บทที่ 3

วิธีการประเมินความเชื่อถือได้

บทที่ 1 นำเสนอวิธีการคำนวณหาดัชนีความเชื่อถือได้ของระบบ ซึ่งประกอบด้วย วิธีการวิเคราะห์ และ วิธีจำลองเหตุการณ์ ความแตกต่างระหว่างวิธีทั้งสอง คือการใช้เทคนิคการวิเคราะห์ทำการจำลองระบบด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ฉะนั้นจึงทำการคำนวณหาดัชนีความเชื่อถือได้จากแบบจำลองที่ทำขึ้นโดยใช้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยตรง ส่วนเทคนิคการจำลองเหตุการณ์เป็นการประมาณค่าดัชนีความเชื่อถือได้ โดยการจำลองเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นและการสุ่มพฤติกรรมของระบบ วิธีการดังกล่าวจะใช้แก้ปัญหาที่เป็นเหตุการณ์จริงที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องในช่วงเวลาที่ทำการพิจารณา วิธีนี้จะประมาณค่าความน่าจะเป็นและดัชนีอื่นๆ โดยการนับจำนวนครั้งที่เหตุการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้น

3.1 วิธีการวิเคราะห์ (Analytical method)

วิธีการวิเคราะห์เป็นวิธีที่อาศัยแบบจำลองการทำงานของอุปกรณ์แล้วคำนวณดัชนีความเชื่อถือได้ตามสมการคณิตศาสตร์ และถือเป็นวิธีที่ให้ผลถูกต้องแม่นยำ[4,5] สำหรับวิธีการวิเคราะห์ที่นำมาใช้ในการคำนวณดัชนีความเชื่อถือได้ของสถานีไฟฟ้านั้นพอแบ่งออกได้เป็น 4 วิธีการหลัก คือ

1. วิธีการลดทอนเครือข่าย
2. วิธีความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข
3. วิธีมินิมัลคัทเซต
4. วิธีการวิเคราะห์แผนภาพต้นไม้

แต่ละวิธีมีรายละเอียดดังนี้

3.1.1 วิธีลดทอนเครือข่าย (Network reduction method)[4,5]

วิธีนี้อาศัยหลักของการต่อแบบอนุกรมและขนาน ในระบบที่มีอุปกรณ์ต่ออนุกรมกันดังรูปที่ 3.1 ก) จะใช้งานได้เมื่ออุปกรณ์ทุกตัวใช้งานได้พร้อมกัน นั่นคือ

$$R_{sys} = R_A * R_B \tag{3.1}$$

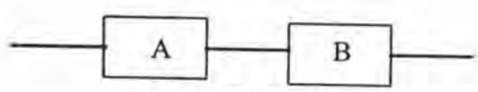
โดย R_{sys} คือ ความเชื่อถือได้ของระบบ
R_A คือความเชื่อถือได้ของอุปกรณ์ A
และ R_B คือความเชื่อถือได้ของอุปกรณ์ B

ระบบที่มีอุปกรณ์ต่อขนานกันดังรูปที่ 3.1 ข) จะขัดข้องเมื่ออุปกรณ์ทุกตัวเกิดขัดข้องพร้อมกันนั่นคือ

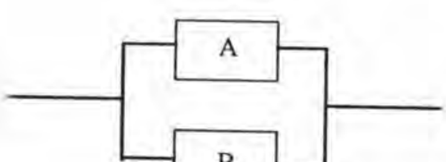
$$Q_{sys} = Q_A * Q_B \tag{3.2}$$

โดย Q_{sys} คือ ความเสี่ยงของระบบ
Q_A คือ ความเสี่ยงของอุปกรณ์ A
และ Q_B คือ ความเสี่ยงของอุปกรณ์ B
และทั้งระบบอนุกรมและขนานจะสามารถหา R_{sys} หรือ Q_{sys} ได้ดังนี้

$$Q_{sys} = 1 - R_{sys} \tag{3.3}$$



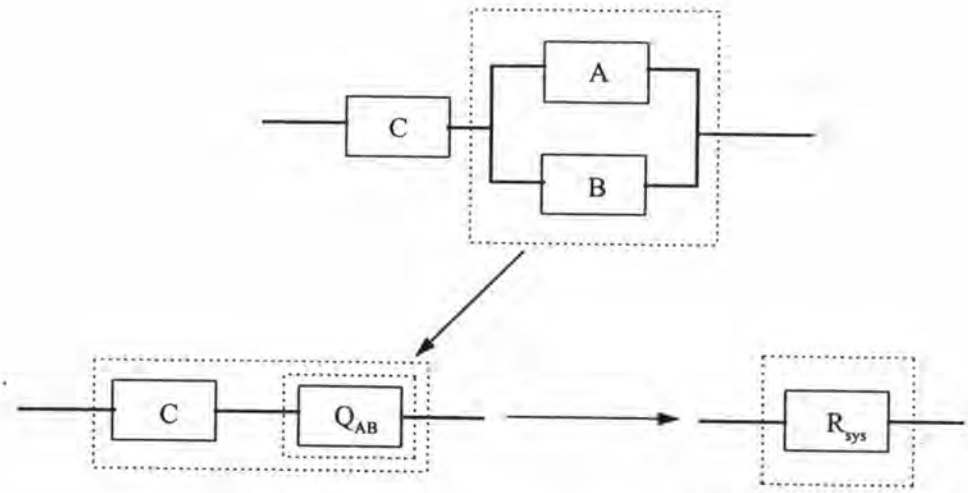
ก) ระบบอนุกรม



ข) ระบบขนาน

รูปที่ 3.1 ระบบอนุกรมและขนาน

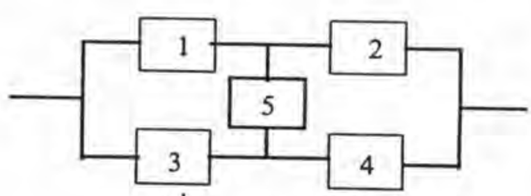
สำหรับระบบที่ประกอบด้วยการต่ออนุกรมและขนานผสมกันอยู่นั้นสามารถวิเคราะห์ความเชื่อถือได้โดยการลดทอนเครือข่ายดังรูปที่ 3.2



$Q_{AB} = Q_A * Q_B$ $R_{sys} = 1 - [R_C*(1-Q_{AB})]$

รูปที่ 3.2 ตัวอย่างการยุบส่วนของระบบที่ต่อเนื่องแบบขนานและอนุกรม

อย่างไรก็ตามในระบบที่ซับซ้อนขึ้นเช่นในรูปที่ 3.3 จะไม่สามารถวิเคราะห์โดยวิธีลดทอนเครือข่ายนี้ได้



รูปที่ 3.3 ระบบซับซ้อน

3.1.2 วิธีความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional probability method) [4,5]

การวิเคราะห์ระบบที่มีความซับซ้อนเช่นในรูปที่ 3.3 สามารถกระทำได้โดยอาศัยทฤษฎีความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข หากให้ P คือความน่าจะเป็นจะได้ว่า

P(ระบบใช้งานได้หรือล้มเหลว) = P(ระบบใช้งานได้หรือล้มเหลวถ้าอุปกรณ์ 'x'ดี)* P(อุปกรณ์'x'ดี) + P(ระบบใช้งานได้หรือล้มเหลวถ้าอุปกรณ์ 'x' เลว)*P(อุปกรณ์'x'เลว) (3.4)

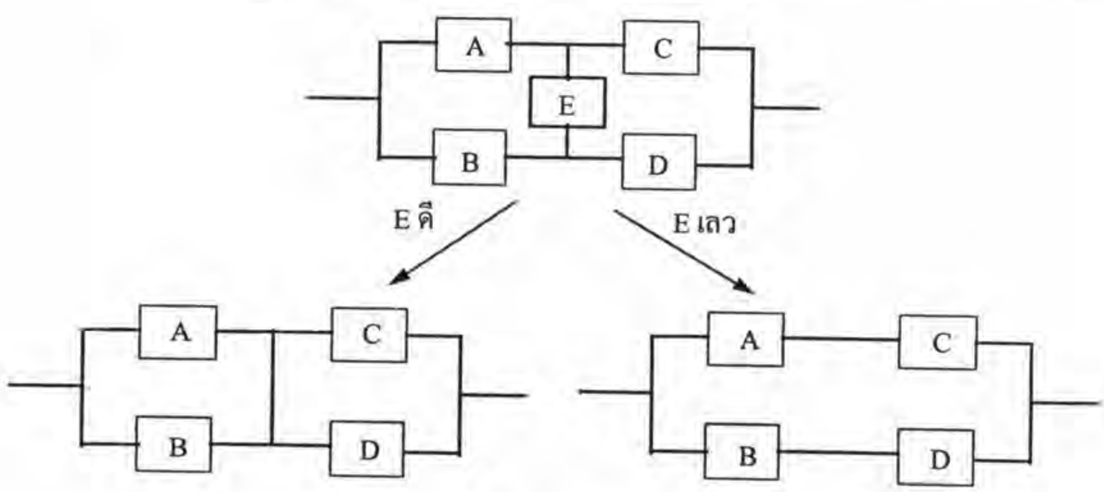
ตัวอย่างเช่นระบบในรูปที่ 3.3 จะสามารถวิเคราะห์ R_{sys} ได้รูปที่ 3.4 และได้สมการดังนี้

$$R_{sys} = R_{sys}(\text{ถ้า E ดี})R_E + R_{sys}(\text{ถ้า E เลว})Q_E \tag{3.5}$$

เงื่อนไข : ให้ E ดี จะได้ $R_{sys1} = (1-Q_AQ_B)(1-Q_CQ_D)$ (3.6)

เงื่อนไข : ให้ E เลว จะได้ $R_{sys2} = (1-R_AR_C)(1-R_BR_D)$ (3.7)

$$\begin{aligned} R_{sys} &= (1-Q_AQ_B)(1-Q_CQ_D)R_E + (1-(1-R_AR_C)(1-R_BR_D))Q_E \\ &= R_AR_C + R_BR_D + R_AR_DR_E + R_BR_CR_E - R_AR_BR_CR_D - R_AR_CR_DR_E - R_AR_BR_CR_E \\ &\quad - R_BR_CR_DR_E - R_AR_BR_DR_E + 2\,R_AR_BR_CR_DR_E \end{aligned} \tag{3.8}$$



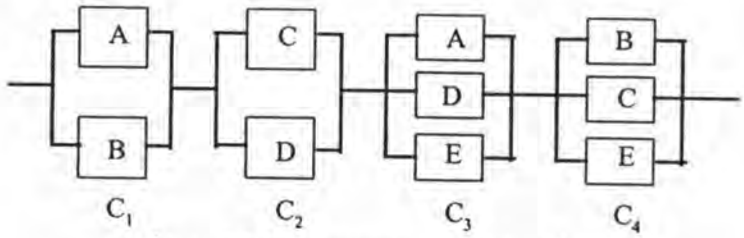
รูปที่ 3.4 การแยกเงื่อนไขเพื่อวิเคราะห์ระบบซับซ้อน

วิธีความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขนี้นับเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์มากในการวิเคราะห์ความเชื่อถือได้ในด้านของความแม่นยำ แต่วิธีดังกล่าวไม่เหมาะสมต่อการนำไปพัฒนาใช้กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สำหรับแก้ไขปัญหาที่เป็นกรณีทั่ว ๆ ไป

3.1.3 วิธีมินิมัลคัตเซต (Minimal cut set method) [4,5]

คัตเซต คือ กลุ่มอุปกรณ์ของระบบซึ่งเมื่อเกิดการล้มเหลวหรือขัดแย้งแล้วทำให้ระบบล้มเหลวหรือไม่สามารถทำงานได้ตามไปด้วย ส่วนมินิมัลคัตเซต คือ คัตเซตที่เล็กที่สุดที่เป็นกลุ่มอุปกรณ์ของระบบซึ่งเมื่อเกิดการล้มเหลวขึ้นแล้วทำให้ระบบล้มเหลวด้วย และหากอุปกรณ์ของระบบซึ่งเมื่อเกิดการล้มเหลวขึ้นแล้วทำให้ระบบล้มเหลวด้วย และหากอุปกรณ์ตัวใดตัวหนึ่งในกลุ่มนั้นใช้งานได้ ระบบก็จะไม่ล้มเหลว หรือกล่าวได้ว่าอุปกรณ์ทุกตัวในมินิมัลคัตเซตจะต้องล้มเหลวทั้งหมดจึงจะทำให้ระบบล้มเหลว

ตัวอย่างเช่นระบบในรูปที่ 3.3 จะมีมินิมัลคัตเซตทั้งหมด 4 ชุดดังนี้ AB CD AED และ BEC และจากนิยมของมินิมัลคัตเซตกับหลักการของระบบอนุกรมและขนานจะได้ดังรูปที่ 3.5โดย C_1 C_2 C_3 และ C_1 คือมินิมัลคัตเซตที่ 1 2 3 และ 4 ตามลำดับ



รูปที่ 3.5 มินิมัลคัตเซตของระบบในรูปที่ 3.3

ความเสี่ยงคำนวณได้จาก

$$Q_{sys} = P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \ldots \cup C_n) \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned} Q_{sys} &= P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \ldots \cup C_n) \\ &\approx P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4) - P(C_1 \cap C_2) - P(C_1 \cap C_3) \\ &\quad - P(C_1 \cap C_4) - P(C_2 \cap C_3) - P(C_2 \cap C_4) - P(C_3 \cap C_4) \\ &\quad + P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_4) + P(C_1 \cap C_3 \cap C_4) \\ &\quad + P(C_2 \cap C_3 \cap C_4) - P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) \end{aligned} \tag{3.10}$$

โดย $P(C_1) = Q_A Q_B$

$P(C_2) = Q_C Q_D$

$P(C_3) = Q_A Q_D Q_E$

$P(C_4) = Q_B Q_C Q_E$

$P(C_1 \cap C_2) = P(C_1)\,P(C_2) = Q_A Q_B\, Q_C Q_D$

$P(C_1 \cap C_3) = P(C_1)\,P(C_3) = Q_A Q_B Q_D Q_E$

$P(C_1 \cap C_4) = P(C_1)\,P(C_4) = Q_A Q_B Q_C Q_E$

$P(C_2 \cap C_3) = P(C_2)\,P(C_3) = Q_A Q_C Q_D Q_E$

$P(C_2 \cap C_4) = P(C_2)\,P(C_4) = Q_B Q_C Q_D Q_E$

$P(C_3 \cap C_4) = P(C_3)\,P(C_4) = Q_A Q_B Q_C Q_D Q_E$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) = P(C_1 \cap C_2 \cap C_4) = P(C_1 \cap C_3 \cap C_4) = P(C_2 \cap C_3 \cap C_4)$$
$$= P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) = Q_A Q_B Q_C Q_D Q_E$$

ดังนั้น $Q_{sys} = Q_A Q_B + Q_C Q_D + Q_A Q_D Q_E + Q_B Q_C Q_E - Q_A Q_B Q_C Q_D$
$$- Q_A Q_B Q_D Q_E - Q_A Q_B Q_C Q_E - Q_A Q_C Q_D Q_E - Q_B Q_C Q_D Q_E$$
$$+ 2\, Q_A Q_B Q_C Q_D Q_E \qquad (3.11)$$

ในระบบที่มีจำนวนมินิมัลคัตเซตมาก วิธีการดังกล่าวจะไม่ค่อยสะดวกนักจึงได้มีการประมาณจากวิธีนี้ จากสมการที่ 3.9 เมื่อวิเคราะห์โดยประมาณจะได้ว่า

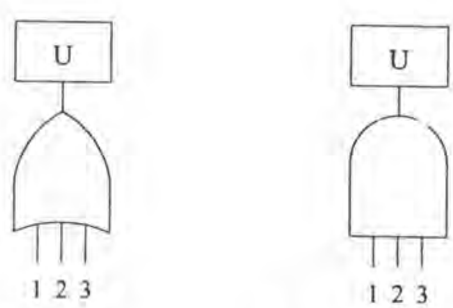
$$Q_{sys} = \sum_{i=1}^{n} P(C_i) \qquad (3.12)$$

จากตัวอย่างในสมการที่ 3.11 ถ้าใช้วิธีการประมาณการจะเหลือดังสมการที่ 3.13

$$Q_{sys} = Q_A Q_B + Q_C Q_D + Q_A Q_D Q_E + Q_B Q_C Q_E \qquad (3.13)$$

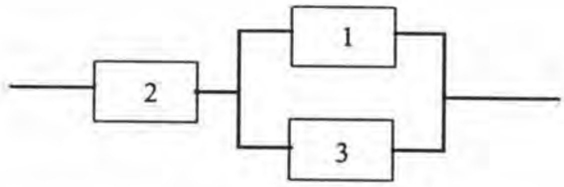
3.1.4 วิธีการวิเคราะห์แผนภาพต้นไม้แสดงการล้มเหลว (Fault tree analysis method) [4]

เริ่มต้นจากการวิเคราะห์ Fault tree ซึ่งอาศัยหลักการของ Logic gate โดยมีการประยุกต์เข้ากับความรู้ทางการคำนวณความเชื่อถือได้ดังรูปที่ 3.6 ข้อมูลเข้าแกทแต่ละตัวคือเหตุการณ์พื้นฐาน (Basic event) k เหตุการณ์ โดยมีผลลัพธ์(Output) คือการขาดพลังงานไฟฟ้าทางด้านขาออกของสถานีไฟฟ้า ซึ่งเรียกว่า Top event หรือ Fault event ดังตัวอย่างในรูปที่ 3.7 และ 3.8

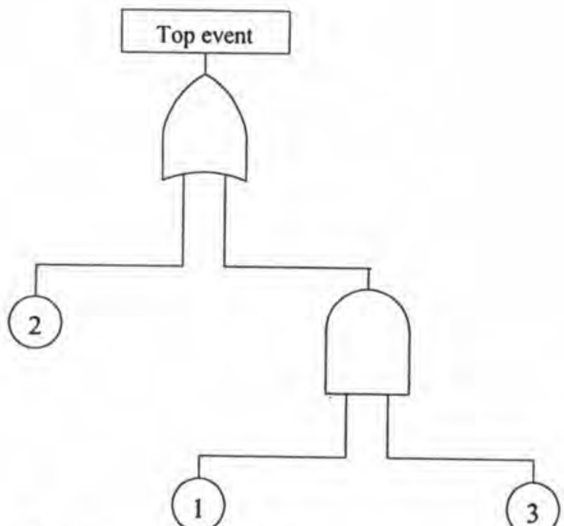


$U = U_1 U_2 U_3$ $\qquad$ $U = 1 - (1-U_1)(1-U_2)(1-U_3)$

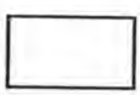
รูปที่ 3.6 การใช้ OR gate และ AND gate ในการคำนวณค่า U



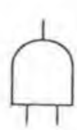
รูปที่ 3.7 ระบบตัวอย่าง



รูปที่ 3.8 แผนภาพต้นไม้แสดงการล้มเหลวของระบบ

โดยที่  หมายถึง ผลลัพท์ที่ได้จากเกท (กรณีที่ใช้กับ Logic gates)

 หมายถึง เหตุการณ์พื้นฐาน (กรณีที่ใช้กับ Logic gates)

 หมายถึง เกท 'AND'

 หมายถึง เกท 'OR'

และ U หมายถึง ความไม่พร้อมมูล

ทั้งนี้แผนภาพสัญลักษณ์ใน Fault tree จะมีความหมายในตัวเองที่นอกเหนือจากแผนภาพในทาง Logic gate เป็นต้นว่า รูปที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าจะหมายถึงผลลัพธ์ของเกทโดยไม่จำเป็นต้องเป็นผลลัพธ์ของระบบทั้งหมด รูปวงกลมจะหมายถึงความล้มเหลวของอุปกรณ์ซึ่งไม่สามารถแตกกระจายลงไปได้อีกหรือก็คือเหตุการณ์พื้นฐานนั่นเอง และรูปอื่นๆ ซึ่งไม่ได้แสดงไว้ในที่นี้ วิธีการนี้มีข้อดีในด้านความเป็นระบบในการวิเคราะห์ กล่าวคือเมื่อมีข้อมูลเข้าก็สามารถใส่ในแผนผังแล้วสามารถคำนวณค่าได้ทันที แต่มีข้อเสียคือในกรณีที่ไม่ทราบแผนภาพต้นไม้การล้มเหลวจะทำให้การวิเคราะห์ไม่สะดวกนักเนื่องจากจะต้องมาสร้างแผนภาพดังกล่าว และหากระบบซับซ้อนก็จะสร้างแผนภาพต้นไม้ได้ลำบาก

3.2 วิธีการจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โล(Monte Carlo Simulation)

วิธีการจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โลโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการสุ่มผ่านแบบจำลองที่จำลองพฤติกรรมของระบบจริงโดยที่อุปกรณ์ต่างๆที่ทำงานในระบบจะมีพารามิเตอร์ที่แตกต่างๆกันไป เช่น จำนวนครั้งที่เกิดการล้มเหลว ช่วงเวลาระหว่างการล้มเหลว ช่วงเวลาในการซ่อมแซม เป็นต้น โดยการสุ่มนี้จะถูกกระทำซ้ำหลาย ๆ ครั้ง จากกระบวนการจำลองดังกล่าวจะนำสู่การตรวจสอบและทำนายรูปแบบพฤติกรรมของระบบในช่วงเวลาที่จำลองเหตุการณ์ เพื่อที่จะได้ค่าการกระจายของความถี่หรือความน่าจะเป็นของดัชนีความเชื่อถือได้ต่างๆของระบบ และเป็นการประมาณค่าความคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยของค่าดัชนีความเชื่อถือได้แบบต่าง ๆ โดยทั่วไปวิธีนี้มีความสะดวกและสามารถใช้กับระบบที่ซับซ้อนหรือมีการทำงานที่ขนาดใหญ่มาก ๆ ซึ่งวิธีการตัดสินใจจากประสบการณ์ (Deterministic method) ไม่สามารถหรือไม่สะดวกที่จะใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา [17]

วิธีจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โลแบ่งได้เป็น 2 วิธีหลัก [4] คือ 1. การจำลองเหตุการณ์แบบสุ่ม(Random simulation หรือ Non-Sequential simulation) 2. การจำลองเหตุการณ์แบบเป็นลำดับ (Sequential simulation) สำหรับวิธีการแรกจะทำการจำลองเหตุการณ์ในแต่ละช่วงเวลาเพื่อดูว่าอุปกรณ์ตัวนั้นในแต่ละช่วงเวลามีการทำงานล้มเหลวหรือไม่ แล้วตรวจสอบว่าระบบทำงานล้มเหลวหรือไม่ โดยคิดแต่ละช่วงเวลาเป็น 1 เหตุการณ์ ส่วนวิธีที่สองจะทำการจำลองเหตุการณ์หาค่า Time to failure ของอุปกรณ์ทุกตัวในระบบ และถ้าอุปกรณ์นั้นสามารถซ่อมแซมได้ก็ต้องทำการจำลองเหตุการณ์หาค่า Time to repair ของอุปกรณ์ตัวนั้น ซึ่งเหตุการณ์ดังกล่าวถูกทำอย่างต่อเนื่องและเป็นลำดับไปบนแกนของเวลา และทำการยกจุดของเวลาที่อุปกรณ์ซึ่งเกิดการล้มเหลวขึ้นมาพิจารณาว่าระบบเกิดการล้มเหลวหรือไม่ แล้วทำการจำลองเหตุการณ์ไปจนครบคาบเวลาที่ต้องการ

วิธีการดังกล่าวนี้ทำให้เราสามารถพิจารณาถึงเงื่อนไขของเวลาและผลของเหตุการณ์ก่อนหน้านี้ซึ่งส่งผลต่อเหตุการณ์ถัดไป ที่ส่งผลกระทบต่อระบบได้ โดยทั่วไปวิธีการจำลองเหตุการณ์แบบเป็นลำดับสามารถแบ่งได้อีก 2 แบบ [4] คือ

1.) วิธีการกำหนดช่วงเวลาคงที่ (Fixed-time-interval method)

2.) วิธีการเหตุการณ์ถัดไป (Next-event method)

วิธีการแรกจะกำหนดช่วงเวลาคงที่ค่าหนึ่งขึ้น ซึ่งช่วงเวลาที่กำหนดจะขึ้นกับลักษณะการปฏิบัติงานของระบบ โดยการจำลองเหตุการณ์จะเคลื่อนที่ไปที่ละก้าวและทำการตรวจสอบระบบในแต่ละก้าวที่เคลื่อนไป ซึ่งแต่ละก้าวจะมีค่าเท่ากับช่วงเวลาที่กำหนดขึ้น และทำไปจนกว่าจะได้จำนวนก้าวที่เพียงพอ ส่วนวิธีการหลังจะทำการจำลองเหตุการณ์ไปอย่างต่อเนื่อง ซึ่งช่วงเวลาที่ก้าวไปจะขึ้นอยู่กับการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่ได้จากการจำลอง ในการทำวิจัยนี้เราจะใช้วิธีการจำลองเหตุการณ์แบบเป็นลำดับและเป็นวิธีการเหตุการณ์ถัดไป เทคนิคพื้นฐานที่ใช้ในการจำลองเหตุการณ์แบบเป็นลำดับมีดังต่อไปนี้

3.2.1 การสุ่มตัวเลข(Random number generation) [4,15]

ฟังก์ชั่นพื้นฐานที่ใช้ในการจำลองเหตุการณ์ที่สำคัญได้แก่ฟังก์ชั่นที่ใช้ในการสุ่มตัวเลขซึ่งจะเป็นการสุ่มตัวเลขที่มีค่าอยู่ในระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่งตัวเลขที่ได้จากการสุ่มไว้จะมีคุณสมบัติดังนี้

-เป็นตัวเลขที่ถูกสุ่มมาอย่างไม่เจาะจง และมีการกระจายแบบยูนิฟอร์ม(uniform-distribution)คือมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดช่วงที่สุ่ม

-ลำดับของตัวเลขที่ถูกสุ่มมาจะสามารถซ้ำได้แต่ต้องมีระยะห่างก่อนที่จะเกิดการซ้ำกว้างมากพอ

-จะต้องเกิดลำดับของตัวเลขที่ซ้ำในการสุ่ม

กระบวนวิธี(Algorithm)ที่นิยมในการสุ่มตัวเลข นั้นเป็นการสุ่มตัวเลขค่าใหม่ X_{i+1} ในลำดับโดยคำนวณจากตัวเลขที่ถูกสุ่มตัวก่อนหน้านี้ X_i ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของสมการ

$$X_{i+1} = (AX_i+C)\mathrm{mod}(B) \tag{3.14}$$

โดยที่ A,B,C และ X_0 จะต้องไม่เป็นตัวเลขจำนวนเต็มที่ติดลบ และ X_0 ที่ถูกเลือกขึ้นมาจะต้องมีค่าไม่เกิน B แล้วตัวเลขต่อไปก็จะถูกสร้างไปอย่างต่อเนื่องโดยกระบวนวิธีที่แสดงไว้ใน

สมการ 3.14 เพื่อต้องการให้ตัวเลขที่สุ่มอยู่ในช่วง(0,1) จะทำโดยนำตัวเลขที่สุ่มมาหารด้วย B ก็จะได้ผลดังนี้

$$U_i = X_i/B \tag{3.15}$$

ซึ่งจะได้ U_i เป็นเลขที่ได้จากสุ่มและมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) และมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดช่วง (Uniform distribution) ซึ่งปกติโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันนี้จะมีฟังก์ชั่นของการสุ่มตัวเลขอยู่ในตัวโปรแกรมอยู่แล้ว ซึ่งใน Matlab จะใช้คำสั่ง rand

3.2.2 การเปลี่ยนค่าของตัวเลขที่สุ่มมา (Conversion of uniform random number)

การเปลี่ยนค่าของตัวเลขที่สุ่มมา เพื่อให้ตัวเลขที่สุ่มมาซึ่งมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดช่วง(Uniform Distribution) เปลี่ยนแปลงไปเป็นการกระจายแบบไม่ยูนิฟอร์ม เช่น การกระจายแบบเอ็กโปเนนเชียล(Exponential distribution) การกระจายแบบวายบูลล์ (Weibul Distribution) การกระจายแบบปกติ (Normal distribution) เป็นต้น ก่อนที่จะเริ่มกระบวนการจำลองเหตุการณ์จะต้องมีการเปลี่ยนค่าตัวเลขที่สุ่มมาเพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีการกระจายตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการจะนำไปใช้งาน

ซึ่งมีวิธีการเปลี่ยนค่าของตัวเลขที่สุ่มมาให้มีการการกระจายแบบอื่น ๆ นั้นด้วยกันมีหลายวิธี[15] ซึ่งพอจะสรุปได้ 3 วิธีหลักดังนี้

1. Inverse transform method
2. Composition method
3. Acceptance rejection method

ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้วิธี Inverse transform method เพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีการกระจายแบบเอ็กโปเนนเชียลและแบบวายบูลล์ เริ่มจากข้อมูลที่มีการกระจายแบบเอ็กโปเนนเชียล โดยการกำหนดให้ T เป็นข้อมูลที่มีการกระจายแบบเอ็กโปเนนเชียล ฉะนั้นจะมีฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็น(Probability density function)

$$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t} \tag{3.16}$$

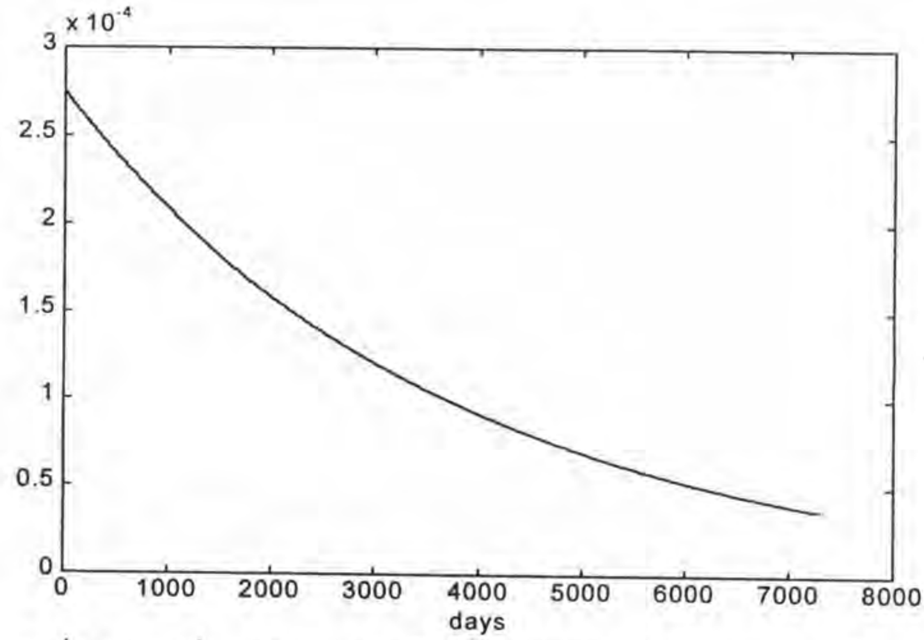
เมื่อ $\lambda > 0$ และ $t \geq 0$

วิธี Inverse transform method จะทำโดยการอินทิเกรตฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็นเพื่อให้ได้ฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบสะสม (Cumulative probability density function) แล้วทำการอินเวอร์สฟังก์ชั่นที่อินทิเกรตได้ ซึ่งได้ผลดังต่อไปนี้

$$U = F_T(T) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{3.17}$$

จะได้
$$T = -(1/\lambda)\ln(1-U) \tag{3.18}$$

โดยที่ U เป็นตัวเลขสุ่มในช่วง(0,1)ซึ่งมีการกระจายแบบยูนิฟอร์ม



รูปที่ 3.9 กราฟที่แสดงลักษณะของฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ของข้อมูลที่มีการกระจายแบบเอ็กโนเนนเซียล โดยมีค่า $1/\lambda = 3650$ วัน

ส่วนข้อมูลที่มีการกระจายแบบวายบูลล์ (Weibull distribution) โดยการกำหนด X เป็นข้อมูลที่มีการกระจายแบบวายบูลล์ ฉะนั้นจะมีฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability density function) ดังนี้

$$f_X(x) = \frac{\alpha}{\beta^{\alpha}} x^{\alpha - 1} e^{-(x/\beta)^{\alpha}} \quad ,0 \le x < \infty, \alpha > 0, \beta > 0 \tag{3.19}$$

โดยวิธี Inverse transform method ดังที่อธิบายไปแล้ว จะได้

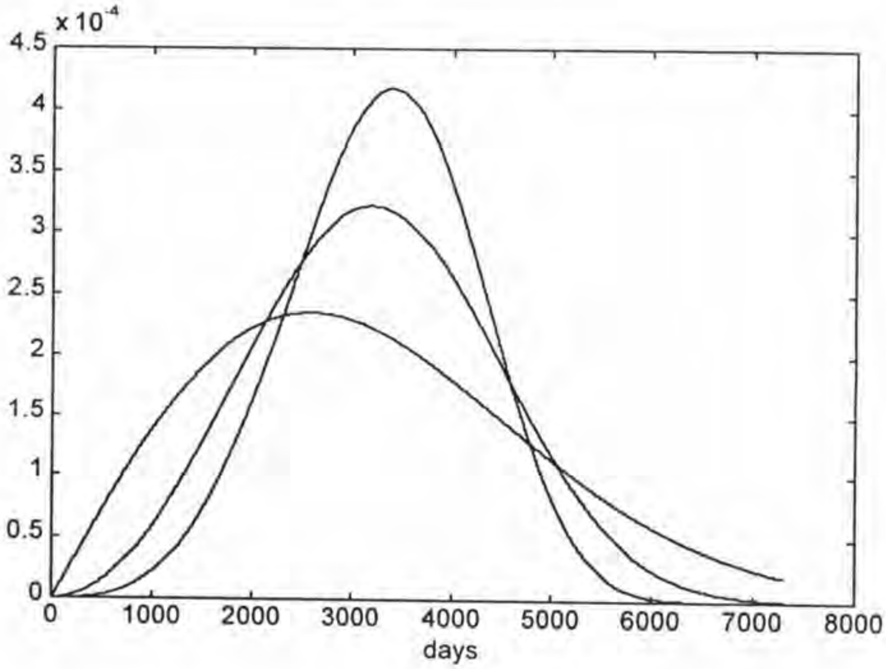
$$U = 1 - e^{-(x/\beta)^{\alpha}} \tag{3.20}$$

ดังนั้น

$$X = \beta(-\ln(1-U))^{(1/\alpha)} \tag{3.21}$$

โดยที่ U เป็นตัวเลขสุ่มในช่วง(0,1)ซึ่งมีการกระจายแบบยูนิฟอร์ม

เราจะใช้การเปลี่ยนค่าตัวเลขจากการกระจายแบบ Uniform ไปเป็นการกระจายแบบเอ็กโปเนนเชียลและวายบูลล์ เนื่องจากค่า TTF (Time to failure) จะเป็นข้อมูลที่มีการกระจายแบบเอ็กโปเนนเชียลหรือวายบูลล์



รูปที่ 3.11 กราฟที่แสดงลักษณะของฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของข้อมูลที่มีการกระจายแบบวายบูลล์ (Weibull) โดยเส้นบนสุดมีค่า α=4 รองลงมา α=3 และเส้นล่างสุด α=2 โดยมีค่า β = 3650 วัน

ส่วนข้อมูลที่มีการกระจายแบบปกติ (Normal Distribution) ซึ่งมีฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็น(Probability density function) ดังนี้

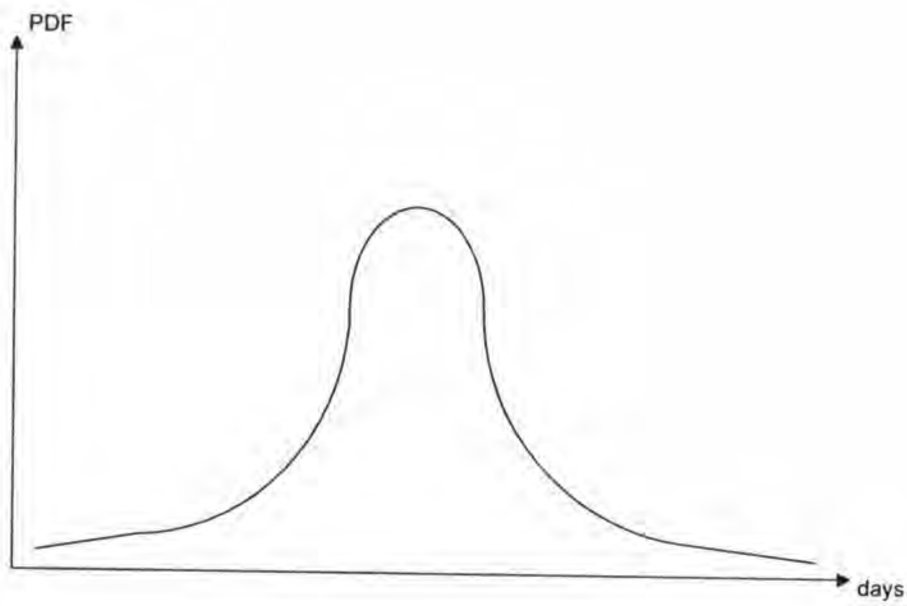
$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu^2}{2\sigma^2} \right], -\infty < x < \infty \qquad (3.22)$$

หรือ เขียนได้อีกแบบ $N(\mu,\sigma^2)$ โดยที่ μ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต σ^2 คือ ค่าความแปรปรวน

$$X = \mu + \sigma Z \qquad (3.23)$$

Z คือข้อมูลที่มีการกระจายแบบปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ1

เนื่องจากใน Matlab มีฟังก์ชั่นในการสร้างค่า Z ได้โดยใช้คำสั่ง randn จากสมการที่ 3.23 ซึ่งทำให้เราสามารถสร้างข้อมูลที่มีการกระจายแบบปกติได้ เนื่องจากฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการกระจายแบบปกติไม่สามารถอินทิเกรตได้จึงไม่สามารถใช้วิธี Inverse transform method ได้ อย่างไรก็ตามยังมีอีก 2 วิธีที่เหลือสามารถทำได้ นอกจากนั้นเรายังสามารถประมาณฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการกระจายแบบปกติเป็นฟังก์ชั่นที่สามารถอินทิเกรตได้ เราก็ยังสามารถใช้เทคนิค Inverse transform method ได้



รูปที่ 3.12 กราฟที่แสดงลักษณะของฟังก์ชั่นความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของข้อมูลที่มีการกระจายแบบปกติ (Normal distribution)

เราจะใช้การเปลี่ยนค่าตัวเลขจากการกระจายแบบ Uniform ไปเป็นการกระจายแบบปกติ เนื่องจาก TTR (Time to repair) เป็นข้อมูลที่มีการกระจายแบบปกติ แต่เนื่องจากการกระจายแบบปกติสามารถทำให้เกิดค่าติดลบได้ดังนั้นจึงต้องมีการกำหนดค่าต่ำสุดไว้ด้วยเมื่อนำไปใช้งาน

ทั้ง 2 ส่วนที่กล่าวมาเป็นส่วนในการสร้างข้อมูลส่วนที่จะนำไปใช้(Input Data)

3.2.3 กระบวนการในการจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โล

เราจะใช้การจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โลสุ่มผ่านแบบจำลอง 2 สถานะกับอุปกรณ์ที่มีอยู่ในระบบ โดยเราจะต้องทำการสุ่มค่า Time to failure สลับกับ Time to repair ซึ่งเป็นสภาวะการทำงานของแบบจำลอง 2 สถานะ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่มากขึ้นเรามีตัวอย่างที่แสดงลำดับขั้น

ตอนในการจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โลกับระบบที่มีอุปกรณ์ซึ่งสามารถซ่อมแซมได้ ได้แสดงไว้ดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 : สุ่มตัวเลขมา 1 ค่าโดยใช้วิธีดังที่อธิบายไว้ในหัวข้อ 3.2.1

ขั้นตอนที่ 2 :เปลี่ยนตัวเลขที่สุ่มมาให้เป็นค่าเวลาในการปฏิบัติการก่อนเกิดการล้มเหลวของอุปกรณ์ตัวหนึ่งในระบบ โดยใช้เทคนิคการเปลี่ยนค่าดังที่อธิบายไว้ในหัวข้อ 3.2.2 ซึ่งจะต้องสอดคล้องกับรูปแบบการกระจายข้อมูลของระยะเวลาในการทำงานก่อนที่เกิดการล้มเหลวของอุปกรณ์ตัวนั้นในระบบ

ขั้นตอนที่ 3 : สุ่มตัวเลขมาอีก 1 ค่าโดยใช้วิธีดังที่อธิบายไว้ในหัวข้อ 3.2.1

ขั้นตอนที่ 4 : เปลี่ยนตัวเลขที่สุ่มมาให้เป็นค่าเวลาในการซ่อมแซมของอุปกรณ์ตัวนั้นโดยใช้เทคนิคการเปลี่ยนค่าดังที่อธิบายไว้ในหัวข้อ 3.2.2 ซึ่งจะต้องสอดคล้องกับรูปแบบการกระจายข้อมูลของระยะเวลาในการซ่อมแซมของอุปกรณ์ตัวนั้นในระบบ

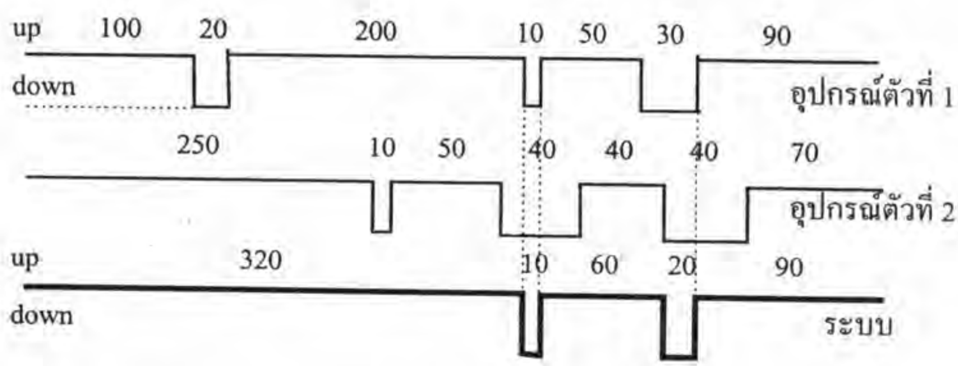
ขั้นตอนที่ 5 : ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 1-4 จนครบคาบเวลาในการปฏิบัติการที่ตั้งไว้

ขั้นตอนที่ 6 : ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 1-5 จนครบทุกอุปกรณ์ในระบบ

ขั้นตอนที่ 7 : ทำการเปรียบเทียบลำดับการทำงานของอุปกรณ์ของแต่ละตัว เพื่อวิเคราะห์หาค่าอัตราการทำงานล้มเหลว และค่าดัชนีความเชื่อถือได้อื่นๆ

ขั้นตอนที่ 8 : ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 1-7 จนครบจำนวนรอบในการจำลองเหตุการณ์ที่ตั้งไว้

ตัวอย่างในรูปที่ 3.13 แสดงลำดับการทำงานและการซ่อมแซมของระบบที่มีอุปกรณ์ 2 ตัวต่อขนานกัน



รูปที่ 3.13 แสดงลำดับการทำงานของระบบที่มีอุปกรณ์แบบซ่อมแซมได้ 2 ตัว

จากรูปที่ 3.13 เราจะเห็นได้ว่า ถึงแม้ว่าอุปกรณ์ทั้งสองในระบบจะเกิดการล้มเหลว 3 ครั้ง แต่ระบบจะเกิดการล้มเหลวเพียง 2 ครั้ง โดยครั้งหนึ่งนาน 10 ชั่วโมง และ 20 ชั่งโมงตามลำดับ ในช่วงเวลาในการจำลองเหตุการณ์ 500 ชั่วโมง ดังนั้น

ความถี่ของการล้มเหลวของระบบ = 2f / 500hr = 35.04 f/hr

ช่วงเวลาเฉลี่ยที่ระบบล้มเหลว = (10+20)/2 = 15 hr

ความไม่พร้อมมูลของระบบ = 0.06

ความพร้อมมูลของระบบ = 0.94

แต่ขบวนการจำลองเหตุการณ์ดังกล่าวจะต้องกระทำซ้ำหลายครั้งเพื่อให้ได้ค่ามีความผิดพลาดที่ยอมรับได้ ซึ่งรูปแบบดังกล่าวเป็นพื้นฐานที่สำคัญที่จะนำไปใช้ในการวิจัยนี้

3.2.4 จำนวนรอบของการจำลองเหตุการณ์ (Number of simulations)

การวิเคราะห์หาจำนวนรอบของการจำลองเหตุการณ์ที่เหมาะสมต่อการนำไปใช้งานนั้นจะอาศัยกฎในการหยุดการจำลอง (Stopping rule)[4,15] ซึ่งโดยทั่วไปแล้วมีเกณฑ์ที่ใช้ในการกำหนดจำนวนรอบในการจำลองอยู่ 2 แนวทางคือ

1.) pre-specified number of trials

2.) pre-specified precision

ในหลักการแรก เราจะตั้งในจำนวนรอบในการจำลองเหตุการณ์เป็นค่าคงที่ค่าหนึ่ง ซึ่งไม่ใช่หลักเกณฑ์ที่ดีในการสร้างความเชื่อถือให้กับผลลัพธ์ ถ้าหากไม่เข้าใจระบบและพฤติกรรมของระบบที่ทำการจำลองอย่างดีเพียงพอ อย่างไรก็ตามอาจจะสามารถนำเทคนิคการลดค่าความแปรปรวน (Variance reduction technique)[4,15]มาใช้ได้ เพื่อเพิ่มความเชื่อมั่นให้กับผลคำตอบที่ได้จากการคำนวณ สำหรับหลักการหลังซึ่งเป็นวิธีที่เรานำมาใช้ จะอาศัยการตั้งค่าของระดับความแม่นยำ (Degree of precision) หรือตั้งช่วงของความเชื่อมั่น (Confidence interval) [17,18]แทน ซึ่งวิธีนี้จะไม่เหมาะสมต่อการใช้เทคนิคการลดค่าความแปรปรวน แต่จะอาศัยวิธีพิจารณาโดยในขณะที่ทำการจำลองเหตุการณ์แต่ละรอบจะทำการคำนวณหาค่าความผิดพลาดสัมพัทธ์ (Relative error) หรือค่าความไม่แน่นอน (Uncertainty) โดยใช้หลักการทดสอบทางสถิติ ซึ่งอาศัยสมมติฐานว่าข้อมูลมีการกระจายแบบปกติถ้าการสุ่มนั้นมีจำนวนรอบที่มากเพียงพอ จะทำการจำลองเหตุการณ์จนค่าที่คำนวณแต่ละรอบน้อยกว่าค่า Pre-specified precision (ค่าที่ตั้งไว้สำหรับใช้หยุดการจำลองเหตุการณ์)ที่กำหนดไว้ จึงหยุดการจำลองเหตุการณ์ โดยสมการในการคำนวณหา Relative

Uncertainty เพื่อนำไปใช้ตรวจสอบ กับค่าที่ตั้งไว้สำหรับใช้หยุดในการจำลองเหตุการณ์ แสดงไว้ดังสมการที่ 3.24

$$\text{Relative uncertainty} = \frac{s}{\bar{x}\sqrt{n}} \tag{3.24}$$

โดยที่ $\bar{x}$ = ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล

s = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล

n = จำนวนรอบในการจำลองเหตุการณ์

อย่างไรก็ตามในบางกรณีที่มีการตั้งค่าที่ใช้ในการหยุดการจำลองเหตุการณ์ไว้ต่ำมากก็จำเป็นที่ต้องกำหนดจำนวนรอบสูงสุดในการจำลองเหตุการณ์ไว้ให้สูงสำหรับการหยุดจำลองเหตุการณ์ ทั้งนี้เพื่อให้มั่นใจได้ว่าผลตอบที่ได้มีความผิดพลาดอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้