

การกระจายของ INTERACTION ในตารางแบบ ๒ x ๒  
(DISTRIBUTION OF INTERACTIVE QUADRUPLES IN A TWO-BY-TWO TABLE)



โดย  
นางสาวอารมณั์ แสงเพชรส่อง วท.บ. (เกียรตินิยมอันดับสอง)

006576

วิทยานิพนธ์นี้  
เป็นส่วนประกอบการศึกษาตามระเบียบปริญญามหาบัณฑิต  
ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
แผนกวิชาคณิตศาสตร์

พ.ศ. ๒๕๑๒

ต้นฉบับ หน้าขาดหาย

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย  
เป็นส่วนประกอบการศึกษาตามระเบียบปริญญามหาบัณฑิต

นาย ธีระศักดิ์

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



คณะกรรมการตรวจวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ  
..... กรรมการ  
..... กรรมการ  
..... กรรมการ  
..... กรรมการ

อาจารย์ผู้ควบคุมงานวิจัย

.....

วันที่ ๒๓ เดือน ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๒



ให้  $X(p)$  ,  $p = 1, \dots, P$  ,  $Y(q)$  ,  $q = 1, \dots, Q$  ,  
 $Z(r)$  ,  $r = 1, \dots, R$  ,  $W(s)$  ,  $s = 1, \dots, S$  เป็นตัวแปรสุ่ม  
 ต่อเนื่องซึ่งไม่ขึ้นต่อกันและมีการแจกแจงเดียวกัน ให้  $I$  และ  $J$  เป็นจำนวนชุดของ  
 ค่า  $p, q, r, s$  ซึ่ง  $X(p) > Y(q)$  ,  $X(p) > Z(r)$  ,  $W(s) > Y(q)$  ,  
 $W(s) > Z(r)$  และ  $X(p) < Y(q)$  ,  $X(p) < Z(r)$  ,  $W(s) < Y(q)$  ,  
 $W(s) < Z(r)$  ตามลำดับ จุดมุ่งหมายของการทำวิทยานิพนธ์นี้ก็คือ การศึกษา  
 ถึงการแจกแจงรวมของ  $I$  กับ  $J$  ในกรณี  $P, Q, R, S$  มีค่ามาก โดยการ  
 พิสูจน์โมเมนต์ของฟังก์ชันเชิงเส้นของ  $I$  กับ  $J$  เราพิสูจน์ได้ว่า ถ้า  $P = an$  ,  
 $Q = bn$  ,  $R = cn$  ,  $S = dn$  แล้ว การแจกแจงรวมของ  
 $\left\{ \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{Var}(I)}} \right\}$  กับ  $\left\{ \frac{J - E(J)}{\sqrt{\text{Var}(J)}} \right\}$   
 ย่อมลู่เข้าหาการแจกแจงปกติอย่างไบนารีเอค เมื่อ  $n$  มีค่าสูงสู่นั้น

ABSTRACT

Let  $X(p)$ ,  $p = 1, \dots, P$ ;  $Y(q)$ ,  $q = 1, \dots, Q$ ;  $Z(r)$ ,  $r = 1, \dots, R$ ;  $W(s)$ ,  $s = 1, \dots, S$  be independent identically distributed continuous random variables. Let  $I$  and  $J$  be the numbers of quadruples of  $p, q, r, s$  such that  $X(p) > Y(q), X(p) > Z(r), W(s) > Y(q), W(s) > Z(r)$  and  $X(p) < Y(q), X(p) < Z(r), W(s) < Y(q), W(s) < Z(r)$  respectively. The purpose of this thesis is to study the joint distribution of  $I$  and  $J$  when  $P, Q, R, S$  are large. By considering the moments of linear function of  $I$  and  $J$  it is proved that if  $P = an, Q = bn, R = cn, S = dn$ , then the joint distribution of  $\{I - E(I)\} / \sqrt{\text{Var}(I)}$  and  $\{J - E(J)\} / \sqrt{\text{Var}(J)}$  tends to a bivariate normal distribution as  $n$  approaches infinity.

คำนำ

การทำวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลงได้โดยความช่วยเหลือและแนะนำของ  
อาจารย์ ดร.วิรุฬห์ บุญสมบัติ อาจารย์แผนกวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จึงขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้ด้วย



สารบัญ

หน้า

|   |    |
|---|----|
| บทคัดย่อ .....  | ก  |
| คำนำ .....  | ง  |
| บทที่ ๑ บทนำ .....  | ๑  |
| บทที่ ๒ โมเมนต์ของ I และ J .....  | ๖  |
| ๒.๑ ความสัมพันธ์บางประการระหว่าง $I(p, q, r, s)$ กับ $I(p', q', r', s')$ และ $I(p, q, r, s)$ กับ $J(p, q, r, s)$ .. | ๖  |
| ๒.๒ โมเมนต์และ Product Moment ของ $I(p, q, r, s)$ กับ $J(p, q, r, s)$ .....   | ๘  |
| ๒.๓ มัชฌิมเลขคณิตและความแปรปรวนของ I และ J .....  | ๑๔ |
| ๒.๔ Central Moment ของ I และ J .....  | ๑๕ |
| บทที่ ๓ การแจกแจงของ I และ J .....  | ๒๑ |
| ๓.๑ ลิมิตของ Sequence ของ Distribution Functions ..   | ๒๑ |
| ๓.๒ โมเมนต์ของ Linear Function ของ I และ J .....  | ๒๔ |
| ๓.๓ ลิมิตของการแจกแจงปกติ .....   | ๓๓ |
| ภาคผนวก ก. ....   | ๓๘ |
| ภาคผนวก ข. ....   | ๔๐ |
| ภาคผนวก ค. ....   | ๔๒ |
| บรรณานุกรม .....  | ๔๔ |