



บทที่ 2

ทฤษฎีของการวิเคราะห์สัญญาณ

2-1 การสั่นสะเทือน

การสั่นสะเทือนเป็นปรากฏการณ์ที่วัตถุเคลื่อนที่กลับไปกลับมาภายใต้แรงกระทำ ซึ่งอาจจะเป็นแรงภายในหรือแรงภายนอกด้วยก็ได้ แบ่งการสั่นสะเทือนเป็นสองประเภท คือ [2]

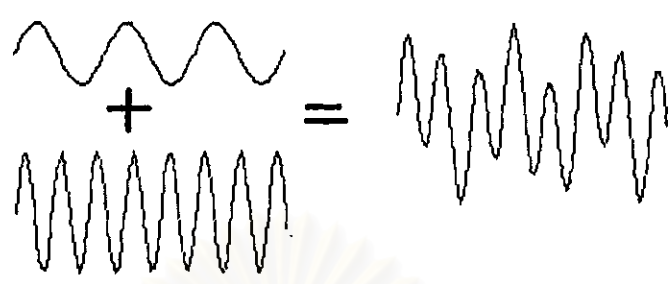
- การสั่นสะเทือนแบบอิสระ (free vibration)
- การสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้น (forced vibration)

การสั่นสะเทือนแบบอิสระเป็นการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของมวลภายใต้การกระทำของแรงภายในระบบโดยปราศจากแรงภายนอกมากระทำ ส่วนการสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้นนั้นเป็นการสั่นสะเทือนที่เกิดจากแรงภายนอก ถ้าแรงภายนอกที่มากระทำเป็นแบบฮาร์มอนิก และการเคลื่อนที่ของระบบเป็นแบบเชิงเส้นแล้ว ลักษณะและความถี่ของการสั่นจะตรงตามลักษณะและความถี่ของแรงที่มากระตุ้นระบบ และถ้าความถี่ของการกระตุ้นตรงกับความถี่ธรรมชาติของระบบ (natural frequency) แล้ว จะเกิดปรากฏการณ์เรโซแนนซ์ (resonance) ขึ้น ซึ่งระบบจะสั่นสะเทือนด้วยขนาดแอมพลิจูดสูงขึ้นมาจนอาจทำให้เกิดความเสียหายกับระบบได้

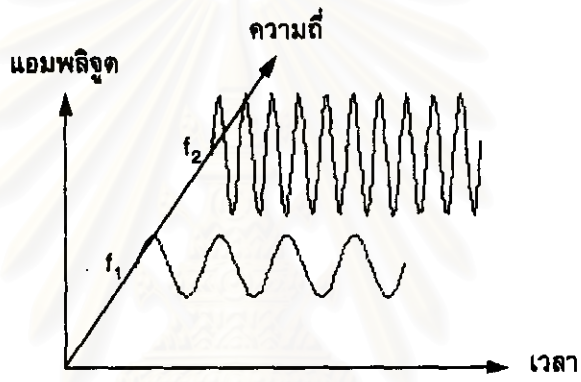
การสั่นสะเทือนในเครื่องจักรหมุนโดยทั่วไปเป็นแบบถูกกระตุ้นและส่วนมากจะมีลักษณะเป็นแบบฮาร์มอนิกด้วย ต้นกำเนิดของแรงกระตุ้นเช่น การไม่สมดุล (unbalance) การเอียงแนวแกน (misalignment) และการเอียงศูนย์ (eccentricity) เป็นต้น [3]

2-2 โดเมนเวลาและโดเมนความถี่

สัญญาณการสั่นสะเทือนแสดงอยู่บนโดเมนเวลา มีแกนตั้งเป็นแอมพลิจูดและแกนนอนเป็นเวลา มีอีกแนวทางหนึ่งซึ่งสัญญาณการสั่นสะเทือนถูกแสดงบนโดเมนความถี่ โดยมีแกนตั้งเป็นแอมพลิจูดและแกนนอนเป็นความถี่ ฟูรีเยร์ (Fourier) พบว่าสัญญาณเป็นคาบ (periodic signal) ที่ซับซ้อนทุกชนิดสามารถที่จะแยกออกเป็นอนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier series) ของคลื่นไซน์ง่ายๆได้ โดยคลื่นไซน์แต่ละคลื่นมีแอมพลิจูดและความถี่ต่างกัน รูปที่ 2-1 แสดงแนวความคิดในการแยกคลื่นที่ซับซ้อนให้เป็นส่วนประกอบของคลื่นรูปไซน์



รูปที่ 2-1ก



รูปที่ 2-1ข



รูปที่ 2-1ค

รูปที่ 2-1 ความสัมพันธ์ของสัญญาณในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่

ในรูปที่ 2-1ก แสดงตัวอย่างการรวมคลื่นรูปไซน์สองคลื่นบนโดเมนเวลาให้เป็นคลื่นที่ซับซ้อนขึ้น คลื่นรูปไซน์ทั้งสองคลื่นในรูปที่ 2-1ก นั้นสามารถแสดงในสามมิติซึ่งประกอบด้วยแกนแอมพลิจูด แกนเวลา และแกนความถี่ ดังรูปที่ 2-1ข ส่วน รูปที่ 2-1ค แสดงรูปคลื่นทั้งสองด้วยมุมมองต่างกันโดยแยกเป็นโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ [4]

สัญญาณการสั่นสะเทือนสามารถจะแยกออกเป็นคลื่นไซน์หลายๆคลื่นได้โดยการใช้เครื่องวิเคราะห์เฟอเฟท (FFT analyzer) ซึ่งรับสัญญาณที่ซับซ้อนมาจากทรานส์ดิวเซอร์มาคำนวณเป็นอนุกรมของคลื่นรูปไซน์ แล้วแสดงคลื่นไซน์แต่ละคลื่นด้วยแอมพลิจูดบนโดเมนความถี่

2-3 การวิเคราะห์ฟูรีเยร์ (Fourier analysis)

ฟังก์ชันทั่วๆไป $f(t)$ นั้นสามารถแสดงให้อยู่ในรูปของอินทิกรัลของฟูรีเยร์ได้ดังนี้ [5]

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (2-1)$$

ปริมาณ $F(\omega)$ หาได้โดย

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (2-2)$$

เรียกสมการนี้ว่า อินทิกรัลของฟูรีเยร์ (Fourier integral) หรือการแปลงแบบฟูรีเยร์ (Fourier transform) ของ $f(t)$ ซึ่งเป็นการแปลงสัญญาณบนโดเมนเวลา $f(t)$ ให้เป็นสัญญาณบนโดเมนความถี่ $F(\omega)$ สมการนี้มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีอนุกรมฟูรีเยร์ ซึ่งมีช่วงเวลาหรือคาบเข้าสู่ค่าอนันต์

2-4 สเปกตรัม

ให้อินทิกรัลของฟูรีเยร์หรือการแปลงแบบฟูรีเยร์ $F(\omega)$ ของฟังก์ชัน $f(t)$ อยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้

$$F(\omega) = R(\omega) + jX(\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\phi(\omega)} \quad (2-3)$$

เรียก $A(\omega)$ ว่า สเปกตรัม (spectrum) ของ $f(t)$

เรียก $A^2(\omega)$ ว่า เพาเวอร์สเปกตรัม (power spectrum) ของ $f(t)$
และเรียก $\phi(\omega)$ ว่า มุมเฟส (phase angle) ของ $f(t)$

การวิเคราะห์สเปกตรัมของสัญญาณ คือ การวิเคราะห์ความถี่ (frequency analysis) ของสัญญาณ เป็นการวิเคราะห์สัญญาณว่าประกอบไปด้วยสัญญาณฮาร์มอนิกหรือสัญญาณรูปไซน์ที่ความถี่เท่าไรบ้าง และสัญญาณแต่ละความถี่มีขนาดแอมพลิจูดเท่าไร

2-5 เชปส์ตรัม

เชปส์ตรัม (cepstrum) เป็นการวิเคราะห์ความถี่ของการวิเคราะห์ความถี่ (frequency analysis) อีกชั้นหนึ่ง โดยมีเจตนาตรวจจับภาวะเป็นคาบในสเปกตรัมเช่น ชุดฮาร์มอนิก (harmonics family) ชุดแถบความถี่ข้าง (sidebands family) หรือจากผลของเสียงสะท้อน (echoes) เป็นต้น เชปส์ตรัมมีหลายรูปแบบ แต่ละแบบพิจารณาได้คล้ายกันคือ เป็นสเปกตรัมของสเปกตรัมเชิงลอการิทึม (a spectrum of a logarithmic spectrum) [1]

เชปส์ตรัมถูกนำมาใช้ครั้งแรกในปี ค.ศ.1963 เพื่อช่วยวิเคราะห์เสียงสะท้อน และช่วยหาความลึกของไฮโปเซนเตอร์ (hypocenter) ของเหตุการณ์แผ่นดินไหว เชปส์ตรัมแบบนี้ ถูกนิยามไว้ดังนี้

$$C(\tau) = |F\{\log F_{xx}(f)\}|^2 \quad (2-4)$$

เมื่อสัญลักษณ์ $F\{.\}$ แทนการแปลงแบบฟูรีเยร์ และ $F_{xx}(f)$ เป็นเพาเวอร์สเปกตรัมของสัญญาณเวลา $f(t)$ หรือเขียนได้ว่า

$$F_{xx}(f) = |F\{f(t)\}|^2 \quad (2-5)$$

ซึ่ง $F\{f(t)\} = F(f) = R(f) + jX(f) = A(f) \cdot e^{j\phi(f)}$ (2-6)

ต่อมาได้มีการนิยามเชปส์ตรัมอีกแบบหนึ่ง โดยใช้ชื่อว่าเพาเวอร์เชปส์ตรัม (power cepstrum)

$$C(\tau) = F^{-1}\{\log F_{xx}(f)\} \quad (2-7)$$

มีเชปส์ตรัมอีกสองรูปแบบ คือ แอมพลิจูดเชปส์ตรัม (amplitude cepstrum, $C_a(\tau)$) และเชปส์ตรัมเชิงซ้อน (complex cepstrum, $C_c(\tau)$) ซึ่งมีนิยามดังนี้

$$C_a(\tau) = |F\{\log F_{xx}(f)\}| \quad (2-8)$$

และ $C_c(\tau) = F^{-1}\{\log F(f)\}$ (2-9)

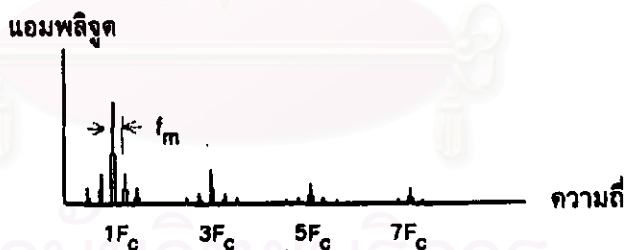
ซึ่ง $F(f)$ เป็นสเปกตรัมเชิงซ้อนของ $f(t)$ ดังสมการ (2-6)

เซปส์ตรัมที่นำมาประยุกต์ใช้กับการเฝ้าตรวจและวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลคือ เพาเวอร์เซปส์ตรัม และต่อไปจะเรียกสั้นๆว่า “เซปส์ตรัม”

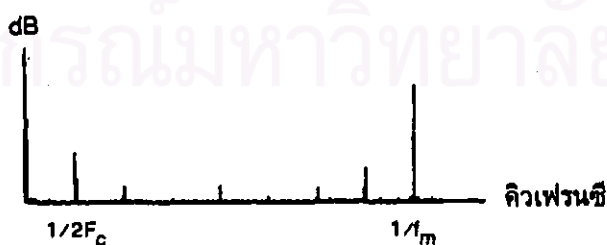
รูปที่ 2-2 แสดงตัวอย่างสเปกตรัมและเซปส์ตรัมของคลื่นรูปสี่เหลี่ยมที่ถูกมอดูเลต (modulated square wave) รูปที่ 2-2ก แสดงคลื่นรูปสี่เหลี่ยมที่ถูกมอดูเลตบนโดเมนเวลา คลื่นรูปสี่เหลี่ยมมีความถี่ F_c ถูกมอดูเลตทางแอมพลิจูด (amplitude modulation) ด้วยความถี่ f_m ส่วนรูปที่ 2-2ข แสดงการวิเคราะห์ความถี่หรือสเปกตรัมของคลื่นในรูปที่ 2-2ก ซึ่งประกอบไปด้วยความถี่พื้นฐาน F_c และฮาร์โมนิกอันดับที่ 3 อันดับ 5 อันดับ 7 และอันดับที่สูงกว่า แต่ละฮาร์โมนิกมีแถบความถี่ข้างที่มีระยะความถี่ห่างกันเท่ากับความถี่ที่มอดูเลต f_m แถบความถี่ข้างนี้เกิดจากผลของการมอดูเลตคลื่นรูปสี่เหลี่ยม และรูปที่ 2-2ค แสดงการวิเคราะห์เซปส์ตรัมซึ่งเป็นการวิเคราะห์ความถี่ของสเปกตรัมในรูป 2-2ข เซปส์ตรัมแสดงให้เห็นว่ามีลักษณะที่เป็นคาบในสเปกตรัมอยู่สองชุดคือ ชุดฮาร์โมนิกของคลื่นรูปสี่เหลี่ยมที่มีระยะห่างความถี่เท่ากับ $2F_c$ และชุดแถบความถี่ข้างที่เกิดจากผลของการมอดูเลตด้วยความถี่เท่ากับ f_m



รูปที่ 2-2ก



รูปที่ 2-2ข



รูปที่ 2-2ค

รูปที่ 2-2 สเปกตรัมและเซปส์ตรัมของคลื่นรูปสี่เหลี่ยมที่ถูกมอดูเลต

ในทางปฏิบัติ การสังเกตเห็นแถบความถี่ข้างและฮาร์โมนิกในสเปกตรัมจากสัญญาณการสั่นสะเทือนของเครื่องจักร กระทำไม่ได้สะดวกนัก เพราะจะมีความคลาดเคลื่อนและการแปรปรวนในการแปลงสัญญาณ ดังนั้นการวิเคราะห์เซปส์ตรัมจึงมีศักยภาพในการตรวจหาแถบความถี่ข้างและฮาร์โมนิกของสัญญาณ

คำว่าเซปส์ตรัม (cepstrum) มาจากการสลับที่อักษรภาษาอังกฤษของคำว่าสเปกตรัม (spectrum) เหตุผลในการใช้ลักษณะการสลับตัวอักษรก็เพราะว่า เซปส์ตรัมเป็นสเปกตรัมของสเปกตรัมนั่นเอง คำศัพท์เทคนิคต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเซปส์ตรัมมีดังนี้

เซปส์ตรัม (cepstrum)	มาจากคำว่า	สเปกตรัม (spectrum)
คิวเฟรนซี (quefrensy)	มาจากคำว่า	ความถี่ (frequency)
ราฮ์มอนิก (rahmonic)	มาจากคำว่า	ฮาร์โมนิก (harmonic)
แกมนิจูด (gamnitude)	มาจากคำว่า	แกมนิจูด (magnitude) หรือ แอมพลิจูด (amplitude)
เซฟ (saphe)	มาจากคำว่า	เฟส (phase)
ลิฟเตอร์ (lifter)	มาจากคำว่า	ฟิลเตอร์ (filter)
ชอร์ตพาสลิฟเตอร์ (short-pass lifter)	มาจากคำว่า	โลว์พาสฟิลเตอร์ (low-pass filter)
ลองพาสลิฟเตอร์ (long-pass lifter)	มาจากคำว่า	ไฮพาสฟิลเตอร์ (high-pass filter)

“คิวเฟรนซี” มีหน่วยเป็นเวลา (sec) หรือส่วนกลับของความถี่ ($1/\text{Hz}$) ซึ่งหมายถึงระยะห่างของความถี่ (หรือคาบ) ของยอดสัญญาณในสเปกตรัม คำว่า “คิวเฟรนซีสูง” จะหมายถึง ในสเปกตรัมมีการสั่นขึ้นลงอย่างรวดเร็วหรือมีภาวะเป็นคาบของยอดสเปกตรัมด้วยระยะห่างของความถี่น้อย ในทางตรงกันข้าม คำว่า “คิวเฟรนซีต่ำ” จะหมายถึง ในสเปกตรัมมีการสั่นขึ้นลงที่ช้าหรือมีภาวะเป็นคาบของยอดสเปกตรัมด้วยระยะห่างของความถี่มาก ส่วนคำว่า “ราฮ์มอนิก” ใช้เพื่อแยกแยะชุดฮาร์โมนิกในสเปกตรัม กล่าวคือ สมมุติว่าในสเปกตรัมมีชุดฮาร์โมนิกที่มีระยะห่างความถี่เท่ากับ f ชุดฮาร์โมนิกดังกล่าวจะปรากฏเป็นชุดราฮ์มอนิกในเซปส์ตรัมซึ่งประกอบด้วยราฮ์มอนิกอันดับที่หนึ่งที่คิวเฟรนซีเท่ากับ $1/f$ อันดับที่สองที่คิวเฟรนซีเท่ากับ $2/f$ และราฮ์มอนิกอันดับ n ที่คิวเฟรนซีเท่ากับ n/f

2-6 การสั่นสะเทือนของเครื่องจักร

เครื่องจักรกลหมุนทุกชนิดมีการสั่นสะเทือน และต้นเหตุของการสั่นสะเทือนก็คือปัญหาต่างๆในเครื่องจักรกลหมุนเอง เช่น การไม่สมดุล การเยื้องแนวแกน การเยื้องศูนย์ ข้อบกพร่อง

ในแบริ่ง ข้อบกพร่องของชุดเฟือง เป็นต้น การสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลหมุนจึงมีลักษณะเป็นการสั่นสะเทือนแบบกระตุ้นด้วยตัวเอง (self-excited vibration)

แต่ละปัญหาในเครื่องจักรจะทำให้เกิดการสั่นสะเทือนที่แตกต่างกัน การวิเคราะห์ความถี่และแอมพลิจูดของสัญญาณการสั่นสะเทือนจะทำให้ทราบถึงสภาพการทำงานของเครื่องจักร และก็อาจตรวจจับข้อบกพร่องที่เริ่มก่อตัวขึ้นในชิ้นส่วนของเครื่องจักรได้นานหลายเดือนก่อนที่จะจำเป็นต้องบำรุงรักษาหรือหยุดซ่อม [6]

สเปกตรัมของสัญญาณการสั่นสะเทือนจะแสดงส่วนประกอบของสัญญาณที่ความถี่ต่างๆ เราสามารถแบ่งช่วงความถี่บนโดเมนความถี่ออกเป็นสองช่วงกว้างๆ โดยที่แต่ละช่วงความถี่จะปรากฏสัญญาณการสั่นสะเทือนของชิ้นส่วนทางกลต่างชนิดกันดังนี้

ก) โดเมนความถี่ต่ำ (low frequency domain) เป็นช่วงความถี่ต่ำกว่าฮาร์มอนิกอันดับที่สี่ถึงหกของความถี่รอบหมุนของเพลลา สัญญาณจะบอกข้อมูลเกี่ยวกับการไม่สมดุล การเยื้องแนวแกน เพลลาอ่อน (bent shaft) ข้อบกพร่องในจอร์นัลแบริ่ง (journal bearing) และการหลุดหลวมทางกล (mechanical looseness) สัญญาณการสั่นสะเทือนจากสาเหตุเหล่านี้ประกอบไปด้วยฮาร์มอนิกและหรือซับฮาร์มอนิกของความถี่การหมุนของเพลลาที่ประกอบกับชิ้นส่วนที่มีปัญหา

ข) โดเมนความถี่สูง (high frequency domain) เป็นช่วงความถี่สูง สัญญาณจะบอกข้อมูลเกี่ยวกับข้อบกพร่องในชุดเฟือง (gearbox) และข้อบกพร่องในแบริ่งลูกปืน สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองประกอบไปด้วยฮาร์มอนิกของความถี่การขบกันของเฟืองและแถบความถี่ข้าง ส่วนสัญญาณการสั่นสะเทือนของแบริ่งลูกปืนประกอบไปด้วย ความถี่ของรางใน ความถี่ของรางนอก ความถี่บอลสปีน และความถี่ธรรมชาติของแบริ่งและโครงสร้าง

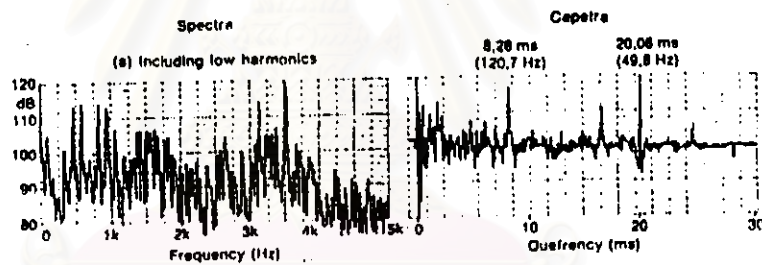
เมื่อตรวจพบว่าการสั่นสะเทือนมีระดับสูงขึ้น และทราบว่าอยู่ในช่วงพิกัดความถี่ใด ก็อาจจะวิเคราะห์และวินิจฉัยว่าข้อบกพร่องเกิดจากอะไร แต่เนื่องจากความซับซ้อนของสัญญาณซึ่งอาจเกิดจากหลายๆสาเหตุ ดังนั้นการวิเคราะห์ความถี่ด้วยสเปกตรัมอาจจะทำได้ลำบากหรือไม่ไหวพอล จึงต้องใช้วิธีการวินิจฉัยอื่นๆเข้ามาช่วยในการบ่งชี้สาเหตุของความผิดปกติอื่นๆ การวิเคราะห์เซปส์ตรัม เป็นการวินิจฉัยวิธีการหนึ่งที่ใช้วิเคราะห์เกี่ยวกับอนุกรมของฮาร์มอนิกและแถบความถี่ข้างในสเปกตรัม

2-7 ตัวอย่างกรณีศึกษาการวิเคราะห์เซปส์ตรัม

ตัวอย่างกรณีศึกษาจากเอกสารอ้างอิง [6] โดย Martin, A ดังรูปที่ 2-3 ซึ่งเป็นตัวอย่างการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองด้วยสเปกตรัมและเซปส์ตรัม ในรูปที่ 2-3 แสดงสเปกตรัมและเซปส์ตรัมจากชุดเฟืองที่เสื่อมสภาพแล้วชุดหนึ่ง สเปกตรัมประกอบด้วย

ยอดสเปกตรัมมากมาย ทำให้การตรวจหาฮาร์มอนิกของยอดสเปกตรัมซับซ้อนเกินกว่าที่จะมองเห็นว่ามีฮาร์มอนิกอยู่สองชุดหรือสองช่วงความถี่ แต่เซปส์ตรัมแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่ามีฮาร์มอนิกหรือแถบความถี่ข้างอยู่สองชุด จากรูปที่ 2-3ก เซปส์ตรัมแสดงให้เห็นสเปกตรัมของสัญญาณมีลักษณะการเปลี่ยนแปลงยอดของสเปกตรัมในช่วงความถี่ขนาด 49.8 เฮิรตซ์ และ 120.7 เฮิรตซ์ซ้อนอยู่กับความถี่การขบกันของเฟือง (gear meshing frequency)

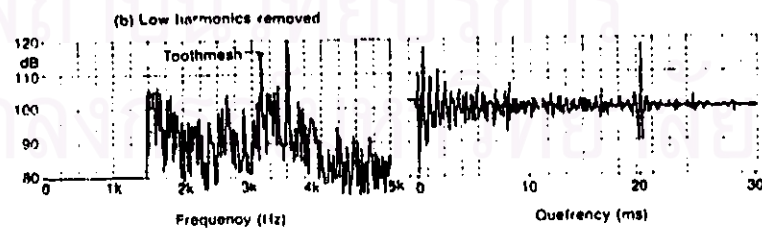
ส่วนรูป 2-3ข แสดงสเปกตรัมของชุดเฟืองชุดเดียวกับรูป 2-3ก แต่ทดลองตัดสเปกตรัมในช่วงความถี่ที่ต่ำกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การขบกันของเฟือง เซปส์ตรัมของสเปกตรัมในรูป 2-3ข จะไม่ปรากฏชุดฮาร์มอนิก 120.7 เฮิรตซ์ ซึ่งบอกให้ทราบว่าสเปกตรัมของสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงในช่วงความถี่ 120.7 เฮิรตซ์นั้นเกิดจากข้อบกพร่องในช่วงพิกัดความถี่ต่ำ นั่นคือในช่วงความถี่ต่ำ ยอดสเปกตรัมจะสูงขึ้นต่ำลงเป็นช่วงๆ ห่างกันประมาณ 120.7 เฮิรตซ์ ส่วนสเปกตรัมของสัญญาณที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงในช่วงความถี่ 49.8 เฮิรตซ์ซึ่งเกิดขึ้นในช่วงความถี่สูงนั้น เป็นแถบความถี่ข้างรอบๆความถี่การขบกันของเฟืองด้วยระยะห่าง 49.8 เฮิรตซ์



สเปกตรัม

เซปส์ตรัม

รูปที่ 2-3ก



สเปกตรัม

เซปส์ตรัม

รูปที่ 2-3ข

รูปที่ 2-3 สเปกตรัมและเซปส์ตรัมจากชุดเฟืองที่เสื่อมสภาพแล้วชุดหนึ่ง [6]

เนื่องจากเซปส์ตรัมช่วยยืนยันการมีแถบความถี่ช่วง 49.8 เฮิรทซ์ จึงอาจบอกได้ว่าเฟืองที่หมุนด้วยความเร็วรอบ 49.8 เฮิรทซ์น่าจะมีข้อบกพร่องแล้ว ขณะที่ลักษณะสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงในช่วงความถี่เท่ากับความเร็วรอบ 120.7 เฮิรทซ์นั้นเกิดขึ้นในช่วงความถี่ต่ำก็อาจจะบ่งชี้ปัญหาการไม่สมดุล หรือปัญหาอื่นๆที่ช่วงความถี่ต่ำซึ่งเกี่ยวข้องกับภาระหมุนของเพลาด้วยความเร็วรอบ 120.7 เฮิรทซ์ได้

นอกจากนี้ Martin, A. ยังกล่าวอีกว่าเซปส์ตรัมมีความเฉื่อยสูงมากต่อตำแหน่งที่ตรวจวัดและต่อการเปลี่ยนแปลงของเฟสของสัญญาณในโดเมนเวลา หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ การตรวจวัดเซปส์ตรัมของชุดเฟืองที่ตำแหน่งแบริงต่างกันจะให้ผลใกล้เคียงกัน ดังนั้นน่าจะเป็นผลดีต่อการนำเซปส์ตรัมมาใช้เฝ้าตรวจการสั่นสะเทือนบนชุดเฟือง



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย