บทที่ 4
ผลการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ เป็นผลจากการศึกษาเปรียบเทียบค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error,RMSE) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการ 3 วิธี คือ วิธีโมเมนต์ตัดแปลง วิธีการประมาณค้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และ วิธีกำลังสองต่ำสุดเทียม เพื่อหาข้อสรุปว่าวิธีการใดจะให้ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองในแต่ละสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในการทดลอง โดยจะนำเสนอผลการวิจัยในรูปตารางและกราฟและเพื่อความสะดวกในการอธิบายจะขอใช้สัญลักษณ์ที่จะปรากฏในกราฟและตาราง ดังต่อไปนี้

MMOE หมายถึง วิธีโมเมนต์ตัดแปลง (Method of Modified Moment Estimation)

MLE หมายถึง วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood Estimation)

PLE หมายถึง วิธีกำลังสองต่ำสุดเทียม (Method of Pseudo Least-square Estimation)

N หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

D หมายถึง จุดตัดปลาย

การแจกแจงที่ถูกตัดปลายทางซ้าย (Left-Truncated Distribution) มีดังนี้

TLN หมายถึง แบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย

TEP หมายถึง แบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย

TPR หมายถึง แบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย

RMSE หมายถึง ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

* หมายถึง ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการประมาณต่ำสุด

สรุปผลการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี

การเปรียบเทียบความสามารถในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงที่ถูกตัดปลายทางซ้ายเมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย ทั้ง 3 วิธี เกณฑ์ที่ใช้การพิจารณาเปรียบเทียบคือ ค่าความ

คลาดเคลื่อนระหว่างค่าประมาณของพารามิเตอร์กับค่าจริงในรูปของค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) วิธีใดให้ค่า RMSE ต่ำกว่า จะเป็นวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงที่ถูกตัดปลายทางซ้ายเมื่อไม่ทราบจุดตัดปลายได้ดีกว่า

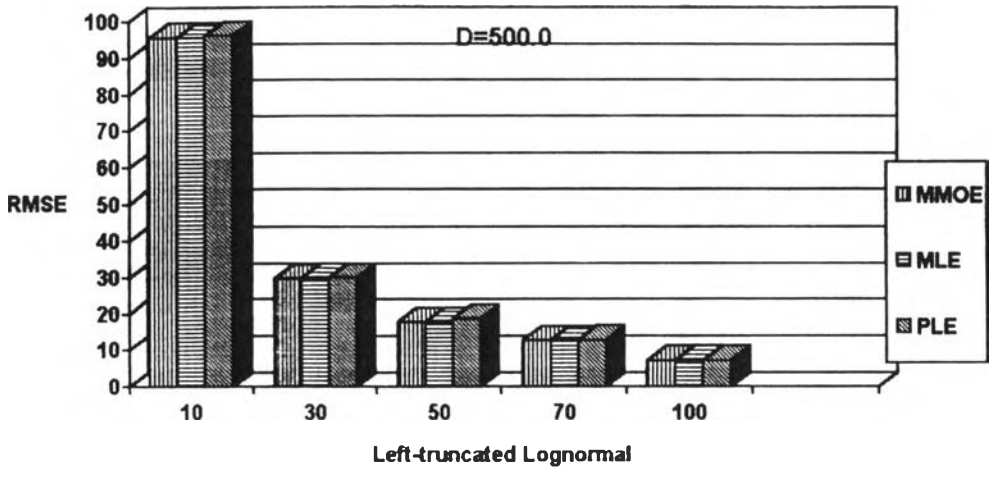
สำหรับขนาดตัวอย่างทุกขนาด (N=10, 30, 50, 70, 100) จุดตัดปลายทุกจุด (D=500, 1000, 1500, 2000, 3000) สำหรับการแจกแจงที่ถูกตัดปลายทางซ้ายทุกแบบคือ การแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย การแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย และการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย(TLN,TEP,TPR) สรุปผลได้ดังนี้คือ

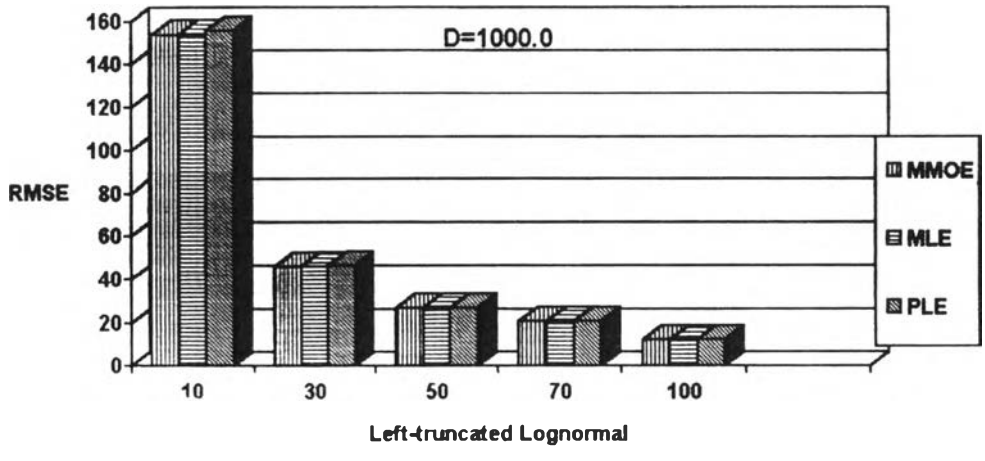
ตารางที่ 4.1 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบถอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (μ=6.5,σ=2)

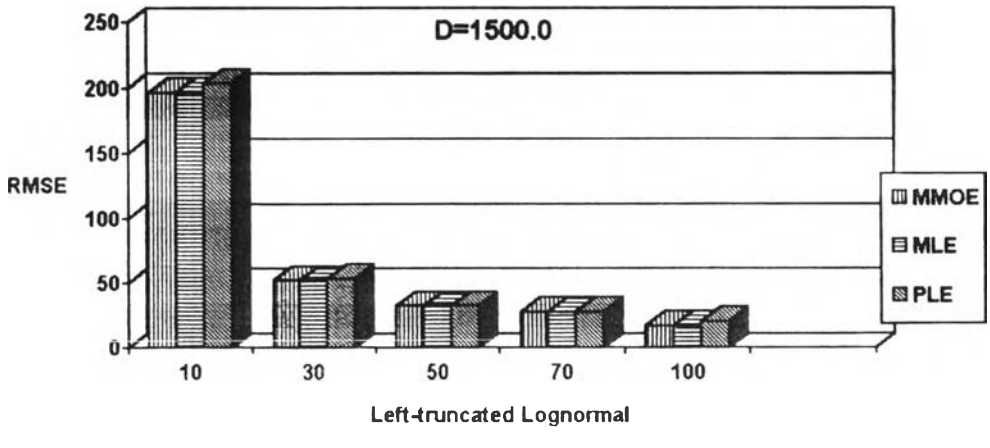
จุดตัดปลาย	ขนาดตัวอย่าง	RMSE		
(D)	(N)	MMOE	MLE	PLE
500	10	95.77834*	95.77908	96.17560
	30	29.73161*	29.73169	29.92215
	50	17.78552*	17.78564	18.58721
	70	12.76343*	12.76344	12.82037
	100	7.17189*	7.17200	7.24266
1000	10	153.97539*	153.97591	155.67688
	30	46.15755*	46.15758	46.35384
	50	26.74193*	26.74193	26.78790
	70	20.92207*	20.92215	21.00793
	100	12.34727*	12.34740	12.42871
1500	10	196.68988*	196.69022	203.59229
	30	52.30440*	52.30444	52.40329
	50	32.43585*	32.43587	32.46535
	70	27.65901*	27.65909	27.77843
	100	16.78354*	16.79365	20.31320
2000	10	242.3365*	242.33659	242.73592
	30	72.64554*	72.64554	72.77748
	50	45.56323*	45.56323	45.92816
	70	38.86359*	38.86363	39.20677
	100	20.38913*	20.38921	20.67685
3000	10	338.99270*	338.99951	339.37476
	30	125.41585*	125.41591	126.01396
	50	65.32718*	65.32724	65.38745
	70	44.93480*	44.93486	45.10049
	100	37.82018*	37.82033	38.11905

* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

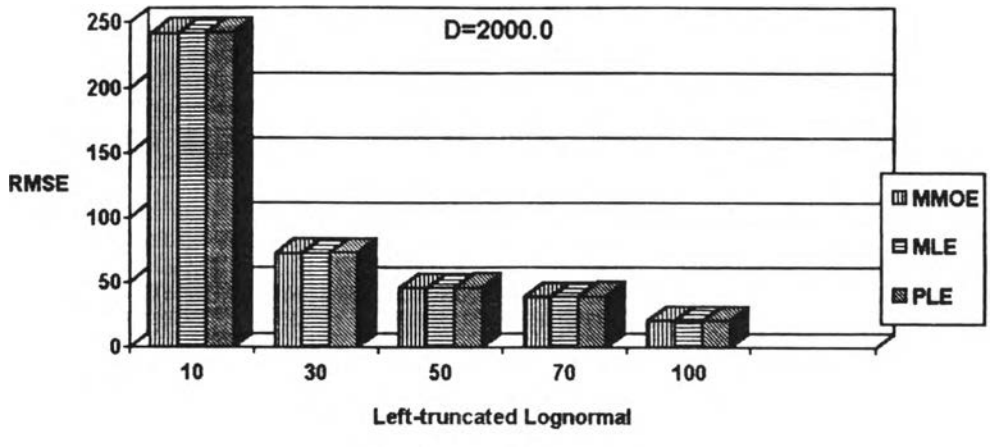
รูปที่ 4.1 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย (μ=6.5 , σ = 2.0)

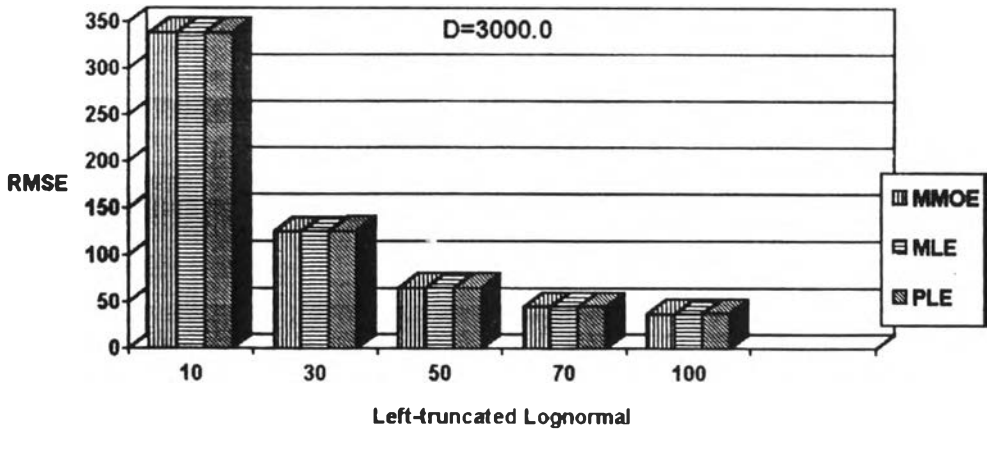




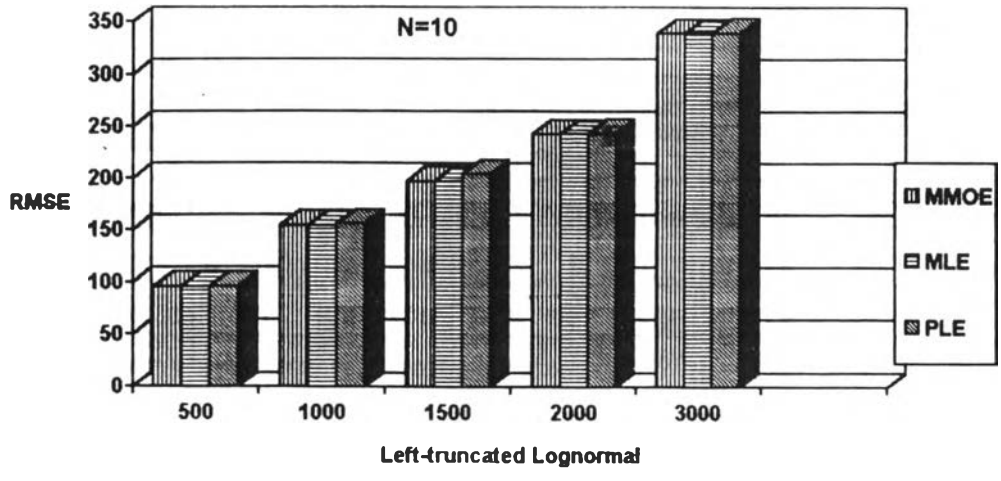


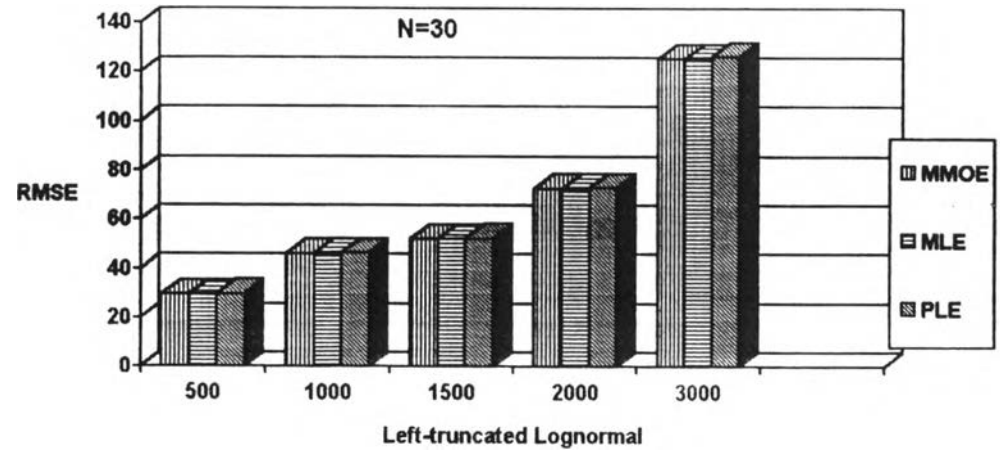
รูปที่ 4.1 (ต่อ)

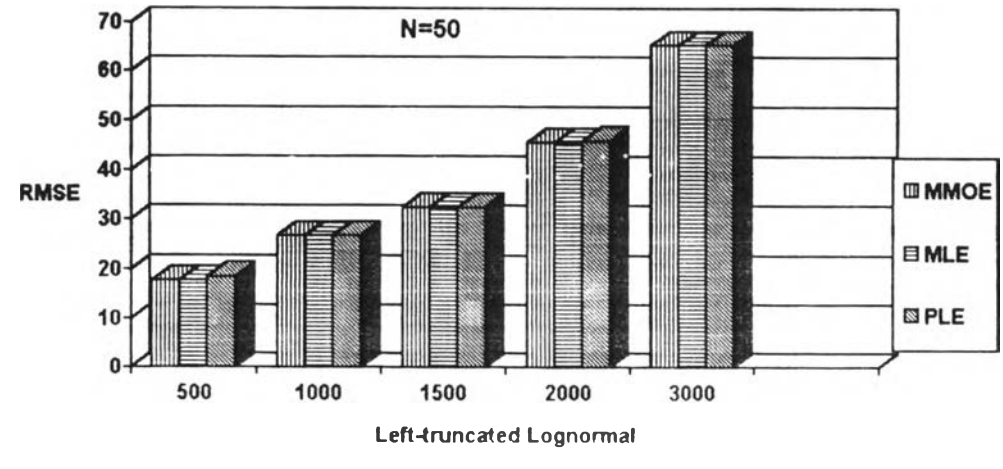

D=2000.0
RMSE
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
Left-truncated Lognormal
MMOE
MLE
PLE


D=3000.0
RMSE
350
300
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
Left-truncated Lognormal
MMOE
MLE
PLE

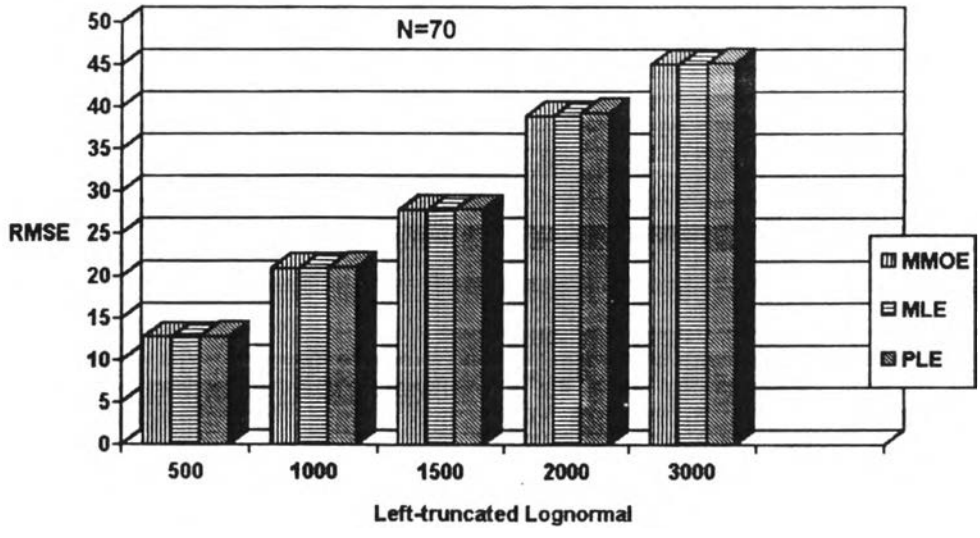
รูปที่ 4.2 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล ($\mu = 6.5$, $\sigma = 2.0$)

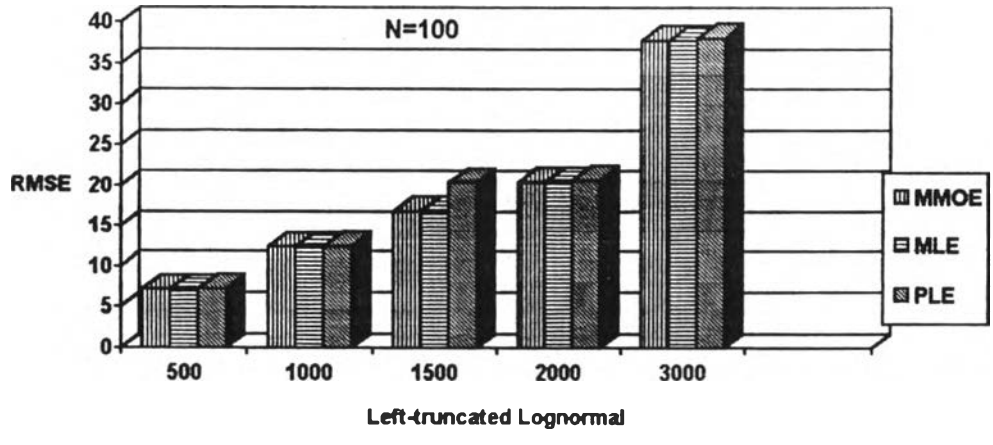






รูปที่ 4.2 (ต่อ)





