

บทที่ 4

การประยุกต์ใช้งานโปรแกรม

ภายในบทนี้ เป็นการแสดงการประยุกต์ใช้โปรแกรมสำหรับการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุม ซึ่งมีข้อมูลที่แตกต่างกันออกไป

การออกแบบระบบควบคุมที่มีข้อมูลเป็นฟังก์ชันถ่ายโอน

สำหรับระบบตัวอย่างในการวิเคราะห์คือ ระบบควบคุมของเครื่องบิน ซึ่งเป็นตัวอย่างจาก Lewis (1992) โดยสามารถอธิบายการทำงานของระบบด้วยฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G(s) = \frac{203.17s^2 + 2240s + 2090}{s(s^4 + 32.23s^3 + 265.66s^2 + 434.12s + 71.42)} \quad (4-1)$$

เมื่อป้อนข้อมูลให้โปรแกรมแล้วจึงทำการวิเคราะห์ดังนี้

1. จากสมการลักษณะของระบบวงเปิดพบว่าระบบมีเทอมของ Pole ที่ตำแหน่ง Origin อยู่ จึงไม่สามารถทำการป้อนเป็น Routh Table ได้โดยตรง ดังนั้นจึงทำการตรวจสอบ Routh Table เฉพาะระบบวงปิด ซึ่งได้ผลลัพธ์เป็น

| | | | |
|-------|---------|---------|---------|
| s^5 | 1 | 266 | 2.31E03 |
| s^4 | 32.2 | 637 | 2.09E03 |
| s^3 | 246 | 2.25E03 | |
| s^2 | 343 | 2.09E03 | |
| s^1 | 748 | | |
| s^0 | 2.09E03 | | |

จากตารางของ Routh Table ที่ได้ พบว่าคอลัมน์แรกไม่มีการเปลี่ยนเครื่องหมายของสมาชิก แสดงว่าระบบวงปิดมีเสถียรภาพ

2. ทำการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบ ด้วยการพิจารณาจากตำแหน่ง Pole และ Zero โดยทำการตรวจสอบทั้งระบบวงเปิดและระบบวงปิด ได้รับผลลัพธ์ดังนี้

Open-loop Zeroes -10.0000 , -1.0289

Open-loop Poles 0 , -20.0518 , -10.0833 , -1.9095 ,
-0.1850

Closed-loop Zeroes -10.0000 , -1.0289

Closed-loop Poles -20.5636 , -10.0680 , $-0.2461 \pm 3.0116i$,
-1.1060

จากตำแหน่ง Poles ของระบบวงเปิด แสดงว่าระบบเป็นแบบ Type 1 เนื่องจากมี Pole 1 ตัวที่ตำแหน่ง Origin ในขณะที่ตำแหน่ง Poles ของระบบวงปิด ซึ่งอยู่ทางฝั่งซ้ายของ s-plane ทั้งหมด แสดงว่าระบบมีเสถียรภาพ

3. เรียกใช้เมนู Gain Margin&Phase Margin เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพเชิงสัมพัทธ์ของระบบ

Gain Margin = 2.1852

Phase Margin = 8.8770

Gain-crossover Frequency = 4.4993 Rad/s

Phase-crossover Frequency = 2.9731 Rad/s

จากค่าของ Gain Margin และ Phase Margin พบว่าระบบมีเสถียรภาพ แต่เนื่องจากค่า Phase Margin ค่อนข้างต่ำ แสดงว่าระบบมีผลตอบเชิงเวลาที่ยังไม่ค่อนยดีนัก

4. วิเคราะห์ความผิดพลาดในสภาวะอยู่ตัว โดยเลือกที่เมนู Steady-state Error แล้วเลือกชนิดของสัญญาณแบบ Step และ แบบ Ramp

Steady-state Error due to Unit-step Input = 0

Steady-state Error due to Unit-ramp Input = 0.0342

จากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมพบว่าค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว กรณีสัญญาณเข้าแบบ Step มีค่าเท่ากับ 0 ซึ่งตรงกับข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ตำแหน่ง Poles ของระบบวงเปิด ซึ่งชี้ให้เห็นว่าระบบเป็นแบบ Type 1 จึงให้ค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวเมื่อมีสัญญาณเข้าเป็น Step เท่ากับ 0 ส่วนกรณีของสัญญาณ Ramp ค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวจะมีค่าเป็นค่าคงที่ ซึ่งจากการคำนวณของโปรแกรม มีค่าเท่ากับ 0.0342

5. ทำการจำลองผลตอบของระบบทั้งในเชิงเวลา และเชิงความถี่ โดยแสดงอยู่ในรูป 4-1 และ 4-2 ตามลำดับ

6. ทำการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม PID ที่จะต่อกับระบบ ด้วยการใช้ฟังก์ชัน PiD Controller Tuning

$$\begin{aligned} K_p &= 1.31111 \\ T_i &= 0.6982 \\ T_d &= 0.1746 \end{aligned}$$

7. ต่อตัวควบคุมแบบ PID ซึ่งได้จากการออกแบบ เข้าไปในระบบแล้วทำการหาผลตอบเชิงเวลาของระบบวงปิด และผลตอบเชิงความถี่ของระบบวงเปิด โดยแสดงอยู่ในรูป 4-1 และ 4-3 ตามลำดับ

8. ทำการออกแบบตัวชดเชย โดยมีข้อกำหนดของการออกแบบ คือ

8.1 ค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว เนื่องจากสัญญาณ Unit-ramp ไม่เปลี่ยนแปลง

8.2 ค่า Phase Margin เท่ากับ 15° 30° และ 45°

เนื่องจากระบบมีความเป็นเสถียรภาพค่อนข้างน้อย จึงเลือกใช้ตัวชดเชยแบบล้ำหน้า โดยผลลัพธ์ของการออกแบบคือ

$$\begin{aligned} \text{Gain} &= 1 & 1 & 1 \\ T_1 &= 0.351 & 0.368 & 0.364 \\ T_2 &= 0.27 & 0.145 & 0.0577 \end{aligned}$$

เมื่อเขียนในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนคือ

$$G_{1s}(s) = 1 \frac{1 + 0.351s}{1 + 0.27s} \quad (4-2)$$

$$G_{30}(s) = 1 \frac{1 + 0.368s}{1 + 0.145s} \quad (4-3)$$

$$G_{4s}(s) = 1 \frac{1 + 0.364s}{1 + 0.0577s} \quad (4-4)$$

นำตัวชดเชยที่ออกแบบได้ในแต่ละกรณีไปทำการจำลองผลตอบเชิงเวลาและเชิงความถี่ ดังแสดงในรูปที่ 4-4 และ 4-5 จากกราฟพบว่าเมื่อค่า Phase Margin มีค่ามากขึ้นจะทำให้ระบบมีผลตอบชั่วคราวที่ดีมากขึ้น จากกราฟแสดงให้เห็นว่าการใช้ตัวชดเชยในระบบควบคุมมีจุดเด่นในเรื่องความยืดหยุ่นในการกำหนดค่าประสิทธิภาพที่ต้องการในการออกแบบได้

9. ทำการออกแบบตัวชดเชยแบบล้าหน้า โดยมีข้อกำหนดของการออกแบบ คือ

9.1 ค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว เนื่องจากสัญญาณ Unit-ramp ไม่เปลี่ยนแปลง

9.2 ค่า Phase Margin เท่ากับ 45°

โดยผลลัพธ์ของการออกแบบคือ

$$\begin{aligned} \text{Gain} &= 1 \\ T1 &= 0.364 \\ T2 &= 0.0577 \end{aligned}$$

เมื่อเขียนในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนคือ

$$G_c(s) = 1 \frac{1 + 0.364s}{1 + 0.0577s} \quad (4-5)$$

10. ตรวจสอบผลการออกแบบ ด้วยการเรียกฟังก์ชัน Gain Margin & Phase Margin กับระบบใหม่ที่ต่อตัวชดเชยแบบล้าหลัง ได้ว่า

$$\text{Gain Margin} = 8.3674$$

| | | | |
|---------------------------|---|---------|-------|
| Phase Margin | = | 45.2177 | |
| Gain-crossover Frequency | = | 16.9532 | Rad/s |
| Phase-crossover Frequency | = | 3.9620 | Rad/s |

ทำการจำลองผลตอบในเชิงเวลาของระบบวงปิดเมื่อมีการต่อตัวชดเชยแบบล้าหน้า และผลตอบเชิงความถี่แบบวงเปิด โดยแสดงในรูป 4-1 และ 4-6 ตามลำดับ

11. จากกราฟ 4-1 ซึ่งเป็นผลตอบเชิงเวลาของระบบปิด ในกรณีที่ยังไม่มีการควบคุม กรณีต่อตัวควบคุมแบบ PID และกรณีต่อตัวชดเชยแบบล้าหน้า สามารถทำการวัดปริมาณต่างๆในเชิงเวลาได้ดังนี้

| | ไม่มีการควบคุม | ตัวควบคุม PID | ตัวชดเชยแบบล้าหน้า |
|--------------------|----------------|---------------|--------------------|
| Steady-state Error | 0 | 0 | 0 |
| Settling Time | 7 | 2.5 | 1.2 |
| Maximum Overshoot | 85% | 67% | 30% |

จากตาราง พบว่าไม่มีค่าความผิดพลาดในสภาวะอยู่ตัวสำหรับสัญญาณแบบ Step ทั้ง 3 กรณี ซึ่งเกิดจากระบบวงเปิดเองเป็นระบบแบบ Type 1 อยู่แล้ว โดยตัวควบคุมแบบ PID แม้จะสามารถขจัดค่าความผิดพลาดในสภาวะอยู่ตัวในกรณีสัญญาณเข้าแบบ Ramp ให้หมดไปได้ เพราะตัวควบคุมจะไปเพิ่ม Type ของระบบเป็น 2 แต่ผลตอบชั่วคราวไม่ได้มีความแตกต่างจากกรณียังไม่มีการควบคุมนัก เมื่อเปรียบเทียบกับตัวชดเชยแบบล้าหน้า ซึ่งไม่ได้ตั้งเงื่อนไขการออกแบบให้ทำการลดขนาดของความผิดพลาดในสภาวะอยู่ตัว เนื่องจากมีค่าเล็กอยู่แล้ว โดยจากกราฟของผลตอบเชิงเวลาของทั้ง 3 กรณี พบว่าระบบวงปิดที่ต่อตัวชดเชยแบบล้าหน้าสามารถให้ผลตอบชั่วคราวที่ดีกว่า 2 กรณีแรก

การออกแบบระบบควบคุมที่มีข้อมูลเป็นสมการสถานะ

สำหรับระบบที่เราใช้เป็นตัวอย่าง คือ ระบบของโรงไฟฟ้า ซึ่งเป็นระบบ Order 8 โดยมี 2 Input และ 3 Output โดยนำมาจาก Cukalevski , Medanic and Clovic (1987) ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการสถานะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (4-6)$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 4.75 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .1667 & -.1667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -.08 & -.0747 & -.112 & -3.9944 & 10 & -.923 & -9.1011 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .2 & -.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3194 & 0 & -1.3889 & -2.778 \\ 0 & .01 & .0093 & .014 & -.0632 & 0 & .116 & -.1124 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 10 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.28 & 0.42 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.52 & 0 & 2.78 & 0.217 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. วิเคราะห์หาค่า Eigenvalues ของเมตริกซ์ เพื่อพิจารณาเสถียรภาพ

$$\lambda = -8.9639, -5.0081, -1.9963, -1.3290, \\ -0.0697 \pm 0.5816i, -0.2128 \pm 0.0555i$$

พบว่าไม่มี Eigenvalue ซึ่งมีค่าจริงเป็นบวก แสดงว่าระบบมีเสถียรภาพ

2. วิเคราะห์คุณสมบัติ Controllability และ Observability ของระบบ

System is completely controllable

System is completely observable

3. จำลองผลตอบเชิงเวลาของระบบ ด้วยการเรียกเมนู Simulate โดยแสดงผลในรูป 4-7 4-8 และ 4-9 ตามลำดับ โดยกำหนดให้ $X(0)$ เป็นเวกเตอร์ดังนี้

$$x_0 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 0 & -1 & -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

4. ทำการออกแบบระบบป้อนกลับด้วยการกำหนดตำแหน่งเสา ที่ตำแหน่งดังต่อไปนี้

$$\lambda = -1, -1.5, -2 \pm 2.5i, -3, -3.5, -4, -4$$

โดยโปรแกรมสามารถคำนวณหาค่า K ได้เท่ากับ

$$K = \begin{bmatrix} -0.9483 & -0.2436 & -10.858 & 0.96 & 0.2111 & 1.0533 & 2.3978 & 28.962 \\ 0.2567 & 0.0892 & -1.4907 & 0.4571 & 0.1213 & 0.0032 & 0.912 & 9.5659 \end{bmatrix}$$

5. ตรวจสอบผลการออกแบบด้วยการต่อเมตริกซ์ K ในการป้อนกลับ โดยการพิจารณาสมการสถานะใหม่ที่เกิดจากการป้อนกลับเมตริกซ์ K คือ

$$A - B^*K = \begin{bmatrix} -1.2267 & -3.566 & 5.9627 & -1.8284 & -4.852 & -0.0129 & -3.6479 & -42.2637 \\ 475 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1667 & -1.667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9.4828 & 2.3561 & 108.5057 & -9.7124 & -6.1053 & -5.331 & -24.9056 & -298.7207 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3194 & 0 & -1.3889 & -2.778 \\ 0 & 0.01 & 0.0093 & 0.014 & -0.0632 & 0 & 0.116 & -1.124 \end{bmatrix}$$

เมื่อตรวจสอบ Eigenvalues ของระบบใหม่ มีค่าเท่ากับ

$$\lambda = -1, -1.5, -2 \pm 2.5i, -3, -3.5, -4, -4$$

6. ใช้การออกแบบด้วยวิธีลิ่งเลิส ในเมนู Optimum Design โดยกำหนดให้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยสามารถคำนวณหาค่าอัตราขยายป้อนกลับได้เท่ากับ

$$K = \begin{bmatrix} .0047 & -.0041 & .0139 & -.0078 & .8337 & .7071 & .266 & -.6376 \\ 1.1675 & .2021 & .5366 & .013 & .0019 & -.0011 & -.0074 & -.8243 \end{bmatrix}$$

7. ตรวจสอบตำแหน่ง Eigenvalues ที่ได้จากการออกแบบด้วยวิธีลิ่งเลต ซึ่งเท่ากับ

$$\lambda = -12.6914, -4.9026 \pm 1.8767i, -0.2283, -0.1528, -4.1087, -1.9965, -1.8865$$

8. ทำการจำลองผลตอบในเชิงเวลาเปรียบเทียบการออกแบบทั้ง 2 วิธี โดยแสดงในรูป 4-7 4-8 และ 4-9 ตามลำดับ

9. จากกราฟของผลตอบในเชิงเวลาทั้ง 3 กรณี สามารถนำมาสรุปเป็นตารางได้ดังนี้

| | ไม่มีการควบคุม | Pole Placement | Optimal Design |
|-----------------------|----------------|----------------|----------------|
| Maximum Overshoot, y1 | 5.5 | 1.75 | 1.25 |
| Maximum Overshoot, y2 | 20 | 50 | 10 |
| Maximum Overshoot, y3 | 2 | 2.5 | 2 |
| Settling Time, y1 | 60 | 5 | 12.5 |
| Settling Time, y2 | 50 | 5 | 3 |
| Settling Time, y3 | 70 | 5 | 35 |

จากตารางพบว่าการออกแบบด้วยวิธี Pole Placement แม้จะให้ผลตอบที่เร็ว แต่ก็ให้ขนาดของ Overshoot ที่ใหญ่มากได้ เมื่อเทียบกับการออกแบบด้วยเทคนิคลิ่งเลต ซึ่งจะให้ผลตอบที่ค่อนข้างราบเรียบกว่า และมีความเร็วการตอบสนองค่อนข้างดี

10. ทำการออกแบบ Observer ด้วยเทคนิคกำหนดตำแหน่ง Poles โดยใช้ค่าตำแหน่ง Poles เท่ากับ

$$\lambda = -1, -1.5, -2 \pm 2.5i, -3, -3.5, -4, -4$$

ซึ่งได้อัตราขยายของ Observer เท่ากับ

$$K = \begin{bmatrix} 24.7584 & 21.6136 & -3.794 & -9.4888 & 1.4654 & 6.5049 & 9.4172 & .0983 \\ -2.2507 & -2.2782 & .0462 & .0597 & 2.1799 & -.5022 & .5861 & .0435 \\ -4.3598 & -.262 & .0833 & .1739 & -10.1705 & 1.2964 & 1.1167 & 3.3759 \end{bmatrix}$$

การออกแบบระบบควบคุมซึ่งมีแบบจำลองเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนด้วยทฤษฎีควบคุมแบบดิจิทัล

1. ทำการโอนย้ายฟังก์ชันถ่ายโอนในตัวอย่างแรก ให้เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนในระนาบตัวแปร z โดยใช้เทคนิค Bilinear Transformation และอัตราสุ่มเท่ากับ 0.5

$$G(z) = \frac{0.4268z^5 + 1.211z^4 + 0.9645z^3 - 0.1051z^2 - 0.3933z - 0.108}{z^5 - 1.166z^4 - 0.6143z^3 + 0.77z^2 + 0.1032z - 0.093} \quad (4-7)$$

2. ทำการตรวจสอบเสถียรภาพ ด้วยการพิจารณาจากตำแหน่ง Poles ของระบบ โดยหาค่า Poles และ Zero ในขณะวงเปิดและวงปิด

| | | |
|-------------------|---|--|
| Open-loop Zeroes | = | -1 , -1 , -1 , 0.5907 , -0.4284 |
| Open-loop Poles | = | 1 , 0.9116 , -0.6674 , -0.4319 , 0.3538 |
| Closed-loop Zeros | = | -1 , -1 , -1 , 0.5907 , -0.4284 |
| Closed-loop Poles | = | 0.2537 ± 0.8890i , -0.6743 , -0.4313 , 0.5667 |

จากการพิจารณาดำแหน่งของ Closed-loop Poles พบว่าอยู่ใน Unit Circle ดังนั้นแสดงว่าระบบมีเสถียรภาพ

3. ทำการวิเคราะห์หา Gain Margin และ Phase Margin ของระบบ

| | | |
|---------------------------|---|-------------------|
| Gain Margin | = | 2.1852 |
| Phase Margin | = | 8.8770 |
| Gain-crossover Frequency | = | 4.4993 Rad/s |
| Phase-crossover Frequency | = | 2.9731 Rad/s |

พบว่าค่า Gain Margin และ Phase Margin ของระบบมีค่าตรงกับกรณีระบบแบบต่อเนื่อง

4. ทำการออกแบบตัวชดเชยแบบล้าหน้า โดยมีข้อกำหนดของการออกแบบ คือ

4.1 ค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว เนื่องจากสัญญาณ Unit-ramp ไม่เปลี่ยนแปลง

4.2 ค่า Phase Margin เท่ากับ 45°

ซึ่งได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวชดเชยเท่ากับ

$$G(z) = \frac{1.9955z - 0.3705}{z + 0.625} \quad (4-8)$$

5. ทำการจำลองผลตอบเชิงเวลาเปรียบเทียบกรณีป้อนกลับโดยไม่มีการควบคุม และกรณีใช้ตัวชดเชย ดังแสดงในรูป 4-10 และจำลองผลตอบเชิงเวลาเทียบการใช้ตัวชดเชยในแบบต่อเนื่องและแบบดิจิทัลในรูป 4-11

6. จากรูปกราฟของผลตอบเชิงเวลาทั้งสองรูป พบว่าตัวชดเชยแบบดิจิทัลที่ออกแบบมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวชดเชยในแบบต่อเนื่องอยู่บ้าง

การออกแบบระบบควบคุมซึ่งมีแบบจำลองเป็นสมการสถานะด้วยทฤษฎีควบคุมแบบดิจิทัล

1. ทำการโอนย้ายสมการสถานะในตัวอย่างที่สอง ให้เป็นสมการสถานะในระนาบตัวแปร z โดยใช้อัตราสุ่มเท่ากับ 1

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_1 x_k + B_1 u_k \\ y_k &= C_1 x_k \end{aligned} \quad (4-9)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.806 & -0.0067 & -0.028 & -0.015 & .025 & .043 & -0.148 & -3.51 \\ .796 & .002 & -0.018 & -0.011 & .02 & .031 & -0.101 & -2.72 \\ .108 & .029 & .846 & -0.0006 & .0013 & .0016 & -0.0052 & -0.019 \\ .058 & .024 & .776 & .136 & .0005 & .0005 & -0.002 & -0.076 \\ -0.054 & -0.018 & -0.114 & -0.045 & .442 & .948 & -0.46 & -4.653 \\ -0.016 & -0.007 & -0.0345 & -0.016 & .19 & .4 & -0.156 & -1.57 \\ -0.02 & -0.01 & -0.046 & -0.024 & .376 & .69 & .019 & -2.39 \\ .008 & .0024 & .0165 & .006 & -0.004 & -0.012 & .064 & .93 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} .1293 & 3.61 \\ .08 & 2.79 \\ .0035 & .19 \\ .0011 & .078 \\ 5.62 & -.089 \\ 1.8686 & -.0225 \\ 2.6441 & -.0262 \\ -.07 & 0.013 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.28 & 0.42 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.52 & 0 & 2.78 & 0.217 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. ทำการโอนย้ายสมการสถานะในตัวอย่างที่สอง ให้เป็นสมการสถานะใน
ระนาบตัวแปร z โดยใช้อัตราสุ่มเท่ากับ 15

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= A_2 x_i + B_2 u_i \\ y_i &= C_2 x_i \end{aligned} \quad (4-10)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -.016 & -.007 & -.094 & -.015 & -.04 & -.06 & -.19 & -2.06 \\ -.009 & -.007 & -.08 & -.016 & -.027 & -.027 & -.19 & -2.08 \\ .09 & .003 & .043 & -.004 & -.005 & -.01 & -.038 & -.71 \\ .099 & .0009 & .052 & -.0025 & -.006 & -.015 & -.023 & -.58 \\ -.089 & -.006 & -.146 & -.009 & -.123 & -.228 & -.14 & -1.36 \\ .035 & -.003 & -.058 & -.005 & -.046 & -.079 & -.069 & -.676 \\ -.071 & -.008 & -.12 & -.016 & -.069 & -.102 & -.212 & -2.15 \\ .008 & .0001 & .013 & -.0009 & .018 & .037 & -.006 & -.081 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -9.06 & 13.12 \\ -8.56 & 12.46 \\ -8.24 & 10.27 \\ -8.21 & 10.068 \\ 10.22 & -6.459 \\ 4.18 & -2.556 \\ 10.09 & -6.005 \\ 0.559 & 0.36 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.28 & 0.42 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.52 & 0 & 2.78 & 0.217 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. ตรวจสอบ Controllability และ Observability ของระบบ ในข้อ 1 และ 2

A_1, B_1, C_1

System is completely controllable

System is completely observable

A_2, B_2, C_2

System is not completely controllable

System is completely observable

พบว่าการใช้อัตราส่วนที่ต่างกัน อาจทำให้คุณสมบัติ Controllability ของระบบเปลี่ยนไปได้

4. วิเคราะห์เสถียรภาพของระบบในข้อ 1 โดยการพิจารณาจากตำแหน่ง Eigenvalues ของระบบ

$$\lambda = 0.7793 \pm 0.5123i, 0.3070 \pm 0.0448i, \\ 0.1358, 0.0067, 0.2647, 0.0001$$

จากการพิจารณาค่าของ Eigenvalue พบว่าอยู่ใน Unit Circle แสดงว่ามีเสถียรภาพ

5. ใช้การออกแบบด้วยวิธีลิ่งเลิศ ในเมนู Optimum Design โดยกำหนดให้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยสามารถคำนวณหาค่าอัตราขยายป้อนกลับได้เท่ากับ

$$K = \begin{bmatrix} -0.0052 & -0.0031 & -0.0146 & -0.008 & 0.0905 & 0.0186 & -0.064 & -0.82 \\ 0.242 & 0.0025 & 0.009 & -0.003 & 0.004 & 0.005 & -0.036 & -0.915 \end{bmatrix}$$

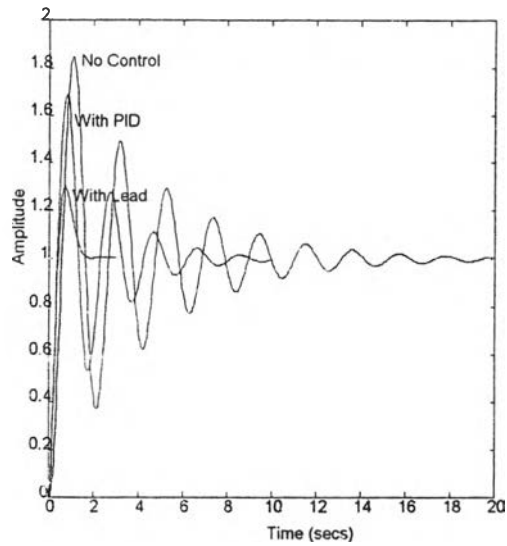
6. ทำการจำลองผลตอบเชิงเวลาของระบบเมื่อนำอัตราขยายที่คำนวณได้ในแบบดิจิทัลไปควบคุมระบบ เมื่อกำหนดให้

$$x_0 = [2 \ 0 \ 3 \ 0 \ -1 \ -2 \ 3 \ 2]$$

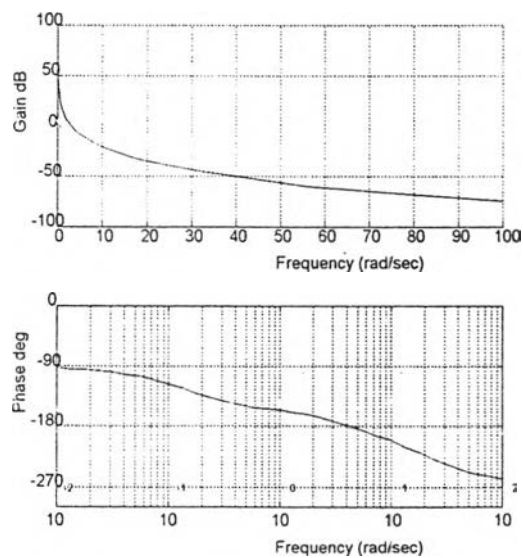
ดังแสดงในรูป 4-12 4-13 และ 4-14 ตามลำดับ

7. เปรียบเทียบความสามารถของการออกแบบด้วยวิธีลิ่งเลิศ ในระนาบของระบบต่อเนื่องและระบบไม่ต่อเนื่อง ดังแสดงในรูปที่ 4-15 4-16 และ 4-17 ตามลำดับ

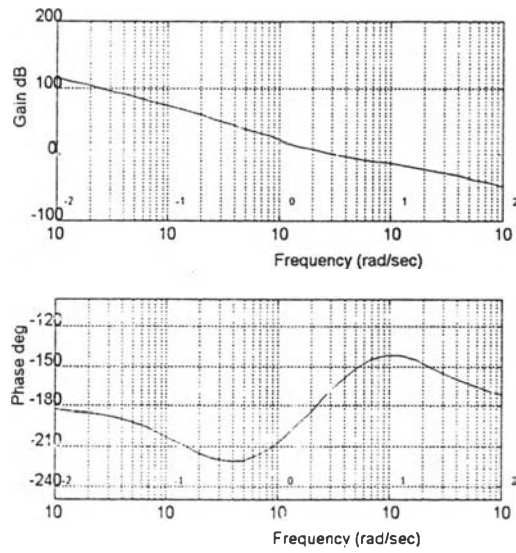
8. จากกราฟการเปรียบเทียบระบบต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง พบว่าความสามารถของระบบไม่ต่อเนื่องใกล้เคียงกับระบบต่อเนื่องมาก



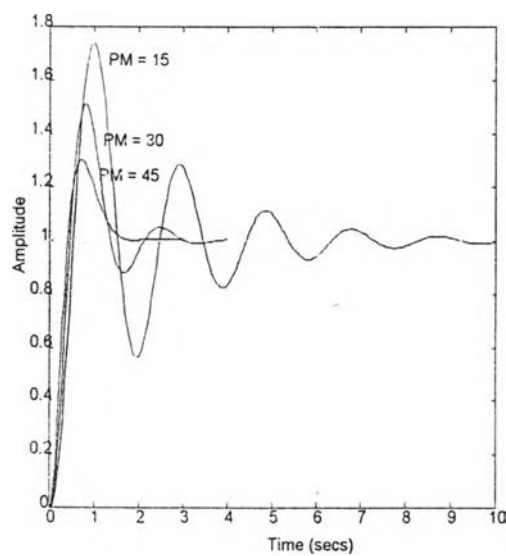
รูป 4-1 ผลตอบเชิงเวลาของระบบวงปิดสำหรับกรณีไม่มีระบบควบคุม กรณีต่อตัวควบคุมแบบ PID และกรณีต่อตัวชดเชยแบบล้าหน้า



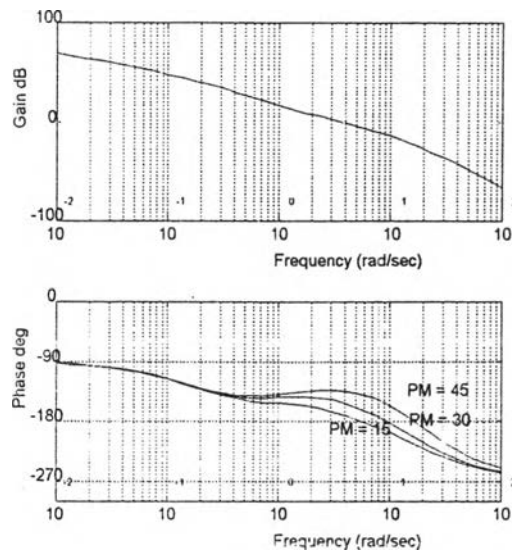
รูป 4-2 กราฟ Bode Plot ของระบบวงเปิด



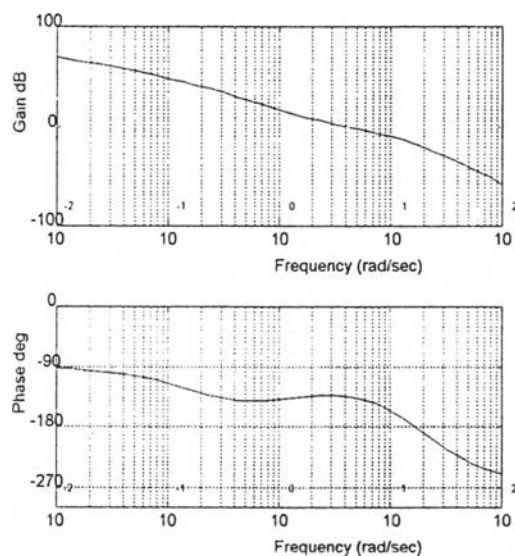
รูป 4-3 กราฟ Bode Plot ของระบบวงเปิดเมื่อมีการต่อตัวควบคุมแบบ PID



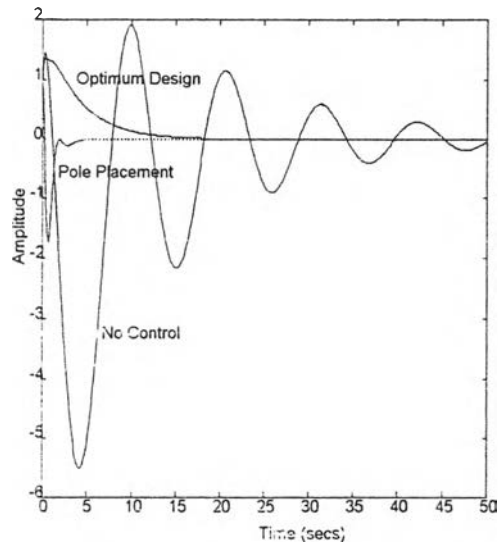
รูป 4-4 ผลตอบเชิงเวลาของระบบวงปิด เมื่อมีการต่อตัวชดเชยแบบล้ำหน้า
ในกรณีที่มีเงื่อนไขการออกแบบต่างกัน



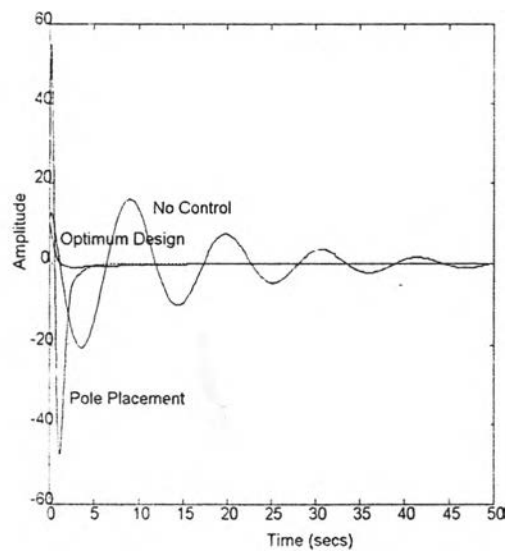
รูป 4-5 กราฟ Bode Plot ของระบบวงเปิด เมื่อมีการต่อตัวชดเชยแบบล้ำหน้า
ในกรณีที่มีเงื่อนไขในการออกแบบต่างกัน



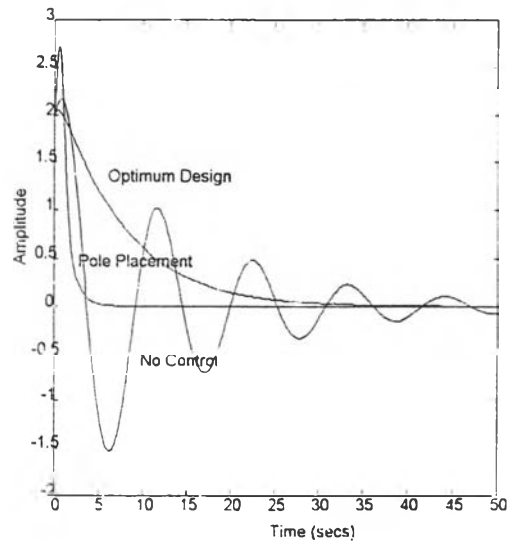
รูป 4-6 กราฟ Bode Plot ของระบบที่ต่อตัวชดเชยแบบล้ำหน้า



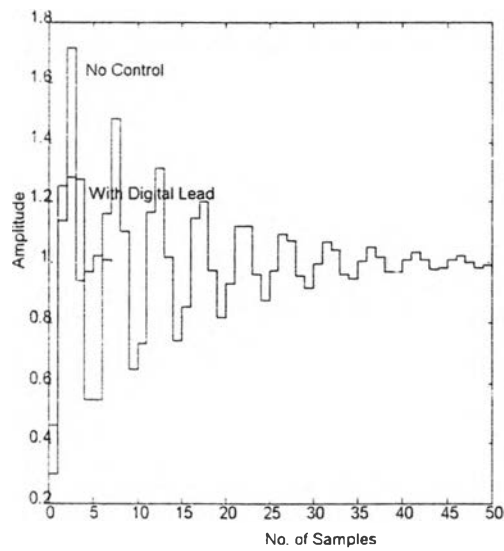
รูป 4-7 ผลตอบเชิงเวลาของ y_1 เมื่อต่อเป็นระบบวงปิด
ในกรณีไม่มีการควบคุม กรณีกำหนดตำแหน่ง Poles และกรณีเล็งเลิศ



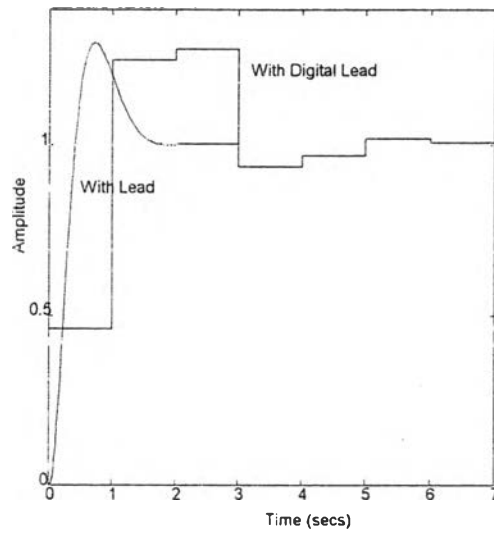
รูป 4-8 ผลตอบเชิงเวลาของ y_2 เมื่อต่อเป็นระบบวงปิด
ในกรณีไม่มีการควบคุม กรณีกำหนดตำแหน่ง Poles และกรณีเล็งเลิศ



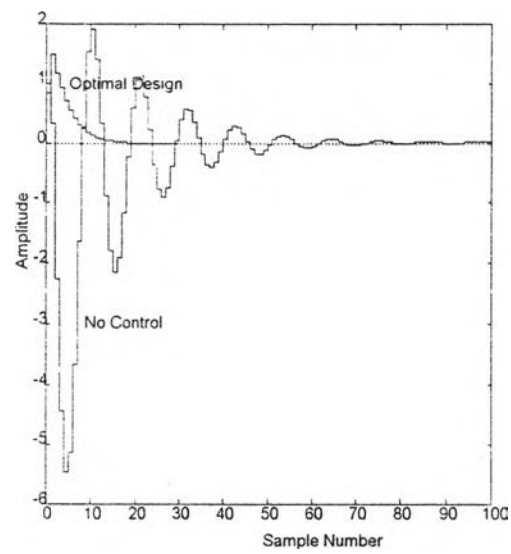
รูป 4-9 ผลตอบเชิงเวลาของ y_3 เมื่อต่อเป็นระบบวงปิด
ในกรณีไม่มีการควบคุม กรณีกำหนดตำแหน่ง Poles และกรณีเลี้ยงเลิศ



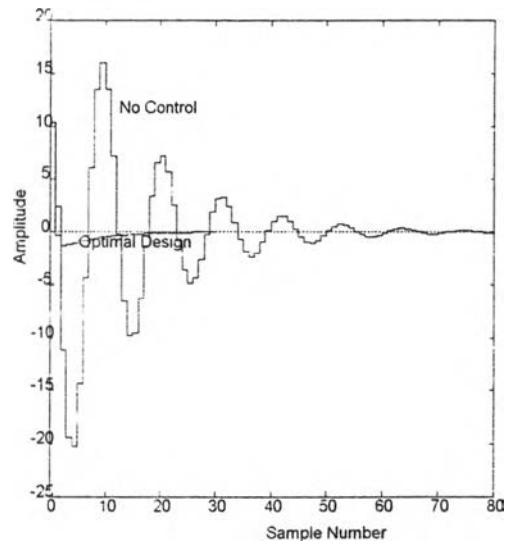
รูป 4-10 กราฟผลตอบเชิงเวลาของระบบวงปิด



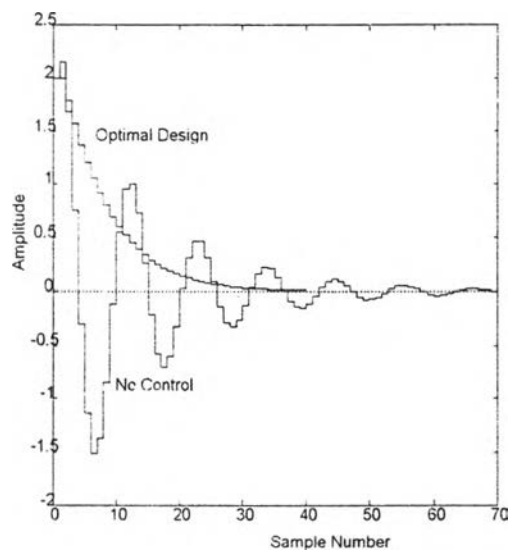
รูป 4-11 กราฟผลตอบเชิงเวลาของระบบวงปิด แบบต่อเนื่องและแบบไม่ต่อเนื่อง



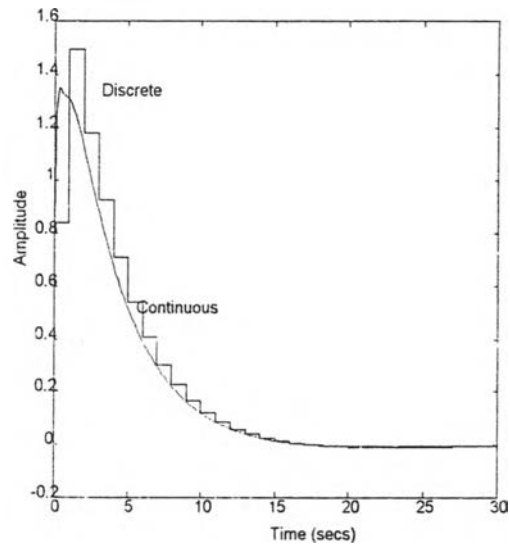
รูป 4-12 กราฟผลตอบเชิงเวลาของ y_1
กรณีไม่มีการป้อนกลับ และกรณีมีการป้อนกลับ



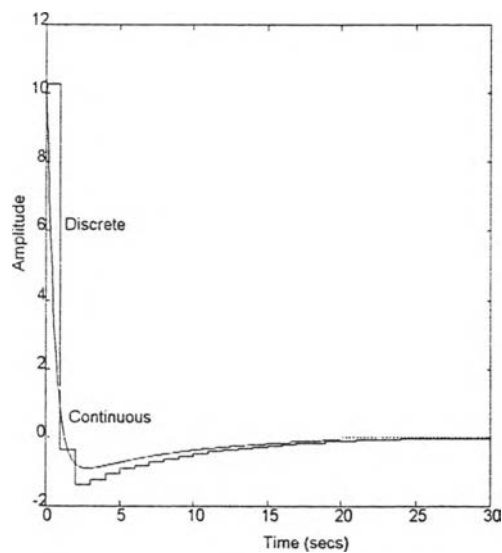
รูป 4-13 กราฟผลตอบเชิงเวลาของ y_2
กรณีไม่มีการป้อนกลับ และกรณีมีการป้อนกลับ



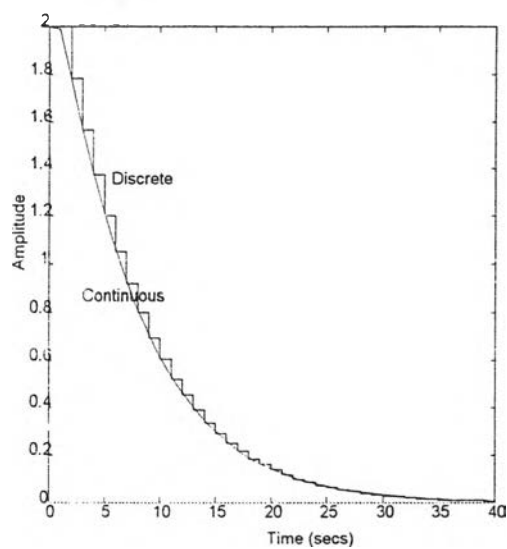
รูป 4-14 กราฟผลตอบเชิงเวลาของ y_3
กรณีไม่มีการป้อนกลับ และกรณีมีการป้อนกลับ



รูป 4-15 กราฟผลตอบเชิงเวลาของ y_1 เมื่อมีการป้อนกลับ
กรณีระบบต่อเนื่อง และกรณีระบบไม่ต่อเนื่อง



รูป 4-16 กราฟผลตอบเชิงเวลาของ y_2 เมื่อมีการป้อนกลับ
กรณีระบบต่อเนื่อง และกรณีระบบไม่ต่อเนื่อง



รูป 4-17 กราฟผลตอบเชิงเวลาของ y_3 เมื่อมีการป้อนกลับ
กรณีระบบต่อเนื่อง และกรณีระบบไม่ต่อเนื่อง