บทที่ 2

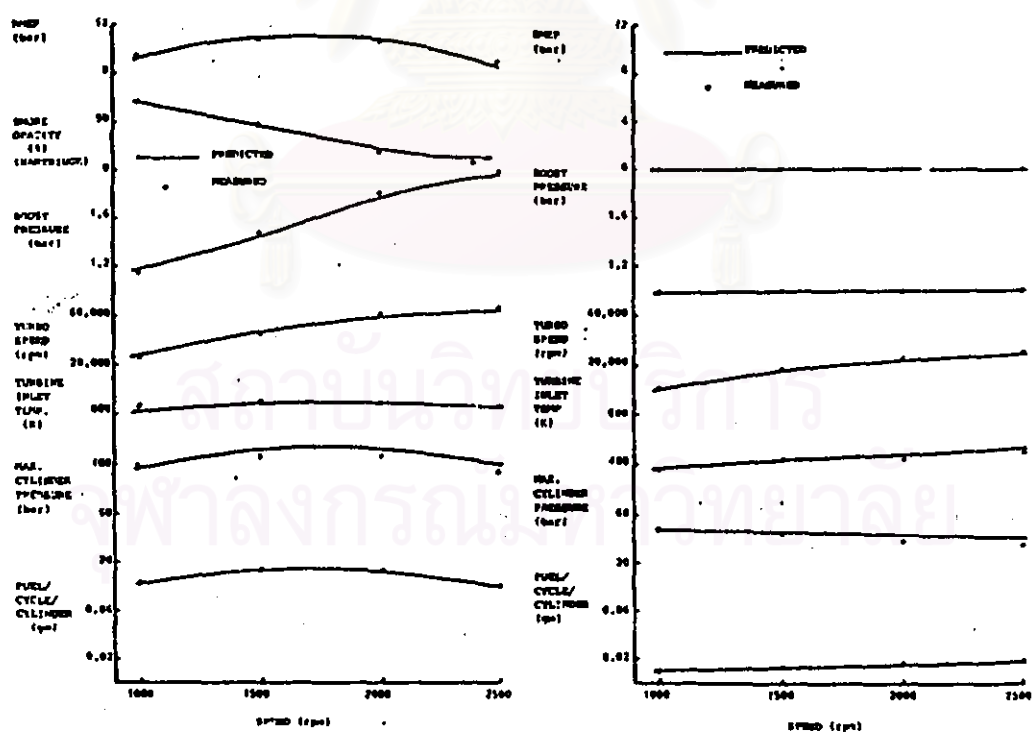
สำรวจเอกสาร

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้ เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวกับการหาสมรรถนะของเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซลแบบต่างๆ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งเป็นโปรแกรมเดียวกับผู้เขียนได้นำมาใช้ในการทำวิทยานิพนธ์

2.1.1 Watson.N [6] ได้ศึกษาถึงผลของการเปลี่ยนแปลงสภาวะพลศาสตร์ที่มีต่อสมรรถนะของเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซล(เครื่องยนต์รถบรรทุกขนาดใหญ่ 6 สูบ 4 จังหวะ) โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

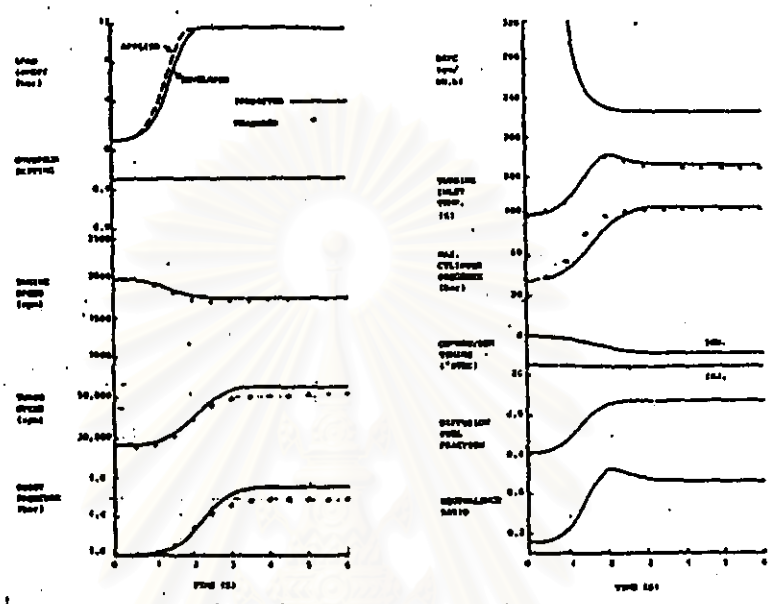
ในงานวิจัยของ Watson.N ได้ทำการเปรียบเทียบสมรรถนะจากการทดสอบกับสมรรถนะจากการคำนวณโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงการเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลการทดสอบที่สภาวะคงตัว

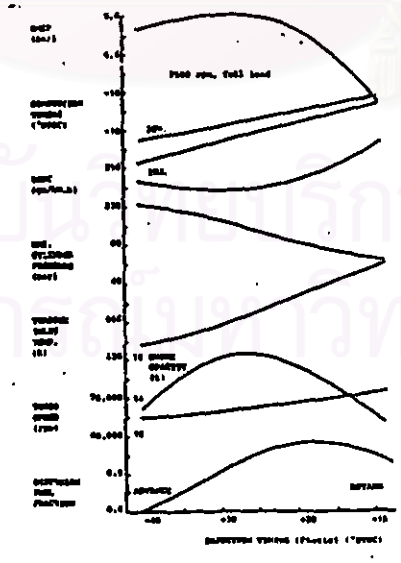
หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Watson.N ยังได้พิจารณาถึงตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อสมรรถนะของเครื่องยนต์ โดยศึกษาถึงผลของการเพิ่มภาระชั่วขณะ (Instantaneous load) ให้กับเครื่องยนต์ จากการทดสอบเครื่องยนต์ และ จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังแสดงรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แสดงการเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลการทดสอบจากผลของการเพิ่มภาระสูงอย่างรวดเร็ว

Watson.N ยังได้ศึกษาตัวแปรอื่นๆอีกเช่น จังหวะการฉีดน้ำมันเชื้อเพลิง ดังแสดงรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แสดงผลของจังหวะการฉีดน้ำมันเชื้อเพลิงที่มีต่อสมรรถนะของเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซลที่สภาวะคงตัว

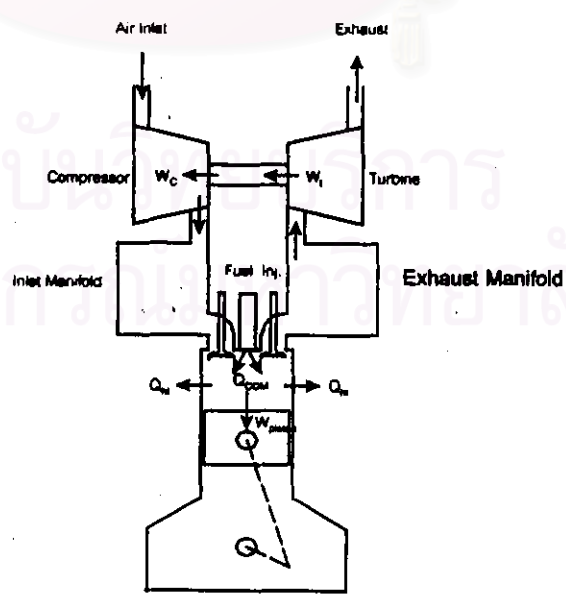
2.1.2 Winterbone, D.E. and Loo, W.Y. [7] ได้ศึกษาถึงผลของการเปลี่ยนแปลงสภาวะที่มีต่อสมรรถนะเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซลแบบ 2 จังหวะ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เดียวกับผู้เขียน เปรียบเทียบสมรรถนะที่ได้จากการทดสอบ โดยแสดงผลของการเปรียบเทียบไว้ที่ตารางที่ 2.1

	EXP	CAL	%ERR	EXP	CAL	%ERR	EXP	CAL	%ERR
Percent Full Load (%)	100	98.6	-1.37	85.1	84.7	-0.44	30.1	32.2	7.02
Fuel Injection (% full)	100	99.6	-0.23	87.1	86.4	-0.76	40.9	37.6	-8.29
Compressor out pressure (%full)	100	95.1	-4.87	90.1	87.9	-2.43	57.2	57.3	0.33
Compressor out temperature(%full)	100	98.8	-1.20	96.9	96.2	-0.75	83.6	84.5	1.08
Turbocharger speed	100	95.6	-4.39	94.1	91.4	-2.87	67.2	67.9	0.98
Air mass flow rate (%full)	100	100.5	0.48	90.9	94.9	4.40	62.5	67.5	7.88

ตารางที่ 2.1 ตารางการเปรียบเทียบผลการทดสอบกับค่าที่คำนวณโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (สภาวะอากาศเทียบจากระดับน้ำทะเล ความเร็วรอบ 2100 rpm)

2.2 สมการแบบจำลองคณิตศาสตร์ [8]

โปรแกรมแบบจำลองที่ทำนายสมรรถนะของเครื่องยนต์ อาจจะแบ่งเป็นส่วนโปรแกรมย่อยหลายๆส่วน เพื่อทำให้การคำนวณนั้นง่ายขึ้น โดยโปรแกรมย่อยนั้นจะขึ้นอยู่กับส่วนประกอบต่างๆของเครื่องยนต์ ดังแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แผนภูมิของระบบเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซล

โดย W_C คือ งานจากคอมเพรสเซอร์

W_t คือ งานจากเทอร์ไบน์

Q_{ht} คือ ความร้อนที่ถ่ายเทให้กับผนังกระบอกสูบ และลูกสูบ

Q_{COM} คือ ความร้อนที่ได้จากการสันดาป

W_{pis} คือ งานที่กระทำบนลูกสูบ

พื้นฐานของแบบจำลองของเครื่องยนต์ที่ประกอบด้วยหลายๆสูบ โดยกำหนดให้เป็นอนุกรมของปริมาตรควบคุมเทอร์โมไดนามิคหลายปริมาตรควบคุม ซึ่งแต่ละปริมาตรควบคุมจะมีความสัมพันธ์กันในเชิงการถ่ายเทมวล หรือ การถ่ายเทงาน โดยปริมาตรควบคุมเหล่านี้คือ

1. ปริมาตรควบคุมคอมเพรสเซอร์
2. ปริมาตรควบคุมเทอร์ไบน์
3. ปริมาตรควบคุมแมนิโฟลด์ไอดี
4. ปริมาตรควบคุมแมนิโฟลด์ไอเสีย
5. ปริมาตรควบคุมกระบอกสูบ

เมื่อวิเคราะห์ปริมาตรควบคุมถึงการถ่ายเทมวล ,การถ่ายเทงาน และการถ่ายเทความร้อน ข้ามขอบเขตของปริมาตรควบคุมเหล่านั้น โดยจะกำหนดขอบเขตของแต่ละปริมาตรควบคุมดังนี้

1.ปริมาตรควบคุมคอมเพรสเซอร์ จะจำกัดขอบเขตโดย มวลไหลเข้าและไหลออกจากคอมเพรสเซอร์ รวมกับงานที่ถ่ายเทจากเทอร์ไบน์

2.ปริมาตรควบคุมแมนิโฟลด์ไอดี จะจำกัดขอบเขตโดย มวลไอดีที่ไหลมาจากคอมเพรสเซอร์ และมวลไอดีที่ไหลออกไปสู่กระบอกสูบ ในขณะที่วาล์วไอดีเปิด

3.ปริมาตรควบคุมกระบอกสูบ จะจำกัดขอบเขตโดย อากาศไหลจากแมนิโฟลด์ไอดีไปที่กระบอกสูบเมื่อวาล์วไอดีเปิด และไอเสียไหลออกไปที่แมนิโฟลด์ไอเสีย เมื่อวาล์วไอเสียเปิด งานถูกถ่ายเททำให้เกิดการเคลื่อนที่ของลูกสูบ และการถ่ายเทความร้อนไปที่ลูกสูบ และผนังของห้องเผาไหม้ รวมถึง ความร้อนที่ได้จากการสันดาปของเชื้อเพลิง

4.ปริมาตรควบคุมแมนิโฟลด์ไอเสีย จะจำกัดขอบเขตโดย มวลของไอเสียไหลออกจากกระบอกสูบไหลผ่านวาล์วไอเสีย ขณะที่วาล์วไอเสียเปิด และมวลไอเสียที่ไหลเข้าเทอร์ไบน์

5.ปริมาตรควบคุมเทอร์ไบน์ จะจำกัดขอบเขตโดยมวลของไอเสียไหลจากแมนิ-โฟลด์ไอเสียเข้ามาที่เทอร์ไบน์ และไหลออกไปที่ท่อไอเสีย รวมกับงานที่ให้กับคอมเพรสเซอร์

แบบจำลองการคำนวณสมรรถนะเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซล จะสัมพันธ์กับการถ่ายเทงาน ความร้อน และมวล โดยการประยุกต์สมการที่เหมาะสมสำหรับ การอนุรักษ์มวล และพลังงาน โดยระบบต่างๆ จะทำให้เป็น ระบบเทอร์โมไดนามิคเปิดกึ่งคงตัว (Quasi - steady open thermodynamic systems) โดยสมการในแบบจำลองของปริมาตรควบคุมต่างๆจะอธิบายในหัวข้อต่อไปนี้

2.2.1 สมการการอนุรักษ์พลังงาน (The energy conservation equation)

สมการอนุรักษ์พลังงาน เป็นสมการทั่วไปที่ใช้ในการอธิบายสภาวะทางเทอร์โมไดนามิคของแต่ละปริมาตรควบคุม ซึ่งใช้ในการคำนวณสภาวะในระบบเปิด (open system) สามารถกำหนดเป็น สมการอนุพันธ์ของพลังงาน คือ

$$\frac{dU}{dT} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} + \sum_i h_i \frac{dm_i}{dt} \qquad (2.1)$$

อักษรกำกับล่าง i หมายถึง จำนวนทางเข้าของแต่ละปริมาตรควบคุม

เมื่อ $U = mu$ และ $\frac{dW}{dt} = p\frac{dV}{dt}$ แทนในสมการ 2.1

ดังนั้นสมการ 2.1 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$m\frac{du}{dT} + u\frac{dm}{dt} = \sum_j \frac{dQ_j}{dt} - p\frac{dV}{dt} + \sum_i h_i \frac{dm_i}{dt} \qquad (2.2)$$

อักษรกำกับล่าง j หมายถึง เส้นทางความร้อนของปริมาตรควบคุมต่างๆ

โดยในเทอม $\frac{du}{dt}$ นั้น u คือ พลังงานภายในซึ่งเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิและอัตราส่วนของอากาศต่อเชื้อเพลิง โดยสมมติฐานของของผสมภายในปริมาตรควบคุมเป็นแบบเอกพันธ์ (homogeneous)

ดังนั้น สมการอนุพันธ์ ของพลังงานภายในคือ

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t}.\frac{dT}{dt} + \frac{\partial u}{\partial F}.\frac{dF}{dt} \qquad (2.3)$$

เมื่อแทน ความสัมพันธ์ของสมการ 2.3 ลงใน สมการ 2.2 และจัดรูปใหม่ จะได้อนุพันธ์ของอุณหภูมิเทียบกับเวลาคือ

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\frac{1}{m}\left[\sum_j \frac{dQ_j}{dt} + \sum_i h_i \frac{dm_i}{dt} - u\frac{dm}{dt} - p\frac{dV}{dt}\right] - \frac{\partial u}{\partial F}\cdot\frac{dF}{dt}}{\frac{\partial u}{\partial t}} \qquad (2.4)$$

2.2.2 สมการอนุรักษ์มวล (The conservation of mass equation)

จากสมการ 2.4 จะมีเทอมของ $\sum_i \frac{dm_i}{dt}$ ซึ่งหมายถึง ผลรวมของอัตราการเปลี่ยนแปลงมวลเข้าหรือออกจากปริมาตรควบคุมเทียบกับเวลา และ $\frac{dm}{dt}$ หมายถึง อัตราการถ่ายเทมวลรวมของแต่ละปริมาตรควบคุม ดังนั้น จากกฎอนุรักษ์มวล สามารถเขียนเป็นสมการ คือ

$$\frac{dm}{dt} = \sum_i \frac{dm_i}{dt} \qquad (2.5)$$

2.2.3 สมการสถานะ (The equation of state)

จากสมการ 2.4 ในเทอมของ $p\frac{dV}{dt}$ นั้น หมายถึง งานที่ถูกกระทำบนของไหลโดยลูกสูบ โดยที่สามารถแทนค่าความดัน (p) ให้อยู่ในรูปของอุณหภูมิ (T) อาศัยความสัมพันธ์ของสมการสถานะ โดยสมมติฐานให้ของไหลทำงานมีพฤติกรรมแบบแก๊สสมบูรณ์ (perfect gas) คือ

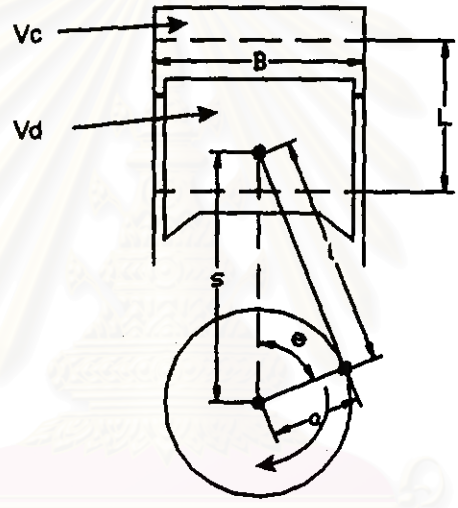
$$pV = mRT \qquad (2.6)$$

ดังนั้นในเทอมของ $p\frac{dV}{dt}$ สามารถเขียนเป็นเทอมใหม่ดังนี้ $\frac{mRT}{V}\cdot\frac{dV}{dt}$

