

บทที่ 2

หลักการทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและเอกสาร

2.1 การสำรวจด้วยภาพในงานอนุรักษ์สถาปัตยกรรม

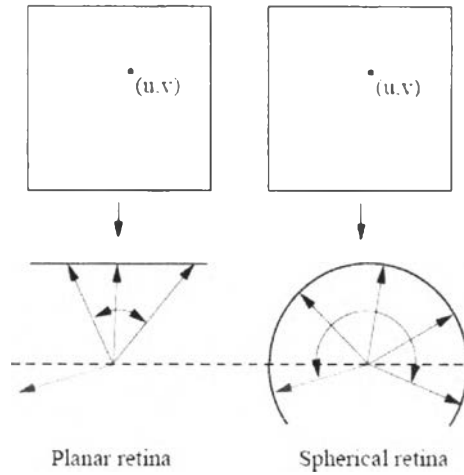
งานทางด้านสถาปัตยกรรมโดยทั่วไป มาตรฐานที่เพียงพอต่อการวาดแบบของผู้ออกแบบหรือสถาปนิก คือ มาตรฐานเท่ากับ 1:50 หรือ 1:100 (Atkinson, 1980) ซึ่งในการพิจารณาว่าจะเลือกใช้ที่มาตรฐานใดขึ้นอยู่กับเวลาและค่าใช้จ่ายของโครงการนั้นเป็นสำคัญ เพราะความถูกต้องที่สูงขึ้นอาจหมายถึงเวลาและค่าใช้จ่ายที่มากขึ้นด้วย

ในช่วง 15-20 ปีมานี้ได้มีการนำการสำรวจด้วยภาพเพื่อมาใช้ในงานทางสถาปัตยกรรมอย่างกว้างขวางขึ้น เนื่องจากมีข้อได้เปรียบ เมื่อเทียบกับการรังวัดด้วยกล้องวัดมุมหรือกล้องประมวลผลรวมคือ สามารถจัดเก็บข้อมูลได้สะดวก รวดเร็ว สมบูรณ์ และให้ความถูกต้องที่เหมาะสม โดยไม่ต้องสัมผัสกับวัตถุ และปัจจุบันยังมีโปรแกรมประยุกต์ต่างๆ ที่สามารถใช้ในการประมวลผลจากการสำรวจด้วยภาพได้อย่างสะดวก รวดเร็ว การสำรวจรังวัดในงานอนุรักษ์สถาปัตยกรรมโดยทั่วไปในปัจจุบันจะมีความละเอียดถูกต้องประมาณ 1:50 หรือ ± 10 มิลลิเมตร (Stanbridge, 2548)

ในประเทศไทยเองก็ได้มีการนำการสำรวจด้วยภาพเพื่อมาใช้ในงานทางสถาปัตยกรรม เช่น ปี พ.ศ.2532 มีการสำรวจด้วยภาพถ่ายภาคพื้นดินกับโครงการก่อสร้างพระพุทธรูปขนาดใหญ่ โดยภาควิชาวิศวกรรมสำรวจ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งมีการจัดเก็บรายละเอียดของเขาซึ่งจริงเพื่อสร้างรูปจำลอง 3 มิติ

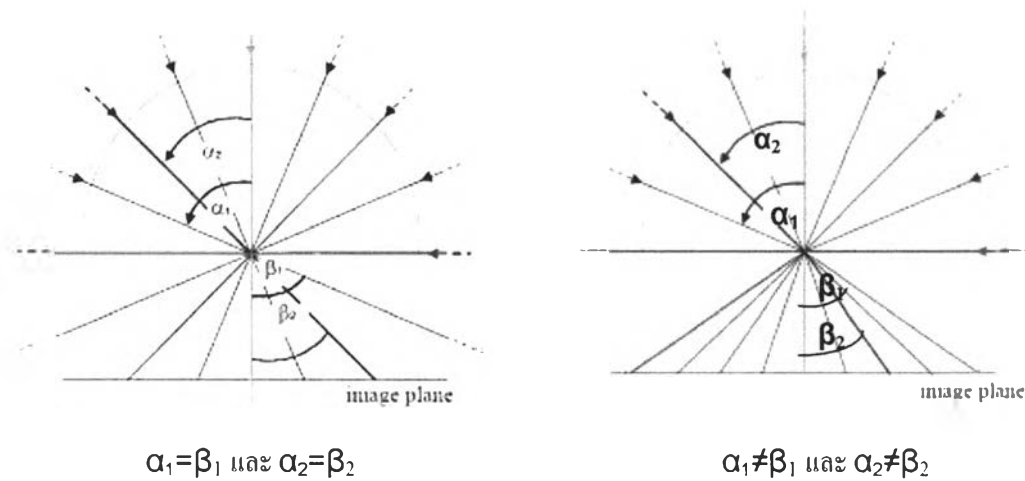
2.2 เวกาคณิตของเลนส์ตาปลาและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เลนส์ตาปลาเป็นเลนส์ที่ใช้เรตินาทรงกลม (Spherical Retina) ในการถ่ายภาพเพื่อให้ได้มุมรับภาพที่กว้างมากๆ ($FOV \geq 180^\circ$) แทนที่เรตินาแบบระนาบ (Planar Retina) ซึ่งใช้ในงานรังวัดภาพระยะใกล้โดยปกติ ทำให้สมบัติทางเรวกาคณิตของรังสีแสงแตกต่างไปจากเดิม



รูปที่ 2.1 มุมรับภาพของเรตินาระนาบและเรตินาทรงกลม (Bakstein and Pajdla, 2002)

เรขาคณิตพื้นฐานของงานรังวัดด้วยภาพซึ่ง คือ การฉายแบบ Perspective คือ การที่แสงเดินทางเป็นเส้นตรงผ่านเลนส์ โดยสมมติฐานที่ว่า มุมของรังสีแสงที่มาจากวัตถุกับแกนทัศนของกล้อง (Optical Axis) เท่ากับ มุมของรังสีแสงที่ออกจากเลนส์กับแกนทัศนของกล้อง แต่การฉายของเลนส์ตาปลา นั้น แสงจะมีการหักเหเป็นเส้นตรงเพื่อทำให้ได้มุมรับภาพที่กว้างขึ้น

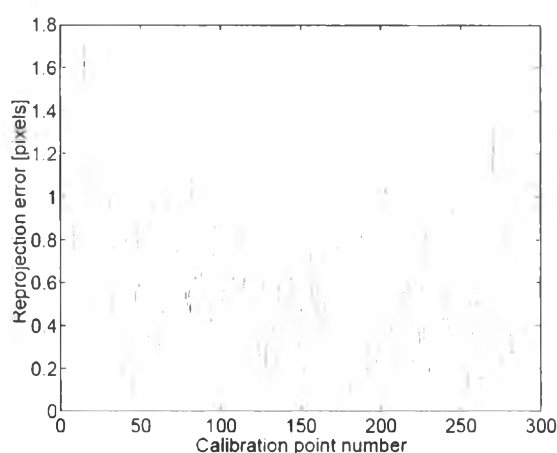


รูปที่ 2.2 ความแตกต่างการฉายของเลนส์ปกติ (ภาพซ้าย) และเลนส์ตาปลา (ภาพขวา) (Ellen Schwalbe, 2005)

ดังนั้นสมมติฐานดังกล่าว จึงไม่เหมาะสมกับเลนส์ตาปลา และใช้สมการสภาวะร่วมเส้น (Colinearity Equation) ในการประมวลผลภาพของเลนส์ตาปลาไม่ได้เนื่องจากแสงมิได้เดินทางเป็น

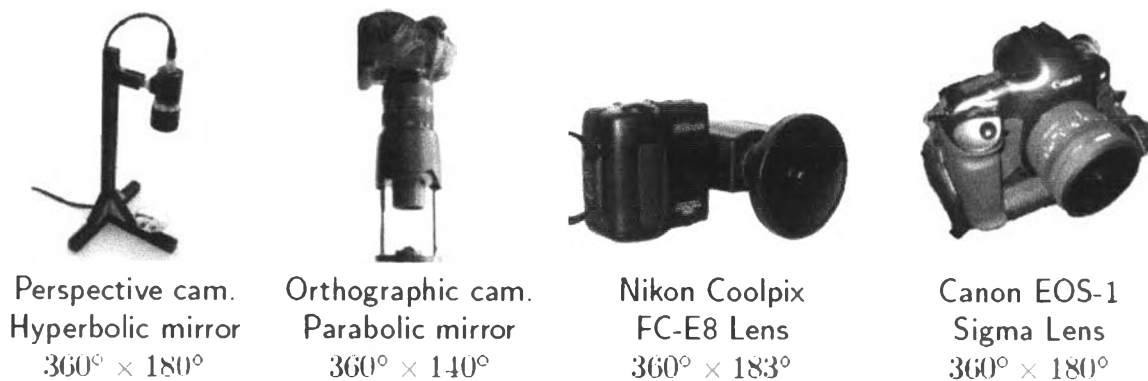
เส้นตรง ด้วยเหตุนี้จึงมีงานวิจัยต่างๆ ที่ทดสอบหาแบบจำลองการฉายของรังสีแสงกับจุดภาพบนเซ็นเซอร์ที่ใช้ในการรับแสงของเลนส์ตาปลา ดังนี้

2.2.1 (Bakstein and Pajdla, 2002) ได้ศึกษาวิจัยคุณสมบัติและหาแบบจำลองการฉายของเลนส์ตาปลา Nikon FC-E8 โดยทดสอบกับแบบจำลองการฉายต่างๆ ได้แก่ stereographic projection, equidistant projection, equisolid angle projection และ sine law projection แล้วแสดงผลลัพธ์จากกระบวนการเรอเซกชัน (Resection) ของภาพเดี่ยว ได้ข้อสรุปว่าแบบจำลองการฉายที่ให้ความถูกต้องดีที่สุดของเลนส์ตาปลา Nikon FC-E8 คือการรวมกันของ stereographic projection กับ equisolid angle projection ซึ่งให้ค่าเศษเหลือเฉลี่ยไม่เกิน 1 พิกเซล



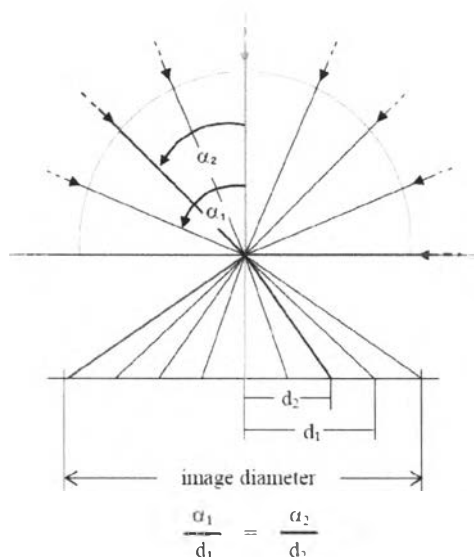
รูปที่ 2.3 ค่าเศษเหลือของการวัดสอบเลนส์ตาปลาในงานวิจัยของ (Hynek Bakstein and Tomas Pajdla, 2002)

2.2.2 (Pajdla, 2003) เสนอเอกสารทางวิชาการเกี่ยวกับการถ่ายภาพที่ให้ความกว้างของมุมมองที่กว้างมากๆ ($FOV \approx 180^\circ$) ทั้งการใช้กระจกและการใช้เลนส์ตาปลา เพื่อหาแบบจำลองการฉายของการใช้กระจกและเลนส์ตาปลาในแต่ละยี่ห้อและรุ่นต่างๆ ดังรูปภาพที่ 2.3 แล้วพบว่า แบบจำลองการฉายของกระจกและเลนส์ตาปลาแต่ละรุ่นจะมีความแตกต่างกันไปโดยให้ค่าเศษเหลือเฉลี่ยไม่เกิน 1 พิกเซลในแต่ละแบบจำลอง



รูปที่ 2.4 การใช้กระจกและเลนส์ตาปลารุ่นต่างๆที่ใช้หาแบบจำลองการฉายในงานวิจัยของ (Pajdla, 2003)

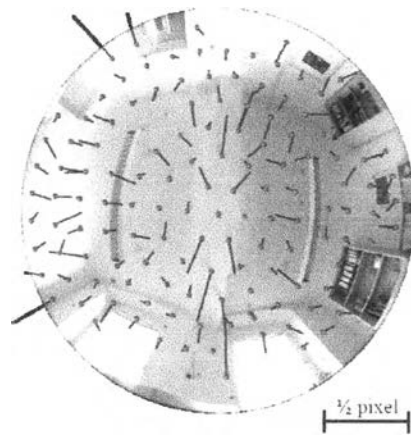
2.2.3 (Ellen Schwalbe, 2005) เป็นงานวิจัยเพื่อหาแบบจำลองการฉายที่เหมาะสมกับเลนส์ตาปลาโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางจากจุดภาพถึงจุดมูขยสำคัญ (Principle Point) กับมุมของรังสีแสงที่มาจากวัตถุ ซึ่งแสดงได้ดังรูปภาพที่ 2.3



รูปที่ 2.5 แบบจำลองการฉายเลนส์ตาปลาในงานวิจัยของ (Ellen Schwalbe, 2005)

จากการทดสอบกับเลนส์ตาปลาที่ห่อและรุ่นต่างๆ ผลการวิจัยพบว่าแบบจำลองความสัมพันธ์นี้สามารถใช้กับเลนส์ตาปลาได้ทุกรุ่นที่นำมาทดสอบ ได้แก่ DCS 14N PRO + 8mm Nikkor fisheye lens, Coolpix 990+ Nikon fisheye converter FC-E8 และ Canon EOS-1 + Sigma lens แต่ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จะมีค่าต่างกัน ในงานวิจัยนี้ (Ellen Schwalbe, 2005) ได้ทำการวัดสอบเลนส์ตาปลาโดยใช้กระบวนการ

เล็งสกัดซ้อนของภาพเดี่ยว (Single Photo Resection) หาค่าความถูกต้อง โดยมีค่าเศษเหลือเฉลี่ยไม่เกิน 1 พิกเซลกับเลนส์ตาปลาทุกรุ่นที่นำมาทดสอบ

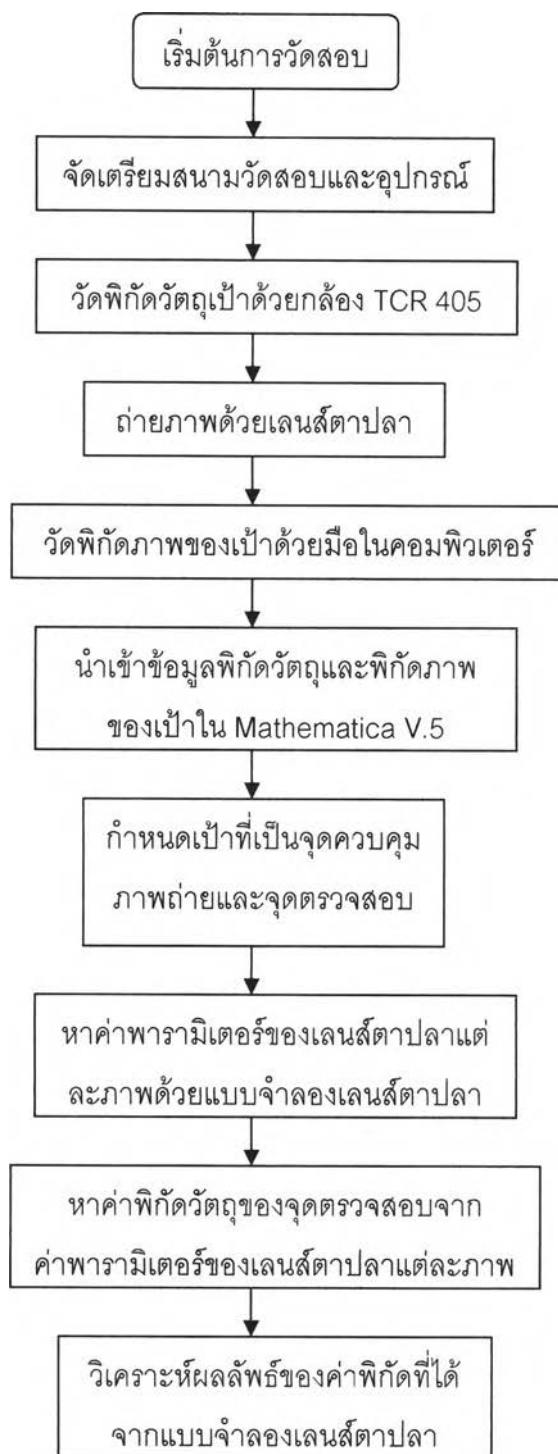


รูปที่ 2.6 ค่าเศษเหลือของการวัดสอบเลนส์ตาปลาในงานวิจัยของ (Ellen Schwalbe, 2005)

จากการศึกษาแบบจำลองการฉายของเลนส์ตาปลาในงานวิจัยต่างๆ พบว่า แบบจำลองของ (Ellen Schwalbe, 2005) มีข้อได้เปรียบคือใช้ได้กับเลนส์ตาปลาทุกรุ่นโดยให้ความละเอียดไม่เกิน 1 จุดภาพ (แบบจำลองการฉายในงานวิจัยอื่นมักใช้ได้กับเลนส์รุ่นเดียวเท่านั้น) นอกจากนี้ยังเป็นแบบจำลองที่ไม่ซับซ้อนจึงง่ายต่อการคำนวณและสามารถเพิ่มค่าพารามิเตอร์อื่นๆของงานสำรวจด้วยภาพถ่ายระยะใกล้ได้ด้วย

2.3 ทฤษฎีของการสำรวจด้วยภาพถ่ายที่ใช้ในงานวิจัย

2.3.1 กระบวนการวัดสอบกล้องในตัว (Self-Camera Calibration) แบบกรรมวิธีกล้องอินเวอร์ส (Inverse Camera Method) เป็นกระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ไปพร้อมกับกระบวนการรังวัดบนภาพถ่ายระยะใกล้ ในงานวิจัยนี้ใช้กล้องดิจิทัล Nikon Coolpix 5000 ซึ่งเป็นกล้องถ่ายภาพชนิดไม่ใช่สำหรับงานรังวัด (Non Metric Camera) และต้องสวมเลนส์ตาปลาเมื่อจะทำการเก็บข้อมูล ดังนั้นค่าพารามิเตอร์ของกล้องจึงไม่มีความเสถียร การวัดสอบกล้องในตัวแบบกรรมวิธีอินเวอร์สจึงเป็นกระบวนการวัดสอบที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ซึ่งมีขั้นตอนดังรูปภาพที่ 2.7



รูปที่ 2.7 ขั้นตอนของการวัดสอบเลนส์ตาปลา

2.3.2 องค์ประกอบความเพี้ยนของเลนส์ (Wolf and Dewitt, 2000)

องค์ประกอบความเพี้ยนของเลนส์ (Lens Distortions) เกิดจากการขีดผิวเลนส์และความคลาดเคลื่อนในการตั้งศูนย์ชิ้นส่วนต่างๆ ของเลนส์ซึ่งทำให้คุณภาพทางเรขาคณิตผิดเพี้ยนไป โดยแบ่งเป็นความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวรัศมีและความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวเส้นสัมผัส

สมการความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวรัศมี (Radial Distortions)

$$\Delta r = k_0 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots + k_n r^{2n}$$

กำหนด

Δr คือ ความความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวรัศมี

r คือ ระยะตามแนวรัศมีของเลนส์

$k_0, k_1, k_2, \dots, k_n$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวรัศมี

n คือ จำนวนเต็มบวก

สมการความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวสัมผัส (Tangential Distortions)

$$\Delta x = P_1 (r^2 + 2\bar{x}^2) + 2P_2 \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$\Delta y = P_2 (r^2 + 2\bar{y}^2) + 2P_1 \bar{x} \cdot \bar{y}$$

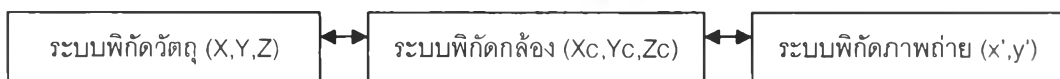
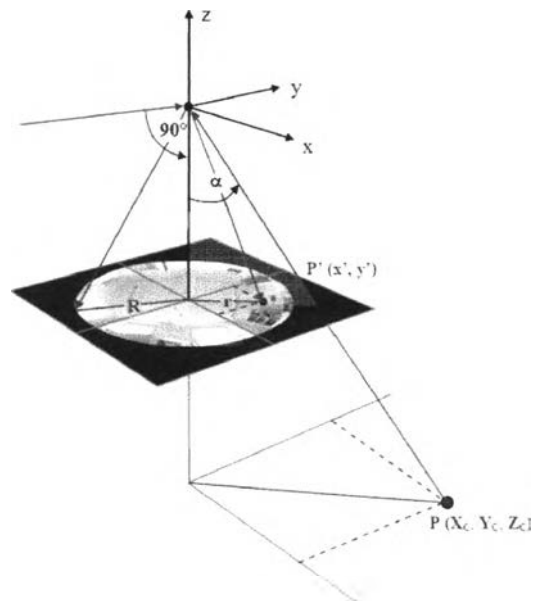
กำหนด

$\Delta x, \Delta y$ คือ ความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวสัมผัส

P_1, P_2 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวสัมผัส

2.4 แบบจำลองเลนส์ตาปลาของงานวิจัยนี้

แบบจำลองของเลนส์ตาปลาสามารถแสดงความสัมพันธ์ของค่าพิกัดในระบบต่างๆ ได้ดังนี้



รูปที่ 2.8 ความสัมพันธ์ของระบบค่าพิกัดต่างๆ ในแบบจำลองเลนส์ตาปลา

กำหนดค่าจำกัดความของระบบพิกัดที่ใช้ในงานวิจัยได้ดังนี้

1) ระบบพิกัดวัตถุ (Object Coordinate) คือ ระบบพิกัดอ้างอิงอันเป็นระบบพิกัดหลักของสนามวัดสอบที่ใช้ในงานวิจัยและเป็นระบบพิกัด 3 มิติ

2) ระบบพิกัดกล้อง (Camera Coordinate) คือ ระบบพิกัดฉาก 3 มิติของภาพใดๆ เป็นระบบพิกัดมือขวา มีศูนย์กำเนิดที่รวมแสงของกล้อง โดยแกน x และ y วางตัวอยู่ในระนาบที่ตั้งฉากกับแกนกล้อง และแกน z อยู่ในทิศทางเดียวกับแกนกล้อง

3) ระบบพิกัดภาพถ่าย (Image Coordinate) คือ ระบบพิกัดฉาก 2 มิติของภาพใดๆ เป็นระบบพิกัดมือซ้าย มีศูนย์กำเนิดอยู่กลางภาพ

ในการแปลงระบบพิกัดวัตถุเป็นระบบพิกัดกล้องนั้นจะทำการแปลงค่าพิกัดในสามมิติที่ประกอบด้วยค่าพารามิเตอร์ของการหมุนและการเลื่อนแกน ดังสมการที่ (2.1)

$$\begin{aligned} X_c &= m_{11}(X-X_o) + m_{21}(Y-Y_o) + m_{31}(Z-Z_o) \\ Y_c &= m_{12}(X-X_o) + m_{22}(Y-Y_o) + m_{32}(Z-Z_o) \\ Z_c &= m_{13}(X-X_o) + m_{23}(Y-Y_o) + m_{33}(Z-Z_o) \end{aligned} \quad (2.1)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} m_{11} &= \cos(\Phi) \cdot \cos(\kappa) \\ m_{12} &= \sin(\Omega) \cdot \sin(\Phi) \cdot \cos(\kappa) + \cos(\Omega) \cdot \sin(\kappa) \\ m_{13} &= -\cos(\Omega) \cdot \sin(\Phi) \cdot \cos(\kappa) + \sin(\Omega) \cdot \sin(\kappa) \\ m_{21} &= -\cos(\Phi) \cdot \sin(\kappa) \\ m_{22} &= -\sin(\Omega) \cdot \sin(\Phi) \cdot \sin(\kappa) + \cos(\Omega) \cdot \cos(\kappa) \\ m_{23} &= \cos(\Omega) \cdot \sin(\Phi) \cdot \sin(\kappa) + \sin(\Omega) \cdot \cos(\kappa) \\ m_{31} &= \sin(\Phi) \\ m_{32} &= -\sin(\Omega) \cdot \cos(\Phi) \\ m_{33} &= \cos(\Omega) \cdot \cos(\Phi) \end{aligned}$$

กำหนด

$$\begin{aligned} X_c, Y_c, Z_c & \text{ คือ ค่าพิกัดวัตถุในระบบพิกัดกล้อง} \\ X, Y, Z & \text{ คือ ค่าพิกัดวัตถุในระบบพิกัดวัตถุ} \\ X_o, Y_o, Z_o & \text{ คือ ค่าพิกัดของจุดถ่ายภาพในระบบพิกัดวัตถุ} \end{aligned}$$

Ome, Phi, Kappa คือ ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหมุนระหว่างระบบพิกัดเคลื่อนที่กับระบบพิกัดวัตถุ

จากความสัมพันธ์ระหว่าง ระยะทางจากจุดภาพถึงจุดมูขยสำคัญ(Principle Point) กับมุมของรังสีแสงที่มาจากวัตถุ ตามรูปภาพที่ 2.5 ในงานวิจัยของ (Ellen Schwalbe, 2005) สามารถสร้างสมการโดยเทียบกับระยะทางจากจุดภาพที่มากที่สุด นั่นคือ รัศมีของภาพถ่าย และมุมของรังสีแสงที่มากที่สุดของเลนส์ตาปลา คือ 90° จึงได้สมการที่ (2.2)

$$\frac{\alpha}{r} = \frac{90^\circ}{R} \quad (2.2)$$

โดยที่

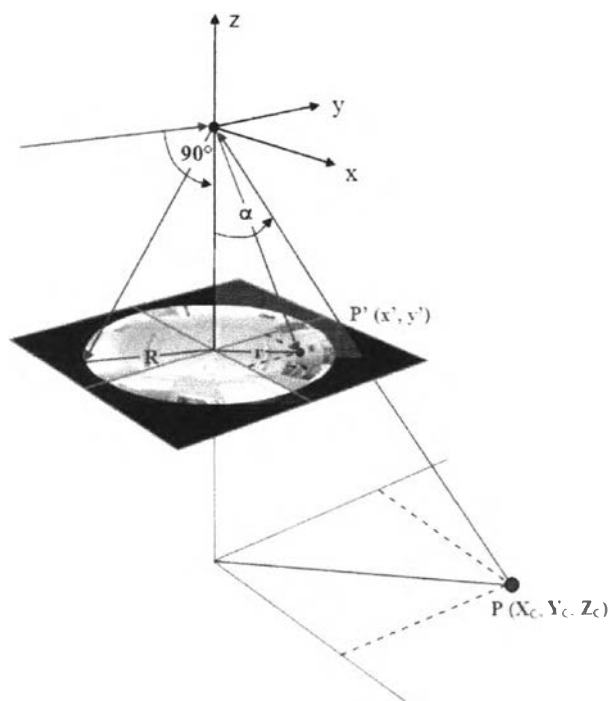
$$r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

กำหนด

α	คือ มุมของรังสีแสงที่มาจากวัตถุ
r	คือ ระยะทางของจุดภาพจากจุดมูขยสำคัญ
R	คือ รัศมีของภาพถ่ายจากจุดมูขยสำคัญ
x', y'	คือ ค่าพิกัดวัตถุในระบบพิกัดภาพถ่าย

ในสมการ (2.2) ค่าพิกัดของวัตถุในระบบพิกัดภาพ x' และ y' ยังรวมกันอยู่ในรูปของ r ดังนั้นจึงต้องมีการแยกตัวแปรทั้งสองออกจากกัน โดยใช้สมบัติของเส้นตรงที่อยู่ในระนาบเดียวกันและแสดงได้ดังสมการ (2.3)

$$\frac{x'}{y'} = \frac{X_C}{Y_C} \quad (2.3)$$



รูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตระหว่างวัตถุกับจุดภาพในระบบพิกัดกล้อง

จากสมการที่ (2.2), (2.3) และสมบัติทางตรีโกณมิติตามรูปภาพที่ 2.9 ทำการจัดรูปของสมการใหม่ เพื่อให้อยู่ในรูปของสมการค่าสังเกตได้ดังสมการที่ (2.4)

$$r = \frac{2R}{\pi} \cdot \alpha$$

$$\sqrt{x'^2 + y'^2} = \frac{2R}{\pi} \cdot \arctan \frac{\sqrt{Xc^2 + Yc^2}}{Zc} \quad ; \text{ จาก } \tan \alpha = \frac{\sqrt{Xc^2 + Yc^2}}{Zc}$$

$$\sqrt{x'^2 + \left(\frac{Yc}{Xc} \cdot x'\right)^2} = \frac{2R}{\pi} \cdot \arctan \frac{\sqrt{Xc^2 + Yc^2}}{Zc} \quad ; \text{ จาก } \frac{x'}{y'} = \frac{Xc}{Yc}$$

$$x' \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{Yc}{Xc}\right)^2} = \frac{2R}{\pi} \cdot \arctan \frac{\sqrt{Xc^2 + Yc^2}}{Zc}$$

$$x' = \frac{\frac{2R}{\pi} \cdot \arctan \frac{\sqrt{Xc^2 + Yc^2}}{Zc}}{\sqrt{1 + \left(\frac{Yc}{Xc}\right)^2}} \tag{2.4}$$

การหาสมการ y' นั้นก็ทำได้ในรูปแบบเดียวกันได้ดังสมการ (2.5)

$$y' = \frac{\frac{2R}{\pi} \cdot \arctan \frac{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}}{Z_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_c}{Y_c}\right)^2}} \quad (2.5)$$

จากสมการที่ (2.4) และ (2.5) เมื่อเพิ่มค่าพารามิเตอร์เพื่อหาค่าองค์ประกอบของจุดमुखยสำคัญ (Principal Point) และความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวรัศมีและตามแนวเส้นสัมผัสจะได้แบบจำลองของเลนส์ตาปลา ดังสมการที่ (2.6)

$$x' = \frac{\frac{2R}{\pi} \arctan \frac{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}}{Z_c}}{\sqrt{\frac{Y_c^2}{X_c^2} + 1}} + x_h + dx + dtx \quad (2.6)$$

$$y' = \frac{\frac{2R}{\pi} \arctan \frac{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}}{Z_c}}{\sqrt{\frac{X_c^2}{Y_c^2} + 1}} + y_h + dy + dty$$

โดยที่

$$dx = (x' - x_h)(k_0 + k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^{-1})$$

$$dy = (y' - y_h)(k_0 + k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^{-1})$$

$$dtx = p_1 \cdot (r^2 + 2 \cdot (x' - x_h)^2) + 2 \cdot p_2 \cdot (x' - x_h)(y' - y_h)$$

$$dty = p_2 \cdot (r^2 + 2 \cdot (y' - y_h)^2) + 2 \cdot p_1 \cdot (x' - x_h)(y' - y_h)$$

กำหนด

x_h, y_h คือ ค่าพิกัดของจุดमुखยสำคัญในระบบพิกัดภาพถ่าย

k_0, k_1, k_2 คือ ค่าพารามิเตอร์ความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวรัศมี

p_1, p_2 คือ ค่าพารามิเตอร์ความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวเส้นสัมผัส

เมื่อได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเลนส์ตาปลาแล้ว ก็ใช้เทคนิคการแก้ปัญหาคด้วย Least Square Adjustment เพื่อหาค่าพารามิเตอร์จำนวน 14 ตัว อันได้แก่ ค่าการวางตัวภายใน (R, x_h, y_h) , ค่า

การวางตัวภายนอก($X_o, Y_o, Z_o, O_m, \Phi, K_a$) , ความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวรัศมี(k_o, k_1, k_2) และความเพี้ยนของเลนส์ตามแนวเส้นสัมผัส(p_1, p_2) ดังนั้น ในการหาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้จึงต้องมีจุดควบคุมภาพถ่ายอย่างน้อย 7 จุด(14 สมการ) ในการแก้ปัญหา

2.5 หลักการและทฤษฎีของการปรับแก้สี่ทศแควร์ (Least Square Adjustment)

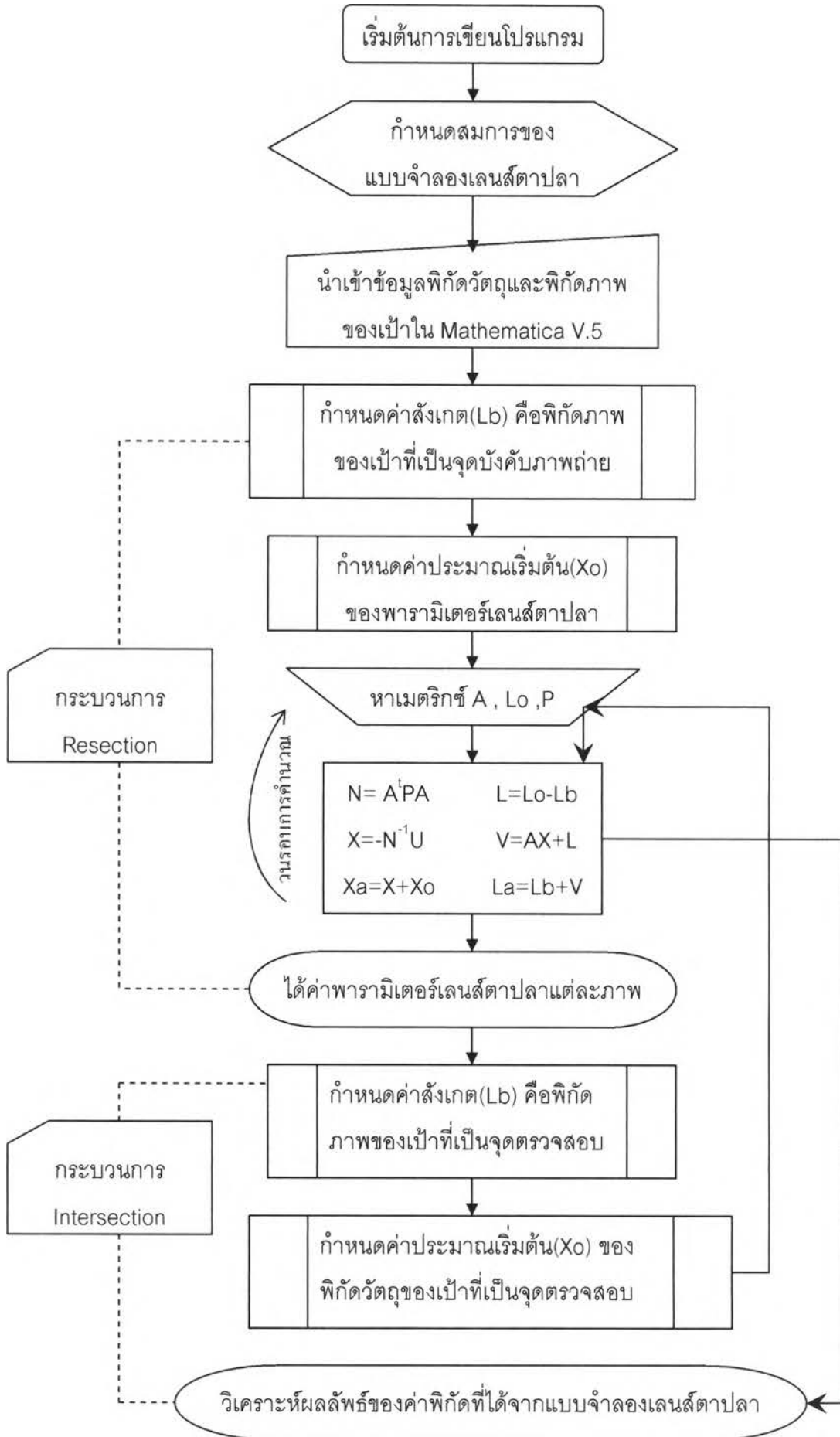
การคำนวณปรับแก้แบบจำลองเลนส์ตาปลา จะใช้เทคนิคสี่ทศแควร์ด้วยสมการค่าสังเกต โดยค่าสังเกตหรือค่าสังเกตเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์

$$L_a = F(X_a) \quad (2.7)$$

สามารถแสดงขั้นตอนการปรับแก้ด้วยสมการค่าสังเกตได้ดังนี้

Steps	Dimension
หาจำนวนพารามิเตอร์ (unknown parameters)	u
หาจำนวนค่าสังเกต (observations)	n
หา degree of freedom ; $r = n - u$	n-u
นำเข้าเวกเตอร์ของค่าสังเกต ; L_b	(n,1)
คาดคะเน σ_o^2 (a priori variance of unit weight)	scalar
weight of observations ; $P = \sigma_o^2 \sum_{L_b}^{-1}$	(n,n)
หา $A = \partial f / \partial X_a$	(n,u)
ประมาณค่าพารามิเตอร์ก่อนปรับแก้ (X_o)	(n,1)
คำนวณ $L_o = F(X_o)$	(n,1)
หา $L = L_o - L_b$	(n,1)
สร้าง normal matrix ; $N = A'PA$	(u,u)
สร้าง $U = A'PL$	(u,1)
คำนวณหา $X = -N^{-1}U$	(u,1)
$V = AX + L = L_a - L_b$	(n,1)
$X_a = X_o + X$	(u,1)
$L_a = L_b + V = L_o + AX$	(n,1)
คำนวณ โคแฟกเตอร์หรือเมตริกซ์ความแปรปรวน	

ตารางที่ 2.1 ขั้นตอนการปรับแก้ด้วยสมการค่าสังเกต



รูปที่ 2.10 การเขียนการคำนวณและวิเคราะห์ผลในงานวิจัยนี้