จากตารางที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย ($\mu = 6.5$, $\sigma = 2.0$) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500, 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์คัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์คัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

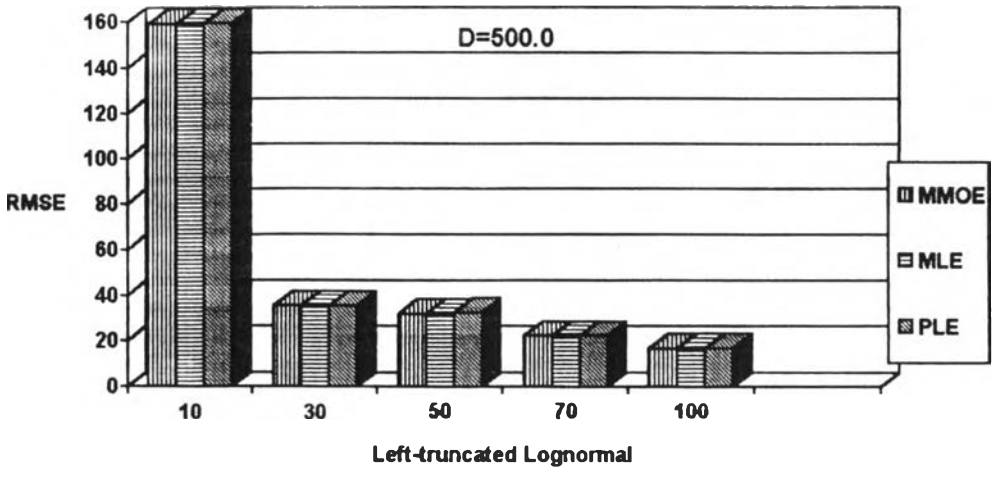
จากรูปที่ 4.1 - 4.2 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามจุดตัดปลายที่เพิ่มขึ้น

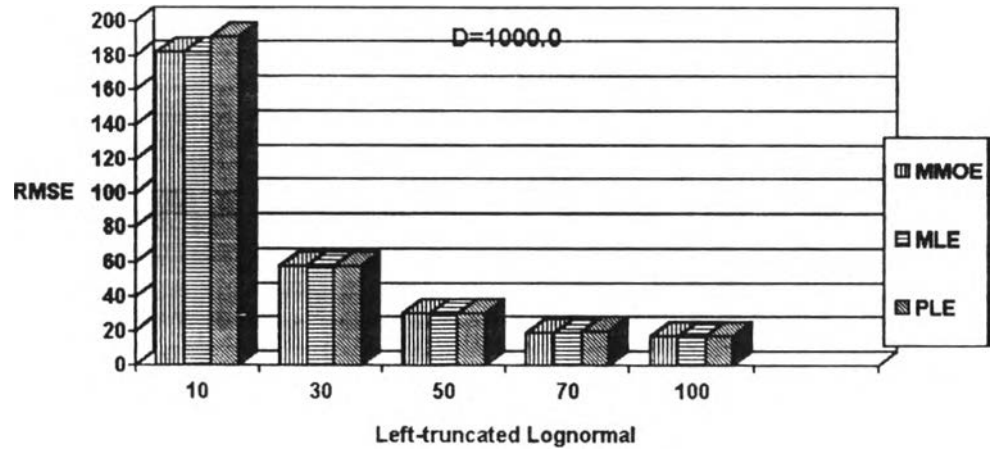
ตารางที่ 4.2 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (μ=7.5,σ=1.5)

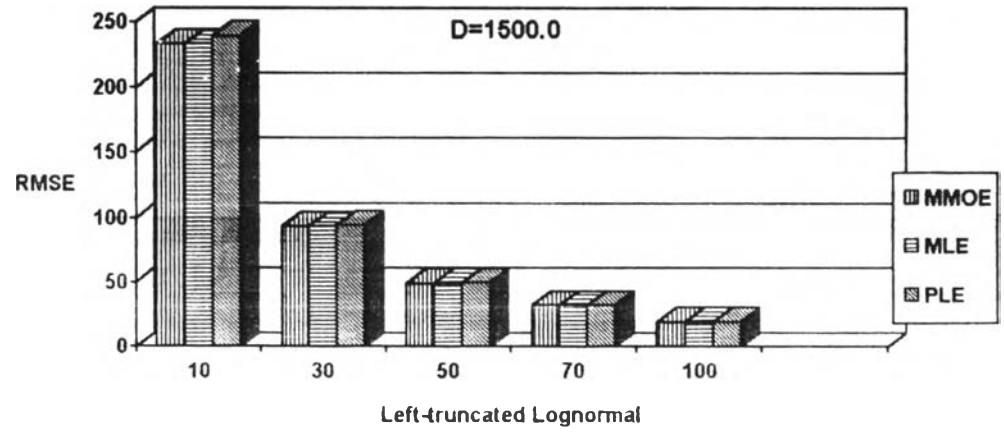
จุดตัดปลาย (D)	ขนาดตัวอย่าง (N)	RMSE		
		MMOE	MLE	PLE
500	10	159.39435*	159.39458	159.63733
	30	35.55603*	35.55603	35.57854
	50	31.9826*	31.98264	32.38226
	70	22.28119*	22.28162	22.31657
	100	16.87117*	16.87204	16.86545
1000	10	181.97829*	181.97841	191.12279
	30	58.06088*	58.06099	58.16609
	50	30.48877*	30.48903	30.55571
	70	19.34903*	19.34958	27.07417
	100	17.29088*	17.29158	17.37465
1500	10	233.54971*	233.54985	239.78888
	30	94.03148*	94.03154	94.79248
	50	49.47022*	49.47037	49.51302
	70	32.3634*	32.36371	32.40280
	100	19.28638*	19.28690	19.50610
2000	10	252.98669*	252.98682	253.67899
	30	88.81972*	88.81984	89.05121
	50	41.54810*	41.54829	41.65820
	70	35.21204*	35.21236	35.32674
	100	24.98238*	24.98277	25.04900
3000	10	294.25684*	294.25684	294.51611
	30	128.36911*	128.36919	128.50302
	50	48.72438*	48.72459	48.76199
	70	44.83237*	44.83261	46.72493
	100	30.21666*	30.21704	31.17509

* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

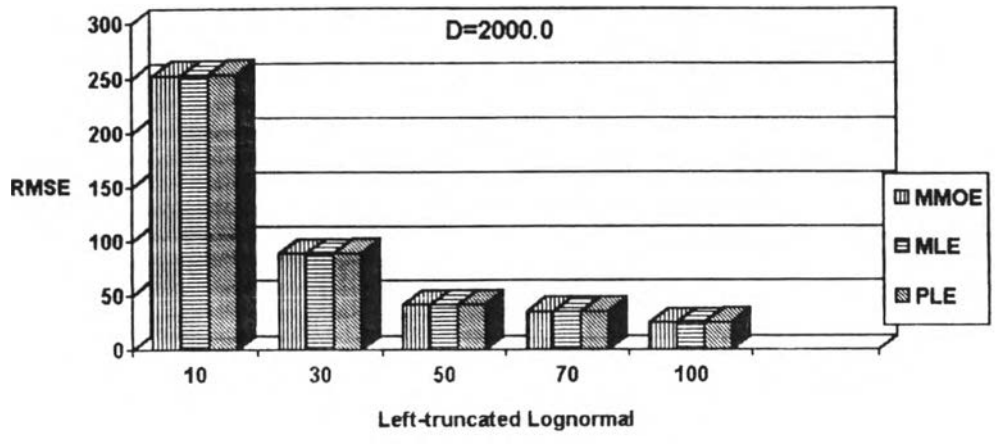
รูปที่ 4.3 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย (μ=7.5 , σ = 1.5)

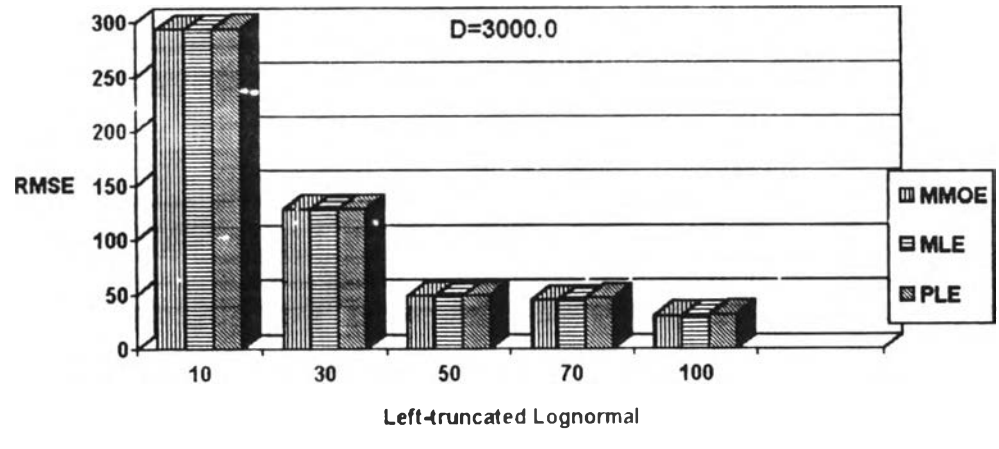




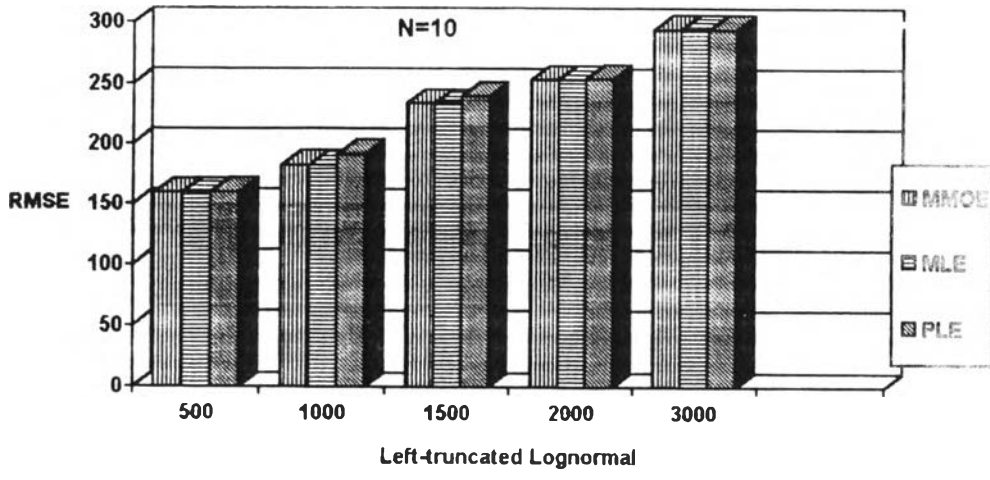


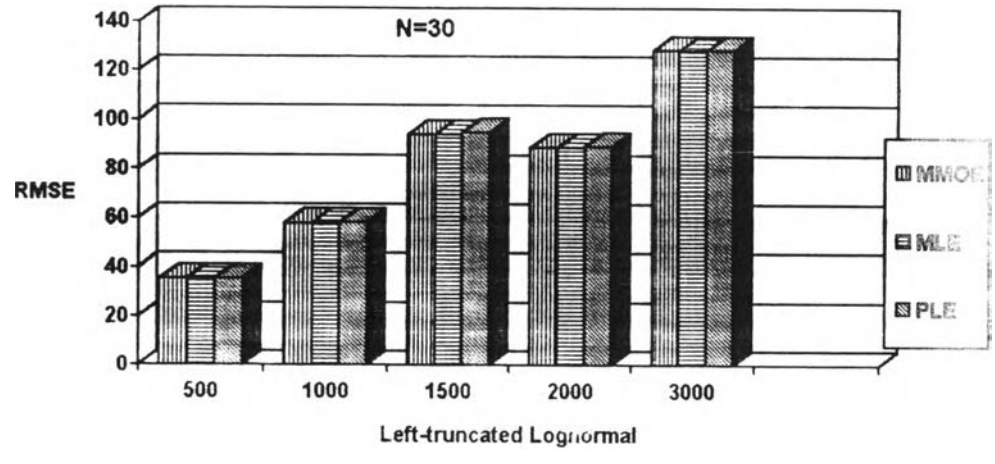
รูปที่ 4.3 (ต่อ)

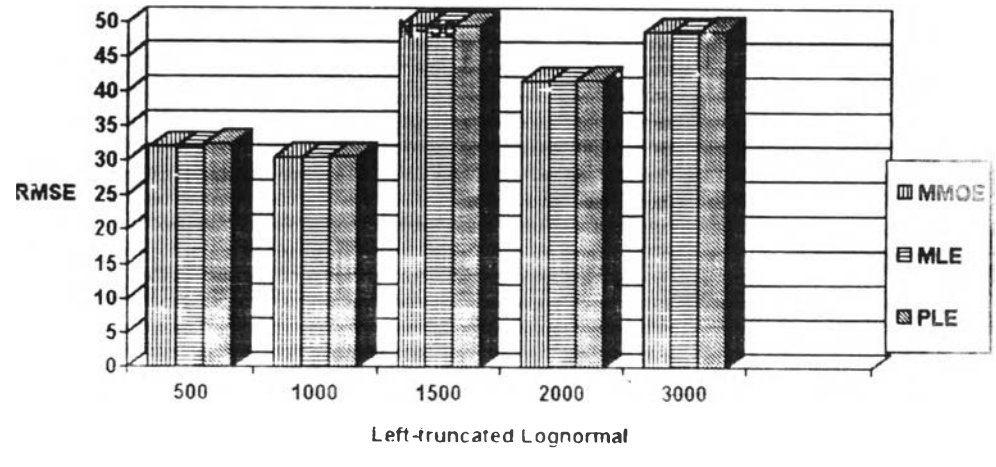

D=2000.0
RMSE
300
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Lognormal


D=3000.0
RMSE
300
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Lognormal

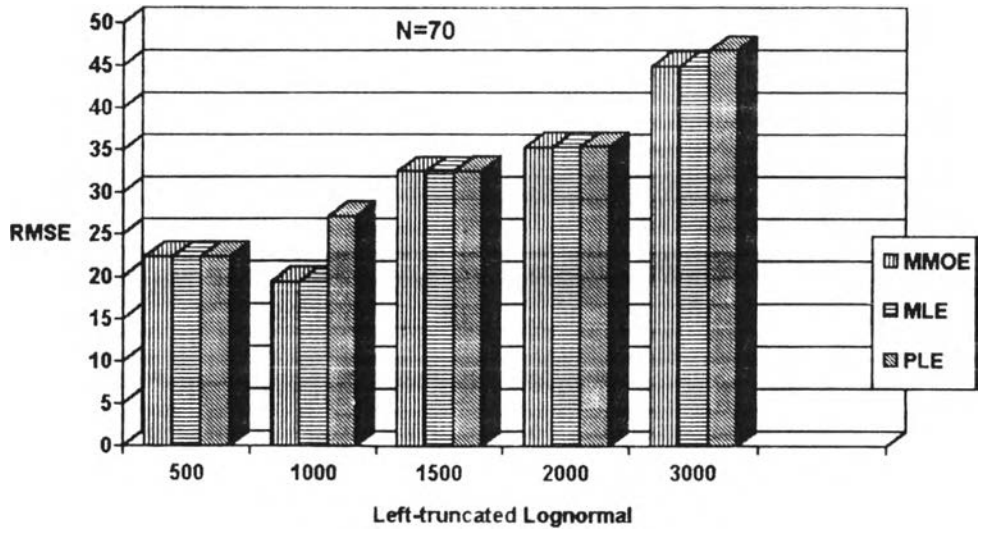
รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล (μ=7.5 , σ = 1.5)

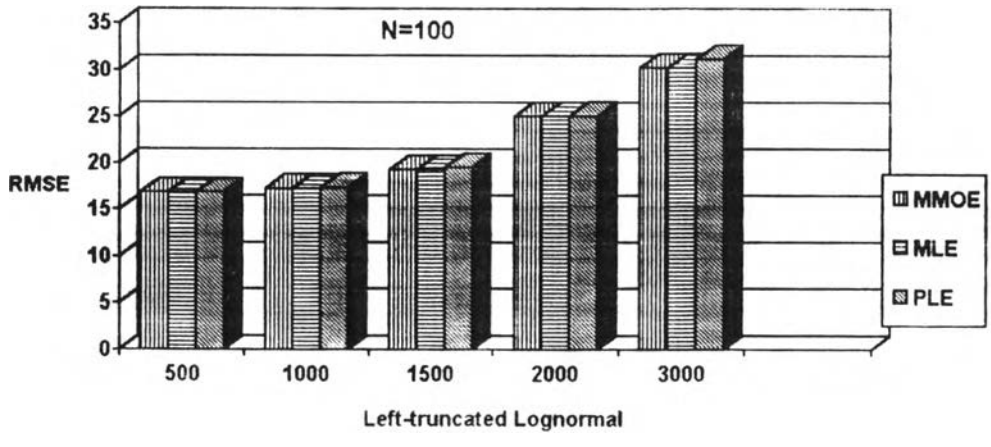






รูปที่ 4.4 (ต่อ)





จากตารางที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย (μ=7.5 , σ = 1.5) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500, 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์ดัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์ดัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

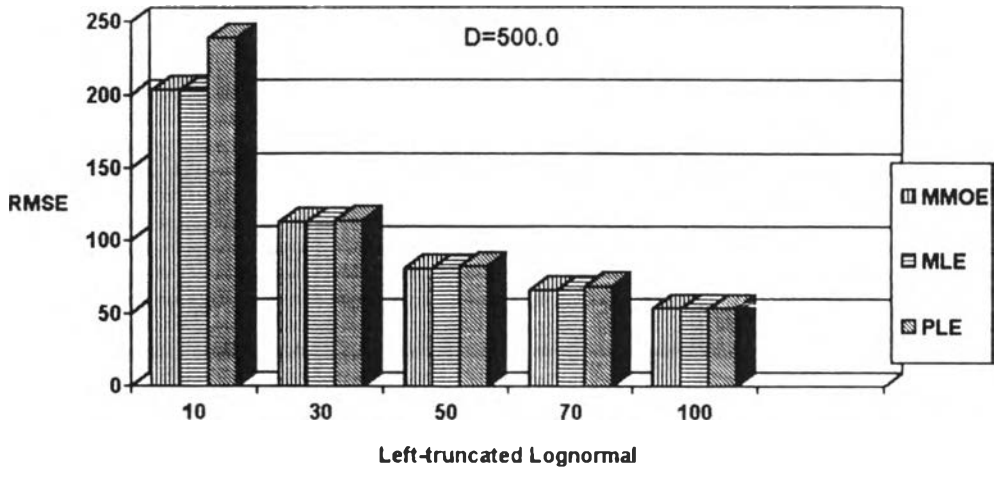
จากรูปที่ 4.3 - 4.4 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น ตามจุดตัดปลายที่เพิ่มขึ้น

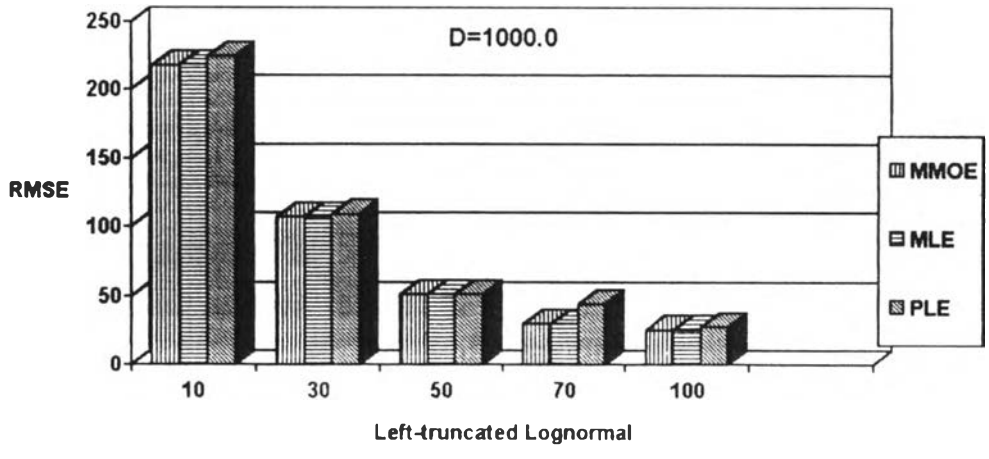
ตารางที่ 4.3 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (μ=8.5,σ=1.25)

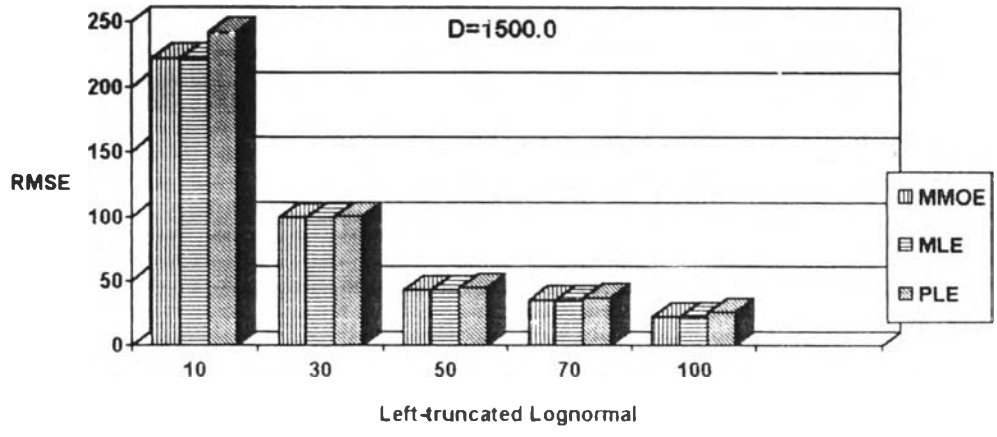
จุดตัดปลาย (D)	ขนาดตัวอย่าง (N)	RMSE		
		MMOE	MLE	PLE
500	10	203.21321*	203.33911	238.97427
	30	112.55257*	112.57388	113.70474
	50	80.59767*	80.64220	82.40706
	70	65.90880*	65.96864	68.63243
	100	53.14574*	53.24127	53.31122
1000	10	217.89771*	217.97647	224.43301
	30	107.37646*	107.40259	109.17627
	50	51.44701*	51.48470	51.50102
	70	30.30965*	30.31004	44.50053
	100	25.77119*	25.81786	27.85649
1500	10	222.26855*	222.33616	242.24373
	30	99.71606*	99.75227	100.57217
	50	42.84457*	42.88402	44.91316
	70	35.10109*	35.15288	36.99127
	100	22.22115*	22.26439	25.42282
2000	10	227.36897*	227.37491	250.05103
	30	93.19824*	93.24007	95.44205
	50	56.19820*	56.24086	56.91986
	70	39.85693*	39.89948	42.15186
	100	22.41994*	22.46931	24.47026
3000	10	269.58521*	269.61938	307.93433
	30	74.13243*	74.18536	75.24997
	50	45.81795*	45.86372	46.64644
	70	33.51338*	33.56128	34.08786
	100	28.85030*	28.85101	30.70259

* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

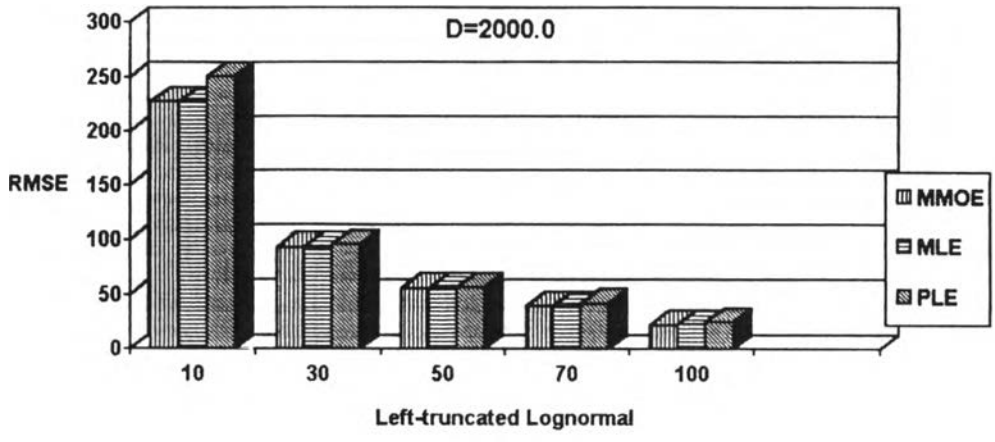
รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย ($\mu = 8.5$, $\sigma = 1.25$)

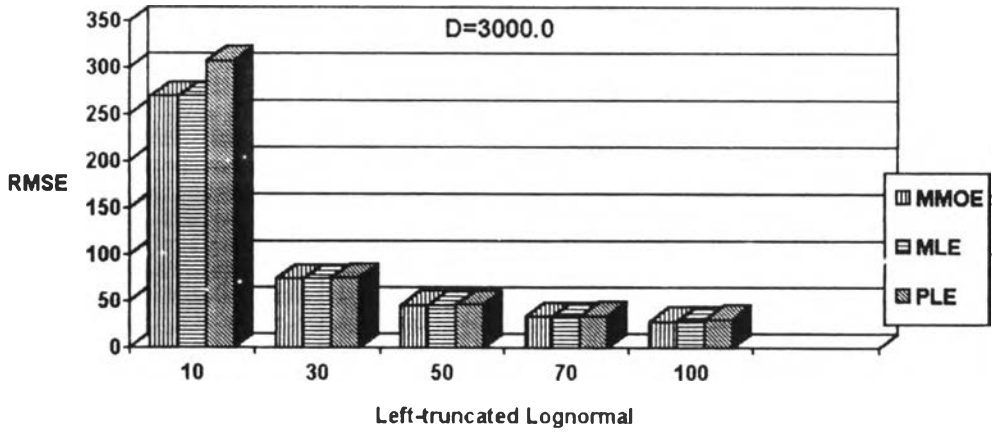




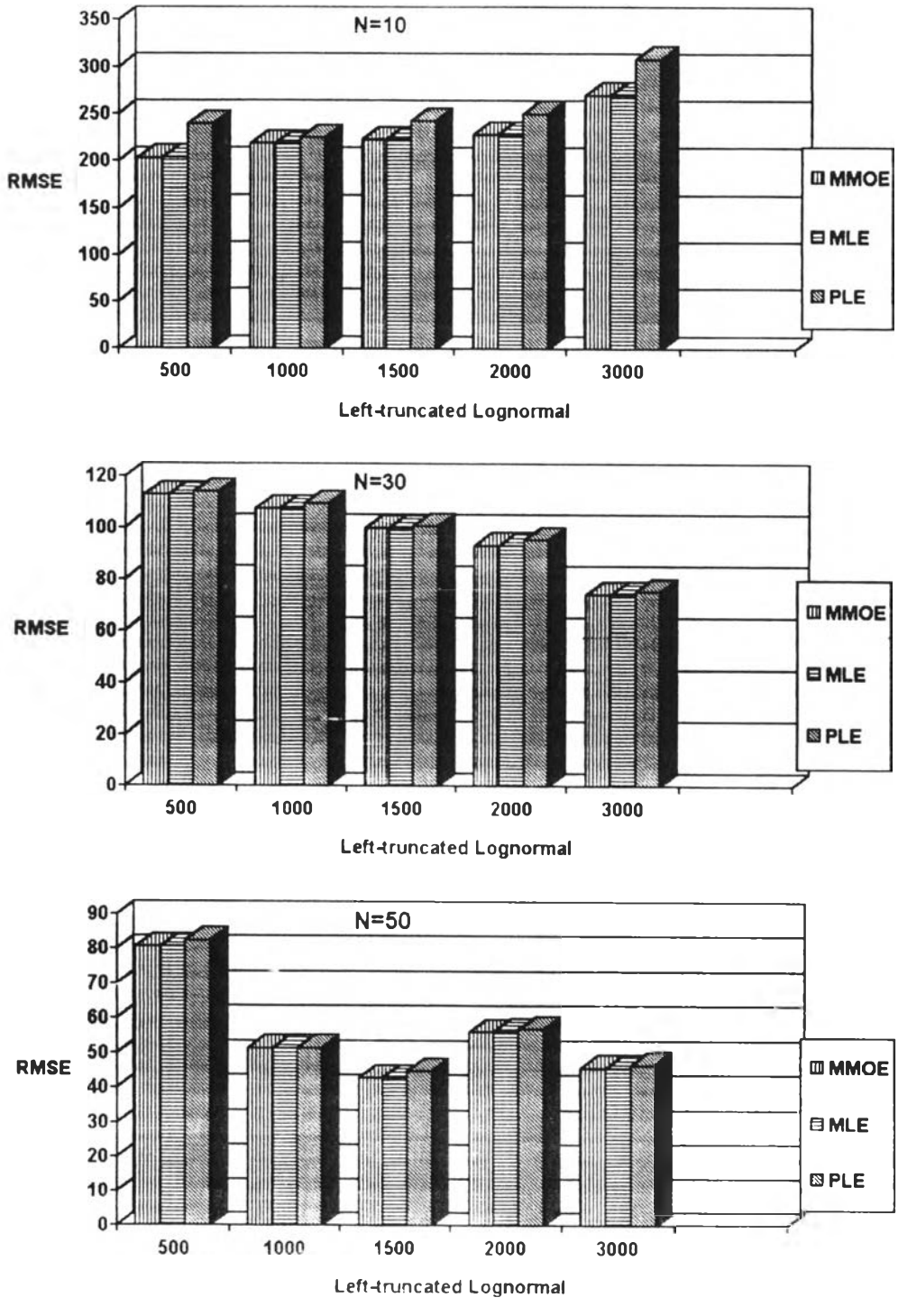


รูปที่ 4.5 (ต่อ)

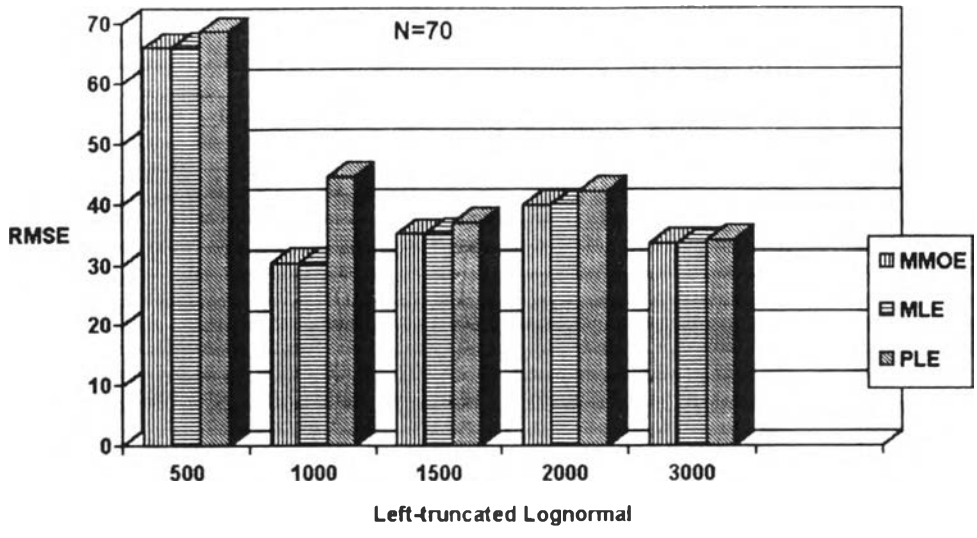

D=2000.0
RMSE
300
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
Left-truncated Lognormal
MMOE
MLE
PLE

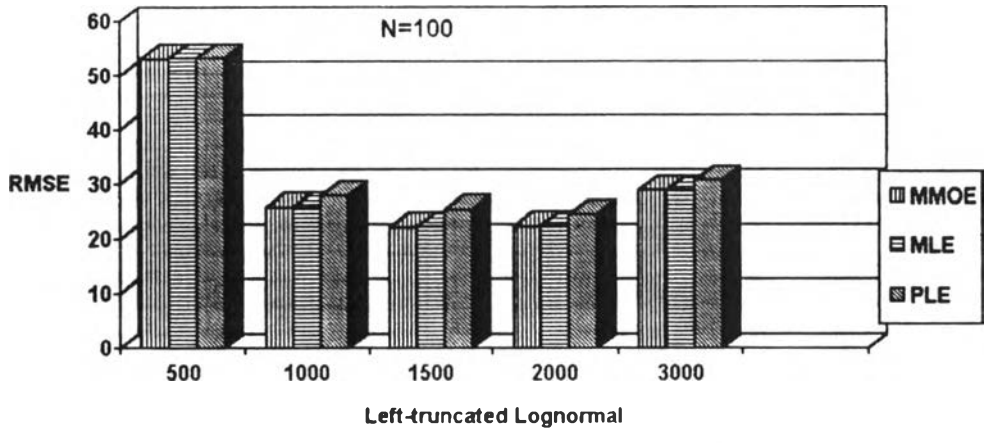

D=3000.0
RMSE
350
300
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
Left-truncated Lognormal
MMOE
MLE
PLE

รูปที่ 4.6 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล ($\mu = 8.5$, $\sigma = 1.25$)



รูปที่ 4.6 (ต่อ)





จากตารางที่ 4.3 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้าย ($\mu = 8.5$, $\sigma = 1.25$) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500, 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์ดัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์ดัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

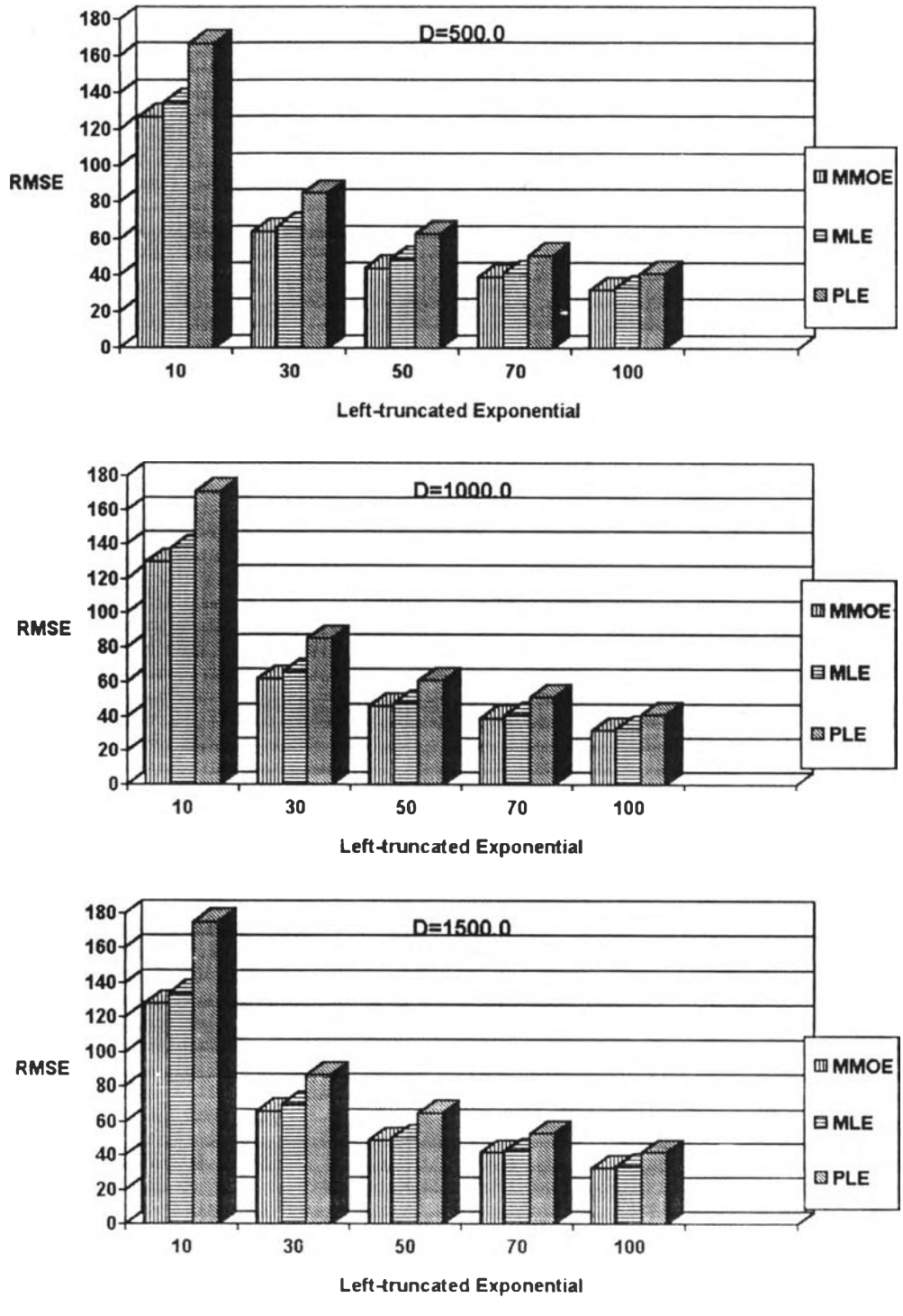
จากรูปที่ 4.5 - 4.6 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามจุดตัดปลายมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้น ขนาดตัวอย่าง 30 ที่จะลดลงตามจุดตัดปลายที่เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.4 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (θ=600)

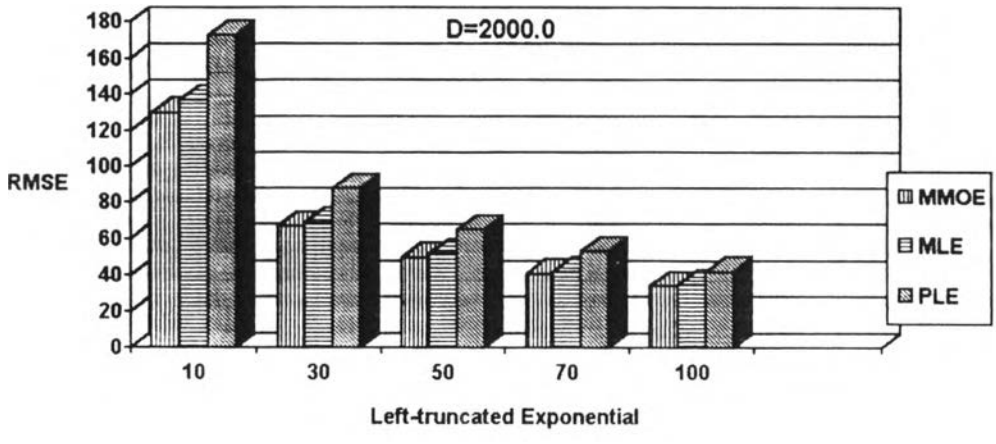
จุดตัดปลาย (D)	ขนาดตัวอย่าง (N)	RMSE		
		MMOE	MLE	PLE
500	10	127.08325*	135.99414	167.58667
	30	64.33325*	67.63138	85.77280
	50	47.31323*	49.31937	63.09721
	70	39.61926*	41.20041	51.09001
	100	32.43095*	33.58704	41.14684
1000	10	130.19409*	138.74390	171.62524
	30	62.91020*	66.73099	85.30531
	50	46.04446*	48.55132	61.46371
	70	39.21269*	40.96765	51.34853
	100	32.09050*	33.40269	41.83372
1500	10	128.15942*	134.42517	175.29858
	30	66.83707*	70.34996	87.89201
	50	49.46471*	51.67917	65.45462
	70	42.00061*	43.64948	53.14993
	100	33.74126*	34.89392	42.80507
2000	10	130.51440*	137.52440	173.26296
	30	67.01442*	69.87372	88.97905
	50	50.19061*	52.16377	65.24242
	70	41.44702*	42.94617	53.08823
	100	34.14984*	35.29848	42.74814
3000	10	132.13916*	137.17297	178.70691
	30	63.61111*	66.80942	86.24547
	50	47.87393*	49.78513	64.50836
	70	40.36113*	41.78421	52.57317
	100	33.18858*	34.18188	42.38356

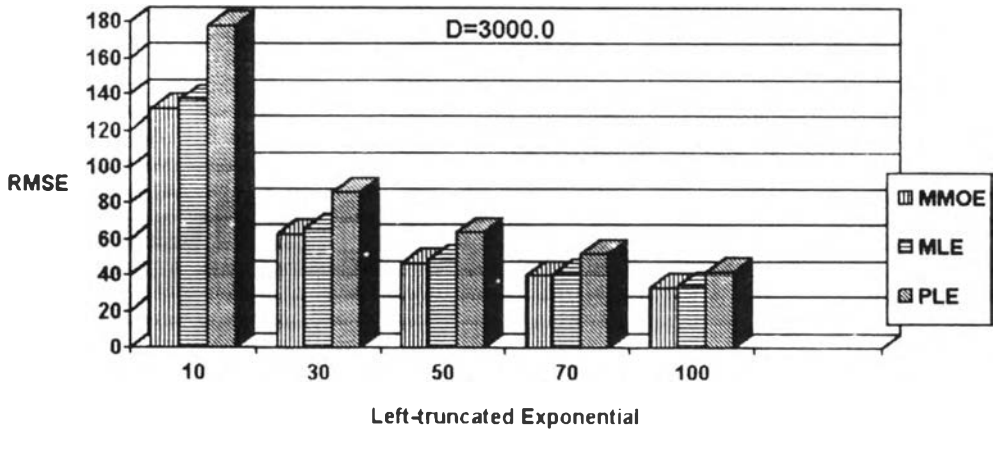
* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

รูปที่ 4.7 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย (θ=600)

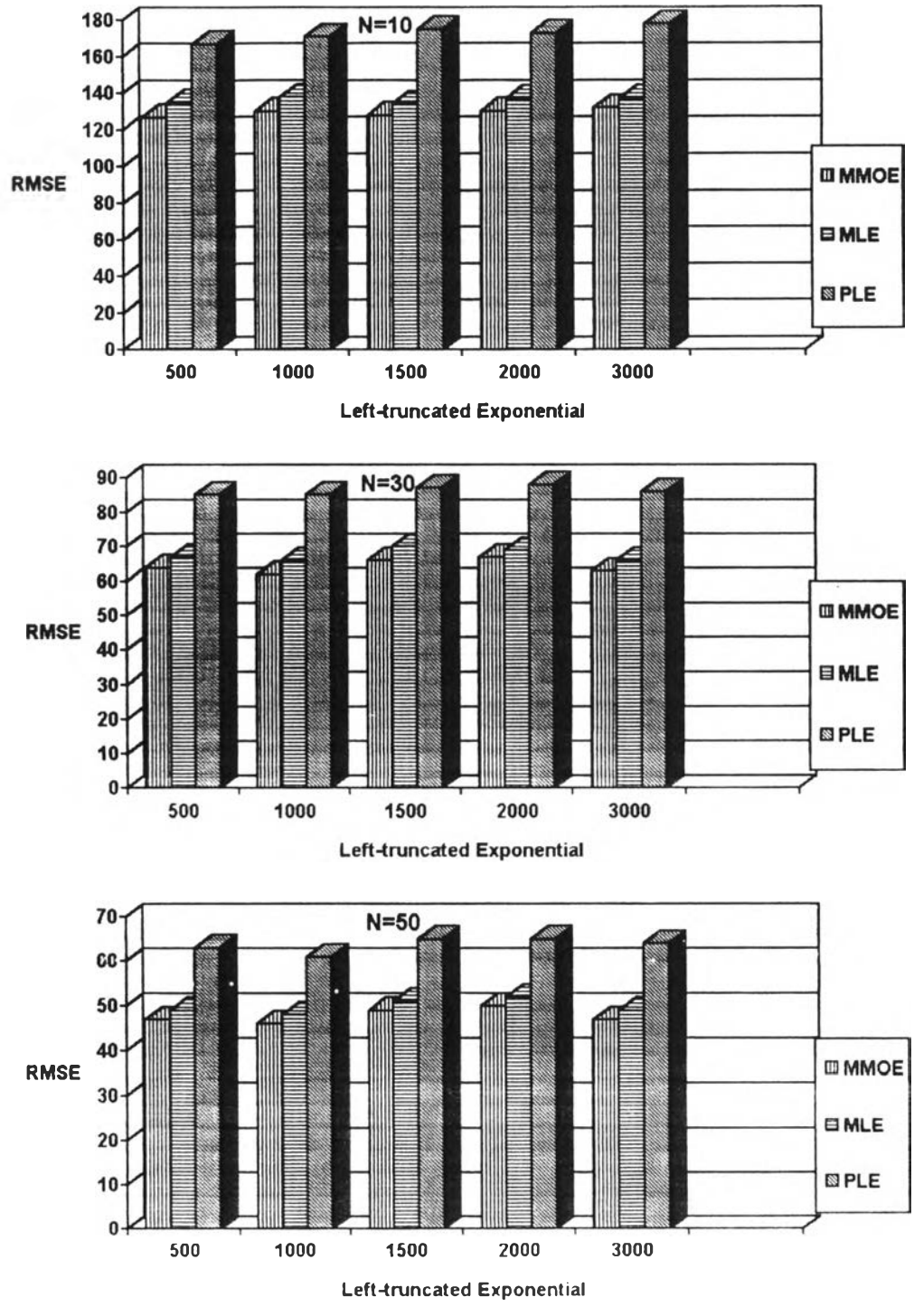


รูปที่ 4.7 (ต่อ)

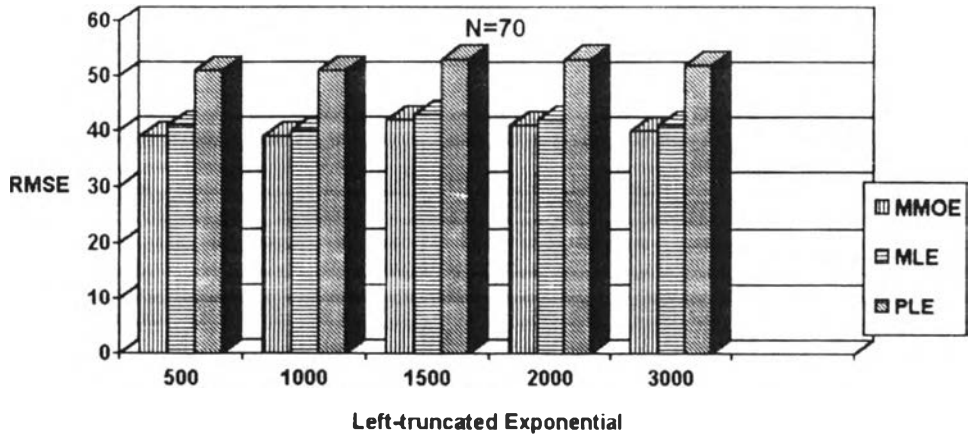

D=2000.0
RMSE
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Exponential

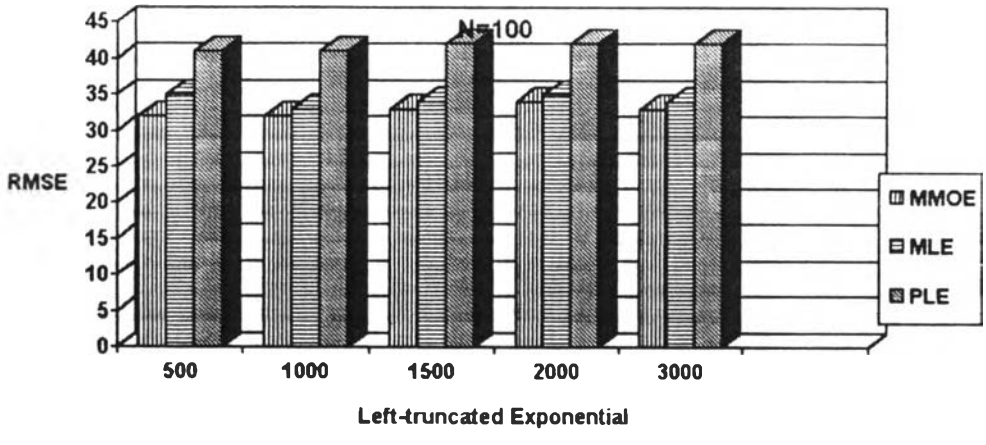

D=3000.0
RMSE
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Exponential

รูปที่ 4.8 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล ($\theta = 600$)



รูปที่ 4.8 (ต่อ)





จากตารางที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย(Θ=600) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500, 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์คัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์คัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

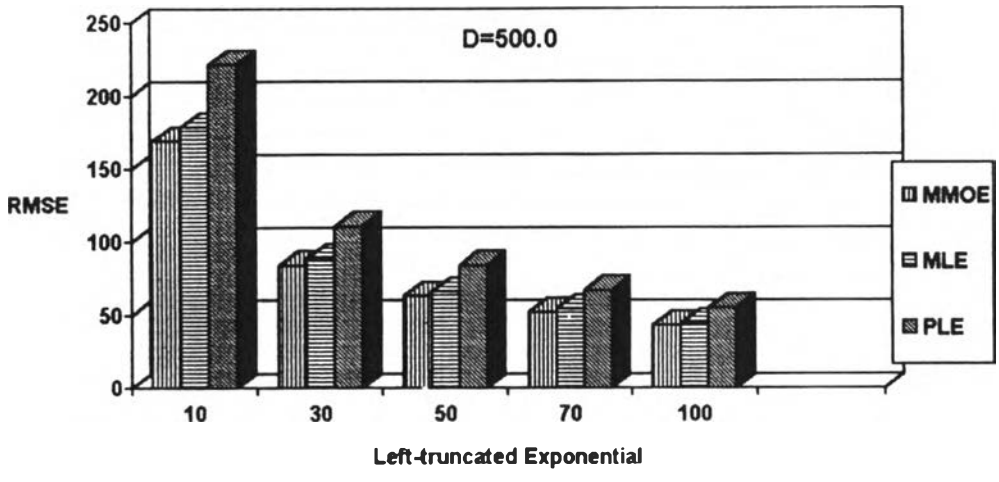
จากรูปที่ 4.3 - 4.4 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย เมื่อจุดตัดปลายมีค่าเพิ่มขึ้น

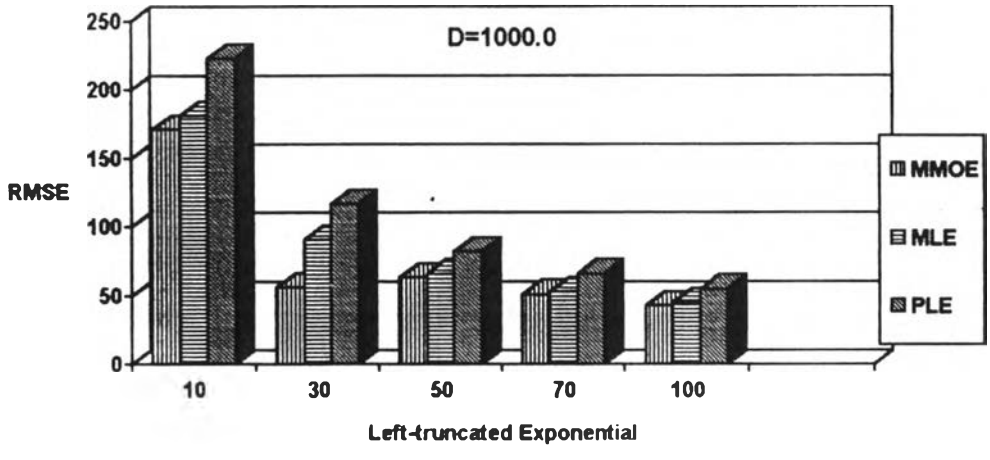
ตารางที่ 4.5 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (θ=800)

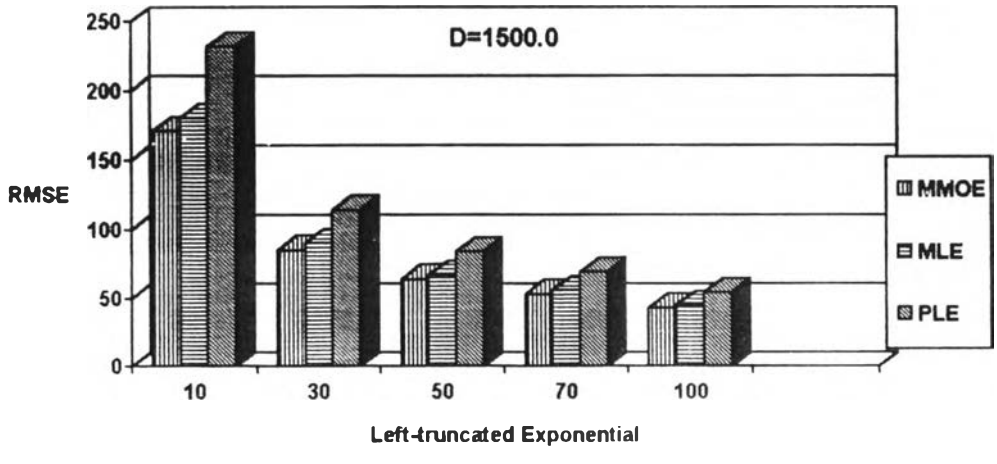
จุดตัดปลาย (D)	ขนาดตัวอย่าง (N)	RMSE		
		MMOE	MLE	PLE
500	10	169.36243*	179.66577	222.77100
	30	84.50459*	89.01814	111.85004
	50	63.63266*	66.46539	84.95801
	70	52.29927*	54.67493	67.6145
	100	43.15659*	44.60530	55.34218
1000	10	171.93030*	181.86108	223.96936
	30	86.30818*	91.52838	117.17081
	50	63.36971*	66.78958	82.81465
	70	51.43396*	53.90974	66.59087
	100	43.38069*	45.00853	55.40099
1500	10	171.72339*	180.80078	232.56372
	30	85.56325*	90.15977	114.15309
	50	64.44710*	67.27446	84.59831
	70	53.85979*	56.11337	69.05905
	100	43.57385*	45.28310	54.98099
2000	10	170.88208*	179.23572	233.73425
	30	89.11327*	93.79716	117.18735
	50	65.95399*	68.90671	87.27075
	70	56.00143*	58.20007	70.86746
	100	44.98914*	46.52538	57.07399
3000	10	172.31958*	180.31995	232.16870
	30	87.76720*	91.82348	119.15991
	50	64.18820*	66.99002	85.32950
	70	54.52184*	56.60982	69.95987
	100	43.70184*	45.27103	56.24226

* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

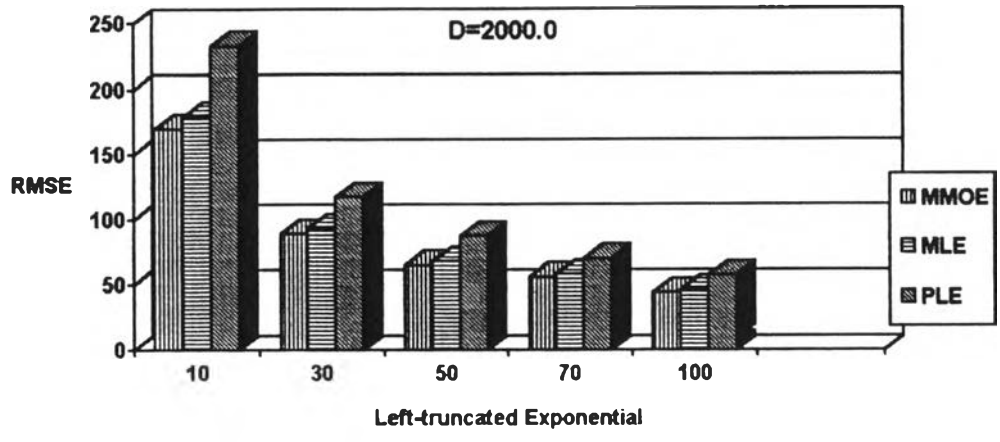
รูปที่ 4.9 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย (θ=800)

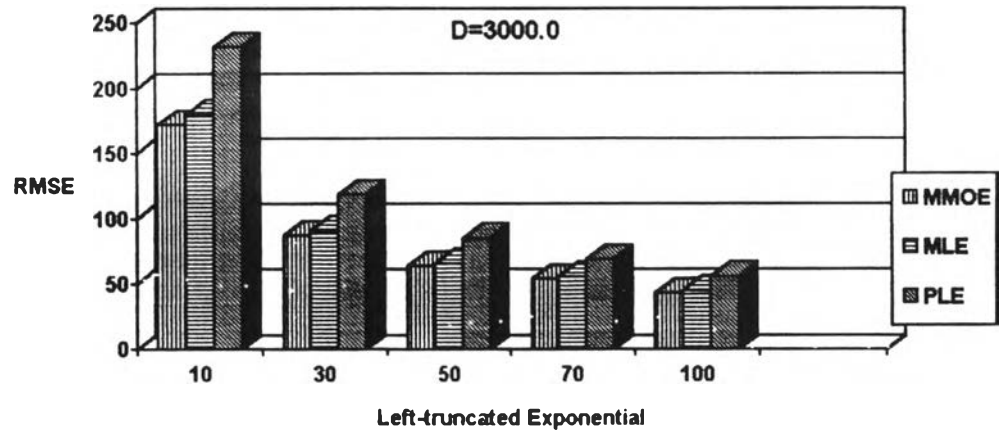




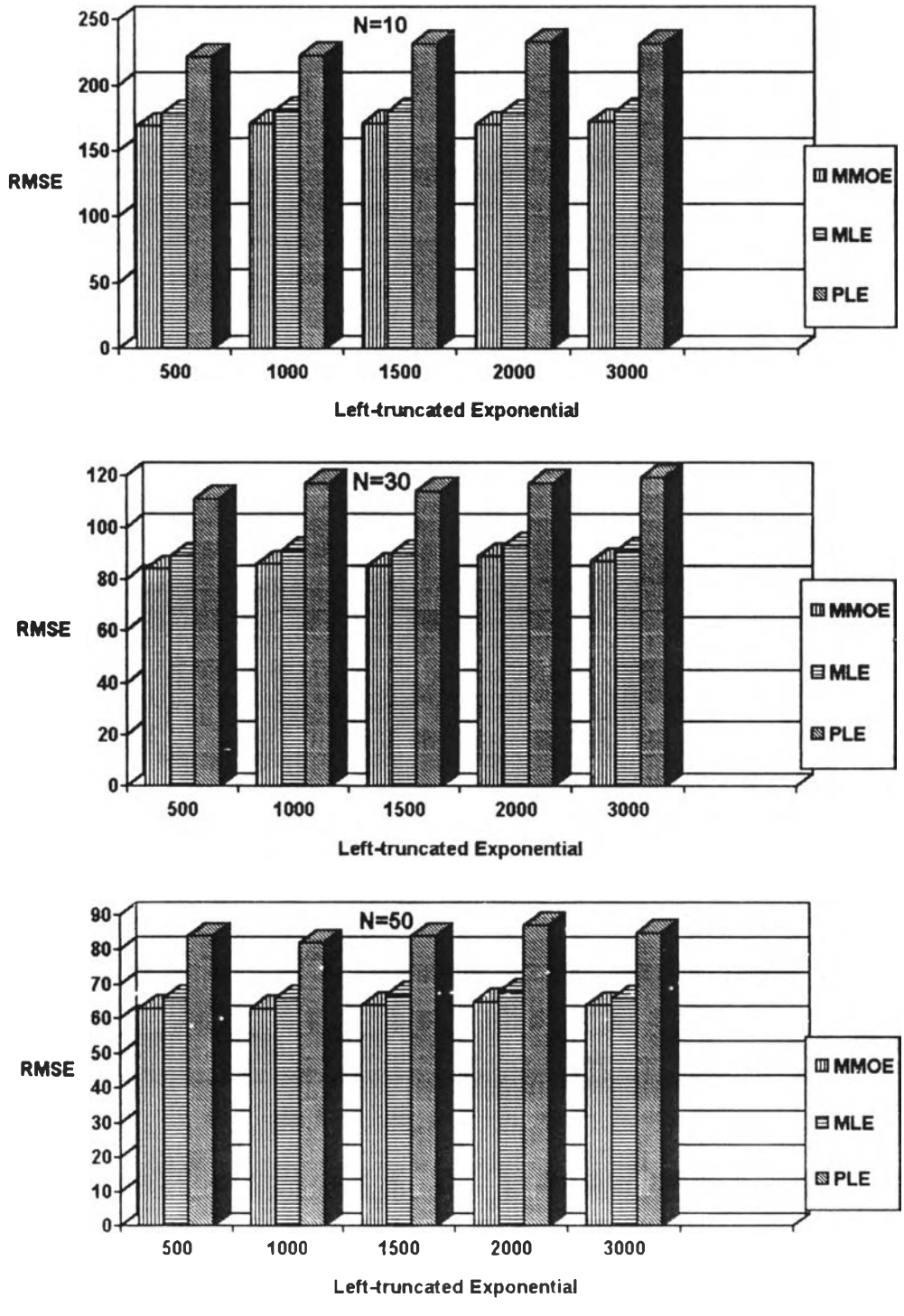


รูปที่ 4.9 (ต่อ)

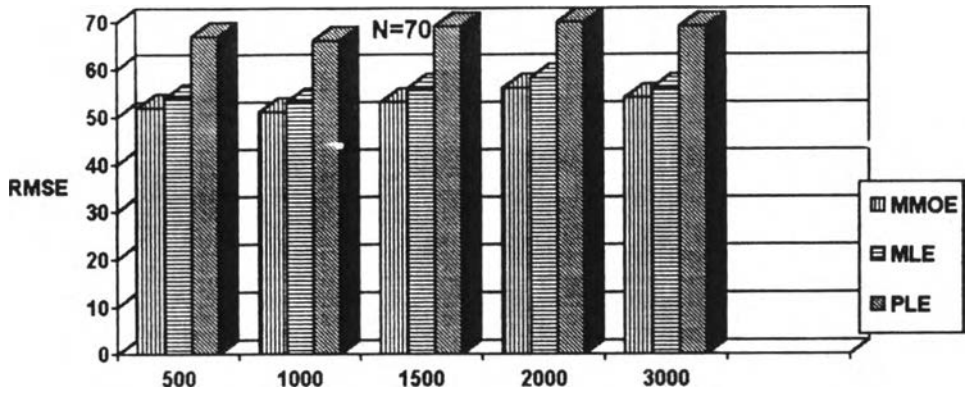

D=2000.0
RMSE
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Exponential

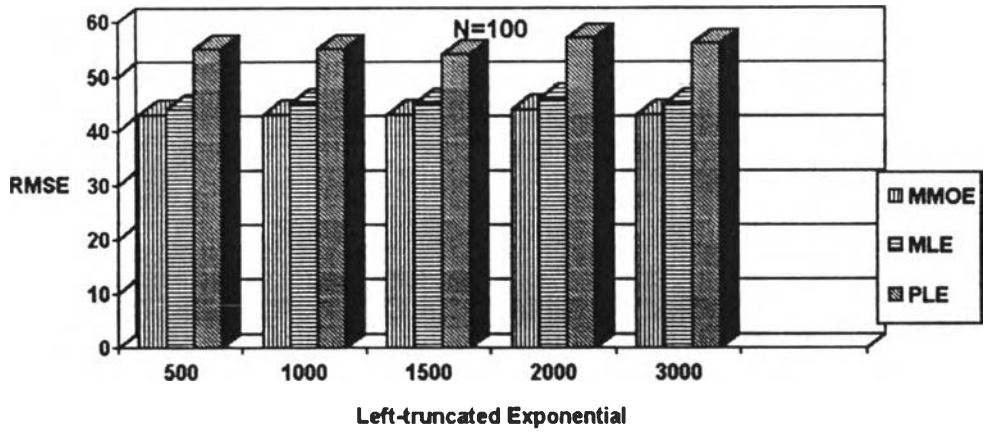

D=3000.0
RMSE
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Exponential

รูปที่ 4.10 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล (θ = 800)



รูปที่ 4.10 (ต่อ)





จากตารางที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย (θ = 800) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500. 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์คัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์คัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

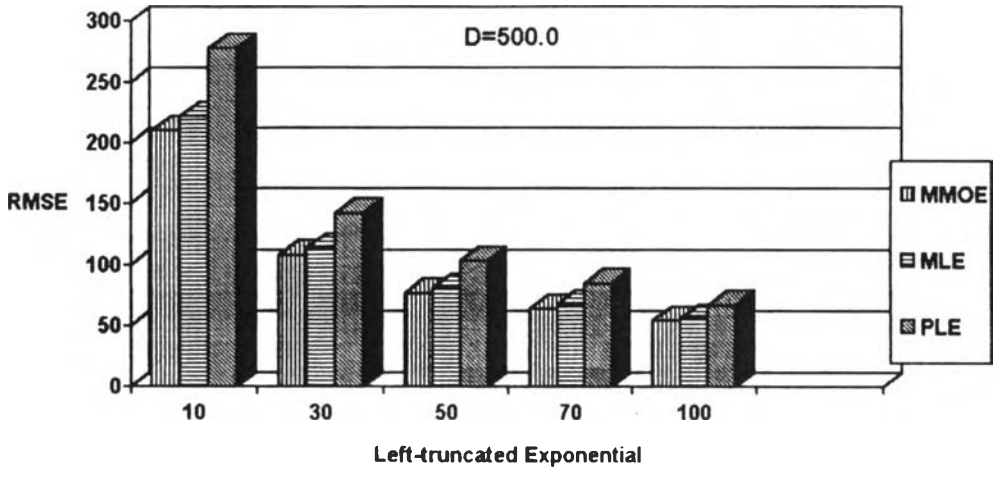
จากรูปที่ 4.3 - 4.4 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย เมื่อจุดตัดปลายมีค่าเพิ่มขึ้น

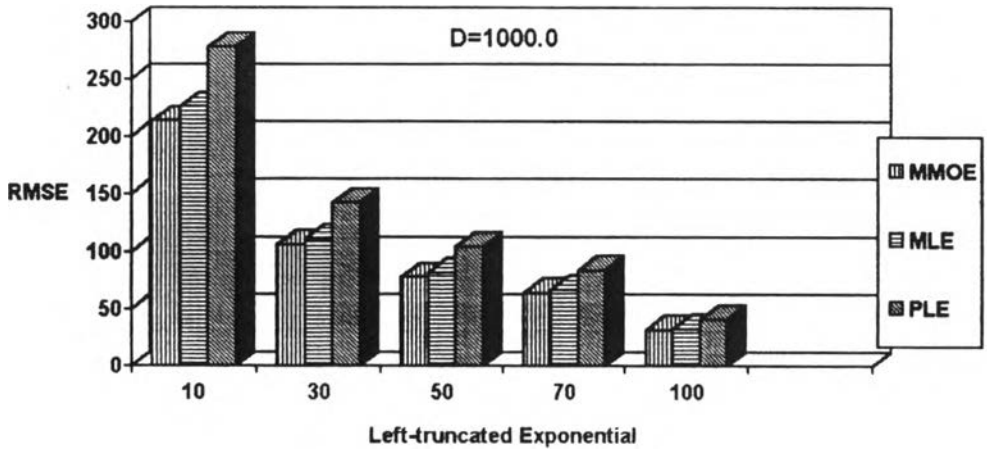
ตารางที่ 4.6 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (θ=1000)

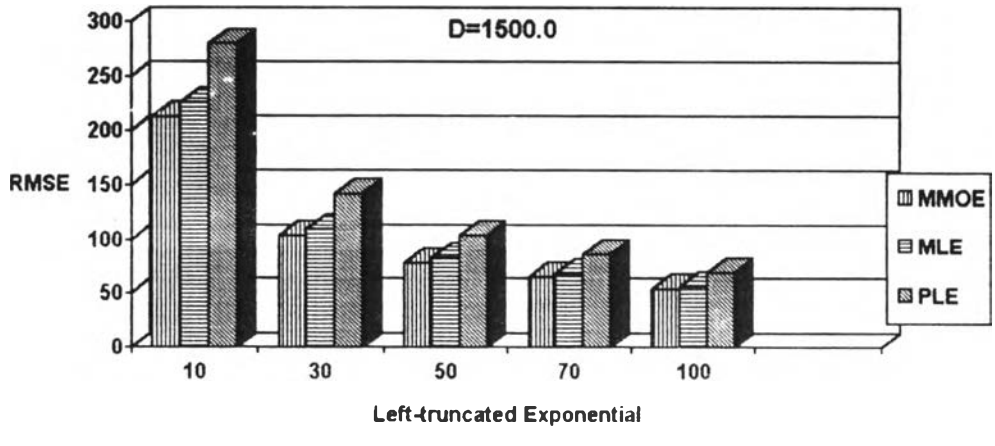
จุดตัดปลาย (D)	ขนาดตัวอย่าง (N)	RMSE		
		MMOE	MLE	PLE
500	10	210.59485*	222.96875	278.84644
	30	108.83315*	114.61545	142.65271
	50	77.72878*	81.05969	103.70331
	70	64.70514*	67.13792	85.27997
	100	54.11874*	55.90599	67.88171
1000	10	214.16492*	226.05042	278.69556
	30	106.15878*	111.18459	142.91687
	50	78.91823*	82.72934	104.48903
	70	64.88329*	67.66957	84.63252
	100	52.99538*	54.96202	67.33759
1500	10	213.45557*	226.66897	280.48437
	30	104.15677*	110.38191	142.20056
	50	78.98846*	83.09621	104.08197
	70	65.83611*	68.76381	86.68163
	100	54.08733*	56.25941	69.06230
2000	10	211.49976*	222.46838	288.72632
	30	106.56944*	112.24846	143.26282
	50	81.34952*	84.96208	105.96132
	70	67.29019*	70.04155	86.82292
	100	55.12457*	57.38726	69.33821
3000	10	212.26904*	223.54114	282.77979
	30	108.14558*	113.94893	144.27515
	50	81.20178*	84.53108	103.99051
	70	68.56639*	70.97217	86.61948
	100	55.96683*	57.87958	70.96231

* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

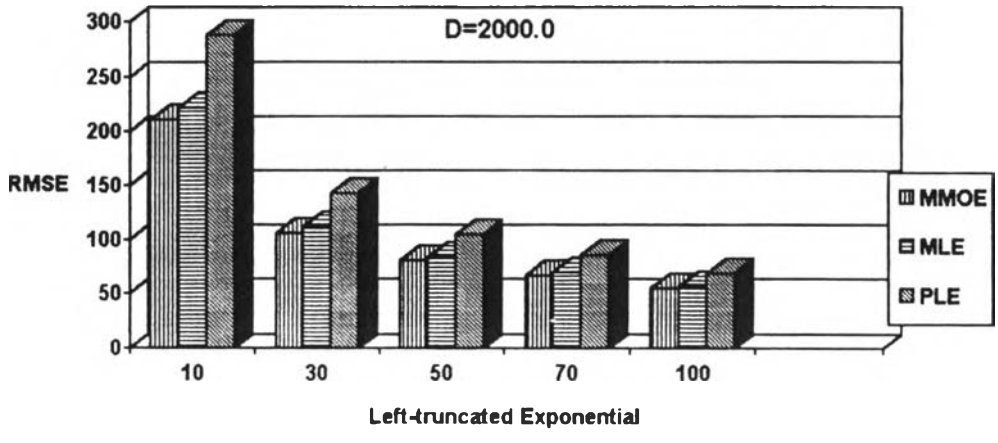
รูปที่ 4.11 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย (θ=1000)

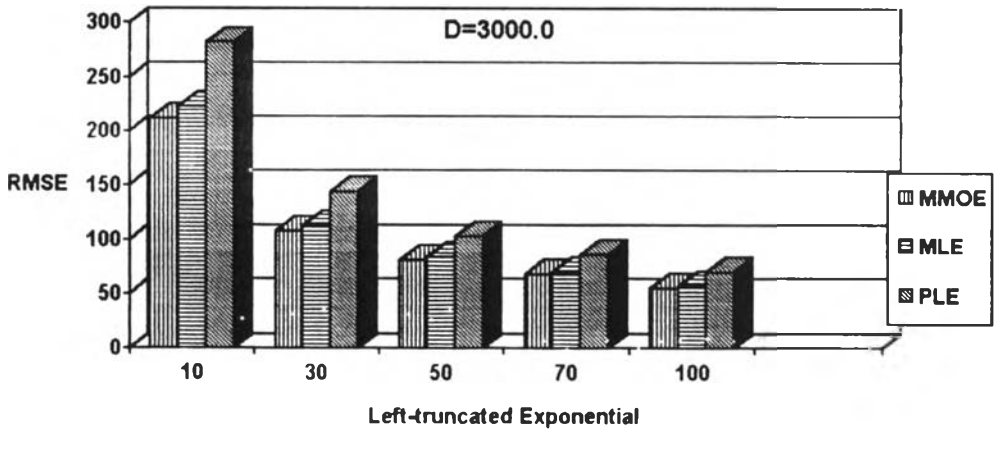




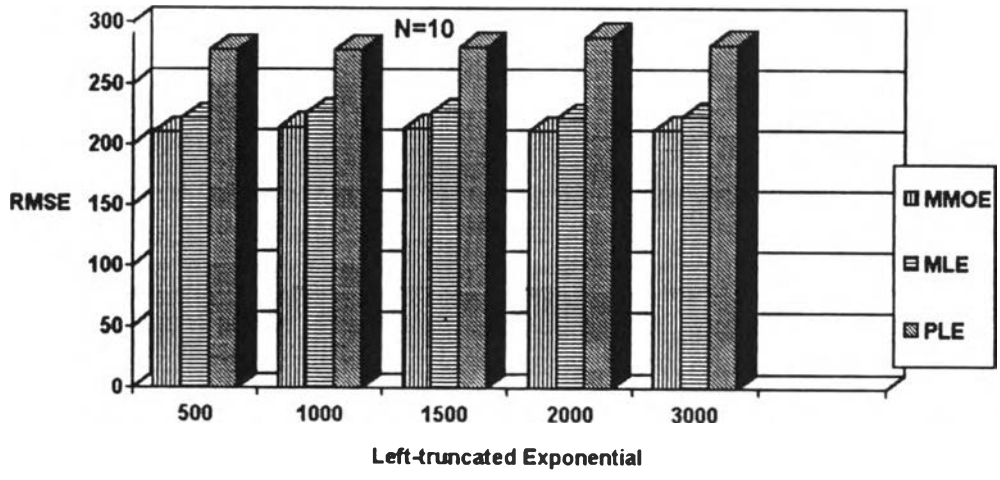


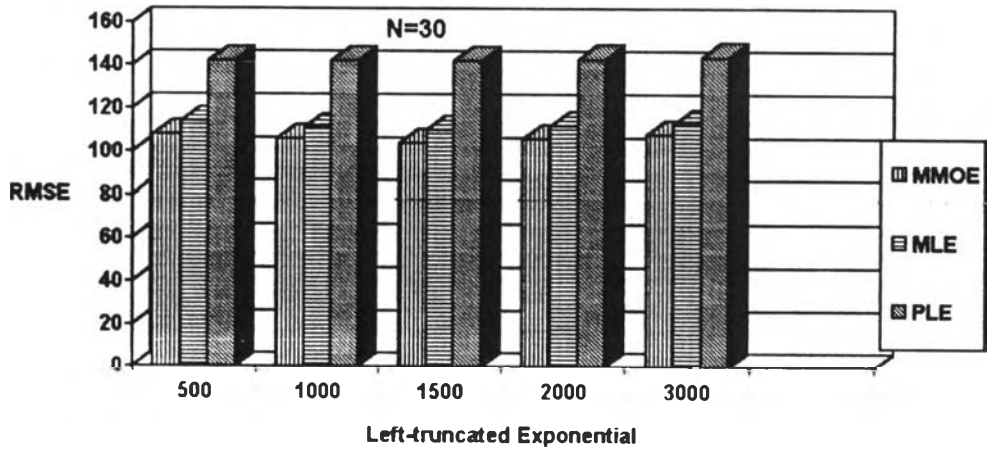
รูปที่ 4.11 (ต่อ)

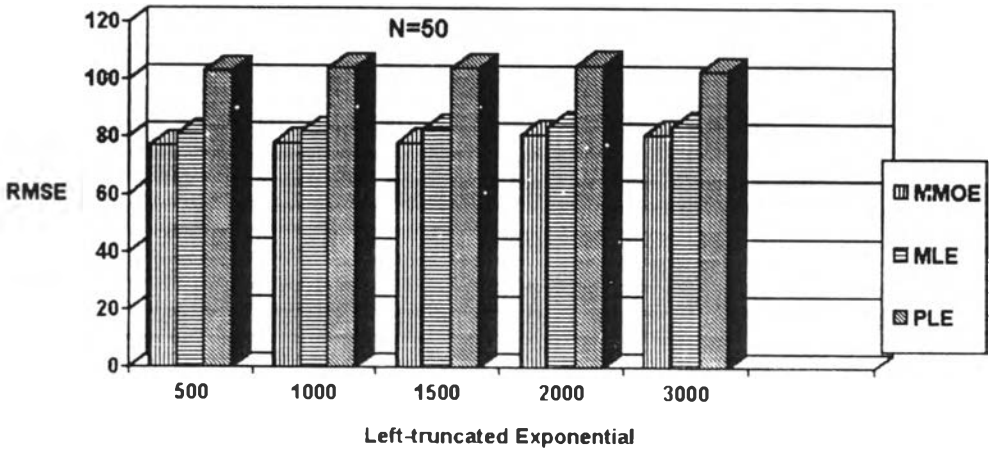

D=2000.0
RMSE
300
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Exponential


D=3000.0
RMSE
300
250
200
150
100
50
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Exponential

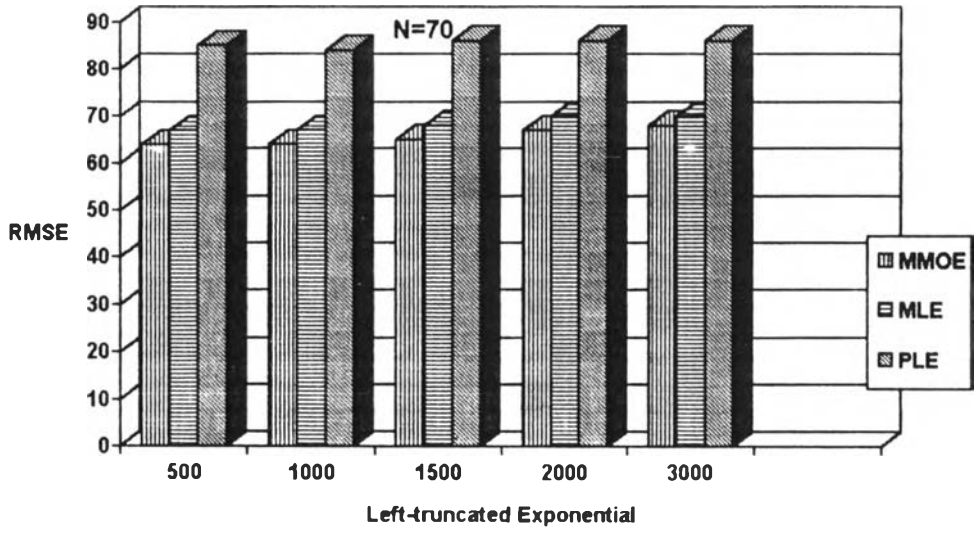
รูปที่ 4.12 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล (θ = 1000)

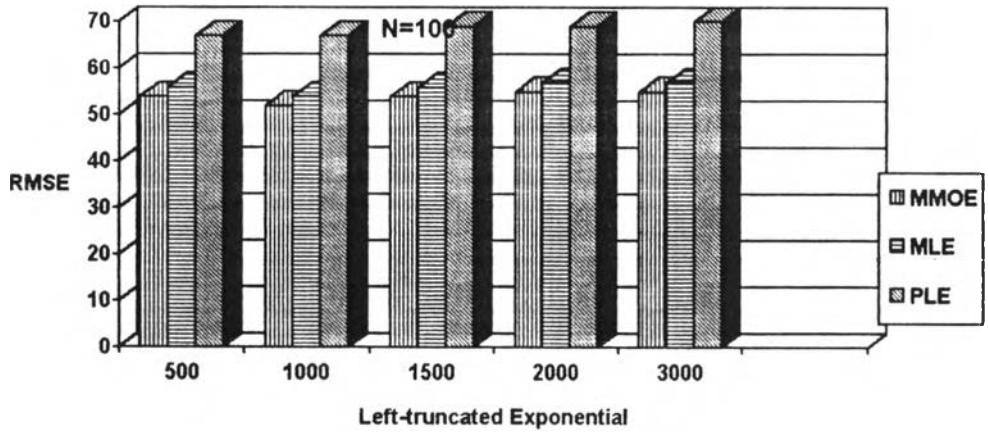






รูปที่ 4.12 (ต่อ)





จากตารางที่ 4.6 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้าย (θ=1000) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500, 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์ดัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์ดัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

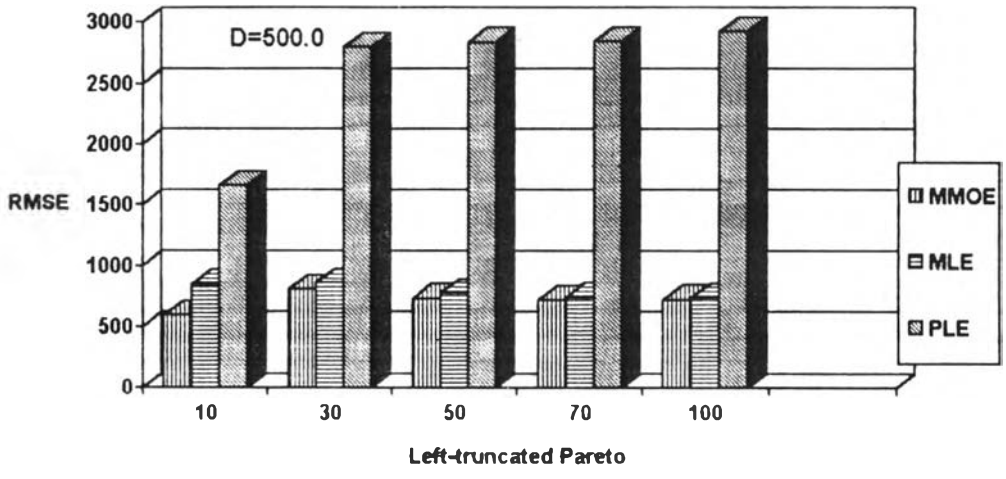
จากรูปที่ 4.11 - 4.12 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียลตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย เมื่อจุดตัดปลายมีค่าเพิ่มขึ้น

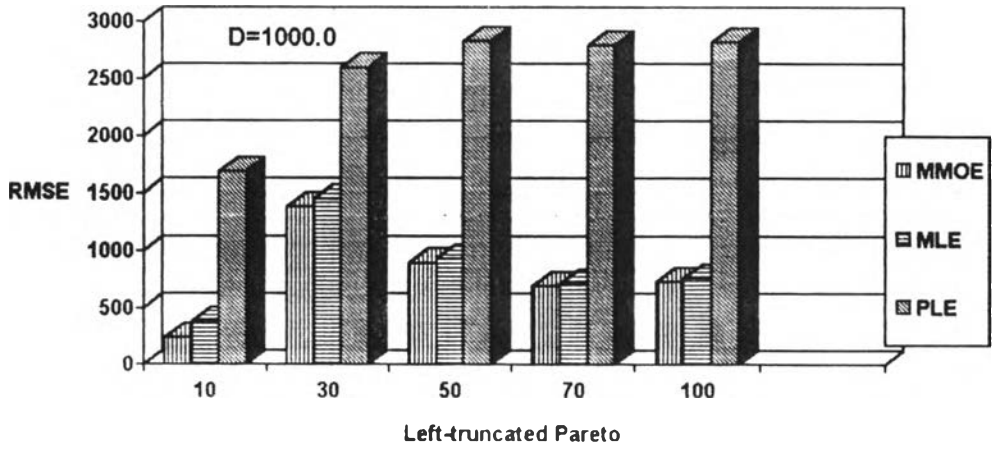
ตารางที่ 4.7 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (α=2,λ=5000)

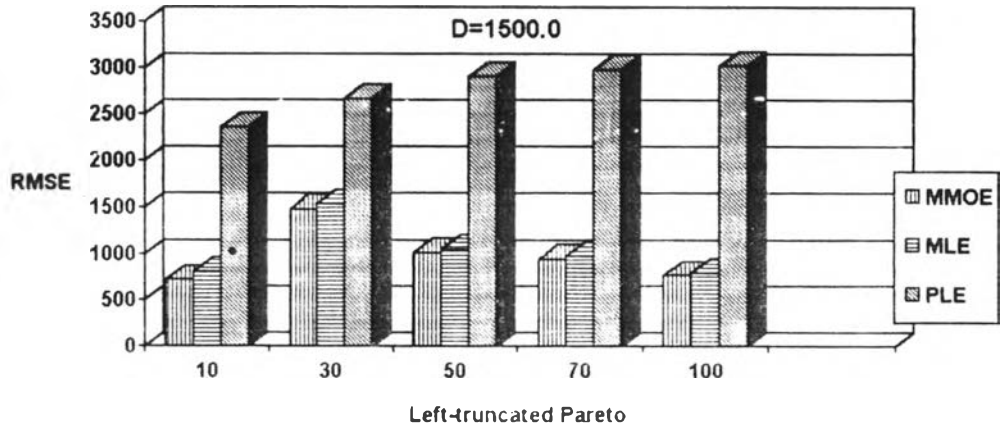
จุดตัดปลาย	ขนาดตัวอย่าง	RMSE		
(D)	(N)	MMOE	MLE	PLE
500	10	594.56860*	850.35640	1658.73950
	30	808.65698*	861.40308	2796.68677
	50	733.90332*	774.42334	2839.37549
	70	721.77588*	742.44678	2844.64697
	100	726.35498*	740.95435	2922.92798
1000	10	242.64420*	384.80420	1686.73437
	30	1384.34058*	1451.92041	2595.14941
	50	896.89722*	932.45972	2829.51953
	70	691.58618*	714.42603	2789.08911
	100	734.69995*	762.85059	2820.44824
1500	10	722.46680*	806.97656	2360.06909
	30	1480.71338*	1534.51782	2670.89990
	50	1017.56470*	1052.42871	2908.43188
	70	949.33179*	975.40527	2984.15840
	100	768.02271*	793.47852	3026.46021
2000	10	558.64404*	564.59766	2865.81128
	30	1251.25806*	1316.12769	2563.18115
	50	990.60815*	1029.36353	3083.34277
	70	895.18701*	925.96509	3201.20483
	100	847.71704*	867.57275	3231.29028
3000	10	987.66919*	1023.44897	3035.84351
	30	1863.88696*	1902.46191	2924.92920
	50	1314.64819*	1345.61743	4028.24829
	70	1248.21143*	1269.45386	3974.96484
	100	720.42383*	740.72778	4756.14453

* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

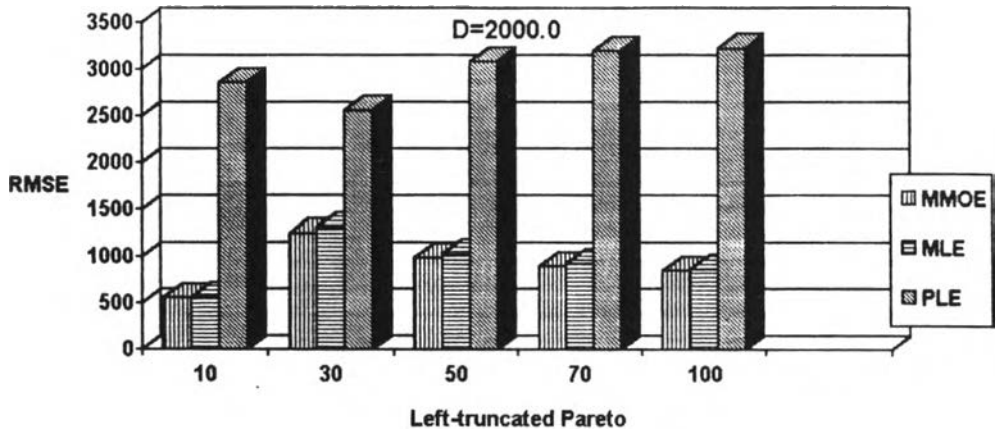
รูปที่ 4.13 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย ($\alpha = 2$, $\lambda = 5000$)

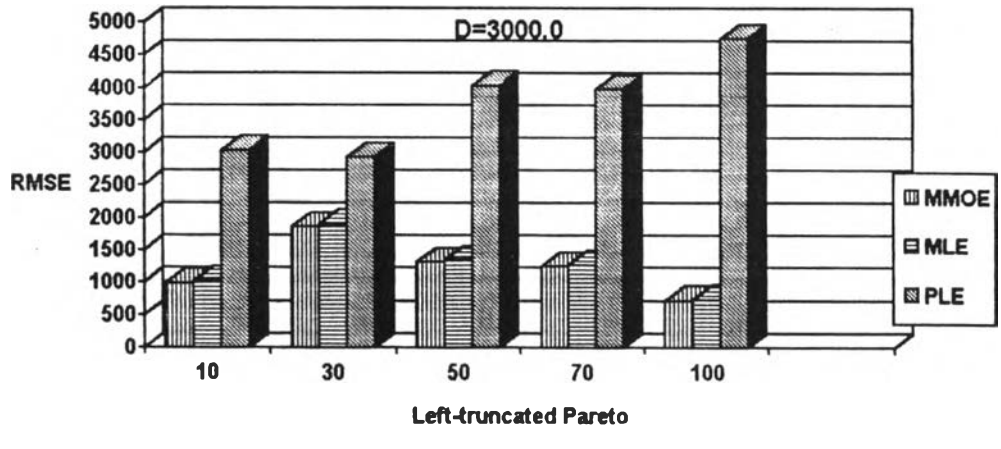




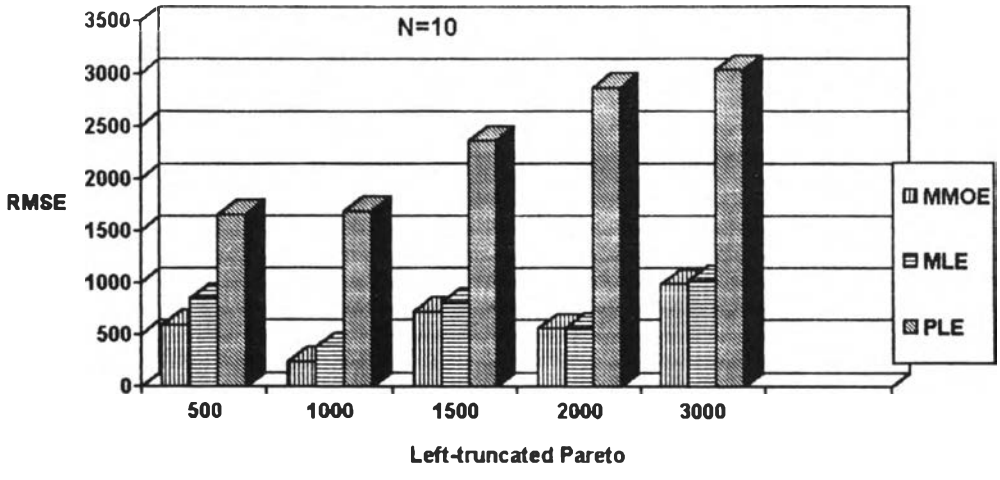


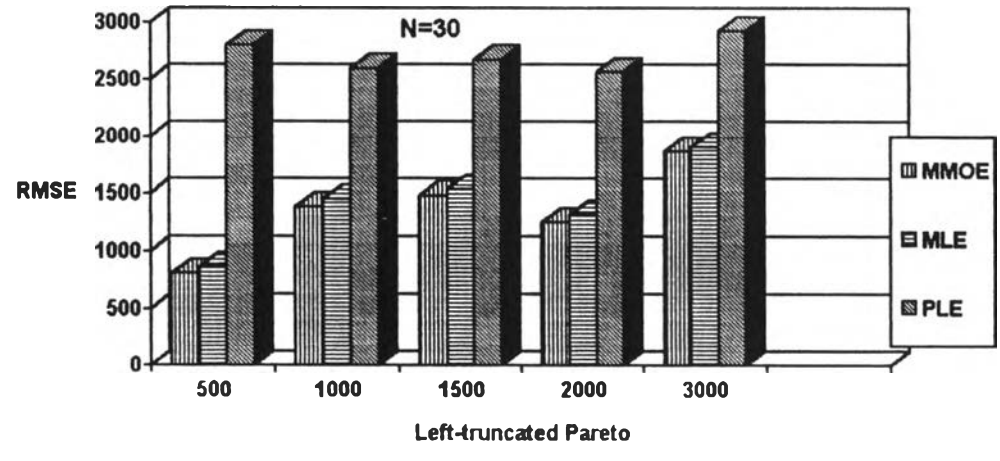
รูปที่ 4.13 (ต่อ)

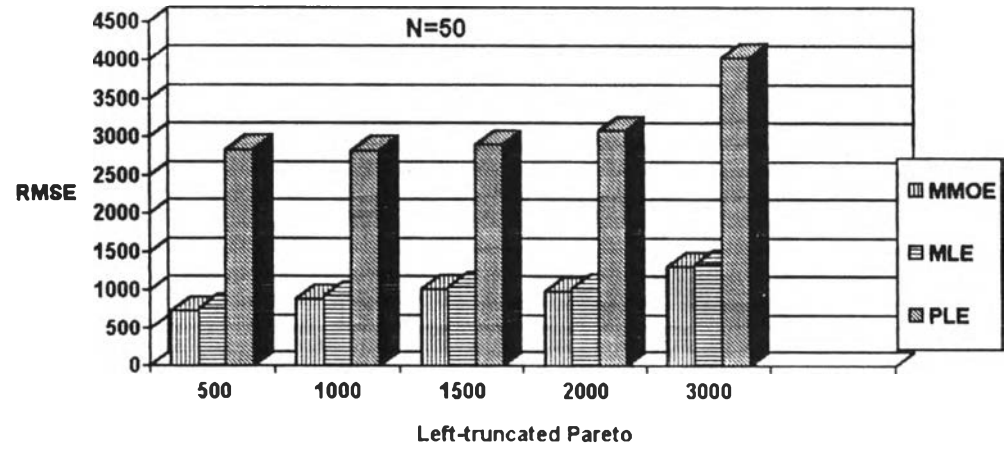

D=2000.0
RMSE
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
10
30
50
70
100
Left-truncated Pareto
MMOE
MLE
PLE


D=3000.0
RMSE
5000
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
10
30
50
70
100
Left-truncated Pareto
MMOE
MLE
PLE

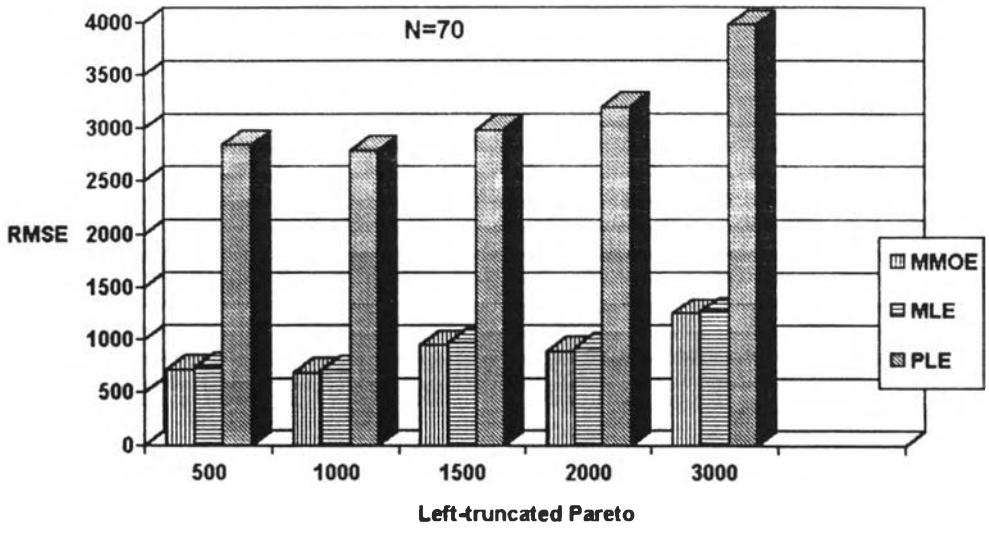
รูปที่ 4.14 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล ($\alpha = 2$, $\lambda = 5000$)

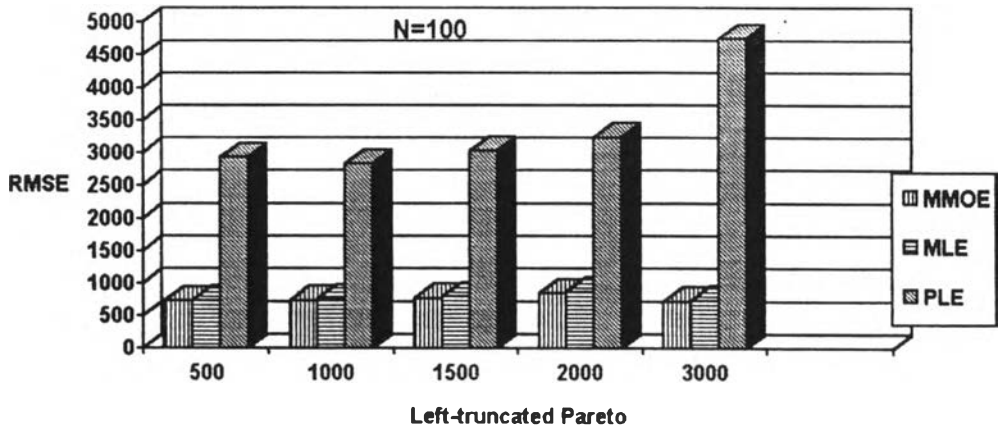






รูปที่ 4.14 (ต่อ)





จากตารางที่ 4.7 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย ($\alpha = 2$, $\lambda = 5000$) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500, 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์ดัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์ดัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

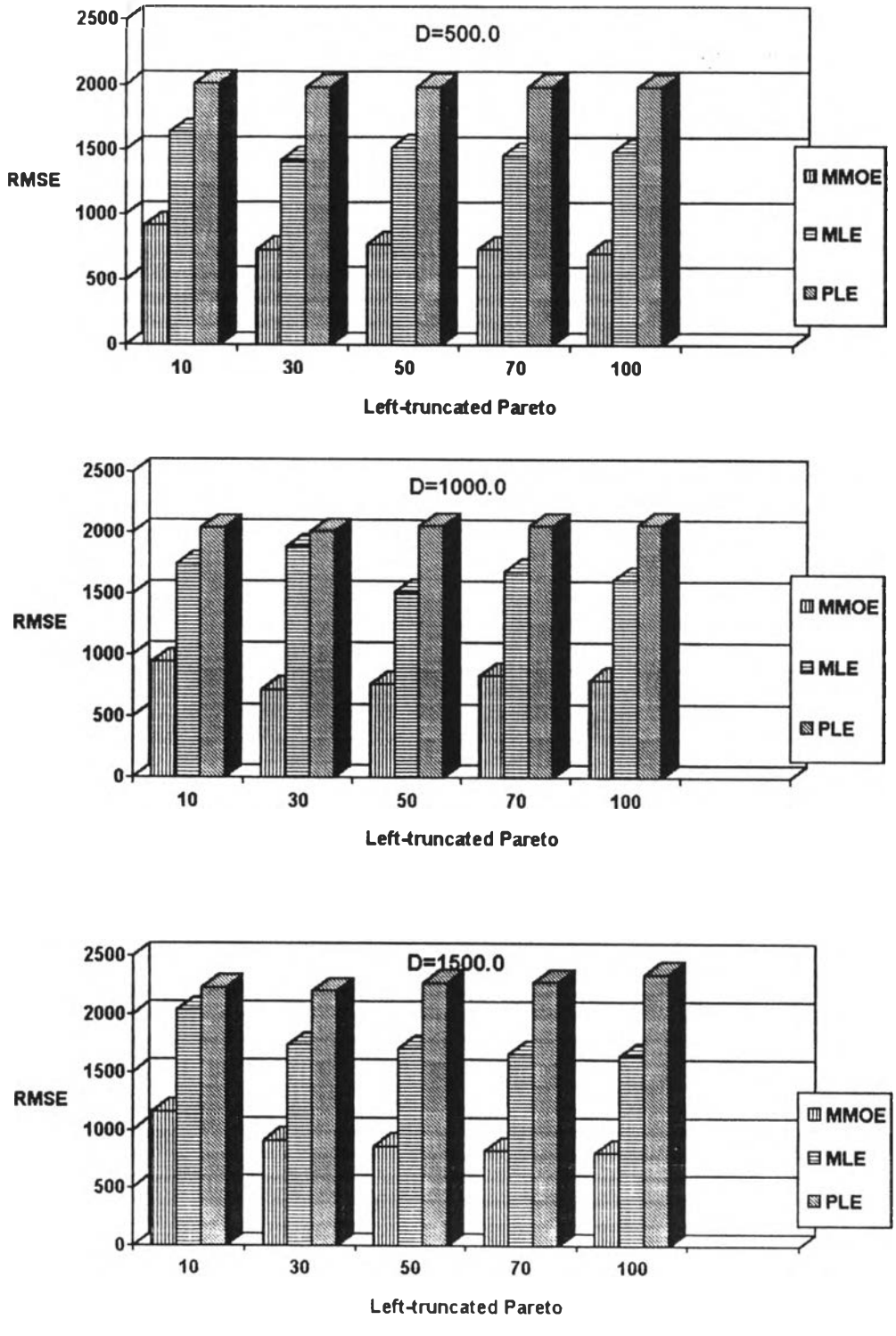
จากรูปที่ 4.13 - 4.14 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE สำหรับวิธีโมเมนต์ดัดแปลงและวิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะมีแนวโน้มลดลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดดัดแปลงจะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นเมื่อจุดตัดปลายเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.8 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (α=3,λ=6000)

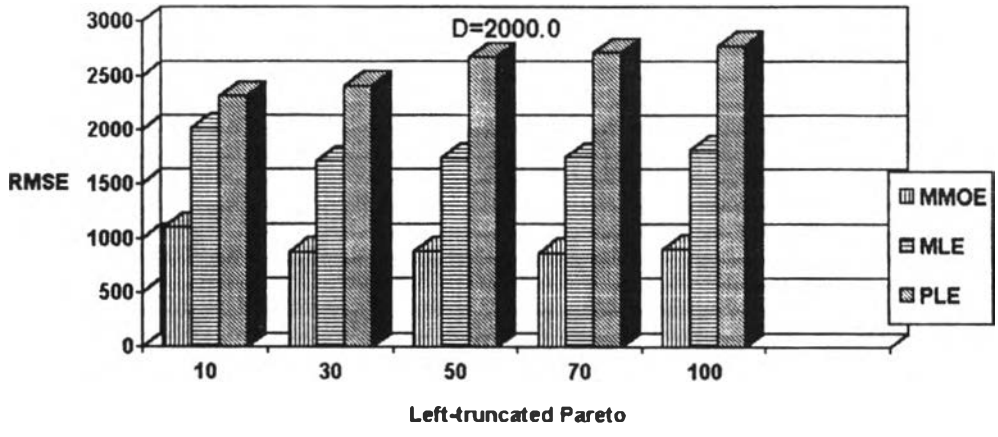
จุดตัดปลาย (D)	ขนาดตัวอย่าง (N)	RMSE		
		MMOE	MLE	PLE
500	10	920.85937*	1641.19922	2012.89575
	30	730.15771*	1420.21094	1982.76416
	50	771.39111*	1516.41406	1986.68481
	70	732.60669*	1456.23047	1987.60400
	100	709.93018*	1435.44385	1980.06641
1000	10	948.78833*	1742.76294	2039.10156
	30	723.67554*	1881.69141	2010.06763
	50	764.37573*	1513.13794	2055.67432
	70	839.96948*	1682.56104	2054.80322
	100	802.48120*	1616.70947	2066.39679
1500	10	1158.80493*	2035.04150	2232.95703
	30	918.57104*	1736.79150	2201.52197
	50	869.30176*	1706.71606	2274.52588
	70	828.63135*	1664.79297	2278.28906
	100	814.04053*	1644.52197	2347.09229
2000	10	1105.86426*	2018.60400	2313.55078
	30	883.39893*	1711.69263	2408.61060
	50	887.48071*	1739.13672	2675.77979
	70	871.63647*	1744.40625	2715.99731
	100	908.65723*	1817.88794	2776.13281
3000	10	1097.14380*	1957.84106	2608.16138
	30	1217.09253*	2305.27856	2361.78516
	50	993.02319*	1940.46606	3399.32422
	70	1051.26172*	2088.45703	3539.40625
	100	1080.39746*	2167.46729	3625.52197

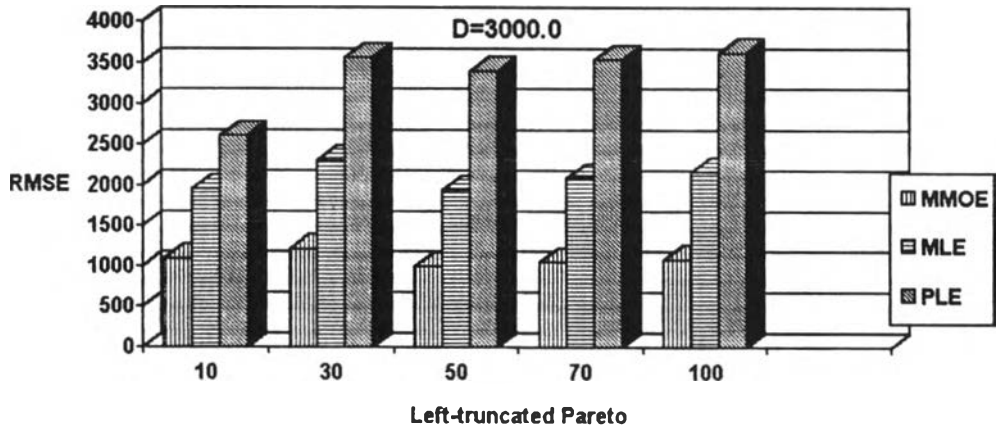
* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

รูปที่ 4.15 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย ($\alpha = 3$, $\lambda = 6000$)

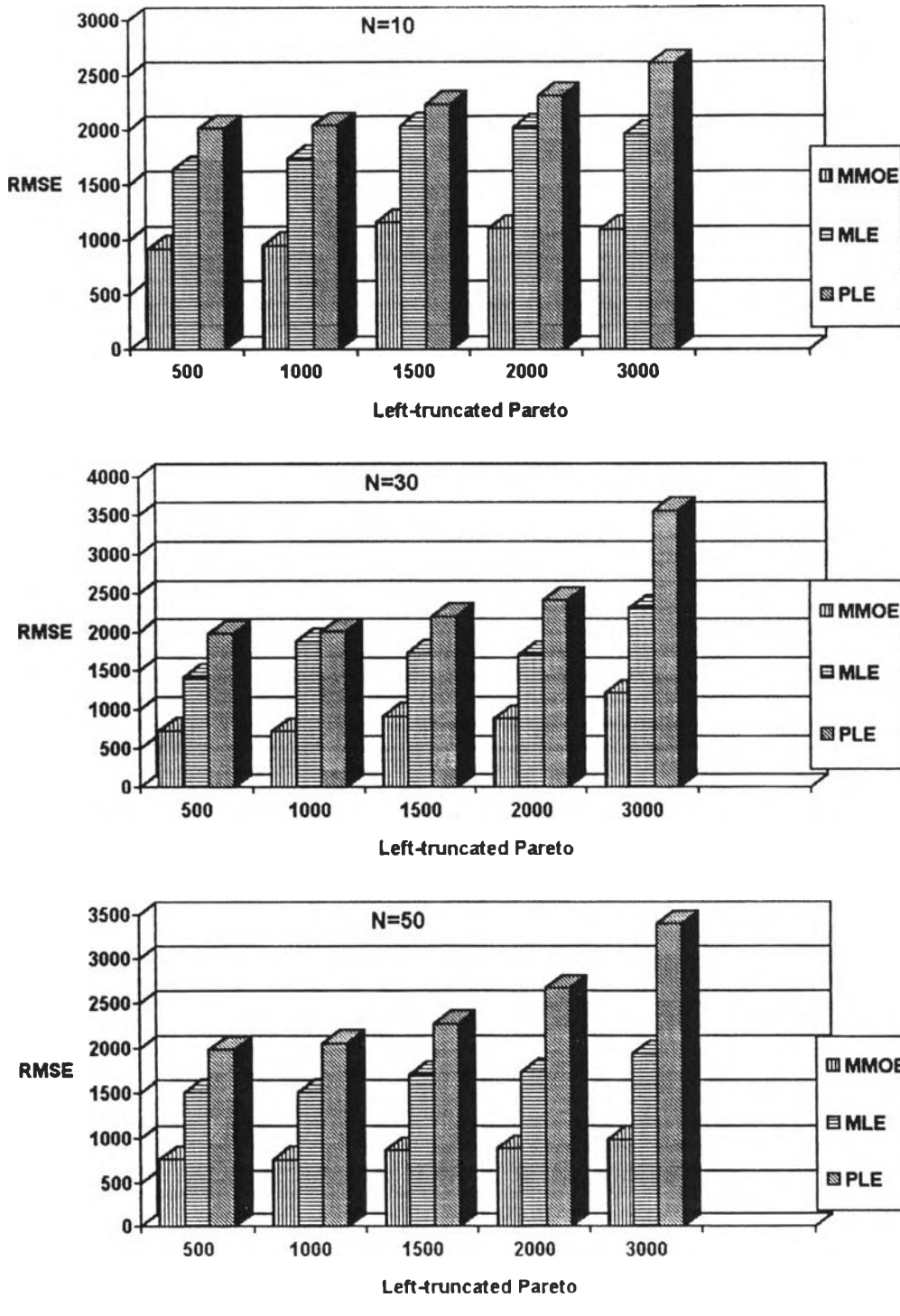


รูปที่ 4.15 (ต่อ)

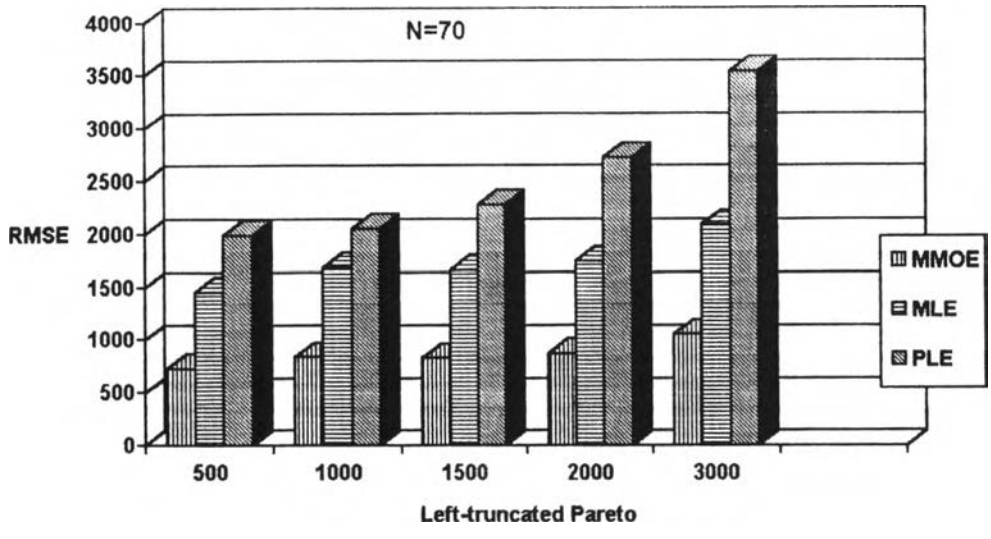

D=2000.0
RMSE
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Pareto

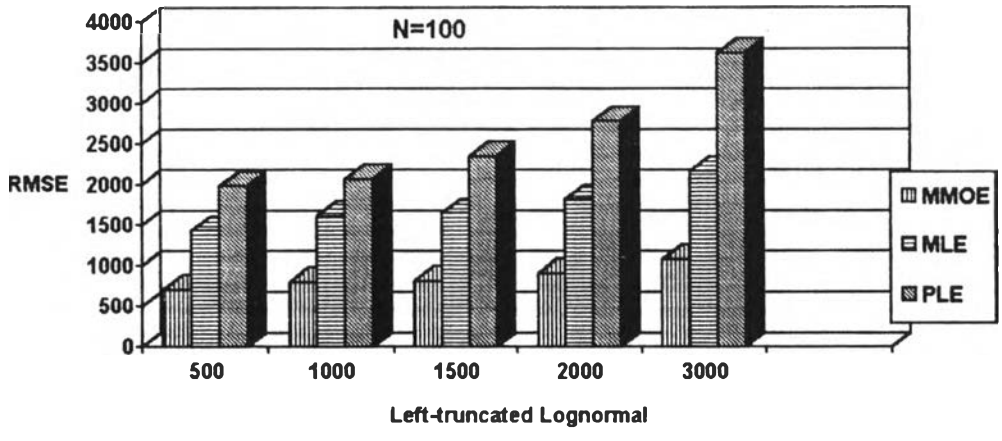

D=3000.0
RMSE
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
10
30
50
70
100
MMOE
MLE
PLE
Left-truncated Pareto

รูปที่ 4.16 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล ($\alpha = 3$, $\lambda = 6000$)



รูปที่ 4.16 (ต่อ)





จากตารางที่ 4.8 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย ($\alpha = 3$, $\lambda = 6000$) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500, 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์คัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์คัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

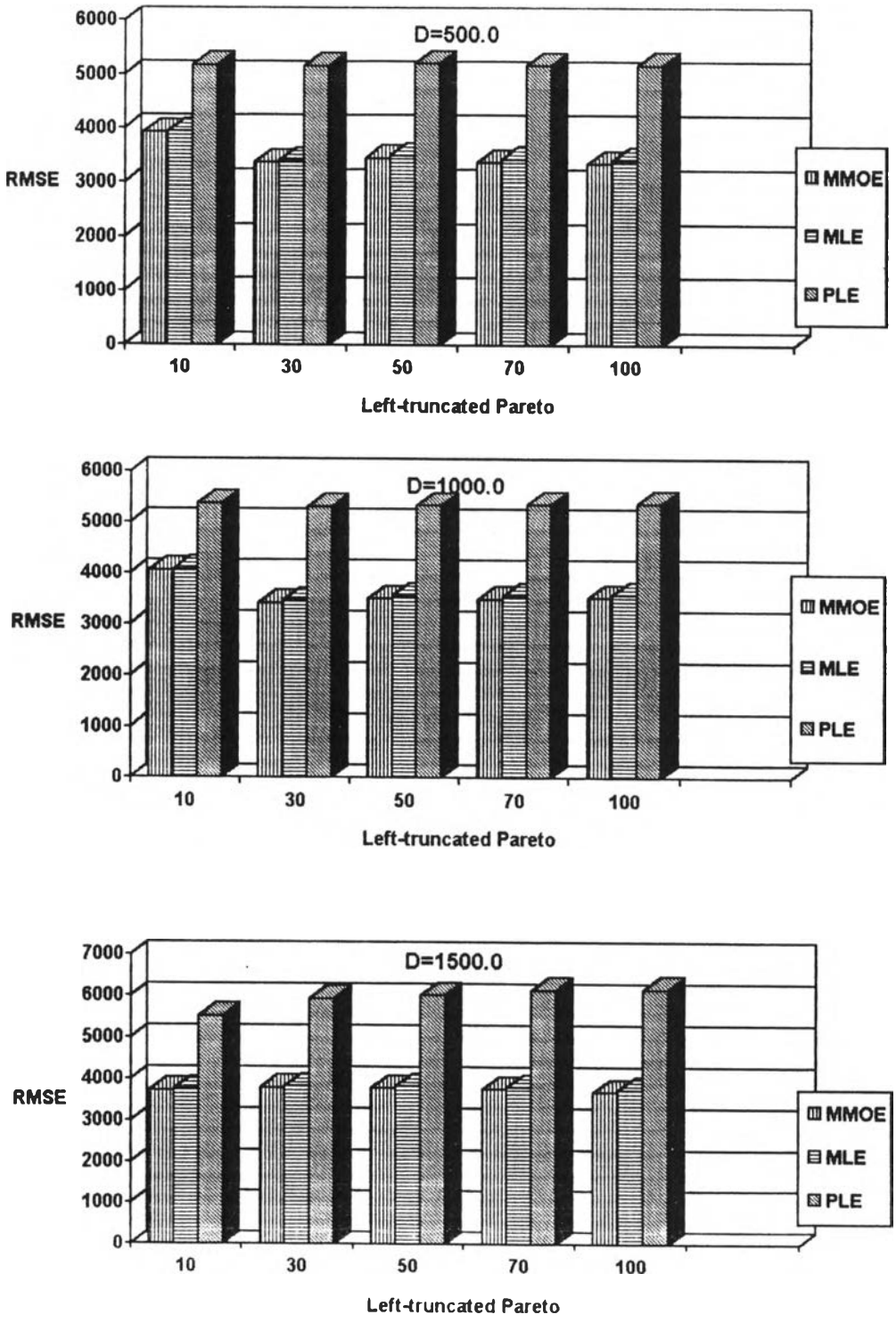
จากรูปที่ 4.15 - 4.16 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE สำหรับวิธีโมเมนต์คัดแปลงและวิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะมีแนวโน้มลดลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดคัดแปลงจะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามจุดตัดปลายที่เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.9 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามขนาดตัวอย่างและจุดตัดปลาย (α=5,λ=9000)

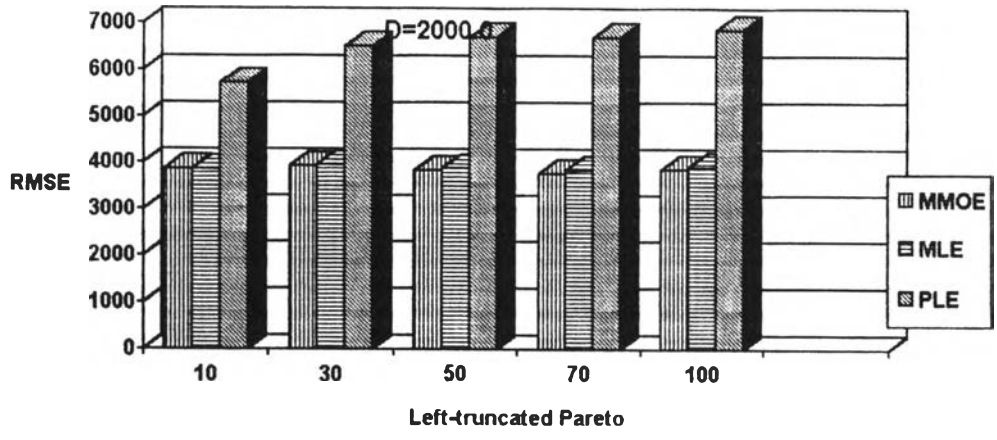
จุดตัดปลาย (D)	ขนาดตัวอย่าง (N)	RMSE		
		MMOE	MLE	PLE
500	10	3921.76953*	3932.53540	5177.81250
	30	3370.25342*	3404.49902	5159.94141
	50	3444.82300*	3494.93408	5200.44141
	70	3370.06592*	3429.46899	5167.28516
	100	3347.61206*	3407.35107	5174.29687
1000	10	4059.19653*	4076.58936	5368.35156
	30	3414.31250*	3459.02100	5303.58250
	50	3506.94165*	3563.20605	5332.32031
	70	3490.38745*	3549.28564	5346.48437
	100	3519.92578*	3580.06177	5372.19531
1500	10	3737.10693*	3763.98730	5527.91016
	30	3806.08569*	3836.51343	5944.43359
	50	3789.58984*	3841.091550	6023.87891
	70	3768.95947*	3819.17822	6154.34375
	100	3703.25342*	3756.92432	6182.64453
2000	10	3875.53149*	3865.20190	5729.42578
	30	3930.88745*	3966.16211	6509.37109
	50	3833.22876*	3889.06567	6707.23828
	70	3770.58081*	3832.22046	6699.23828
	100	3836.98340*	3919.66797	6867.53906
3000	10	4109.30469*	4140.70312	6788.51953
	30	4238.07422*	4265.23047	7370.73437
	50	4154.86328*	4200.74609	7714.15234
	70	4230.23437*	4281.32422	7797.26953
	100	4129.16406*	4190.62109	7822.23828

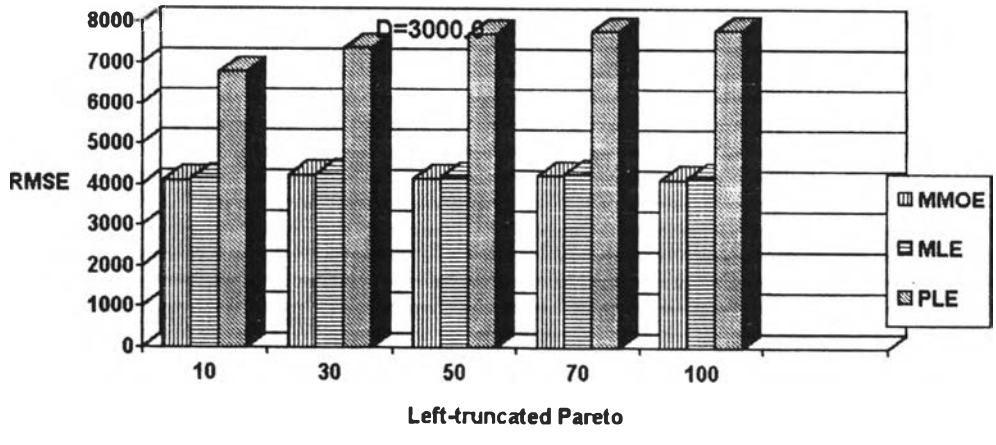
* หมายถึงค่า RMSE มีค่าต่ำที่สุด

รูปที่ 4.17 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจุดตัดปลาย ($\alpha = 5$, $\lambda = 9000$)

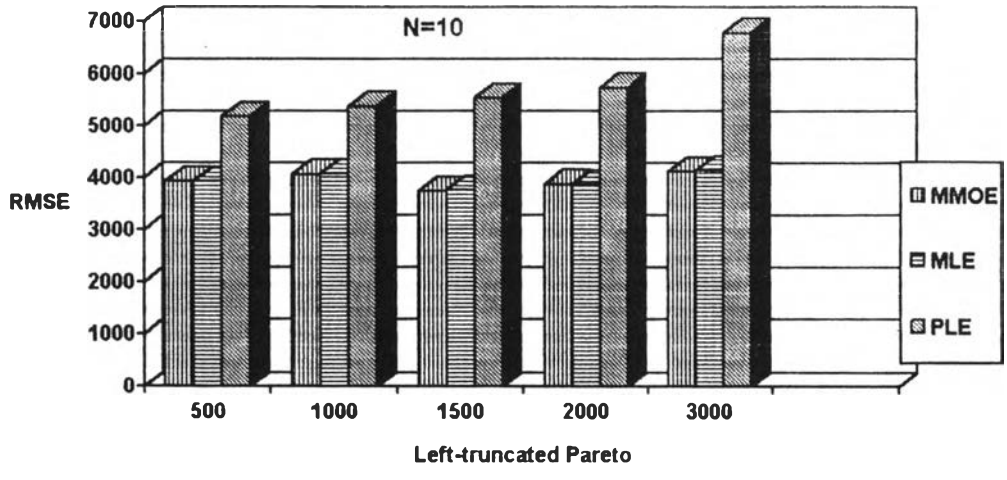


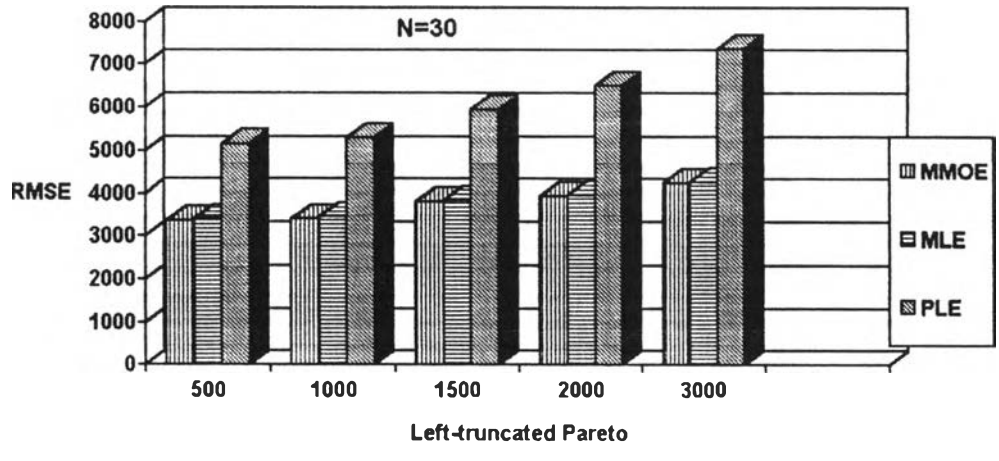
รูปที่ 4.17 (ต่อ)

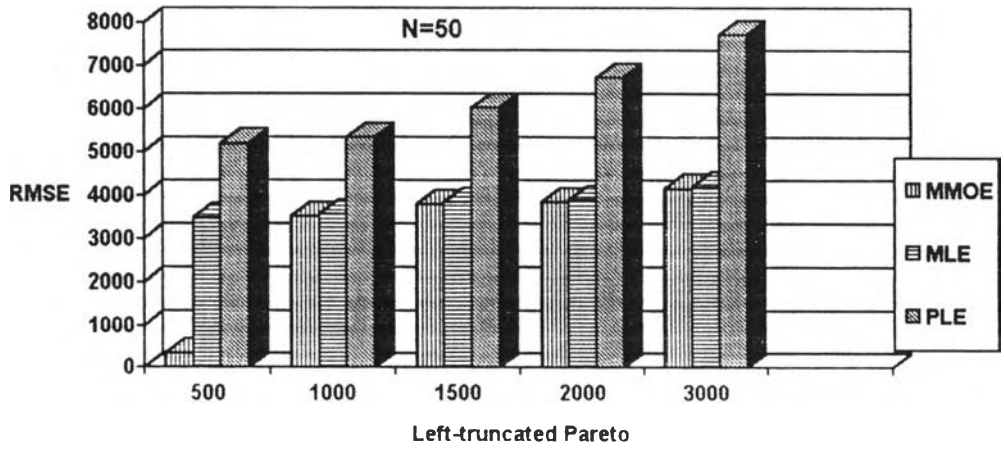

D=2000.0
RMSE
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
10
30
50
70
100
Left-truncated Pareto
MMOE
MLE
PLE


D=3000.0
RMSE
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
10
30
50
70
100
Left-truncated Pareto
MMOE
MLE
PLE

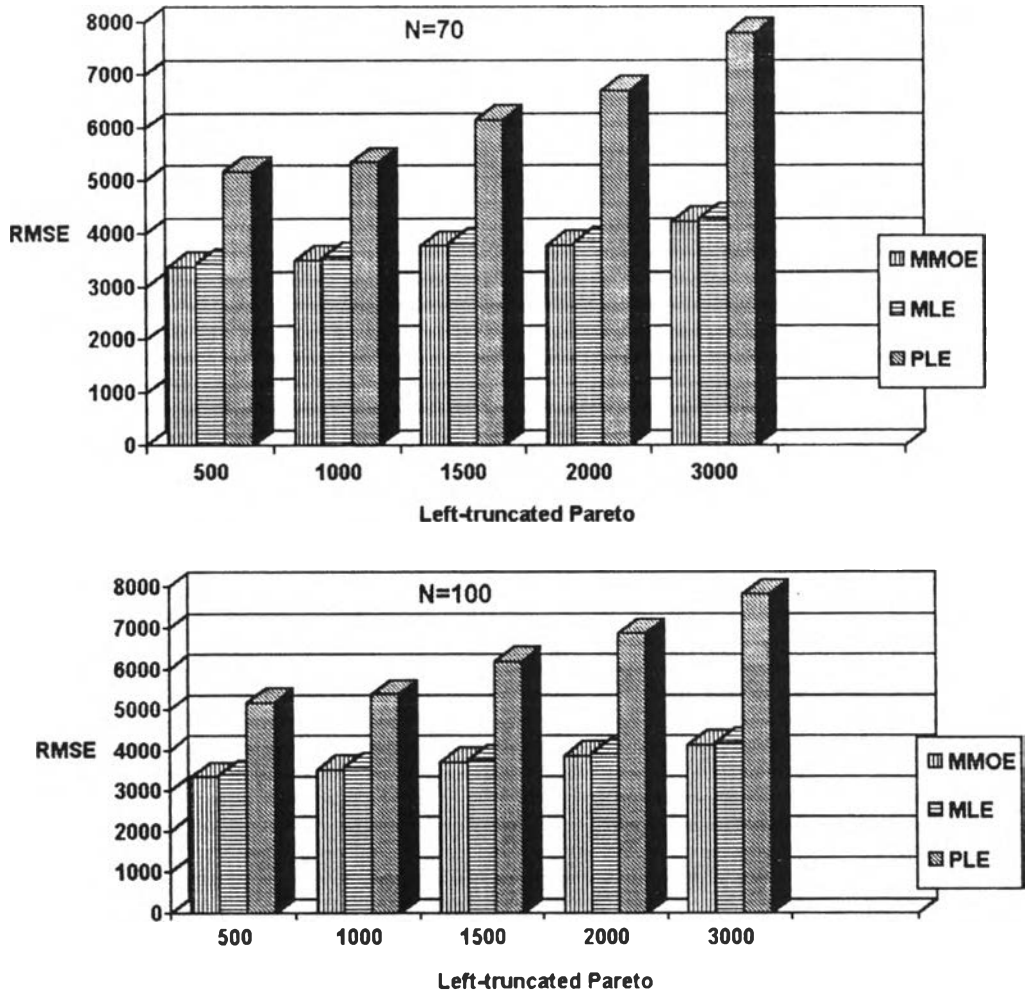
รูปที่ 4.18 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย เมื่อไม่ทราบจุดตัดปลาย จำแนกตามจำนวนข้อมูล ($\alpha = 5$, $\lambda = 9000$)







รูปที่ 4.18 (ต่อ)



จากตารางที่ 4.9 จะเห็นได้ว่าสำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้าย ($\alpha = 5$, $\lambda = 9000$) เมื่อขนาดตัวอย่าง N = 10, 30, 50, 70, 100 และ จุดตัดปลาย D = 500, 1000, 1500, 2000, 3000 การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีโมเมนต์ดัดแปลงจะให้ค่าความคลาดเคลื่อน RMSE ต่ำที่สุด วิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ค่า RMSE ใกล้เคียงกับวิธีโมเมนต์ดัดแปลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดเทียมให้ค่า RMSE สูงกว่าทุกวิธี ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

จากรูปที่ 4.17 - 4.18 จะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า RMSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาเรโต้ตัดปลายทางซ้ายมีดังนี้คือ จุดตัดปลายและขนาดของตัวอย่างซึ่งจะเห็นว่า เมื่อจุดตัดปลายคงที่ค่า RMSE สำหรับวิธีโมเมนต์ดัดแปลงและวิธีการประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะมีแนวโน้มลดลง ส่วนวิธีกำลังสองต่ำสุดดัดแปลงจะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ค่า RMSE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น