2.2.4 สมการการหาปริมาตรของกระบอกสูบจากการเปลี่ยนแปลงมุมเพลาข้อเหวี่ยง

การหาปริมาตรของกระบอกสูบที่ตำแหน่งขององศาเพลาข้อเหวี่ยงใดๆ นั้นสามารถเขียนได้เป็นความสัมพันธ์ ตามรูปที่ 2.5 ดังนี้

$$V_l = V_d + \frac{V_{sw}}{2}\left(1 + \frac{L}{r} - \cos\theta - \sqrt{\left(\frac{L}{r}\right)^2 - \sin^2\theta}\right) \qquad (2.7)$$



รูปที่ 2.5 แสดงลักษณะความสัมพันธ์ของกระบอกสูบ ลูกสูบ ก้านสูบและเพลาข้อเหวี่ยง

ดังนั้นสมการอนุพันธ์ของปริมาตรภายในกระบอกสูบเทียบกับเวลาคือ

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi B^2}{4}\left(r\sin\theta\frac{d\theta}{dt} + (L^2 - r^2\sin^2\theta)^{\frac{1}{2}} r^2 \sin\theta\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\right) \qquad (2.8)$$

เมื่อ

	V_d	คือ ปริมาตรเบียด (m^3)
	V_{sw}	คือ ปริมาตรกวาด (m^3)
	L	คือ ความยาวก้านสูบ (m)
	r	คือ รัศมีเพลาข้อเหวี่ยง (m)
	θ	คือ มุมเพลาข้อเหวี่ยง (เรเดียน)
	B	คือ ขนาดของกระบอกสูบ (m)

2.2.5 สมการการไหลผ่านวาล์ว

ในเทอมของอนุพันธ์เชิงมวล $\sum_i \frac{dm_i}{dt}$ ของสมการ 2.4 และ 2.5 นั้นหมายถึง การถ่ายเทมวลระหว่างปริมาตรควบคุม ซึ่งเป็นฟังก์ชันของ อัตราส่วนความดันของปริมาตรที่เปลี่ยนแปลง , พื้นที่หน้าตัดประสิทธิผลของการผ่านอย่างต่อเนื่อง , และค่าอื่นๆที่มีผลกับการไหล เช่น การสูญเสียจากความเสียดทาน , การถ่ายเทความร้อน เป็นต้น ในสมการแบบจำลองการไหลนั้นจะทำให้ง่ายขึ้นโดยการตั้งสมมติฐานต่างๆ คือ ให้การไหลผ่านวาล์ว จะวิเคราะห์บนพื้นฐานของสภาวะกึ่งคงตัว (quasi steady) และทำให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นอีก คือพิจารณาการไหลเป็นแบบหนึ่งมิติ (One Dimensional flow) โดยสมการของการไหลสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{dm_i}{dt} = A_i . C_d . P_{1_i} \sqrt{\left(\frac{2\gamma}{\gamma - 1}\right) \cdot \frac{1}{R . T_1} \cdot \left[\left[\frac{P_2}{P_1}\right]^{\frac{2}{\gamma}} - \left[\frac{P_2}{P_1}\right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]} \quad (2.9)$$

P_1 คือ ความดันในส่วนที่ 1 (bar)

P_2 คือ ความดันในส่วนที่ 2 (bar)

R คือ ค่าคงที่ของก๊าซ (kJ/kg.K)

T_1 คือ อุณหภูมิในส่วนที่ 1 (K)

γ คือ ค่าความร้อนจำเพาะ (kJ/kg.K)

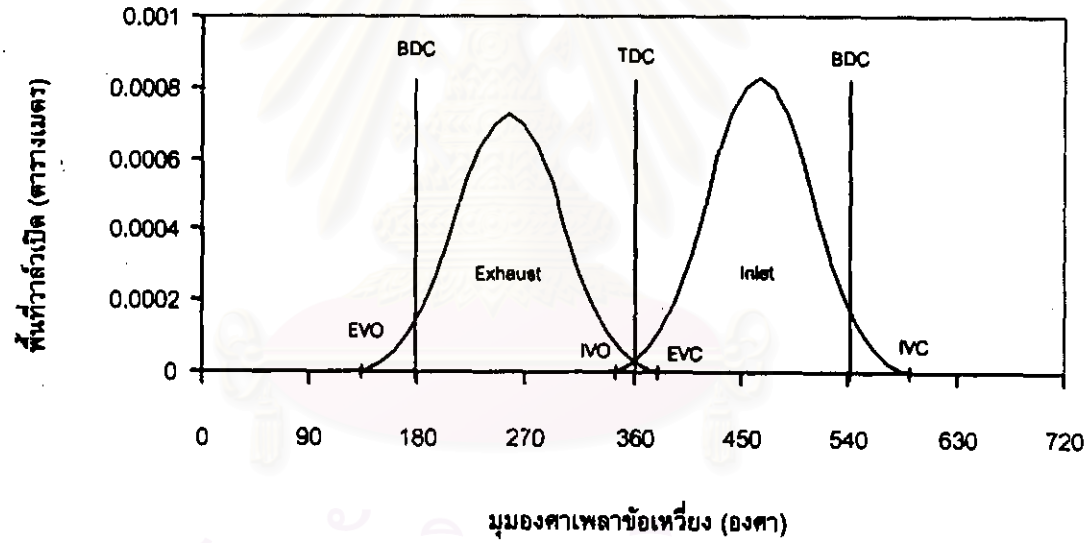
เมื่อ C_d คือ สัมประสิทธิ์การปลดปล่อย ซึ่งแทนผลกระทบต่างๆที่มีผลต่อการไหล ซึ่งยากต่อการพิจารณา เช่นผลของการไหลขั้นที่สอง การแยกตัวของชั้นขอบเขต และ ความเสียดทานเป็นต้น ซึ่งสาเหตุดังกล่าวจะทำให้ผลการคำนวณอัตราการไหลนั้นน้อยกว่าอัตราการไหลจริง

เมื่อของไหล ไหลในทิศทางจากส่วนที่ 1 ไป ส่วนที่ 2 การไหลผ่านวาล์วจะพิจารณาเป็น 3 เฟส เฟสแรก คือ การไหลของไอเสียผ่านวาล์วไอเสีย ในขณะเริ่มของจังหวะคาย ความดันในกระบอกสูบยังสูงอยู่เนื่องจากตำแหน่งการยกของวาล์วต่ำ ทำให้อัตราส่วนของความดันเพียงพอที่จะทำให้ไอเสียไม่มีการไหลผ่านวาล์ว เมื่อ การไหลของไอเสียมีความเร็วเท่ากับเสียง คือ การไหลจะไม่ขึ้นกับความดันที่ 3 (ความดันในแมนิโฟลด์ไอเสีย) $\frac{P_2}{P_1} << \left[\frac{2}{\gamma - 1}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ ดังนั้นสมการของการไหลในกรณีนี้คือ

$$\frac{dm_i}{dt} = A_i . C_d . P_{1_i} \cdot \left[\frac{2}{\gamma + 1}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_1}{R . T}} \quad (2.10)$$

เฟสที่สอง ขณะที่วาล์วไอเสียอยู่ในตำแหน่งที่เปิดมากขึ้น ไอเสียสามารถไหลออกจากกระบอกสูบได้มากขึ้นทำให้ความดันในกระบอกสูบลดลง การไหลของ ของไหลจะอยู่ในลักษณะต่ำกว่าความเร็วเสียง ที่บริเวณคอคอดของวาล์วสมการของการไหลเชิงมวลจะเป็นไปตามสมการที่ 2.9 เฟสที่สาม คือการไหลที่อยู่ในลักษณะต่ำกว่าความเร็วเสียง ที่บริเวณคอคอดของวาล์ว ซึ่งจะอยู่ในช่วงของการไล่ไอเสีย (scavenge period) คือ วาล์วไอดี และวาล์วไอเสีย เปิดพร้อมกัน ดังนั้นในการพิจารณาการไหลชั่วขณะผ่านวาล์ว จะคำนวณจากความรู้ของสภาวะของของไหลในปริมาตรควบคุมที่สัมพันธ์กัน(กระบอกสูบและแมนิโฟลด์) รวมกับลักษณะรูปทรงของพื้นที่การเปิดของวาล์ว และสัมประสิทธิ์การปลดปล่อย

พื้นที่การเปิดของวาล์วแสดงที่รูปที่ 2.6 สามารถคำนวณจากตำแหน่งการยกตัวของวาล์วกับมุมองศาการหมุนของเพลาข้อเหวี่ยง



รูปที่ 2.6 แสดงพื้นที่ขณะวาล์วไอเสียและวาล์วไอดีต่อมุมเพลาข้อเหวี่ยง ของเครื่องยนต์ [8]

จากสมการต่างๆที่กล่าวมานั้นจะตั้งอยู่บนสมมติฐานต่างๆคือ

1. ของไหลทำงานจะมีพฤติกรรมเป็นแก๊สสมบูรณ์
2. ของไหลทำงานในปริมาตรควบคุมใดๆ ทุกชั่วขณะจะอยู่ในระบบสมดุลทางเทอร์โมไดนามิค
3. ไม่คิดผลของการแยกตัวทางเคมีในของผสมระหว่างอากาศกับน้ำมัน
4. ของผสมที่อยู่ภายในปริมาตรควบคุมถือว่ามีความเป็นเนื้อเดียวกัน
5. การไหลของของไหลผ่านวาล์วเป็นการไหลแบบกึ่งคงตัว และอยู่ในรูปของการไหลผ่านนอซเซิลหนึ่งมิติ
6. ค่า Cd จะถูกสมมติให้เท่ากับการคำนวณ ผลของการไหลขั้นทุติยภูมิ

2.2.6 การถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer)

การถ่ายเทความร้อนในเครื่องยนต์สันดาปภายในเป็นเรื่องที่ซับซ้อน และความรู้ที่มีอยู่ในปัจจุบันยังมีขอบเขตที่จำกัด แต่เนื่องจากว่าการถ่ายเทความร้อนจะมีผลเพียงเล็กน้อยในช่วงการสันดาป ซึ่งจะทำให้เกิดค่าผิดพลาดขึ้นในแบบจำลองแต่ค่าผิดพลาดดังกล่าวจะมีผลไม่มากต่อค่าของสมรรถนะที่ได้

ความร้อนจะถูกถ่ายเทจากแก๊สในกระบอกสูบไปสู่ผนังของกระบอกสูบเป็นพาความร้อน ส่วนความร้อนที่ถ่ายเทจากผนังกระบอกสูบไปสู่น้ำหล่อเย็นจะเป็นการนำความร้อน โดยการพาความร้อนที่เกิดขึ้นจะมีผลเป็นอย่างมากในการถ่ายเทความร้อนทั้งหมด ซึ่งการถ่ายเทความร้อนขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิต่อระยะทาง (Temperature gradient) ในชั้นขอบเขตที่ผนังของกระบอกสูบ และพื้นที่ผิวสัมผัส ซึ่งในการคำนวณจากแบบจำลองดังกล่าวได้นำวิธีเอมพิริคัล เมื่อสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (ht) นิยามจากสมการ 2.10 คือ

$$\frac{\dot{Q}}{A} = ht(T_g - T_{sf}) \qquad (2.10)$$

เมื่อ อักษรกำกับล่าง g หมายถึง ก๊าซ และ sf หมายถึง ผิวผนังกระบอกสูบ ในการวิเคราะห์เชิงมิติของตัวแปร ht จะให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ ระหว่าง การนำความร้อนของก๊าซ (k) ความหนาแน่น (ρ) ความเร็ว (v) ความหนืด (μ) ความร้อนจำเพาะ (Cp) และตัวแทนความยาว (representative length, l) ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติคือ

Nu คือ นัสเซิลนัมเบอร์ = htl/k

Re คือ เรย์โนลด์นัมเบอร์ = $\rho cl/\mu$

ซึ่งจะได้เป็นความสัมพันธ์ตามสมการ 2.11 คือ

$$Nu = K_1 (Re)^{K_2} \qquad (2.11)$$

จากสมมติฐานที่กล่าวมาจะใช้สมการ การถ่ายเทความร้อนในกระบอกสูบ ซึ่งเสนอโดย Annand [11] โดยให้การถ่ายเทความร้อนภายในกระบอกสูบมีความสัมพันธ์ดังสมการ 2.12 คือ

$$\frac{\dot{Q}}{A} = K_1 \frac{k}{D} Re^{K_2} (T_g - T_w) \qquad (2.12)$$

ซึ่งแนะนำค่าคงที่คือ

โดยที่ K_1 = 0.25 ถึง 0.8

K_2 = 0.7

A คือ พื้นที่ผิวของการถ่ายเทความร้อน (m^2)

D คือ ขนาดของกระบอกสูบ (m^2)

k คือ ค่าการนำความร้อนของแก๊ส

T_g คือ อุณหภูมิของแก๊สในกระบอกสูบ (K)

T_w คือ ค่าอุณหภูมิของผนังกระบอกสูบ (K)

Re คือ ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์

โดยสมการของพื้นที่ผิวในการถ่ายเทความร้อนคือ

$$A_i = 2 \times \left(\frac{V_i + V_{i-1}}{D} \right) + \frac{\pi D^2}{2} \qquad (2.13)$$

เมื่อ V คือ ปริมาตรของกระบอกสูบ (m^3)

D คือ ขนาดของกระบอกสูบ (m)

และสมการของค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ คือ

$$Re = \frac{\rho . V_p . D}{\mu} \qquad (2.14)$$

เมื่อ ρ คือ ค่าความหนาแน่นของแก๊สภายในกระบอกสูบ (kg/m^3)

V_p คือ ความเร็วลูกสูบเฉลี่ย (mean piston speed) (m/s) = 2 xLxN

L คือ ช่วงชัก (m)

N คือ ความเร็วรอบเครื่องยนต์ (rev/sec)

μ คือ ความหนืดเชิงจลน์ ($N.s/m^2$)

2.2.7 แบบจำลองการเผาไหม้

ในเครื่องยนต์ดีเซล กระบวนการจริงของการสันดาปของเชื้อเพลิงในกระบอกสูบมีความซับซ้อนมาก ดังนั้นในแบบจำลองดังกล่าวนี้ ได้ใช้แบบจำลองการเผาไหม้ของ Whitehouse - Way[12] ซึ่งเป็นผู้เสนอแบบจำลองการเผาไหม้เชิงเอมพิริคัล ในการทำนายอัตราการสันดาป หรือ อัตราการปลดปล่อยพลังงานเคมี ซึ่งเป็นจำลองแบบบริเวณเดียว

(single zone model) (เป็นระบบเทอร์โมไดนามิคเดี่ยวภายในห้องเผาไหม้) และอัตราการปลดปล่อยพลังงานจะใช้ฟังก์ชันเอมพิริคัล ซึ่งเป็นข้อมูลอย่างหนึ่งที่ต้องใช้ในแบบจำลอง โดยสมการจะแบ่งเป็น 2 ขั้นดังนี้

ขั้นแรกคือ ขั้นอัตราการเดรียมสันดาป สมการคือ

$$P_r = K.M_{fi}^{1-y}.M_{fu}^{y}.P_{o_2}^{m}.CVd\theta \qquad (2.15)$$

P_r คือ อัตราการเดรียมสันดาป (kJ)

K,y,m คือ ค่าคงที่ของอัตราการเตรียมสันดาป

M_{fi} คือ มวลสะสมของเชื้อเพลิงที่ถูกฉีดเข้าไปในกระบอกสูบ (kg)

M_{fu} คือ มวลเชื้อเพลิงที่ยังไม่เกิดการสันดาป (kg)

P_{O_2} คือ ความดันย่อยของออกซิเจนในกระบอกสูบ (kPa)

และสามารถหาความสัมพันธ์ของ $M_{fu} = M_{fi} - \int_{\theta_{inj}}^{\theta_{i-1}} \frac{P_r}{CV} d\theta$ (2.16)

เมื่อ CV คือ ค่าความร้อนของเชื้อเพลิง (kJ/kg)

$d\theta$ คือ ค่าการเปลี่ยนแปลงมุมองศาเพลาข้อเหวี่ยง (rad)

ขั้นที่สอง คือ ขั้นอัตราการสันดาป

$$R_r = \frac{K'}{6N} \times \frac{P_{o_2}}{\sqrt{T}} e^{(-act/T)} \int (P-R)d\theta \qquad (2.17)$$

เมื่อ K' คือ สัมประสิทธิ์เอมพิริคัล

act คือ ค่าคงที่ของพลังงานกระตุ้น

N คือ ความเร็วรอบของเครื่องยนต์ (rpm)

T คือ อุณหภูมิในกระบอกสูบ (K)

และเทอมของ $\int (P-R)d\theta$ คือ ผลรวมของผลต่างระหว่างอัตราการเตรียมสันดาปกับอัตราการสันดาป

และความดันย่อยของออกซิเจน $P_{O_2} = \frac{M_{O_{2i-1}}}{M_{g_{i-1}}}.P_{i-1}$ (2.18)

M_{O_2} คือ โมลของออกซิเจนในกระบอกสูบ

M_g คือ โมลของแก๊สในกระบอกสูบ

P_{i-1} คือ ความดันในกระบอกสูบ (kPa)

