

การระบุเอกลักษณ์และการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน
สำหรับหอกลับนัยเอกสารสองชนิด

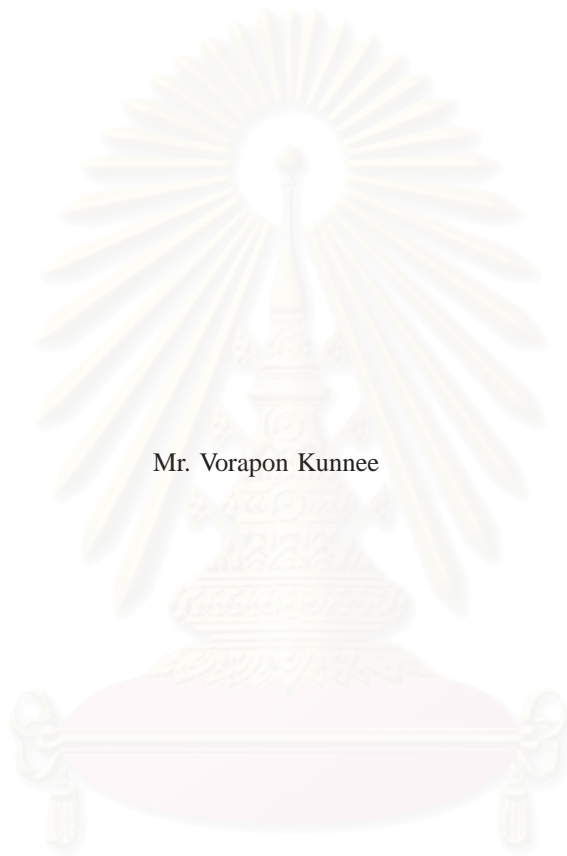


นายวรพล กัณเณ็ญ

สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2550
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

IDENTIFICATION AND ROBUST CONSTRAINED MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR BINARY
DISTILLATION COLUMN



Mr. Vorapon Kunnee

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2007
Copyright of Chulalongkorn University

วรพล กัณเณ็ญี: การระบุเอกลักษณ์และการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนสำหรับหอกลั่นแยกสารสองชนิด. (IDENTIFICATION AND ROBUST CONSTRAINED MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR BINARY DISTILLATION COLUMN) อ. ที่ปรึกษา: รศ.ดร. เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย, 99 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการระบุเอกลักษณ์ และการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนสำหรับหอกลั่นแยกสารสองชนิด ในการระบุเอกลักษณ์ เรานำวิธีการวิเคราะห์สภาวะชั่วคราวของผลตอบสนองขั้นบันได ณ จุดทำงานต่าง ๆ เพื่อสร้างแบบจำลองพลวัตพร้อมกับวิเคราะห์ความไม่แน่นอนด้วยโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ในส่วนการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง เราประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่สอดคล้องกับจำนวนตัวแปรของความไม่แน่นอน การออกแบบตัวควบคุมแบ่งเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นการออกแบบกฎการป้อนกลับสถานะคงทน ณ เวลาการชักตัวอย่างแต่ละเวลา เพื่อให้ขอบเขตบนของฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าต่ำสุด ภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณเข้าควบคุมและสัญญาณขาออกของกระบวนการ ปัญหาการออกแบบการป้อนกลับสถานะสามารถแปลงเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดเชิงคอนเวกซ์ ในรูปอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น ซึ่งมีระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการหาผลเฉลยอย่างมีประสิทธิภาพ ส่วนที่สองเป็นการออกแบบที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณขาออก โดยประยุกต์ใช้กฎการป้อนกลับสถานะจากการออกแบบคงทนในส่วนแรก ร่วมกับตัวประมาณสถานะ เราสามารถประกันเสถียรภาพของระบบวงปิดภายใต้ความไม่แน่นอนที่มีขอบเขตด้วยการหาผลเฉลยแบบออฟไลน์ของปัญหาอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว วิธีที่นำเสนอนี้ให้ผลลัพธ์ที่มีความอนุรักษ์ลดลง นอกจากนี้ เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมด้วยแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มยังใช้เวลาในการคำนวณออนไลน์น้อยกว่าเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมด้วยแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ สุดท้ายเรานำเสนอตัวอย่างเชิงเลขกับระบบต่าง ๆ รวมทั้งระบบหอกลั่นแยกสารสองชนิด เพื่อแสดงประสิทธิผลของเทคนิคการออกแบบ

สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
ปีการศึกษา 2550

ลายมือชื่อนิสิต ee ๓
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา โสภณภคพงศ์
.....

##4870449521: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: MODEL PREDICTIVE CONTROL / NORM-BOUNDED UNCERTAINTY /
PARAMETER-DEPENDENT LYAPUNOV FUNCTION / INPUT AND OUTPUT CONSTRAINT
/ STATE FEEDBACK / OUTPUT FEEDBACK / OFF-LINE DESIGN / LINEAR MATRIX
INEQUALITIES

VORAPON KUNNEE: IDENTIFICATION AND ROBUST CONSTRAINED MODEL PREDIC-
TIVE CONTROL FOR BINARY DISTILLATION COLUMN. THESIS ADVISOR: ASSOC.
PROF. DAVID BANJERDPONGCHAI, Ph.D., 99 pp.

This thesis presents identification and robust constrained model predictive control for binary distillation column. The identification employs the transient analysis of step response. From time responses of various operating conditions, we develop dynamical models and analyze uncertainty using norm-bounded structure. The model predictive control law applies a parameter-dependent Lyapunov function which corresponds to uncertain parameters. The design approach is divided into two parts. The first part is to design a robust state feedback law that minimizes, at each sampling time, an upper bound of the worst-case objective function, subject to constraints on control inputs and process outputs. The state feedback design problem is cast as convex optimization involving linear matrix inequalities (LMIs) which can be efficiently solved. The second part emphasizes on a robust output feedback scheme that utilizes the feedback law obtained from the first part together with a state estimator. The synthesis approach is to solve off-line LMI problems to guarantee the robust stability of the augmented closed-loop system. In comparison with the design technique that employs a single Lyapunov function, the method proposed in this thesis yields less conservative results. Moreover, comparing with the control technique based on polytopic uncertainty, the proposed technique can reduce on-line computation time. Finally, numerical examples with several systems including a binary distillation column system are presented to illustrate the effectiveness of the control technique.

Department .. Electrical Engineering
Field of study .. Electrical Engineering
Academic year .. 2007

Student's signature .. *ee 15*
Advisor's signature .. *David Banjerdpongchai*

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือของรองศาสตราจารย์ ดร. เดวิด บรรณเจตพงศ์ชัย อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้สละเวลาให้คำสั่งสอน แนะนำและข้อคิดเห็นต่าง ๆ ที่ทำให้นิสิตมีมุมมองและแนวความคิดในการทำวิจัยและวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยจึงใคร่ขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร. แนนบุญ หุนเจริญ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มนต์รี วงศ์ศรี กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้พื้นฐานในวิชาทางระบบควบคุม อันเป็นพื้นฐานในการศึกษาและทำวิทยานิพนธ์นี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์กฤษชัย วิถีพานิช มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ องครักษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาในระดับปริญญาตรี ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้ในวิชาพื้นฐานต่างๆ โดยเฉพาะศาสตร์ของระบบควบคุม อีกทั้งให้คำแนะนำ และส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้มีโอกาสศึกษาต่อในระดับปริญญาโทมาบัดนี้

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่เป็นกำลังใจ ส่งเสริม และความกรุณาในทุนทรัพย์ เพื่อให้ผู้วิจัยได้มีโอกาสศึกษาต่อในระดับปริญญาโทมาบัดนี้ตลอดมา

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ รุ่นพี่ รุ่นน้องในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ให้กำลังใจและคำปรึกษา จนผู้วิจัยได้ทำวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จสมบูรณ์ ขอขอบคุณพี่ทัณฑ์ ประเมษ และศิริพงษ์ สำหรับข้อมูลอันเป็นประโยชน์เกี่ยวกับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดและระบบควบคุมแบบกระจายตัว ขอขอบคุณทูนันทิ โด สำหรับข้อมูล คำแนะนำ และความช่วยเหลือเกี่ยวกับทฤษฎีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ขอขอบคุณพี่ฐาปนา พี่วฤต พี่วุฒินันท์ พี่ธีรเดช ศิริชัย กรกนก ธนาฉมย์ และจิตติชัย สำหรับความช่วยเหลือและคำแนะนำประกอบการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับทรัพยากรต่าง ๆ ในการศึกษา ค้นคว้าและวิจัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 แนวเหตุผล.....	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา.....	2
1.3 วัตถุประสงค์.....	4
1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	4
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน.....	5
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	5
1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์.....	6
2 ทฤษฎีเบื้องต้น.....	7
2.1 แบบจำลองสำหรับระบบที่มีความไม่แน่นอน.....	7
2.1.1 แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทป.....	7
2.1.2 แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม.....	8
2.2 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง.....	9
2.2.1 ฟังก์ชันจุดประสงค์.....	9
2.2.2 เงื่อนไขบังคับ.....	10
2.3 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน.....	11
2.3.1 เสถียรภาพคงทน.....	11
2.3.2 สมรรถนะคงทน.....	11
2.4 ทฤษฎีเลียปูนอฟสำหรับระบบเวลาวิฤต.....	12
2.5 อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น.....	13
2.5.1 บทนิยาม.....	13

2.5.2	การแก้ปัญหาอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น	15
2.6	บทสรุป	16
3	การระบุเอกลักษณ์สำหรับระบบหอกลับนแยกสารสองชนิด.....	17
3.1	ระบบหอกลับนแยกสารสองชนิด	17
3.2	ทฤษฎีการระบุเอกลักษณ์	18
3.2.1	การวิเคราะห์ผลตอบสนองสถานะชั่วครู่.....	21
3.2.2	แบบจำลองพลวัตของหอกลับนแยกสารสองชนิด	22
3.3	การหาผลสัมฤทธิ์สำหรับเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน	26
3.4	การชักตัวอย่างระบบเวลาต่อเนื่อง	31
3.5	การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม	33
3.6	บทสรุป	37
4	การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน.....	38
4.1	การควบคุมป้อนกลับสถานะ	38
4.1.1	เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว	39
4.1.2	เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม	40
4.2	การควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์	42
4.3	การควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก	47
4.4	สรุป	51
5	ตัวอย่างเชิงตัวเลข	53
5.1	ระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม	53
5.2	ระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	58
5.3	ระบบหอกลับนแยกสารสองชนิด	66
5.4	ระบบหอกลับนแยกสารสองชนิดที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์	73
5.4.1	การออกแบบตัวควบคุมที่มีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า	74
5.4.2	การออกแบบตัวควบคุมโดยมีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออก.....	78
5.5	บทสรุป	81
6	บทสรุปและข้อเสนอแนะ.....	88
6.1	บทสรุป	88
6.2	ข้อเสนอแนะ	88
	รายการอ้างอิง	90
	ภาคผนวก	93
	ภาคผนวก ก การสร้างอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น	94

ก.1 การหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ	94
ก.2 การรับประกันเสถียรภาพคงทน	94
ก.3 เงื่อนไขบังคับสัญญาณาเข้า	96
ก.4 เงื่อนไขบังคับสัญญาณาออก	97
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	99



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญญัตราาง

	หน้า
3.1 ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอันดับหนึ่งเมื่อแปรผันอัตราการต้มซ้ำ	23
3.2 ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอันดับหนึ่งเมื่อแปรผันอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ	26
3.3 ความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการปรับเปลี่ยนสัญญาณควบคุม	26
5.1 เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม	55
5.2 เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะสำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุมเมื่อเพิ่มเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก	58
5.3 สรุปดัชนีสมรรถนะที่ได้จากการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	66
5.4 ดัชนีสมรรถนะ γ สอดคล้องกับค่าสถานะที่กำหนดให้ของระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด	69
5.5 เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดของ Wan และ Kothare	73
5.6 เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์	77
5.7 เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด	77
5.8 เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์	81
5.9 เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดเมื่อรวมเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก	86

สารบัญภาพ

หน้า

2.1	โครงสร้างแบบจำลองความไม่แน่นอน (ก) ความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ (ข) ความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม	9
2.2	รูปแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง	10
3.1	ลักษณะทางกายภาพของหอกลับแยกสารสองชนิด ณ ห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุมภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย	19
3.2	หอกลับที่มีโครงสร้างการควบคุมแบบ $L - V$	20
3.3	โครงสร้างระบบควบคุมแบบกระจายตัว	21
3.4	ผลตอบสนองขั้นบันไดของแบบจำลองอันดับหนึ่งที่มีการประวิงเวลา	22
3.5	เปรียบเทียบผลตอบจริงและผลตอบที่ได้จากแบบจำลองเมื่อปรับสัญญาณควบคุม (ก) และ (ข) ปรับสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำจาก 50% เพิ่มขึ้น 10% และ 20% ตามลำดับ (ค) และ (ง) ปรับสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำลดลง 10% และ 20% ตามลำดับ	24
3.6	เปรียบเทียบผลตอบจริงและผลตอบที่ได้จากแบบจำลองเมื่อปรับสัญญาณควบคุม (ก) และ (ข) ปรับสัญญาณป้อนกลับยอดออกจาก 70% เพิ่มขึ้น 10% และ 20% ตามลำดับ (ค) และ (ง) ปรับสัญญาณป้อนกลับยอดลดลง 10% และ 20% ตามลำดับ	25
3.7	เปรียบเทียบขนาดของเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนกับผลตอบสนองที่ได้จากการประมาณพาเตในแบบจำลองปริภูมิสถานะ	30
3.8	ความผิดพลาดของขนาดในการประมาณค่าประวิงเวลา	30
3.9	แผนภาพบล็อกของระบบเวลาต่อเนื่องเชื่อมต่อกับตัวเปลี่ยนสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก และสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล	31
3.10	ผลตอบสนองทางความถี่ของแบบจำลองค่าระบุและแบบจำลองที่เป็นไปได้ทั้งหมด	35
4.1	ผังงานการควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออนไลน์	43
4.2	ผังงานการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์	45
4.3	ผังงานการควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์	46
4.4	การควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์	47
4.5	ผังงานการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์	51
4.6	ผังงานการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์	52
5.1	ระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม	54
5.2	ผลตอบสนองทางเวลาของระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม	56
5.3	การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมของระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม	56

5.4	นอร์มของเมทริกซ์อัตราขยาย F ในโดเมนเวลาของระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม	57
5.5	เวลาคำนวณในแต่ละเทคนิคการควบคุมสำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม	57
5.6	ผลตอบสนองทางเวลาของระบบตำแหน่งเชิงมุมเมื่อพิจารณาเงื่อนไขสัญญาณขาออก	59
5.7	การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมเมื่อพิจารณาเงื่อนไขสัญญาณขาออก	59
5.8	นอร์มของเมทริกซ์อัตราขยาย F ในโดเมนเวลา	60
5.9	เวลาคำนวณของทั้งสามเทคนิค	60
5.10	ดัชนีสมรรถนะเมื่อพิจารณาในส่วนออนไลน์สำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุมและมีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก	61
5.11	ระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	61
5.12	ทรงรีกำหนดด้วย Q_m^{-1} สำหรับสถานะเริ่มต้น 10 สถานะ สำหรับระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	64
5.13	กฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์โดย $(o, \times, +)$ แสดงลำดับของสถานะตามเทคนิคทั้งสามวิธี	65
5.14	ดัชนีสมรรถนะของเทคนิคการออกแบบทั้งสามวิธีเมื่อพิจารณาในส่วนออฟไลน์ สำหรับระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	65
5.15	อุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์ของระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	66
5.16	อัตราการไหลของสารทำความเย็นของระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	67
5.17	ความผิดพลาดการประมาณสถานะในระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	67
5.18	นอร์มของเมทริกซ์อัตราขยาย F ในโดเมนเวลา สำหรับระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ	68
5.19	ส่วนร่วมระหว่าง 10 ทรงรีไฮเพอร์ (นิยามด้วย Q_m^{-1}) ในระนาบ $x_1 - x_3$	70
5.20	นอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ โดย $(+, o)$ แสดงถึงลำดับของสถานะ	71
5.21	ผลตอบสนองวงปิดของระบบหอกลับ	71
5.22	การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม	72
5.23	เกณฑ์การควบคุม F ในโดเมนเวลา	72
5.24	ความผิดพลาดจากการประมาณสถานะ สำหรับระบบหอกลับ	73
5.25	ส่วนร่วมระหว่าง 7 ทรงรีไฮเพอร์ (นิยามด้วย Q_m^{-1}) ในระนาบ $x_1 - x_7$	75
5.26	นอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ โดย $(+, o)$ แสดงถึงลำดับของสถานะที่กำหนดเริ่มต้น	76
5.27	ดัชนีสมรรถนะของเทคนิคการออกแบบทั้งสองวิธีเมื่อพิจารณาในส่วนออฟไลน์ สำหรับระบบหอกลับที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์	76
5.28	ผลตอบสนองของอุณหภูมิสำหรับหอกลับแยกสารสองชนิด	78
5.29	อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม	79

	หน้า
5.30 เกณฑ์การควบคุม F ในโดเมนเวลาสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด	79
5.31 ความผิดพลาดจากการประมาณค่าสถานะ 8 สถานะสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด	80
5.32 ส่วนร่วมระหว่าง 6 ทรงรีไฮเพอร์ (นิยามด้วย \mathbb{Q}_m^{-1}) ในระนาบ $x_1 - x_7$	82
5.33 นอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ โดย $(+, \circ)$ แสดงถึงลำดับของสถานะ	83
5.34 ดัชนีสมรรถนะของเทคนิคการออกแบบทั้งสองวิธีเมื่อพิจารณาในส่วนออฟไลน์ สำหรับระบบหอกลิ้นที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์	83
5.35 ผลตอบสนองของอนุกรมสำหรับหอกลิ้นแยกสารสองชนิดเมื่อรวมเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก	84
5.36 อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม	85
5.37 เกณฑ์การควบคุม F ในโดเมนเวลาสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด	85
5.38 ความผิดพลาดจากการประมาณค่าสถานะ 8 สถานะสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด	87

บทที่ 1

บทนำ

1.1 แนวเหตุผล

การกลั่นเป็นกระบวนการที่สำคัญอย่างหนึ่งในระบบอุตสาหกรรมปิโตรเคมี กระบวนการกลั่นคือการแยกสารผสมออกจากกัน โดยอาศัยความแตกต่างของความสามารถในการกลายเป็นไอของสาร สารที่มีจุดเดือดต่ำกว่าจะมีความเข้มข้นสูงอยู่ในผลิตภัณฑ์ที่ได้ออกมาทางตอนบนของหอกลั่น โดยทั่วไปการควบคุมหอกลั่นมีจุดประสงค์ดังนี้

- แยกสารผสมออกจากกันให้ได้ความเข้มข้นของสารผลิตภัณฑ์ตามที่กำหนด ปัจจัยที่มีผลต่อความเข้มข้นของสารผลิตภัณฑ์ ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงอัตราการป้อนสารและความเข้มข้นของสารที่ป้อนเข้ากลางหอ การเปลี่ยนแปลงของสภาวะแวดล้อมของหอกลั่น ด้วยเหตุนี้คุณภาพของสารผลิตภัณฑ์ที่กลั่นได้อาจไม่เป็นไปตามข้อกำหนด
- ป้องกันและจัดการกับความผิดพลาดซึ่งอาจเกิดขึ้นจากการดำเนินการกลั่น ในการออกแบบตัวควบคุมควรพิจารณาสัญญาณควบคุมขาเข้า หรือสัญญาณขาออกด้วย เพื่อให้อุปกรณ์ต่าง ๆ มีความปลอดภัย และลดปัญหาในการบำรุงรักษาระบบ

การควบคุมหอกลั่นจึงนับได้ว่าเป็นปัญหาที่น่าสนใจและท้าทาย เนื่องจากคุณลักษณะของหอกลั่นที่เป็นระบบหลายสัญญาณขาเข้า-หลายสัญญาณขาออก มีความไม่เป็นเชิงเส้น มีการกระทำระหว่างกันระหว่างคู่ผลตอบ และการรบกวนต่าง ๆ มีผลต่อคุณภาพของผลิตภัณฑ์ อีกทั้งในการประยุกต์ใช้ทฤษฎีระบบควบคุมสมัยใหม่ร่วมกับกระบวนการของหอกลั่นจำเป็นต้องอาศัยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์และสังเคราะห์การควบคุมขั้นสูง เพื่อให้กระบวนการทำงานของหอกลั่นมีความน่าเชื่อถือ และมีประสิทธิภาพสูงสุด

การออกแบบตัวควบคุมขั้นสูงมีความสำคัญต่อวิศวกรรมระบบควบคุมในกระบวนการอุตสาหกรรม วิธีหนึ่งคือ การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง (model predictive control) [1, 2] หรือทราบกันในชื่อของการควบคุมขอบเขตเคลื่อนที่ (moving horizon control: MHC) หรือการควบคุมขอบเขตถดถอย (receding horizon control: RHC) เป็นเทคนิคหนึ่งที่เหมาะสำหรับการออกแบบตัวควบคุมในระบบพลวัตที่มีผลตอบสนองช้า เช่นการควบคุมกระบวนการในอุตสาหกรรมปิโตรเคมี อุตสาหกรรมเยื่อไม้และกระดาษ และในการควบคุมท่อส่งก๊าซ [1, 2, 3, 4] ในทุก ๆ คาบเวลา การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองต้องการผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดแบบออนไลน์ เพื่อคำนวณหาสัญญาณขาเข้าควบคุมเหมาะสมสุดบนเวลาที่เจาะจงในอนาคต หลักการนี้เป็นที่รู้จักกันในชื่อ ขอบเขตเวลา (time horizon) แม้ว่า ณ เวลาการชักตัวอย่างครั้งถัดไป ปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดมีรูปแบบใหม่และมีผลเฉลยซึ่งขึ้นอยู่กับ

การวัดสัญญาณใหม่ แต่เกณฑ์การควบคุมที่ได้จากการออกแบบตามปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดจะถูกเลือกใช้ ณ เวลาการซักตัวอย่างนั้น โดยการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบออนไลน์สามารถลดรูปทั่วไปให้เป็นปัญหาของโปรแกรมเชิงเส้น (linear programming) หรือโปรแกรมกำลังสอง (quadratic programming) ก็ได้

เมื่อนำการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองมาประยุกต์กับระบบ มีความเป็นไปได้ที่จะนำเงื่อนไขบังคับของอสมการบนตัวแปรดำเนินการ (manipulated variables) และตัวแปรกระบวนการ (process variables) มาพิจารณาร่วมกับการควบคุมชนิดนี้ หัวข้อถัดไปจะนำเสนอความเป็นมาของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง รวมถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง กำเนิดจากแนวคิดที่นำแบบจำลองที่ชัดเจนของกระบวนการในการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้การทำนายคุณสมบัติของสัญญาณขาออกในอนาคต [4] การทำนายอาจกระทำได้จาก การหาผลเฉลยในปัญหาการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดออนไลน์ และมีการติดตามความผิดพลาดของความแตกต่างระหว่างสัญญาณขาออกที่ถูกทำนาย กับสัญญาณอ้างอิงที่ได้จากการออกแบบ และหาค่าต่ำสุดสัญญาณควบคุมบนขอบเขตในอนาคต ค่าที่เป็นไปได้จะต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับบนสัญญาณขาเข้าและเงื่อนไขบังคับของสัญญาณขาออก อย่างไรก็ตาม แบบจำลองที่ใช้ในการทำนายจำเป็นต้องสอดคล้องกับกระบวนการจริง ในทางปฏิบัติต้องประกอบจากภายนอกกระบวนการและการรบกวนต่าง ๆ รวมถึงความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบ ส่งผลทำให้คุณลักษณะของกระบวนการเปลี่ยนแปลงและมีความไม่แน่นอนเกิดขึ้น ระบบควบคุมที่ให้สมรรถนะเหมาะสมที่สุดสำหรับแบบจำลองเจาะจง เมื่อนำไปประยุกต์กับระบบจริงอาจทำให้ได้ผลตอบที่เร็วได้ [5] จึงมีการเพิ่มเติมการวิเคราะห์ความคงทนในการควบคุมชนิดนี้ การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนเป็นการควบคุมชนิดหนึ่งที่มีการศึกษาอย่างกว้างขวาง [2, 4] โดยมีจุดประสงค์เพื่อทำให้ระบบมีความคงทนต่อสภาวะความไม่แน่นอน กลยุทธ์การควบคุมสำหรับขอบเขตสัญญาณขาเข้าจำกัดคือใช้ลำดับของสัญญาณขาเข้าเหมาะสมที่สุดก่อนหน้าเวลา k เช่นเดียวกับลำดับของสัญญาณขาเข้าที่เป็นไปได้ในเวลา $k+1$ และพยายามบังคับให้ฟังก์ชันต้นทุนที่เป็นไปได้ (feasible cost function) ณ เวลา $k+1$ ให้น้อยกว่าค่าต้นทุนเหมาะสมที่สุดในเวลา k ซึ่งหลักการนี้นำเสนอด้วยแบบจำลองความไม่แน่นอนโดย Zheng [6] ในกรณีนี้ที่พิจารณาขอบเขตสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออกอนันต์ เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์เราประยุกต์กฎการควบคุมป้อนกลับสถานะให้เป็นปัญหาเชิงมิติจำกัด [3] ณ เวลาการซักตัวอย่าง ขอบเขตบนเหมาะสมสุดบนฟังก์ชันต้นทุนสมรรถนะกรณีเร็วสุดในขอบเขตอนันต์ได้จากการบังคับฟังก์ชันกำลังสองของสถานะให้ลดลงในแต่ละเวลาเชิงทำนาย ถ้าการคำนวณกฎการควบคุมป้อนกลับเหมาะสมสุดนำมาประยุกต์ใช้ในเวลา $k+1$ แล้วขอบเขตบนที่เป็นไปได้ ณ เวลา $k+1$ จะต้องมีค่าน้อยกว่าขอบเขตบนเหมาะสมสุด ณ เวลา k แบบแผนนี้ขยายไปสู่ระบบแปรเปลี่ยนตามเวลา โดยแบบจำลองปัจจุบันทราบค่าแน่นอน แต่มีความไม่แน่นอนในแบบจำลองอนาคต

โดยส่วนใหญ่งานวิจัยในอดีตที่ผ่านมาแนะนำเสนอการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนในระบบที่มีความไม่แน่นอน [3, 6] เช่น งานของ Zheng และ Morari [5] นำเสนอการวิเคราะห์การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่

มีความไม่แน่นอนโดยทำการปรับปรุงปัญหาการหาค่าต่ำสุดที่มีเงื่อนไขบังคับแบบออนไลน์ให้เป็นปัญหาต่ำสุด-สูงสุด (min-max problem) ปัญหานี้เป็นการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ในกรณีเลวสุด พิจารณาในระบบสัญญาณขาเข้าเดี่ยวและสัญญาณขาออกเดี่ยวด้วยผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัด และให้ขอบเขตความไม่แน่นอนบนสัมประสิทธิ์ของผลตอบสนองอิมพัลส์ อย่างไรก็ตาม เทคนิคการคำนวณอย่างง่ายสำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนที่เหมาะสมสำหรับนำไปประยุกต์ใช้จริง (implement) แบบออนไลน์ โดยรวมเอาแบบแผนความไม่แน่นอนหลายรูปแบบนั้นมีความต้องการและจำเป็นยิ่ง [3]

งานวิจัยนำเสนอ การประยุกต์สังเคราะห์การควบคุมจากงานของ Kothare และคณะ [3] โดยเฉพาะอย่างยิ่งเทคนิคการควบคุมกระบวนการที่มีความไม่แน่นอนตามหลักการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองด้วยการหาค่าเหมาะสมที่สุดอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (linear matrix inequalities: LMIs) [7] จะเห็นว่าเทคนิคนี้เป็นพัฒนาการของการควบคุมซึ่งมีจุดเด่นอยู่ 2 ประการ ประการแรก ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดภายใต้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นสามารถคำนวณในเวลาพหุนาม (polynomial time) ป้อยครั้งมีความต้องการเปรียบเทียบเวลาในการวิเคราะห์ผลเฉลยสำหรับปัญหาค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุดภายใต้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้จริงแบบออนไลน์ได้ ประการที่สองคือเราสามารถสร้างแบบแผนการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองในแต่ละเวลา ด้วยปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดภายใต้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นร่วมกับเงื่อนไขของสัญญาณขาเข้าดำเนินการและสัญญาณขาออก และรายละเอียดของความไม่แน่นอนในกระบวนการ อีกทั้งยังรับประกันคุณสมบัติความคงทนแน่นอนด้วย Kothare และคณะ [3] ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว (single Lyapunov function: SLF) ในการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนสำหรับการออกแบบตัวควบคุมชนิดนี้ ซึ่งให้ผลลัพธ์ที่มีความอนุรักษ์ [8, 9, 10] ต่อมา Cuzzola และคณะ [8] นำเสนอฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม (parameter-dependent Lyapunov function: PDLF) เพื่อปรับปรุงให้ค่าขอบเขตบนกรณีเลวสุดมีความอนุรักษ์ (conservatism) น้อยกว่าการวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว และพัฒนาเพิ่มเติมในส่วนของเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออกให้มีความสอดคล้องกับฟังก์ชันเลียปูนอฟใหม่ด้วย มีข้อสังเกตว่าแบบจำลองที่ใช้พิจารณามีรูปแบบเป็นความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ และวิเคราะห์เสถียรภาพสำหรับระบบเชิงเส้นไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (linear-time invariant: LTI) เท่านั้น ในเวลาถัดมา Mao [11] ได้ปรับปรุงงานของ Cuzzola และคณะ โดยนำเสนอทฤษฎีใหม่ เพื่อให้ระบบเชิงเส้นที่แปรเปลี่ยนตามเวลา (linear-time varying: LTV) สามารถออกแบบได้ด้วยการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม อย่างไรก็ตามแบบจำลองของความไม่แน่นอนยังคงมีรูปแบบเป็นความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพเท่านั้น

ในการออกแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ปัจจัยอีกประการหนึ่งซึ่งมีความสำคัญต่อการพิจารณาออกแบบคือ เวลาการคำนวณ (computational time) Cassavola และคณะ [12] รวมทั้ง Lee และ Park [9] ได้กล่าวว่า ปัญหาการออกแบบสำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ จะใช้เวลาการคำนวณมาก และจำนวนของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นจะเพิ่มขึ้นแบบเอกซ์โพเนนเชียลตามจำนวนแบบจำลองความไม่แน่นอน หรือจุดยอดของพอลิโทพ ดังนั้นจึงมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม Lee และ Park [9] นำเสนอการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองสำหรับแบบจำลอง

ความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม โดยใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม อย่างไรก็ตาม ในงานของ Lee และ Park [9] แบบจำลองความไม่แน่นอนที่พิจารณาไม่ปรากฏความไม่แน่นอนในเทอมของเมทริกซ์ขาเข้า (input matrix: B) จากประเด็นดังกล่าว ในงานวิจัยนี้เราพิจารณาแบบจำลองที่รวมความไม่แน่นอนเมทริกซ์ขาเข้า โดยประยุกต์หลักการของ Kothare และคณะ [3], de Oliveira และคณะ [13] Mao [11] รวมทั้ง Feng และคณะ [10] เข้าด้วยกัน ให้เป็นปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดภายใต้ต่อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น สำหรับการออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนของแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม โดยใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และแก้ปัญหาด้วยโปรแกรมกึ่งจำกัดเขต (semi-definite program: SDP) พร้อมทั้งยกตัวอย่างเชิงตัวเลขในระบบต่าง ๆ รวมถึงระบบหอกลับแยกสารสองชนิดประกอบ

1.3 วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างแบบจำลองเชิงเส้นสำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิด ด้วยทฤษฎีการระบุเอกลักษณ์กระบวนการอย่างง่าย และวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองด้วยโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม
2. ปรับปรุงเทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ด้วยการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม เงื่อนไขสัญญาณขาเข้าและเงื่อนไขสัญญาณขาออก สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม เพื่อให้ขอบเขตบนในกรณีเลวสุดมีความอนุรักษ์ลดลง พร้อมทั้งยกตัวอย่างระบบต่าง ๆ ประกอบ
3. เพื่อประยุกต์เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ประกอบด้วยเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออก ร่วมกับแบบจำลองที่รวมความไม่แน่นอนของกระบวนการหอกลับแยกสารสองชนิด ด้วยการควบคุมสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. ระบุเอกลักษณ์ของกระบวนการหอกลับแยกสารสองชนิด ด้วยการวิเคราะห์ผลตอบสนองของขั้นบันไดแบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองเชิงเส้น ได้จากการปรับเปลี่ยนสัญญาณควบคุมเล็กน้อยรอบจุดทำงาน พร้อมทั้งวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองด้วยโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม
2. ออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนสำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอน ด้วยการควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์และออฟไลน์ รวมถึงการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว
3. พัฒนาเทคนิคการควบคุมในข้อ 2 ให้มีประสิทธิภาพและสมรรถนะที่ดียิ่งขึ้น โดยการวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการปรับปรุง ด้วยตัวอย่างระบบชนิดต่าง ๆ

4. ประยุกต์เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ร่วมกับระบบจำลองของ หอกลิ้นแยกสารสองชนิด

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1. ศึกษาและเรียนรู้ลักษณะทางกายภาพของระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด และระบบการควบคุมแบบ กระจายตัวในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม
2. ระบุเอกลักษณ์ของกระบวนการหอกลิ้นแยกสารสองชนิด จากนั้นวิเคราะห์และสร้างแบบจำลองเชิง เส้นที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม
3. ศึกษาและค้นคว้าหาความที่เกี่ยวกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนสำหรับ แบบจำลองที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม โดยในการออกแบบกำหนดให้เป็นปัญหา การหาค่าเหมาะสมเชิงคอนเวกซ์ในรูปอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น
4. เขียนโปรแกรมการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้โปรแกรม MATLAB/SIMULINK และนำเครื่องมือ YALMIP (YALMIP toolbox) [14] ด้วยโปรแกรมกึ่งจำกัดเขตมาใช้แก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสม
5. จากข้อ 3 ปรับปรุงเทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน โดยการ วิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม จากนั้นยกตัวอย่างประกอบและเปรียบเทียบ
6. ศึกษาและจำลองระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดจาก [15] ด้วยโปรแกรม MATLAB /SIMULINK ระบุ เอกลักษณ์และออกแบบตัวควบคุมเช่นเดียวกับขั้นตอนตามข้อ 2 เพื่อเป็นแนวทางในการประยุกต์ ออกแบบกับกระบวนการจริงต่อไป

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. การระบุเอกลักษณ์ด้วยวิธีวิเคราะห์ผลตอบสนองขั้นบันไดเป็นวิธีการระบุเอกลักษณ์อย่างง่าย สามารถ นำมาพิจารณาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับกระบวนการทางอุตสาหกรรมจริงได้ อีกทั้ง การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองด้วยโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ทำให้ แบบจำลองที่ได้ครอบคลุมแบบจำลองที่เป็นไปได้ทั้งหมด รวมถึงความไม่แน่นอนซึ่งเกิดจากการรบกวนที่เกิดจากองค์ประกอบอื่น ๆ ภายนอกกระบวนการ
2. เข้าใจหลักการ และสามารถออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนร่วม กับแบบจำลองที่มีความแน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม รวมถึงประยุกต์เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบ จำลองร่วมกับกระบวนการหอกลิ้นแยกสารสองชนิด
3. เมื่อนำเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าดำเนินการ และเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกมาพิจารณาร่วม กับการออกแบบตัวควบคุมในกระบวนการจริง สามารถทำให้อุปกรณ์ควบคุมและอุปกรณ์ตรวจวัดใน ระบบมีความปลอดภัยและลดความสูญเสียที่อาจเกิดขึ้นจากการดำเนินการได้

1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์

ในบทถัดไปเราจะกล่าวถึงทฤษฎีเบื้องต้นที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ โดยจะอธิบายโครงสร้างของแบบจำลอง ความไม่แน่นอน กลยุทธ์ในเทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน และทฤษฎีของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นพอสังเซป จากนั้นจะเข้าสู่การบรรยาย ถึงลักษณะทางกายภาพของหอกลิ้นแยกสารสองชนิด ทฤษฎีการระบุเอกลักษณ์ การหาผลสัมฤทธิ์ (realization) และการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม พร้อมทั้งแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์กระบวนการหอกลิ้นแยกสารสองชนิด เมื่อเสร็จสิ้นในส่วนนี้ เราจะนำเสนอวิธีออกแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขคงทน ด้วยการควบคุมป้อนกลับสถานะและการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก ทั้งในส่วนของกรณีวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว และฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม หลังจากนั้น เราจะนำเสนอตัวอย่างเชิงเลขกับระบบต่าง ๆ และเปรียบเทียบผลลัพธ์พร้อมสรุป ถัดไปจะนำเสนอผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองกับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด เพื่อเป็นแนวทางในการประยุกต์กับระบบจริงในโอกาสต่อไป ลำดับสุดท้ายเป็นบทสรุปในงานวิจัยนี้และข้อเสนอแนะ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีเบื้องต้น

ในบทนี้ เรากล่าวถึงหลักการและทฤษฎีเบื้องต้น เนื้อหาดังกล่าวเป็นพื้นฐานสำคัญ และช่วยให้เข้าใจเนื้อหาของงานวิจัยนี้ หัวข้อแรกแสดงประเภทของแบบจำลองความไม่แน่นอน หัวข้อที่ 2.2 จะกล่าวถึงกลยุทธ์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง จากนั้นในหัวข้อที่ 2.3 จะอธิบายถึงการประยุกต์ทฤษฎีความคงทนร่วมกับเทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง เมื่อเข้าใจถึงทฤษฎีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง หัวข้อที่ 2.4 จะกล่าวถึงทฤษฎีเสถียรภาพพคงทนสำหรับระบบเวลาวิฤตด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟ และอธิบายทฤษฎีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นเป็นหัวข้อสุดท้าย

2.1 แบบจำลองสำหรับระบบที่มีความไม่แน่นอน

ในการควบคุมพคงทน เราสามารถจำแนกประเภทของแบบจำลองที่มีความไม่แน่นอน ออกเป็นสองแบบด้วยกันคือแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ (polytopic uncertain model) และแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม (norm-bounded uncertain model) แบบจำลองเหล่านี้เกิดขึ้นจากความแตกต่างของขั้นตอนการสร้างแบบจำลองและการระบุเอกลักษณ์ [3]

2.1.1 แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ

พิจารณาแบบจำลองแบบเชิงเส้นแปรเปลี่ยนตามเวลาในระบบเวลาวิฤตดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k), \\ y(k) &= Cx(k),\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\begin{bmatrix} A(k) & B(k) \end{bmatrix} \in \Omega$$

$x(k) \in \mathbb{R}^n$ คือตัวแปรสถานะ, $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ คือสัญญาณควบคุมขาเข้า, $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ คือสัญญาณขาออก, Ω คือเซตของความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ กำหนดด้วย

$$\Omega = \text{Co} \left\{ \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} A_L & B_L \end{bmatrix} \right\}\tag{2.2}$$

Co แสดงถึงการแผ่เชิงคอนเวกซ์ (convex hull) ดังรูปที่ 2.1(ก) ในกรณีที่ $\begin{bmatrix} A(k) & B(k) \end{bmatrix} \in \Omega$ แล้วผลรวมของจำนวนบวก $\lambda_1(k), \lambda_2(k), \dots, \lambda_L(k)$ มีค่าเท่ากับ 1 แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} A(k) & B(k) \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^L \lambda_j(k) \begin{bmatrix} A_j & B_j \end{bmatrix}$$

เมื่อ $L = 1$ แบบจำลองสอดคล้องกับกรณีที่พารามิเตอร์ของระบบเชิงเส้นเวลาเป็นยง (linear time-invariant system) ตัวอย่างของแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ อาทิเช่น ในกรณีที่พิจารณา ระบบแบบไม่เชิงเส้น เราสามารถหาแบบจำลองด้วยการระบุเอกลักษณ์โดยปรับเปลี่ยนสัญญาณขาเข้าเล็กน้อย ณ จุดทำงานต่าง ๆ ผลลัพธ์ที่ได้เป็นแบบจำลองแบบเชิงเส้นหลายจุดทำงานครอบคลุมความไม่แน่นอนเชิงเส้นในช่วงดำเนินการทั้งหมด เราสามารถประยุกต์แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ (2.1)-(2.2) ร่วมกับตัวอย่างข้างต้น โดยจุดยอดของพอลิโทพได้จากแบบจำลองเชิงเส้นที่จุดทำงานต่าง ๆ จะเห็นว่าเราสามารถวิเคราะห์ความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพร่วมกับระบบจริงได้

2.1.2 แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม

แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม หรือแบบจำลองความไม่แน่นอนป้อนกลับแบบมีโครงสร้าง (structured feedback uncertainty) เป็นแบบจำลองเชิงเส้นเวลาเป็นยงที่มีความไม่แน่นอน หรือการรบกวน (perturbation) ปรากฏในวงป้อนกลับ แสดงดังรูปที่ 2.1(ข) และสามารถเขียนแบบจำลองในรูปของสมการปริภูมิสถานะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + B_p p(k) \\ q(k) &= C_q x(k) + D_{qu} u(k) + D_{qp} p(k) \\ y(k) &= C_y x(k) + D_y u(k) + D_{yp} p(k) \\ p(k) &= \Delta q(k) \end{aligned} \quad (2.3)$$

โดยที่ Δ คือเมทริกซ์บล็อกทแยงมุม ดังสมการ

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_1 & & & \\ & \delta_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

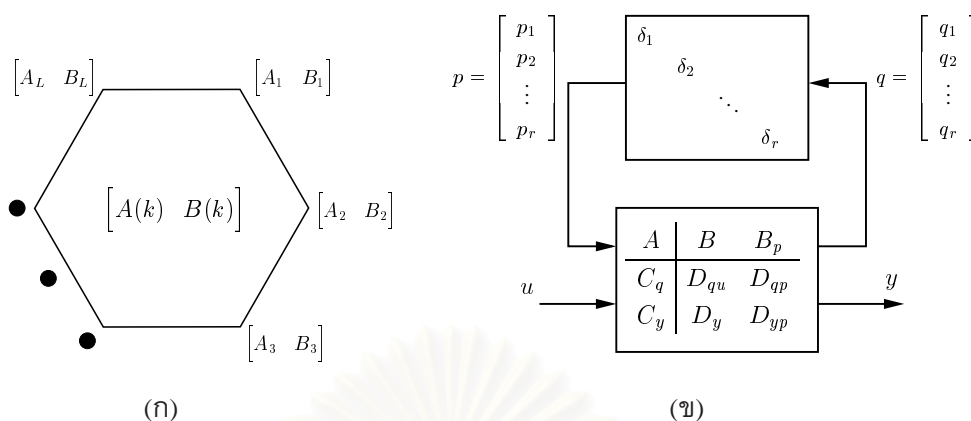
$\delta_i : \mathbb{R}^{n_i} \rightarrow \mathbb{R}^{n_i}$, $\|\delta_i(k)\|_2 \equiv \bar{\sigma}(\delta_i(k)) \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, r$, $k \geq 0$ แปรเปลี่ยนตามเวลาและไม่มี ความจำ (memoryless) Δ เป็นตัวดำเนินการสังวัตนาการ (convolution operator) สำหรับระบบพลวัตเวลาเป็นยงที่มีเสถียรภาพ ด้วยนอร์ม \mathcal{L}_2 ตัดปลาย (truncated \mathcal{L}_2 -norm) น้อยกว่า 1 ดังนี้

$$\sum_{j=0}^k p_i(j)^T p_i(j) \leq \sum_{j=0}^k q_i(j)^T q_i(j), \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad \forall k \geq 0$$

กำหนด δ_i แต่ละตัวเป็นบล็อกสเกลาร์ซ้ำ (repeated scalar block) หรือบล็อกเต็ม (full block) โดยอธิบายถึงองค์ประกอบของแบบจำลอง เช่น ความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ พลวัตหรือพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า แบบจำลองที่ถูกละเลย เป็นต้น

ในกรณีของระบบเชิงเส้นแปรเปลี่ยนตามเวลา ระบบที่มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มตามสมการ (2.3) สอดคล้องกับระบบที่มีความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพตามสมการ (2.1) ด้วยความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} A + B_p \Delta C_q & B + B_p \Delta D_{qu} \end{bmatrix} \right\} \quad (2.5)$$



รูปที่ 2.1: โครงสร้างแบบจำลองความไม่แน่นอน (ก) ความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ (ข) ความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม

ถ้า $\Delta(k) \equiv 0$, $p(k) \equiv 0$, $k \geq 0$ แล้วสมการจะสอดคล้องกับระบบเชิงเส้นเวลายืนยงที่ระบุ (nominal LTI system)

2.2 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองมีรูปแบบปัญหาคล้ายกับการหาผลเฉลยซ้ำในปัญหาการควบคุมเหมาะสมที่สุดวงเปิด ภายใต้เงื่อนไขพลวัตของระบบและเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออก รูปที่ 2.2 แสดงให้เห็นถึงแนวคิดเบื้องต้นในแนวทางการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ที่ขึ้นอยู่กับการวัด ณ เวลา k ตัวควบคุมจะทำนายพฤติกรรมพลวัตของระบบบนแนวราบเชิงทำนาย (prediction horizon: N_p) ในอนาคต และวางแผนทางของสัญญาณขาเข้าดำเนินการบนแนวราบการควบคุม (control horizon: N_m) ซึ่งจะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับแนวราบเชิงทำนาย N_p นั่นคือ การคำนวณหาค่าต่ำสุดของจุดประสงค์สมรรถนะวงเปิด ถ้าในระบบไม่ปรากฏสัญญาณรบกวน แบบจำลองของกระบวนการสอดคล้องกับระบบจริง และปัญหาที่เหมาะสมที่สุดสามารถหาผลเฉลยบนแนวราบอนันต์ (infinite horizon) ได้ แล้วสัญญาณขาเข้าที่คำนวณ ณ เวลา $k = 0$ สามารถประยุกต์กับระบบ ณ เวลา $k \geq 0$ ได้ ในทางปฏิบัติ ผลจากการรบกวนแบบจำลองของกระบวนการที่ไม่สอดคล้องกับระบบจริง และแนวราบการทำนายจำกัด ส่งผลให้พฤติกรรมของระบบจริงแตกต่างจากการทำนายในอดีต การควบคุมชนิดนี้ประยุกต์การป้อนกลับร่วมกับเทคนิคการควบคุมทำให้เกิดสัญญาณขาเข้าวงเปิดเหมาะสมที่สุดจนถึงเวลาการชั้ตัวอย่างครั้งถัดไปเท่านั้น จากนั้นจะใช้สมการสถานะของระบบใหม่ ณ เวลา $k + 1$ และทำซ้ำขั้นตอนการทำนายและการหาค่าเหมาะสมที่สุด โดยการควบคุมและแนวราบเชิงทำนายจะเลื่อนไปข้างหน้าจนกระทั่งสิ้นสุดกระบวนการ

2.2.1 ฟังก์ชันจุดประสงค์

งานวิจัยนี้สนใจในกรณีการควบคุมเชิงอนันต์ (infinite control) และแนวราบเชิงทำนายอนันต์ นั่นคือ $N_u = N_p = \infty$ เป็นที่ทราบกันดีว่า แนวคิดเชิงอนันต์รับประกันเสถียรภาพระบุของระบบวงเปิด โดยจุดประสงค์ของการควบคุมคือการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต้นทุนกำลังสองเชิงเส้นในแนวราบอนันต์ (infinite horizon

linear quadratic cost function) แสดงดังนี้

$$J_\infty(k) = \sum_{i=0}^{\infty} [x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)] \quad (2.6)$$

เมื่อ $x(k+i|k)$ แสดงถึงสถานะ ณ เวลา $k+i$ ได้จากการทำนายภายใต้การวัด ณ เวลา k และ $u(k+i|k)$ แสดงถึงสัญญาณขาเข้าควบคุม ณ เวลา $k+i$ ได้จากการคำนวณด้วยการหาค่าต่ำสุดของสมการ (2.6) ณ เวลา k โดยที่เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก Q และ R เป็นเมทริกซ์สมมาตรและบวกแน่นอน

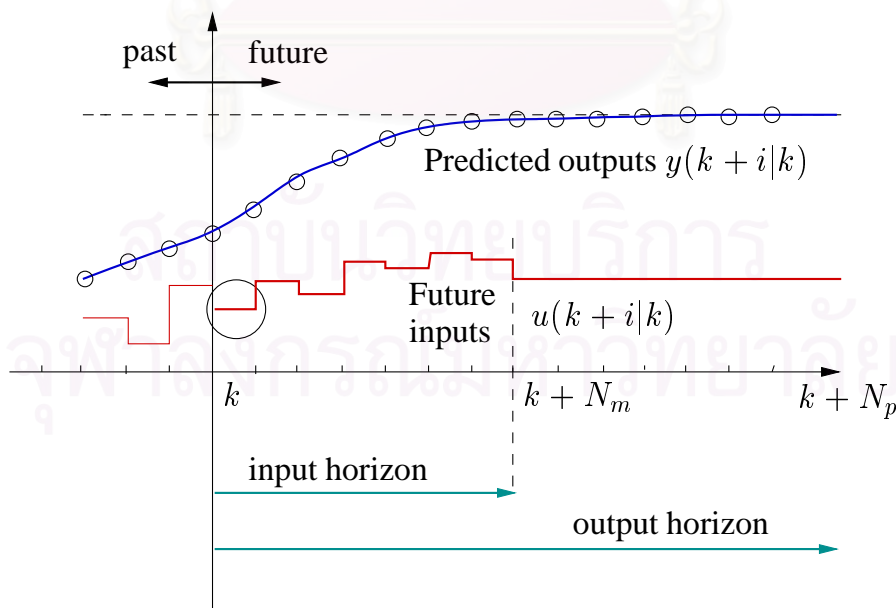
2.2.2 เงื่อนไขบังคับ

ในทางปฏิบัติ ระบบควบคุมจำนวนมากอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับ เนื่องจากขีดจำกัดทางกายภาพของกระบวนการ เช่น การอิมพัลส์ของวาล์ว และเงื่อนไขการดำเนินการด้วยขีดจำกัดทางด้านความปลอดภัย สิ่งเหล่านี้ทำให้มีข้อจำกัดในสัญญาณขาเข้าควบคุมและสัญญาณขาออกของกระบวนการ [2, 3, 4] เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกโดยปกติสามารถผ่อนคลายเป็น (relax) หรือละเลยได้ แต่เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าจะต้องพิจารณาขอบเขตแน่นอน (hard boundary) เสมอและไม่สามารถฝ่าฝืนได้ ความสามารถในการจัดการเงื่อนไขบังคับ เป็นจุดเด่นของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองสำหรับกระบวนการทางอุตสาหกรรม

พิจารณาขอบเขตจุดยอดในแต่ละองค์ประกอบ (componentwise peak bound) ของสัญญาณขาเข้า $u(k+i|k)$ และนอร์มแบบยุคลิดที่มีขอบเขตบนสัญญาณขาออก $y(k+i|k)$ ดังต่อไปนี้

$$|u_q(k+i|k)| \leq u_{q,\max}, \quad q = 1, \dots, n_u, \quad \forall k \geq 0, i \geq 0 \quad (2.7)$$

$$\|y(k+i|k)\|_2 \leq y_{\max}, \quad \forall k \geq 0, i \geq 1 \quad (2.8)$$



รูปที่ 2.2: รูปแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

u และ y เป็นเวกเตอร์ที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ n_u และ n_y ตามลำดับ โดยที่ $y(k+i|k)$ แสดงถึงสัญญาณขาออก ณ เวลา $k+i$ ที่ถูกทำนายด้วยสถานะของระบบที่เวลา k เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกมีการกำหนดโดยแท็บอนแนวราบอนาคต (future horizon) นั่นคือ $i \geq 1$ และไม่ใช่ที่เวลาปัจจุบัน $i = 0$ เพราะสัญญาณขาออกปัจจุบันไม่สามารถกำหนดด้วยการควบคุมในปัจจุบันหรืออนาคตได้ ด้วยเหตุนี้การกำหนดเงื่อนไขบังคับใด ๆ บน y ที่เวลาปัจจุบันจึงไม่มีความหมาย

2.3 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน

เมื่อกล่าวถึงระบบควบคุมที่มีความคงทน เราหมายถึงระบบควบคุมที่มีเสถียรภาพ และสอดคล้องกับข้อกำหนดสมรรถนะในขอบเขตความไม่แน่นอนในแบบจำลอง เพื่อให้มีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น อาจกล่าวได้ว่าประพจน์ใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความคงทน (robustness) ในขั้นตอนวิธีการควบคุมเฉพาะ จะต้องอ้างอิงถึงขอบเขตความไม่แน่นอนที่กำหนดไว้เช่นเดียวกับเสถียรภาพและเกณฑ์สมรรถนะ แม้ว่าจะมีการพัฒนาทฤษฎีมากมายสำหรับการควบคุมคงทนของระบบเชิงเส้น แต่ยังมีส่วนน้อยที่กล่าวถึงการควบคุมคงทนที่มีเงื่อนไขบังคับประกอบ [2, 3]

2.3.1 เสถียรภาพคงทน

ในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง สามารถแบ่งการออกแบบเสถียรภาพคงทนออกเป็นสองขั้นตอน [3] ขั้นตอนแรกคือการกำหนดจุดประสงค์สมรรถนะ และพิจารณาองค์ประกอบของความไม่แน่นอน ด้วยการคำนวณการควบคุมเหมาะสมที่สุดเพื่อนำไปสู่เสถียรภาพคงทน จากนั้น ขั้นตอนที่สองเป็นการออกแบบเงื่อนไขบังคับคงทน ซึ่งจะต้องรับประกันว่าสัญญาณที่พิจารณาในเงื่อนไขบังคับ จะต้องอยู่ในขอบเขตที่กำหนดสำหรับทุก ๆ พฤติกรรมของความไม่แน่นอนในระบบทั้งหมด

2.3.2 สมรรถนะคงทน

จากการค้นคว้าทฤษฎีการควบคุมคงทนโดยส่วนใหญ่แล้ว จะกำหนดสมรรถนะคงทนด้วยสมรรถนะเลวสุดในขอบเขตความไม่แน่นอนที่กำหนด มีความพยายามอย่างมากในการสังเคราะห์การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทน แต่ส่วนใหญ่จะพบกับความผิดพลาดในเทอมของตำแหน่งเสถียรภาพคงทน หรือการประยุกต์จริงแบบออนไลน์ [3] สำหรับรายละเอียดในส่วนนี้ขอให้ศึกษาเพิ่มเติมใน [4, 16]

ในงานวิจัยนี้ นักวิชาการควบคุมป้อนกลับสถานะมาคำนวณหาค่าต่ำสุดขอบเขตบนสมรรถนะคงทนด้วยการใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟในการรับประกันเสถียรภาพคงทน สำหรับรายละเอียดของความไม่แน่นอนโดยทั่วไปแล้ว ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดสามารถแสดงในเซตภายใต้สมการเมทริกซ์เชิงเส้น ซึ่งเป็นเทคนิคการหาผลเฉลยที่มีประสิทธิภาพ โดยแนวคิดส่วนใหญ่อ้างอิงจากงานของ Kothare และคณะ [3]

2.4 ทฤษฎีเลียปูนอฟสำหรับระบบเวลาวิฤต

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีเสถียรภาพเลียปูนอฟสำหรับระบบเวลาวิฤต การพิจารณาเสถียรภาพจะใช้ผลต่างข้างหน้า (forward difference) ดังแสดง

$$\Delta V(x(k)) = V(x(k+1)) - V(x(k))$$

ทฤษฎีต่อไปนี้จะให้เงื่อนไขจำเป็นสำหรับระบบเวลาวิฤตที่มีเสถียรภาพ

ทฤษฎีบท 2.1 เสถียรภาพในระบบเวลาวิฤต

พิจารณาระบบเวลาวิฤตดังต่อไปนี้

$$x(k+1) = f(x(k))$$

เมื่อ $x \in \mathbb{R}^n$ และ $f(x) \in \mathbb{R}^n$ มีคุณสมบัติ $f(0) = 0$ สมมติให้ฟังก์ชันสเกลาร์ $V(x)$ ต่อเนื่องในสถานะ x ดังนั้น

$$\begin{aligned} V(x) &> 0, & \forall x \neq 0 \\ \Delta V(x) &< 0, & \forall x \neq 0 \\ V(0) &= 0 \end{aligned}$$

แล้วสถานะสมดุล $x = 0$ มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ (asymptotically stable) เมื่อ $V(x)$ คือฟังก์ชันเลียปูนอฟ

สำหรับความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทปตามสมการ (2.1) และ (2.2) และความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มตามสมการ (2.3) และ (2.4) แนวทางโดยทั่วไปคือตรวจสอบการมีอยู่ของฟังก์ชันเลียปูนอฟ ซึ่งไม่ขึ้นกับสถานะของระบบเพียงอย่างเดียว แต่ขึ้นอยู่กับตัวแปรเสริมของความไม่แน่นอนด้วย ฟังก์ชันดังกล่าวนี้เรียกว่า ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม (parameter-dependent Lyapunov function: PDLF) ในงานวิจัยนี้ เราสนใจในระบบความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มเป็นหลัก ซึ่งสามารถแสดงนิยามของ "เสถียรภาพคงทน" ได้ดังนี้

นิยาม 2.1 เสถียรภาพคงทนในระบบเวลาวิฤต

ระบบเวลาวิฤตที่มีความไม่แน่นอนตามสมการ (2.3) กล่าวได้ว่ามีเสถียรภาพถ้าฟังก์ชันเลียปูนอฟดังต่อไปนี้

$$V(k+i) \triangleq x(k+i|k)^T P(\Delta(k+i)) x(k+i|k), \quad \forall k, \forall i \geq 0, \quad (2.9)$$

$$P(\Delta(k+i)) \triangleq \sum_{j=1}^r \lambda_j(k+i) P_j, \quad i \geq 0$$

เมื่อ $P(\Delta(k+i)) = P(\Delta(k+i))^T > 0$ ซึ่งทำให้ $\Delta V(k) < 0$ เป็นจริงสำหรับค่าสถานะ $x(k) \in \mathbb{R}^n$ ที่สอดคล้องกับสมการ (2.3) และตัวแปรเสริมความไม่แน่นอนที่เป็นไปได้ $\delta_j(k)$, $j = 1, 2, \dots, r$ มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ทำนองเดียวกัน ระบบเวลาวิฤตที่มีความไม่แน่นอนตามสมการ (2.3) กล่าวได้ว่ามีเสถียรภาพคงทน ถ้ากฎการควบคุมย้อนกลับสถานะ $u(k) = Fx(k)$ มีจริง นั่นคือผลลัพธ์ของระบบวงปิดมีเสถียรภาพคงทนสำหรับตัวแปรเสริมความไม่แน่นอนที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ในความเป็นจริง ไม่มีรูปทั่วไปสำหรับการกำหนด $P(\cdot)$ เป็นฟังก์ชันของความไม่แน่นอน $\delta(k)$ แนวทางปฏิบัตินี้สามารถกระทำได้โดยพิจารณาเมทริกซ์เลียปูนอฟเดี่ยว $P(\cdot) = P$ เพื่อให้สมการ 2.9 สอดคล้อง ผลเฉลยที่ได้จากวิธีกำลังสองคือเสถียรภาพที่ประเมินบนเซตกระชับ (compact set) ยิ่งกว่านั้นเมทริกซ์เลียปูนอฟเดี่ยว P ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขในบทนิยาม 2.1 สามารถหาได้จากการแก้ปัญหาด้วยอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นที่มีประสิทธิภาพ อย่างไรก็ตาม เสถียรภาพกำลังสองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวพบว่ามี ความอนุรักษ์ [8, 9]

ในความพยายามที่จะทำให้ความอนุรักษ์ลดลง เรานำเสนอแนววิธีสำหรับสร้างฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในกรณีเวลาวิฤตตามสมการ 2.9 ข้อดีของเงื่อนไขเสถียรภาพใหม่นอกจากให้ผลลัพธ์ที่มีความอนุรักษ์น้อยกว่าแนววิธีกำลังสองด้วยเลียปูนอฟเดี่ยวแล้ว ยังประกอบไปด้วยองศาความอิสระ (degree of freedom) ที่เพิ่มขึ้น ซึ่งยอมให้กฎการควบคุมไม่ขึ้นอยู่กับเมทริกซ์เลียปูนอฟ [11, 13]

เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการวิเคราะห์ โดยประยุกต์เงื่อนไขเพียงพอกจาก [9, 10, 11, 13]

2.5 อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

ในส่วนนี้เป็นการแนะนำอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น และปัญหาค่าเหมาะสมสุดภายใต้วิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น โดยสังเขป สำหรับในรายละเอียดขอให้ศึกษาเพิ่มเติมจาก [7]

2.5.1 บทนิยาม

อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (linear matrix inequalities: LMIs) คืออสมการเมทริกซ์ในรูปแบบ

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (2.10)$$

กำหนดให้ $x \in \mathbb{R}^m$ คือตัวแปร และเมทริกซ์สมมาตร $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$ สัญลักษณ์อสมการใน (2.10) หมายความว่า $F(x)$ เป็นบวกแน่นอน (positive definite) นั่นคือ $\zeta^T F(x) \zeta > 0$ สำหรับ $\zeta \in \mathbb{R}^n$ ทุกค่าที่ไม่เป็นศูนย์

เช่นเดียวกัน เราแสดงอสมการที่ไม่ใช่อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นโดยแท้ในรูปแบบดังนี้

$$F(x) \geq 0 \quad (2.11)$$

สัญลักษณ์ในอสมการ (2.11) หมายความว่า $F(x)$ เป็นกึ่งบวกแน่นอน (positive semi-definite) นั่นคือ $\zeta^T F(x) \zeta \geq 0$ สำหรับ $\zeta \in \mathbb{R}^n$ ทุกค่า

คุณสมบัติของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น $F^{(1)}(x) > 0, \dots, F^{(m)}(x) > 0$ สามารถแสดงในรูปอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นเดี่ยวได้ดังนี้

$$F(x) = \text{diag}(F^{(1)}(x), \dots, F^{(m)}(x)) > 0$$

ความสัมพันธ์ข้างต้นแสดงประพจน์ที่มีเงื่อนไขสำคัญ ถ้ากำหนดปัญหาเกี่ยวกับอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นที่หลากหลาย ปัญหาดังกล่าวไม่จำเป็นต้องกำหนดโครงสร้างใหม่ แต่จะสร้างอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นใหม่ที่

มีขนาดใหญ่กว่าแทน คล้ายกับเมทริกซ์การจัดหมู่ (combination matrix) ของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นทั้งหมด

อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นมีประโยชน์อย่างมากในปัญหาการควบคุม โดยเฉพาะอย่างยิ่งในบริบทของงานวิจัยนี้ สามารถจัดรูปแบบให้เป็นปัญหานี้ได้ การแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีนี้สามารถหาผลเฉลยที่มีประสิทธิภาพและเชื่อถือได้ อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นนิยามเงื่อนไขบังคับเชิงคอนเวกซ์ และปัญหานำไปสู่การหาค่าต่ำสุดหรือการหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันสัมพรรค (affine function) ภายใต้เงื่อนไขบังคับอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นซึ่งขึ้นอยู่กับชั้นของปัญหาการหาค่าเหมาะสมเชิงคอนเวกซ์ ด้วยเหตุนี้จึงนำทฤษฎีการหาค่าเหมาะสมเชิงคอนเวกซ์มาใช้เพื่อให้ได้ประสิทธิภาพสูงสุด

คุณสมบัติที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นคือ อสมการเมทริกซ์ไม่เชิงเส้นแบบกำลังสองสามารถจัดให้อยู่ในรูปอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นได้ด้วยส่วนเติมเต็มของชูร์ (Schur complement)

ทฤษฎีบท 2.2 ส่วนเติมเต็มของชูร์

กำหนดให้ $Q(x) = Q(x)^T$, $R(x) = R(x)^T$ และ $S(x)$ มีคุณสมบัติสัมพรรคบนตัวแปร x แล้วอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S(x)^T & R(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (2.12)$$

สมมูลกับอสมการเมทริกซ์

$$R(x) > 0, \quad Q(x) - S(x)R(x)^{-1}S(x)^T > 0$$

หรือสมมูลกับ

$$Q(x) > 0, \quad R(x) - S(x)Q(x)^{-1}S(x)^T > 0$$

ทฤษฎีที่สำคัญในปัญหาอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นอีกวิธีหนึ่งคือ กระบวนการเอส (S-procedure) บ่อยครั้งเงื่อนไขบังคับที่พบเป็นฟังก์ชันกำลังสองติดลบ เราสามารถกำหนดรูปแบบอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นที่มีความอนุรักษณ์ แต่มีประโยชน์ในแง่ของการประมาณในเงื่อนไขบังคับตามทฤษฎีดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2.3 กระบวนการเอสสำหรับฟังก์ชันกำลังสองและเป็นอสมการโดยแท้

กำหนดให้ $F_0, \dots, F_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$ คือเมทริกซ์สมมาตร เราพิจารณาเงื่อนไขดังต่อไปนี้บน F_0, \dots, F_m

$$\zeta^T F_0 \zeta > 0, \quad \forall \zeta \neq 0 \quad \text{ดังนั้น} \quad \zeta^T F_i \zeta \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.13)$$

จะชัดเจนถ้า

$$\tau_1 \geq 0, \dots, \tau_m \geq 0 \quad \text{เป็นจริง ดังนั้น} \quad F_0 - \sum_{i=1}^m \tau_i F_i > 0 \quad (2.14)$$

แล้วเงื่อนไขที่ (ก.4) คงอยู่ สังเกตว่า (2.14) คืออสมการเมทริกซ์เชิงเส้นในตัวแปร F_0 และ τ_1, \dots, τ_m

ตัวอย่างกระบวนการเอส สมมติพิจารณาเงื่อนไขบนตัวแปร P สำหรับ $\xi \neq 0$ ทุกค่า และ π สอดคล้องกับเงื่อนไข $\pi^T \pi \leq \xi^T C^T C \xi$

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \pi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + P A & P B \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \pi \end{bmatrix} < 0 \quad (2.15)$$

ประยุกต์ทฤษฎีบท 2.3 ของกระบวนการเอส อสมการข้างต้นสมมูลกับค่า $\tau \geq 0$ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + \tau C^T C & PB \\ B^T P & -\tau I \end{bmatrix} < 0$$

จะเห็นว่าปัญหาในการหาค่า $P > 0$ ดังเช่นอสมการ (2.15) สามารถแสดงได้ด้วยปัญหาอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (ในเมทริกซ์ P และตัวแปรสเกลาร์ τ)

2.5.2 การแก้ปัญหาอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

การแก้ปัญหาอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น โดยส่วนใหญ่แบ่งออกเป็น 2 วิธี [7] ได้แก่ วิธีเชิงทรงรี (Ellipsoid method) และวิธีจุดภายใน (Interior Point method) โดยมีรูปแบบที่เข้าใจง่าย และมีประสิทธิภาพ ในวิธีเชิงทรงรีจะเริ่มต้นด้วยการพิจารณาทรงรี $\mathcal{E}^{(0)}$ โดยมีค่าเหมาะสมที่สุดในขอบเขตทรงรีนั้น ถ้าปรากฏว่าค่าเหมาะสมอยู่นอกขอบเขต ปัญหาจะไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขและทำให้อัลกอริทึมหยุดดำเนินการ ในกรณีที่ค่าเหมาะสมอยู่ในทรงรีแล้วจะคำนวณตัดระนาบออกเป็นสองส่วน ค่าเหมาะสมจะอยู่ในส่วนหนึ่งของทรงรีที่ถูกตัด ในการทำซ้ำครั้งถัดไปของอัลกอริทึม จะคำนวณทรงรี $\mathcal{E}^{(1)}$ ที่มีค่าเหมาะสมอยู่ และจะทำซ้ำตามขั้นตอนดังกล่าวจนสิ้นสุดกระบวนการ

อีกวิธีหนึ่งคือ วิธีจุดภายใน เป็นวิธีที่มีพัฒนาการอย่างต่อเนื่อง และมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีเชิงทรงรี แนวคิดหลักคือ แทนปัญหาค่าเหมาะสมที่มีเงื่อนไขบังคับ

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f(x) \\ & \text{subject to} && F(x) > 0 \end{aligned}$$

ด้วยปัญหาค่าเหมาะสมที่ไม่มีเงื่อนไขบังคับ

$$F_t(x) \triangleq tf(x) + \phi(x)$$

เมื่อ $t > 0$ คือตัวแปรเสริมถ่วงน้ำหนัก (penalty parameter) $f(x)$ เป็นฟังก์ชันสัมพรรค และ $\phi(x)$ คือฟังก์ชันขวางกั้น (barrier function) แนวคิดของวิธีนี้คือ หาตัวต่ำสุด $x(t)$ ใน F_t และพิจารณาพฤติกรรมของ $x(t)$ เช่นเดียวกับตัวแปรเสริมถ่วงน้ำหนัก t

เครื่องมืออสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (LMI toolbox) ในโปรแกรม Matlab รวมทั้งเครื่องมือ YALMIP [14] ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้สำหรับการหาค่าเหมาะสมในปัญหาที่เป็นไปได้ และปัญหาค่าเหมาะสมจุดประสงค์เชิงเส้นภายใต้เซตของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นนั้นคือ

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && c^T x \\ & \text{subject to} && F(x) > 0 \end{aligned}$$

เมื่อ c คือเวกเตอร์จำนวนจริงที่มีขนาดเหมาะสม และ F คือเมทริกซ์สมมาตร เมื่อเซตอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นเป็นคอนเวกซ์แล้ว ปัญหาจึงเป็นคอนเวกซ์ด้วย และสามารถหาค่าเหมาะสมทั่วโลก (global solution) ภายใต้อันตรายที่ระบุไว้ได้ สำหรับในรายละเอียดของเครื่องมืออสมการเมทริกซ์เชิง

เส้น ขอให้ศึกษาเพิ่มเติมใน [17] และเครื่องมือ YALMIP สามารถศึกษาเพิ่มเติมได้ใน [14]

ปัญหาภายใต้ข้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น เป็นการแก้ปัญหาหลักที่สำคัญในงานวิจัยนี้ โดยปัญหาข้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นสามารถหาผลเฉลยในเวลาพหุนามได้ นั่นหมายความว่า การคำนวณมีความซับซ้อนน้อย และด้วยความสามารถดังกล่าวจึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง เพื่อสามารถประยุกต์จริงแบบออนไลน์ได้

2.6 บทสรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงทฤษฎีเบื้องต้นที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองที่มีความไม่แน่นอน แนวทางการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ทฤษฎีเสถียรภาพคงทน และปัญหาข้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับงานวิจัย โดยบทถัดไปจะกล่าวถึงพฤติกรรมพลวัตและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหอกลับแยกสารสองชนิด จากนั้นจะเข้าสู่ทฤษฎีการระบุเอกลักษณ์ของกระบวนการ และทฤษฎีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองในลำดับถัดไป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

การระบุเอกลักษณ์สำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิด

เมื่อเราทราบถึงทฤษฎีเบื้องต้นจากบทที่ผ่านมาแล้ว ในบทนี้จะกล่าวถึงการระบุเอกลักษณ์ของกระบวนการหอกลับแยกสารสองชนิด ซึ่งเป็นระบบที่ตั้งอยู่ในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยในครั้งแรกจะอธิบายถึงพฤติกรรม และลักษณะทางกายภาพของระบบหอกลับแยกสารสองชนิด จากนั้นจะนำเสนอทฤษฎีการระบุเอกลักษณ์ของกระบวนการ, การหาผลสัมฤทธิ์ (realization) และการแปลงผันแบบจำลองให้อยู่ในระบบเวลาวิฤต ในส่วนสุดท้ายจะแสดงการวิเคราะห์แบบจำลองความไม่แน่นอนด้วยโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม โดยในแต่ละส่วนจะนำเสนอการวิเคราะห์ระบบหอกลับแยกสารสองชนิด ณ ห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ประกอบการพิจารณา

3.1 ระบบหอกลับแยกสารสองชนิด

ระบบหอกลับเป็นระบบหลายสัญญาณเข้า-หลายสัญญาณออก มีความไม่เป็นเชิงเส้น มีผลกระทบระหว่างวงรอบการควบคุมสูง อีกทั้งมีการรบกวนกับระบบหลากหลายรูปแบบ เช่น การเปลี่ยนแปลงอัตราการป้อนเข้าที่กลางหอ F (feedrate) หรือการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของสารที่ป้อนเข้า x_F (feed composition) เป็นต้น ส่งผลให้การควบคุมการทำงานของหอกลับเป็นปัญหาที่ยาก และน่าสนใจอย่างยิ่ง จุดประสงค์หลักของการควบคุมการทำงานของหอกลับโดยทั่วไปคือ การควบคุมคุณภาพของสารผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการกลั่นให้มีความบริสุทธิ์ตามข้อกำหนด [15, 18] ซึ่งในที่นี้กระบวนการกลั่นคือการแยกสารผสมโดยอาศัยคุณสมบัติทางกายภาพคือ จุดเดือดที่แตกต่างกันของสารสองชนิด เพื่อให้ได้ความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ตามต้องการ

หลักการพื้นฐานของการกลั่นเริ่มจากการให้ความร้อนแก่สารผสมที่ฐานหอ เมื่อสารที่มีความหนาแน่นต่ำกว่าเดือดเป็นไอร้อน ไอร้อนนี้จะลอยขึ้นสู่ชั้นของหอที่อยู่สูงขึ้นไปและถ่ายเทความร้อนให้กับสารผสมในชั้นที่สองของหอ ความร้อนที่มากับไอร้อนจะทำให้สารผสมในชั้นนั้นเดือด จากนั้นจะกลายเป็นไอร้อนแล้วจึงถ่ายเทความร้อนให้กับชั้นถัดไป กระบวนการเหล่านี้จะดำเนินการไปจนถึงยอดหอ นอกจากนี้ถ้าของเหลวในชั้นใดไม่สามารถระเหยกลายเป็นไอได้ ของเหลวผสมนั้นก็ไหลสวนทางกับไอร้อนเป็นสารป้อนกลับภายใน (internal reflux) ลงสู่ชั้นที่ระดับต่ำกว่า ทำให้สารผสมในชั้นที่อยู่สูงกว่ามีความบริสุทธิ์มากยิ่งขึ้น ขนาดของหอ จำนวนชั้นของหอ และตัวแปรอื่น ๆ ที่ต้องการควบคุม เช่น อุณหภูมิในแต่ละชั้นของหอ จะถูกออกแบบให้เหมาะสมกับข้อกำหนดของผลิตภัณฑ์ที่ต้องการกลั่น นอกจากส่วนของหอกลับแล้วระบบหอกลับจำเป็นต้องมีกระบวนการอื่น ๆ ประกอบในกระบวนการกลั่นอันได้แก่ หม้อต้มซ้ำ วาล์วป้อนกลับยอดหอ เครื่องควบคุม เครื่องมือวัดต่าง ๆ เป็นต้น สำหรับหอกลับแยกสารสองชนิดในห้องปฏิบัติการทั่วไป มีลักษณะคล้ายกับหอกลับในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุมดังรูปที่ 3.1 โดยจำลองระบบมา

จากหอกลิ้นขนาดใหญ่ที่ใช้ในอุตสาหกรรมการกลั่นจริง

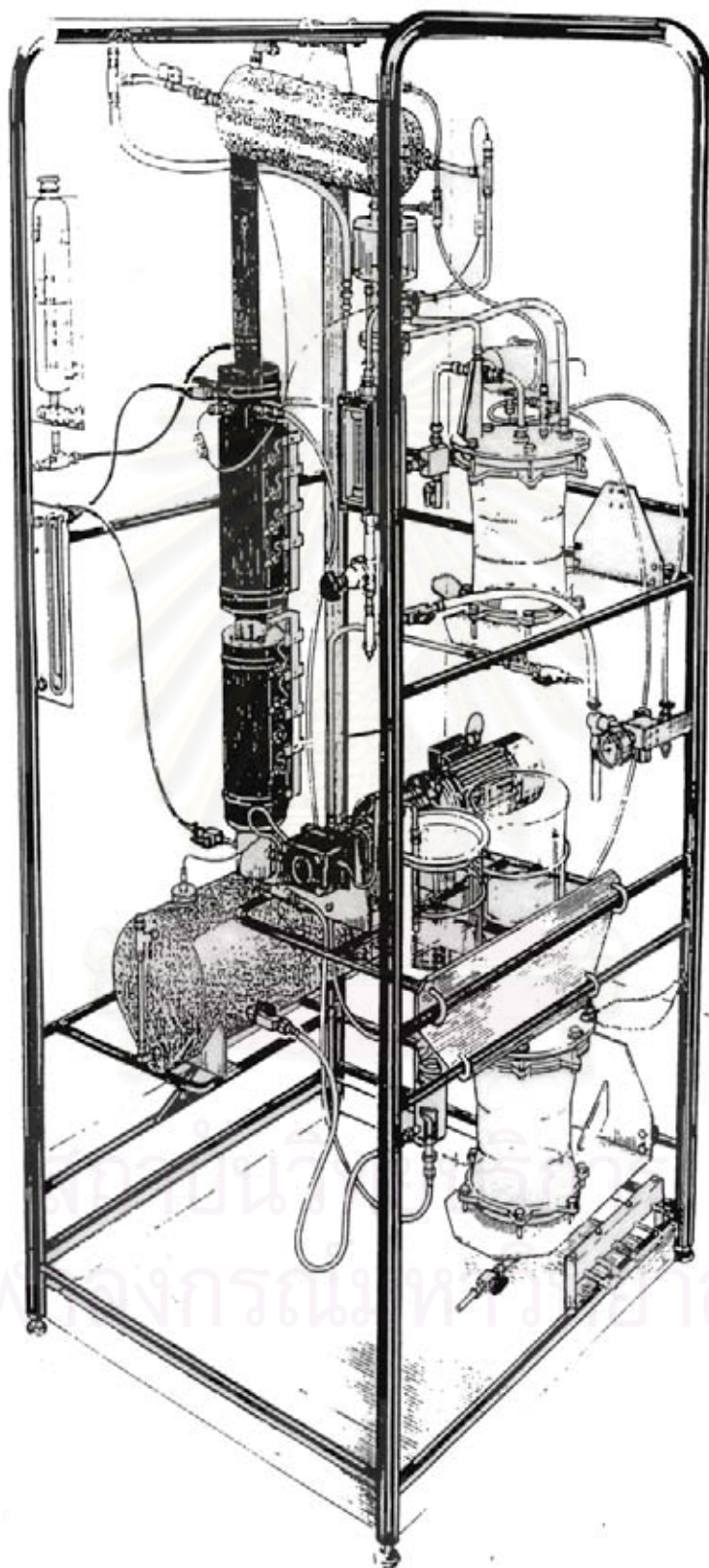
แผนภาพหอกลิ้นแยกสารสองชนิดแสดงดังรูปที่ 3.2 ซึ่งมีโครงสร้างแบบ $L - V$ [19] อุปกรณ์เบื้องต้นที่ใช้ในการควบคุมการกลั่นได้แก่

1. ลำตัวของหอ (column) ประกอบด้วยชั้น (Tray) จำนวนหลายชั้นซึ่งมีการแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างไอร้อน และการป้อนกลับภายในหอ สำหรับหอกลิ้นแยกสารสองชนิดในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม มีจำนวนชั้น 8 ชั้น [20]
2. เครื่องควบแน่น (condenser) เป็นอุปกรณ์ซึ่งควบแน่นไอร้อนที่ออกจากยอดหอให้เป็นของเหลว ด้วยน้ำที่อุณหภูมิห้อง
3. ต้มป้อนกลับ (reflux drum) คือภาชนะรองรับของเหลวที่กลั่นได้เมื่อผ่านการควบแน่นจากเครื่องควบแน่นแล้ว ของเหลวส่วนหนึ่งอาจไหลออกเป็นผลิตภัณฑ์ยอดหอ (top product x_D) อีกส่วนจะไหลกลับเข้าสู่ลำตัวของหอทางวาล์วป้อนกลับ (reflux valve) เพื่อควบคุมความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ยอดหอ และเพื่อให้สารที่กลั่นมีความบริสุทธิ์มากยิ่งขึ้น สัดส่วนของสารที่ป้อนเข้าสู่ลำตัวของหอต่อสารที่กลั่นได้เป็นผลิตภัณฑ์เรียกว่า อัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ (reflux ratio)
4. ฐานหอ (column base) เป็นบริเวณที่เกิดการถ่ายเทความร้อนเข้าสู่หอกลิ้น และเป็นส่วนที่รองรับสารผสมชั้นล่างสุด สารที่ฐานหอนี้ส่วนหนึ่งอาจไหลออกเป็นผลิตภัณฑ์ฐานหอ (bottom product x_B) สารที่เหลือจะป้อนกลับเข้าสู่ลำตัวของหอผ่านทางหม้อต้มซ้ำ เพื่อควบคุมความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ฐานหอ
5. หม้อต้มซ้ำ (reboiler) คือเครื่องให้พลังงานความร้อนกับสารผสมที่ฐานหอ
6. เครื่องมีวัด สำหรับระบบหอกลิ้นในห้องปฏิบัติการวิจัยนี้ ใช้เซนเซอร์อุณหภูมิ สำหรับตรวจวัดอุณหภูมิของสารผสมแต่ละชั้นในลำตัวของหอ
7. ท่อป้อนสารเข้าสู่หอและระบบป้อนสาร
8. วาล์วต่าง ๆ ทำหน้าที่ควบคุมการไหลของสารในกระบวนการ

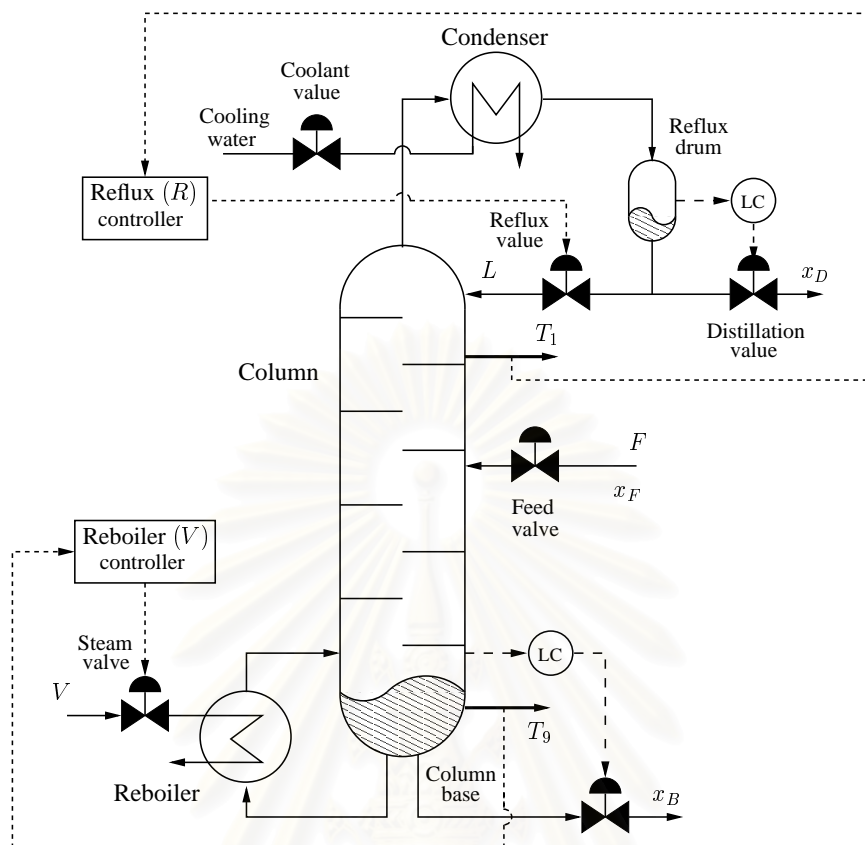
3.2 ทฤษฎีการระบุเอกลักษณ์

กระบวนการกลั่นคือการแยกสารผสมออกจากกัน โดยอาศัยความแตกต่างของการกลายเป็นไอของสารแต่ละชนิด สารที่มีจุดเดือดต่ำกว่าจะเป็นผลิตภัณฑ์ที่ออกมาทางตอนบนของหอกลิ้น ในงานวิจัยนี้พิจารณาแบบจำลองของหอกลิ้นแยกสารสองชนิดที่แยกสารผสมระหว่างน้ำกับเอทานอล พิจารณาแบบจำลองที่มีโครงสร้างแบบ $L - V$ โดยสัญญาณควบคุมประกอบด้วยอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ (Reflux ratio) L และอัตราการต้มซ้ำ (Reboiler rate) V ขณะที่สัญญาณขาออกเป็นความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ยอดหอ x_D และฐานหอ x_B ตามลำดับ

$$\begin{bmatrix} \delta x_D \\ \delta x_B \end{bmatrix} = G_{LV}(s) \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta V \end{bmatrix}$$



รูปที่ 3.1: ลักษณะทางกายภาพของหอกลับน้ํายกสองชนิด ณ ห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

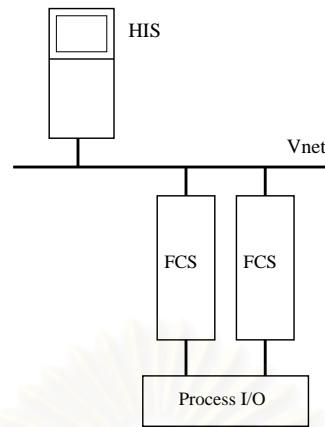


รูปที่ 3.2: หอกลับที่มีโครงสร้างการควบคุมแบบ $L - V$

ที่ผ่านมา Skogestad [21] กล่าวถึงการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยการระบุเอกลักษณ์ของระบบหอกลับไว้ว่าการสร้างแบบจำลอง $G_{LV}(s)$ สามารถกระทำได้โดยเลือกผลตอบอย่างเหมาะสม โดยพิจารณาแบบจำลองอย่างง่าย อันได้แก่ แบบจำลองอันดับหนึ่งที่รวมการประวิงเวลา ในแต่ละความสัมพันธ์ของสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออก

$$G_{LV}(s) = \begin{bmatrix} \frac{K_{11}e^{-L_{11}s}}{\tau_{11}s + 1} & \frac{K_{12}e^{-L_{12}s}}{\tau_{12}s + 1} \\ \frac{K_{21}e^{-L_{21}s}}{\tau_{21}s + 1} & \frac{K_{22}e^{-L_{22}s}}{\tau_{22}s + 1} \end{bmatrix}$$

หอกลับเป็นระบบหลายสัญญาณขาเข้า-หลายสัญญาณขาออก และมีความไม่เป็นเชิงเส้น อย่างไรก็ตาม หากพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณขนาดเล็กการระบุเอกลักษณ์สามารถแบ่งเป็นส่วน ๆ ขึ้นอยู่กับขนาดของสัญญาณควบคุม ทำให้ได้ความสัมพันธ์เป็นแบบเชิงเส้น ในทางปฏิบัติการตรวจวัดผลตอบสัญญาณขาออกซึ่งเป็นความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์นั้นกระทำไต่ยาก Wood และ Berry [22] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีผลตอบของสัญญาณขาออกที่สามารถวัดได้ ประกอบด้วยอุณหภูมิยอดหอ T_1 และ อุณหภูมิฐานหอ T_9 ดังนั้นแบบจำลองอย่างง่ายมีความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณขาเข้า และสัญญาณขาออกสอดคล้องกับสมการ (3.1)



รูปที่ 3.3: โครงสร้างระบบควบคุมแบบกระจายตัว

$$\begin{bmatrix} \delta T_1 \\ \delta T_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{11}e^{-L_{11}s}}{\tau_{11}s + 1} & \frac{K_{12}e^{-L_{12}s}}{\tau_{12}s + 1} \\ \frac{K_{21}e^{-L_{21}s}}{\tau_{21}s + 1} & \frac{K_{22}e^{-L_{22}s}}{\tau_{22}s + 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta V \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

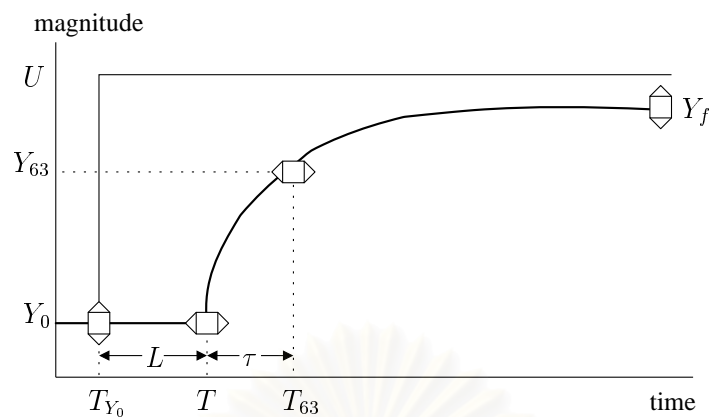
เราสามารถระบุเอกลักษณ์ของกระบวนการหอกลับแยกสารสองชนิดได้ ตามความสัมพันธ์ของแบบจำลอง ดังสมการ (3.1) โดยอาศัยการวิเคราะห์ผลตอบสนองสถานะชั่วครู่ ขั้นตอนวิธีการระบุเอกลักษณ์และผลลัพธ์ที่ได้จะนำเสนอเป็นลำดับถัดไป ในการระบุเอกลักษณ์ของกระบวนการหอกลับแยกสารสองชนิดได้นำระบบควบคุมแบบกระจายตัว (Distributed control system: DCS) มาช่วยในการควบคุมสัญญาณขาเข้าให้กับกระบวนการรวมทั้งบันทึกผลตอบของสัญญาณขาออก รูปที่ 3.3 แสดงโครงสร้างของระบบควบคุมแบบกระจายตัว ประกอบด้วยสถานีเชื่อมต่อส่วนบุคคล (Human Interface Station: HIS) มีหน้าที่ติดต่อสื่อสารกับผู้ใช้ และสถานีควบคุมเขตข้อมูล (Field Control Station) เป็นส่วนควบคุม เชื่อมต่อกับกระบวนการได้ทั้งแบบสัญญาณเชิงแอนะล็อกและดิจิทัล ทั้งสองสถานีเชื่อมต่อกับเครือข่ายการควบคุมเวลาจริง (Vnet) สำหรับรายละเอียดของการควบคุมแบบกระจายตัว ขอให้ศึกษาเพิ่มเติมใน [23]

3.2.1 การวิเคราะห์ผลตอบสนองสถานะชั่วครู่

ในส่วนนี้ขอแนะนำการระบุเอกลักษณ์กระบวนการ ด้วยวิธีวิเคราะห์ผลตอบสนองขั้นบันได (Step-response analysis) [24, 25] ซึ่งเป็นวิธีไม่อิงพารามิเตอร์ (Nonparametric method) ก่อนการระบุเอกลักษณ์เราจำเป็นต้องเลือกจุดการทำงาน และปรับสัญญาณควบคุมป้อนเข้าสู่กระบวนการจนกระทั่งสัญญาณขาออกเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว หลังจากนั้นให้รักษาสัญญาณควบคุมหนึ่งให้มีค่าคงที่ แล้วจึงปรับสัญญาณควบคุมอื่นเป็นสัญญาณขั้นบันไดจากนั้นบันทึกการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณขาออก

พิจารณาผลตอบสนองของสัญญาณขาออกเมื่อป้อนสัญญาณขาเข้าเป็นสัญญาณแบบขั้นบันได ความสัมพันธ์มีรูปแบบเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่งที่มีการประวิงเวลา ดังนี้

$$G(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{\tau s + 1} \quad (3.2)$$



รูปที่ 3.4: ผลตอบสนองขั้นบันไดของแบบจำลองอันดับหนึ่งที่มีการประวิงเวลา

รูปที่ 3.4 แสดงผลตอบสนองของแบบจำลองอันดับหนึ่งที่มีการประวิงเวลา โดยที่อัตราขยาย, การประวิงเวลา, และค่าคงตัวเวลาหาได้จาก

$$\begin{aligned} K &= \frac{Y_f - Y_0}{U}, \\ L &= T - T_{Y_0}, \\ \tau &= T_{63} - T \end{aligned}$$

เมื่อ U คือขนาดของสัญญาณขาเข้า Y_0 และ Y_f คือขนาดของสัญญาณขาออก ณ จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย ตามลำดับ T เป็นเวลาที่สัญญาณขาออกเริ่มเปลี่ยนแปลงจาก Y_0 ขณะที่ T_{63} เป็นเวลาที่เปลี่ยนแปลงจาก Y_0 ไปเป็น Y_{63} นั่นคือ จุดที่สัญญาณขาออกมีการเปลี่ยนแปลง 63% สำหรับการตรวจสอบความแม่นยำของแบบจำลอง เราเปรียบเทียบระหว่าง ผลตอบสนองจริงกับผลตอบสนองที่ประมาณจากแบบจำลอง แล้วคำนวณค่าเฉลี่ยจากรากที่สองของผลรวมความผิดพลาดกำลังสองดังนี้

$$e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2} \quad (3.3)$$

โดยที่ N คือจำนวนข้อมูล y_k คือผลตอบสนองจริงที่ได้จากการวัด และ \hat{y}_k คือผลตอบสนองที่ประมาณจากแบบจำลอง

3.2.2 แบบจำลองพลวัตของหอกลับแยกสารสองชนิด

เนื่องจากหอกลับแยกสารสองชนิดมีสองสัญญาณขาเข้า การระบุเอกลักษณ์จึงแบ่งการทดลองออกเป็น 2 ส่วนได้แก่ ส่วนแรกแปรผันสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำ และส่วนที่สองแปรผันสัญญาณควบคุมอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ จากนั้นนำสัญญาณขาออกอุณหภูมิยอดหอและฐานหอไปวิเคราะห์ผลตอบสนองชั่วคราวได้แบบจำลองดังนี้

3.2.2.1 แบบจำลองเมื่อแปรผันอัตราการต้มซ้ำ

กำหนดสัญญาณขาเข้าป้อนให้กับหม้อต้มซ้ำเป็นสัญญาณขั้นบันได ขนาดเท่ากับ 50% ซึ่งมีค่าเท่ากับกำลังไฟฟ้า 750 วัตต์ ที่เลือกใช้ค่านี้เนื่องจากเป็นค่าปกติสำหรับการกลั่นสารผสมระหว่างน้ำกับเอทานอลและทำให้ความดันภายในหม้อกลั่นมีค่าคงที่ [20] เมื่อผลตอบอุณหภูมิยอดหอและฐานห้อมีค่าคงที่แล้ว จึงแปรผันอัตราการต้มซ้ำเป็นค่าต่าง ๆ จากนั้นนำสัญญาณขาออกมาวิเคราะห์สภาวะชั่วคราว ได้ผลลัพธ์เป็นค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันถ่ายโอน แสดงดังตารางที่ 3.1 ค่าพารามิเตอร์ที่เป็นเวลา ได้แก่ τ, L มีหน่วยเป็นนาทีก และ e เป็นความผิดพลาดเฉลี่ย รูปที่ 3.5 แสดงผลตอบสนองจริงและผลตอบสนองที่ได้จากแบบจำลอง เมื่อปรับสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำให้มีขนาดเพิ่มขึ้น (ก) เพิ่มขึ้น 10% (ข) เพิ่มขึ้น 20% และปรับสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำให้มีขนาดลดลง (ค) ลดลง 10% (ง) ลดลง 20% จะเห็นว่า ผลตอบสนองที่ได้จากแบบจำลองมีความใกล้เคียงกับผลตอบสนองจริง อย่างไรก็ตาม เมื่อเราเพิ่มพลังงานให้กับส่วนต้มซ้ำมากขึ้น จะทำให้อุณหภูมิของระบบรวมสูงมากขึ้นด้วย และไม่สามารถทำให้อุณหภูมิเข้าสู่สภาวะคงตัวได้ในระบบวงเปิด ดังเช่นผลตอบสนองเมื่อเพิ่มอัตราการต้มซ้ำ 20%

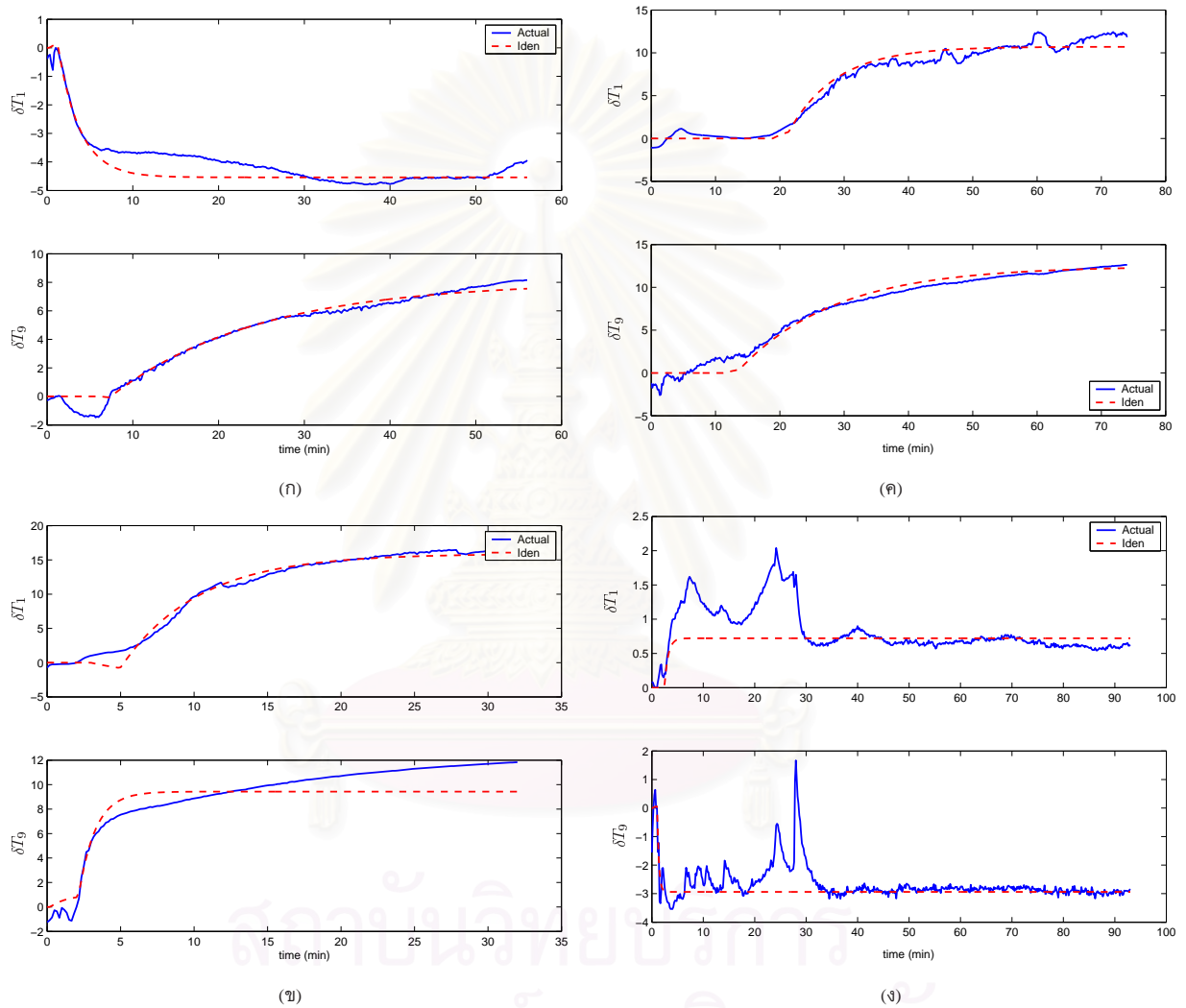
ตารางที่ 3.1: ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอันดับหนึ่งเมื่อแปรผันอัตราการต้มซ้ำ

ส่วนต้มซ้ำ δV	อุณหภูมิยอดหอ (δT_1)				อุณหภูมิฐานหอ (δT_9)			
	K_{12}	τ_{12}	L_{12}	e_{12}	K_{22}	τ_{22}	L_{22}	e_{22}
-20%	-3.609	0.7056	1.610	0.3413	14.69	0.3024	0.202	0.5999
-10%	-107.1	7.419	18.90	0.7885	-124.7	15.08	11.2	0.6794
+10%	-45.40	2.540	0.242	0.4117	80.33	17.24	6.29	0.4189
+20%	79.5	5.292	2.960	0.7237	47.15	1.129	0.212	1.3744

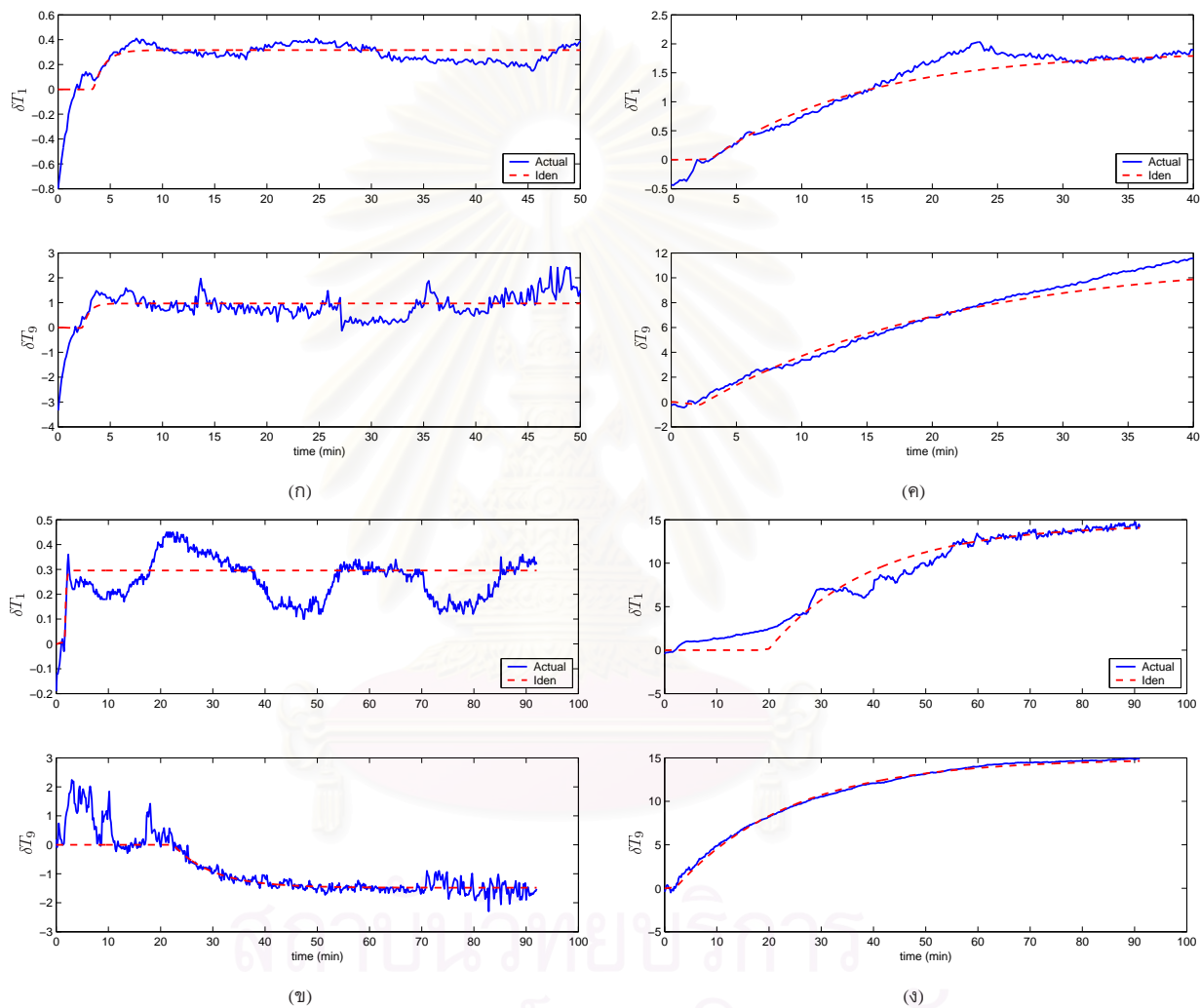
3.2.2.2 แบบจำลองเมื่อแปรผันอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ

กำหนดให้สัญญาณควบคุมอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ มีจุดทำงานที่ค่า 70% หรือคิดเป็นอัตราส่วนเท่ากับ 7 ต่อ 3 หมายความว่าในวัฏจักร 10 วินาที ส่วนป้อนกลับยอดหอจะป้อนของเหลวที่ได้จากการควบแน่นกลับไปยังคอลัมน์ของหม้อกลั่นเป็นเวลา 7 วินาที และระบายออกจากระบบเป็นผลิตภัณฑ์ยอดหอ 3 วินาที จากนั้นจึงแปรผันอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอแล้วบันทึกสัญญาณขาออก แล้ววิเคราะห์ผลตอบสนองสภาวะชั่วคราว ตารางที่ 3.2 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของฟังก์ชันถ่ายโอน รูปที่ 3.6 แสดงผลตอบสนองจริงกับผลตอบสนองที่ประมาณจากแบบจำลองเมื่อปรับสัญญาณควบคุมอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอให้เพิ่มขึ้น (ก) เพิ่มขึ้น 10% (ข) เพิ่มขึ้น 20% และปรับสัญญาณควบคุมอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอให้ลดลง (ค) ลดลง 10% (ง) ลดลง 20% จะเห็นได้ว่าผลตอบสนองที่ได้จากแบบจำลองมีความใกล้เคียงกับผลตอบสนองจริง

เมื่อเสร็จสิ้นการดำเนินการจากการปรับเปลี่ยนสัญญาณควบคุมไปยังจุดทำงานต่าง ๆ เราได้นำผลิตภัณฑ์ยอดหอ (x_D) และผลิตภัณฑ์ฐานหอ (x_B) มาหาค่าความเข้มข้นในหน่วยเศษส่วนโมล (mole fraction) แสดงผลลัพธ์ดังตารางที่ 3.3



รูปที่ 3.5: เปรียบเทียบผลตอบจริงและผลตอบที่ได้จากแบบจำลองเมื่อปรับสัญญาณควบคุม (ก) และ (ข) ปรับสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำจาก 50% เพิ่มขึ้น 10% และ 20% ตามลำดับ (ค) และ (ง) ปรับสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำลดลง 10% และ 20% ตามลำดับ



รูปที่ 3.6: เปรียบเทียบผลตอบจริงและผลตอบที่ได้จากแบบจำลองเมื่อปรับสัญญาณควบคุม (ก) และ (ข) ปรับสัญญาณป้อนกลับยอดหอกจาก 70% เพิ่มขึ้น 10% และ 20% ตามลำดับ (ค) และ (ง) ปรับสัญญาณป้อนกลับยอดลดลง 10% และ 20% ตามลำดับ

ตารางที่ 3.2: ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอันดับหนึ่งเมื่อแปรผันอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ

ส่วนป้อนกลับยอดหอ δL	อุณหภูมิยอดหอ (δT_1)				อุณหภูมิฐานหอ (δT_9)			
	K_{11}	τ_{11}	L_{11}	e_{11}	K_{22}	τ_{22}	L_{22}	e_{22}
-20%	-72.38	20.06	18.00	1.1209	-74.48	21.98	0.302	0.2312
-10%	-18.70	11.73	1.050	0.1759	-114.8	18.99	0.242	0.6524
+10%	3.163	1.058	1.460	0.1041	9.665	0.6048	0.403	0.5556
+20%	1.479	0.2016	0.302	0.0897	-7.406	7.661	21.1	0.4765

ตารางที่ 3.3: ความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการปรับเปลี่ยนสัญญาณควบคุม

ส่วนต้มซ้ำ δV	ผลิตภัณฑ์ยอดหอ (x_D)	ผลิตภัณฑ์ฐานหอ (x_B)
-20%	81.00	5.25
-10%	75.67	3.50
0%	-	-
+10%	75.00	7.00
+20%	75.33	8.00

ส่วนป้อนกลับยอดหอ δL	ผลิตภัณฑ์ยอดหอ (x_D)	ผลิตภัณฑ์ฐานหอ (x_B)
-20%	83.17	8.33
-10%	88.83	8.33
0%	-	-
+10%	86.50	7.75
+20%	89.75	7.25

จากขั้นตอนการระบุเอกลักษณ์ ฟังก์ชันถ่ายโอนของการปรับเปลี่ยนสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำจำนวน 4 ฟังก์ชันถ่ายโอน และฟังก์ชันถ่ายโอนของการปรับเปลี่ยนสัญญาณควบคุมอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอจำนวน 4 ฟังก์ชันถ่ายโอนเช่นกัน เรานำแบบจำลองทั้งสองความสัมพัทธ์มาสร้างแบบจำลองที่มีลักษณะเป็นเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน ดังสมการ (3.1) จะมีแบบจำลองเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนที่เป็นไปได้ $4 \times 4 = 16$ รูปแบบ จะเห็นว่า แบบจำลองมีค่าพารามิเตอร์แตกต่างกันขึ้นอยู่กับจุดทำงานหรือขนาดของสัญญาณขาเข้า ที่เป็นเช่นนี้ เนื่องจากความไม่เป็นเชิงเส้นของหอกลับ บ่อยครั้ง ความแตกต่างนี้มีชื่อเรียกว่า ความไม่แน่นอน ซึ่งเราจะนำเสนอการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองในลำดับท้ายสุด โดยจะนำเสนอทฤษฎีการหาผลสัมฤทธิ์สำหรับเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นอันดับแรก

3.3 การหาผลสัมฤทธิ์สำหรับเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน

ในบางกรณี คุณลักษณะตามธรรมชาติหรือรายละเอียดอย่างง่ายสำหรับระบบพลวัต มักแสดงในรูปของเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน [26] เช่น ในระบบที่มีความซับซ้อนสูง เป็นต้น ทำให้การวิเคราะห์สมการอนุพันธ์กระทำได้ยาก ด้วยเหตุนี้ เราจึงวิเคราะห์ระบบด้วยวิธีการประมาณแบบจำลองที่แน่นอนหรือด้วยวิธีการระบุเอกลักษณ์ อย่างไรก็ตาม การคำนวณปริภูมิสถานะเป็นเครื่องมือที่สะดวกอย่างมากในการจำลองบนโปรแกรมคอมพิวเตอร์และในการออกแบบตัวควบคุมสมัยใหม่ ดังนั้นการแสดงในรูปปริภูมิ

สถานะที่เหมาะสมสำหรับผลลัพธ์ของเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนจึงเป็นสิ่งจำเป็น

สมมติให้ $G(s)$ คือเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน แล้วเราเรียกแบบจำลองปริภูมิสถานะ (A, B, C, D) ในสมการ (3.4) ว่าผลสัมฤทธิ์ของ $G(s)$

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] \quad (3.4)$$

ในการหาผลสัมฤทธิ์สำหรับเมทริกซ์ถ่ายโอนหลายสัญญาณขาเข้า-หลายสัญญาณขาออก (multiple-input and multiple-output transfer matrix: MIMO) มีหลายรูปแบบ อันดับแรกเราจะพิจารณาการหาผลสัมฤทธิ์สำหรับระบบสัญญาณขาเข้าเดียว-หลายสัญญาณขาออก (single-input and multiple-output: SIMO) จากนั้นจะพิจารณาระบบหลายสัญญาณขาเข้า-สัญญาณขาออกเดียว (multiple-input and single-output: MISO) เป็นอันดับถัดไป

กำหนดให้ $G(s)$ เป็นเวกเตอร์แนวตั้งของฟังก์ชันถ่ายโอนด้วยสัญญาณขาออก p

$$G(s) = \frac{\beta_1 s^{n-1} + \beta_2 s^{n-2} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} + d, \quad \beta_i \in \mathbb{R}^p, \quad d \in \mathbb{R}^p$$

แล้วผลสัมฤทธิ์ของ $G(s)$ จะเท่ากับ $\left[\begin{array}{c|c} A & b \\ \hline C & d \end{array} \right]$ โดยที่

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_{n-1} & \beta_n \end{bmatrix}$$

เรียกรูปแบบของสมการปริภูมิสถานะนี้ว่า รูปบัญญัติตัวควบคุม (controller canonical form) ในสภาวะคู่กันพิจารณาระบบหลายสัญญาณขาเข้า-สัญญาณขาออกเดียว

$$G(s) = \frac{\eta_1 s^{n-1} + \eta_2 s^{n-2} + \dots + \eta_{n-1} s + \eta_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} + d, \quad \eta_i^T \in \mathbb{R}^m, \quad d^T \in \mathbb{R}^m$$

แล้วผลสัมฤทธิ์ของฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)$

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccccc|c} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & \eta_1 \\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 & \eta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 & \eta_{n-1} \\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0 & \eta_n \\ \hline 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & d \end{array} \right] \quad (3.5)$$

เรียกรูปแบบของสมการปริภูมิสถานะนี้ว่า รูปบัญญัติตัวสังเกต (observer canonical form) แนวทางที่ง่ายและตรงไปตรงมาที่สุดในการหาผลสัมฤทธิ์ สำหรับระบบหลายสัญญาณขาเข้า-หลายสัญญาณขาออก คือ

พิจารณาแปลงรูปในแต่ละสมาชิกของเมทริกซ์ $G(s)$ จากนั้นรวมผลสัมฤทธิ์ในแต่ละสมาชิกเข้าด้วยกัน [26] เพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้น ยกตัวอย่างการพิจารณาเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน 2×2 ดังนี้

$$G_{LV}(s) = \begin{bmatrix} G_1(s) & G_2(s) \\ G_3(s) & G_4(s) \end{bmatrix}$$

สมมติให้ $G_i(s)$ $i = 1, 2, \dots, 4$ มีผลสัมฤทธิ์ดังแสดง

$$G_i(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_i & B_i \\ \hline C_i & D_i \end{array} \right], \quad i = 1, \dots, 4$$

แล้วเราสามารถเขียนผลสัมฤทธิ์ของ $G(s)$ ได้ดังนี้

$$G_{LV}(s) = \left[\begin{array}{cccc|cc} A_1 & 0 & 0 & 0 & B_1 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & A_3 & 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_4 & 0 & B_4 \\ \hline C_1 & C_2 & 0 & 0 & D_1 & D_2 \\ 0 & 0 & C_3 & C_4 & D_3 & D_4 \end{array} \right] \quad (3.6)$$

เช่นเดียวกับตัวอย่างข้างต้น แบบจำลองหอกลับแยกสารสองชนิดที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์ในหัวข้อที่ผ่านมา มีลักษณะเป็นเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนขนาด 2×2 จำนวน 16 แบบจำลอง เราสามารถหาผลสัมฤทธิ์สำหรับเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนในทุก ๆ แบบจำลองได้ ในที่นี้จะขอยกตัวอย่างการหาผลสัมฤทธิ์โดยใช้ข้อมูลจากการระบุเอกลักษณ์เพียง 1 แบบจำลองเท่านั้น แสดงสมการเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนตัวอย่างดังสมการ (3.7)

$$G_{LV,1}(s) = \left[\begin{array}{cc} \frac{-72.38e^{-18s}}{20.06s + 1} & \frac{-3.609e^{-1.610s}}{0.7056s + 1} \\ \frac{-74.48e^{-0.302s}}{21.98s + 1} & \frac{14.69e^{-0.202s}}{0.3024s + 1} \end{array} \right] \quad (3.7)$$

สังเกตว่า เมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนข้างต้นปรากฏค่าประวิงเวลา ในงานวิจัยนี้เราเลือกประมาณค่าประวิงเวลาด้วยวิธีการประมาณพาด (Padé approximation) ซึ่งเป็นวิธีประมาณโดยการจัดหมู่ของการกระจายอนุกรมกำลังของตัวเศษและตัวส่วนเข้าด้วยกัน [27] ในกรณีที่เราใช้อันดับของการประมาณสูงขึ้น แบบจำลองจะมีความแม่นยำมากขึ้น แต่ข้อเสียคือ เมื่อเราหาผลสัมฤทธิ์ของเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน จำนวนตัวแปรสถานะจะเพิ่มขึ้นตามอันดับในการประมาณค่าประวิงเวลานี้ด้วย ดังนั้นเราจึงพิจารณาเปรียบเทียบการประมาณพาดที่อันดับหนึ่งและอันดับสอง แสดงสมการการประมาณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{การประมาณพาดอันดับหนึ่ง: } e^{-Ls} &\approx \frac{1 - \frac{Ls}{2}}{1 + \frac{Ls}{2}} \\ \text{การประมาณพาดอันดับสอง: } e^{-Ls} &\approx \frac{1 - \frac{Ls}{2} + \frac{(Ls)^2}{12}}{1 + \frac{Ls}{2} + \frac{(Ls)^2}{12}} \end{aligned}$$

จากหลักการข้างต้น สามารถประมาณค่าประวิงเวลาในเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน ด้วยการประมาณพาเดอันดับหนึ่งได้ดังนี้

$$G_{LV}(s) = \begin{bmatrix} \frac{K_{11}e^{-L_{11}s}}{\tau_{11}s + 1} & \frac{K_{12}e^{-L_{12}s}}{\tau_{12}s + 1} \\ \frac{K_{21}e^{-L_{21}s}}{\tau_{21}s + 1} & \frac{K_{22}e^{-L_{22}s}}{\tau_{22}s + 1} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{K_{11}(1 - L_{11}s/2)}{(\tau_{11}s + 1)(1 + L_{11}s/2)} & \frac{K_{12}(1 - L_{12}s/2)}{(\tau_{12}s + 1)(1 + L_{12}s/2)} \\ \frac{K_{21}(1 - L_{21}s/2)}{(\tau_{21}s + 1)(1 + L_{21}s/2)} & \frac{K_{22}(1 - L_{22}s/2)}{(\tau_{22}s + 1)(1 + L_{22}s/2)} \end{bmatrix}$$

และเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนที่ประมาณค่าประวิงเวลาด้วยการประมาณพาเดอันดับสองคือ

$$G_{LV}(s) \approx \begin{bmatrix} \frac{K_{11}(1 - L_{11}s/2 + (L_{11}s)^2/12)}{(\tau_{11}s + 1)(1 + L_{11}s/2 + (L_{11}s)^2/12)} & \frac{K_{12}(1 - L_{12}s/2 + (L_{12}s)^2/12)}{(\tau_{12}s + 1)(1 + L_{12}s/2 + (L_{12}s)^2/12)} \\ \frac{K_{21}(1 - L_{21}s/2 + (L_{21}s)^2/12)}{(\tau_{21}s + 1)(1 + L_{21}s/2 + (L_{21}s)^2/12)} & \frac{K_{22}(1 - L_{22}s/2 + (L_{22}s)^2/12)}{(\tau_{22}s + 1)(1 + L_{22}s/2 + (L_{22}s)^2/12)} \end{bmatrix}$$

ประมาณค่าประวิงเวลาในเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนด้วยวิธีการประมาณพาเดอันดับหนึ่งและอันดับสอง จากนั้นหาผลสัมฤทธิ์ตามทฤษฎีที่นำเสนอข้างต้น รูปที่ 3.7 แสดงการวิเคราะห์ในโดเมนความถี่เปรียบเทียบระหว่างขนาด (magnitude) ของแบบจำลองปริภูมิสถานะที่มีการประมาณค่าประวิงเวลา ด้วยวิธีการประมาณพาเดอันดับหนึ่งและอันดับสองตามลำดับ รูปที่ 3.8 แสดงความผิดพลาดจากการเปรียบเทียบการประมาณค่าประวิงเวลานั้น โดยใช้ความผิดพลาดสัมบูรณ์ (absolute error) ในขนาดของแบบจำลองเป็นเครื่องมือชี้วัดความผิดพลาด แสดงสมการดังนี้

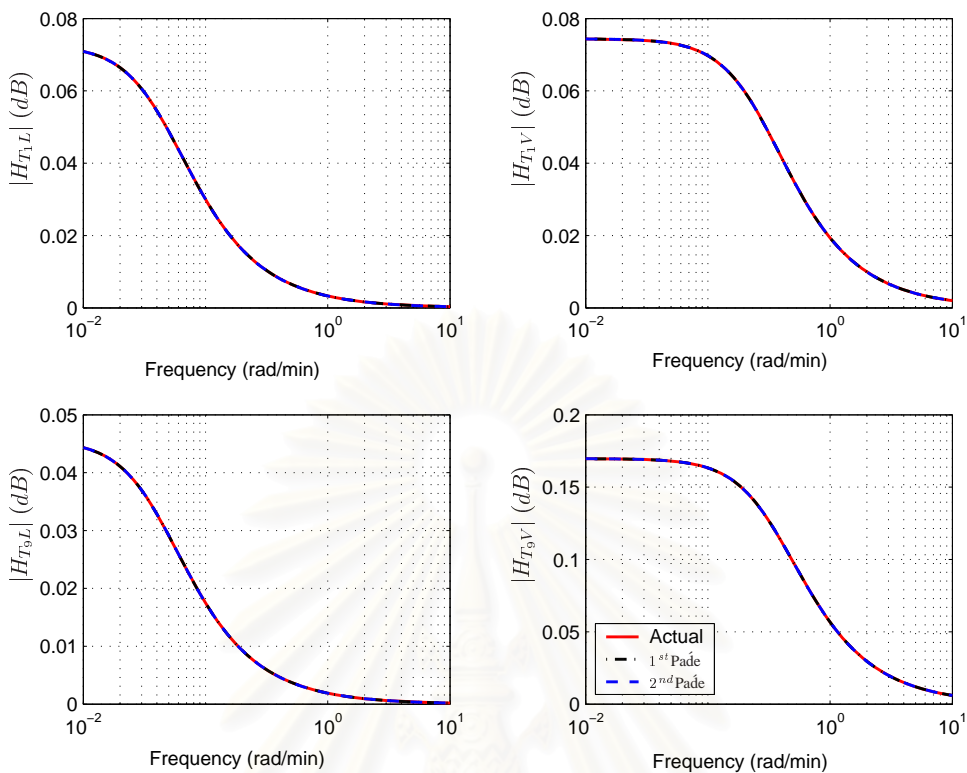
$$|\tilde{G}_{LV}| = \left| \frac{|G_{LV}| - |\hat{G}_{LV}|}{|G_{LV}|} \right|$$

เมื่อ $|G_{LV}|$ คือขนาดของแบบจำลองจริง และ $|\hat{G}_{LV}|$ คือขนาดของแบบจำลองที่ประมาณ

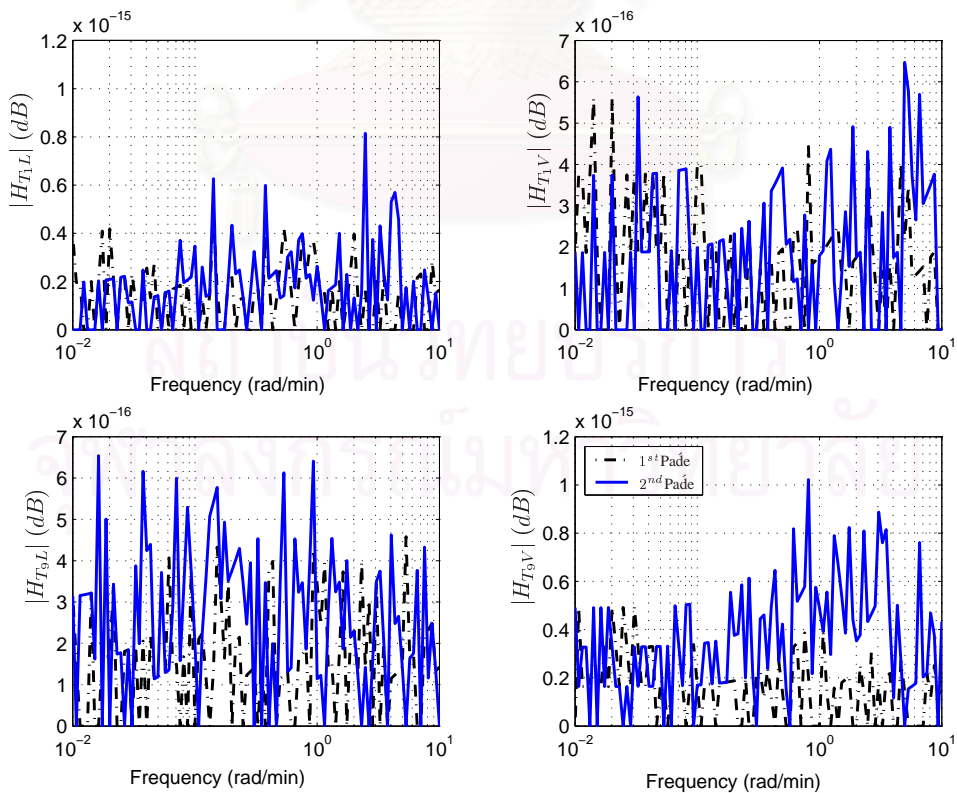
จากการวิเคราะห์ข้อมูลขั้นต้นพบว่า การประมาณค่าประวิงเวลาด้วยวิธีการประมาณพาเดอันดับหนึ่งและอันดับสองสามารถให้ผลตอบใกล้เคียงกับผลตอบจริง อย่างไรก็ตาม การพิจารณาประมาณพาเดอันดับหนึ่งในแบบจำลองนี้มีความเพียงพอสำหรับการประมาณแบบจำลองจริง ดังนั้นผลสัมฤทธิ์ที่ได้จากการพิจารณาตัวอย่างเมทริกซ์ถ่ายโอนตามสมการ (3.7) ด้วยการประมาณพาเดอันดับหนึ่งสำหรับค่าประวิงเวลาได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$G_{LV,1}(s) = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1609 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.6082 & 0 \\ -0.0055 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4009 & 0 \\ 0 & 0 & -2.6595 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.1148 \\ 0 & 0 & -1.7605 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.3538 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6.6680 & 1 & 0 & 0 & 3.3885 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3013 & 0 & 0 & 0 & -22.4406 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13.2078 & 1 & 0 & -48.578 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32.7414 & 0 & 0 & 480.9707 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

สามารถหาผลสัมฤทธิ์ของแบบจำลองเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนอื่น ๆ ได้เช่นเดียวกับตัวอย่างข้างต้น



รูปที่ 3.7: เปรียบเทียบขนาดของเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนกับผลตอบสองที่ได้จากการประมาณค่าในแบบจำลองปริภูมิสถานะ



รูปที่ 3.8: ความผิดพลาดของขนาดในการประมาณค่าประวิงเวลา

3.4 การซัดตัวอย่างระบบเวลาต่อเนื่อง

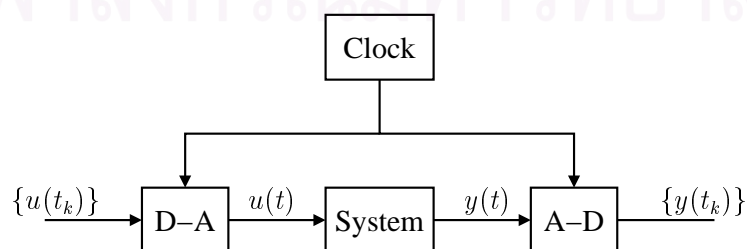
ปัญหาโดยทั่วไปในการควบคุมกระบวนการผ่านคอมพิวเตอร์คือ เราจะอธิบายรายละเอียดของระบบเวลาต่อเนื่องที่เชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์ผ่านอุปกรณ์ตัวเปลี่ยนสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณแอนะล็อก และตัวเปลี่ยนสัญญาณแอนะล็อกเป็นสัญญาณดิจิทัล (A-D and D-A converters) ได้อย่างไร [28] เมื่อในภาคของการควบคุมจากเครื่องคอมพิวเตอร์เป็นสัญญาณดิจิทัล และกระบวนการที่เราสนใจสื่อสารกันด้วยสัญญาณแอนะล็อก พิจารณาระบบดังรูปที่ 3.9 สัญญาณที่ส่งออกและรับเข้าจากคอมพิวเตอร์เป็นสัญญาณแบบลำดับ $\{u(t_k)\}$ และ $\{y(t_k)\}$ ตามลำดับ แนวคิดในการแก้ปัญหานี้คือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณแบบลำดับขาเข้า และสัญญาณแบบลำดับขาออก ซึ่งการหาแบบจำลองที่สมมูลกับระบบเวลาต่อเนื่องนี้เรียกว่า *การซัดตัวอย่างระบบเวลาต่อเนื่อง* (sampling a continuous-time system) [28]

รูปแบบทั่วไปสำหรับการควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์คือ การกำหนดตัวเปลี่ยนสัญญาณดิจิทัล เป็นสัญญาณแอนะล็อก และคงค่าสัญญาณแอนะล็อกไว้จนกว่าจะมีคำสั่งการแปลงผันใหม่ เรียกรูปแบบนี้ว่า *การคงค่าอันดับศูนย์* (zero-order-hold: ZOH) ด้วยวิธีการนี้เราสามารถเลือกการซัดตัวอย่างบด (sampling instants, t_k) ได้ง่าย โดยกำหนดให้มีค่าเท่ากับเวลาการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม เนื่องจากว่าสัญญาณควบคุมมีค่าไม่ต่อเนื่อง จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องกำหนดพฤติกรรมการรับและส่งสัญญาณให้มีความไม่ต่อเนื่องด้วย เราจะหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรระบบกับสัญญาณควบคุม ณ เวลาการซัดตัวอย่างบดดลนั้น กำหนดให้สัญญาณควบคุมในที่นี้แสดงด้วยสัญญาณตัวอย่าง $\{u(t_k) : k = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ สถานะที่เวลาการซัดตัวอย่าง t_k และสถานะที่บางเวลาในอนาคต t ได้จากการหาผลเฉลยของสมการปริภูมิสถานะในระบบเวลาต่อเนื่อง แล้วสถานะ ณ เวลา t เมื่อ $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ หาได้จาก

$$x(t) = e^{A(t-t_k)}x(t_k) + \int_{t_k}^t e^{A(t-s')}Bu(s')ds'$$

เนื่องจาก u เป็นค่าคงที่ระหว่างการซัดตัวอย่างบดดล ดังนั้น

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{A(t-t_k)}x(t_k) + \int_{t_k}^t e^{A(t-s')}ds'Bu(t_k) \\ &= e^{A(t-t_k)}x(t_k) + \int_0^{t-t_k} e^{As}dsBu(t_k) \\ &= \Phi(t, t_k)x(t_k) + \Gamma(t, t_k)u(t_k) \end{aligned}$$



รูปที่ 3.9: แผนภาพบล็อกของระบบเวลาต่อเนื่องเชื่อมต่อกับตัวเปลี่ยนสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก และสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล

ในที่นี้เวกเตอร์สถานะที่เวลา t คือฟังก์ชันแบบเชิงเส้นประกอบด้วยตัวแปร $x(t_k)$ และ $u(t_k)$ ถ้าตัวเปลี่ยนสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก และสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลในรูปที่ 3.9 มีการประสานเวลาที่สมบูรณ์แบบ และเวลาในการแปลงผันมีค่าเล็กน้อยจนอาจละเลยได้ สัญญาณขาเข้า u และสัญญาณขาออก y จะสามารถพิจารณาในเวลาการซัดตัวอย่างบดตลได้ ระบบสมการ ณ เวลาการซัดตัวอย่างบดตลจึงแสดงดังนี้

$$\begin{aligned}x(t_{k+1}) &= \Phi(t_{k+1}, t_k)x(t_k) + \Gamma(t_{k+1}, t_k)u(t_k) \\y(t_k) &= Cx(t_k) + Du(t_k)\end{aligned}\quad (3.9)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\Phi(t_{k+1}, t_k) &= e^{A(t_{k+1}-t_k)} \\ \Gamma(t_{k+1}, t_k) &= \int_0^{t_{k+1}-t_k} e^{As} ds B\end{aligned}$$

สังเกตว่า สมการ (3.9) ไม่มีการประมาณใด ๆ เข้ามาเกี่ยวข้อง หมายความว่า สมการนี้จะให้ค่าสถานะและค่าสัญญาณขาออกที่แม่นยำตรง ณ การซัดตัวอย่างบดตล ด้วยเหตุว่าสัญญาณควบคุมมีค่าคงที่ระหว่างการซัดตัวอย่างบดตลนั้น แบบจำลองในสมการ (3.9) จึงเรียกว่า การซัดตัวอย่างคงค่าอันดับศูนย์ของระบบเวลาต่อเนื่อง

ในกรณีการซัดตัวอย่างเป็นคาบ ด้วยคาบเวลา h จากสมการ (3.9) เราสามารถเขียนสมการสถานะได้ใหม่ โดยที่ $t_k = h$ ดังนี้

$$\begin{aligned}x(kh + h) &= \Phi x(kh) + \Gamma u(kh) \\y(kh) &= Cx(kh) + Du(kh)\end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\Phi &= e^{Ah} \\ \Gamma &= \int_0^h e^{As} ds B\end{aligned}\quad (3.10)$$

หาอนุพันธ์ของสมการ (3.10) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{d\Phi(t)}{dt} &= A\Phi(t) = \Phi(t)A \\ \frac{d\Gamma(t)}{dt} &= \Phi(t)B\end{aligned}$$

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi(t) & \Gamma(t) \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(t) & \Gamma(t) \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เมื่อ I คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ที่มีมิติเท่ากับจำนวนสัญญาณขาเข้า เราสามารถคำนวณหาเมทริกซ์ $\Phi(h)$ และ $\Gamma(h)$ ในคาบเวลาซัดตัวอย่าง h ได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \Phi(h) & \Gamma(h) \\ 0 & I \end{bmatrix} = \exp \left(\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} h \right)$$

มีหลายทางเลือกสำหรับการคำนวณหาค่าเมทริกซ์ Φ และ Γ มีหลายทางเลือกในการคำนวณ [28] เช่น การคำนวณเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรม MATLAB เป็นต้น ในกรณีที่ระบบมีอันดับต่ำ ($n \leq 2$) เราสามารถคำนวณหาค่าเมทริกซ์ดังกล่าวได้ด้วยสมการ

$$\Psi = \int_0^h e^{As} ds = Ih + \frac{Ah^2}{2!} + \frac{A^2h^3}{3!} + \dots + \frac{A^i h^{i+1}}{(i+1)!} + \dots$$

โดยเมทริกซ์ Φ และ Γ ได้จาก

$$\Phi = I + A\Psi$$

$$\Gamma = \Psi B$$

จากหัวข้อที่ 3.3 เรามีสมการปริภูมิสถานะในเวลาต่อเนื่องของระบบหอกลับแยกสารสองชนิด จำนวน 16 แบบจำลอง ประยุกต์ทฤษฎีการชักตัวอย่างในระบบเวลาต่อเนื่องด้วยวิธีคงค่าอันดับศูนย์ เพื่อแปลงแบบจำลองให้อยู่ในระบบเวลาวิฤต ในที่นี้จะขอยกตัวอย่างด้วยแบบจำลอง (3.8) โดยกำหนดคาบการชักตัวอย่างเท่ากับ 10 วินาที ซึ่งเป็นค่าเวลาเดียวกันกับ ช่วงเวลาของข้อมูลที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์ระบบจริงตามในหัวข้อที่ 3.2.2 และแปลงแบบจำลองให้อยู่ในระบบเวลาวิฤตโดยใช้โปรแกรม MATLAB ด้วยคำสั่ง `sysd=c2d(ss(A1,B1,C1,D1),h,'zoh')` ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$G_{LV,1}(z) = \begin{bmatrix} 0.9735 & 0.1644 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5878 & 0 \\ -0.0009 & 0.9999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0671 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6237 & 0.1335 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6068 \\ 0 & 0 & -0.2351 & 0.9788 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.1593 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3271 & 0.1005 & 0 & 0 & 0.1183 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0303 & 0.9970 & 0 & 0 & -3.7462 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0007 & 0.0583 & 0 & 0.5626 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.9079 & 0.7689 & 0 & 84.0703 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

แบบจำลองอื่น ๆ สามารถแปลงผันให้อยู่ในระบบเวลาวิฤตได้เช่นเดียวกับตัวอย่างข้างต้น

3.5 การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม

สมการสถานะที่จุดทำงานใด ๆ ของแบบจำลองเชิงเส้นแสดงดังนี้

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_i x(k) + B_i u(k), & \text{เมื่อ } i = 1, \dots, N \\ y(k) &= C_{y,i} x(k) + D_{y,i} u(k) \end{aligned} \quad (3.11)$$

A_i , B_i , $C_{y,i}$, $D_{y,i}$ เป็นเมทริกซ์ที่อธิบายระบบ ณ จุดทำงาน i และ N คือจำนวนจุดทำงานทั้งหมดที่เราสนใจ สามารถแสดงแบบจำลองตามสมการข้างต้นในรูปแบบระบบที่มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ค่าจริง (real parametric uncertainty) ได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A + \Delta A)x(k) + (B + \Delta B)u(k), \\ y(k) &= (C_y + \Delta C_y)x(k) + (D_y + \Delta D_y)u(k) \end{aligned} \quad (3.12)$$

โดยที่ A, B, C_y, D_y คือเมทริกซ์ค่าระบุ (nomial matrix) ซึ่งเลือกจากสภาวะการทำงานปกติ การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนแบ่งออกเป็นขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. พิจารณาขอบเขตความไม่แน่นอนของแบบจำลอง
2. กำหนดหาเมทริกซ์ค่าระบุ ในที่นี้กำหนดให้เมทริกซ์ค่าระบุเป็นค่ากึ่งกลาง เช่น การเลือกเมทริกซ์พลวัต A จากเมทริกซ์พลวัต A_i เมื่อ $i = 1, \dots, N$ ได้โดย

$$A = \frac{1}{2}(A_{\max} + A_{\min})$$

A_{\max} และ A_{\min} คือเมทริกซ์ที่มีค่าสมาชิกในแต่ละตำแหน่งเป็นค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดตามลำดับ และกำหนดหาเมทริกซ์ความไม่แน่นอนจากความสัมพันธ์ $\Delta A = A_{\max} - A$ จากนั้นพิจารณาเช่นเดียวกันในเมทริกซ์ $B_i, C_{y,i}, D_{y,i}$ จะได้เมทริกซ์ที่ระบุ A, B, C_y, D_y และเมทริกซ์ความไม่แน่นอน $\Delta A, \Delta B, \Delta C_y, \Delta D_y$

3. กำหนดค่าเมทริกซ์แยกย่อยเอกลักษณ์ของเมทริกซ์ความไม่แน่นอน จะได้เมทริกซ์ย่อยเป็นดังนี้

$$\left[\begin{array}{c|c} \Delta A & \Delta B \\ \hline \Delta C_y & \Delta D_y \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \bar{B}_p \\ \bar{D}_{yp} \end{array} \right] \bar{\Delta} \left[\begin{array}{cc} \bar{C}_q & \bar{D}_{qu} \end{array} \right] \quad (3.13)$$

โดยที่ $\bar{\Delta} = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots)$ เมทริกซ์เอกลักษณ์ที่คำนวณได้อาจมีบางแถวและบางหลักที่มีค่าเอกลักษณ์เป็นศูนย์ หรือมีค่านัยสำคัญน้อยกว่าที่กำหนด ในที่นี้มีค่าเท่ากับ 0.01 ดังนั้นเราสามารถลดมิติของเมทริกซ์เอกลักษณ์ให้ค่าลำดับขั้นเท่ากับ r ได้ดังนี้

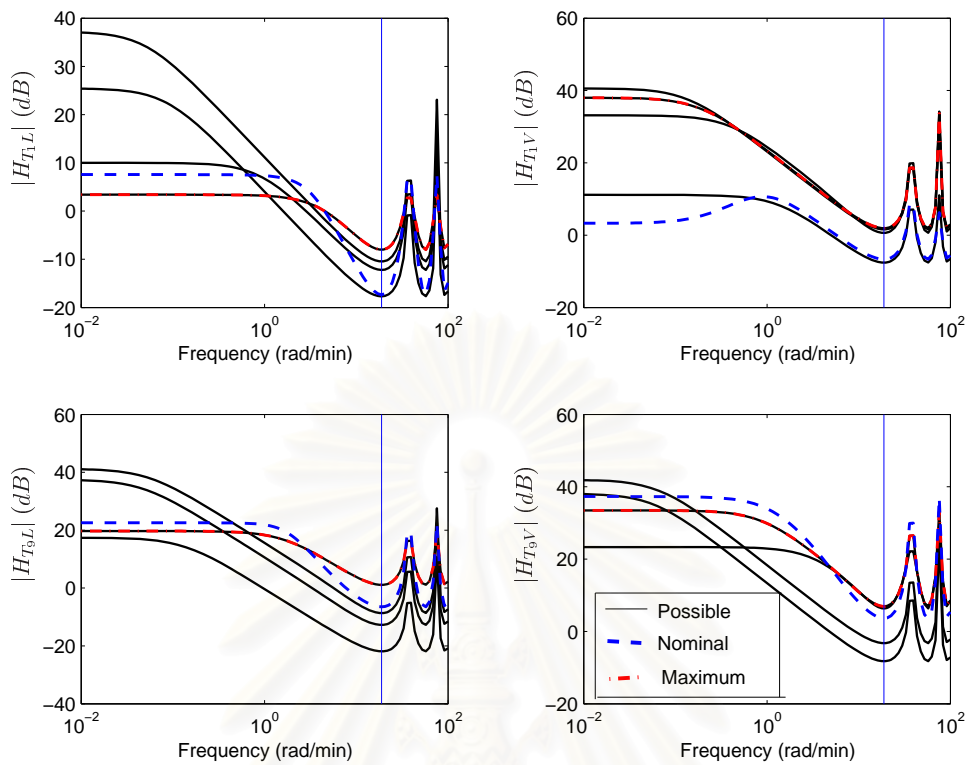
$$\Delta = \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_r) \quad (3.14)$$

และลดมิติของเมทริกซ์อื่น ๆ ให้สอดคล้องกันดังแสดง

$$\left[\begin{array}{c} B_p \\ D_{yp} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \bar{B}_p \\ \bar{D}_{yp} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{I}_r \\ \mathbf{0} \end{array} \right] \quad \text{และ} \quad \left[\begin{array}{cc} C_q & D_{qu} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \bar{C}_q & \bar{D}_{qu} \end{array} \right] \quad (3.15)$$

จากนั้นจัดสมการ (3.12) ให้อยู่ในรูปของระบบเชิงเส้นที่มีสัญญาณขาเข้า p ผ่านความไม่แน่นอน Δ แล้วได้สัญญาณขาออกเป็น q [29] เพื่ออธิบายถึงความไม่แน่นอนในพารามิเตอร์ได้ตามสมการ (2.3)

สำหรับการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองหอกลับแยกสารสองชนิด เราวิเคราะห์แบบจำลองค่าระบุจากแบบจำลองปริภูมิสถานะในระบบเวลาวิฤตทั้งหมดที่ได้จากหัวข้อ 3.4 จากนั้นพิจารณาค่ากลางของแบบจำลองที่เป็นไปได้ทั้งหมด ได้ผลลัพธ์เมทริกซ์ค่าระบุดังนี้



รูปที่ 3.10: ผลตอบสนองทางความถี่ของแบบจำลองค่าระบุและแบบจำลองที่เป็นไปได้ทั้งหมด

$$A = \begin{bmatrix} 0.3658 & 0.1027 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.0575 & 0.8757 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7439 & 0.1443 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1275 & 0.9886 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6197 & 0.1304 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4000 & 0.9598 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5393 & 0.1191 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3217 & 0.9652 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.04282 & 4.3096 & 0 & 0 & -0.3117 & 7.0483 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.7946 & 0.2784 & 0 & 0 & -0.3317 & 33.5443 \end{bmatrix}^T$$

$$C_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

รูปที่ 3.10 แสดงผลตอบสนองของขนาดในโดเมนความถี่ ประกอบด้วยแบบจำลองค่าระบุและแบบจำลองที่เป็นไปได้ทั้งหมด คำนวณหาค่าเมทริกซ์แยกย่อยเอกรฐานของเมทริกซ์ความไม่แน่นอน พบการเปลี่ยนแปลงในเมทริกซ์ A_i และ B_i เท่านั้น เมทริกซ์ความไม่แน่นอนมีผลลัพธ์ดังนี้

$$\Delta A = \begin{bmatrix} -0.3501 & -0.0390 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.03452 & -0.12229 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1202 & 0.0108 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1076 & 0.0097 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3432 & -0.0332 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3979 & -0.0399 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3997 & -0.0424 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3187 & -0.0345 \end{bmatrix},$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} -0.1453 & 4.8186 & 0 & 0 & -0.4686 & 7.0637 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.401378463 & 1.4377 & 0 & 0 & 0.4008 & 33.2962 \end{bmatrix}^T$$

หาค่าแยกย่อยเอกฐานตามสมการ (3.13) และลดขนาดของเมทริกซ์ตามขั้นตอนในสมการ (3.15) โดยกำหนดค่านัยสำคัญของค่าเอกฐานให้มีค่ามากกว่า 0.01 พบว่าความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นมีค่าลำดับชั้นเท่ากับ 7 ทำให้ได้เมทริกซ์ B_p มีจำนวน 7 สดมภ์ เมทริกซ์ C_q และ D_{qu} มีจำนวนแถวเท่ากับ 7 แถว และนำค่าเอกฐานที่ได้คูณกับเมทริกซ์ย่อย C_q เพื่อขจัดเทอมสัมประสิทธิ์หน้าความไม่แน่นอน δ_i , $i = 1, \dots, 7$ แสดงดังสมการ (3.17) โดยที่เมทริกซ์ D_{yp} มีค่าเท่ากับศูนย์

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0.0141 & -0.366 & 0 & -0.2469 & 0 & -0.8973 \\ 0 & -0.5675 & -0.7654 & 0 & -0.0015 & 0 & 0.3034 \\ -0.042 & 0 & 0 & 0.0346 & 0 & -0.7448 & 0 \\ 0.0431 & 0 & 0 & -0.0349 & 0 & -0.6673 & 0 \\ 0 & 0.0529 & 0.0589 & 0 & -0.9668 & 0 & 0.2428 \\ 0 & -0.8215 & 0.5263 & 0 & -0.0655 & 0 & -0.2093 \\ 0.0121 & 0 & 0 & 0.9988 & 0 & 0.0025 & 0 \\ 0.9981 & 0 & 0 & -0.0092 & 0 & -0.0026 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 33.361 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.5903 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9561 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3985 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3708 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1620 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0021 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0.1208 & -0.3496 & 0 & -0.0915 & 0 & -0.0019 \\ 0 & -4.8753 & -0.7318 & 0 & -0.0005 & 0 & 0.0006 \\ -1.4013 & 0 & 0 & 0.0138 & 0 & -0.1207 & 0 \\ 1.4377 & 0 & 0 & -0.0139 & 0 & -0.1081 & 0 \\ 0 & 0.4547 & 0.0563 & 0 & -0.3585 & 0 & 0.0005 \\ 0 & -7.057 & 0.5032 & 0 & -0.0242 & 0 & -0.0004 \\ 0.4047 & 0 & 0 & 0.398 & 0 & 0.0004 & 0 \\ 33.298 & 0 & 0 & -0.0037 & 0 & -0.0004 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1.23 \times 10^5 & -1.04 \times 10^6 & 0 & 0 & -0.0097 & -0.0011 \\ 0.0678 & 0.0080 & 0 & 0 & 0.0359 & 0.0036 & 0 & 0 \\ 0.9621 & 0.1128 & 0 & 0 & -0.2402 & -0.0240 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0010 & 8.57 \times 10^5 & 0 & 0 & -0.9944 & -0.1056 \\ 0.2372 & 0.0265 & 0 & 0 & 0.9652 & 0.0935 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.9959 & -0.0896 & 0 & 0 & -0.0010 & -9.58 \times 10^5 \\ 0.1150 & -0.9824 & 0 & 0 & -0.0155 & 0.1462 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{qu} = \begin{bmatrix} 0 & 0.9999 \\ -0.9970 & 0 \\ 0.05756 & 0 \\ 0 & -0.0097 \\ 0.0515 & 0 \\ 0 & -2.22 \times 10^5 \\ -0.0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{qp} = \mathbf{0}, \quad (3.17)$$

เมื่อ $|\delta_i| \leq 1, \quad i = 1, \dots, 7$

3.6 บทสรุป

จากการวิเคราะห์แบบจำลองความไม่แน่นอนในส่วนที่ผ่านมา เป็นการสร้างแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม โดยหาผลสัมฤทธิ์จากแบบจำลองเมทริกซ์ถ่ายโอนที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์ในกระบวนการจริง ซึ่งในแบบจำลองเมทริกซ์ถ่ายโอนมีองค์ประกอบของค่าประวิงเวลารวมอยู่ด้วย เราจึงพิจารณาประมาณค่าประวิงเวลาเหล่านั้น ด้วยวิธีการประมาณค่าอันดับหนึ่งและอันดับสอง โดยผลจากการวิเคราะห์เปรียบเทียบความผิดพลาดระหว่างแบบจำลองจริง กับแบบจำลองที่ถูกประมาณด้วยการประมาณค่าอันดับหนึ่งและอันดับสอง พบว่าการประมาณทั้งสองแบบนี้ให้ผลลัพธ์ที่ไม่แตกต่างกัน จึงกล่าวได้ว่าวิธีการประมาณด้วยค่าอันดับหนึ่งเพียงพอสำหรับการประมาณค่าประวิงเวลาในแบบจำลอง จากนั้นเราแปลงแบบจำลองให้อยู่ในระบบเวลาวิฤตด้วยการชักตัวอย่างแบบคงค่าอันดับศูนย์ และกำหนดคาบเวลาการชักตัวอย่างเท่ากับ 10 วินาที จากนั้นวิเคราะห์หาแบบจำลองค่าระบุจากแบบจำลองทั้งหมดด้วยการพิจารณาค่ากลาง และสามารถสร้างแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มได้จากการพิจารณาค่าแยกย่อยเอกลักษณ์ พบว่าความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นมีค่าลำดับชั้นเท่ากับ 7 เมื่อเราวิเคราะห์สร้างแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มเรียบร้อยแล้ว จะนำแบบจำลองความไม่แน่นอนที่ได้ไปออกแบบตัวควบคุมคงทนด้วยวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ซึ่งทฤษฎีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนจะนำเสนอในบทถัดไป

บทที่ 4

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน

ในบทนี้กล่าวถึง ทฤษฎีการออกแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน แบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 ส่วน ตามรูปแบบการควบคุม ได้แก่ การควบคุมป้อนกลับสถานะ และการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก ในส่วนแรก จะแสดงทฤษฎีการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนในกฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ ด้วยการประยุกต์ฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว และฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม จากนั้นจะนำเข้าสู่ทฤษฎีการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก โดยประยุกต์จากเทคนิคของ Wan และ Kothare [30] พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมกับกระบวนการต่าง ๆ ประกอบ

4.1 การควบคุมป้อนกลับสถานะ

ในส่วนนี้เริ่มต้นด้วยปัญหาการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทน ด้วยการควบคุมป้อนกลับสถานะ ร่วมกับฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวและฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ในการประยุกต์การควบคุมร่วมกับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม จะกล่าวถึงงานของ Lee และ Park [9] ประกอบ จากนั้นจะนำเสนอวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนใหม่ ซึ่งได้แนวคิดการประยุกต์มาจาก [8, 10, 11] รวมทั้งการพิจารณาเงื่อนไขบังคับของสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออกร่วมกับปัญหาการควบคุม

พิจารณาแบบจำลองแบบเชิงเส้นแปรเปลี่ยนตามเวลา ที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มดังสมการ (2.3) และ (2.4) สมมติให้ตัวแปรสถานะของระบบ $x(k)$ สามารถวัดได้ อ้างถึงในหัวข้อที่ 2.3 เราจะแทนที่การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ระบุในสมการ (2.6) ณ เวลาชักตัวอย่าง k ด้วยการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์สมรรถนะคงทนตามสมการ

$$\min_{u(k+i|k), i \geq 0} \max_{\Delta(k+i), i \geq 0} J_\infty(k) \quad (4.1)$$

เรียกปัญหานี้ว่า ปัญหาการค่าต่ำสุด-สูงสุด การหาค่าสูงสุดนี้ครอบคลุมเซตของความไม่แน่นอนทั้งหมดและเกี่ยวข้องกับการเลือกแบบจำลองที่แปรเปลี่ยนตามเวลา ซึ่งถ้าใช้แบบจำลองสำหรับการทำนายแล้วควรจะต้องวิเคราะห์ค่ามากที่สุด หรือค่าเลวสุดฟังก์ชันจุดประสงค์ $J_\infty(k)$ ในเซตความไม่แน่นอนของกระบวนการทั้งหมด จากนั้นหาค่าต่ำสุดของค่าเลวสุดนั้นเป็นการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมในปัจจุบันและในอนาคต $u(k+i|k)$, $i \geq 0$ เราจึงกำหนดปัญหาในสมการ (4.1) ด้วยการหาค่าขอบเขตบนของจุดประสงค์สมรรถนะคงทน จากนั้นจึงหาค่าต่ำสุดของขอบเขตบนนี้ด้วยกฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ $u(k+i|k) = Fx(k+i|k)$, $i \geq 0$

ในการรับประกันเสถียรภาพของระบบเวลาวิฤต สำหรับการสังเคราะห์กฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ F ทุกเวลาชักตัวอย่าง k เราใช้วิธีการอนุพันธ์ขอบเขตบน (derivation of the upper bound) [3] เริ่มต้น พิจารณาฟังก์ชันกำลังสองหรือฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว $V(x(k)) = x(k)^T P x(k)$, $P > 0$ ที่สถานะ $x(k|k) = x(k)$ ตามระบบสมการ (2.3) และ (2.4) โดยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวที่สถานะเท่ากับศูนย์ $V(0)$ มีค่าเท่ากับศูนย์

จากสมการ (2.3) และ (2.4) ณ เวลาชักตัวอย่าง k สมมติให้ V สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้สำหรับ $x(k+i|k)$, $u(k+i|k)$, $i \geq 0$ ทุก ๆ ค่า

$$V(x(k+i+1|k)) - V(x(k+i|k)) \leq -\{x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)\} \quad (4.2)$$

สำหรับฟังก์ชันจุดประสงค์สมรรถนะคงทนที่มีขอบเขตจำกัด จะต้องมีสถานะ $x(\infty|k) = 0$ และ $V(x(\infty|k)) = 0$ หากผลบวกในสมการ (4.2) จาก $i = 0$ ถึง $i = \infty$ จะได้

$$-V(x(k|k)) \leq -J_\infty(k)$$

ด้วยเหตุนี้

$$\max_{\Delta(k+i), i \geq 0} J_\infty(k) \leq V(x(k|k)) \leq \gamma_{\text{SLF}}$$

ในที่นี้ γ_{SLF} คือขอบเขตบนของ $V(x(k|k))$ เมื่อใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวในการรับประกันเสถียรภาพเช่นเดียวกัน ในกรณีพิจารณาด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมตามสมการ (2.9) เราประยุกต์การอนุพันธ์ขอบเขตบนจากงานของ Cuzzola และคณะ [8], Feng พร้อมคณะ [10] และ Mao [11] สมมติให้ $V(k)$ สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

$$V(k+i+1) - V(k+i) < -\{x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)\} \quad (4.3)$$

ดังนั้น

$$\max_{\Delta(k+i), i \geq 0} J_\infty(k) < V(k) \leq \gamma_{\text{PDFL}} \quad (4.4)$$

γ_{PDFL} คือขอบเขตบนของ $V(k)$ การหาค่าต่ำสุดของ $\max_{\Delta(k+i), i \geq 0} J_\infty(k)$ อาจหาได้จากการหาค่าต่ำสุดบนขอบเขตบนนี้ ดังนั้นเพื่อการสังเคราะห์ตัวควบคุม เราจึงนิยามเป้าหมายของขั้นตอนวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองใหม่ โดยในแต่ละเวลาการชักตัวอย่าง k เรานำกฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ $u(k+i|k) = Fx(k+i|k)$ มาใช้ในการหาค่าต่ำสุดขอบเขตบน โดยปกติในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง เฉพาะการคำนวณครั้งแรกเท่านั้นที่สัญญาณควบคุม $u(k|k) = Fx(k|k)$ นำมาประยุกต์ ณ เวลาการชักตัวอย่างครั้งถัดไป สถานะ $x(k+1)$ ถูกวัดได้ และการหาค่าเหมาะสมที่สุดถูกทำซ้ำเพื่อคำนวณอัตราขยายเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ F

4.1.1 เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว

ทฤษฎีบทต่อไปนี้ได้ให้เงื่อนไขสำหรับการมีอยู่จริงของเมทริกซ์เลียปูนอฟ $P > 0$ ที่เหมาะสมซึ่งสอดคล้องกับสมการ (4.2) และเกี่ยวข้องกับอัตราขยายเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ F

ทฤษฎีบท 4.1 การควบคุมย้อนกลับสถานะร่วมกับฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว

ให้ $x(k) = x(k|k)$ เป็นสถานะของระบบที่มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มตามสมการ (2.3) ถูกวัด ณ เวลาการซิกตัวอย่าง k และกำหนดให้ค่านิ่งถึงเงื่อนไขบังคับบนสัญญาณควบคุมขาเข้า และเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกของกระบวนการ สมมติให้มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม Δ ดังสมการ (2.4) ซึ่งอัตราขยายเมทริกซ์ย้อนกลับสถานะ F หาได้จาก

$$F = YQ^{-1}$$

เมื่อ $Q > 0$ และ Y หาได้จากผลเฉลยในปัญหาการหาค่าต่ำสุดของจุดประสงค์แบบเชิงเส้นด้วยตัวแปร γ, Q, Y และ Λ :

$$\min_{\gamma, Q, Y, \Lambda} \gamma \quad (4.5)$$

subject to

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^T \\ x(k|k) & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} Q & Y^T \mathcal{R}^{1/2} & QQ^{1/2} & QC_q^T + Y^T D_{qu}^T & QA^T + Y^T B^T \\ \mathcal{R}^{1/2} Y & \gamma I & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ Q^{1/2} Q & \mathbf{0} & \gamma I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ C_q Q + D_{qu} Y & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Lambda & \mathbf{0} \\ AQ + BY & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Q - B_p \Lambda B_p^T \end{bmatrix} \geq 0, \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad X_{qq} \leq u_{q, \max}^2, \quad q = 1, \dots, n_u, \quad (4.8)$$

$$\begin{bmatrix} y_{\max}^2 Q & (C_q Q + D_{qu} Y)^T & (AQ + BY)^T C^T \\ C_q Q + D_{qu} Y & T^{-1} & \mathbf{0} \\ C(AQ + BY) & \mathbf{0} & I - CB_p T^{-1} B_p^T C^T \end{bmatrix} \geq 0, \quad (4.9)$$

$$\text{เมื่อ} \quad \Lambda = \text{diag}(\lambda_1 I_{n_1}, \dots, \lambda_r I_{n_r}) > 0 \quad (4.10)$$

ในส่วนของการละเอียดและบทพิสูจน์ ขอให้ศึกษาในบทความของ Kothare และคณะ [3] ในงานวิจัยนี้จะนำเทคนิคดังกล่าว มาพิจารณาเปรียบเทียบกับเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ซึ่งจะกล่าวในลำดับต่อไป

4.1.2 เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

ที่ผ่านมา ในงานวิจัยของ Lee และ Park [9] มีข้อด้อยในส่วนของแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มที่พิจารณา ไม่ครอบคลุมถึงความไม่แน่นอนในเมทริกซ์ขาเข้า B (เมทริกซ์ D_{qu}) แสดงดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + B_p p(k) \\q(k) &= C_q x(k) + D_{qp} p(k) \\p(k) &= \Delta q(k)\end{aligned}$$

ในความเป็นจริงแล้ว แบบจำลองในระบบส่วนใหญ่มักปรากฏความไม่แน่นอนทั้งในส่วนของเมทริกซ์พลวัต (A) และเมทริกซ์ขาเข้า (B) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในงานวิจัยของ Lee และ Park นี้ไม่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์จริง การพัฒนาเทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มจึงเกิดขึ้น

พิจารณาแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มดังสมการ (2.3) และ (2.4) ซึ่งใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งกับตัวแปรเสริม $V(k)$ ตามสมการ (2.9) ในการรับประกันเสถียรภาพคงทน ทฤษฎีบทต่อไปนี้ ใต้ให้การออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ด้วยการป้อนกลับสถานะ โดยใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม

ทฤษฎีบท 4.2 การควบคุมป้อนกลับสถานะร่วมกับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

สำหรับแบบจำลองตามสมการ (2.3) ด้วยความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม (2.4) ภายใต้เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า (2.7) และเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก (2.8) ณ เวลาการชั่งตัวอย่าง k เมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ $F(k)$ ในกฎการควบคุม $u(k+i|k) = F(k)x(k+i|k)$, $i \geq 0$ ได้จาก

$$F(k) = YG^{-1}$$

เมื่อ $G > 0$ และ Y หาได้จากผลเฉลยในปัญหาการหาค่าต่ำสุดของจุดประสงค์แบบเชิงเส้นดังนี้

$$\min_{\gamma, G, Q_j, Y, \Lambda_j, T} \quad \gamma \quad (4.11)$$

subject to

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^T \\ x(k|k) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, r, \quad (4.12)$$

$$\begin{bmatrix} G^T + G - Q_j & * & * & * & * & * \\ \mathbf{0} & \Lambda_j & * & * & * & * \\ C_{q,j}G + D_{qu,j}Y & D_{qp,j}\Lambda_j & \Lambda_j & * & * & * \\ AG + BY & B_{p,j}\Lambda_j & \mathbf{0} & Q_l & * & * \\ Q^{1/2}G & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma I & * \\ R^{1/2}Y & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma I \end{bmatrix} > 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, r, \quad \forall l = 1, 2, \dots, r, \quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & G^T + G - Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad X_{qq} \leq u_{q,\max}^2, \quad q = 1, \dots, n_u, \quad \forall j = 1, 2, \dots, r, \quad (4.14)$$

$$\begin{bmatrix} y_{\max}^2(G^T + G - Q_j) & * & * & * \\ \mathbf{0} & T^{-1} & * & * \\ C_y(AG + BY) & C_y B_p T^{-1} & I & * \\ C_q G + D_{qu} Y & D_{qp} T^{-1} & \mathbf{0} & T^{-1} \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, r, \quad (4.15)$$

เมื่อ $Q_j = Q_j^T > 0$, $T = \text{diag} \{t_1 I_{n_1}, \dots, t_{n_r} I_{n_r}\} > 0$, $\Lambda_j > 0$, และสัญลักษณ์ * แสดงถึงกล่องสมมาตร สลับเปลี่ยน (the transpose of the symmetric blocks) ในสมการเมทริกซ์เชิงเส้น และบทพิสูจน์สำหรับ ทฤษฎีบทที่แสดงในภาคผนวก 6.2

ภายใต้ทฤษฎีบท 4.2 เราสามารถแสดงขั้นตอนวิธีในการประยุกต์จริงสำหรับการควบคุมป้อนกลับ สถานะแบบออนไลน์ ในเทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนดังนี้

ขั้นตอนวิธี 4.1 (การควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออนไลน์ ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม)

1. รับค่าสถานะที่ได้จากการวัด $x(k)$
2. แก้ปัญหาค่าต่ำสุด $\min_{\gamma, G, Q_j, Y, \Lambda, T} \gamma$, ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข (4.12)-(4.15) จากนั้นคำนวณหาค่าเมทริกซ์อัตราขยาย $F(k)$
3. จ่ายสัญญาณควบคุม $u(k) = F(k)x(k)$ ให้กับกระบวนการ
4. กำหนดค่าเวลา $k := k + 1$ แล้ววนซ้ำในข้อ 1

จากขั้นตอนวิธี 4.1 สามารถสรุปเป็นผังงานการควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออนไลน์แสดงได้ดังรูป 4.1

4.2 การควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์

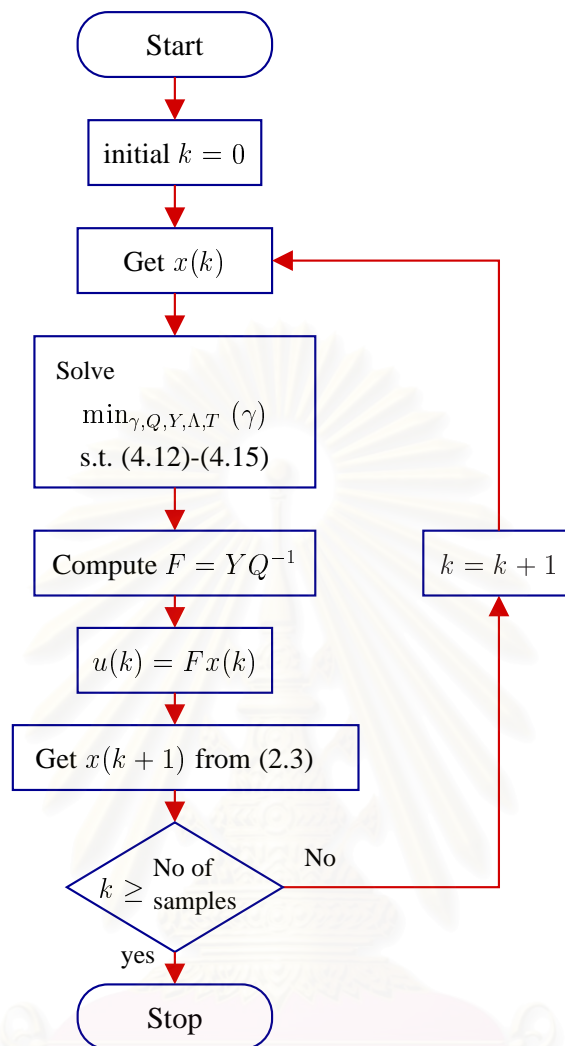
ในส่วนของทฤษฎีภายใต้กลยุทธ์แบบออฟไลน์สำหรับการป้อนกลับสถานะของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคือการสร้างทรงรีนยงที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ หมายความว่าเราจะต้องกำหนดบริเวณของสถานะ ว่าในเวลาหนึ่งสถานะที่พิจารณาอยู่ในบริเวณไหน จากนั้นจะต้องทำให้สถานะนั้นลู่เข้าสู่จุดกำเนิด (origin) ด้วยเกณฑ์การควบคุมที่เราได้ออกแบบไว้เริ่มต้น เราใช้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของสมการเมทริกซ์เชิงเส้นในการออกแบบกฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ สำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนดังขั้นตอนวิธี 4.1

$$\begin{aligned} \min_{\gamma, G, Q_j, Y, \Lambda, T} \quad & \gamma \\ \text{subject to} \quad & (4.12), (4.13), (4.14) \text{ และ } (4.15) \end{aligned} \quad (4.16)$$

วิธีการกำหนดทรงรีนยงที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับสำหรับระบบที่มีความไม่แน่นอน แสดงได้ดังบทตั้งต่อไปนี้

บทตั้ง 4.1 พิจารณาระบบที่มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม (2.3) ประยุกต์ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.16) กับสถานะของระบบ x_0 และสามารถหาผลเฉลยแสดงด้วยค่าสเกลาร์ γ , เมทริกซ์ Q_j เมื่อ $j = 1, 2, \dots, r$ และเมทริกซ์คู่ $\{Y, G\}$ ถ้าเราใช้กฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ $u(k) = YG^{-1}x(k)$ แล้วทรงรีนยงที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับคือ $\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{R}^n | x^T Q^{-1} x \leq 1\}$ เมื่อเมทริกซ์ Q สามารถหาผลเฉลยได้จากการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของสมการเมทริกซ์เชิงเส้นดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \max_{\beta, Q} \quad & \beta \\ \text{subject to} \quad & \beta I < Q \leq Q_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (4.17)$$



รูปที่ 4.1: ผังงานการควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออนไลน์

พิสูจน์ จากทฤษฎีบท 4.2 สังเกตว่า $Q(k+i) = \gamma P(k+i)^{-1}$, $\forall k, i > 0$ คือการจัดหมู่เชิงคอนเวกซ์ของเมทริกซ์ Q_j , $j = 1, \dots, r$ ฉะนั้นทฤษฎีบทนี้ยังสามารถหาได้จากค่าเมทริกซ์ใหญ่สุด Q ซึ่งแสดงถึงการจัดหมู่เชิงคอนเวกซ์ของเมทริกซ์ Q_j , $j = 1, \dots, r$ หมายความว่า เมทริกซ์ใหญ่สุดนี้สอดคล้องกับเงื่อนไข $Q \leq Q_j$, $j = 1, \dots, r$ และสามารถหาได้จากการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.17) \square

เช่นเดียวกันในทฤษฎีบท 4.2 อสมการ (4.12) ซึ่งขึ้นอยู่กับสถานะของระบบ จะสอดคล้องกับเงื่อนไขโดยอัตโนมัติสำหรับทุก ๆ สถานะ ภายในทรงรี \mathcal{E} นอกจากนี้ ค่าต่ำสุด γ, Q_j, Y, G ที่คำนวณได้ ทำให้สถานะ x_0 มีความเป็นไปได้ สำหรับสถานะอื่น ๆ ใน \mathcal{E} โดยไม่จำเป็นต้องเป็นค่าเหมาะสมที่สุด ดังนั้น เราสามารถประยุกต์กฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ $u = YG^{-1}x$ ให้กับสถานะที่ไม่เป็นศูนย์ใด ๆ ภายในทรงรีได้ ($\tilde{x}(k) \in \mathcal{E}$ เมื่อ $\tilde{x}(k) \neq x_0$) และยังคงสอดคล้องกับเงื่อนไขของอสมการ (4.13)-(4.15) ด้วยเหตุนี้ แนใจ

ได้ว่าในเวลาจริง

$$\tilde{x}(k+i+1)^T Q \tilde{x}(k+i+1) < \tilde{x}(k+i)^T Q \tilde{x}(k+i) \leq 1, \quad i \geq 0$$

และ $\tilde{x}(k+i) \in \mathcal{E}$, $i \geq 0$ ลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อ $i \rightarrow \infty$ สิ่งเหล่านี้ทำให้ยืนยันได้ว่า \mathcal{E} เป็นทรงรียื่นยงที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ

จากการนำทรงรียื่นยงที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับมาประยุกต์ในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนแบบออฟไลน์ ทฤษฎีบทต่อไปนี้นำเสนอหลักการควบคุมแบบออฟไลน์ โดยนำแนวคิดจาก [30] มาประยุกต์ใช้

ทฤษฎีบท 4.3 การควบคุมย้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์ ร่วมกับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม พิจารณาระบบพลวัตที่มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม (2.3) ด้วยเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า (2.7) และเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก (2.8) เริ่มต้นในส่วนออฟไลน์ กำหนดให้สถานะที่เป็นไปได้เริ่มต้น x_1 ก่อกำเนิดลำดับของ Q_m และ F_m , $m = 1, \dots, N$ ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. คำนวณหาค่าต่ำสุด γ_m , Q_{mj} , $j = 1, \dots, r$, Y_m และ G_m ณ สถานะ x_m ด้วยการแก้ปัญหาสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.16)
2. คำนวณค่ามากที่สุด Q_m สำหรับค่าสถานะเริ่มต้น x_m แต่ละค่าด้วยการแก้ปัญหาสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.17) ด้วยเงื่อนไขเพิ่มเติม $Q_{m-1} > Q_m$ (ยกเว้นที่ $m = 1$) จากนั้นบันทึกค่า Q_m^{-1} และ $F_m = Y_m G_m^{-1}$ ในตารางค้นหา (look up table)
3. ถ้า $m < N$ เลือกค่าสถานะ x_{m+1} ให้สอดคล้องกับเงื่อนไข $\|x_{m+1}\|_{Q_m^{-1}}^2 < 1$ จากนั้นกำหนดให้ $m = m + 1$ แล้วย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 1

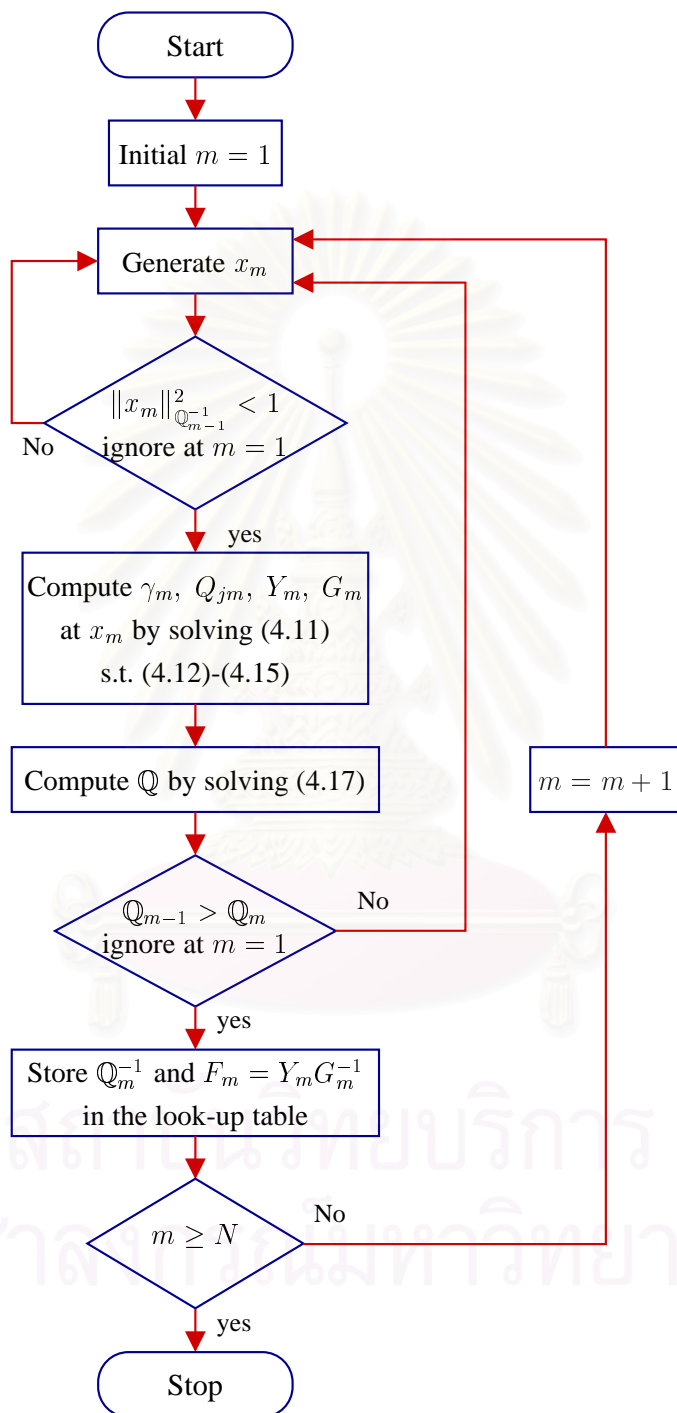
ในส่วนออนไลน์ ให้ค่าสถานะเริ่มต้นเป็น $x(0)$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข $\|x(0)\|_{Q_1^{-1}}^2 \leq 1$ และให้ $x(k)$ เป็นค่าสถานะ ณ เวลา k ดำเนินการค้นหาแบบแบ่งครึ่ง (bisection search) บน Q_m^{-1} ในตารางค้นหา เพื่อที่จะหาค่าดัชนี m มากสุดซึ่งสมมูลกับทรงรีเล็กที่สุด $\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{R}^n | x^T Q_m^{-1} x \leq 1\}$ นั่นคือ $\|x(k)\|_{Q_m^{-1}}^2 \leq 1$ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้คือ การประยุกต์กฎการควบคุม $u(k) = F_m x(k)$ หรือ เมทริกซ์ย้อนกลับสถานะที่แปรเปลี่ยนตามเวลา $F(k)$ ทำให้ระบบวงปิดมีเสถียรภาพคงทนแบบเชิงเส้นกำกับ

จากทฤษฎีบท 4.3 ข้างต้น สามารถสรุปให้อยู่ในรูปแบบผังงานได้ โดยรูปที่ 4.2 แสดงผังงานการออกแบบตัวควบคุมในส่วนออฟไลน์ของการควบคุมย้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์ และในส่วนออนไลน์แสดงได้ดังรูปที่ 4.3

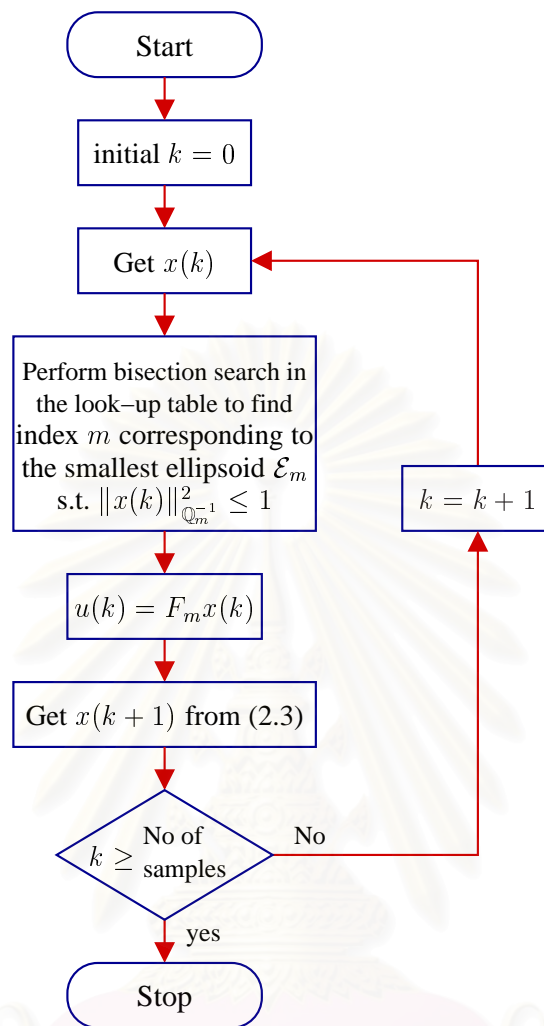
พิสูจน์ สำหรับการหาค่าต่ำสุดในส่วนออฟไลน์ที่ค่าสถานะ x_m , $m = 2, \dots, N$ เงื่อนไขเพิ่มเติม $Q_{m-1} > Q_m$ สมมูลกับ $Q_{m-1}^{-1} < Q_m^{-1}$ นั้นหมายความว่าทรงรียื่นยงที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ

$$\mathcal{E}_m = \{x \in \mathbb{R}^n | x^T Q_m^{-1} x \leq 1\}$$

สร้างอยู่ภายในทรงรี \mathcal{E}_{m-1} หมายความว่า $\mathcal{E}_m \subset \mathcal{E}_{m-1}$ ในกรณีที่สถานะเป็นค่าคงที่ x ค่านอร์มถ่วงน้ำหนัก $\|x\|_{Q_m^{-1}}^2$ จะเป็นค่าทางเดียวซึ่งเกี่ยวกับค่าดัชนี m สิ่งนี้ทำให้แน่ใจได้ว่าความเป็นได้อย่างเดียว (uniqueness) สำหรับการค้นหาแบ่งครึ่งแบบออนไลน์ในตารางค้นหา สำหรับค่าดัชนี m ที่ใหญ่ที่สุดสอดคล้องกับเงื่อนไข $\|x\|_{Q_m^{-1}}^2 \leq 1$



รูปที่ 4.2: ผังงานการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์

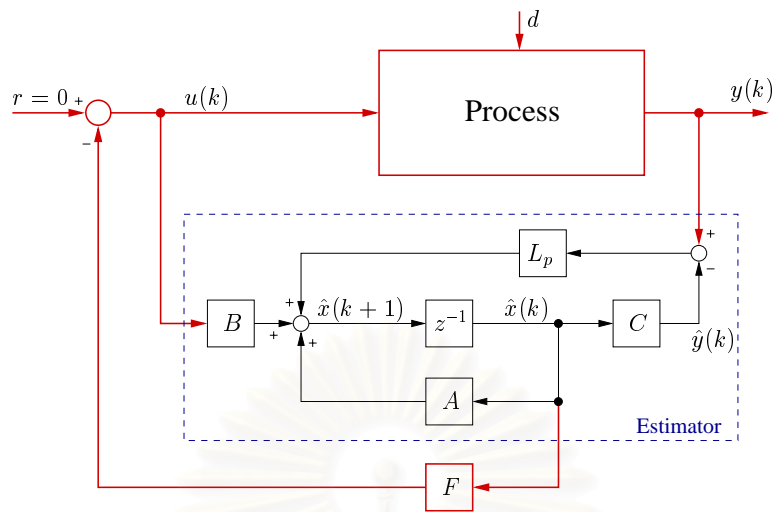


รูปที่ 4.3: ผังงานการควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออฟไลน์

กำหนดให้ระบบพลวัตที่มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม (2.3) และค่าสถานะเริ่มต้น $x(0)$ สอดคล้องกับเงื่อนไข $\|x(0)\|_{Q_1}^2 \leq 1$ ดังนั้นระบบวงปิดสามารถแสดงได้ดังนี้

$$x(k+1) = \begin{cases} (A + BF_m)x(k) + B_p p(k) & \text{if } \|x(k)\|_{Q_m}^2 \leq 1, \|x(k)\|_{Q_{m+1}}^2 > 1, m \neq N \\ (A + BF_N)x(k) + B_p p(k) & \text{if } \|x(k)\|_{Q_N}^2 \leq 1 \end{cases}$$

เมื่อ $x(k)$ สอดคล้องกับ $\|x(k)\|_{Q_m}^2 \leq 1$ และ $\|x(k)\|_{Q_{m+1}}^2 > 1$, $i = 1, \dots, N-1$ รับประกันได้ว่ากฎการควบคุมที่เกี่ยวข้องกับทรงรี \mathcal{E}_m จะมีสถานะ $x(k)$ อยู่ใน \mathcal{E}_m นั้น (โดยใช้บทตั้ง 4.1) และลู่เข้าสู่ทรงรี \mathcal{E}_{m+1} ไปเรื่อย ๆ สูดท้าย รับประกันได้ว่า ค่าสถานะ $x(k)$ จะอยู่ภายในทรงรีเล็กสุด \mathcal{E}_N และลู่เข้าสู่จุดกำเนิดในที่สุด \square



รูปที่ 4.4: การควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์

4.3 การควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก

ในส่วนนี้กล่าวถึงการป้อนกลับสัญญาณขาออก โดยนำแนวคิดของ Wan และ Kothare [30] มาประยุกต์ใช้ในงานวิจัยนี้ ซึ่งเป็นการออกแบบตัวควบคุมแบบออฟไลน์ โดยออกแบบตัวประมาณค่าสถานะ (state estimator) ทำหน้าที่ประมาณค่าสถานะที่ไม่สามารถวัดค่าได้ ร่วมกับการออกแบบอัตราขยายป้อนกลับสถานะ F การออกแบบทั้งสองส่วนนี้จะป็นอิสระต่อกัน ซึ่งสามารถแสดงการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกที่ใช้เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวข้างต้นดังรูปที่ 4.4 ตัวประมาณค่าสถานะมีรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1) &= A\hat{x}(k) + Bu(k) + L_p(y(k) - C\hat{x}(k)) \\ \hat{x}(0) &= 0\end{aligned}\quad (4.18)$$

เมื่อ L_p อัตราขยายตัวประมาณค่า (estimator gain) และ $[A \ B]$ คือแบบจำลองที่ระบุ ซึ่งสามารถเป็นแบบจำลองที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์ในสภาวะคงตัว และสถานะของระบบนั้นเข้าสู่จุดกำเนิดด้วย ดังนั้นแบบจำลองที่ใช้ในการประมาณค่าจะไม่มี ความแตกต่างจากระบบจริงในบริเวณสภาวะคงตัวนั้น และสถานะแม่นยำตรง (exact state) สามารถสร้างได้ด้วยตัวประมาณค่าสถานะ ซึ่งสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการควบคุมป้อนกลับได้ โดยทั่วไปแล้ว ความผิดพลาดพลวัตของตัวประมาณค่าหาได้จาก

$$\begin{aligned}e(k+1) &= x(k+1) - \hat{x}(k+1) \\ &= (A - L_p C)e(k) + f(x(k), u(k))\end{aligned}$$

เมื่อ $f(x(k), u(k)) = B_p \Delta C_q x(k) + B_p \Delta D_{qu} u(k)$ โดยความผิดพลาดพลวัตนี้ขึ้นอยู่กับพลวัตของระบบ ในขั้นตอนการออกแบบตัวประมาณค่า เราจะสนใจความผิดพลาดพลวัตที่ระบุเท่านั้น หมายความว่าเทอมของ $f(x(k), u(k))$ จะพิจารณาเป็นสัญญาณภายนอกที่เข้ามากระทำกับระบบเท่านั้น ซึ่งเราจะสน

ใจปฏิบัติการระหว่างตัวควบคุมและตัวประมาณค่าภายหลังจากการออกแบบ ด้วยการทดสอบเสถียรภาพคงทนของระบบวงปิด ซึ่งจะกล่าวถึงในลำดับถัด ๆ ไป

ความเร็วของความผิดพลาดพลวัตที่ระบุ $e(k+1) = (A - L_p C)e(k)$ สามารถปรับเปลี่ยนได้ด้วยการกำหนดอัตราการลดลงต่ำสุด (minimum decay rate: ρ) โดยมีค่าอยู่ในช่วง $0 < \rho < 1$ ซึ่งจะทำให้เมทริกซ์เลียปูนอฟ $P > 0$ และอัตราขยายตัวประมาณค่าสอดคล้องกับ

$$\rho^2 e(k)^T P e(k) \geq e(k+1)^T P e(k+1)$$

ซึ่งสมมูลกับ

$$\rho^2 P - (A - L_p C) P (A - L_p C)^T \geq 0 \quad (4.19)$$

กำหนดให้ $Q = P^{-1}$ และ $Y = Q L_p$ อสมการ (4.19) สามารถแปลงให้อยู่ในรูปเงื่อนไขอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นได้ด้วยส่วนเติมเต็มชัวร์ ดังนี้

$$Q > 0, \quad \begin{bmatrix} \rho^2 Q & Q A - Y C \\ A^T Q - C^T Y^T & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.20)$$

หลักเกณฑ์เสถียรภาพคงทนสำหรับระบบป้อนกลับสัญญาณขาออก

เมื่อเราประยุกต์การออกแบบตัวควบคุม และตัวประมาณค่ากับระบบจริงในส่วนของออนไลน์ เราจะคำนวณหาค่าอัตราขยายป้อนกลับสถานะจำเพาะ ณ เวลา k ($F(k)$) จากตารางค้นหาของตัวควบคุมภายใต้ค่าสถานะที่ถูกประมาณ ณ เวลานั้น $\hat{x}(k)$ ในที่นี้เพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้น เรากำหนดให้ $F(k)$ เป็นนิสระจากค่าสถานะที่ถูกประมาณ $\hat{x}(k)$ ระบบวงปิดแต่งเติมสำหรับระบบที่มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม (2.3) แสดงดังนี้

$$\begin{aligned} X(k+1) &= A_{\text{norm}}(k)X(k) + B_p p(k) \\ q(k) &= C_q(k)X(k) + D_{qp} p(k) \\ p(k) &= (\Delta q)(k) \end{aligned} \quad (4.21)$$

เมื่อ $X = \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}$, $A_{\text{norm}}(k) = \begin{bmatrix} A & BF(k) \\ L_p C & A + BF(k) - L_p C \end{bmatrix}$, $B_p = \begin{bmatrix} B_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $C_q(k) = \begin{bmatrix} C_q & D_{qu} F(k) \end{bmatrix}$, $D_{qp} = \begin{bmatrix} D_{qp} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$ เห็นได้ชัดว่าถ้าระบบแต่งเติม (4.21) มีเสถียรภาพ ดังนั้นระบบป้อนกลับสัญญาณขาออกตั้งเติมจะขึ้นอยู่กับ $F(k)$ ในสถานะที่ถูกประมาณ $\hat{x}(k)$

บทตั้ง 4.2 หลักเกณฑ์เสถียรภาพคงทนสำหรับระบบป้อนกลับสัญญาณขาออก

ระบบแต่งเติม (4.21) มีเสถียรภาพ ถ้าเมทริกซ์ $Q > 0$ และเมทริกซ์ $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1 I_{n_1}, \dots, \lambda_r I_{n_r}) > 0$ มีจริง ดังนั้นสำหรับทุก ๆ อัตราขยายป้อนกลับสถานะ F_m

$$\begin{bmatrix} Q & \mathbf{0} & Q A_{\text{norm},m}^T & Q C_{q,m}^T \\ \mathbf{0} & \Lambda & \Lambda B_p^T & \Lambda D_{qp}^T \\ A_{\text{norm},m} Q & B_p \Lambda & Q & \mathbf{0} \\ C_{q,m} Q & D_{qp} \Lambda & \mathbf{0} & \Lambda \end{bmatrix} > 0 \quad (4.22)$$

เมื่อ $A_{\text{norm},m} = \begin{bmatrix} A & BF_m \\ L_p C & A + BF_m - L_p C \end{bmatrix}$, $C_{q,m} = \begin{bmatrix} C_q & D_{qu} F_m \end{bmatrix}$, $m = 1, \dots, N$

พิสูจน์ สำหรับระบบแต่งเติม (4.21) ถ้าอัตราขยายป้อนกลับสถานะ F_m ทุก ๆ ค่าในเซต Ψ ทำให้เงื่อนไขอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.22) แล้วกำหนดให้อัตราขยายป้อนกลับสถานะ $F(k) \in \Psi$ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} Q & \mathbf{0} & Q A_{\text{norm}}^T(k) & Q C_q^T(k) \\ \mathbf{0} & \Lambda & \Lambda B_p^T & \Lambda D_{qp}^T \\ A_{\text{norm}}(k) Q & B_p \Lambda & Q & \mathbf{0} \\ C_q(k) Q & D_{qp} \Lambda & \mathbf{0} & \Lambda \end{bmatrix} > 0 \quad (4.23)$$

ใช้การแปลงสมภาคอสมการ (4.23) ด้วยเมทริกซ์ $\text{diag}\{Q, \Lambda, I, I\}$ จะได้

$$\begin{bmatrix} Q^{-1} & \mathbf{0} & A_{\text{norm}}^T(k) & C_q^T(k) \\ \mathbf{0} & \Lambda^{-1} & B_p^T & D_{qp}^T \\ A_{\text{norm}}(k) & B_p & Q & \mathbf{0} \\ C_q(k) & D_{qp} & \mathbf{0} & \Lambda \end{bmatrix} > 0 \quad (4.24)$$

ประยุกต์ส่วนเติมเต็มชัวร์ และกำหนดให้ $P = Q^{-1}$, $\Lambda' = \Lambda^{-1}$ แล้วอสมการ (4.24) จะสมมูลกับ

$$\begin{bmatrix} P - A_{\text{norm}}^T(k) P A_{\text{norm}}(k) - C_q^T(k) \Lambda' C_q(k) & -A_{\text{norm}}^T(k) P B_p - C_q^T(k) \Lambda' D_{qp} \\ -B_p^T P A_{\text{norm}}(k) - D_{qp}^T \Lambda' C_q(k) & \Lambda' - B_p^T P B_p - D_{qp}^T \Lambda' D_{qp} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.25)$$

คูณหน้าและหลัง ทางด้านซ้ายมือของอสมการ (4.25) ด้วย $\begin{bmatrix} \mathcal{X} \\ p \end{bmatrix}^T$ และ $\begin{bmatrix} \mathcal{X} \\ p \end{bmatrix}$ ตามลำดับ จะได้

$$\begin{aligned} \mathcal{X}^T P \mathcal{X} & - (A_{\text{norm}}(k) \mathcal{X} + B_p p)^T P (A_{\text{norm}}(k) \mathcal{X} + B_p p) \\ & - \left((C_q(k) \mathcal{X} + D_{qp} p)^T \Lambda' (C_q(k) \mathcal{X} + D_{qp} p) - p^T \Lambda' p \right) > 0 \end{aligned}$$

ซึ่งแน่ใจได้ว่าความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มสอดคล้องดังเงื่อนไข

$$p_j^T(k) p_j(k) \leq (C_{q,j}(k) \mathcal{X} + D_{qp,j} p_j(k))^T (C_{q,j}(k) \mathcal{X} + D_{qp,j} p_j(k)), \quad j = 1, \dots, r$$

ดังนั้น เราจะได้ $\mathcal{X}^T P \mathcal{X} > (A_{\text{norm}}(k) \mathcal{X} + B_p p)^T P (A_{\text{norm}}(k) \mathcal{X} + B_p p)$ ซึ่งเงื่อนไขนี้รับประกันได้ว่าฟังก์ชันกำลังสอง $\mathcal{X}^T P \mathcal{X}$ จะมีค่าลดลงทางเดียว \square

การออกแบบที่เป็นอิสระต่อกันของตัวควบคุม และตัวประมาณค่าสามารถสรุปขั้นตอนการออกแบบได้ดังนี้

1. กำหนดค่าสถานะเริ่มต้น x_m , $m = 1, \dots, N$ และค่าพารามิเตอร์สำหรับการออกแบบตัวควบคุม นั่นคือเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก Q และ R จากนั้นใช้ทฤษฎีบท 4.3 จะได้ตารางค้นหา (Q_m, F_m) , $m = 1, \dots, N$
2. กำหนดค่าพารามิเตอร์สำหรับการออกแบบตัวประมาณค่า ρ จะได้อัตราขยายตัวประมาณค่า $L_p = Y Q^{-1}$ สอดคล้องกับอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.20)

3. ทดสอบอัตราขยายป้อนกลับสถานะที่ได้จากการออกแบบ ด้วยหลักเกณฑ์เสถียรภาพคงทนในบดตั้ง 4.2 ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ไม่สอดคล้อง ให้กำหนดค่าสถานะเริ่มต้น x_m และพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักในขั้นตอนที่ 1 และ 2 ใหม่อีกครั้ง

เห็นได้ชัดว่า ในการออกแบบแบบออฟไลน์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ด้วยการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก นำไปสู่การออกแบบแบบทำซ้ำ (iterative design) ของตัวควบคุม (ขั้นตอนที่ 1) และตัวประมาณค่า (ขั้นตอนที่ 2) ค่าพารามิเตอร์ในการออกแบบ นั่นคือ ค่าเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก Q, R ค่าอัตราการลดลงต่ำสุด ρ สามารถปรับเปลี่ยนได้เพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพคงทน (4.22) เมื่อไม่คำนึงถึงความสูญเสียโดยทั่วไป พิจารณาระบบแต่งเติม (4.21) ถ้าระบบดั้งเดิมมีเสถียรภาพวงเปิด และเพิ่มค่าพารามิเตอร์ $R \rightarrow \infty$ หรือ $\rho \rightarrow 1$ แล้ว จะรับประกันว่า จะสามารถออกแบบการควบคุมที่เป็นไปได้สอดคล้องกับหลักเกณฑ์เสถียรภาพคงทนในบดตั้ง 4.2 เนื่องจากว่าในกรณีสุดขีด (extreme case) เมื่อ $F \rightarrow 0$ หรือ $L_p \rightarrow 0$ ระบบแต่งเติมจะกลายเป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบนหรือล่าง (upper or lower triangular matrix) และบล็อกแนวทแยงมุมจะมีเสถียรภาพ ในทางตรงกันข้าม เมื่อเพิ่มค่า F หรือ L_p สามารถชดเชยคุณสมบัติความคงทนของตัวควบคุมป้อนกลับสถานะ และตัวประมาณค่า ตามลำดับ [19] และเมื่อลดค่า R หรือ ρ สามารถทำให้ระบบที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบได้ สอดคล้องกับหลักเกณฑ์เสถียรภาพคงทนด้วยการเพิ่มสมรรถนะ

จากหลักการออกแบบแบบออฟไลน์ข้างต้น สามารถสรุปเป็นทฤษฎีได้ดังนี้

ทฤษฎีบท 4.4 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ด้วยการป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์

พิจารณาระบบพลวัต (2.3) ที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ภายใต้เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า (2.7) และเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก (2.8)

ในส่วนออฟไลน์ ทำตามขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมและตัวประมาณค่า ดังข้อสรุปการออกแบบข้างต้น จนกระทั่งตัวควบคุมและตัวประมาณค่าสอดคล้องกับหลักเกณฑ์เสถียรภาพคงทนตามบดตั้ง 4.2

ในส่วนออนไลน์ คำนวณค่าสถานะที่ถูกประมาณ $\hat{x}(k)$ ด้วยการประมาณค่าสถานะตามสมการ (4.18) และให้ $\|\hat{x}(k)\|_{Q^{-1}}^2 \leq 1$ ดำเนินการค้นหาแบบแบ่งครึ่งบน Q_m^{-1} ในตารางค้นหาของตัวควบคุม เพื่อที่จะค้นหาค่าดัชนี m มากที่สุด ที่ทำให้เงื่อนไข $\|\hat{x}(k)\|_{Q_m^{-1}}^2 \leq 1$ เป็นจริง

ถ้าค่าดัชนี $m < N$ ให้หาค่า α_m จากสมการ

$$\hat{x}^T(k) (\alpha_m Q_m^{-1} + (1 - \alpha_m) Q_{m+1}^{-1}) \hat{x}(k) = 1$$

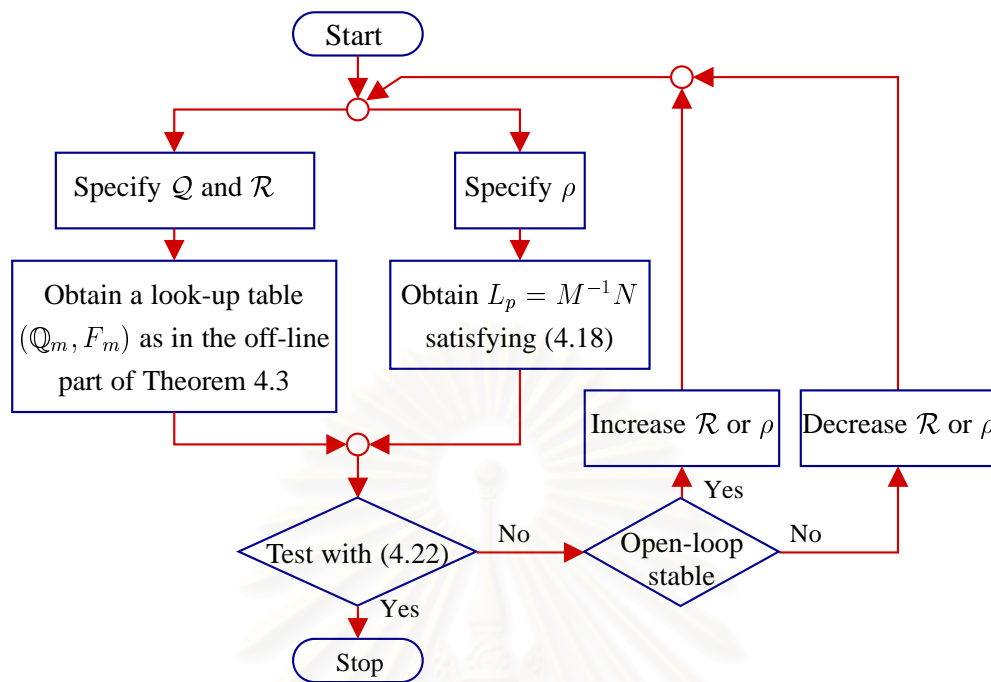
แล้วประยุกต์กฎการควบคุมให้กับกระบวนการดังสมการต่อไปนี้

$$u(k) = (\alpha_m F_m + (1 - \alpha_m) F_{m+1}) \hat{x}(k)$$

ในกรณีที่ค่าดัชนี $m = N$ ให้ประยุกต์กฎการควบคุมดังต่อไปนี้

$$u(k) = F_N \hat{x}(k)$$

ให้กับกระบวนการ ผลลัพธ์ที่ได้คือ เมทริกซ์ป้อนกลับสถานะที่แปรเปลี่ยนตามเวลา $F(k)$ จะทำให้ระบบวงปิดมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับคงทน

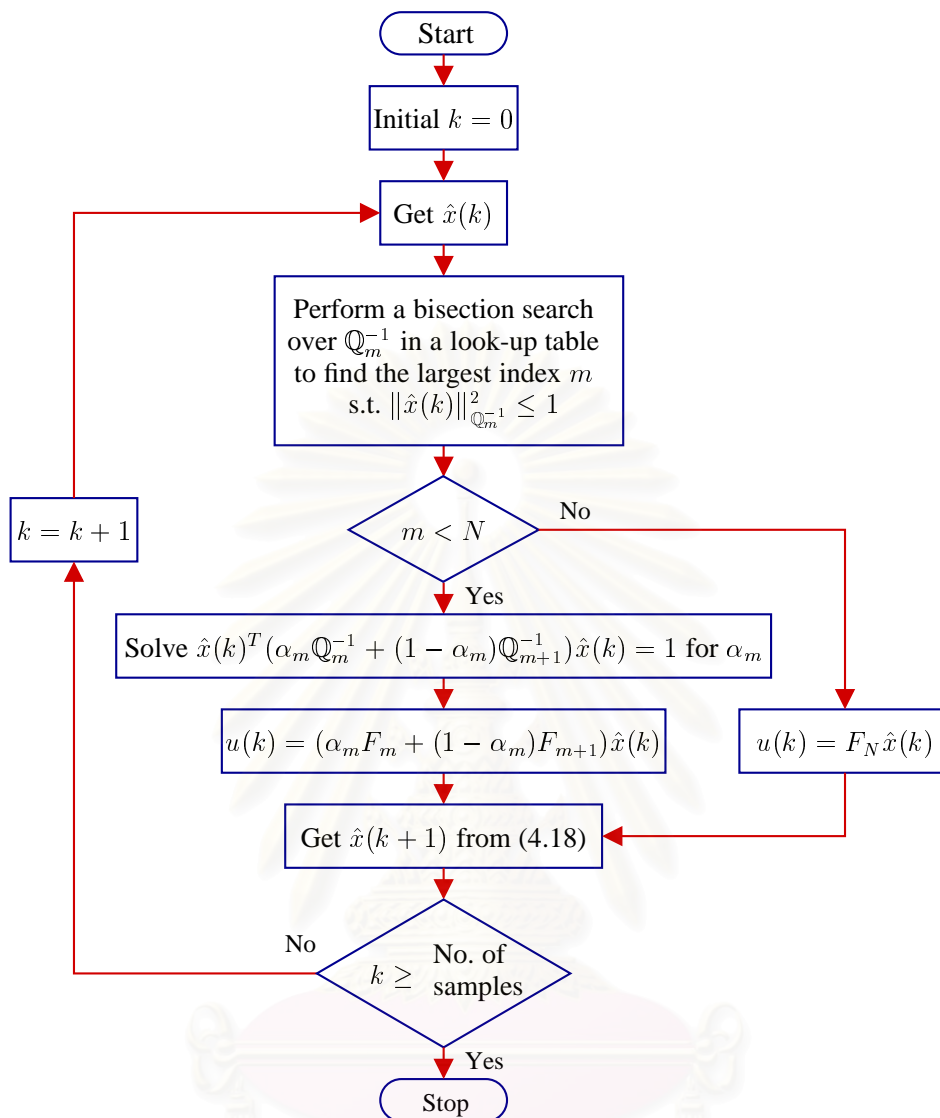


รูปที่ 4.5: ผังงานการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์

สรุปผังงานการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกตามทฤษฎีบท 4.4 ได้ดังนี้ โดยในส่วนออฟไลน์ซึ่งเป็นการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะร่วมกับตัวประมาณค่าสถานะแสดงได้ดังรูป 4.5 และรูปที่ 4.6 แสดงการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกในส่วนออนไลน์

4.4 สรุป

ในบทนี้นำเสนอการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ร่วมกับเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าควบคุม และเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกของกระบวนการ สำหรับระบบแบบเชิงเส้นแปรเปลี่ยนตามเวลาที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม แบ่งการควบคุมออกเป็นสองส่วนได้แก่ การควบคุมป้อนกลับสถานะ และการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก โดยในส่วนการควบคุมป้อนกลับสถานะ งานวิจัยนี้ได้นำเสนอทฤษฎีการสังเคราะห์ตัวควบคุมใหม่ ด้วยการประยุกต์ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ในรูปแบบการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมต่อการเมทริกซ์เชิงเส้น ซึ่งเชื่อว่าด้วยการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะทำให้สมรรถนะของระบบที่พิจารณา มีความอนุรักษ์ลดลงและส่งผลทำให้ระบบมีประสิทธิภาพที่ดีขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับการประยุกต์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว รวมทั้งด้วยการวิเคราะห์ระบบด้วยแบบจำลองที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม เมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ เชื่อว่าจะช่วยลดภาระเวลาในการคำนวณสำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุมอีกด้วย ในส่วนของการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก เราได้ประยุกต์งานของ Wan และ Kothare [30] ร่วมกับเทคนิคการควบคุมใหม่ โดยพัฒนาหลักเกณฑ์เสถียรภาพคงทนเพิ่มเติมจากงานของ [30] เพื่อให้ครอบคลุมกับรูปทั่วไปของแบบจำลองที่มีโครงสร้างความไม่



รูปที่ 4.6: ฟังก์ชันการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์

แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ในบทความต่อไปจะนำเสนอการประยุกต์การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ร่วมกับกระบวนการต่างๆ รวมทั้งระบบหากลั่นแยกสารสองชนิด เพื่อแสดงประสิทธิผลของเทคนิคการออกแบบ

บทที่ 5

ตัวอย่างเชิงตัวเลข

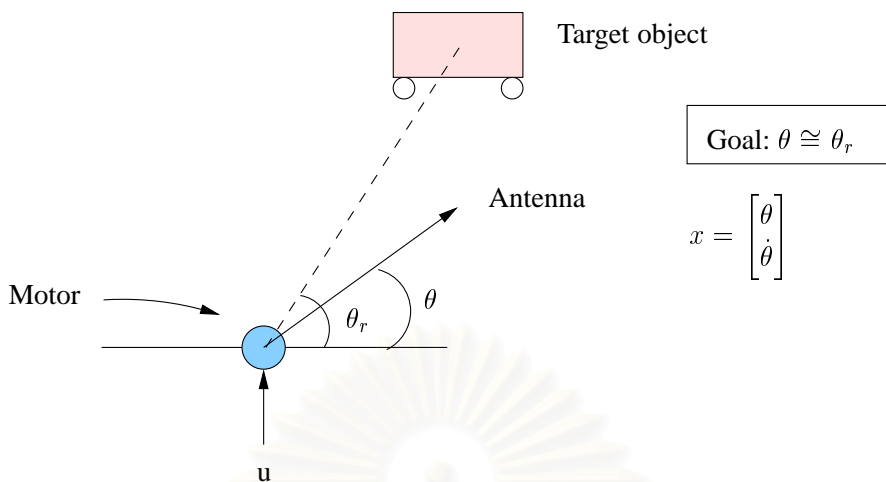
ในส่วนนี้นำเสนอตัวอย่างเปรียบเทียบ การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ระหว่างเทคนิคที่ประยุกต์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว และเทคนิคฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ และความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม รูปแบบการพิจารณาจะแบ่งออกเป็น การเปรียบเทียบความอนุรักษ์ของผลลัพธ์ที่ได้ในแต่ละเทคนิค และแต่ละรูปแบบความไม่แน่นอน รวมทั้งเวลาการคำนวณซึ่งเชื่อว่า โครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม จะใช้เวลาคำนวณน้อยกว่า โครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ และดัชนีสมรรถนะของผลตอบวงปิด อันได้แก่ ช่วงเวลาเข้าที่ (settling time: T_s) ค่ายอดสัญญาณควบคุม ($\max |u|$) เวลาการคำนวณ เป็นต้น โดยจะนำเสนอการประยุกต์ด้วยการควบคุมป้อนกลับสถานะแบบออนไลน์ สำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม และการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์ สำหรับระบบเครื่องคนถึง ปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ และระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด เราจำลองออกแบบตัวควบคุมโดยใช้เครื่องมือ YALMIP [14] ผ่านโปรแกรม MATLAB ด้วยโน้ตบุ๊กคอมพิวเตอร์ Intel Core 2 Duo 1.66 GHz หน่วยความจำ RAM 2 GB

5.1 ระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม

ตัวอย่างแรก แสดงการออกแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน สำหรับระบบตำแหน่งเชิงมุม โดยแบ่งผลการทดลองออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการเปรียบเทียบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว กับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม โดยพิจารณาทั้งแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพและแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ส่วนที่สองเป็นการเปรียบเทียบการออกแบบ เมื่อพิจารณาแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพกับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ร่วมกับการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม โดยรวมเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกในการพิจารณาด้วย

เริ่มต้น พิจารณาระบบตำแหน่งเชิงมุมแสดงดังรูปที่ 5.1 ประกอบด้วยสายอากาศแบบหมุน (rotating antenna) ที่จุดกำเนิดบนระนาบ ซึ่งขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์ไฟฟ้า ปัญหาการควบคุมคือ การให้แรงดันขาเข้ากับมอเตอร์ (u โวลต์) เพื่อหมุนสายอากาศให้มีทิศทางติดตามวัตถุเคลื่อนที่ในระนาบ

กำหนดให้ตำแหน่งเชิงมุมของสายอากาศและตำแหน่งวัตถุเคลื่อนที่ (θ และ θ_r เรเดียนตามลำดับ) และความเร็วเชิงมุมของสายอากาศ ($\dot{\theta}$ เรเดียนต่อวินาที) สามารถวัดได้ การเคลื่อนที่ของสายอากาศสามารถอธิบายในระบบเวลาวิฤตตั้งสมการ (5.1) ซึ่งได้จากการแปลงระบบเวลาต่อเนื่องด้วยการประมาณออยเลอร์อันดับหนึ่ง และใช้ค่าเวลาการซักร้อยอย่างเท่ากับ 0.1 วินาที



รูปที่ 5.1: ระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม

$$\begin{bmatrix} \theta(k+1) \\ \dot{\theta}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 1 - 0.1\alpha(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(k) \\ \dot{\theta}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0787 \end{bmatrix} u(k),$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(k) \\ \dot{\theta}(k) \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

เมื่อ $0.1 \text{ วินาที}^{-1} \leq \alpha(k) \leq 10 \text{ วินาที}^{-1}$ ซึ่งพารามิเตอร์ $\alpha(k)$ เป็นสัดส่วนของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานแบบหนืด (viscous friction) ในส่วนของการหมุนของสายอากาศ และกำหนดให้เป็นค่าที่แปรเปลี่ยนตามเวลาภายในขอบเขตที่กำหนด ซึ่งจากข้อกำหนดของ $\alpha(k)$ เราสามารถสรุปได้ว่า $A(k) = C_0\{A_1, A_2\}$ เมื่อ

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 0.99 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เป็นความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ อีกทางหนึ่ง ถ้าเรากำหนดให้

$$\delta(k) = \frac{\alpha(k) - 5.05}{4.95},$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 0.495 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0787 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1 \end{bmatrix}$$

$$C_q = \begin{bmatrix} 0 & 4.95 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{qu} = 0, \quad D_{qp} = 0$$

แล้ว $\delta(k)$ คือตัวแปรที่แปรเปลี่ยนตามเวลา และมีขอบเขตนอร์มด้วย $|\delta(k)| \leq 1, k \geq 0$

ในการออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองด้วยการป้อนกลับสถานะแบบออนไลน์ กำหนดให้เงื่อนไขบังคับสัญญาณควบคุมขาเข้า $\|u(k+i|k)\|^2 \leq 2$ โวลต์, $i \geq 0$ และเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักคือ

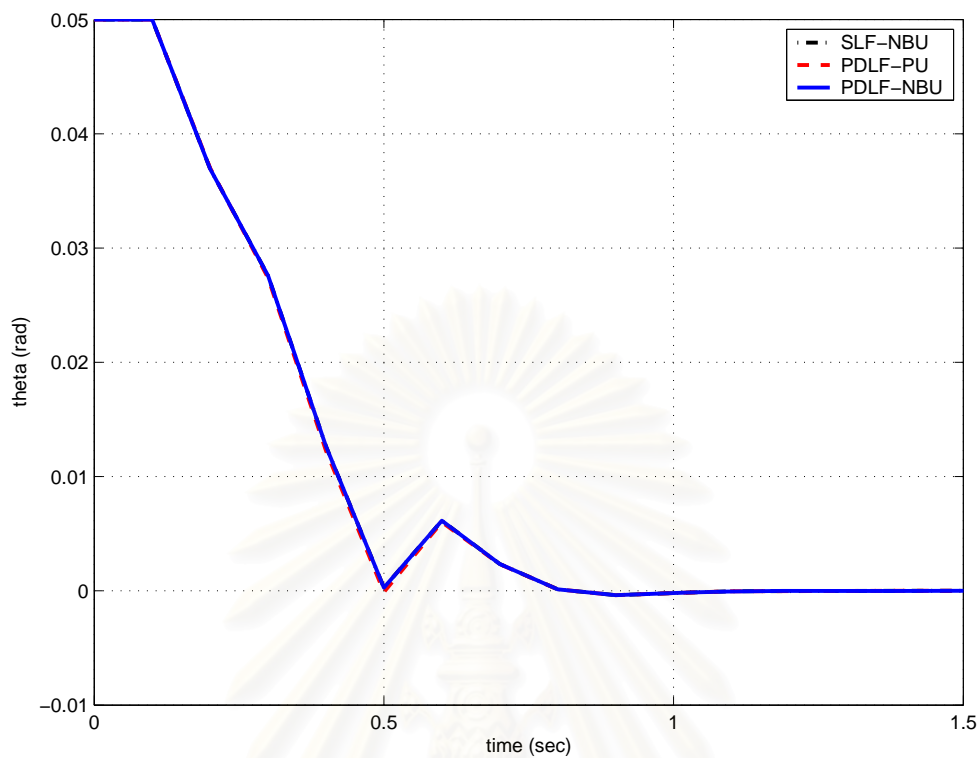
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = 2 \times 10^{-5}$$

สถานะการรบกวนเริ่มต้น $x(0) = [0.05 \ 0]^T$ ในส่วนแรก เป็นการเปรียบเทียบด้วยการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว กับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ทั้งแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ และแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม รูปที่ 5.2 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาของระบบจากทั้งสามวิธี โดยในแต่สมาชิของ α เป็นค่าสุ่มที่แปรเปลี่ยนตามเวลาภายใน $[0.1, 10]$ รูปที่ 5.3 แสดงการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม รูปที่ 5.4 แสดงการเปรียบเทียบค่านอร์มของกฎการควบคุม F ในโดเมนเวลาของทั้งสามวิธี รูปที่ 5.5 แสดงการเปรียบเทียบเวลาคำนวณในแต่ละการวนซ้ำ และตารางที่ 5.1 เป็นการเปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะ ณ ค่าสถานะเริ่มต้น และดัชนีสมรรถนะต่าง ๆ ของทั้งสามเทคนิคการควบคุม ประกอบด้วยช่วงเวลาเข้าที่ ($5\% T_s$) ค่ายอดของสัญญาณควบคุม ($\max|u|$) และเวลาการคำนวณ (T_c) เมื่อพิจารณาจากผลตอบสนองของทั้งสามวิธีการออกแบบพบว่า ในแต่ละเทคนิคให้ผลตอบสนองที่มีสมรรถนะใกล้เคียงกัน โดยเทคนิคการออกแบบด้วยการฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว กับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ให้ผลตอบสนอง และค่าดัชนีสมรรถนะที่เท่ากัน ในกรณีนี้เรียกว่ากรณีพิเศษ เนื่องจากตัวแปรความไม่แน่นอนในตัวอย่างนี้เป็นความไม่แน่นอนเดียว ซึ่งทำให้การวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวสมมูลกับการวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม นอกจากนี้ การออกแบบด้วยการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมร่วมกับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพจะให้ค่าดัชนีสมรรถนะและผลตอบสนองที่ดีกว่าเทคนิคการออกแบบด้วยแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มเล็กน้อย แต่เมื่อสังเกตจากค่าเวลาในการคำนวณพบว่าใช้เวลามากที่สุดด้วยตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นว่า เทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวสำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มเพียงพอสำหรับการออกแบบสำหรับระบบที่มีตัวแปรความไม่แน่นอนเดียว อย่างไรก็ตาม เทคนิคการออกแบบนี้ไม่เหมาะสมในการประยุกต์จริง เนื่องจากเวลาคำนวณยังคงมีค่ามากกว่าค่าเวลาการชักตัวอย่าง เทคนิคการออกแบบแบบออฟไลน์จึงจำเป็นสำหรับระบบพลวัตที่มีการเปลี่ยนแปลงรวดเร็วดังเช่นตัวอย่างนี้

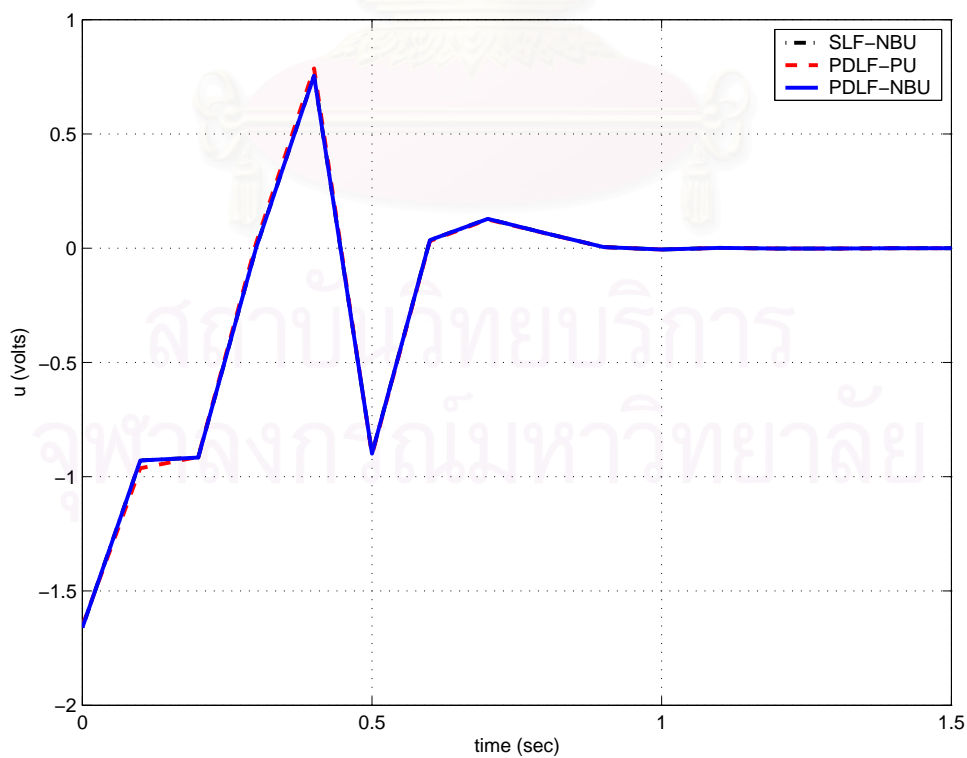
ตารางที่ 5.1: เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม

เทคนิคการออกแบบ	ดัชนีสมรรถนะ (γ) ณ ค่าสถานะ $x(0)$	ช่วงเวลาเข้าที่ (วินาที)	ค่ายอดของสัญญาณ ควบคุม (โวลต์)	เวลาการคำนวณ (วินาที)
SLF-NBU	9.7163×10^{-3}	0.6962	1.6606	0.391
PDLF-PU	9.6347×10^{-3}	0.6953	1.6521	0.531
PDLF-NBU	9.7163×10^{-3}	0.6961	1.6606	0.391

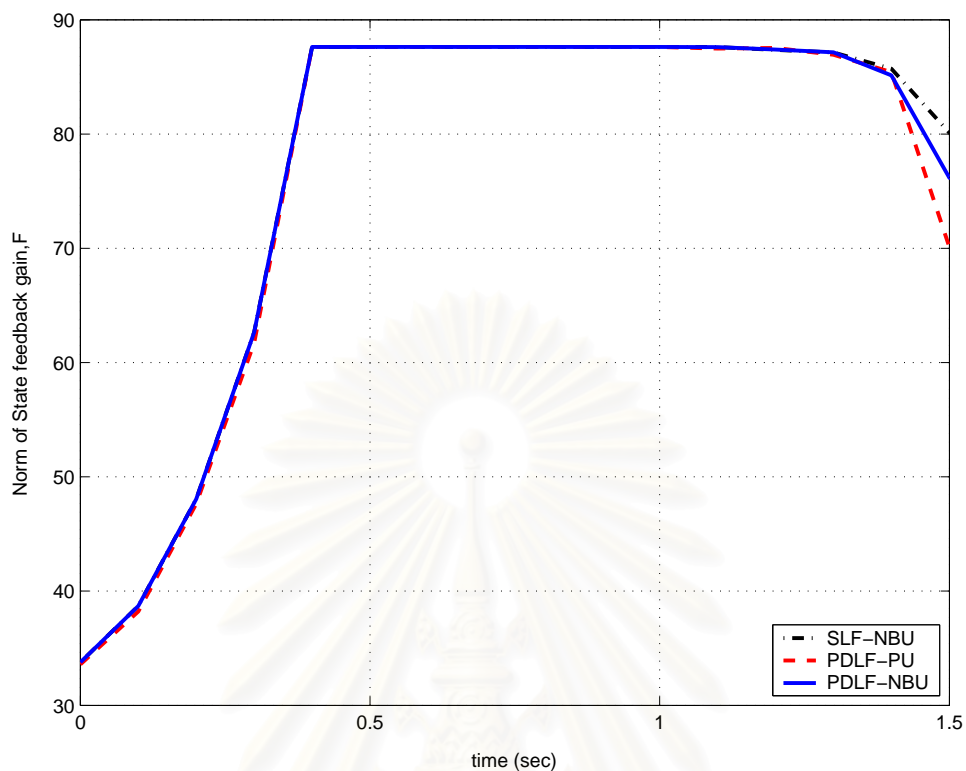
ส่วนที่สอง เป็นการเปรียบเทียบการออกแบบโดยการพิจารณาแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ และแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ด้วยการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม เมื่อกำหนดให้เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก $\|y(k + i|k)\|^2 \leq 0.01$ เรเดียน, $i \geq 1$ รูปที่ 5.6 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาของระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม เมื่อ



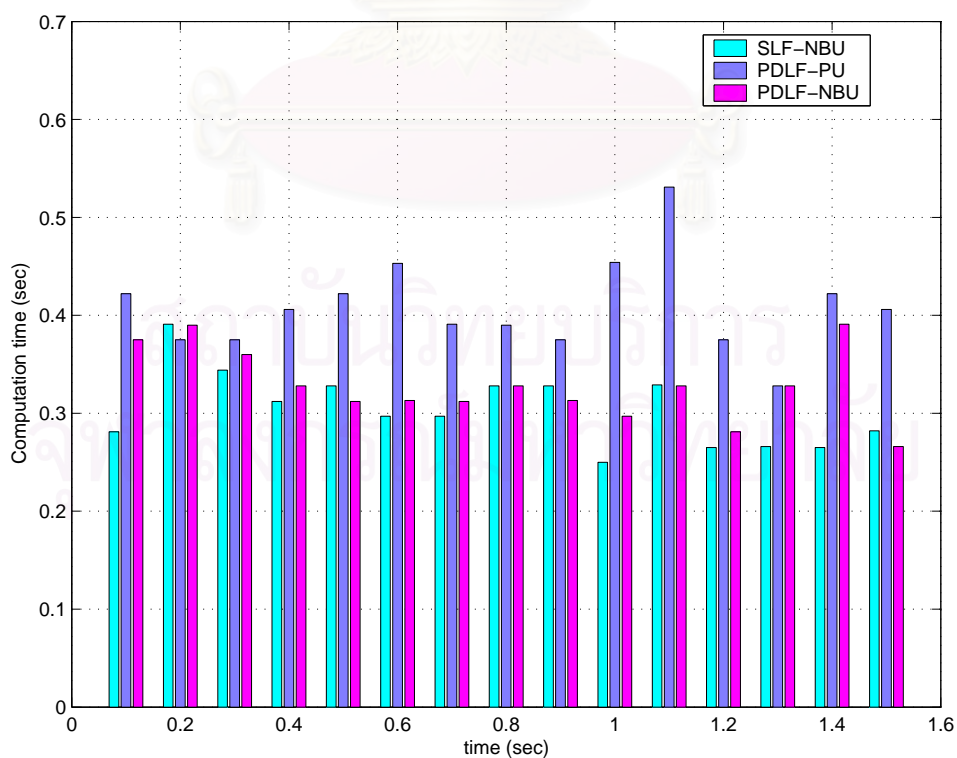
รูปที่ 5.2: ผลตอบสนองทางเวลาของระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม



รูปที่ 5.3: การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมของระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม



รูปที่ 5.4: นอร์มของเมทริกซ์อัตราขยาย F ในโดเมนเวลาของระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม



รูปที่ 5.5: เวลาคำนวณในแต่ละเทคนิคการควบคุมสำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม

มีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก รูปที่ 5.7 แสดงการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม รูปที่ 5.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าออร์มของกฎการควบคุม F ในโดเมนเวลาของทั้งสามวิธี รูปที่ 5.9 แสดงการเปรียบเทียบเวลาคำนวณในแต่ละการวนซ้ำ สุดท้ายรูปที่ 5.10 แสดงการเปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะของทั้งสามวิธีการออกแบบการควบคุม และสามารถสรุปดัชนีสมรรถนะของระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุม เมื่อมีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกได้ดังตารางที่ 5.2 สังเกตว่าค่าดัชนีสมรรถนะ และผลตอบสนองของสัญญาณขาออกที่ได้จากเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสำหรับแบบจำลองที่มีความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทปให้ค่าสมรรถนะที่ต่ำกว่าเทคนิคอื่น อีกทั้งยังใช้เวลาในการคำนวณมากที่สุดอีกด้วย ผลลัพธ์ในค่าสมรรถนะที่ลดลงนี้ เกิดจากการเพิ่มเงื่อนไขสัญญาณขาออกในการออกแบบตัวควบคุม ซึ่งพยายามทำให้ผลตอบสนองสัญญาณขาออกของระบบอยู่ในขอบเขตที่กำหนด อย่างไรก็ตาม ผลตอบสนองสัญญาณขาออกที่เวลา 0.1 วินาที ($i = 1$) ยังคงมีผลตอบสนองที่มากกว่าขอบเขตเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกที่กำหนด เหตุผลเนื่องจากว่าพลวัตของระบบนั้นเองที่ทำให้พฤติกรรมของผลตอบสนองสัญญาณขาออกไม่อยู่ภายในขอบเขตที่กำหนด ปัญหาการออกแบบดังกล่าวอาจแก้ไขได้โดยปรับเปลี่ยนขอบเขตของเงื่อนไขสัญญาณขาออกให้เพิ่มขึ้น หรือละเลยการพิจารณาเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก ซึ่งจะทำให้ระบบมีผลตอบสนองที่มีสมรรถนะที่ดีขึ้น

ตารางที่ 5.2: เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะสำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุมเมื่อเพิ่มเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก

เทคนิคการออกแบบ	ช่วงเวลาเข้าที่ (วินาที)	ค่ายอดของสัญญาณควบคุม (โวลต์)	เวลาการคำนวณ (วินาที)
SLF-NBU	0.5697	1.5850	0.532
PDLF-PU	0.7510	0.8514	0.657
PDLF-NBU	0.5660	1.6331	0.656

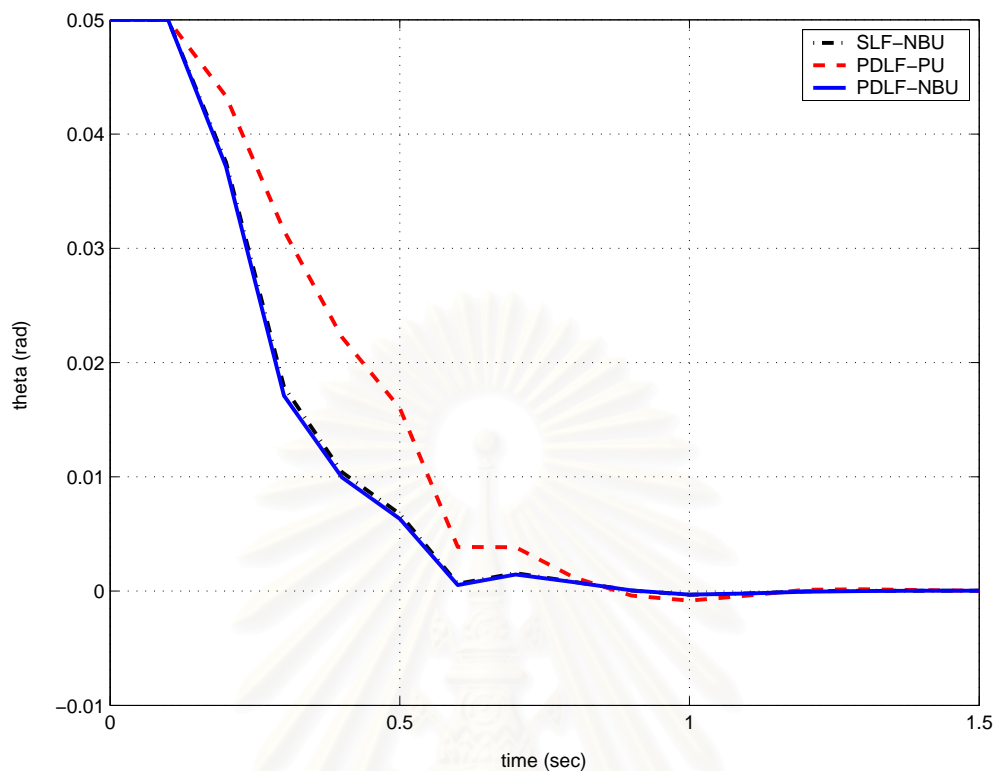
5.2 ระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ

ตัวอย่างถัดมา เป็นการประยุกต์การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน สำหรับระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ (non-isothermal CSTR) ด้วยการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก โดยเปรียบเทียบเทคนิคการควบคุมด้วยการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม กับเทคนิคการควบคุมด้วยการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทป และความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม

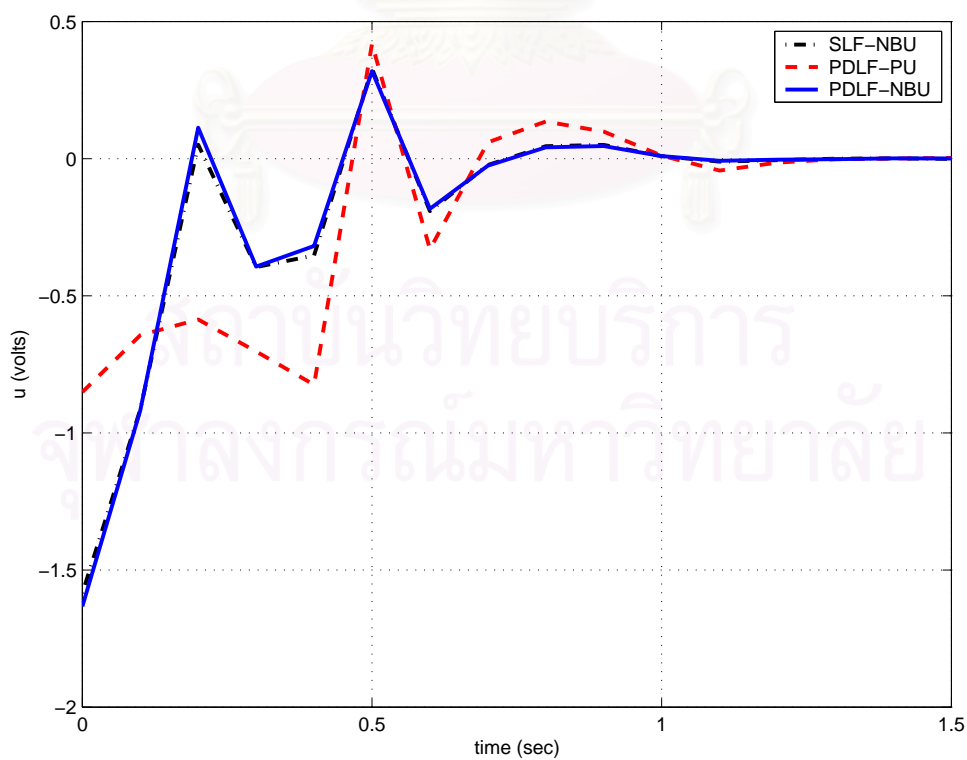
พิจารณาแบบจำลองเชิงเส้นของระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิจาก [30]

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

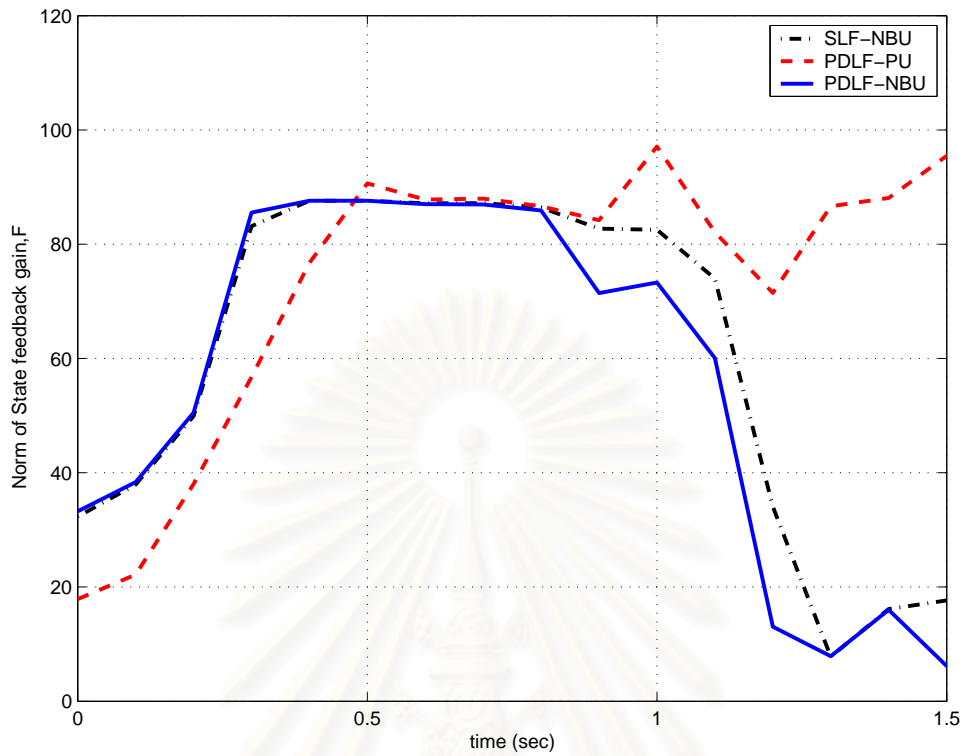
$$y = Cx$$



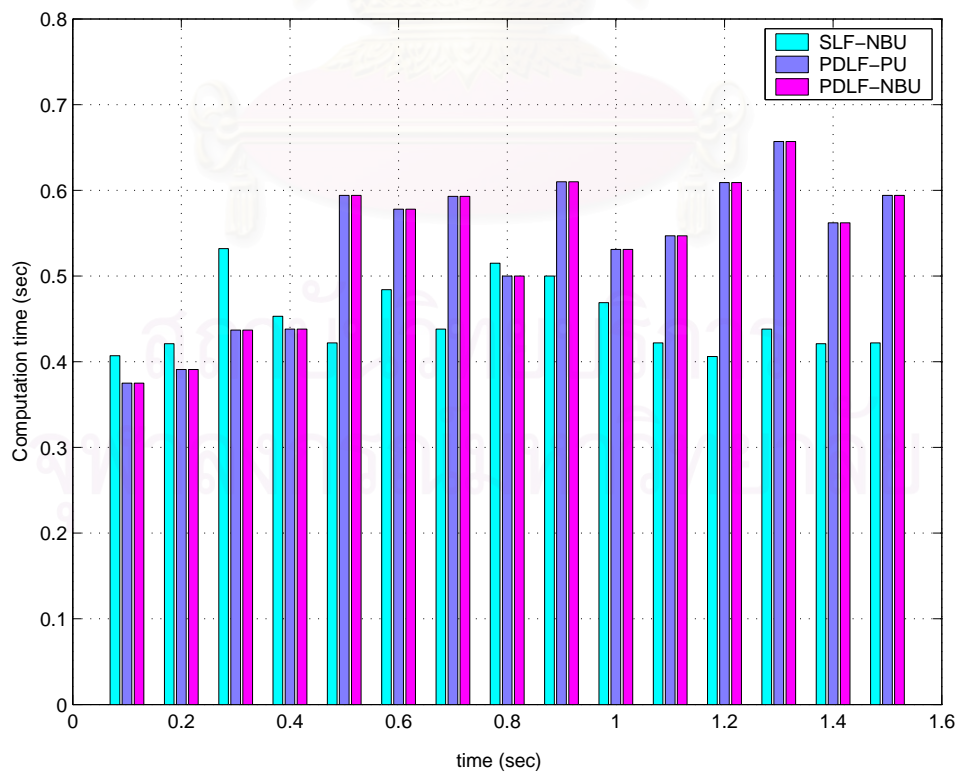
รูปที่ 5.6: ผลตอบสนองทางเวลาของระบบตำแหน่งเชิงมุมเมื่อพิจารณาเงื่อนไขสัญญาณขาออก



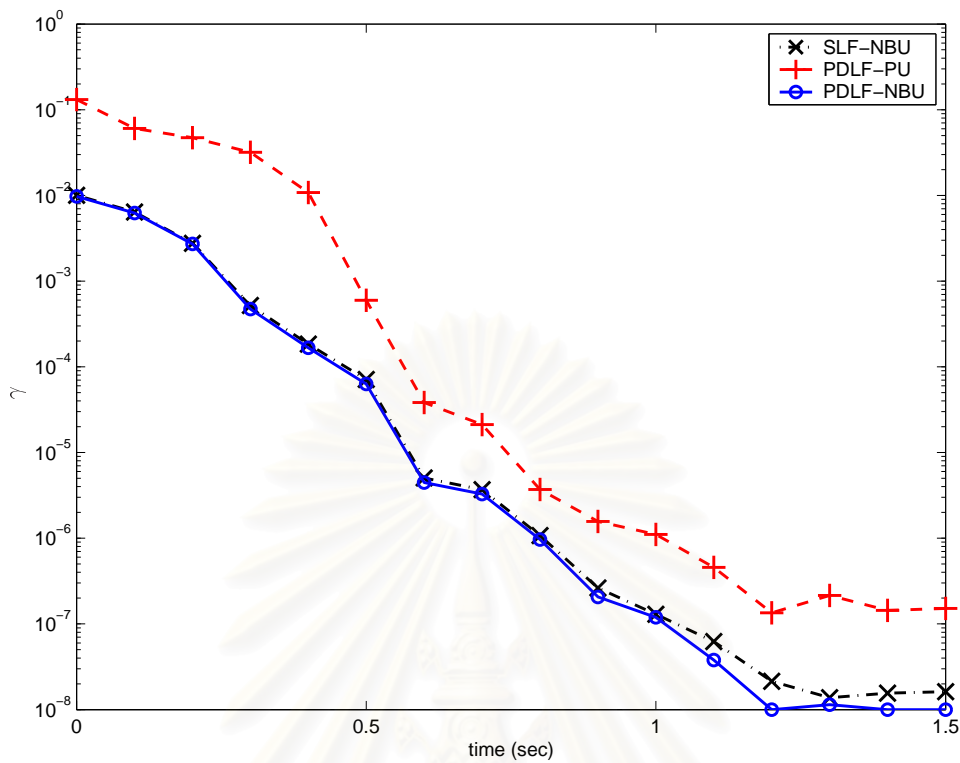
รูปที่ 5.7: การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมเมื่อพิจารณาเงื่อนไขสัญญาณขาออก



รูปที่ 5.8: นอร์มของเมทริกซ์อัตราขยาย F ในโดเมนเวลา

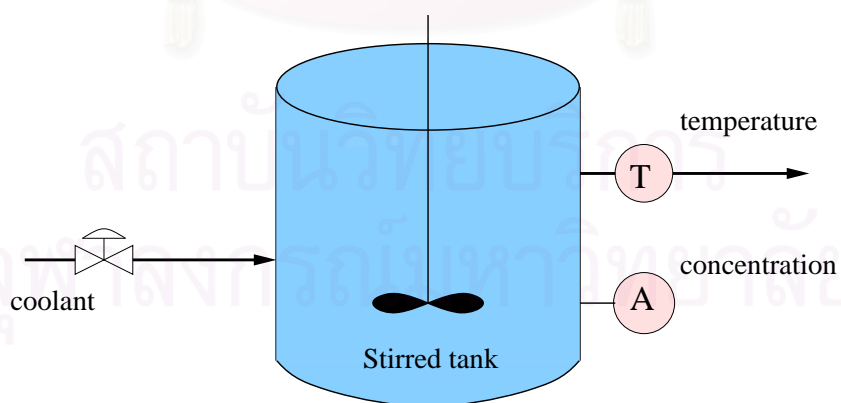


รูปที่ 5.9: เวลาคำนวณของทั้งสามเทคนิค



รูปที่ 5.10: ดัชนีสมรรถนะเมื่อพิจารณาในส่วนออนไลน์สำหรับระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุมและมีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก

เมื่อ x คือเวกเตอร์ของความเข้มข้นและอุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์ u คืออัตราการไหลของสารทำความเย็น (constrained coolant flow) และ y คืออุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์ พิจารณากระบวนการดังรูปที่ 5.11 เมทริกซ์พลวัต A, B และ C ของระบบแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5.11: ระบบเครื่องคนถังปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{F}{V} - k_0 e^{-E/RT_s} & -\frac{E}{RT_s^2} k_0 e^{-E/RT_s} C_{As} \\ \frac{-\Delta H_{rxn} k_0 e^{-E/RT_s}}{\rho C_p} & -\frac{F}{V} - \frac{UA}{V\rho C_p} - \Delta H_{rxn} \frac{E}{\rho C_p RT_s^2} k_0 e^{-E/RT_s} C_{As} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -2.098 \times 10^5 \frac{T_s - 365}{V\rho C_p} \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1],$$

$F = 1$ ลูกบาศก์เมตรต่ออนาที $V = 1$ ลูกบาศก์เมตร $k_0 = 10^9 - 5 \times 10^9$ นาที⁻¹, $\frac{E}{R} = 8.330.1$ เคลวิน $-\Delta H_{rxn} = 10^7 - 5 \times 10^7$ แคลอรีต่อกิโลโมล $\rho = 10^6$ กรัมต่อลูกบาศก์เมตร $UA = 5.34 \times 10^6$ แคลอรีต่อเคลวิน และ $C_p = 1$ แคลอรีต่อกรัมเคลวิน โดยที่ A และ B ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขจุดทำงานนั้น ๆ เราจะพิจารณาความเข้มข้นแบบจำลองที่ทำให้เป็นเชิงเส้นนี้ ณ สถานะคงตัว $T_s = 394$ เคลวิน และ $C_{As} = 0.265$ กิโลโมลต่อลูกบาศก์เมตร ภายใต้พารามิเตอร์ความไม่แน่นอน k_0 และ $-\Delta H_{rxn}$ แบบจำลองถูกแปลงให้อยู่ในระบบเวลาวิฤตโดยใช้เวลากการชักตัวอย่างเท่ากับ 0.15 นาที ดังนั้นระบบสมการเวลาวิฤตในเทอมของตัวแปรรบกวนแสดงได้ดังนี้

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.85 - 0.0986\alpha(k) & -0.0014\alpha(k) \\ 0.9864\alpha(k)\beta(k) & 0.0487 + 0.01403\alpha(k)\beta(k) \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.912 \end{bmatrix} u(k),$$

$$y(k) = [0 \quad 1] x(k)$$

เมื่อ $1 \leq \alpha(k) = k_0/10^9 \leq 5$ และ $1 \leq \beta(k) = -\Delta H_{rxn}/10^7 \leq 5$ ดังนั้นเซตของความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพจะมีทั้งหมด 4 จุดยอด $\Omega = \text{Co}\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ เช่นเดียวกัน เราสามารถพิจารณาระบบสมการข้างต้นให้อยู่ในรูปของแบบจำลองที่มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มได้ดังนี้

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + B_p p(k)$$

$$q(k) = C_q x(k) + D_{qu} u(k) + D_{qp} p(k)$$

$$p(k) = \Delta(k) q(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} 0.554 & 0.0028 \\ 12.843 & 0.23085 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.912 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} -0.19692 & 0.0069911 \\ 11.843 & 0.0001161 \end{bmatrix}$$

$$C_q = \begin{bmatrix} 0.9999 & 0.014171 \\ -0.014171 & 0.9999 \end{bmatrix}, \quad D_{qu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{qp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1]$$

นำแบบจำลองที่มีความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มออกแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองด้วยการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์ กำหนดให้เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าคือ $|u(k+1)| \leq 1$

$|k| \leq 0.5$ ลูกบาศก์เมตรต่อนาที ค่าพารามิเตอร์ในการออกแบบคือ

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = 2 \times 10^{-5} \quad \text{และ} \quad \rho = 0.1$$

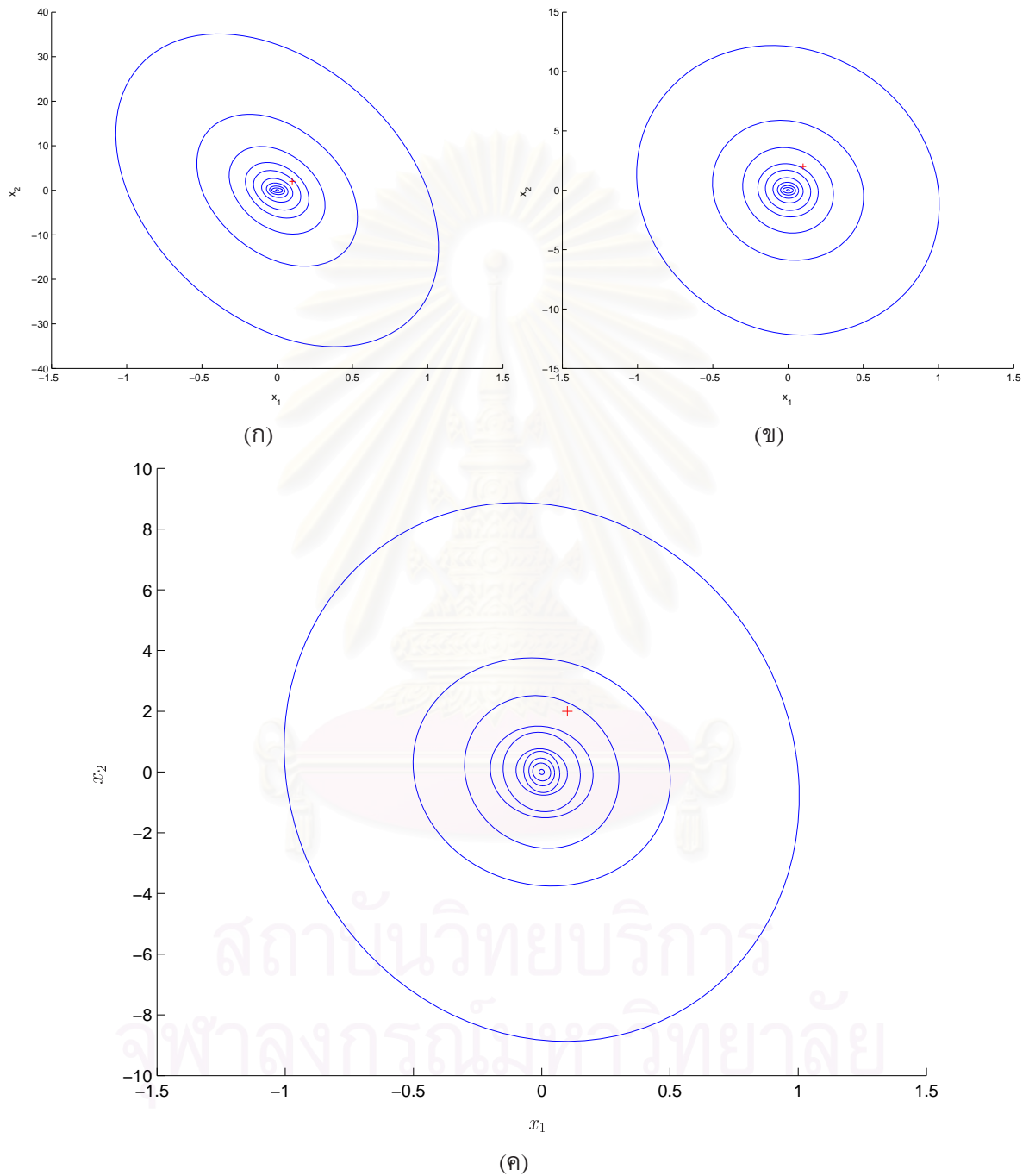
เราเลือกลำดับของสถานะเริ่มต้น 10 สถานะตามแกน x_1 ดังนี้

$$x_1^{\text{set}} = [1, 0.5, 0.3, 0.2, 0.15, 0.1, 0.07, 0.05, 0.035, 0.01]$$

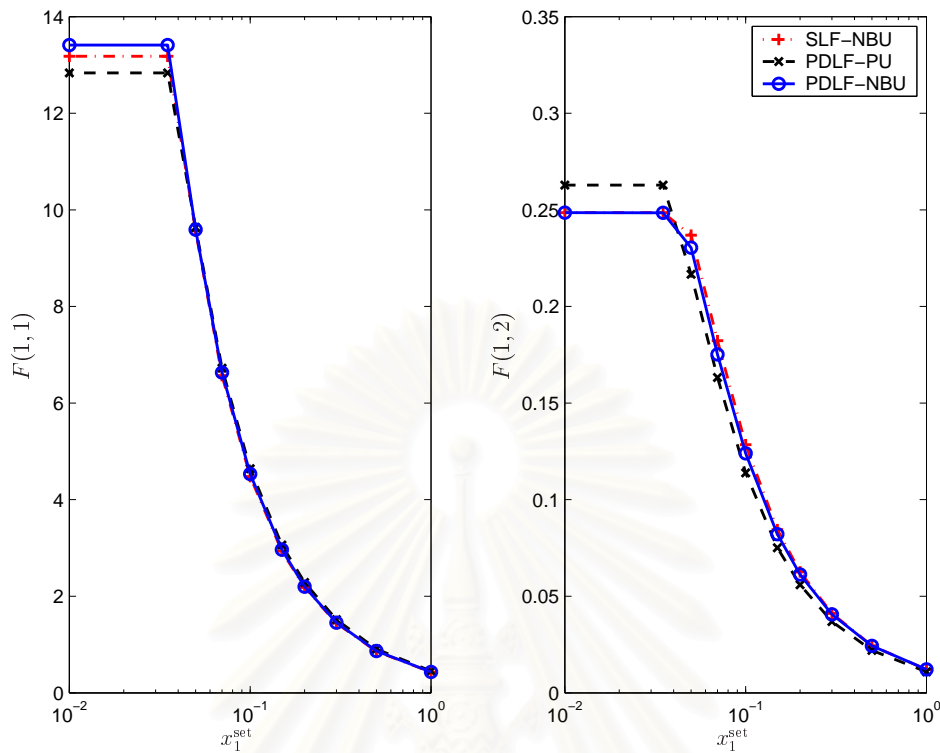
รูปที่ 5.12 แสดงส่วนร่วม (intersection) ระหว่าง 10 ทรงรีไฮเพอร์ (hyper-ellipsoids) นิยามด้วย Q_m^{-1} ในระนาบ $x_1 - x_2$ ซึ่งได้จากการกำหนดสถานะ x_1^{set} เริ่มต้น 10 สถานะ ($m = 1, \dots, 10$) โดย (ก) การวิเคราะห์โดยใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว (ข) การวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสำหรับความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ (ค) การวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสำหรับความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม รูปที่ 5.13 แสดงกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ที่ได้จากการออกแบบเมื่อกำหนดค่าสถานะเริ่มต้น x_1^{set} ในมาตราส่วนเชิงลอการิทึมของแต่ละเทคนิคการควบคุม สังเกตว่าเมื่อค่าสถานะเริ่มต้น x_1^{set} ที่กำหนดมีค่าลดลง เทคนิคการออกแบบจะให้ค่ากฎการควบคุม F เพิ่มขึ้น โดยในเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มให้ค่ากฎการควบคุม F มากที่สุด รูปที่ 5.14 แสดงการเปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะ γ ในเซตของสถานะ x_1^{set} เริ่มต้นของทั้งสามวิธีการออกแบบการควบคุม จะเห็นว่าเมื่อสถานะ x_1^{set} ที่กำหนดเริ่มต้นมีค่าลดลง ค่าดัชนีสมรรถนะจะมีค่าลดลงด้วย โดยเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะให้ค่าดัชนีสมรรถนะที่มีความอนุรักษ์น้อยกว่าการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว โดยการวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ จะให้ค่าดัชนีสมรรถนะที่มีความอนุรักษ์น้อยที่สุด เนื่องจากโครงสร้างแบบจำลองความไม่แน่นอนที่มีความกระชับมากกว่าโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม

ในส่วนออนไลน์ กำหนดให้สถานะการรบกวนเริ่มต้น $x(0) = [0.1 \ 2]^T$ รูปที่ 5.15 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองของเวลาของสัญญาณขาออก ซึ่งในระบบนี้คืออุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์จากเทคนิคการออกแบบทั้งสามวิธี โดยสมาชิกของ α และ β แต่ละตัวเป็นค่าสุ่มที่แปรเปลี่ยนตามเวลาภายในช่วง $[1, 5]$ รูปที่ 5.16 แสดงการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงในอัตราการไหลของสารทำความเย็นซึ่งนำมาใช้เป็นตัวควบคุมเครื่องปฏิกรณ์ และสามารถสรุปดัชนีสมรรถนะต่าง ๆ ในแต่ละเทคนิคการออกแบบดังตาราง 5.3 รูปที่ 5.17 แสดงความผิดพลาดจากการประมาณสถานะ และรูปที่ 5.18 แสดงการเปรียบเทียบค่านอร์มของกฎการควบคุม F ในโดเมนเวลาของทั้งสามเทคนิคการออกแบบ

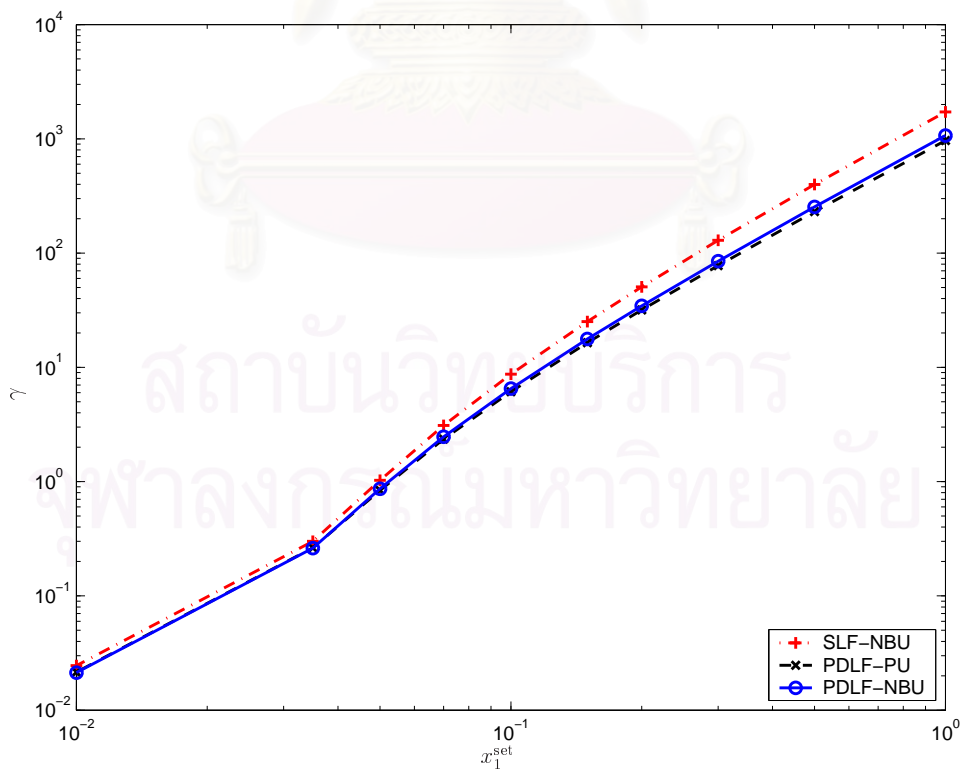
สังเกตว่าผลตอบสนองของอุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์ เมื่ออุณหภูมิของระบบถูกรบกวนเริ่มต้น $2 \text{ } ^\circ\text{K}$ เทคนิคการออกแบบที่น่าเสนอ นั่นคือการวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม ได้ให้ผลตอบสนองของอุณหภูมิกลับสู่สถานะคงตัวเร็วที่สุด อีกทั้งยังใช้อัตราการไหลของสารทำความเย็นสูงสุดเพื่อควบคุมอุณหภูมิของถังปฏิกรณ์ น้อยกว่าเทคนิคการออกแบบด้วยวิธีอื่นๆ อีกด้วย กล่าวได้ว่าเทคนิคการออกแบบที่น่าเสนอนี้ได้ให้ผลตอบสนองที่มีสมรรถนะที่ดีกว่าเทคนิคอื่นๆ



รูปที่ 5.12: ทรงรีกำหนดด้วย Q_m^{-1} สำหรับสถานะเริ่มต้น 10 สถานะ สำหรับระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ



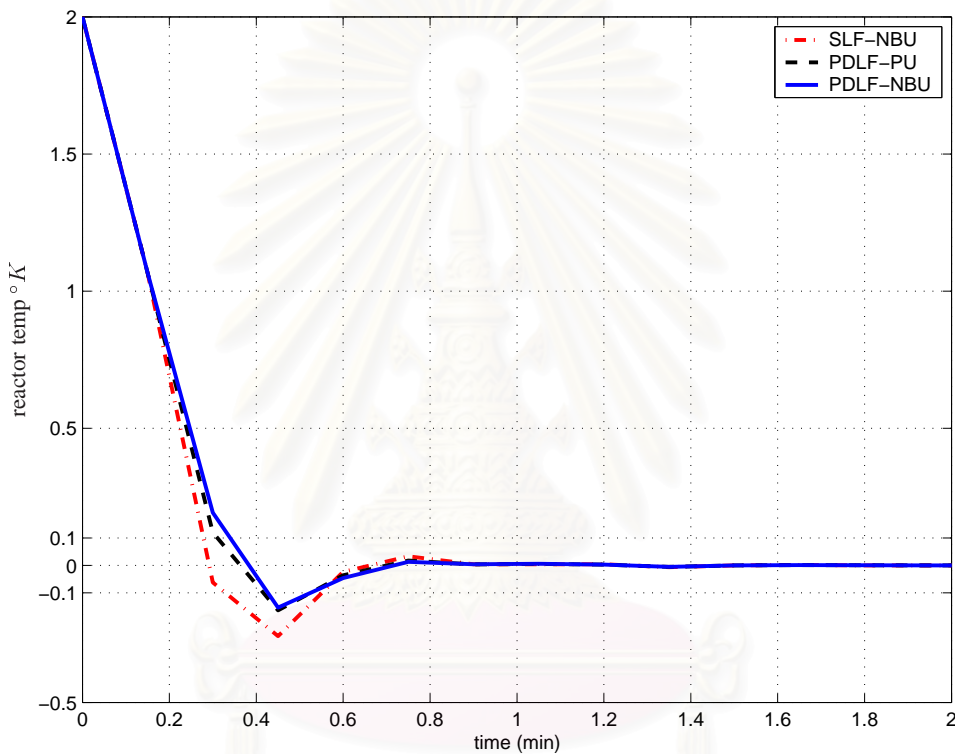
รูปที่ 5.13: กฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์โดย (o, x, +) แสดงลำดับของสถานะตามเทคนิคทั้งสามวิธี



รูปที่ 5.14: ดัชนีสมรรถนะของเทคนิคการออกแบบทั้งสามวิธีเมื่อพิจารณาในส่วนออฟไลน์ สำหรับระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ

ตารางที่ 5.3: สรุปดัชนีสมรรถนะที่ได้จากการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเครื่องคนถังปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ

เทคนิคการออกแบบ	ช่วงเวลาเข้าที่ (นาที)	ค่ายอดของสัญญาณควบคุม (ลูกบาศก์เมตรต่อนาที)	เวลาการคำนวณในส่วนออฟไลน์ (วินาที)
SLF-NBU	0.5510	0.4736	0.4827
PDLF-PU	0.4808	0.2739	0.9810
PDLF-NBU	0.4104	0.2622	0.5816



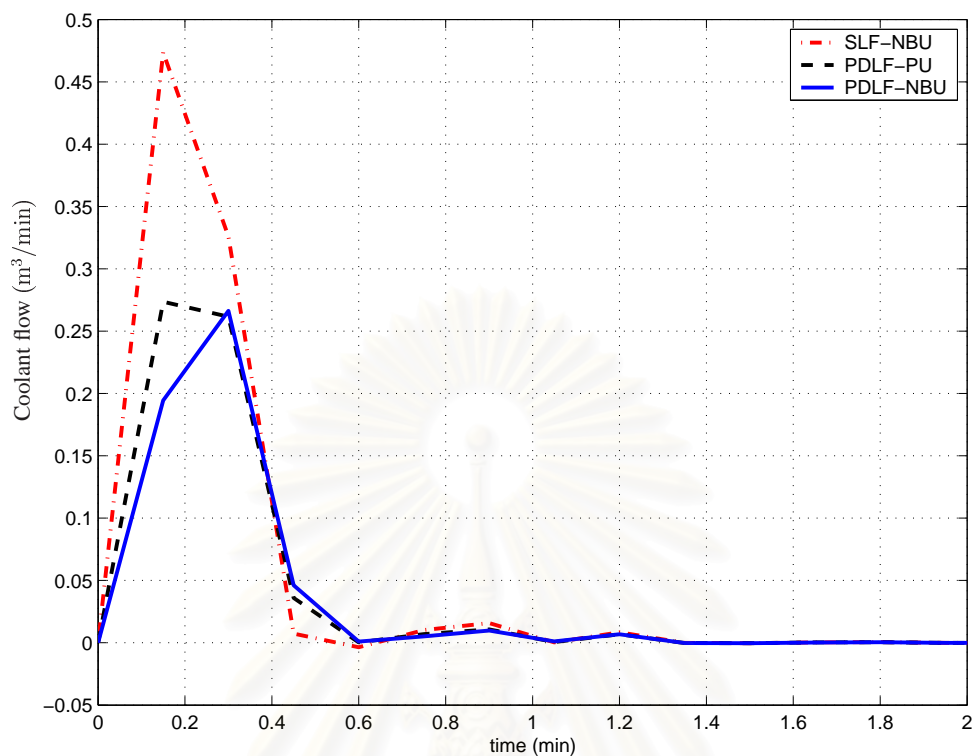
รูปที่ 5.15: อุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์ของระบบเครื่องคนถังปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ

5.3 ระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

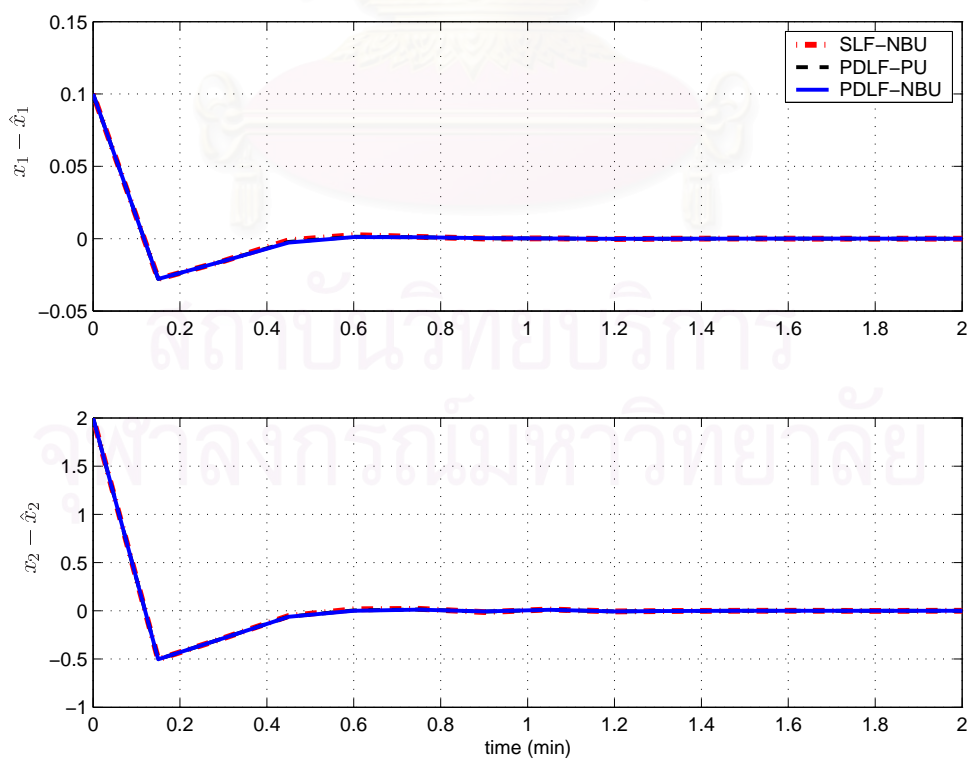
พิจารณาระบบหอกลิ้นจากบทความของ Wan และ Kothare [30] แสดงเมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$\begin{bmatrix} x_D \\ x_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{34}{54s+1} & \frac{-44.7}{114s+1} \\ \frac{31.6}{78s+1} & \frac{-45.2}{42s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L \\ V \end{bmatrix}$$

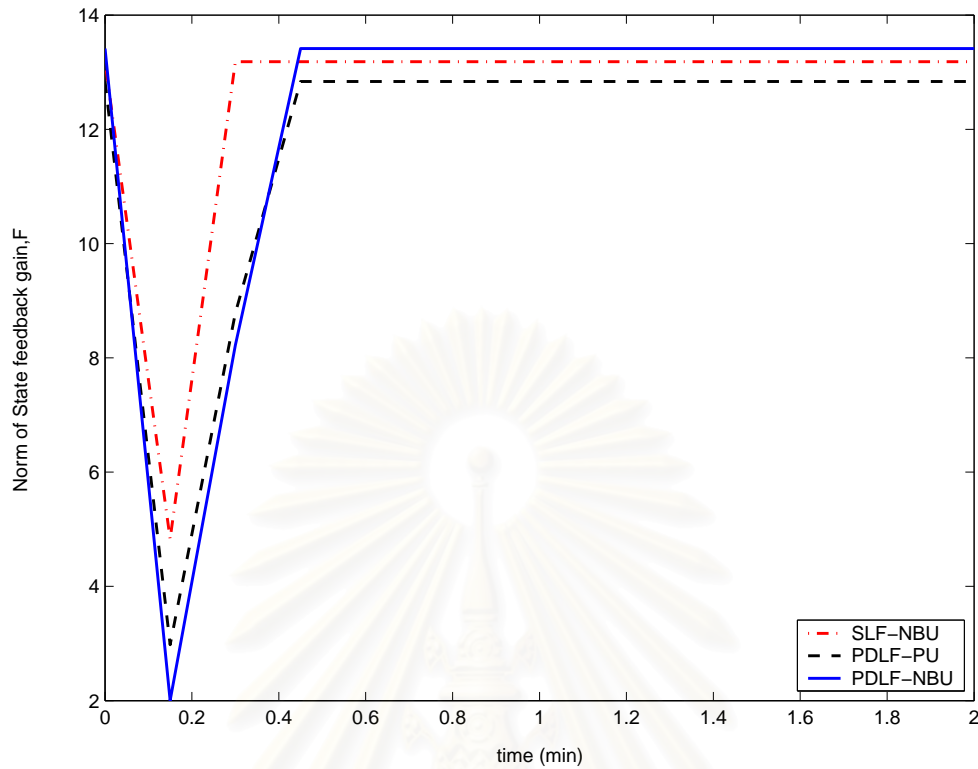
กำหนดให้ในแต่ละฟังก์ชันถ่ายโอน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับอัตราขยายและค่าเวลาคงตัวคือ $\sigma = 1\%$ แบบจำลองถูกทำให้เป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยเวลาการซีกตัวอย่าง $T = 2$ นาที และให้เมทริกซ์ของสมการสถานะอยู่ในเทอมของตัวแปรที่มีการรวบรวมตามสมการ



รูปที่ 5.16: อัตราการไหลของสารทำความเย็นของระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ



รูปที่ 5.17: ความผิดพลาดการประมาณสถานะในระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ



รูปที่ 5.18: นอร์มของเมทริกซ์อัตราขยาย F ในโดเมนเวลา สำหรับระบบเครื่องคนถึงปฏิกรณ์ต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ

$$A = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T}{54} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{T}{78} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{T}{114} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{T}{42} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{34T}{54} & 0 \\ \frac{31.6T}{78} & 0 \\ 0 & \frac{-44.7T}{114} \\ 0 & \frac{-45.2T}{42} \end{bmatrix},$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_q = \theta_1 \begin{bmatrix} \frac{T}{54} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T}{78} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T}{114} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T}{42} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{qu} = \theta_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{34T}{54} & 0 \\ \frac{31.6T}{78} & 0 \\ 0 & \frac{-44.7T}{114} \\ 0 & \frac{-45.2T}{42} \end{bmatrix}, \quad D_{qp} = \mathbf{0}_{8 \times 8}$$

ด้วย $\theta_1 = \max(|\frac{1}{1+\sigma} - 1|, |\frac{1}{1-\sigma} - 1|)$ $\theta_2 = \max(|\frac{1-\sigma}{1+\sigma} - 1|, |\frac{1+\sigma}{1-\sigma} - 1|)$ และ $\Delta = \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_8)$ ด้วย $-1 \leq \delta_i \leq 1$, $i = 1, \dots, 8$ เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าคือ $|u(k+i|k)| \leq 0.05$ เรากำหนดคุณลักษณะของ

พารามิเตอร์ในการออกแบบ $Q = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, $R = 2 \times 10^{-5} \text{diag}(1, 1)$ และ $\rho = 0.95$ จากนั้นเลือกลำดับของสถานะเริ่มต้น x^{set} 10 สถานะตามปริภูมิย่อย 1 มิติ คือ

$$x_1^{\text{set}} = x_3^{\text{set}} \in [1, 0.5, 0.3, 0.2, 0.1, 0.07, 0.045, 0.033, 0.01, 0.005] \quad \text{และ} \quad x_2^{\text{set}} = x_4^{\text{set}} = 0$$

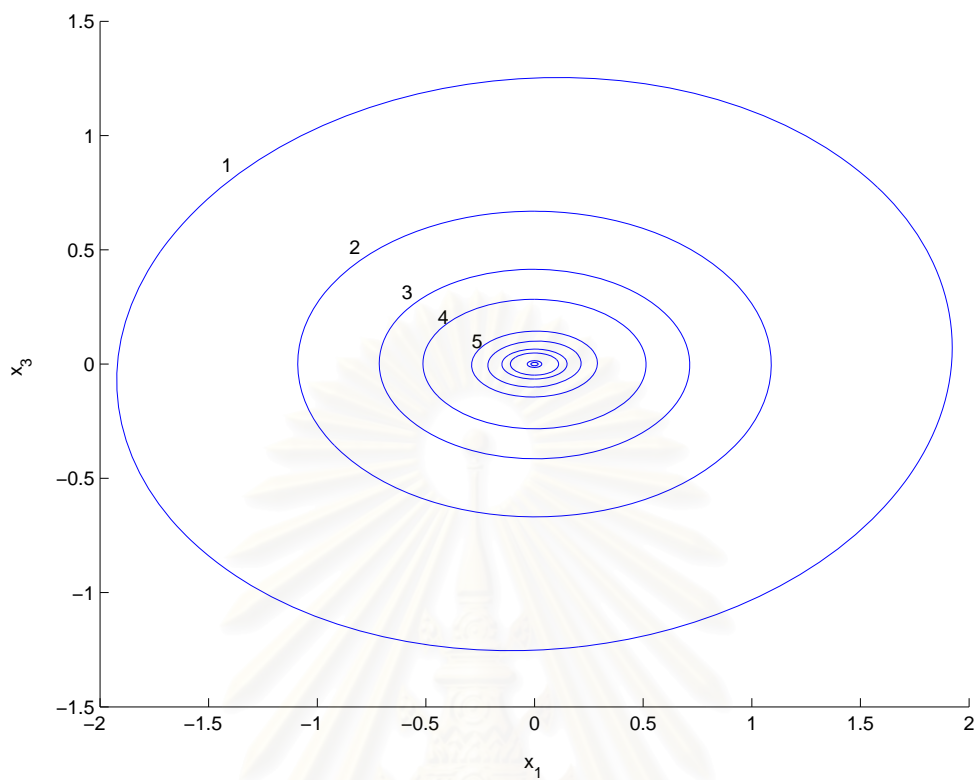
รูปที่ 5.19 แสดงส่วนร่วมระหว่าง 10 ทรงรีไฮเพอร์นิยามด้วย \mathbb{Q}_m^{-1} เมื่อ $m = 1, \dots, 10$ ในระนาบ $x_1 - x_3$ โดย (ก) ได้จากการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว (ข) ได้จากการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม รูปที่ 5.20 แสดงการเปรียบเทียบค่านอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ ตามการเลือกปริภูมิย่อย 1 มิติ ในมาตราส่วนเชิงลอการิทึมระหว่างวิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียวกับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สังเกตว่าเมื่อค่าสถานะที่กำหนดเริ่มต้นมีค่าลดลง ค่านอร์มของกฎการควบคุม F จะมีค่าเพิ่มขึ้น โดยเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม จะมีค่านอร์มของกฎการควบคุม F มากสุด ณ ค่าสถานะเริ่มต้นน้อยสุด และความแตกต่างของดัชนีสมรรถนะที่ได้จากการออกแบบในแต่ละเทคนิคสามารถแสดงได้ดัง ตารางที่ 5.4 สังเกตว่าเมื่อค่าสถานะที่กำหนดเริ่มต้น x^{set} มีค่าลดลง ค่าดัชนีสมรรถนะจะมีค่าลดลงด้วย โดยเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะให้ผลลัพธ์ของค่าดัชนีสมรรถนะ ในแต่ละค่าสถานะที่กำหนดเริ่มต้นมีความอ่อนนุ่มน้อยกว่าเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว

ตารางที่ 5.4: ดัชนีสมรรถนะ γ สอดคล้องกับค่าสถานะที่กำหนดให้ของระบบหอกลับแยกสารสองชนิด

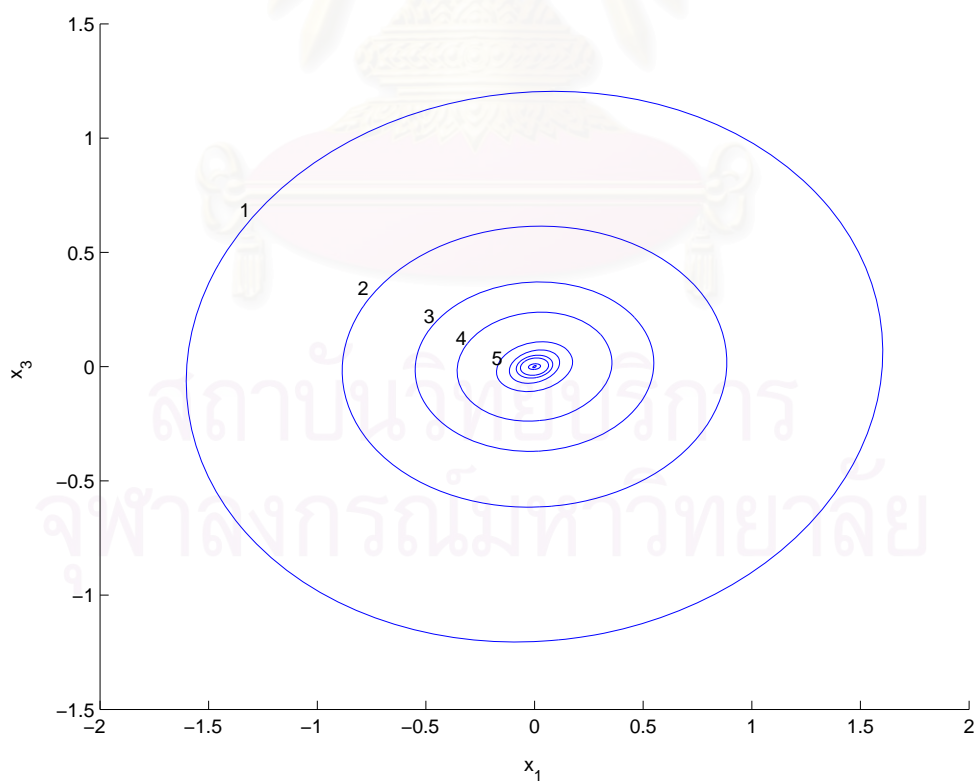
เทคนิคการออกแบบ	$x_1^{\text{set}} = x_3^{\text{set}}$									
	1	0.5	0.3	0.2	0.1	0.07	0.045	0.033	0.01	0.005
SLF-NBU	31.190	7.525	2.647	1.158	0.284	0.138	0.057	0.031	0.0028	0.0007
PDLF-NBU	30.526	7.344	2.577	1.125	0.274	0.133	0.055	0.029	0.0026	0.0006

ในส่วนออนไลน์ กำหนดสถานะการรบกวนเริ่มต้น $x(0) = [0.05 \ 0 \ 0.05 \ 0]^T$ รูปที่ 5.21 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบซึ่งในที่นี้คือความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ยอดหอ x_D (เศษส่วนโมล) และความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ฐานหอ x_B (เศษส่วนโมล) โดยในแต่ละสมาชิกของ Δ เป็นค่าสุ่มที่แปรเปลี่ยนตามเวลาภายใน $[-1, 1]$ รูปที่ 5.22 แสดงการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม ซึ่งเป็นอัตราการไหลของสารในหน่วย กิโลโมลต่ออนาที และสามารถสรุปดัชนีสมรรถนะของระบบในโดเมนเวลาได้ดังตารางที่ 5.5 รูปที่ 5.23 แสดงการเปรียบเทียบค่านอร์มของกฎการควบคุม F ในโดเมนเวลาของทั้งสองวิธี สุดท้ายรูปที่ 5.24 แสดงการเปรียบเทียบความผิดพลาดจากการประมาณสถานะสำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิด

จากผลตอบสนองของความเข้มข้นผลิตภัณฑ์ยอดหอและผลิตภัณฑ์ฐานหอแสดงให้เห็นว่า เทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมให้ผลตอบสนองที่มีสมรรถนะที่ดีกว่า เทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวเล็กน้อย โดยนอร์มของกฎการควบคุม F ในสภาวะคงตัวของเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะมีค่ามากกว่าอีกวิธีหนึ่ง อีกทั้งค่าเวลาในการคำนวณในส่วนออฟไลน์ยังใช้เวลามากกว่าอีกด้วย ซึ่งเป็นผลมาจากจำนวนอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

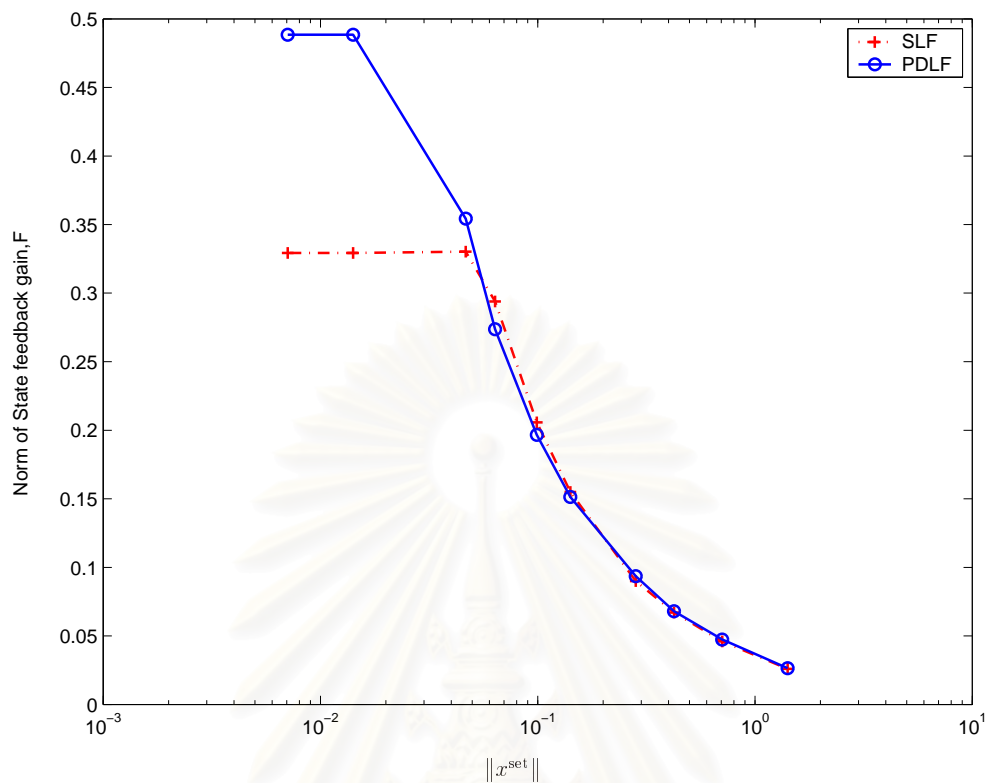


(ก)

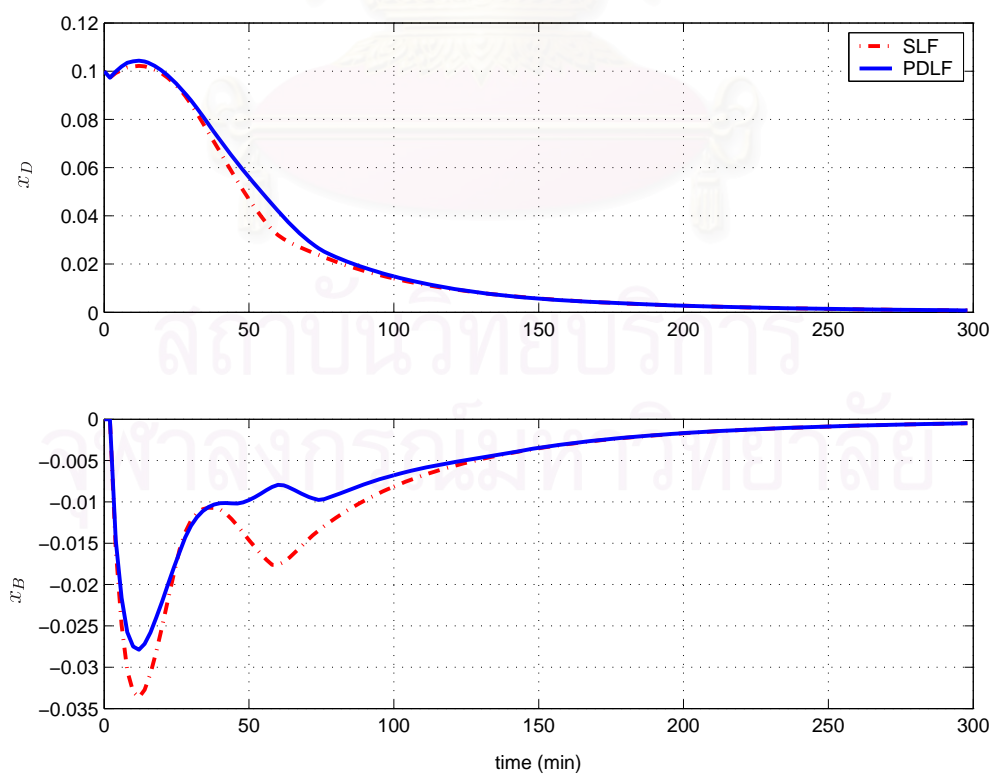


(ข)

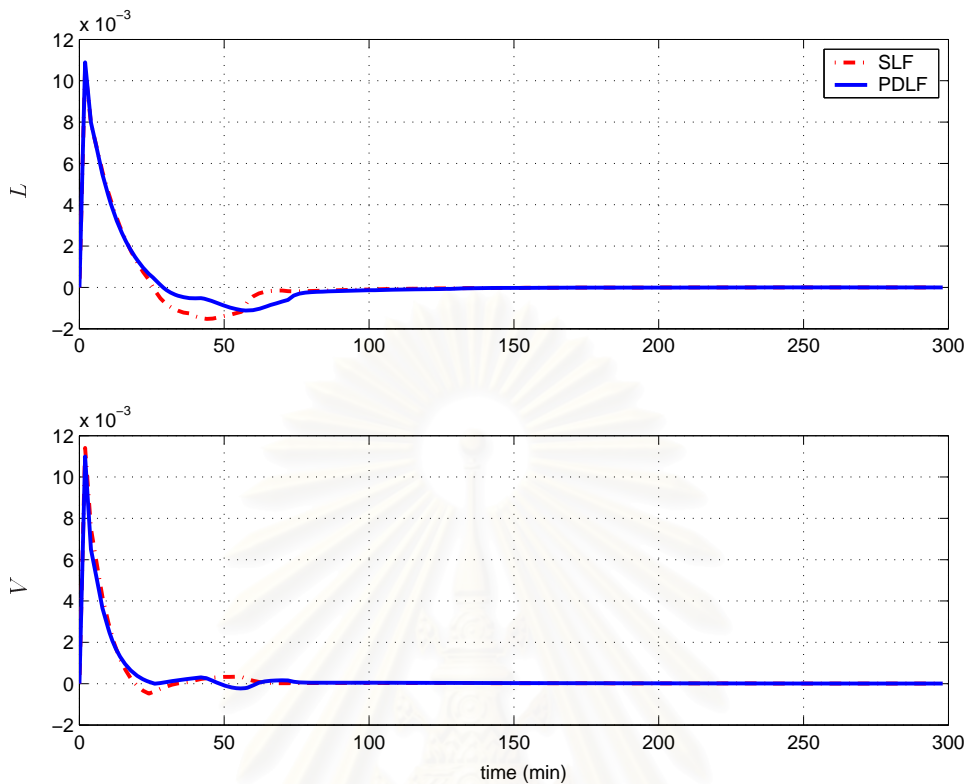
รูปที่ 5.19: ส่วนร่วมระหว่าง 10 ทรงรีไฮเพอร์ (นิยามด้วย Q_m^{-1}) ในระนาบ $x_1 - x_3$



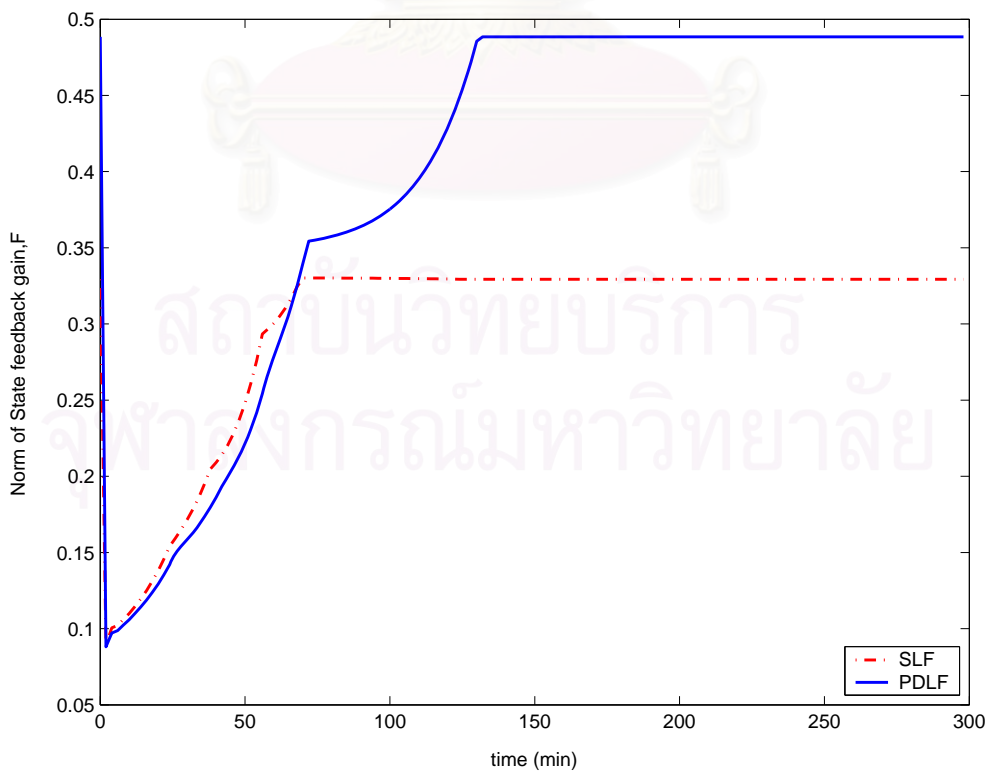
รูปที่ 5.20: นอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ โดย (+, o) แสดงถึงลำดับของสถานะ



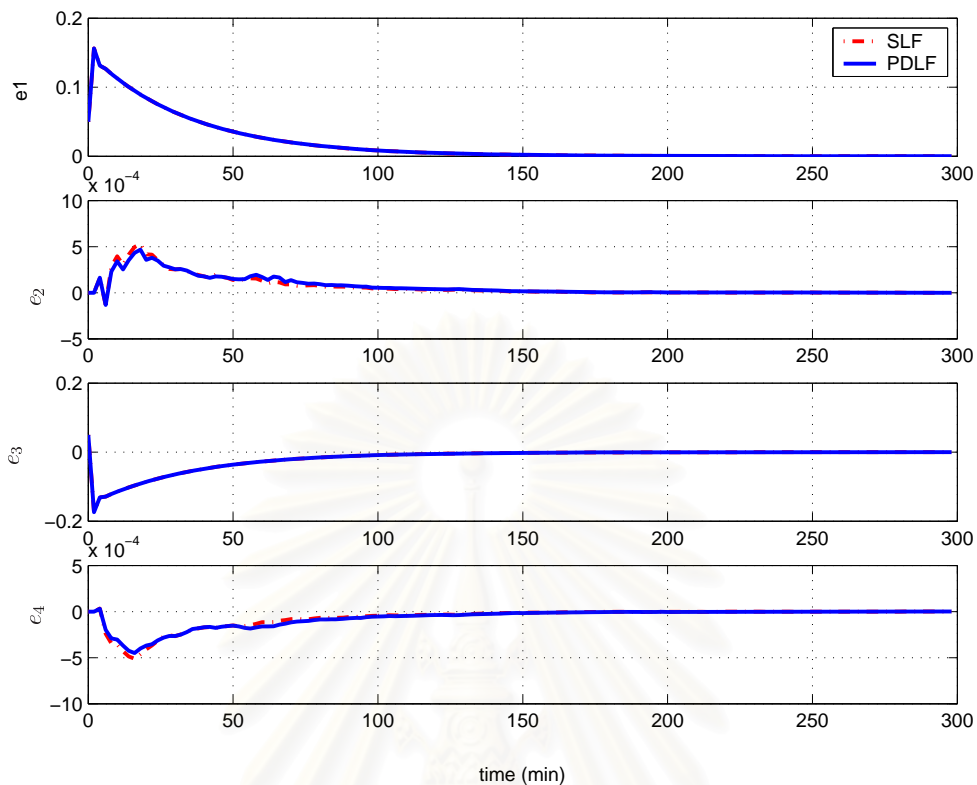
รูปที่ 5.21: ผลตอบสนองของวงปิดของระบบหอกลับ



รูปที่ 5.22: การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม



รูปที่ 5.23: เกณฑ์การควบคุม F ในโดเมนเวลา



รูปที่ 5.24: ความผิดพลาดจากการประมาณสถานะ สำหรับระบบหอกลับ

ตารางที่ 5.5: เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิดของ Wan และ Kothare

เทคนิคการออกแบบ	ช่วงเวลาเข้าที่ (นาทีก)		ค่ายอดของสัญญาณควบคุม (กิโลโมลต่อนาที)		เวลาการคำนวณ (วินาที)	
	x_D	x_B	L	V	ออฟไลน์	ออนไลน์
SLF-NBU	158.00	127.52	0.01067	0.01141	1.3600	0.0309
PDLF-NBU	156.00	122.90	0.01053	0.01081	9.8280	0.0320

ที่แปรตามจำนวนตัวแปรความไม่แน่นอน อย่างไรก็ตามเวลาการคำนวณในส่วนออนไลน์มีค่าน้อยกว่าค่าเวลาการซักตัวอย่าง ด้วยเหตุนี้สามารถนำเทคนิคการควบคุมที่นำเสนอขึ้นไปประยุกต์จริงได้ ซึ่งจะกล่าวในส่วนของการจำลองออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิด ที่แบบจำลองได้จากการระบุเอกลักษณ์ในลำดับต่อไป

5.4 ระบบหอกลับแยกสารสองชนิดที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์

ในส่วนนี้จะเป็นการออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน สำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิด แบบจำลองหาได้จากการระบุเอกลักษณ์จากกระบวนการจริงในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ดังที่แสดง

ผลการระบุเอกลักษณ์ในบทที่ 3 สังเกตว่า แบบจำลองนี้เป็นแบบจำลองที่ครอบคลุมจุดทำงานทั้งหมดในโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอนอร์ม การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองอาศัยการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออกแบบออฟไลน์ ในตอนนี้ การออกแบบแบ่งออกเป็น 2 ส่วนซึ่งขึ้นอยู่กับเงื่อนไขบังคับดังนี้ การออกแบบที่มีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า และการออกแบบที่มีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออก เราจะเปรียบเทียบเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว และฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

5.4.1 การออกแบบตัวควบคุมที่มีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า

พิจารณาแบบจำลองที่มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอนอร์มดังสมการ (2.3) สำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิดประกอบด้วยเมทริกซ์พลวัตดังสมการ (3.16) และเมทริกซ์ความไม่แน่นอนดังสมการ (3.17) ซึ่งเป็นระบบที่มีค่าสถานะจำนวน 8 สถานะ และสังเกตว่ามีพารามิเตอร์ความไม่แน่นอนจำนวน 7 พารามิเตอร์ ในส่วนของการออกแบบตัวควบคุมกำหนดให้ค่าคุณลักษณะในการออกแบบได้แก่ค่าเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก, อัตราการลดลงต่ำสุดสำหรับการประมาณค่าสถานะคือ

$$Q = C_y^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} C_y, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \rho = 0.9$$

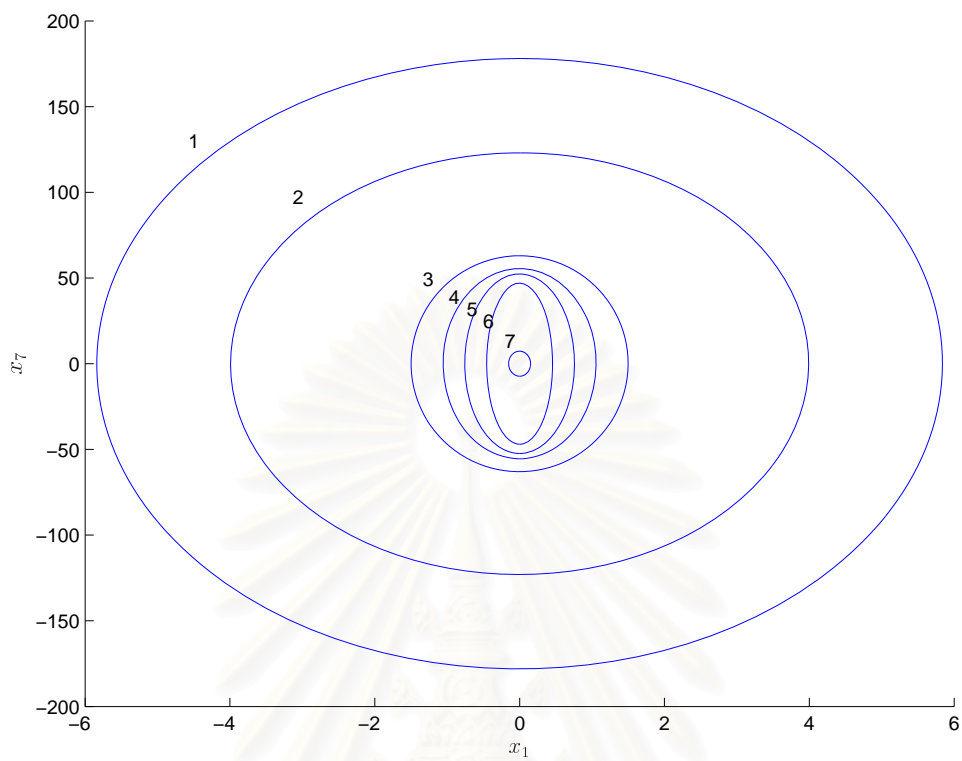
ตามลำดับ และกำหนดเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าด้วยขอบเขตยอดในแต่ละสัญญาณขาเข้า โดยจำแนกออกเป็นเงื่อนไขบังคับสำหรับอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอก $\delta L \quad |u_1(k+i|k)| \leq 2$ และเงื่อนไขบังคับสำหรับอัตราการต้มซ้ำ $\delta V \quad |u_2(k+i|k)| \leq 0.5$ ซึ่งค่าคุณลักษณะในการออกแบบดังกล่าวสอดคล้องกับเกณฑ์เสถียรภาพพจนในบทตั้ง 4.2 จากนั้นเลือกลำดับสถานะเริ่มต้นของ 7 สถานะตามปริภูมิย่อย 1 มิติ คือ

$$x_1^{\text{set}} = x_7^{\text{set}} \in [5, 3, 1, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1] \quad \text{และ} \quad x_2^{\text{set}} = x_3^{\text{set}} = x_4^{\text{set}} = x_5^{\text{set}} = x_6^{\text{set}} = x_8^{\text{set}} = 0$$

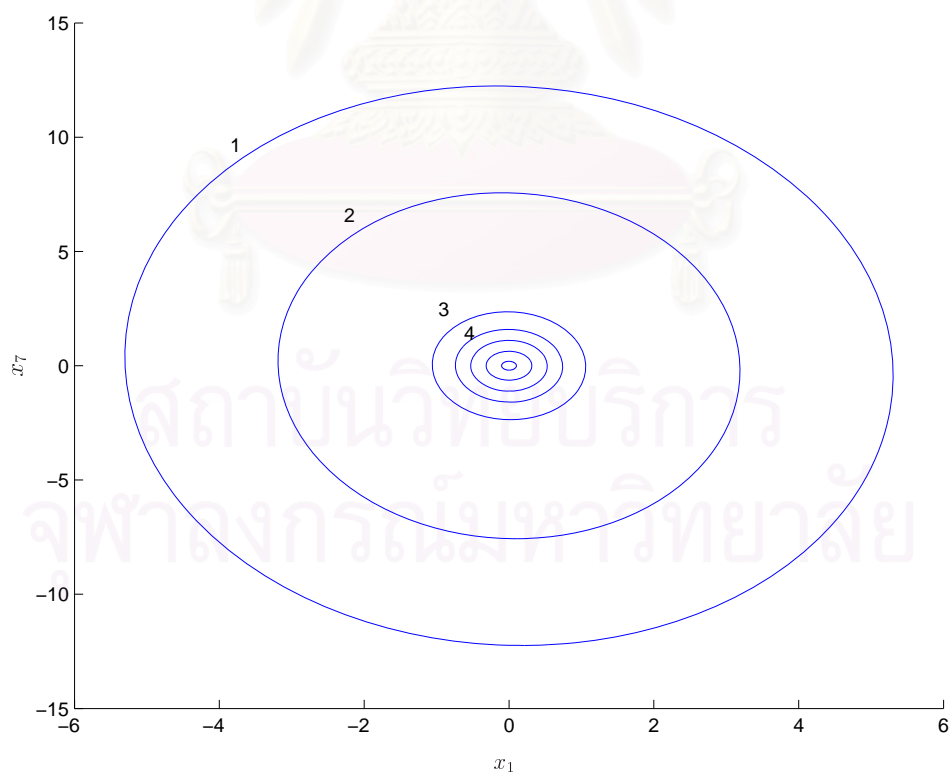
รูปที่ 5.25 แสดงส่วนร่วมระหว่าง 7 ทรงรีไฮเพอร์นิยามด้วย \mathbb{Q}_m^{-1} เมื่อ $m = 1, \dots, 7$ ในระนาบ $x_1 - x_7$ โดย (ก) ได้จากการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว (ข) ได้จากการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม รูปที่ 5.26 แสดงการเปรียบเทียบค่านอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ ตามแต่ละค่าสถานะเริ่มต้น x^{set} ที่กำหนด ในมาตราส่วนเชิงลอการิทึมระหว่างวิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวกับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม โดยเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวจะให้ค่านอร์มของกฎการควบคุม F มากกว่าเทคนิคที่นำเสนอ และรูปที่ 5.27 แสดงการเปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละค่าสถานะที่กำหนดเริ่มต้น ซึ่งสามารถจำแนกได้ดังตารางที่ 5.6 สังเกตว่าเมื่อค่าสถานะที่กำหนดเริ่มต้น x^{set} มีค่าลดลง ส่งผลทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะมีค่าลดลงด้วย ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า เทคนิคการออกแบบด้วยการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะให้ค่าดัชนีสมรรถนะที่มีความอนุรักษ์น้อยกว่าการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว

ในส่วนออนไลน์ กำหนดสถานะการรบกวนเริ่มต้นดังนี้

$$x(0) = [5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

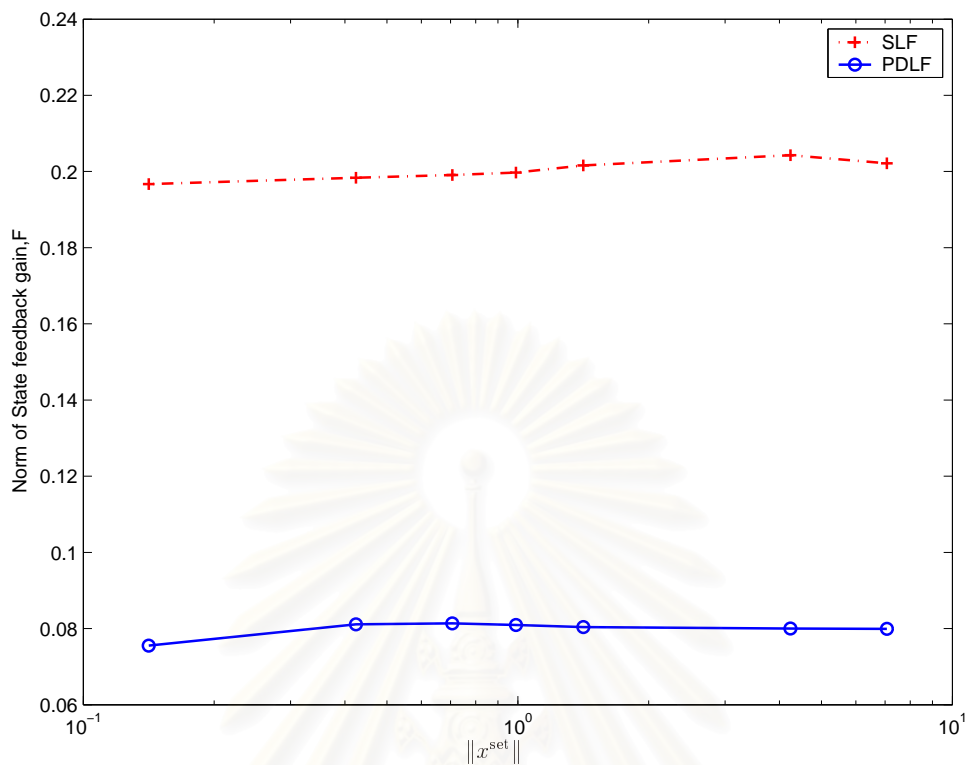


(ก)

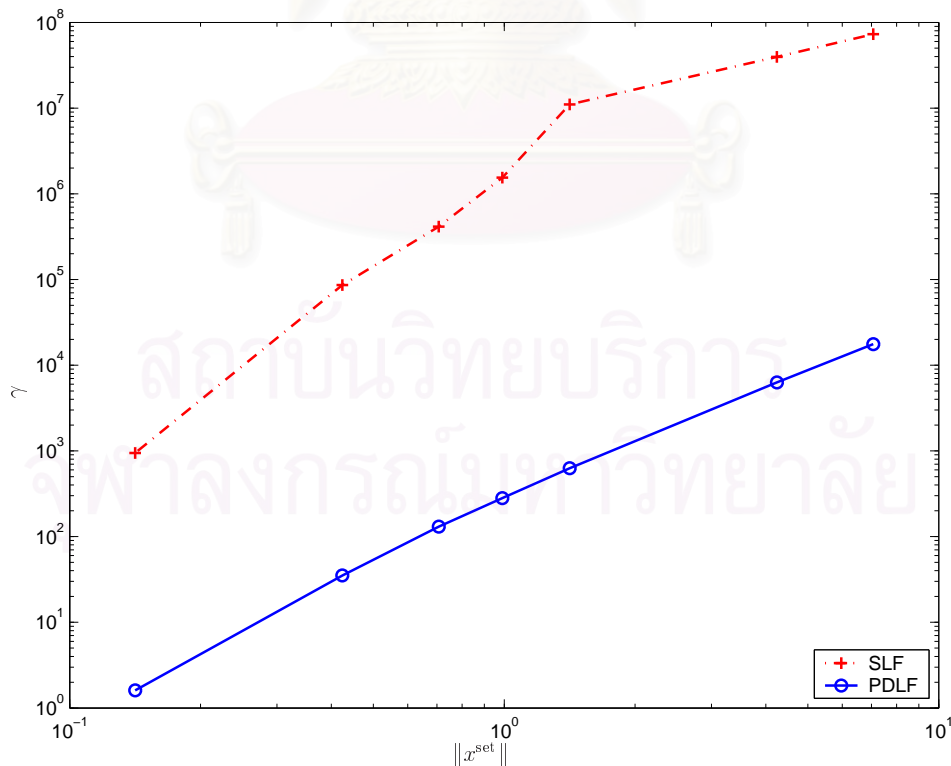


(ข)

รูปที่ 5.25: ส่วนร่วมระหว่าง 7 ทรงรีไฮเพอร์ (นิยามด้วย \mathbb{Q}_m^{-1}) ในระนาบ $x_1 - x_7$



รูปที่ 5.26: นอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ โดย (+, o) แสดงถึงลำดับของสถานะที่กำหนดเริ่มต้น



รูปที่ 5.27: ดัชนีสมรรถนะของเทคนิคการออกแบบทั้งสองวิธีเมื่อพิจารณาในส่วนออฟไลน์ สำหรับระบบ หอกลิ้นที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์

ตารางที่ 5.6: เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์

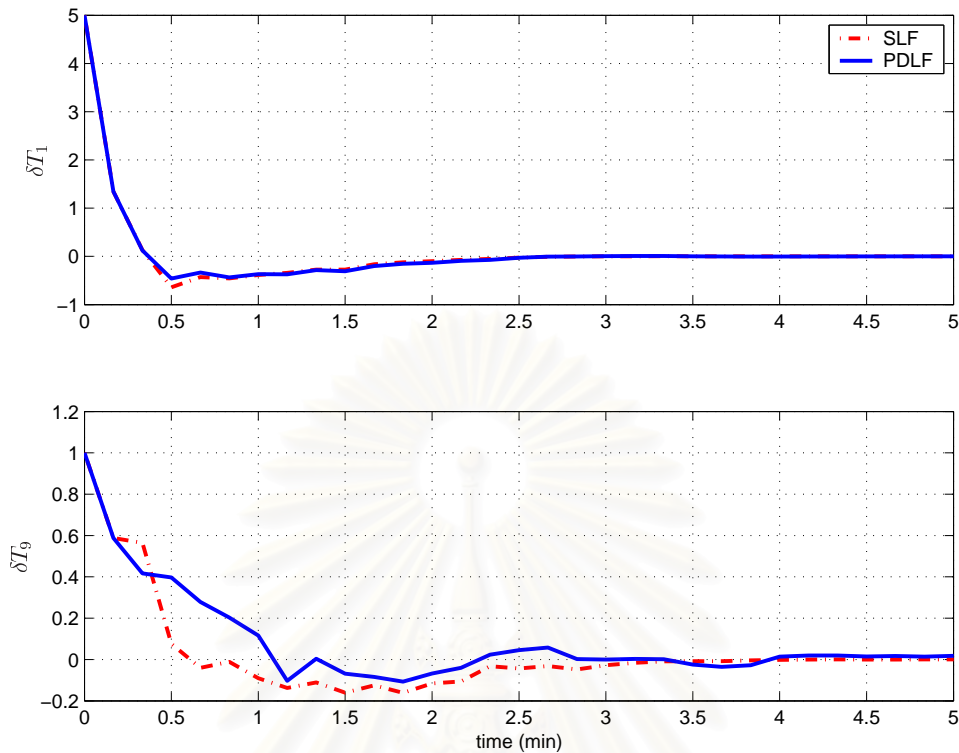
เทคนิคการออกแบบ	$x_1^{\text{set}} = x_7^{\text{set}}$						
	5	3	1	0.7	0.5	0.3	0.1
SLF-NBU	7.290×10^7	3.963×10^7	1.103×10^7	1.547×10^6	4.137×10^5	8.622×10^4	943.5714
PDLF-NBU	1.765×10^4	6.293×10^3	6.269×10^2	2.819×10^2	1.306×10^2	3.514×10^1	1.6045

เรากำหนดให้ค่าสถานะ $x_1(0)$ เริ่มต้นมีค่ามาก เนื่องจากในการบันทึกค่าผลตอบสนองสัญญาณขาออกสำหรับการระบุเอกลักษณ์ พบว่าพฤติกรรมของอุณหภูมิยอดหอกมีการแปรผันอย่างมาก ในการวิเคราะห์จำลองระบบจึงคำนึงถึงผลกระทบในส่วนของ การแปรผันนี้ด้วย รูปที่ 5.28 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบซึ่งในที่นี้เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิยอดหอก δT_1 ($^{\circ}\text{C}$) และอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิฐานหอก δT_9 ($^{\circ}\text{C}$) โดยในแต่ละสมาชิกของเซตความไม่แน่นอน Δ เป็นค่าสุ่มที่แปรเปลี่ยนตามเวลาภายใน $[-1, 1]$ รูปที่ 5.29 แสดงการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม ซึ่งเป็นอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอก (δL) และอัตราการต้มซ้ำ (δV) จากผลตอบสนองของอุณหภูมิ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมสามารถสรุปดัชนีสมรรถนะของระบบในโดเมนเวลาได้ดังตารางที่ 5.7 รูปที่ 5.30 แสดงการเปรียบเทียบค่านอร์มของกฎการควบคุม F ในโดเมนเวลาของทั้งสองวิธี สุดท้ายรูปที่ 5.31 แสดงการเปรียบเทียบความผิดพลาดจากการประมาณค่าสถานะ 8 สถานะสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

จากผลตอบสนองของอุณหภูมิยอดหอก T_1 และอุณหภูมิฐานหอก T_9 เมื่อกำหนดให้มีการรบกวนในสภาวะเริ่มต้นพบว่า ทั้งสองเทคนิคการออกแบบทำให้ค่าอุณหภูมิเข้าสู่สภาวะคงตัวในเวลาใกล้เคียงกัน โดยในเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะใช้พลังงานของอัตราการต้มซ้ำ V สูงกว่าอีกวิธีหนึ่งเล็กน้อย อาจกล่าวได้ว่าทั้งสองเทคนิคการออกแบบให้ผลตอบสนองที่มีค่าสมรรถนะที่ใกล้เคียงกัน อย่างไรก็ตาม เทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม จะใช้เวลาการคำนวณในส่วนออฟไลน์มากกว่าวิธีวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว แต่ในส่วนออนไลน์ จะใช้เวลาการคำนวณใกล้เคียงกัน และยังคงน้อยกว่าค่าเวลาการชักตัวอย่าง 10 วินาทีอีกด้วย สิ่งนี้แสดงให้เห็นว่า สามารถนำเทคนิคการควบคุมชนิดนี้ไปประยุกต์กับระบบจริงได้

ตารางที่ 5.7: เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

เทคนิคการออกแบบ	ช่วงเวลาเข้าที่ (นาที)		ค่ายอดของสัญญาณควบคุม		เวลาการคำนวณ (วินาที)	
	δT_1	δT_9	δL	δV	ออฟไลน์	ออนไลน์
SLF-NBU	1.5392	2.2931	0.1264	7.25×10^{-4}	1.781	0.016
PDLF-NBU	1.5918	2.1072	0.0851	6.50×10^{-3}	47.625	0.016



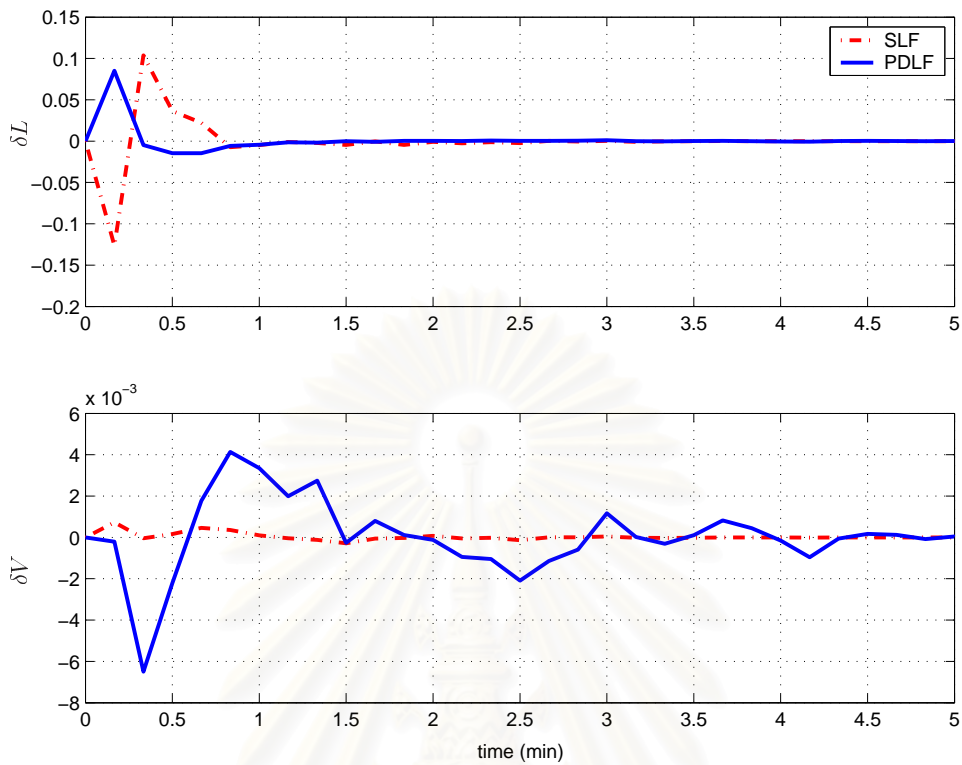
รูปที่ 5.28: ผลตอบสนองของอุณหภูมิสำหรับหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

5.4.2 การออกแบบตัวควบคุมโดยมีเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าและสัญญาณขาออก

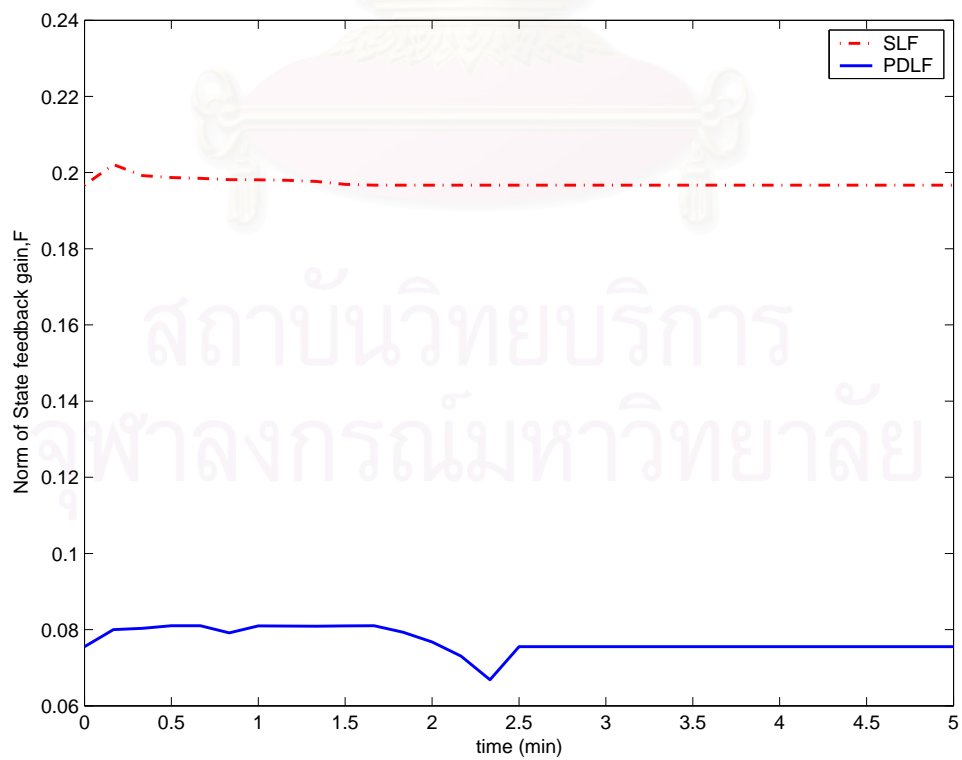
พิจารณาแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม สำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์ เราออกแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยพารามิเตอร์เช่นเดียวกับหัวข้อ 5.4.1 โดยเพิ่มเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกในการพิจารณาด้วย กำหนดให้ $\|y(k+i|k)\|^2 \leq 2.5 \text{ } ^\circ\text{C}$ และเลือกลำดับสถานะเริ่มต้นแตกต่างจากหัวข้อ 5.4.1 เหลือเพียง 6 สถานะตามปริภูมิย่อย 1 มิติ เป็นดังนี้

$$x_1^{\text{set}} = x_7^{\text{set}} \in [3, 1, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1] \text{ และ } x_2^{\text{set}} = x_3^{\text{set}} = x_4^{\text{set}} = x_5^{\text{set}} = x_6^{\text{set}} = x_8^{\text{set}} = 0$$

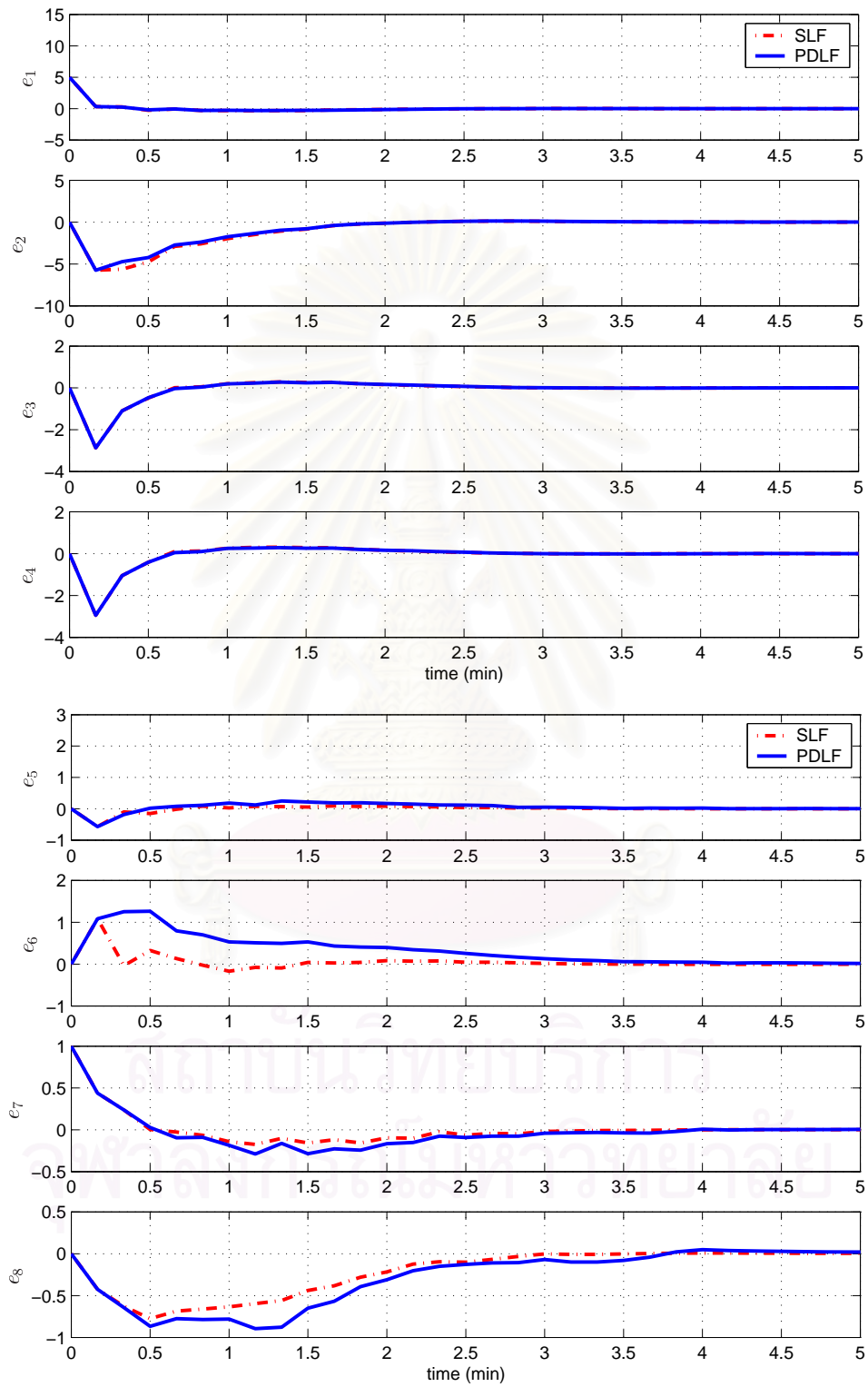
รูปที่ 5.32 แสดงส่วนร่วมระหว่าง 6 ทรงรีไฮเพอร์โอยด์ในระนาบ $x_1 - x_7$ นิยามด้วย \mathbb{Q}_m^{-1} เมื่อ $m = 1, \dots, 6$ ซึ่งได้จากการกำหนดค่าสถานะเริ่มต้น x^{set} โดย (ก) ได้จากการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว (ข) ได้จากการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม รูปที่ 5.33 แสดงการเปรียบเทียบค่านอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ ในมาตราส่วนเชิงลอการิทึมระหว่างวิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวกับฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและรูปที่ 5.34 แสดงการเปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละค่าสถานะที่กำหนดเริ่มต้น ซึ่งสามารถจำแนกได้ดังตารางที่ 5.8 สังเกตว่า ที่ค่าสถานะกำหนดเริ่มต้นมากที่สุด ($x_1 = x_7 = 3$) เทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะให้ค่านอร์มกฎการควบคุม F มากกว่าอีกวิธีหนึ่ง และ ณ ค่าสถานะเริ่มต้นนี้ได้ให้ค่าดัชนีสมรรถนะของทั้งสองเทคนิคการออกแบบใกล้เคียงกัน โดยค่าดัชนีสมรรถนะจะมีค่าลดลง เมื่อค่า



รูปที่ 5.29: อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม



รูปที่ 5.30: เกณฑ์การควบคุม F ในโดเมนเวลาสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด



รูปที่ 5.31: ความผิดพลาดจากการประมาณค่าสถานะ 8 สถานะสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

สถานะที่กำหนดเริ่มต้น x^{set} มีค่าลดลงด้วย ซึ่งในค่าสถานะเริ่มต้น $x_1 = x_7 = 1$ การออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะให้ค่าดัชนีสมรรถนะแตกต่างจากค่าสถานะเริ่มต้น $x_1 = x_7 = 3$ อย่างมาก อย่างไรก็ตามเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมยังคงให้ค่าดัชนีสมรรถนะที่น้อยกว่าฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว ในทุก ๆ ค่าสถานะที่กำหนดเริ่มต้น

ตารางที่ 5.8: เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์

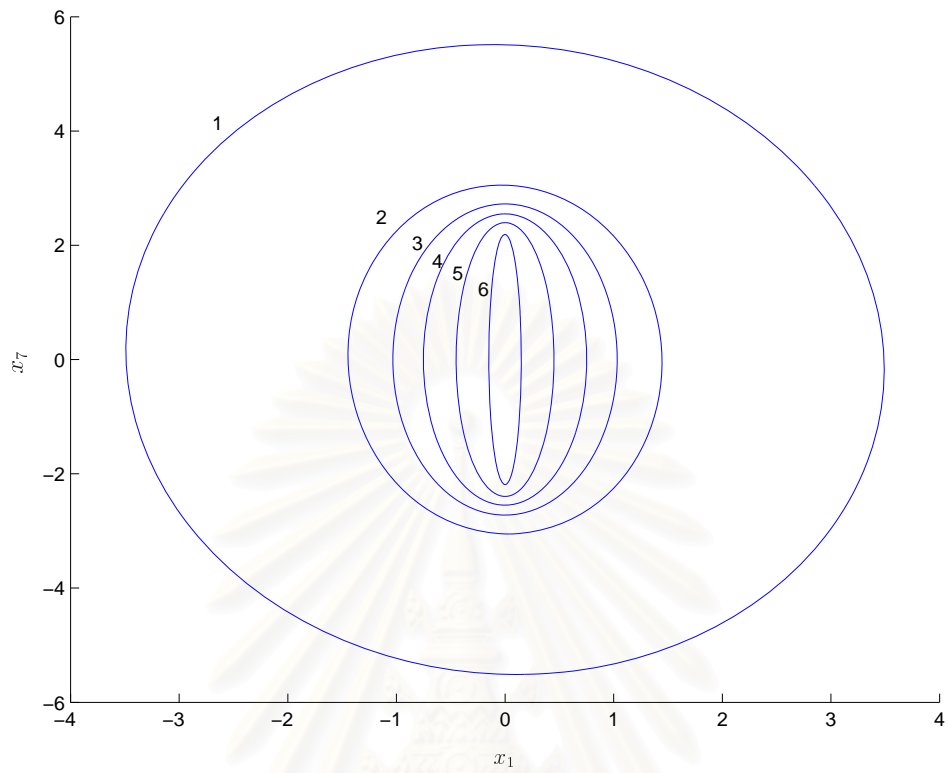
เทคนิคการออกแบบ	$x_1^{\text{set}} = x_7^{\text{set}}$					
	3	1	0.7	0.5	0.3	0.1
SLF-NBU	1.3262×10^7	4.0652×10^6	1.7079×10^6	5.3857×10^5	4.7171×10^4	399.2236
PDLF-NBU	1.0933×10^7	3.8890×10^2	2.4325×10^2	1.3750×10^2	4.6951×10^1	2.3335

ในส่วนออนไลน์ กำหนดให้ค่าสถานะรบกวนเริ่มต้นเช่นเดียวกับตัวอย่างการออกแบบข้างต้น รูปที่ 5.35 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิยอดหอ δT_1 ($^{\circ}\text{C}$) กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิฐานหอ δT_0 ($^{\circ}\text{C}$) รูปที่ 5.36 แสดงการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม ซึ่งเป็นอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ δL และอัตราการต้มซ้ำ δV จากผลตอบสนองของอุณหภูมิ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมสามารถสรุปดัชนีสมรรถนะของระบบในโดเมนเวลาได้ดังตารางที่ 5.9 รูปที่ 5.37 แสดงการเปรียบเทียบค่านอร์มของกฎการควบคุม F ในโดเมนเวลาของแต่ละเทคนิคการออกแบบ สุดท้ายรูปที่ 5.38 แสดงการเปรียบเทียบความผิดพลาดจากการประมาณค่าสถานะ 8 สถานะสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

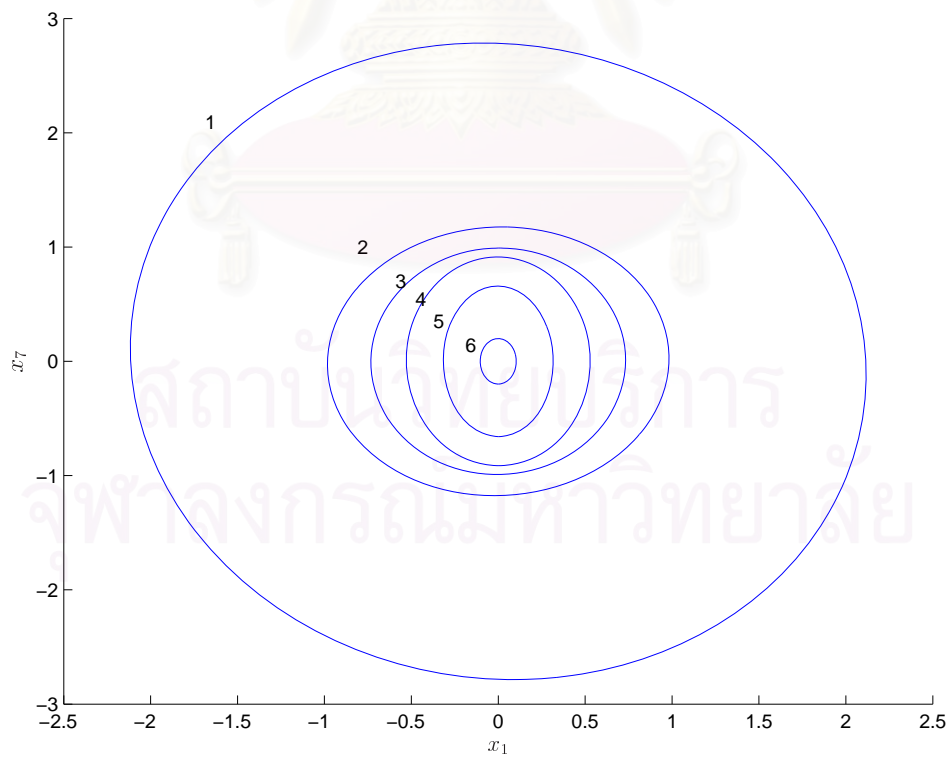
จากผลตอบสนองของอุณหภูมิยอดหอ และอุณหภูมิฐานหอเมื่อรวมเอาเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกในการออกแบบพบว่า เมื่อพิจารณาในส่วนของค่าเวลาอยู่ตัว วิธีการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะให้ผลตอบสนองที่มีสมรรถนะดีกว่าเล็กน้อย แต่ผลตอบสนองของอุณหภูมิฐานหอในสภาวะชั่วคราวเกิดการแกว่งมากกว่าอีกเทคนิคการออกแบบหนึ่ง และใช้กฎการควบคุม F ในช่วงสภาวะชั่วคราวมากกว่าอีกด้วย อย่างไรก็ตามผลตอบสนองของสัญญาณขาออกนี้ยังคงอยู่ในขอบเขตเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออกที่กำหนด ถึงแม้ว่าเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะใช้เวลาในการคำนวณในส่วนออฟไลน์มากกว่าวิธีฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวอยู่มาก แต่เวลาในการคำนวณในส่วนออนไลน์ที่น้อยกว่าเวลาชั่วคราวนี้ยังคงแสดงให้เห็นว่า เทคนิคการออกแบบที่นำเสนอเหมาะสมในการนำไปประยุกต์กับระบบจริงต่อไป

5.5 บทสรุป

ในตอนที่ 5.1 ระบบติดตามตำแหน่งเชิงมุมมีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ 1 ตัว จากการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวและฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม พบว่า ผลตอบสนองทางเวลา สัญญาณควบคุม และดัชนีสมรรถนะไม่แตกต่างกัน ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับจำนวนพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอน ฉะนั้น ในการคว

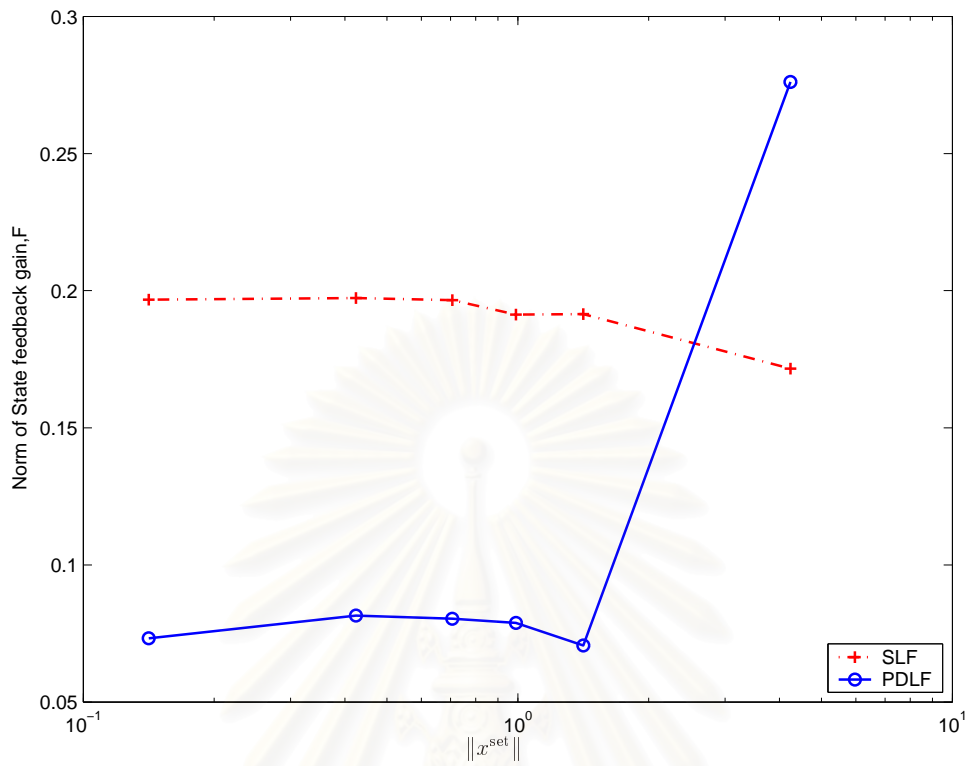


(ก)

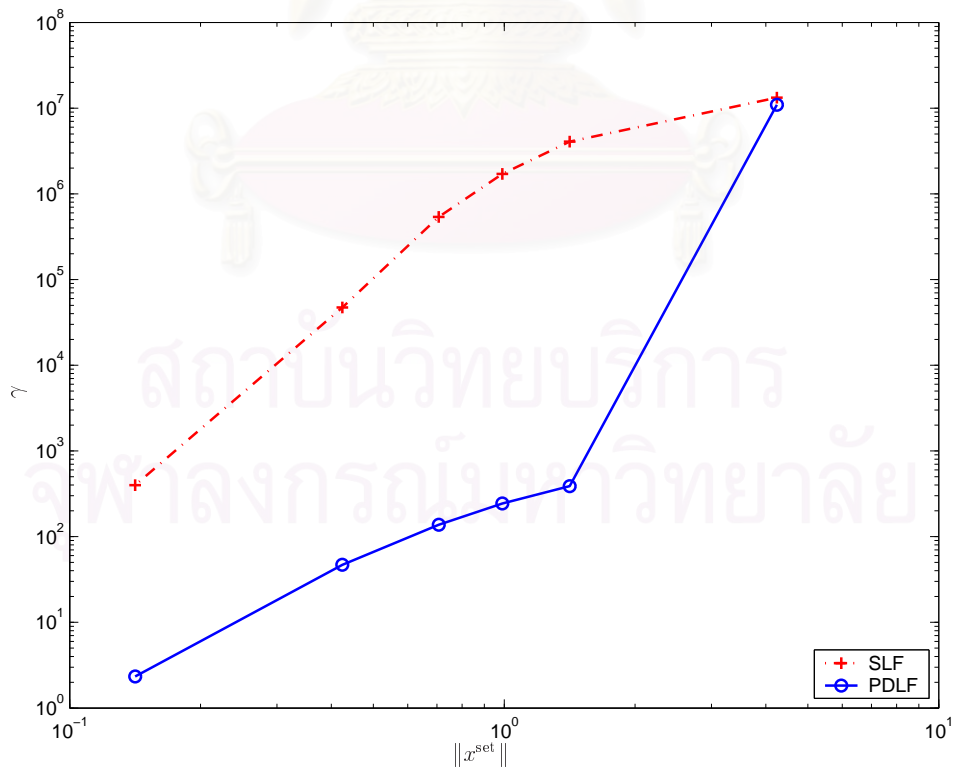


(ข)

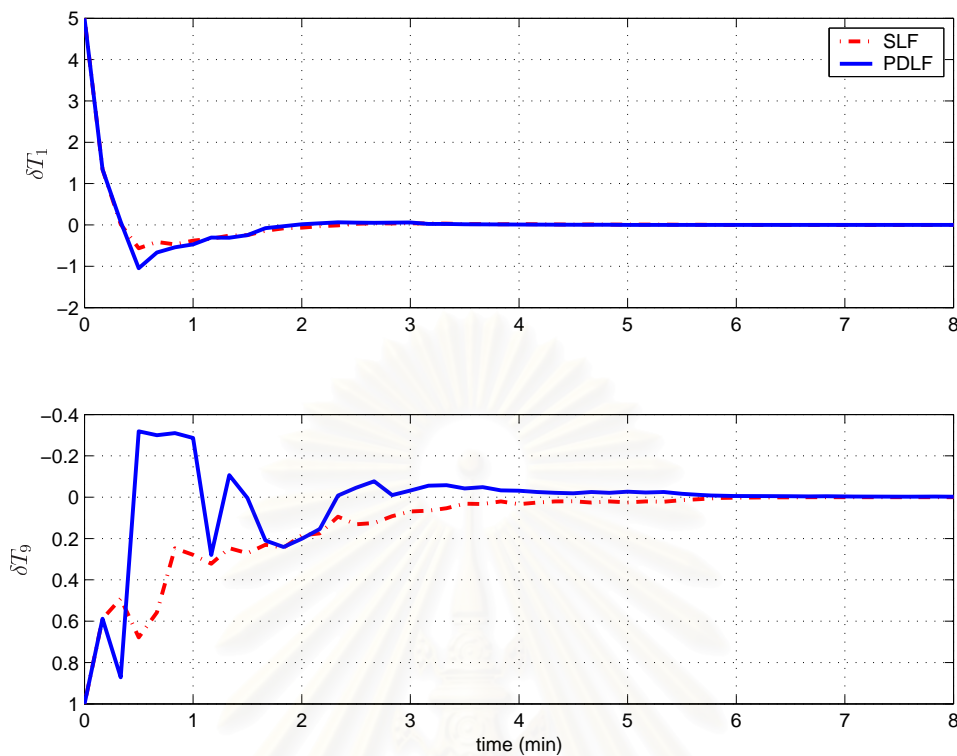
รูปที่ 5.32: ส่วนร่วมระหว่าง 6 ทรงรีไฮเพอร์ (นิยามด้วย \mathbb{Q}_m^{-1}) ในระนาบ $x_1 - x_7$



รูปที่ 5.33: นอร์มของกฎการควบคุม F ในส่วนออฟไลน์ โดย (+, o) แสดงถึงลำดับของสถานะ



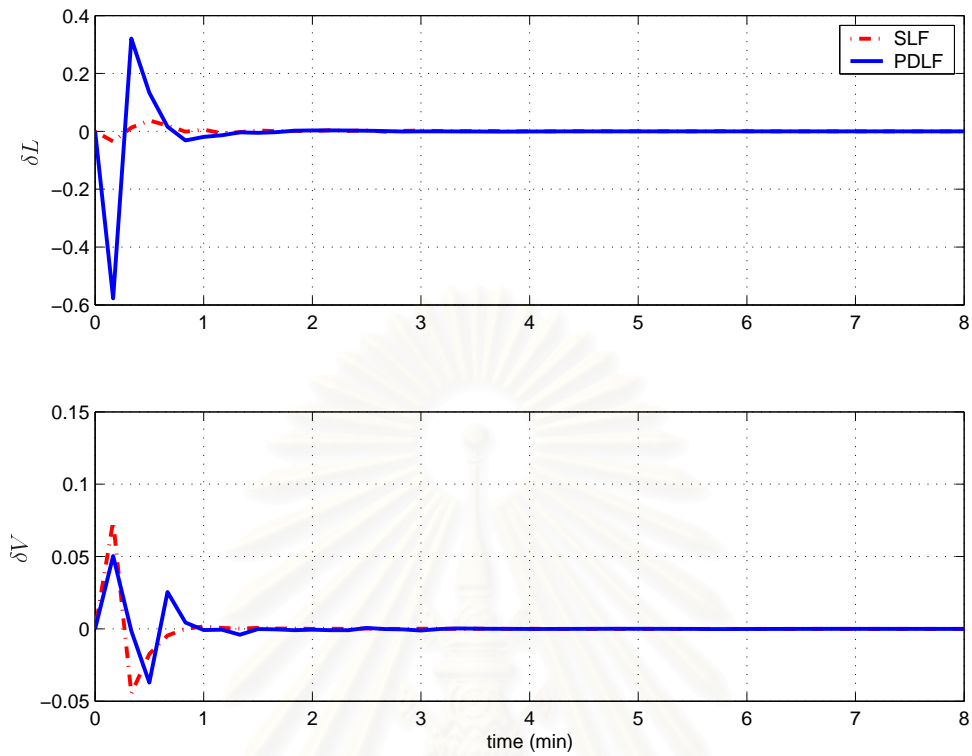
รูปที่ 5.34: ดัชนีสมรรถนะของเทคนิคการออกแบบทั้งสองวิธีเมื่อพิจารณาในส่วนออฟไลน์ สำหรับระบบ หอกลิ้นที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์



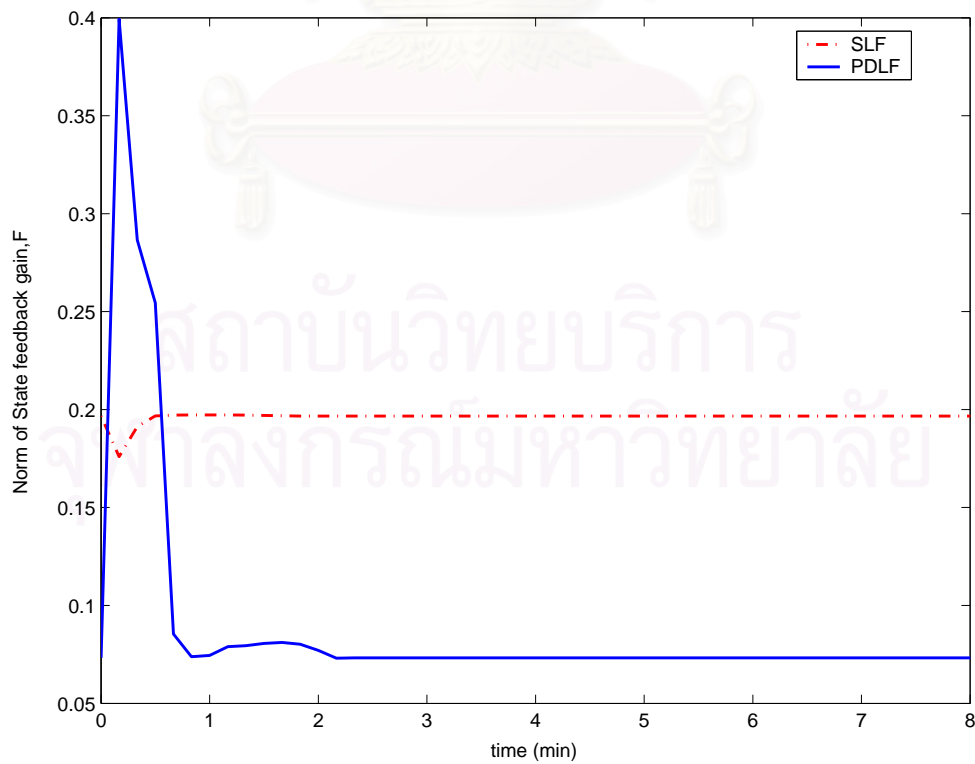
รูปที่ 5.35: ผลตอบสนองของอูณหภูมิต่อการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิเมื่อรวมเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก

คุมเชิงทำนายแบบจำลอง เมื่อมีความไม่แน่นอนจำนวน 1 ตัว เทคนิคที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสมมูลกับเทคนิคที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว หรืออาจกล่าวได้ว่า การออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวเป็นกรณีพิเศษ (special case) ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม อย่างไรก็ตาม เทคนิคการควบคุมจะใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้นถ้าใช้แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ สิ่งนี้ถือเป็นข้อจำกัดสำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบออนไลน์

ในตอนที่ 5.2 กำหนดให้ตัวแปรสถานะไม่สามารถวัดได้ทั้งหมด เราจึงประยุกต์การควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก แบบออฟไลน์กับระบบเครื่องจนถึงปฏิบัติการต่อเนื่องแบบไม่คงอุณหภูมิ ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า การออกแบบด้วยเทคนิคที่ประยุกต์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม มีความอนุรักษ์น้อยกว่าเทคนิคที่ประยุกต์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว อย่างไรก็ตาม การประยุกต์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพ ให้ผลลัพธ์ที่มีความอนุรักษ์น้อยที่สุด เนื่องจากโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทพนี้มีความกระชับ (tightness) มากกว่าโครงสร้างความไม่แน่นอนแบบอื่น ๆ ยังมีจำนวนจุดยอดมาก แบบจำลองก็มีความกระชับมากขึ้น แต่จะมีผลกระทบต่อกรออกแบบตัวควบคุม เนื่องจากจะต้องใช้เวลาในการคำนวณที่มากขึ้นตามด้วย เช่นเดียวกัน ในส่วนของผลตอบสนองสัญญาณขาออก เทคนิคที่ประยุกต์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะให้สมรรถนะที่ดีกว่าเทคนิคการควบคุมด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว



รูปที่ 5.36: อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม



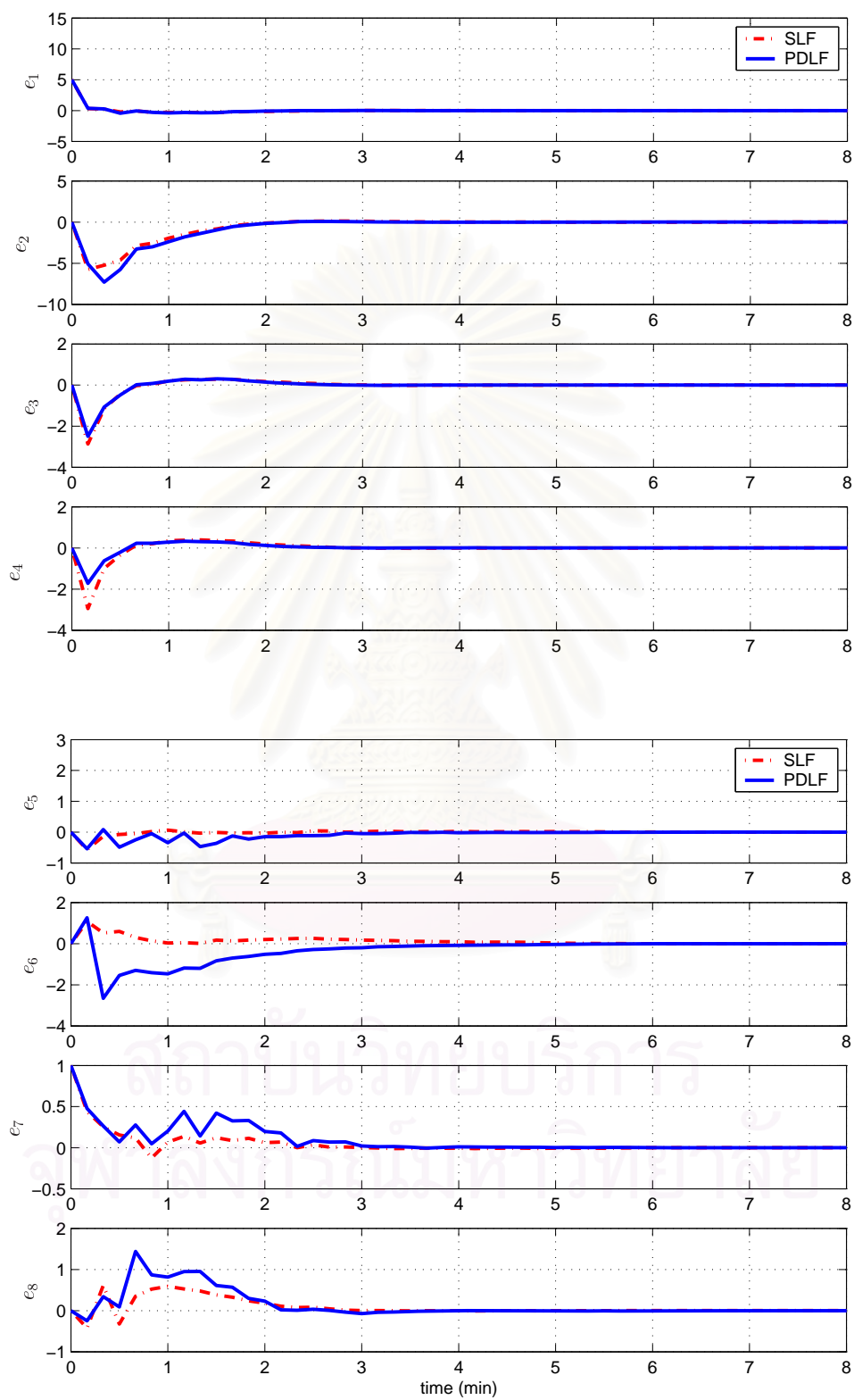
รูปที่ 5.37: เกณฑ์การควบคุม F ในโดเมนเวลาสำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิด

ตารางที่ 5.9: เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะในแต่ละเทคนิคสำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิดเมื่อรวมเงื่อนไขบังคับสัญญาณาออก

เทคนิคการออกแบบ	ช่วงเวลาเข้าที่ (นาที่)		ค่ายอดของสัญญาณาควบคุม		เวลาการคำนวณ (วินาที)	
	δT_1	δT_9	δL	δV	ออฟไลน์	ออนไลน์
SLF-NBU	1.225	3.355	0.0374	0.0743	3.188	0.031
PDLF-NBU	1.215	3.126	0.5774	0.0504	128.921	0.016

จากการออกแบบระบบหอกลับซึ่งแบบจำลองได้จากการระบุเอกลักษณ์ข้างต้น พบว่าในส่วนออฟไลน์ เทคนิคการออกแบบที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมให้ดัชนีสมรรถนะ รวมทั้งค่าออร์มเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ F น้อยกว่าการออกแบบตัวควบคุมด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว เมื่อพิจารณาผลตอบแทนของเวลาในส่วนออนไลน์ของสัญญาณาออก ในที่นี้คืออนุกรมยอดหอ และอนุกรมฐานหอ พบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากทั้งสองเทคนิคมีความใกล้เคียงกัน โดยผลตอบแทนของอนุกรมฐานหอในเทคนิคการออกแบบที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจะมีสมรรถนะที่ดีกว่าวิธีอื่น ๆ นอกจากนี้ การออกแบบแต่ละเทคนิคใช้สัญญาณาควบคุม ได้แก่ อัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ และอัตราการต้มซ้ำ สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับสัญญาณาเข้าที่กำหนดไว้ ด้วยเหตุนี้ การออกแบบตัวควบคุมต้องคำนึงถึงเงื่อนไขบังคับสัญญาณาเข้า และรับประกันได้ว่า เมื่อนำการควบคุมที่ออกแบบไปประยุกต์กับระบบจริง จะสามารถป้องกันความผิดพลาดที่อาจเกิดกับอุปกรณ์อื่นได้แก่ การอิมพัลส์ของสัญญาณาควบคุมได้ ต่อมา เราเพิ่มเงื่อนไขบังคับสัญญาณาออกในการออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง จะเห็นว่าตัวควบคุมจะชดเชยระบบให้ผลตอบแทนของอนุกรมยอดหอและอนุกรมฐานหออยู่ในขอบเขตที่กำหนด เงื่อนไขบังคับสัญญาณาออกนี้มีประโยชน์อย่างมากสำหรับระบบหอกลับแยกสารสองชนิด เนื่องจากวัตถุประสงค์ในการควบคุมกระบวนการนี้ต้องการควบคุมอนุกรมยอดหอให้ได้ตามกำหนด ซึ่งส่งผลถึงความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ยิ่งอนุกรมเปลี่ยนแปลงมาก ก็จะส่งผลถึงความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ เงื่อนไขบังคับของสัญญาณาออกจึงมีบทบาทอย่างยิ่งสำหรับกระบวนการกักแยกสารสองชนิด อีกทั้งในการออกแบบตัวควบคุมด้วยเทคนิคการวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมร่วมกับเงื่อนไขบังคับสัญญาณาออกยังคงให้ดัชนีสมรรถนะที่น้อยกว่าเทคนิคการวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวอีกด้วย

กล่าวโดยสรุปได้ว่า วิธีออกแบบตัวควบคุมโดยการวิเคราะห์ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมมีความอนุรักษ์น้อยกว่าวิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว อีกทั้งเทคนิคการออกแบบที่คำนึงถึงเงื่อนไขบังคับสัญญาณาเข้า และเงื่อนไขบังคับสัญญาณาออก รับประกันได้ว่าผลลัพธ์ของผลตอบแทนในโดเมนเวลา ทั้งสัญญาณาควบคุม และสัญญาณาออกจะอยู่ในขอบเขตที่กำหนด ซึ่งช่วยในการป้องกันความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นกับอุปกรณ์ในกระบวนการจริงอีกทางหนึ่งด้วย



รูปที่ 5.38: ความผิดพลาดจากการประมาณค่าสถานะ 8 สถานะสำหรับระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการระบุเอกลักษณ์ และการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนสำหรับหอกลิ้นแยกสารสองชนิด จะเห็นว่าแบบจำลองที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์ มีความไม่แน่นอนในลักษณะของแบบจำลองที่แตกต่างกัน ตามจุดทำงานที่แปรเปลี่ยนไป ในงานวิจัยนี้วิเคราะห์ความไม่แน่นอนเหล่านั้น ด้วยโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์ม แบบจำลองที่ได้จึงครอบคลุมจุดทำงานที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์ทั้งหมด จากนั้นนำเสนอการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน ในงานวิจัยนี้นำเสนอ กฎการควบคุมประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่สอดคล้องกับจำนวนของความไม่แน่นอน รวมทั้งคำนึงถึงเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าควบคุม และสัญญาณขาออก กระบวนการ เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเป็นผลขยายมาจากงานในอดีต ผลลัพธ์ที่ได้มีความอนุรักษน้อยกว่าเทคนิคการออกแบบด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว อย่างไรก็ตาม เทคนิคฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงพอลิโทปมีความอนุรักษลดลงในเชิงดัชนีสมรรถนะเนื่องจากโครงสร้างของความไม่แน่นอนในรูปแบบนี้ มีความกระชับมากกว่า แต่ข้อเสียคือ จะต้องใช้เวลาในการคำนวณมากกว่า และไม่เหมาะกับการควบคุมแบบออนไลน์

เทคนิคการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มสามารถประยุกต์กับกระบวนการต่าง ๆ ดังที่ได้นำเสนอตัวอย่างโดยเฉพาะอย่างยิ่งในระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิด ซึ่งเป็นกระบวนการในอุตสาหกรรมปิโตรเคมี ผลลัพธ์ที่ได้ชี้ให้เห็นว่า เทคนิคที่พัฒนาขึ้นใหม่นี้สามารถเพิ่มประสิทธิภาพให้กับผลตอบสนองขาออก นั่นคือค่าความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ให้เป็นไปตามข้อกำหนดที่ต้องการ เทคนิคการควบคุมนี้จึงเหมาะสมเป็นแนวทางในการประยุกต์ใช้กับกระบวนการจริงในลำดับต่อไป

6.2 ข้อเสนอแนะ

ในส่วน of ข้อเสนอแนะในการพัฒนางานวิจัยในลำดับต่อไป ควรจะคำนึงถึงการกำจัดสัญญาณรบกวน (reject disturbance) เพิ่มเติมในขั้นตอนการออกแบบกฎการควบคุมป้อนกลับสถานะด้วย เพื่อพัฒนาเทคนิคการออกแบบให้ประยุกต์ใช้กับกระบวนการจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากในการประยุกต์กับระบบจริง สัญญาณรบกวนบางตัวได้ส่งผลกระทบต่อผลตอบสนองของระบบ สมมติว่าสัญญาณรบกวนที่เราไม่ทราบค่าคือ $e(k)$ มีคุณลักษณะดังสมการ $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$ ซึ่งเข้าสู่ระบบ 2.3 แสดงดังสมการ

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + B_p p(k) + e(k) \\
 q(k) &= C_q x(k) + D_{qu} u(k) + D_{qp} p(k) \\
 y(k) &= C_y x(k) + D_y u(k) + D_{yp} p(k) \\
 p(k) &= \Delta(k) q(k)
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างอย่างง่ายของสัญญาณรบกวนได้แก่ สัญญาณที่มีขอบเขตพลังงานจำกัด ($\sum_{i=0}^{\infty} e(i)^T e(i) < \infty$) เป็นต้น ถ้าสามารถวัดสถานะของระบบได้ และต้องการให้สถานะที่ถูกทำนายในอนาคตของระบบสอดคล้องกับสมการ

$$\begin{aligned}
 x(k+i+1|k) &= Ax(k+i|k) + Bu(k+i|k) + B_p p(k+i) \\
 q(k+i) &= C_q x(k+i|k) + D_{qu} u(k+i|k) + D_{qp} p(k+i) \\
 p(k+i) &= \Delta(k+i) q(k+i)
 \end{aligned}$$

จากองค์ประกอบของสถานะในปัจจุบันและอนาคตตั้งสมการข้างต้น เราสามารถพิสูจน์เงื่อนไขเสถียรภาพคงทนตามสมการ (4.13) ใหม่ โดยใช้พื้นฐานการสร้างสมการเมทริกซ์เชิงเส้นดังตัวอย่างในภาคผนวก ก เพื่อพัฒนาเทคนิคการควบคุมในการประยุกต์กับระบบจริงให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ในส่วนของการควบคุมป้อนกลับสัญญาณขาออก เนื่องจากในงานวิจัยนี้ ได้นำหลักการการควบคุมแบบออฟไลน์ของ Wan และ Kothare [30] มาประยุกต์ใช้ ในอนาคตอาจสามารถพัฒนาการออกแบบตัวควบคุมสัญญาณขาออกพลวัต (dynamic output feedback) ในรูปแบบการควบคุมแบบออนไลน์ได้ โดยพัฒนาเพิ่มเติมจากหลักการของ Lee และ Park [31] ซึ่งเชื่อว่าจะเป็นประโยชน์สำหรับงานวิจัยต่อไป

รายการอ้างอิง

- [1] E. F. Camacho and C. Bordons. *Model Predictive Control*. Great Britain: Springer. 1999.
- [2] J. M. Maciejowski. *Predictive Control with Constraints*. England: Prentice Hall. 2002.
- [3] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*. 32. 10. (1996): 1361–1379.
- [4] A. Bemporad and M. Morari. Robust Model Predictive Control: A Survey. *Robustness in Identification and Control*. 245. (1999): 207–226.
- [5] Z. Q. Zheng and M. Morari. Robust stability of constrained model predictive control. in *American Control Conference*. (San Francisco). (1993): 379–383.
- [6] A. Zheng. Robust stability analysis of constrained model predictive control. 9. (1999): 271–278.
- [7] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, PA: Studies in Applied Mathematics, SIAM. 1994.
- [8] F. A. Cuzzola, J. C. Geromel, and M. Morari. An improved approach for constrained robust model predictive control. *Automatica*. 38. 7. (2002): 1183–1189.
- [9] S. M. Lee and J. H. Park. Robust model predictive control for norm-bounded uncertain systems using new parameter dependent terminal weighting matrix. *Chaos, Solitons & Fractals*. 38. 1. (2008): 199–208.
- [10] L. Feng, J. L. Wang, and E. K. Poh. Improved robust model predictive control with structured uncertainty. *J. of Process Control*. 17. 8. (2007): 683–688.
- [11] W. Mao. Robust stabilization of uncertain time-varying discrete systems and comments on “an improved approach for constrained robust model predictive control”. *Automatica*. 39. 6. (2003): 1109–1112.
- [12] A. Casavola, D. Famularo, and G. Franze. Robust constrained predictive control of uncertain norm-bounded linear systems. *Automatica*. 40. 11. (2004): 1865–1876.
- [13] M. C. de Olivera, J. Bernussou, and J. C. Geromel. A new discrete-time robust stability condition. *Syst. Control Letters*. 37. 4. (1999): 261–265.

- [14] J. Löfberg. YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. in *Proceedings of the CACSD Conference*. (Taiwan). (2004): 284-289.
- [15] R. H. Perry, D. W. Green, and J. O. Maloney. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. McGraw-Hill. 1984.
- [16] M. Morari and J. H. Lee. Model predictive control: past, present and future. *Computer and Chemical Engineering*. 23. 4-5. (1999): 667-682.
- [17] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali. *LMI control toolbox: for use with MATLAB*. The Mathworks, Inc., Natick, MA. 1995.
- [18] W. L. Luyben. *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*. Singapore: McGraw-Hill. 1990.
- [19] S. Skogestad and I. Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control*. UK: John Wiley & Sons, Ltd. 2005.
- [20] Armfield Ltd.. *Instruction Manual UOP-3CC Continuous Distillation Column*. Armfield Ltd.. 1994.
- [21] S. Skogestad. Dynamics and Control of Distillation Columns-A Critical Survey. *Control Engineering Practice*. 1. 3. (1993): 564-589.
- [22] R. Wood and M. Berry. Terminal Composition Control of a Binary Distillation Column. *Chemical Engineering Science*. 28. 9. (1973): 1707-1717.
- [23] Yokogawa Ltd.. *Textbook for CS3000 Engineering*. Yokogawa (Thailand) Ltd.. 2004.
- [24] T. Söderström and P. Stoica. *System Identification*. UK: Prentice-Hall International, Inc.. 1989.
- [25] A. Wallén. A Tool for Rapid System Identification. in *Proceedings 1999 IEEE Int. Conf. Control Applications and the Symp. Computer Aided Control Systems Design*. (1999): 1555-1560.
- [26] K. Zhou and J. Doyle. *Essentials of Robust Control*. USA: Prentice-Hall, Inc.. 1998.
- [27] Z. Q. Wang, P. Lundstrom, and S. Skogestad. Representation of Uncertain Time Delays in The H_{∞} Frameworks. *Int. J. Control*. 59. 3. (1994): 627-638.
- [28] K. J. Åström and B. Wittenmark. *Computer-Controlled Systems, Theory and Design*. USA: Prentice Hall. 1997.
- [29] G. J. Balas, J. Doyle, K. Glover, A. K. Packard, and R. Smith. *The μ -Analysis and Synthesis Toolbox*. The MathWorks Inc.. 1991.
- [30] Z. Wan and M. V. Kothare. Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities. *J. of Process Control*. 12. 7. (2002): 763-774.

- [31] S. M. Lee and J. H. Park. Output feedback model predictive control for LPV systems using parameter-dependent Lyapunov function. *Applied Mathematics and Computation*. 190. 1. (2007): 671-676.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

การสร้างอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

ในภาคผนวก ก. จะนำเสนอบทพิสูจน์ในทฤษฎีบท 4.2 ซึ่งจะเป็นขั้นตอนในการสร้างเงื่อนไขอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นสำหรับการรับประกันเสถียรภาพคงทน ด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า และเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก โดยมีรายละเอียดดังนี้

ก.1 การหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ

การหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ γ ด้วยการพิจารณาฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม $V(k) \triangleq x(k|k)^T P(\Delta(k)) x(k|k)$ เมื่อ $P(\Delta(k)) \triangleq \sum_{j=1}^r \lambda_j(k) P_j$ ได้จาก

$$\min_{\gamma, P_j} \gamma$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x(k|k)^T P(\Delta(k)) x(k|k) \leq \gamma \quad (ก.1)$$

กำหนดให้ $Q_j = \gamma P_j^{-1} > 0$, $j = 1, \dots, r$ และใช้ส่วนเติมเต็มชูร์ การหาค่าต่ำสุดข้างต้นจะสมมูลกับ

$$\min_{\gamma, Q_j} \gamma$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^T \\ x(k|k) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, r \quad \square$$

จะเห็นว่า การพิสูจน์ข้างต้นจะเป็นรากฐานในการพิสูจน์เงื่อนไขอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.13), (4.14) และ (4.15) ในลำดับต่อไป

ก.2 เงื่อนไขการรับประกันเสถียรภาพคงทน

ในส่วนการรับประกันเสถียรภาพคงทน ตามเงื่อนไขอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.13) ฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม (2.9) จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข (4.3) แทนค่า $u(k+i|k) = Fx(k+i|k)$, $i \geq 0$ สมการปริภูมิสถานะ (2.3) และเมทริกซ์เลียปูนอฟ $P(\Delta(k+i)) = \sum_{j=1}^r \lambda_j(k+i) P_j$, $P(\Delta(k+i+1)) = \sum_{l=1}^r \lambda_l(k+i+1) P_l$ ในเงื่อนไขอสมการ (4.3) จะได้

$$\begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ p_j(k+i|k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \left((A+BF)^T P_l (A+BF) \right) & (A+BF)^T P_l B_{p,j} \\ -P_j + Q + F^T R F & \\ B_{p,j}^T P_l (A+BF) & B_{p,j}^T P_l B_{p,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ p_j(k+i|k) \end{bmatrix} < 0, \quad \forall j, \forall l = 1, 2, \dots, r \quad (ก.2)$$

เมื่อ $B_{p,j}$ คือเมทริกซ์คอลัมน์ที่ j ของ B_p และจากคุณลักษณะของความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มดังต่อไปนี้

$$p_j(k+i|k)^T p_j(k+i|k) \leq q_j(k+i|k)^T q_j(k+i|k),$$

ด้วยการใช้เมทริกซ์แยงมุมเป็นบวก $\Lambda'(k)$ และสมการความไม่แน่นอน เราจะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ p_j(k+i|k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \left((C_{q,j} + D_{qu,j}F)^T \Lambda_j'^{-1} \right) (C_{q,j} + D_{qu,j}F)^T \Lambda_j'^{-1} D_{qp,j} \\ \times (C_{q,j} + D_{qu,j}F) \\ D_{qp,j}^T \Lambda_j'^{-1} (C_{q,j} + D_{qu,j}F) \quad D_{qp,j}^T \Lambda_j'^{-1} D_{qp,j} - \Lambda_j'^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ p_j(k+i|k) \end{bmatrix} \geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, r, \quad (ก.3)$$

เมื่อ $C_{q,j}$ และ $D_{qu,j}$ คือเมทริกซ์แถวที่ j ของ C_q และ D_{qu} ตามลำดับ ประยุกต์กระบวนการงานเอสกับอสมการ (ก.2) และ (ก.3) จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \left((A+BF)^T P_l (A+BF) - P_j + Q + F^T R F \right) & \left((A+BF)^T P_l B_{p,j} + (C_{q,j} + D_{qu,j}F)^T \Lambda_j'^{-1} D_{qp,j} \right) \\ B_{p,j}^T P_l (A+BF) + D_{qp,j}^T \Lambda_j'^{-1} (C_{q,j} + D_{qu,j}F) & B_{p,j}^T P_l B_{p,j} - \Lambda_j'^{-1} + D_{qp,j}^T \Lambda_j'^{-1} D_{qp,j} \end{bmatrix} < 0 \quad (ก.4)$$

จากนั้น แทนค่า $P_l = \gamma Q_l^{-1}$, $P_j = \gamma Q_j^{-1}$, $\Lambda_j^{-1} = \gamma \Lambda_j'^{-1}$ ในอสมการ (ก.4) และคูณตลอดด้วย $-\frac{1}{\gamma}$ เราจะได้

$$\begin{bmatrix} -(A+BF)^T Q_l^{-1} (A+BF) + Q_j^{-1} - \frac{1}{\gamma} (Q + F^T R F) & -(A+BF)^T Q_l^{-1} B_{p,j} \\ -B_{p,j}^T Q_l^{-1} (A+BF) & -B_{p,j}^T Q_l^{-1} B_{p,j} + \Lambda_j^{-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (C_{q,j} + D_{qu,j}F)^T \\ D_{qp,j}^T \end{bmatrix} \Lambda_j^{-1} \begin{bmatrix} (C_{q,j} + D_{qu,j}F) \\ D_{qp,j} \end{bmatrix} > 0 \quad (ก.5)$$

ประยุกต์ส่วนเติมเต็มชูร์กับอสมการ (ก.5)

$$\begin{bmatrix} Q_j^{-1} & * & * & * & * & * \\ 0 & \Lambda_j^{-1} & * & * & * & * \\ C_{q,j} + D_{qu,j}F & D_{qp,j} & \Lambda_j & * & * & * \\ A + BF & B_{p,j} & \mathbf{0} & Q_l & * & * \\ Q^{1/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma I & * \\ \mathcal{R}^{1/2} F & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma I \end{bmatrix} > 0 \quad (ก.6)$$

ใช้การแปลงสมภาค (congruence transformation) ด้วยเมทริกซ์ $\text{diag}\{G, \Lambda_j, I, I, I, I\}$ ในอสมการ (ก.6) จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} G^T Q_j^{-1} G & * & * & * & * & * \\ 0 & \Lambda_j & * & * & * & * \\ C_{q,j} G + D_{qu,j} F G & D_{qp,j} \Lambda_j & \Lambda_j & * & * & * \\ A G + B F G & B_{p,j} \Lambda_j & \mathbf{0} & Q_l & * & * \\ Q^{1/2} G & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma I & * \\ \mathcal{R}^{1/2} F G & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma I \end{bmatrix} > 0 \quad (ก.7)$$

ด้วยเทคนิคของ de Oliveira และคณะ [13] ถ้า $Q_j > 0$ และเมทริกซ์ $(G - Q_j)^T Q_j^{-1} (G - Q_j)$ เป็นบวกแน่นอน ดังนั้น

$$G^T Q_j^{-1} G \geq G + G^T - Q_j > 0. \quad (ก.8)$$

สุดท้าย ด้วยอสมการ (ก.8) เราสามารถอธิบายได้ว่าอสมการ (ก.7) แสดงถึงเงื่อนไข (4.13) ซึ่งเป็นเงื่อนไขในรูปอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น สำหรับการรับประกันเสถียรภาพคงทนในระบบเวลาวิฤต \square

ก.3 เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า

ในเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า เราอ้างอิงจากงานของ Cuzzola และคณะ [8] ดังนั้นในส่วนของการพิสูจน์ เราจะนำเสนอการมีอยู่จริงในเงื่อนไขอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

จากเงื่อนไข (ก.8) ของเทคนิค de Oliveira และคณะ [13] ทำให้เราทราบว่าเงื่อนไขอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.14) สามารถแสดงนัยได้ว่า

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & G^T Q_j G \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, r \quad (ก.9)$$

เมื่อ $X_{qq} \leq u_{q,\max}^2$, $q = 1, \dots, p$ จากนั้นแทน $Y = FG$ ในอสมการ (ก.9) และคูณทางซ้ายของอสมการด้วย $\text{diag}[I, G^{-T}]$ และคูณทางขวาด้วย $\text{diag}[I, G^{-1}]$ จะได้

$$\begin{bmatrix} X & F \\ F^T & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, r \quad (ก.10)$$

แทนค่า $Q_j = \gamma P_j^{-1}$ ในอสมการ (ก.10) และจากความสัมพันธ์ของเมทริกซ์เลียปูนอฟ $P(\Delta(k+i)) = \sum_{j=1}^r \lambda_j(k+i) P_j$ เราจะได้

$$\begin{bmatrix} X & F \\ F^T & \frac{1}{\gamma} P(\Delta(k+i)) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (ก.11)$$

ประยุกต์ส่วนเติมเต็มชูร์ใน (ก.11) จากนั้นคูณทั้งซ้ายและขวาของอสมการด้วย $x(k+i|k)^T$ และ $x(k+i|k)$ ตามลำดับ และจากกฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ $u(k+i|k) = Fx(k+i|k)$ เราจะได้

$$\frac{1}{u_{q,\max}^2} u(k+i|k)^T u(k+i|k) \leq \frac{1}{\gamma} x(k+i|k)^T P(\Delta(k+i)) x(k+i|k), \quad q = 1, \dots, p \quad (ก.12)$$

จากเงื่อนไขการรับประกันเสถียรภาพในระบบเวลาวิฤต (4.3) แสดงให้เห็นว่าฟังก์ชันเลียปูนอฟ $V(k+i)$ จะต้องมีค่าลดลงตั้งแต่ $i = 1$ ถึง ∞ และ $V(k) \leq \gamma$ จากเงื่อนไข (ก.1) ดังนั้น

$$\frac{1}{\gamma} x(k+i|k)^T P(\Delta(k+i)) x(k+i|k) \leq 1, \quad \forall i \geq 0 \quad (ก.13)$$

จาก (ก.12) และ (ก.13) เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้า ด้วยขอบเขตยอดในแต่ละสัญญาณ สามารถแสดงได้ดังอสมการ (2.7) ซึ่งสรุปได้ว่าเงื่อนไขอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (4.14) แสดงนัยเป็นเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาเข้าจริง อธิบายด้วยอสมการ (ก.12) และ (ก.13) \square

ก.4 เงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก

ในส่วนของเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก เราได้ประยุกต์และเพิ่มเติมจากงานของ Kothare และคณะ [3] เพื่อให้สอดคล้องกับแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงขอบเขตนอร์มในรูปแบบทั่วไปยิ่งขึ้น

พิจารณาเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก ด้วยนอร์มแบบยุคลิดบน $y(k+i|k)$

$$\|y(k+i|k)\|_2 \leq y_{\max}, \quad \forall k \geq 0, i \geq 1$$

สำหรับทุก ๆ ความไม่แน่นอนที่เป็นไปได้ $\Delta(k+i)$, $i \geq 0$

$$\max_{i \geq 1} \|y(k+i|k)\|_2 = \max_{i \geq 0} \|C_y(A+BF)x(k+i|k) + C_y B_p p(k+i|k)\|_2$$

ด้วยการใช้หลักการทรงรีนัยง $\mathcal{E}[3]$ จะได้

$$\begin{aligned} \max_{i \geq 1} \|y(k+i|k)\|_2 &\leq \max_{z \in \mathcal{E}} \|C_y(A+BF)z + C_y B_p p(k+i|k)\|_2, \quad i \geq 0 \\ &= \max_{z^T z \leq 1} \|C_y(A+BF)Q_j^{\frac{1}{2}}z + C_y B_p p(k+i|k)\|_2, \quad i \geq 0 \end{aligned}$$

เราต้องการให้ $\|C_y(A+BF)Q_j^{\frac{1}{2}}z + C_y B_p p(k+i|k)\|_2 \leq y_{\max}$, $i \geq 0$ สำหรับทุก ๆ $p(k+i|k)$ และ z สอดคล้องกับ

$$p_j^T(k+i|k)p_j(k+i|k) \leq \left((C_{q,j} + D_{qu,j}F)Q_j^{\frac{1}{2}}z + D_{qp,j}p_j(k+i|k) \right)^T \left((C_{q,j} + D_{qu,j}F)Q_j^{\frac{1}{2}}z + D_{qp,j}p_j(k+i|k) \right), \quad j = 1, 2, \dots, r$$

และ $z^T z \leq 1$ ซึ่งเงื่อนไขนี้จะเป็นจริงถ้า $\exists \{t_1, t_2, \dots, t_r, t_{r+1}\} > 0$ นั่นคือ สำหรับทุก ๆ z และ $p(k+i|k)$

$$\begin{bmatrix} z \\ p(k+i|k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \left(Q_j^{\frac{1}{2}}(A+BF)^T C_y^T C_y (A+BF) Q_j^{\frac{1}{2}} + \right. & \left. \left(Q_j^{\frac{1}{2}}(A+BF)^T C_y^T C_y B_p + \right) \right. \\ \left. Q_j^{\frac{1}{2}}(C_q + D_{qu}F)^T T (C_q + D_{qu}F) Q_j^{\frac{1}{2}} - t_{r+1}I \right) & \left. \left(Q_j^{\frac{1}{2}}(C_q + D_{qu}F)^T T D_{qp} \right) \right. \\ \left. B_p^T C_y^T C_y (A+BF) Q_j^{\frac{1}{2}} + D_{qp}^T T (C_q + D_{qu}F) Q_j^{\frac{1}{2}} \right. & \left. B_p^T C_y^T C_y B_p - T + D_{qp}^T T D_{qp} \right] \\ \times \begin{bmatrix} z \\ p(k+i|k) \end{bmatrix} \leq y_{\max}^2 - t_{r+1}, \quad i \geq 0$$

$T = \text{diag}\{t_1 I_{n_1}, t_2 I_{n_2}, \dots, t_r I_{n_r}\} > 0$ เมื่อไม่คิดการสูญเสียโดยทั่วไป เราสามารถกำหนดให้ $t_{r+1} = y_{\max}^2$

[3] แล้วสมการข้างต้นจะสอดคล้องสำหรับทุก ๆ z และ $p(k+i|k)$ ถ้า

$$\begin{bmatrix} \left(Q_j^{\frac{1}{2}}(A+BF)^T C_y^T C_y (A+BF) Q_j^{\frac{1}{2}} + \right. & \left. \left(Q_j^{\frac{1}{2}}(A+BF)^T C_y^T C_y B_p + \right) \right. \\ \left. Q_j^{\frac{1}{2}}(C_q + D_{qu}F)^T T (C_q + D_{qu}F) Q_j^{\frac{1}{2}} - y_{\max}^2 I \right) & \left. \left(Q_j^{\frac{1}{2}}(C_q + D_{qu}F)^T T D_{qp} \right) \right. \\ \left. B_p^T C_y^T C_y (A+BF) Q_j^{\frac{1}{2}} + D_{qp}^T T (C_q + D_{qu}F) Q_j^{\frac{1}{2}} \right. & \left. B_p^T C_y^T C_y B_p - T + D_{qp}^T T D_{qp} \right] \leq 0$$

นำ -1 คูณตลอด และใช้ส่วนเติมเต็มชัวร์ จะได้

$$\begin{bmatrix} y_{\max}^2 I & \mathbf{0} & Q_j^{\frac{1}{2}}(A+BF)^T C_y^T & Q_j^{\frac{1}{2}}(C_q + D_{qu}F)^T \\ \mathbf{0} & T & B_p^T C_y^T & D_{qp}^T \\ C_y(A+BF)Q_j^{\frac{1}{2}} & C_y B_p & I & \mathbf{0} \\ (C_q + D_{qu}F)Q_j^{\frac{1}{2}} & D_{qp} & \mathbf{0} & T^{-1} \end{bmatrix} \geq 0$$

ใช้การแปลงสมภาค ด้วยเมทริกซ์ $\text{diag}\{G^T Q_j^{-\frac{1}{2}}, T^{-1}, I, I\}$

$$\begin{bmatrix} y_{\max}^2 G^T Q_j^{-1} G & \mathbf{0} & G^T (A + BF)^T C_y^T & G^T (C_q + D_{qu} F)^T \\ \mathbf{0} & T^{-1} & T^{-1} B_p^T C_y^T & T^{-1} D_{qp}^T \\ C_y (A + BF) G & C_y B_p T^{-1} & I & \mathbf{0} \\ (C_q + D_{qu} F) G & D_{qp} T^{-1} & \mathbf{0} & T^{-1} \end{bmatrix} \geq 0$$

จากความสัมพันธ์ที่ว่า $G^T Q_j^{-1} G \geq G^T + G - Q_j$ เราจะได้

$$\begin{bmatrix} y_{\max}^2 (G^T + G - Q_j) & * & * & * \\ \mathbf{0} & T^{-1} & * & * \\ C_y (AG + BY) & C_y B_p T^{-1} & I & * \\ C_q G + D_{qu} Y & D_{qp} T^{-1} & \mathbf{0} & T^{-1} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{ก.14})$$

นี่คือเงื่อนไขของสมการเมทริกซ์เชิงเส้นสำหรับเงื่อนไขบังคับสัญญาณขาออก □

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวรพล กัณณีย์ เกิดเมื่อวันที่ 5 กันยายน พ.ศ. 2526 จังหวัดกรุงเทพมหานคร เป็นบุตรของนายวีระเดช และนางยุพดี กัณณีย์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เมื่อปีการศึกษา 2547 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ในปีการศึกษาถัดมา ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม

ผลงานที่ได้ตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการเป็นดังนี้

- วรพล กัณณีย์ และเดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย, “การระบุเอกลักษณ์และการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองพลวัตของหอกลับแยกสารสองชนิด” CD-ROM รวมบทความทางวิชาการซึ่งได้นำเสนอต่อที่ประชุมสัมมนา (Proceedings) ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 29 (EECON-29) จัดโดยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ณ โรงแรมแอมบาสเดอร์ซิตี จอมเทียน จังหวัดชลบุรี ระหว่างวันที่ 9-10 พฤศจิกายน 2549 หน้า 1073-1076.
- V. Kunnee and D. Banjerdpongchai, “Robust Constrained Model Predictive Control for Linear-Time Varying Systems with Norm-Bounded Uncertainty,” in *Proc. the 5th Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications, and Information Technology (ECTI Con-2008)*, Krabi, Thailand, May 2008.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย