

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้

นายปัญญา จันทรีไพแสง



สถาบันวิทยบริการ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

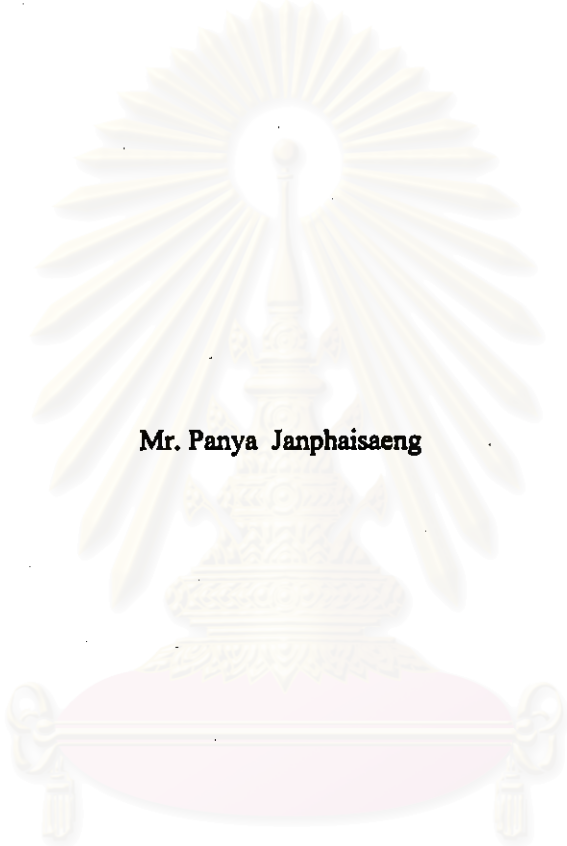
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2541

ISBN 974-331-729-5

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A FINITE ELEMENT METHOD FOR HIGH SPEED COMPRESSIBLE FLOW



Mr. Panya Janphaisaeng

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering**

Department of Mechanical Engineering

Graduate School

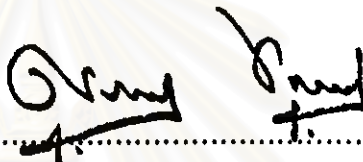
Chulalongkorn University

Academic Year 1998


ISBN 974-331-729-5


หัวข้อวิทยานิพนธ์ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลความเร็วสูง
แบบอัดตัวได้
โดย นายปัญญา จันทรีไพแสง
ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เคชะอำไพ


บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยเป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต


.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ นายแพทย์ ศุภวัฒน์ ชุตินวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.มานิจ ทองประเสริฐ)


.....อาจารย์ที่ปรึกษา
(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เคชะอำไพ)


.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยะภินันท์)


.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.อศิ บุญจิตราดุลย์)

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

ปัญหา จันทรไพแสง : ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้
(A FINITE ELEMENT METHOD FOR HIGH SPEED COMPRESSIBLE FLOW)

อ.ที่ปรึกษา : ศ.ดร.ปราโมทย์ เคชะอำไพ. 190 หน้า. ISBN 974-331-729-5.

วิทยานิพนธ์นี้แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้ชนิดไม่มีความหนืดด้วย
ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และประยุกต์ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้ควบคู่กันเพื่อ
ให้ผลลัพธ์มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับปัญหาการไหลถูกประดิษฐ์ขึ้นจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์
นาเวียร์-สโตกส์โดยการประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบอัสปวินด์เซลเซนเตอร์ แล้วจึงนำมาประดิษฐ์
โปรแกรมคอมพิวเตอร์ 1 โปรแกรม โปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวได้ถูกทำการตรวจสอบความถูกต้อง โดย
นำไปใช้แก้ปัญหาการไหลอย่างง่ายที่มีผลเฉลยแน่นอนตรง ก่อนนำไปใช้แก้ปัญหาการไหลที่มีลักษณะซับซ้อนมากขึ้น

ขณะเดียวกันเพื่อให้ผลเฉลยของโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ลดเวลาในการ
คำนวณและลดขนาดหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณ จึงได้ประยุกต์โปรแกรม
คอมพิวเตอร์สำหรับการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติขึ้น โดยใช้หลักการคือ การสร้างเอลิเมนต์ขนาดเล็ก
ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์สูง เพื่อเพิ่มความถูกต้องของผลเฉลย และการสร้างเอลิเมนต์ขนาด
ใหญ่ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์ต่ำ เพื่อลดเวลาและหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์

ผลเฉลยโดยประมาณที่ได้จากการแก้ปัญหาการไหลต่างๆ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของ
ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติที่ใช้งานควบคู่กัน ซึ่งสามารถ
บ่งบอกลักษณะการไหลผ่านรูทรงต่างๆ ทำให้เข้าใจในปรากฏการณ์ของการไหลได้อย่างละเอียดมากขึ้น
อันจะนำไปสู่การออกแบบที่ดียิ่งขึ้นต่อไป

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล.....
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล.....
ปีการศึกษา 2541.....

ลายมือชื่อนิสิต ปัญหา จันทรไพแสง
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา Pramoote Ketsakampai
ลายมือชื่อคณาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

C816177 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING
KEY WORD: FINITE ELEMENT

JANPHAISAEANG : A FINITE ELEMENT METHOD FOR HIGH SPEED
COMPRESSIBLE FLOW. THESIS ADVISOR : PROF. PRAMOTE DECHAUMPAI, Ph.D.
190 pp. ISBN 974-331-729-5.

This thesis presents a finite element computational method for solving high speed inviscid compressible flow problems with the application of an adaptive meshing technique to improve solution accuracy.

Finite element equations corresponding to these flow problems were derived from the governing Navier-Stokes differential equations using the upwind cell-centered algorithm. These derived finite element equations were used in the development of a computer program. The computer program was verified by solving flow problems that have exact solutions before applying to solve more complex flow problems.

The adaptive meshing technique was combined with the finite element method to improve the solution accuracy and to reduce the computational time as well as the computer memory. The technique generates small elements in the region of large change in the solution gradients to increase solution accuracy and, at the same time, to place the larger elements in the other regions to reduce the computational time and memory.

The flow solutions obtained from several examples demonstrate the capability of the finite element method and the adaptive meshing technique that can provide detailed flow behavior past complex geometries.

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....
ปีการศึกษา.....2541.....
ลายมือชื่อนิติศ.....*นิติศ พันธ์ไพแสง*.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....*Pramote Dechaumpai*.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

กิตติกรรมประกาศ



วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือของ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เจริญ
อำไพ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำปรึกษา คำแนะนำ ถ่ายทอดความรู้ ตลอดจน
ข้อคิดเห็นต่างๆอันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยและการดำเนินชีวิตในอนาคต ซึ่งผู้วิจัยขอกราบ
ขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.มานิจ ทองประเสริฐ ประธานกรรมการ
รองศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยะภินันท์ กรรมการ และอาจารย์ ดร.อศิ บุญจิตราคุถย์ กรรมการ
ที่ให้ความกรุณาถ่ายทอดความรู้ตลอดระยะเวลาในการศึกษา

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ คุณวิโรจน์ ถิมตระการ คุณจักษณี วิรุฬห์ศรี คุณสุพัฒน์พงศ์ สิกขา
บัณฑิต คุณวรสิทธิ์ กาญจนกิจเกษมและทุกท่านที่ได้ให้ความช่วยเหลือของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้
สำเร็จทุกท่านด้วยดี

ท้ายนี้ ประโยชน์และคุณค่าของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูดาบวชาแด่
คุณพ่อ คุณแม่ น้องสาว น้องชาย อาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

ปัญญา จันทร์ไพแสง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ (ภาษาไทย)	ง
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ)	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ญ
สารบัญภาพ	ฉ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	ณ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	4
1.3 วิธีดำเนินการและขอบเขตของวิทยานิพนธ์	4
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์	5
บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานของการไหล	6
2.1 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล	6
2.2 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม	8
2.3 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน	11
บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	18
3.1 สมการเชิงอนุพันธ์ของการไหล	18
3.2 การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	19
3.3 การหามเมตริกซ์ยาโคบี	24

	หน้า
บทที่ 4 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้	30
4.1 ขั้นตอนการคำนวณ	30
4.2 รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	31
4.3 เพิ่มข้อมูลนำเข้าและเพิ่มข้อมูลผลลัพธ์	31
4.4 ตัวอย่างสำหรับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์	33
บทที่ 5 ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอมิเมนต์โดยอัตโนมัติ.....	39
5.1 ขั้นตอนพื้นฐาน	39
5.2 การประยุกต์ใช้กับปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้	46
บทที่ 6 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการปรับขนาดเอมิเมนต์โดยอัตโนมัติ	50
6.1 ขั้นตอนการคำนวณ	50
6.2 รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	51
6.3 เพิ่มข้อมูลนำเข้าและเพิ่มข้อมูลผลลัพธ์	51
6.4 ตัวอย่างสำหรับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์	56
บทที่ 7 การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาการไหลต่างๆ	66
7.1 ปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	66
7.2 ปัญหาการไหลแบบขยายตัว	73
7.3 ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก	79
7.4 ปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม	85
7.5 ปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	92
บทที่ 8 บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ.....	100
8.1 บทสรุป	100
8.2 ปัญหาที่พบ	102
8.3 ข้อเสนอแนะ	103

	หน้า
รายการอ้างอิง	104
ภาคผนวก	106
ภาคผนวก ก. รายละเอียดของโปรแกรม FINITE	107
ภาคผนวก ข. รายละเอียดของโปรแกรม REMESH	122
ประวัติผู้วิจัย	173



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 6.1 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลผ่านลิ้ม	64
ตาราง 7.1 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	72
ตาราง 7.2 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	78
ตาราง 7.3 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก	85
ตาราง 7.4 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม	92
ตาราง 7.5 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาด พื้นที่การไหล	99



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 ความสมดุลของมวลบนเอลิเมนต์การไหลในสามมิติ	7
รูปที่ 2.2 ความสมดุลของแรงบนเอลิเมนต์การไหลในแนวแกน x	8
รูปที่ 2.3 ความสมดุลของพลังงานบนเอลิเมนต์การไหลในแนวแกน x	11
รูปที่ 2.4 โดเมนและเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้	17
รูปที่ 3.1 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมสำหรับการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้	19
รูปที่ 3.2 การจัดเรียงของเอลิเมนต์ L และเอลิเมนต์ R ที่มีด้านของเอลิเมนต์ δ ร่วมกัน	22
รูปที่ 4.1 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE	31
รูปที่ 4.2 ปัญหาการไหลผ่านลิ้นพร้อมเงื่อนไขขอบเขต	33
รูปที่ 4.3 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลผ่านลิ้น ...	34
รูปที่ 4.4 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น	36
รูปที่ 4.5 การกระจายของความเร็วในแนวแกน x ที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น ..	37
รูปที่ 4.6 การกระจายของความเร็วในแนวแกน y ที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น ..	37
รูปที่ 4.6 การกระจายของพลังงานรวมทั้งคำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น	37
รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นที่คำนวณได้กับผลเฉลยแม่นยำตรงตามแนว A-A ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น	38
รูปที่ 5.1 การเปลี่ยนแนวแกนพิจารณาจากแนวแกน x-y เป็นแนวแกน X-Y	40
รูปที่ 5.2 จุดต่อ i ที่มีเอลิเมนต์ล้อมรอบ 6 เอลิเมนต์	43
รูปที่ 6.1 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ REMESH	51
รูปที่ 6.2 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลผ่านลิ้น	59
รูปที่ 6.3 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลผ่านลิ้น	60
รูปที่ 6.4 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น	61
รูปที่ 6.5 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น	66
รูปที่ 6.6 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น	62

รูปที่ 6.7	การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านลิ้ม	63
รูปที่ 6.8	การกระจายของความเร็วที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านลิ้ม	63
รูปที่ 6.9	การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านลิ้ม	64
รูปที่ 6.10	เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นที่คำนวณได้กับผลเฉลยแม่นยำตรงตามแนว A-A ของปัญหาการไหลผ่านลิ้ม	65
รูปที่ 7.1	ปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อนพร้อมเงื่อนไขขอบเขต	67
รูปที่ 7.2	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	67
รูปที่ 7.3	การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	68
รูปที่ 7.4	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	68
รูปที่ 7.5	การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	69
รูปที่ 7.6	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	69
รูปที่ 7.7	การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	69
รูปที่ 7.8	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	70
รูปที่ 7.9	การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	70
รูปที่ 7.10	การกระจายของความเร็ว u ที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	71
รูปที่ 7.11	การกระจายของความเร็ว v ที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	71
รูปที่ 7.12	การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	71
รูปที่ 7.13	เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นที่คำนวณได้กับผลเฉลยแม่นยำตรงตามแนว B-B ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน	72

	หน้า
รูปที่ 7.14 ปัญหาการไหลแบบขยายตัวพร้อมเงื่อนไขขอบเขต	73
รูปที่ 7.15 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	74
รูปที่ 7.16 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	74
รูปที่ 7.17 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	74
รูปที่ 7.18 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	75
รูปที่ 7.19 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	75
รูปที่ 7.20 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	76
รูปที่ 7.21 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	76
รูปที่ 7.22 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	77
รูปที่ 7.23 การกระจายของความเร็วที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	77
รูปที่ 7.24 การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	78
รูปที่ 7.25 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นที่คำนวณได้กับผลเฉลยแม่นยำตามแนวผนังของปัญหาการไหลแบบขยายตัว	79
รูปที่ 7.26 ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอกพร้อมเงื่อนไขขอบเขต	80
รูปที่ 7.27 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบและการกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก	81
รูปที่ 7.28 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกและการกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก	81
รูปที่ 7.29 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 และการกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก	82
รูปที่ 7.30 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 และการกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก	83

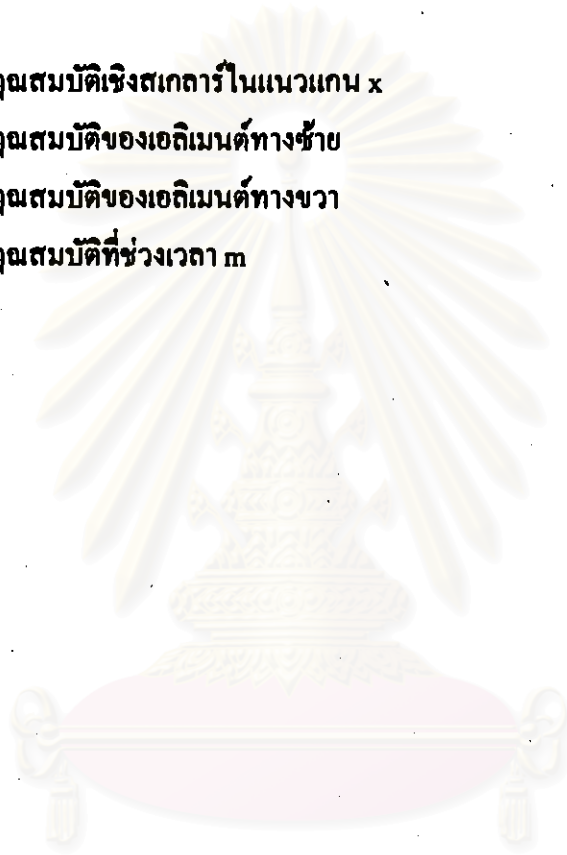
	หน้า
รูปที่ 7.48 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	94
รูปที่ 7.49 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	95
รูปที่ 7.50 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	95
รูปที่ 7.51 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	96
รูปที่ 7.52 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	96
รูปที่ 7.53 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	97
รูปที่ 7.54 การกระจายของความเร็วที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	98
รูปที่ 7.55 การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล	98

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

a	ความเร่ง (Acceleration)
A	เมตริกซ์จาโคบี (Jacobian matrix) ของ F เทียบกับ U
c	ความเร็วเสียง (Speed of sound)
c_v	ความร้อนจำเพาะที่ปริมาตรคงตัว (Specific heat at constant volume)
c_p	ความร้อนจำเพาะที่ความดันคงตัว (Specific heat at constant pressure)
e	พลังงานภายใน (Internal energy)
F	เวกเตอร์ฟลักซ์ในแนวแกน x
G	เวกเตอร์ฟลักซ์ในแนวแกน y
L	เมตริกซ์เจาะจง (Eigenvector matrix)
M	เมตริกซ์การแปลง (Transformation matrix) จากตัวแปรเชิงอนุรักษ์เป็นตัวแปรปฐมภูมิ
\mathbf{n}	เวกเตอร์ 1 หน่วยตั้งฉากกับด้านของเอलिเมนต์ (Unit normal vector)
n_x, n_y	ทิศทางโคไซน์ (Direction cosine) ของเวกเตอร์ \mathbf{n} ในแนวแกน x และ y
P	ความดัน (Pressure)
T	อุณหภูมิ (Temperature)
t	เวลา (Time)
U	เมตริกซ์ของตัวแปรเชิงอนุรักษ์ (Matrix of conserved variables)
u, v	ส่วนประกอบของความเร็วในแนวแกน x และ y
U_n	ความเร็วในทิศทางตั้งฉากกับด้านของเอลิเมนต์
V_i	ความเร็วในทิศทางสัมผัสกับด้านของเอลิเมนต์
W	เมตริกซ์ของตัวแปรปฐมภูมิ (Matrix of primitive variables)
x, y, z	พิกัดในแนว x, y และ z ตามลำดับ
γ	สัดส่วนของความร้อนจำเพาะ
δ	ความยาวของด้านของเอลิเมนต์
ϵ	พลังงานรวม (Total energy)
λ	ค่าเจาะจง (Eigenvalue) ของ A

- Λ เมตริกซ์เทนเซอร์ของค่าเฉื่อยของ A
 ρ ความหนาแน่น (Density)
 μ ความหนืด (Viscosity)
 σ ความเค้น (Stress)
 τ ความเค้นเฉือน (Shear stress)
 Ω พื้นที่ของเอลิเมนต์

- ()_x คุณสมบัติเชิงสเกลาร์ในแนวแกน x
 ()_L คุณสมบัติของเอลิเมนต์ทางซ้าย
 ()_R คุณสมบัติของเอลิเมนต์ทางขวา
 ()^m คุณสมบัติในช่วงเวลา m



สถาบันวิทยบริการ
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย