 100 + 80$ $A\hat{C}B + B\hat{D}A = 180$ ดังนั้น $A\hat{C}B + B\hat{D}A = 180°$ 5) จากมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันได้ 360 องศา จะได้ $C\hat{A}D + D\hat{B}C + 100 + 80 = 360$ $C\hat{A}D + D\hat{B}C = 180$ ดังนั้น $C\hat{A}D + D\hat{B}C = 180°$	
ขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้ - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ทฤษฎีบท มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน - ครูแจกแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน	

5. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	**การประเมินผล**	
	กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
1. สังเกตการตอบคำถาม 2. สังเกตการทำกิจกรรม 3. สังเกตจากแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	....	....

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

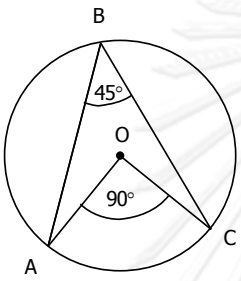
.....

แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. จงพิจารณารูปที่กำหนดให้ แล้วเขียนคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง หากช่องว่างใดไม่มีคำตอบหรือไม่สามารถหาคำตอบได้ ให้เขียนเครื่องหมาย " — " ลงในช่องว่าง และเขียนอธิบายความสัมพันธ์อย่างสมเหตุสมผล

1.1)

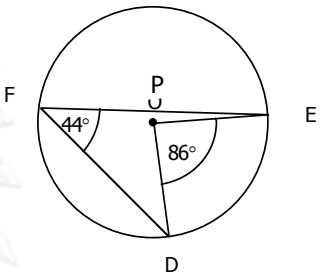


มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ.....

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ.....

$A\hat{O}C$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $A\hat{B}C$

1.2)

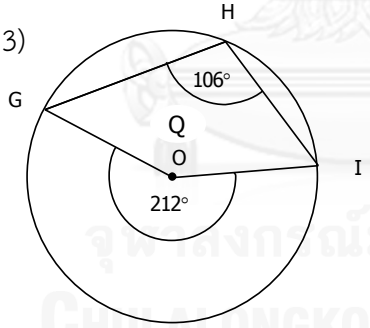


มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ.....

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ.....

$D\hat{P}E$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $D\hat{F}E$

1.3)

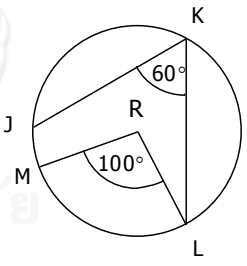


มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ.....

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ.....

มุมกลับ GQI มีขนาดเป็น.....เท่าของ$G\hat{H}I$

1.4)



มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ.....

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ.....

$M\hat{R}L$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $J\hat{K}L$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

1.5) จากการพิจารณารูปข้อ 1.1) – 1.4) จงสรุปผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่ได้ พร้อมอธิบายเหตุผล

.....

.....

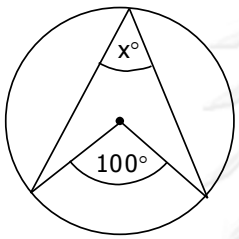
.....

.....

.....

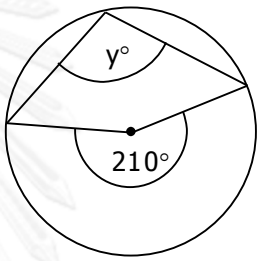
2. จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้

2.1)



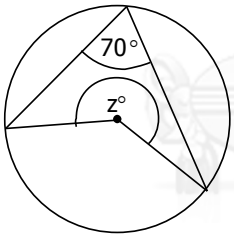
x = ...

2.2)



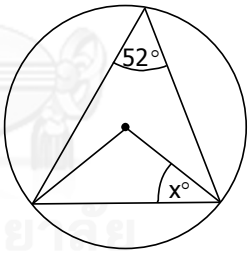
y = ...

2.3)



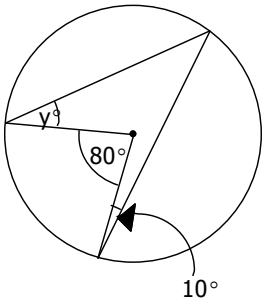
z = ...

2.4)



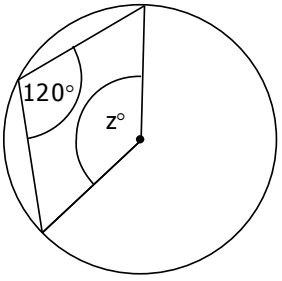
x = ...

2.5)



y = ...

2.6)



z = ...

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ช

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม
- คะแนนแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม
- คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 25 **คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)**

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
1.	25	21
2.	23	25
3.	15	29
4.	25	24
5.	29	22
6.	13	20
7.	20	19
8.	25	24
9.	12	13
10.	25	25
11.	24	29
12.	23	21
13.	24	13
14.	12	19
15.	18	20
16.	22	17
17.	17	18
18.	28	13
19.	22	18
20.	17	23

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
21.	21	23
22.	15	23
23.	21	26
24.	23	14
25.	24	18
26.	22	15
27.	24	19
28.	20	19
29.	18	17
30.	15	19
31.	18	29
32.	20	21
33.	24	22
34.	25	20
35.	17	23
36.	16	22
37.	20	-
38.	19	-
39.	22	-
40.	24	-

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 26 คะแนนแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
1.	21	12
2.	19	17
3.	20	23
4.	18	21
5.	23	18
6.	22	10
7.	25	16
8.	23	18
9.	16	16
10.	16	17
11.	16	19
12.	16	8
13.	18	11
14.	20	9
15.	23	17
16.	18	16
17.	18	15
18.	26	14
19.	23	18
20.	20	19

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
21.	23	16
22.	17	13
23.	20	17
24.	24	13
25.	20	16
26.	14	13
27.	25	13
28.	18	16
29.	11	14
30.	13	12
31.	21	17
32.	12	14
33.	18	16
34.	16	14
35.	9	19
36.	12	20
37.	22	-
38.	16	-
39.	22	-
40.	19	-

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 27 คะแนนแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
1.	23	14
2.	14	18
3.	21	20
4.	18	24
5.	24	19
6.	21	11
7.	27	24
8.	22	17
9.	15	16
10.	18	19
11.	17	21
12.	22	10
13.	18	10
14.	19	10
15.	20	19
16.	23	16
17.	19	15
18.	27	12
19.	25	15
20.	17	18

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
21.	22	13
22.	13	13
23.	22	18
24.	24	14
25.	19	13
26.	20	18
27.	16	12
28.	19	9
29.	19	16
30.	16	12
31.	24	12
32.	11	15
33.	20	14
34.	19	12
35.	18	13
36.	18	18
37.	21	-
38.	18	-
39.	17	-
40.	21	-

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 28 คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
1.	2	0
2.	8	7
3.	5	13
4.	5	6
5.	6	3
6.	2	4
7.	2	4
8.	6	6
9.	2	6
10.	2	3
11.	0	5
12.	2	5
13.	2	0
14.	8	3
15.	6	5
16.	6	9
17.	2	6
18.	9	2
19.	10	3
20.	1	11

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
21.	8	3
22.	0	11
23.	12	4
24.	4	6
25.	3	9
26.	2	5
27.	0	2
28.	1	3
29.	3	5
30.	0	4
31.	4	5
32.	3	3
33.	6	3
34.	4	1
35.	2	2
36.	3	6
37.	14	-
38.	9	-
39.	9	-
40.	4	-

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 29 คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

เลขที่	คะแนนกลุ่มทดลอง	คะแนนกลุ่มควบคุม
1.	9	0
2.	17	16
3.	11	7
4.	15	11
5.	19	6
6.	14	3
7.	15	12
8.	13	10
9.	6	12
10.	0	3
11.	16	16
12.	12	9
13.	17	3
14.	13	9
15.	14	13
16.	16	18
17.	17	12
18.	18	15
19.	13	5
20.	14	16
21.	5	14
22.	19	11
23.	14	10
24.	17	14
25.	10	8
26.	13	4
27.	8	19
28.	5	11
29.	12	11
30.	7	15
31.	11	13
32.	16	10
33.	13	4
34.	9	10
35.	10	15
36.	13	-
37.	10	-
38.	10	-
39.	12	-
40.	9	-

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก ซ

แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 30 **แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)**

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	t	p-value
กลุ่มทดลอง	40	20.6750	4.23894	.037	**0.971***
กลุ่มควบคุม	36	20.6389	4.27720		

*p > .05

จากตารางที่ 28 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลอง และนักเรียนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 เท่ากับ 20.675 และ 20.6389 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวภูมิฤทัย วิทยวิจิน เกิดเมื่อวันที่ 16 ตุลาคม พ.ศ. 2530 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาศึกษาศาสตรบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2554 และเข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา 2554 ปัจจุบันรับราชการ ตำแหน่งครูผู้ช่วย โรงเรียนเศรษฐบุตรบำเพ็ญ เขตมีนบุรี จังหวัดกรุงเทพมหานคร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University