2.2.8 แบบจำลองความเสียดทานในเครื่องยนต์

ในโปรแกรมแบบจำลองนี้ได้ ใช้สมการในการหาความเสียดทานของเครื่องยนต์ ในเชิงของการหาสหสัมพันธ์พีชคณิต (algebraic correlation) ซึ่งเสนอโดย Tennant [13] โดยความเสียดทานจะขึ้นอยู่กับความเร็วรอบของเครื่องยนต์ และขึ้นอยู่กับ ความดันประสิทธิผลเฉลี่ยอินดิเคต (Indicated Mean Effective Pressure) โดยสมการดังกล่าวคือ

$$FMEP = 0.261 + 0.294xN + 0.095x\ IMEP \qquad (2.19)$$

เมื่อ N คือ ความเร็วรอบเครื่องยนต์ (rpm)

IMEP คือ ความดันประสิทธิผลเฉลี่ยอินดิเคต (bar)

2.2.9 พลศาสตร์ของเพลาเครื่องยนต์

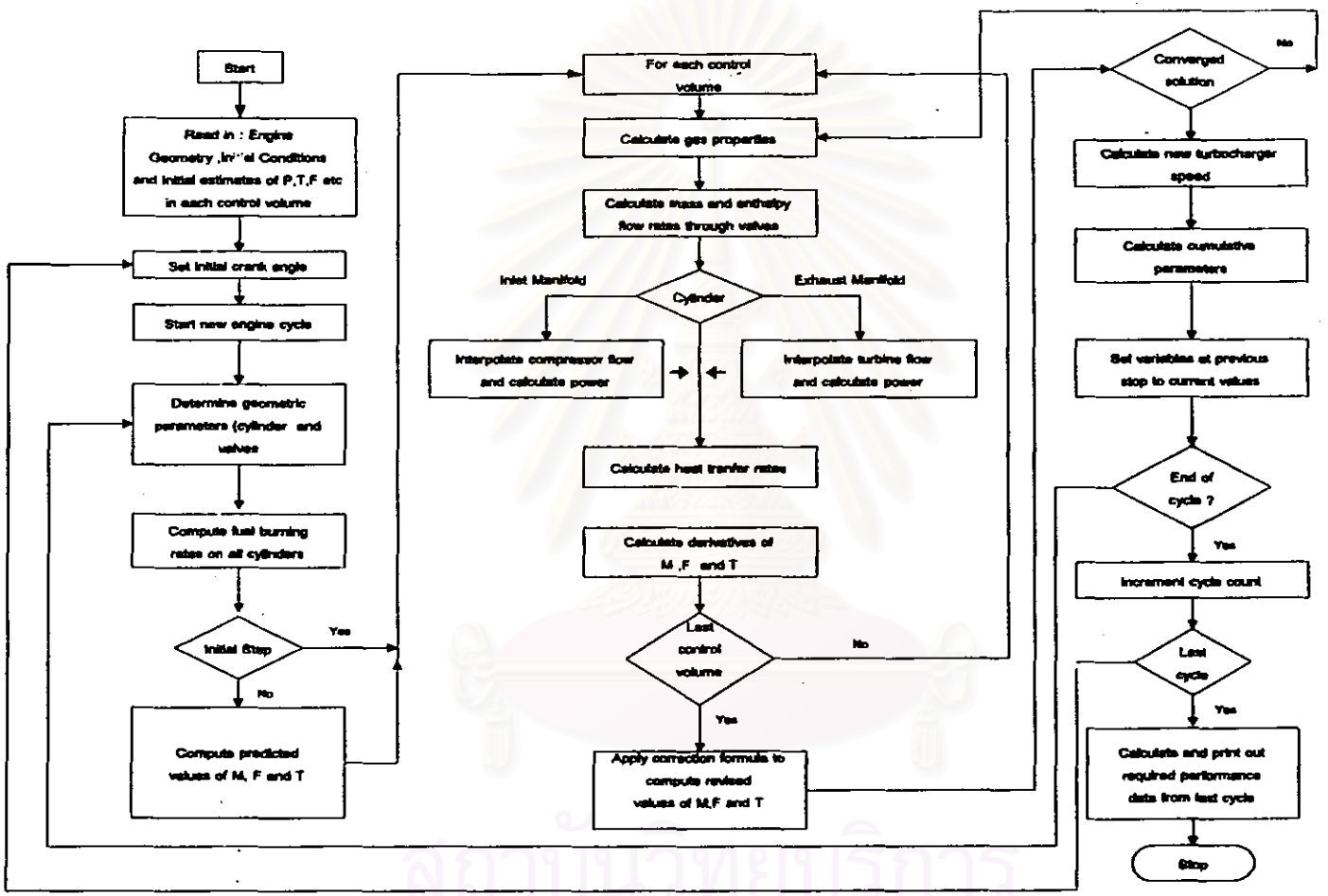
สำหรับในการป้อนภาระให้กับเครื่องยนต์ จะเป็นไปตามความสัมพันธ์ของสมการ 2.20 propeller's equation [8] ซึ่งมีความสัมพันธ์ของภาระ จะขึ้นอยู่กับกำลังสองของความเร็วรอบเครื่องยนต์

$$BLOAD = BMEP \times \left[\frac{N}{N_{ref}}\right]^2 \qquad (2.20)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2.10 ไดอะแกรมโปรแกรมแบบจำลอง Filling and Emptying

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



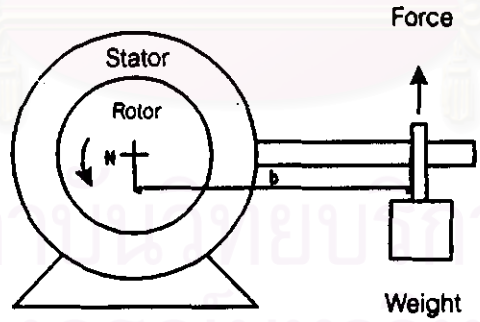
รูปที่ 2.7 แสดงไดอะแกรมแบบจำลอง Filling and Emptying

2.3 ทฤษฎีเกี่ยวกับเครื่องยนต์ [6]

สมรรถนะของเครื่องยนต์คือ ความสามารถในการทำงานของเครื่องยนต์ในแง่มุมต่าง ๆเช่น ประสิทธิภาพ แรงบิด กำลังงาน ความเร็ว ความสิ้นเปลืองเชื้อเพลิง เป็นต้น การที่จะศึกษาเรื่องต่าง ๆ ดังกล่าวนี้จำเป็นต้องใช้เครื่องมือทดสอบและวิธีการต่าง ๆ อย่างถูกต้องเหมาะสม ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์คืออัตราส่วนของพลังงานที่เครื่องยนต์ทำได้ต่อค่าของพลังงานทั้งหมดที่ถูกใช้ไปในเครื่องยนต์นั้น ๆ ขณะที่แรงบิดของเครื่องยนต์แสดงถึงความสามารถในการทำงานของเครื่องยนต์ว่าขณะนั้นเครื่องยนต์กำลังทำงานมากหรือน้อย กำลังงานของเครื่องยนต์ จะบอกถึงความสามารถของเครื่องยนต์นั้น ๆ ว่าสามารถทำงานดังกล่าวได้เร็วหรือช้าเพียงใด เครื่องมือที่ใช้ทดสอบสมรรถนะของเครื่องยนต์คือไดนาโมมิเตอร์ (dynamometer) เครื่องมือชนิดนี้จะวัดแรงบิดของเครื่องยนต์ จากนั้นนำค่าแรงบิดนี้ไปคำนวณหาแรงม้าของเครื่องยนต์ได้

2.3.1 แรงบิดเบรค และกำลังเบรค (Brake Torque and Brake Power)

โดยทั่วไปแล้วแรงบิดของเครื่องยนต์จะถูกวัดด้วยไดนาโมมิเตอร์ เครื่องยนต์จะยึดติดอยู่บนแท่นทดสอบ ในขณะที่เพลาของเครื่องยนต์จะต่อเข้ากับเพลาของไดนาโมมิเตอร์ รูปที่ 2.1 จะแสดงให้เห็นหลักการทำงานเบื้องต้นของไดนาโมมิเตอร์



รูปที่ 2.8 แสดงหลักการทำงานเบื้องต้นของไดนาโมมิเตอร์

แรงบิดที่เกิดจากเครื่องยนต์ จะหาได้จากการทำให้สเตเตอร์เกิดความสมดุลย์โดยใช้ตุ้มน้ำหนักเป็นตัวถ่วง ให้แนวแขนอยู่ในแนวระนาบ ดังนั้น จะสามารถหาแรงบิดของเครื่องยนต์ เป็นไปตามสมการ (2.21) คือ

$$T = F \times b \qquad (2.21)$$

เมื่อ F คือ แรงที่กระทำต่อแขนของไดนาโมมิเตอร์ (N)
b คือ ระยะห่างระหว่างจุดกึ่งกลางของไดนาโมมิเตอร์กับแนวแรงที่กระทำ (m)

กำลัง P ที่ส่งมาจากเครื่องยนต์ คือ ผลที่ได้จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดกับความเร็วเชิงมุมสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$P = 2\pi NT \qquad (2.22)$$

เมื่อ N คือ ความเร็วรอบของเครื่องยนต์ (rpm)

2.3.2 ความดันประสิทธิผลเฉลี่ย (Mean effective pressure)

ในขณะที่แรงบิดนั้น เป็นตัวบ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องยนต์ที่ให้งานออกมา ซึ่งขึ้นอยู่กับขนาดของเครื่องยนต์ สมรรถนะของเครื่องยนต์ที่มีความสำคัญอีกอย่าง คือ การนำเอางานต่อวัฏจักรหารด้วยปริมาตรความจุกระบอกสูบต่อวัฏจักร ซึ่งตัวแปรดังกล่าวนั้นจะมีหน่วยอยู่ในรูปของ แรงต่อหน่วยพื้นที่และถูกเรียกว่า ความดันประสิทธิผลเฉลี่ย (mean effective pressure , mep) ดังนั้นสมการของความดันประสิทธิผลเฉลี่ยคือ

$$mep = \frac{P.n_R \times 10^3}{V_{sw} \times N} \qquad (2.23)$$

เมื่อ n_R คือ ตัวเลขแสดงถึงจำนวนของรอบเพลาข้อเหวี่ยงที่มีผลต่อจังหวะที่ได้กำลังของเครื่องยนต์ (n_R = 2 สำหรับเครื่องยนต์ 4 จังหวะ ; n_R = 1 สำหรับเครื่องยนต์ 2 จังหวะ)

P คือ กำลังของเครื่องยนต์ (kW)
V_{sw} คือ ปริมาตรกวาด (m^3)
N คือ ความเร็วรอบของเครื่องยนต์ (rpm)

2.3.3 อัตราการบริโภคเชื้อเพลิงจำเพาะ (Specific fuel consumption)

ในการทดสอบเครื่องยนต์ อัตราการบริโภคเชื้อเพลิงหาได้จาก อัตราการไหลเชิงมวลของเชื้อเพลิงต่อหน่วยเวลา ($\dot{m}_f$) ตัวแปรที่สำคัญ คือ อัตราการบริโภคเชื้อเพลิงจำเพาะ (sfc) ซึ่งได้มาจาก อัตราการไหลเชิงมวลของเชื้อเพลิงต่อหน่วยของกำลังที่ออกมา อัตราการบริโภคเชื้อเพลิงจำเพาะจะเป็นค่าที่บอกถึงประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ ที่อยู่ในรูปของการบริโภคน้ำมันเพื่อที่จะได้งานของเครื่องยนต์ออกมา

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\text{bsfc (g/kW.h)} = \frac{\dot{m}_f (g/h)}{P_b (kW)} \qquad (2.24)$$

2.3.4 อัตราส่วนอากาศต่อเชื้อเพลิงและเชื้อเพลิงต่ออากาศ

ในการทดสอบเครื่องยนต์นั้น จะสามารถวัดค่าได้ทั้งอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ($\dot{m}_a$) และอัตราการไหลเชิงมวลของน้ำมัน ($\dot{m}_f$) อัตราส่วนของทั้งสองค่านี้จะเป็นตัวกำหนดถึงสภาวะการทำงานของเครื่องยนต์

$$\text{อัตราส่วนอากาศต่อเชื้อเพลิง (A/F)} = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} \qquad (2.25)$$

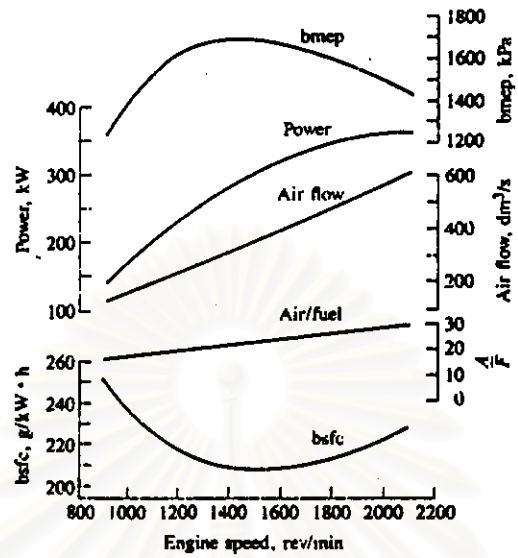
โดยปกติช่วงการทำงานของเครื่องยนต์ที่จุดระเบิดด้วยตัวเอง (CI engines) ที่ใช้น้ำมันดีเซลเป็นเชื้อเพลิงนั้น คือ $18 \leq A/F \leq 70$ $(0.014 \leq F/A \leq 0.056)$

2.3.5 ประสิทธิภาพเชิงความร้อน (Thermal Efficiency)

คืออัตราส่วนระหว่างค่าความร้อนของงานที่เครื่องยนต์สามารถผลิตได้ ต่อค่าความร้อนของเชื้อเพลิงที่ต้องหมดเปลืองไปในขณะเดียวกัน ประสิทธิภาพนี้อาจจะหามาจากกำลังงานแรงม้าอินดิเคต จึงเรียกว่าประสิทธิภาพทางความร้อนบนฐานอินดิเคต (η_{ik}) หรืออาจจะหามาจากกำลังงานเบรกก็ได้ ซึ่งเรียกว่า ประสิทธิภาพทางความร้อนบนฐานการเบรก (η_{bk})

$$\text{ประสิทธิภาพทางความร้อน} = \frac{\text{งานที่ทำได้ต่อนาทีในหน่วยความร้อน}}{\text{งานที่เทียบจากค่าความร้อนของเชื้อเพลิงที่ใช้ต่อนาที}} \qquad (2.26)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.9 สมรรถนะของเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซลขนาด 14 ลิตร 6 สูบเทอร์โบชาร์จเจอร์ 2 เสตจ ห้องเผาไหม้ฉีดตรง ที่ความเร็วรอบต่างๆ ที่ภาระเต็มที่ [5]

2.4 ทฤษฎีเทอร์โบชาร์จเจอร์[8]

กำลังสูงสุดของเครื่องยนต์ สามารถกำหนดจากจำนวนเชื้อเพลิงและประสิทธิภาพของการเผาไหม้ที่เกิดขึ้นภายในกระบอกสูบ ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดปริมาณของอากาศที่เข้าไปในกระบอกสูบ ถ้าสามารถทำให้อากาศอัดตัว เพื่อทำให้ความหนาแน่นของอากาศที่เข้าไปในเครื่องยนต์ มากกว่าความหนาแน่นในบรรยากาศปกติ ก็จะทำให้กำลังของเครื่องยนต์เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นไปตามหลักการของระบบเทอร์โบชาร์จ คือ การเพิ่มความหนาแน่นของอากาศที่เข้าไปในเครื่องยนต์

เทอร์โบชาร์จเจอร์เป็นอุปกรณ์ชนิดหนึ่งที่สร้างขึ้นมาเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ดังกล่าว โดยที่ในตัวเทอร์โบชาร์จเจอร์ประกอบไปด้วย 2 ส่วนหลัก ส่วนแรกคือ เทอร์ไบน์ ส่วนที่สอง คือคอมเพรสเซอร์ หลักการอย่างง่ายๆคือการใช้ไอเสียที่ออกมาจากแมนิโฟล์ดไอเสียมาขับให้ใบพัดเทอร์ไบน์หมุน เทอร์ไบน์ก็จะไปขับให้ใบพัดคอมเพรสเซอร์หมุนด้วยความเร็วรอบที่เท่ากัน เมื่อใบพัดของคอมเพรสเซอร์หมุน ทำให้อากาศสามารถถูกดูดเข้าท่อทางดูดของคอมเพรสเซอร์พลังงานจะถูกถ่ายเทโดยทำให้อากาศที่ไหลออกจากคอมเพรสเซอร์ไปสู่เครื่องยนต์นั้นอัดตัว และความหนาแน่นเพิ่มขึ้น

2.4.1สมการความสัมพันธ์ขั้นพื้นฐานของเทอร์โบชาร์จเจอร์

จากกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิก สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับเครื่องจักรกลของไหล (Turbo machine) ได้ดังนี้

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}\left[\left(h_2 + KE_2 + PE_2\right) - \left(h_1 + KE_1 + PE_1\right)\right] \qquad (2.27)$$

เมื่อ $\dot{Q}$ คือ อัตราการถ่ายเทความร้อน (kJ/s)

$\dot{W}$ คือ อัตรางานที่เพลา (kJ/s)

$\dot{m}$ คือ อัตราการไหลเชิงมวล (kg/s)

h คือ เอนทาลปีจำเพาะ (kJ/kg)

KE คือ พลังงานจลน์จำเพาะ (kJ/kg)

PE คือ พลังงานศักย์จำเพาะ (kJ/kg)

อักษรกำกับล่าง 1 หมายถึง ขาเข้า : อักษรกำกับล่าง 2 หมายถึง ขาออก

โดยนิยามให้ h_0 คือเอนทาลปีหยุดนิ่ง (Stagnation Enthalpy) ซึ่งสามารถเขียนได้เป็นสมการดังนี้

$$h_0 = h + KE \qquad (2.28)$$

เนื่องจากพลังงานศักย์ไม่มีการเปลี่ยนแปลง($\Delta PE=0$) ดังนั้นสมการ (2.28) สามารถเขียนได้เป็น

$$\dot{Q} - \dot{W} = \left(h_{02} - h_{01}\right) \qquad (2.29)$$

ถ้าระบบเป็นกระบวนการแอเดียแบติกย้อนกลับได้ ดังนั้นจึงไม่มีการถ่ายเทความร้อนเข้าหรือออกจากระบบ($\dot{Q} = 0$) ดังนั้นสมการ (2.29) จะสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$-\dot{W} = \left(h_{02} - h_{01}\right) \qquad (2.30)$$

เมื่อพิจารณาทั้งอากาศและแก๊สไอเสียจากเครื่องยนต์ มีพฤติกรรมเป็นแก๊สสมบูรณ์ดังนั้นสมการสถานะของ ของไหลดังกล่าวคือ

$$Pv = RT \qquad (2.31)$$

เมื่อ R คือ ค่าคงที่ของแก๊ส

นิยาม ค่าความจุความร้อนจำเพาะคือ

$$C_p \equiv (\frac{\partial h}{\partial T})_p \quad ; \quad Cv \equiv (\frac{\partial u}{\partial T})_v$$

C_P คือ ความจุความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่

C_v คือ ความจุความร้อนจำเพาะที่ปริมาตรคงที่

u คือ พลังงานภายในจำเพาะ

เนื่องจากแก๊สสมบูรณ์มีค่า C_p และ C_v คงที่ ดังนั้น

$$-W = mC_p (To_2 - To_1) \qquad (2.32)$$

2.4.2 ประสิทธิภาพโพรีทรอปิกคอมเพรสเซอร์

ประสิทธิภาพโพรีทรอปิกคอมเพรสเซอร์จะอยู่ในคำนิยามของ อัตราส่วนของงานอัดตัวแบบโพลีทรอปิกกับงานจริง ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการ 2.33 ดังนี้

$$\eta_c = \frac{\text{งานอัดตัวแบบโพลีทรอปิก}}{\text{งานจริง}} \qquad (2.33)$$

จากนิยามประสิทธิภาพของสเตจเล็กๆ(small stage) สำหรับกระบวนการอัดตัวจะมีความสัมพันธ์ดังสมการ 2.34

$$\eta_{cp} = \frac{dTs}{dT} = \text{Constant} \qquad (2.34)$$

สำหรับกระบวนการอัดตัวแบบไอเซนทรอปิกซึ่ง $P = kT^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$, ดังนั้น

$$\frac{dP}{dT_s} = \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right).\frac{P}{T} \qquad (2.35)$$

$$dT_s = \frac{T}{P} dP\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) \qquad (2.36)$$

แทนสมการ 2.36 ลงในสมการ 2.34 แล้วอินทิเกรตจะได้

$$\eta_{cp} = \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)} \qquad (2.37)$$

ในการสร้างแผนภูมิสมรรถนะของคอมเพรสเซอร์จะให้ค่าอ้างอิงในแกนต่างๆคือ พารามิเตอร์ของอัตราการไหลเชิงมวล (mass flow parameter) อัตราส่วนความดันระหว่างความดันทางออกคอมเพรสเซอร์ กับ ความดันอากาศขาเข้าคอมเพรสเซอร์ โดยสมการของพารามิเตอร์ของอัตราการไหลเชิงมวลคือ

$$\text{mass flow parameter} = \frac{\dot{m}\sqrt{T}}{P} \qquad (2.38)$$

เมื่อ $\dot{m}$ คือ อัตราการไหลเชิงมวลของอากาศผ่านคอมเพรสเซอร์ (kg/s)

T คือ อุณหภูมิของอากาศไหลเข้าคอมเพรสเซอร์ (K)

P คือ ความดันอากาศเข้าคอมเพรสเซอร์ (bar)

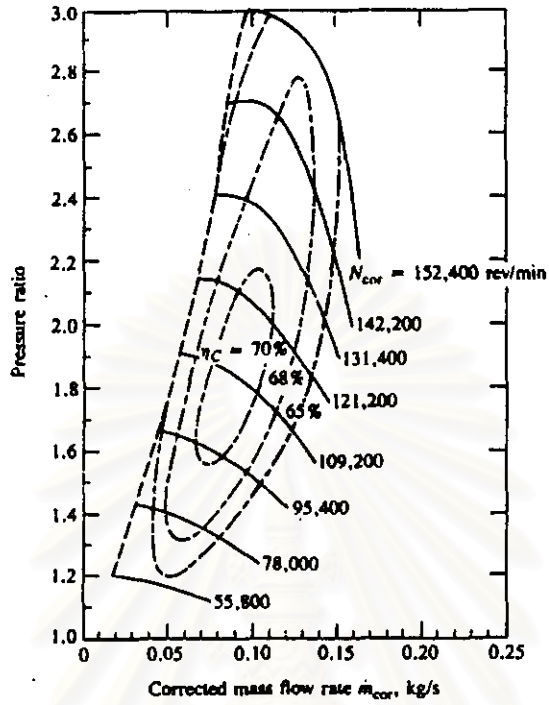
สมการอัตราส่วนความดันคือ

$$\text{อัตราส่วนความดัน} = \frac{P_2}{P_1} \qquad (2.39)$$

เมื่อ P_2 คือ ความดันบูสของคอมเพรสเซอร์ (bar)

P_1 คือ ความดันบรรยากาศ (bar)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.10 แสดง Performance map เซนตริฟิวกอลคอมเพรสเซอร์ของเทอร์โบชาร์จเจอร์ [5]

2.4.3 ประสิทธิภาพโพลีทรอปิกเทอร์ไบน์

ประสิทธิภาพโพลีทรอปิกเทอร์ไบน์ คืออัตราส่วนงานจริงกับงานขยายตัวแบบโพลีทรอปิก ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการคือ

$$\eta_t = \frac{\ln\left[\frac{T_3}{T_4}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{\ln\left[\frac{P_3}{P_4}\right]} \qquad (2.40)$$

โดยสมการอัตราส่วนความเร็วใบพัด $= \dfrac{U_4}{\sqrt{\left(2c_p T_1\left[1-\left[\frac{P_5}{P_1}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]\right)}}$ (2.41)

เมื่อ U_4 คือ ความเร็วของโรเตอร์ (m/s)

P_5 คือ ความดันขาออกของเทอร์ไบน์ (bar)

γ คือ อัตราส่วนความร้อนจำเพาะของก๊าซ

P_1 คือ ความดันบรรยากาศ (bar)

C_p คือ ค่าความร้อนจำเพาะของอากาศ (kJ/kg.K)

2.5 แบบจำลองการหาไอเสียของเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซล โดยใช้ทฤษฎีการถดถอยแบบหลายเชิง ชนิดเชิงเส้น (Multiple linear regression method)[2]

2.5.1ทฤษฎีการถดถอยแบบหลายเชิงชนิดเชิงเส้น

ทฤษฎีการถดถอยแบบหลายเชิงชนิดเชิงเส้น ถูกนำมาใช้เป็นทฤษฎีการประมาณค่าสำหรับแบบจำลองในการหาควันดำ(Black smoke) โดยการหาสหสัมพันธ์จากข้อมูลในการหาสมรรถนะของเครื่องยนต์ โดยความสัมพันธ์ของตัวแปรตาม y ซึ่งแปรตามตัวแปรต้นหลายตัว ในที่นี้จะขอกล่าวเฉพาะกรณีที่มีตัวแปรต้น 2 ตัว คือ x_1 และ x_2 ดังความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$g = g(x_1, x_2) \qquad (2.42)$$

เราสามารถสร้างฟังก์ชัน g ที่แปรผันกับ x_1 และ x_2 ได้โดยเริ่มจากการใช้สมการในรูปแบบของเชิงเส้นดังนี้

$$g(x_1, x_2) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \qquad (2.43)$$

โดยที่ a_0 ,a_1และ a_2 เป็นตัวคงที่ ที่ไม่รู้ค่าซึ่งสามารถคำนวณโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด นั่นคือ เริ่มจากการเขียนสมการของความผิดพลาด E ของข้อมูลทั้งหมด n ข้อมูลที่เบี่ยงเบนไปจากฟังก์ชัน g นี้ ดังนี้

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - (a_0 + a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i}) \right]^2 \qquad (2.44)$$

จากนั้นจึงทำการหาค่าต่ำสุดของความผิดพลาด E โดยเกี่ยวข้องกับตัวไม่รู้ค่า ก่อให้เกิดระบบสมการที่ประกอบด้วย 3 สมการย่อยดังนี้

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial a_0} &= 0\\ \frac{\partial E}{\partial a_1} &= 0\\ \frac{\partial E}{\partial a_2} &= 0\end{aligned}\right\} \qquad (2.45)$$

สมการแรกของระบบสมการนี้สามารถประดิษฐ์ขึ้นได้ดังนี้

$$\begin{aligned}2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-(a_0+a_1x_{1i}+a_2x_{2i})\right] &= 0\\ \sum_{i=1}^{n}y_i-\sum_{i=1}^{n}a_0-\sum_{i=1}^{n}a_1x_{1i}-\sum_{i=1}^{n}a_2x_{2i} &= 0\\ na_0+(\sum_{i=1}^{n}x_{1i})a_1+(\sum_{i=1}^{n}x_{2i})a_2 &= \sum_{i=1}^{n}y_i \qquad (2.46)\end{aligned}$$

สมการที่สองของระบบสมการคือ

$$\begin{aligned}2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-(a_0+a_1x_{1i}+a_2x_{2i})\right](-x_{1i}) &= 0\\ \sum_{i=1}^{n}y_ix_{1i}-\sum_{i=1}^{n}x_{1i}a_0-\sum_{i=1}^{n}a_1x^2{}_{1i}-\sum_{i=1}^{n}a_2x_{2i}x_{1i} &= 0\\ (\sum_{i=1}^{n}x_{1i})a_0+(\sum_{i=1}^{n}x^2{}_{1i})a_1+(\sum_{i=1}^{n}x_{1i}x_{2i})a_2 &= \sum_{i=1}^{n}y_ix_{1i} \qquad (2.47)\end{aligned}$$

สมการที่ 3 ของระบบสมการ คือ

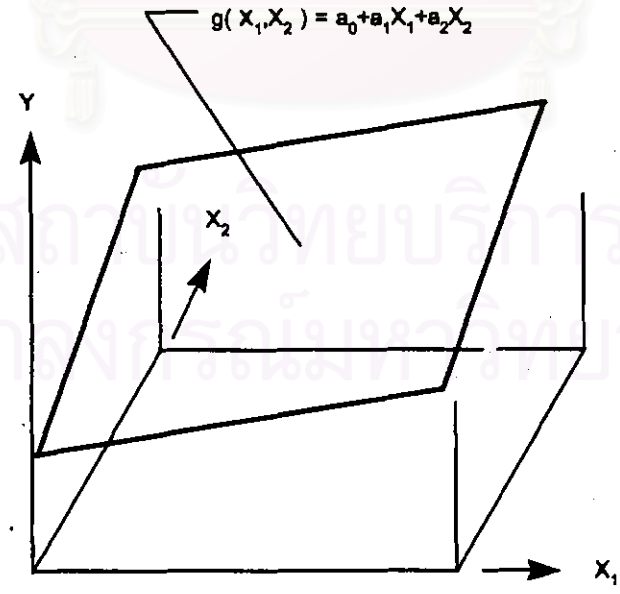
$$\begin{aligned}2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-(a_0+a_1x_{1i}+a_2x_{2i})\right](-x_{2i}) &= 0\\ \sum_{i=1}^{n}y_ix_{2i}-\sum_{i=1}^{n}x_{1i}a_0-\sum_{i=1}^{n}a_1x_{1i}x_{2i}-\sum_{i=1}^{n}a_2x^2{}_2 &= 0\end{aligned}$$

$$(\sum_{i=1}^{n} x_{2i})a_0 + (\sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i})a_1 + (\sum_{i=1}^{n} x^2_{2i})a_2 = \sum_{i=1}^{n} x_{2i}y_i \qquad (2.48)$$

ก่อให้เกิดผลลัพธ์ที่ประกอบด้วย 3 สมการย่อยซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & \sum_{i=1}^{n} x_{2i} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & \sum_{i=1}^{n} x^2_{1i} & \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} x^2_{2i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{matrix} \sum_{i=1}^{n} y_{1i} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_{2i}y_i \end{matrix} \qquad (2.49)$$

โดยเมตริกซ์จัตุรัสขนาด 3x3 ที่อยู่ด้านซ้ายของระบบสมการนี้เป็นเมตริกซ์สมการที่รู้ค่าและเวกเตอร์ขนาด 3x1ทางด้านขวาของระบบสมการก็รู้ค่าเช่นกัน ดังนั้นตัวไม่รู้ค่า a_0, a_1 และ a_2 สามารถคำนวณได้จากระบบสมการนี้โดยใช้ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gauss Elimination Method) ลักษณะของฟังก์ชัน g ที่ได้จากสมการข้างต้น อยู่ในรูปแบบของแผ่นเรียบ ดังแสดงในรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 ฟังก์ชันในรูปแบบของแผ่นเรียบที่ประดิษฐ์ขึ้นโดยวิธีถดถอยแบบหลายเชิงจากข้อมูล Y ที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรต้น X_1 และ X_2

2.5.1.1 ระเบียบวิธีกำจัดแบบเกาส์

สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ก. <u>การกำจัดไปข้างหน้า</u> (Forward Elimination) หากเรามีระบบสมการที่ประกอบด้วย 3 สมการดังหัวข้อที่กล่าวมาแล้ว จะได้

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix} \qquad (2.50)$$

การกำจัดไปข้างหน้าจะเปลี่ยนระบบสมการ (2.50) ไปให้อยู่ในรูปแบบซึ่งเมตริกซ์จัตุรัสทางด้านซ้ายของสมการ จะเป็นเมตริกซ์ที่ประกอบด้วยค่าศูนย์ตลอดแถบล่างซ้ายของเมตริกซ์นั้น ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & c'_{22} & c'_{23} \\ 0 & 0 & c''_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b'_2 \\ b''_3 \end{Bmatrix} \qquad (2.51)$$

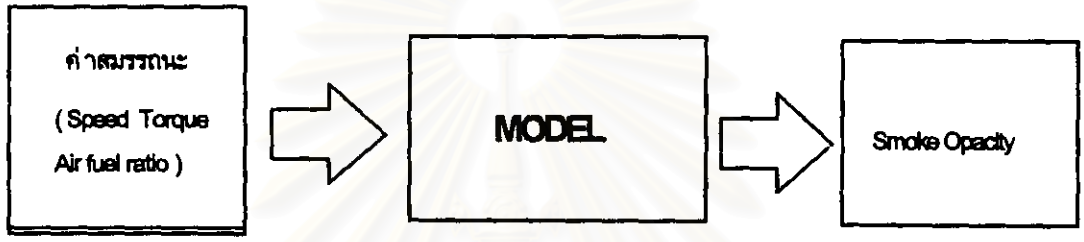
โดยเครื่องหมายที่เป็นดรรชนีบนของสัมประสิทธิ์แสดงว่าสัมประสิทธิ์นั้นเป็นค่าใหม่ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปจากสัมประสิทธิ์นั้นเป็นค่าใหม่ซึ่ง เปลี่ยนแปลงไปจากสัมประสิทธิ์เดิมในสมการ (2.50)

ข.<u>การแทนค่าย้อนกลับ</u> (Back Substitution) เมื่อจัดระบบสมการให้อยู่ในรูปแบบของสมการ (2.51) แล้ว ทำการคำนวณหาค่า a_i โดยเริ่มจากสมการสุดท้ายก่อน แล้วทำไล่ย้อนกลับขึ้นไปเพื่อหาค่า a_i ทีละสมการ ดังนี้

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{b''_3}{c''_{33}} \\ a_1 &= \frac{(b'_2 - c'_{23}a_2)}{c'_{22}} \\ a_0 &= \frac{(b_1 - c_{12}a_1 - c_{13}a_2)}{c_{11}} \end{aligned} \qquad (2.52)$$

2.5.2แบบจำลองการหาไอเสียของเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซล

โปรแกรมแบบจำลองการหาไอเสีย ในกรณีนี้คือ ควันดำที่เกิดจากเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซล สามารถทำนายปริมาณการเกิดควันดำจากเครื่องยนต์เทอร์โบชาร์จดีเซลของอีซูซุ รุ่น 4JA1L โดยโปรแกรมแบบจำลอง โดยโปรแกรมแบบจำลองใช้ทฤษฎีการถดถอยแบบหลายเชิงชนิดเชิงเส้น โดยใช้ข้อมูลจากการทดสอบเครื่องยนต์มาทำการหาสมการที่เหมาะสมในการทำนายหาปริมาณควันดำที่เกิดขึ้น โดยรูปแผนผังแบบจำลองแสดงดังรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 แผนผังแบบจำลองการหาควันดำของเครื่องยนต์

รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการทำนายปริมาณควันดำแสดงไว้ในภาคผนวก (ง)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย