บทที่ 2

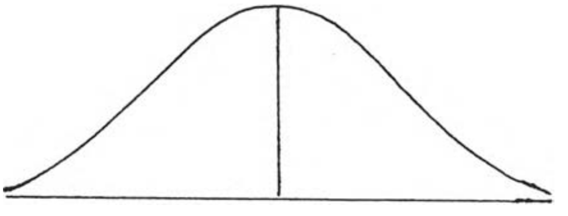
ทฤษฎีและสถิติที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบค่าเฉลี่ย เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเบ้ขวา โดยผู้ทำการวิจัยจะทำการศึกษาการแจกแจง 3 การแจกแจงคือ การแจกแจงแกมมา การแจกแจงไวบูลย์ และการแจกแจงลอกนอร์มอล ภายใต้ระดับความเบ้ที่ต่างกัน โดยมีหลักเกณฑ์ในการพิจารณา คือ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1(type I error) และอำนาจการทดสอบ (power of test) ซึ่งรายละเอียดและขั้นตอนในการดำเนินงานจะกล่าวไว้ในบทที่ 3 สำหรับในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดในเรื่องต่อไปนี้

1. ความเบ้ (Skewness)
2. การแจกแจงต่างๆ ในงานวิจัยนี้ได้แก่ การแจกแจงแกมมา การแจกแจงไวบูลย์ และการแจกแจงลอกนอร์มอล
3. ตัวสถิติในการทดสอบค่าเฉลี่ย ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบที ตัวสถิติทดสอบทีของจอห์นสัน ตัวสถิติทดสอบแบบผสมของซัตตัน และตัวสถิติทดสอบทีของลิงเชน

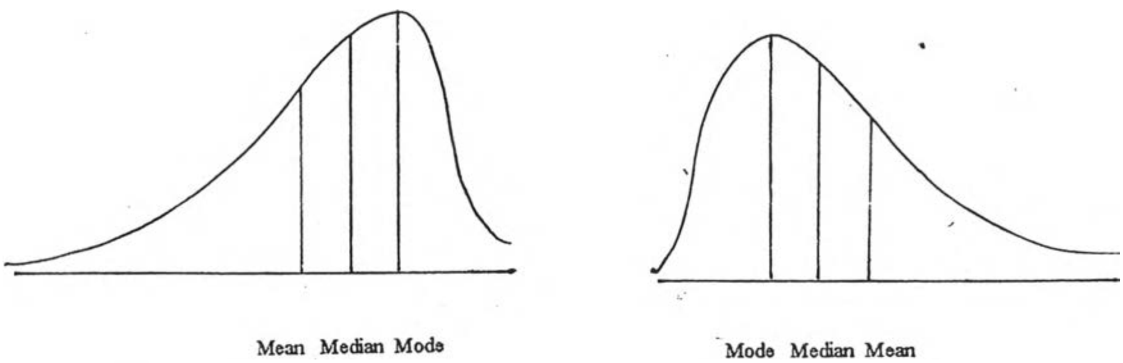
2.1 ความเบ้ (Skewness)

ประชากรที่มีการแจกแจงแบบสมมาตร เส้นโค้งที่ได้จะมีลักษณะเป็นรูประฆังคว่ำที่สมมาตรกันที่ค่าเฉลี่ย นั่นคือ เส้นโค้งทางด้านขวาและด้านซ้ายของค่าเฉลี่ยจะมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ ค่าเฉลี่ย(Mean) ค่ามัธยฐาน(Mode) และค่าฐานนิยม(Median) จะมีค่าเท่ากัน ดังรูปที่ 2.1



ก. เส้นโค้งรูประฆังที่มีลักษณะสมมาตรหรือไม่เบ้
รูปที่ 2.1 แสดงเส้นโค้งของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบสมมาตร

ส่วนประชากรที่มีการแจงแจงไม่สมมาตร เส้นโค้งที่ได้จะมีลักษณะเบ้ไปข้างใดข้างหนึ่ง ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐานและฐานนิยม จะมีค่าต่างกัน ดังรูปที่ 2.2



ข. เส้นโค้งที่เบ้ไปทางคะแนนมากหรือเบ้ซ้าย ค. เส้นโค้งที่เบ้ไปทางคะแนนน้อยหรือเบ้ขวา

รูปที่ 2.2 แสดงเส้นโค้งของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบไม่สมมาตร

จากรูปที่ 2.2 ประชากรจะมีการแจกแจงเบ้ไปทางซ้าย ถ้าค่าเฉลี่ยมีค่าน้อยกว่าฐานนิยมและประชากรจะมีการแจกแจงเบ้ไปทางขวา ถ้าค่าเฉลี่ยมีค่ามากกว่าฐานนิยม

การวัดความเบ้ (Measure of Skewness) จะใช้การวัดความเบ้โดยวิธีโมเมนต์(Moment) ซึ่งมีสูตรการวัดความเบ้ดังต่อไปนี้

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{E(X-\mu)^3}{[V(X)]^{3/2}}$$

โดยที่ μ_3 คือ โมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 3 = $E(X-\mu)^3$

σ คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร = $[V(X)]^{1/2}$

สำหรับการประมาณค่าวัดความเบ้จะใช้สัมประสิทธิ์ความเบ้ของข้อมูลตัวอย่าง มีสูตรดังนี้

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}}$$

เมื่อ
$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^3}{n}$$
$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$$

การวัดความเบ้ด้วยโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 3 จะให้ค่าต่างๆ กันดังนี้

1. ถ้าการแจกแจงสมมาตร ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เป็น ศูนย์
2. ถ้าการแจกแจงเบ้ขวา ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าเป็น บวก
3. ถ้าการแจกแจงเบ้ซ้าย ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าเป็น ลบ

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาประชากรที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา ที่ระดับความเบ้เท่ากับ 0.25 , 0.5 ,1.0 ,1.5 ,2.0 และ 2.5

2.2 การแจกแจงที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ พารามิเตอร์ต่างๆ ของการแจกแจง จะกำหนดค่าของพารามิเตอร์ให้ได้การแจกแจงมีความเบ้ตามที่ต้องการศึกษา คือ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.25 ,0.5 ,1.0 ,1.5 ,2.0 และ 2.5

2.2.1 <u>การแจกแจงแกมมา</u> (Gamma Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงแกมมา ด้วยพารามิเตอร์ α และ β ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X คือ

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp\left(\frac{-x}{\beta}\right) \qquad ; x > 0; \alpha > 0; \beta > 0$$

โดยที่ α เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่างของการแจกแจง (Shape parameter) เท่ากับ 0.640,1.000,1.778,4.000, 16.000 และ 64.000

β เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของการแจกแจง (Scale parameter) เท่ากับ 1.000

ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแกมมา จะได้ว่า

1. ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X

$$E(X) = \mu = \alpha\beta$$

2. ค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

$$V(X) = \sigma^2 = \alpha\beta^2$$

3. สัมประสิทธิ์ความเบ้ (Coefficient of skewness)

$$\alpha_3 = 2/\sqrt{\alpha}$$

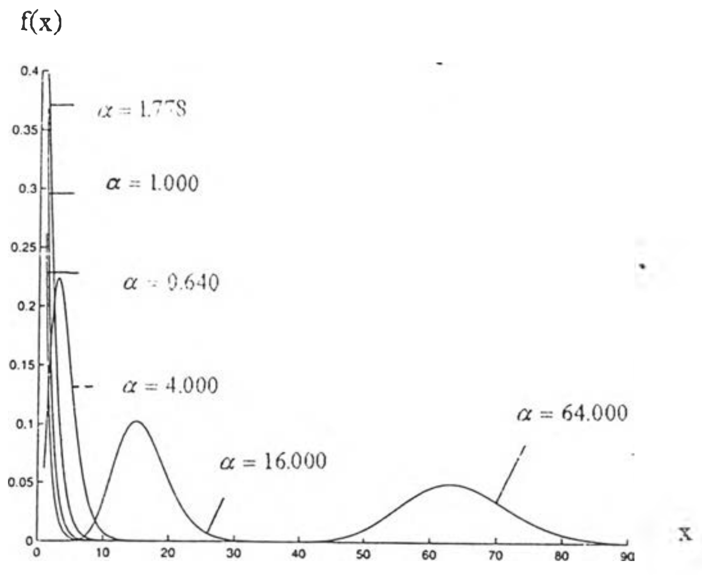
4. สัมประสิทธิ์ความโด่ง (Coefficient of kurtosis)

$$\alpha_4 = 3 + 6/\alpha$$

ในการวิจัยครั้งนี้ จะกำหนดพารามิเตอร์ α และ β ให้ได้การแจกแจงมีความเบ้ต่างๆ ตามที่กำหนด โดยให้ $\beta = 1$ (ความเบ้ ไม่ขึ้นอยู่กับ β) และแปรเปลี่ยนค่า α สรุปได้เป็นตารางต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงสัมประสิทธิ์ความโด่งประกอบไว้ด้วย

พารามิเตอร์ แสดงรูปร่าง(α)	สัมประสิทธิ์ความเบ้ (α_3)	สัมประสิทธิ์ความ โด่ง (α_4)
64.000	0.25	3.09
16.000	0.50	3.38
4.000	1.00	4.50
1.778	1.50	6.37
1.000	2.00	9.00
0.640	2.50	12.38

กราฟรูปที่ 2.3 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแกมมา มีลักษณะเบ้ขวา ซึ่งจะเห็นได้ว่า ลักษณะเบ้ขวาจะลดน้อยลงเมื่อพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง α มีค่ามากขึ้น



รูปที่ 2.3 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแกมมา
เมื่อ α =0.640,1.000,1.778,4.000,16.000,64.000 และ β = 1

2.2.2 การแจกแจงไวบูลย์

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงไวบูลย์ ด้วยพารามิเตอร์ α และ β ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X คือ

$$f(x;\alpha,\beta)=\frac{1}{\beta^{\alpha}}\alpha x^{\alpha-1}\exp\left(\frac{-x}{\beta}\right)^{\alpha} \qquad ;x>0;\alpha>0;\beta>0$$

โดยที่ α เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่างของการแจกแจง เท่ากับ 0.8630 ,1.000 ,1.2110 ,1.5630, 2.2110 และ 2.7656

β เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของการแจกแจง เท่ากับ 1.000

ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงไวบูลย์ จะได้ว่า

1. ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X

$$E(X)=\mu=\beta\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)$$

2. ค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

$$V(X) = \sigma^2 = \beta^2\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right]$$

3. สัมประสิทธิ์ความเบ้ (Coefficient of skewness)

$$\alpha_3 = \frac{\Gamma\left(1+\frac{3}{\alpha}\right) - 3\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right) + 2\Gamma^3\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right]^{3/2}}$$

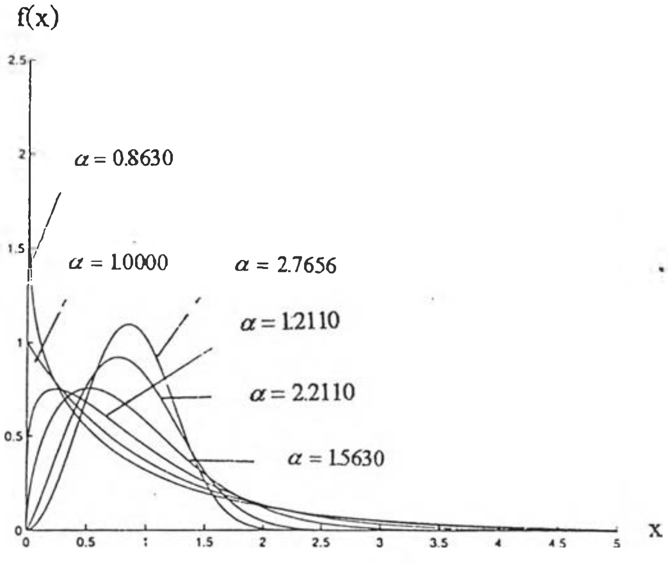
4. สัมประสิทธิ์ความโด่ง (Coefficient of kurtosis)

$$\alpha_4 = \frac{\Gamma\left(1+\frac{4}{\alpha}\right) + 6\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right) - 3\Gamma^4\left(1+\frac{1}{\alpha}\right) - 4\Gamma\left(1+\frac{3}{\alpha}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right]^2}$$

ในการวิจัยครั้งนี้ จะกำหนดพารามิเตอร์ α และ β ให้ได้การแจกแจงมีความเบ้ต่างๆ ตามที่กำหนด โดยให้ $\beta=1$ (ความเบ้ ไม่ขึ้นอยู่กับ β) และแปรเปลี่ยนค่า α สรุปได้เป็นตารางต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงสัมประสิทธิ์ความโด่งประกอบไว้ด้วย

พารามิเตอร์ แสดงรูปร่าง(α)	สัมประสิทธิ์ความเบ้ (α_3)	สัมประสิทธิ์ความ โด่ง (α_4)
2.7656	0.25	2.77
2.2110	0.50	3.03
1.5630	1.00	4.16
1.2110	1.50	6.13
1.0000	2.00	9.00
0.8630	2.50	12.83

กราฟรูปที่ 2.4 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงไวบูลย์ มีลักษณะเบ้ขวา ซึ่งจะเห็นได้ว่า ลักษณะเบ้ขวาจะลดน้อยลงเมื่อพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง α มีค่ามากขึ้น



รูปที่ 2.4 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงไวบูลย์
เมื่อ α =0.8630,1.000,1.2110,1.5630,2.2110,2.7656 และ β = 1

2.2.3 <u>การแจกแจงลอกนอร์มอล</u>

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงลอกนอร์มอล ด้วยพารามิเตอร์ μ_b และ σ^2 ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x;\mu_b,\sigma^2)=\frac{1}{x\sigma(2\pi)^{1/2}}\exp\left[\frac{-(\ln x-\mu_b)^2}{2\sigma^2}\right] \quad ; x>0,\sigma^2>0,-\infty<\mu_b<\infty$$

เมื่อ μ_b และ σ^2 เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ Y

ซึ่ง $Y = \ln X$ และ Y มีการแจกแจงแบบปกติ

โดยมี $\exp(\mu_b)$ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของการแจกแจงของ X เท่ากับ 0.0000

และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่างของการแจกแจงของ X เท่ากับ 0.6410 ,0.5513 , 0.4435 ,0.3142 ,0.1641 และ 0.0831

ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงลอกนอร์มอล จะได้ว่า

1. ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X

$$E(X)=\mu_b=\exp\left(\mu_b+\frac{\sigma^2}{2}\right)$$

2. ค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

$$V(X) = \sigma^2 = m^2\omega(\omega - 1)$$

เมื่อ $m = \exp(\mu_b)$

$\omega = \exp(\sigma^2)$

3. สัมประสิทธิ์ความเบ้

$$\alpha_3 = (\omega + 2)(\omega - 1)^{1/2}$$

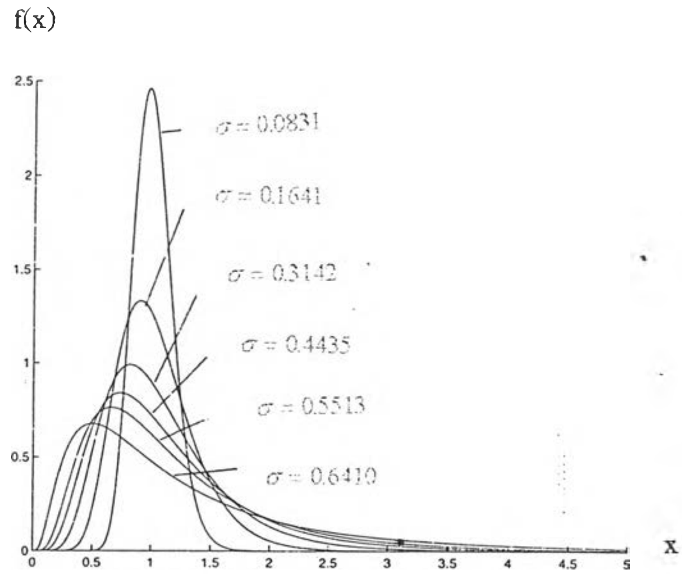
4. สัมประสิทธิ์ความโด่ง

$$\alpha_4 = \omega^4 + 2\omega^3 + 3\omega^2 - 3$$

ในการวิจัยครั้งนี้ จะกำหนดพารามิเตอร์ μ_b และ σ ให้ได้การแจกแจงมีความเบ้ต่างๆ ตามที่กำหนด โดยให้ $\mu_b = 0$ (ความเบ้ ไม่ขึ้นอยู่กับ μ_b) และแปรเปลี่ยนค่า σ สรุปได้เป็นตารางต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงสัมประสิทธิ์ความโด่งประกอบไว้ด้วย

พารามิเตอร์แสดงขนาด(σ)	สัมประสิทธิ์ความเบ้ (α_3)	สัมประสิทธิ์ความโด่ง (α_4)
0.0831	0.25	3.11
0.1641	0.50	3.45
0.3142	1.00	4.83
0.4435	1.50	7.25
0.5513	2.00	10.86
0.6410	2.50	15.86

กราฟรูปที่ 2.5 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงลอกนอร์มอล มีลักษณะเบ้ขวา ซึ่งจะเห็นได้ว่าลักษณะเบ้ขวาจะลดน้อยลงเมื่อพารามิเตอร์แสดงขนาด σ มีค่าน้อยลง



รูปที่ 2.5 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงลอกนอร์มอล

เมื่อ μ_b =0.0000 และ σ = 0.6410,0.5513,0.4435,0.3142,0.1641,0.0831

2.3 ตัวสถิติในการทดสอบค่าเฉลี่ย

2.3.1 <u>ตัวสถิติทดสอบที</u> (Student's t test)

ตัวสถิติทดสอบที เป็นตัวสถิติที่ได้รับการพัฒนามาจาก W.S Gossette (1908) ซึ่งเขาได้เสนอผลงานโดยใช้นามปากกาว่า "Student" ตัวสถิติทดสอบทีจะมีการแจกแจงที ด้วยองศาความเป็นอิสระ(degrees of freedom) เท่ากับ n-1 บางครั้งจะเรียกตัวสถิติทดสอบทีว่า ตัวสถิติสติวเดนท์ที (Student's t test) เพื่อเป็นเกียรติแก่กอสเซทท์ ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$t = \frac{(\overline{X} - \mu_0)}{S/\sqrt{n}}$$

เมื่อ $\overline{X}$ = ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง = $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

S = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง = $\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$

n = ขนาดตัวอย่าง

จะปฏิเสธสมมติฐานเมื่อ

$t < -t_{\alpha,(n-1)}$: สำหรับการทดสอบทางซ้าย

$t > t_{\alpha,(n-1)}$: สำหรับการทดสอบทางขวา

$t < -t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}$ หรือ $t > t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}$: สำหรับการทดสอบสองข้าง

2.3.2 <u>ตัวสถิติทดสอบทีของจอห์นสัน</u> (Johnson's t test)

ตัวสถิติทดสอบทีของจอห์นสัน เป็นตัวสถิติที่ได้รับการพัฒนาจาก Johnson (1978) โดยอาศัยหลักการกระจายของ Cornish-Fisher ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$t_1 = \left\{(\overline{X} - \mu_0) + \frac{\hat{\mu}_3}{6S^2 n} + \frac{\hat{\mu}_3}{3S^4}(\overline{X} - \mu_0)^2\right\}\left\{S^2/n\right\}^{-1/2}$$

เมื่อ $\overline{X}$ = ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง = $\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

S = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง = $\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$

n = ขนาดตัวอย่าง

$\hat{\mu}_3$ = โมเมนต์ที่ 3 รอบค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง = $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^3$

จะปฏิเสธสมมติฐานเมื่อ

$t_1 < -t_{\alpha,(n-1)}$: สำหรับการทดสอบทางซ้าย

$t_1 > t_{\alpha,(n-1)}$: สำหรับการทดสอบทางขวา

$t_1 < -t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}$ หรือ $t_1 > t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}$: สำหรับการทดสอบสองข้าง

2.3.3 <u>ตัวสถิติทดสอบแบบผสมของซัตตัน</u> (Sutton's composite test)

เป็นตัวสถิติที่ได้รับการพัฒนาจาก Sutton (1993) โดยอาศัยวิธีการทางคอมพิวเตอร์ชั้นสูง (Computer-intensive methods) สำหรับทดสอบค่าเฉลี่ยเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบไม่สมมาตร ซึ่งสร้างตัวสถิติทดสอบโดยใช้การทดสอบที่ประกอบขึ้นด้วย สถิติทดสอบทีของจอห์นสันและวิธีบูตแสตรปที่ประมาณด้วยการแจกแจงปกติ (normal approximation bootstrap methods) ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$t_1 \ , \ \frac{t_1}{S_{t_1,bs}} \text{ หรือ } \{(n-1)/(n-3)\}\frac{t_1}{S_{t_1,bs}}$$

เมื่อ t_1 = ตัวสถิติทดสอบทีของจอห์นสัน

n = ขนาดตัวอย่าง

$S_{t_1,bs}$ = ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของ t_1 ด้วยวิธีบูตสแตรป

จะปฏิเสธสมมติฐานเมื่อ

$$t_1 < -t_{\alpha,n-1} \text{ หรือ}$$

$$\left[\frac{t_1}{S_{t_1,bs}} < -Z_\alpha \text{ หรือ } \{(n-1)/(n-3)\}^{1/2}\frac{t_1}{S_{t_1,bs}} < -t_{\alpha,n-1}\right]$$: สำหรับการทดสอบทางซ้าย

$$t_1 > t_{\alpha,n-1} \text{ หรือ}$$

$$\left[\frac{t_1}{S_{t_1,bs}} > Z_\alpha \text{ หรือ } \{(n-1)/(n-3)\}^{1/2}\frac{t_1}{S_{t_1,bs}} > t_{\alpha,n-1}\right]$$: สำหรับการทดสอบทางขวา

$$\left[t_1 < -t_{\alpha/2,n-1} \text{ หรือ } t_1 > t_{\alpha/2,n-1}\right] \text{ หรือ}$$

$$\left[\left(\frac{t_1}{S_{t_1,bs}} < -Z_{\alpha/2} \text{ หรือ } \frac{t_1}{S_{t_1,bs}} > Z_{\alpha/2}\right) \text{ หรือ}\right.$$

$$\left(\{(n-1)/(n-3)\}^{1/2}\frac{t_1}{S_{t_1,bs}} < -t_{\alpha/2,n-1} \text{ หรือ}\right.$$

$$\left.\left.\{(n-1)/(n-3)\}^{1/2}\frac{t_1}{S_{t_1,bs}} > t_{\alpha/2,n-1}\right)\right]$$: สำหรับการทดสอบสองข้าง

<u>การประมาณค่า $S_{t_1,bs}$ จากตัวอย่างบูตสแตรป</u> มีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

1.) ให้ $\hat{F}$ เป็น Empirical probability distribution ของ $X_i; i = 1,2,3,\ldots,n$

2.) สุ่ม X_i แบบใส่คืน ขนาด n ดังนั้น X_i แต่ละตัวมีโอกาสถูกเลือกเป็นตัวอย่าง เท่ากับ $\frac{1}{n}$ ได้ $X_1^*, X_2^*, \ldots, X_n^* \sim iid\,\hat{F}$ เรียก X_i^* ว่า bootstrap sample

3.) นำ X_i^* มาคำนวณหาค่า $\hat{t}_1^*$ โดยที่

$$\hat{t}_1^* = \left\{(\bar{X} - \mu_0) + \frac{\hat{\mu}_3}{6S^2 n} + \frac{\hat{\mu}_3}{3S^4}(\bar{X} - \mu_0)^2\right\}\left\{S^2/n\right\}^{-1/2}$$

4.) ดำเนินการตามขั้นตอนที่ 2 และ 3 จำนวน B ครั้ง จะได้ $\hat{t}_1^{*1}, \hat{t}_1^{*2}, \ldots, \hat{t}_1^{*B}$

5.) คำนวณค่าประมาณของ $S_{t_1,bs}$ โดยวิธี bootstrap จะได้

$$S_{t_1,bs} = Var\left(\hat{t}_1^*\right)^{1/2}$$

ซึ่ง $Var\left(\hat{t}_1^{*}\right)$ คือ ค่าประมาณความแปรปรวนของ $\hat{t}_1$ ภายใต้ $\hat{F}$

$$S_{t_1,bs} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{B} \left(\hat{t}_1^{*i} - \bar{t}_1^{*} \right)}{B-1} \right]^{1/2}$$

เมื่อ $$\bar{t}_1^{*} = \frac{\sum_{i=1}^{B} \hat{t}_1^{*i}}{B}$$

ในการศึกษาครั้งนี้ จำนวนครั้งของการทำบูตสแตรปเพื่อประมาณค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวสถิติทดสอบทีของจอห์นสัน ($S_{t_1,bs}$) เพื่อคำนวณค่าสถิติทดสอบแบบผสมของซัตตันจะกระทำซ้ำ 120 ครั้ง

2.3.4 <u>ตัวสถิติทดสอบทีของลิงเชน</u> (Ling Chen's t test)

ตัวสถิติทดสอบทีของลิงเชน เป็นตัวสถิติที่ได้รับการพัฒนาจาก Ling Chen (1995) โดยอาศัยเทคนิคการกระจายของ Edgeworth ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$t_2 = \frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{S} + \frac{1}{6\sqrt{n}}\hat{\beta}_1\left[1+2\left\{\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{S}\right\}^2\right] + \frac{1}{9n}\hat{\beta}_1^2\left[\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{S} + 2\left\{\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{S}\right\}^2\right]$$

$$= t + \frac{1}{6\sqrt{n}}\hat{\beta}_1\left[1+2t^2\right] + \frac{1}{9n}\hat{\beta}_1^2\left[t+2t^2\right]$$

เมื่อ $\bar{X}$ = ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง = $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

S = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง = $\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}$

n = ขนาดตัวอย่าง

$\hat{\beta}_1$ = ค่าความเบ้ของตัวอย่าง = $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^3}{nS^3}$

ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของค่าความเบ้ของตัวอย่าง คือ

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^3}{(n-1)(n-2)S^3}$$

จะปฏิเสธสมมติฐานเมื่อ

$$t_2 < \left[\frac{-t_{(\alpha,n-1)} - Z_\alpha}{2}\right]$$: **สำหรับการทดสอบทางซ้าย**

$$t_2 > \left[\frac{t_{(\alpha,n-1)} + Z_\alpha}{2}\right]$$: **สำหรับการทดสอบทางขวา**

$$t_2 < \left[\frac{-t_{(\alpha/2,n-1)} - Z_{\alpha/2}}{2}\right] \text{ หรือ } t_2 > \left[\frac{t_{(\alpha/2,n-1)} + Z_{\alpha/2}}{2}\right]$$: **สำหรับการทดสอบสองข้าง**