

## บทที่ 4

### คุณสมบัติเชิงไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำ

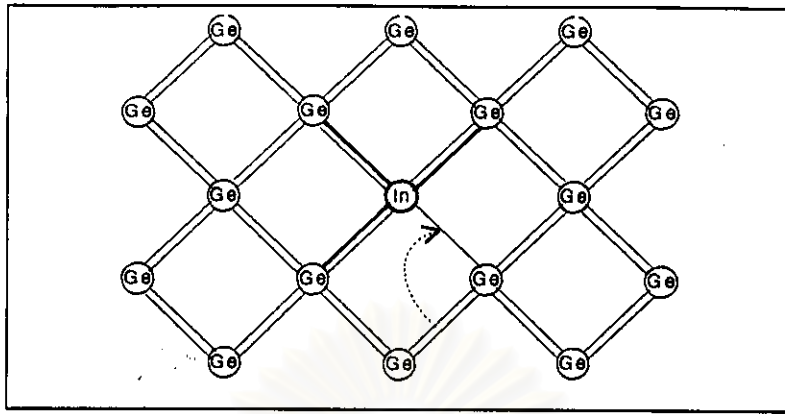
ในสารกึ่งตัวนำ พาหะที่จะเป็นตัวนำไฟฟ้ามีทั้งอิเล็กตรอน และ โฮล โดยอิเล็กตรอนจะไหลในทิศทางสวนกับสนามไฟฟ้า ส่วนโฮลจะไหลในทิศทางเดียวกับสนามไฟฟ้า ชนิดของสารกึ่งตัวนำสามารถแยกได้จากจำนวนของอิเล็กตรอน และ โฮลที่อยู่ในสารกึ่งตัวนำนั้นแยกได้ 3 ชนิดดังนี้

- 1) สารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น (n-type semiconductor) สารกึ่งตัวนำที่มีจำนวนของอิเล็กตรอนมากกว่า จำนวนของโฮล
- 2) สารกึ่งตัวนำชนิดพี (p-type semiconductor) สารกึ่งตัวนำที่มีจำนวนของโฮลมากกว่าจำนวนอิเล็กตรอน
- 3) สารกึ่งตัวนำชนิดอินทรินสิก (intrinsic semiconductor) สารกึ่งตัวนำที่มีจำนวนของอิเล็กตรอน เท่ากับจำนวนของโฮล

#### 4.1 การนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำแบบเอ็กทรินสิก (extrinsic)

เมื่อเติมสารเจือปน (impurity) เข้าไปในสารกึ่งตัวนำจะทำให้สารกึ่งตัวนำนั้นกลายเป็นสารกึ่งตัวนำแบบไม่บริสุทธิ์ (extrinsic semiconductor) เช่น เยอรมาเนียมเป็นธาตุที่มีค่าวาเลนซ์เท่ากับ 4 พันธะของอะตอมเยอรมาเนียมเกิดจากพันธะของโควาเลนซ์ของวาเลนซ์อิเล็กตรอน

ถ้าเติมสารเจือปนที่มีค่าวาเลนซ์น้อยกว่าของเยอรมาเนียม เช่น อินเดียม (In) เนื่องจากวาเลนซ์อิเล็กตรอนของอินเดียมมีเพียง 3 ตัว ดังนั้นในการสร้างพันธะกับอะตอมของเยอรมาเนียม จึงขาดอิเล็กตรอนไป 1 ตัว เป็นช่องว่าง เรียกว่า โฮล เนื่องจาก โฮล มีสมบัติคล้ายกับว่ามีประจุบวกที่จะรับอิเล็กตรอนจากอะตอมข้างเคียงได้ ดังนั้นระดับพลังงานสารเจือปนของอินเดียมจึงอยู่เหนือขอบของแถบวาเลนซ์ ซึ่งจะสามารถคอยรับอิเล็กตรอนที่กระโดดจากแถบวาเลนซ์ได้ เรียกระดับพลังงานที่อยู่เหนือขอบของแถบวาเลนซ์ว่า ระดับ acceptor และ เรียกสารกึ่งตัวนำที่ถูกเติมด้วย acceptor ว่าเป็นสารกึ่งตัวนำชนิดพี



รูปที่ 4.1 ภาพแสดงสารเจืออินเดียมในเยอรมาเนียม

#### 4.2 ความหนาแน่นของพาหะอิสระที่สภาวะสมดุลเชิงความร้อน [14,15]

ในสภาวะสมดุลเชิงความร้อน สิ่งที่มีอิทธิพลหรือกำหนดสมบัติเชิงไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำ คือ ความหนาแน่นของพาหะ (carrier density) และสภาพเคลื่อนที่ได้ของพาหะ (mobility) หรือความคล่องตัวในการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนที่อยู่ในแถบนำ และ ของโฮลในแถบวาเลนซ์ อิเล็กตรอนและโฮลเหล่านี้จะเป็นตัวก่อให้เกิดกระแสไฟฟ้า จึงเรียกอิเล็กตรอน และ โฮลว่าเป็นพาหะประจุไฟฟ้า (charged carrier)

การนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำขึ้นอยู่กับจำนวนของพาหะอิสระซึ่งมีทั้งอิเล็กตรอน และ โฮล ถ้าจำนวนอิเล็กตรอนในแถบนำ หรือจำนวนโฮลในแถบวาเลนซ์ เพิ่มขึ้น สารกึ่งตัวนำนั้นจะนำไฟฟ้าได้ดียิ่งขึ้น ปริมาณความหนาแน่นของพาหะอิสระในสารกึ่งตัวนำขึ้นอยู่กับขนาดของช่องว่างแถบพลังงาน ( $E_g$ ) ความหนาแน่นของผู้ให้ ( $N_D$ ) ความหนาแน่นของผู้รับ ( $N_A$ ) และ อุณหภูมิของผลึกสารกึ่งตัวนำในขณะนั้น ที่สภาวะสมดุลเชิงความร้อน โอกาสที่อิเล็กตรอนจะถูกกระตุ้นด้วยพลังงานความร้อนเป็นไปตามฟังก์ชันการแจกแจงของ เฟอร์มี-ไดแรก (Fermi-Dirac distribution function)

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left[\frac{E-E_F}{kT}\right]+1} \quad (4.1)$$

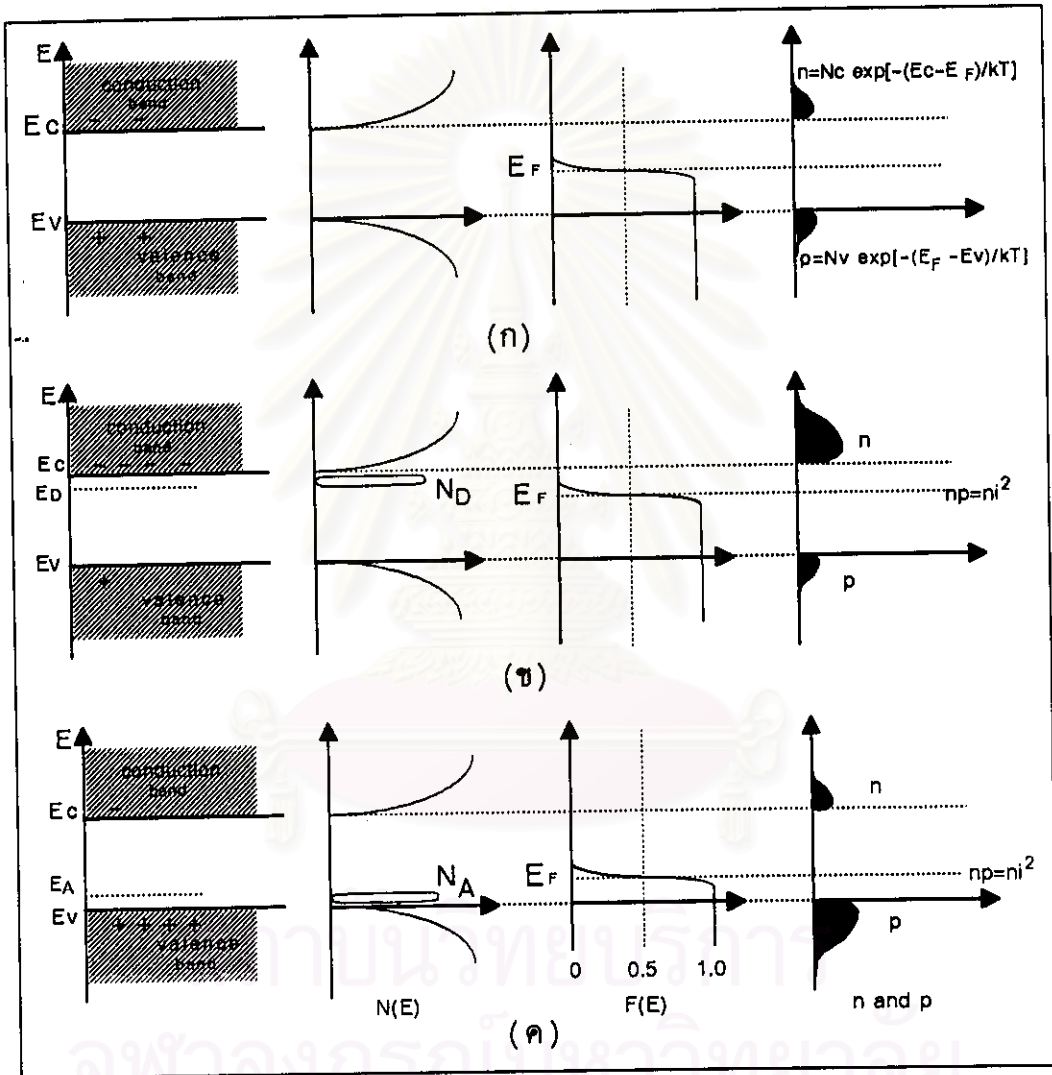
โดยที่  $f(E)$  คือ โอกาสที่อิเล็กตรอนจะอยู่ได้ที่ระดับพลังงาน  $E$

$k$  คือ ค่าคงที่โบลซ์มานท์ (Boltzmann constant)

$T$  คือ อุณหภูมิในหน่วยเคลวิน

$E_F$  คือ ระดับพลังงานเฟอร์มี (Fermi energy level)

ระดับพลังงานเฟอร์มี คือ ระดับพลังงานที่กำหนดสภาวะสมดุลเชิงความร้อนของระบบ ระดับพลังงานเฟอร์มีนอกจากจะขึ้นกับอุณหภูมิของระบบแล้วยังขึ้นกับปริมาณของอิเล็กตรอนทั้งหมดในระบบ ลักษณะไดอะแกรมแถบพลังงาน การกระจายของฟังก์ชันเฟอร์มี-ไดแรก ความหนาแน่นสถานะและความหนาแน่นพาหะอิสระ[14] แสดงตามรูป 4.2



รูปที่ 4.2 ไดอะแกรมแถบพลังงาน ความหนาแน่นของสถานะ ฟังก์ชันเฟอร์มี-ไดแรก

และ ความหนาแน่นพาหะอิสระ ตามลำดับ

ก) สารกึ่งตัวนำชนิดอินทรีนสิค

ข) สารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น

ค) สารกึ่งตัวนำชนิดพี

โดยความหนาแน่นของพาหะอิสระที่สภาวะสมดุลเชิงความร้อน สามารถแยกได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีสารกึ่งตัวนำที่ไม่ได้เติมสิ่งเจือปน (intrinsic semiconductor) และ กรณีที่มีการเติมสิ่งเจือปน (extrinsic semiconductor)

#### 4.2.1 สารกึ่งตัวนำชนิดอินทรีนสิก

สารกึ่งตัวนำชนิดนี้ จะเริ่มนำไฟฟ้าได้เมื่ออิเล็กตรอนถูกกระตุ้นด้วยพลังงานความร้อนแล้วกระโดดขึ้นไปอยู่ที่แถบนำ และ ทิ้งตำแหน่งว่างหรือโฮลไว้ในจำนวนเท่ากับที่แถบวาเลนซ์ ถ้ากำหนดให้  $N_c(E)dE$  เป็นจำนวนสถานะในแถบนำต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร ที่มีพลังงานอยู่ระหว่าง  $E$  ถึง  $E + dE$  ดังนั้นความหนาแน่นของอิเล็กตรอนอิสระในแถบนำ ที่มีค่าพลังงานอยู่ระหว่าง  $E$  และ  $E+dE$  ที่อุณหภูมิใดๆ คือ

$$n = N_c(E)f(E)dE \quad (4.2)$$

โดยที่  $N_c(E)$  คือ ความหนาแน่นของสถานะในหนึ่งหน่วยปริมาตร โดยรวม spin ด้วย และ  $f(E)$  คือ ฟังก์ชันเฟอร์มี-ไดแรก ซึ่งแสดงความน่าจะเป็นของการเข้าครอบครองสถานะที่มีพลังงาน  $E$

$$N_c(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{8\pi^2 m_c^*}{h^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \quad (4.3)$$

เมื่อ  $m_c^*$  คือ มวลยังผล (effective mass) ของอิเล็กตรอนในแถบนำ

$h$  คือ ค่าคงที่ของพลังค์ (Planck constant)

$E_c$  คือ สถานะพลังงานที่ขอบล่างสุดของแถบนำ

ดังนั้นความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบนำทั้งหมดจะได้เท่ากับ

$$n = \int_{E_c}^{E_f} N_c(E)f(E)dE \quad (4.4)$$

เมื่อ  $E_f$  คือ สถานะพลังงานที่ขอบบนสุดของแถบนำ

เนื่องจากฟังก์ชัน  $f(E)$  ที่บริเวณยอดของแถบนำมีค่าน้อยมากหรือเมื่อ  $E$  มีค่ามากๆ ค่าของ  $f(E)$  จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ดังนั้น จึงสามารถขยายขอบบนของการอินทิเกรตได้เป็น  $\infty$  [15] จะได้

$$n = \int_{E_c}^{\infty} N_c(E) f(E) dE \quad (4.5)$$

แทนค่า 4.1 และ 4.3 ใน 4.5 จะได้

$$n_i = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{8\pi^2 m_c^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{(E-E_c)^{1/2}}{\exp[(E-E_F)/kT]+1} dE \quad (4.6)$$

ถ้าพิจารณาในระดับพลังงานที่สูงกว่าพลังงานความร้อนมากๆ  $\frac{E-E_F}{kT} \gg 1$  แล้ว

$$n_i = N_c \exp\left(-\frac{E_c-E_F}{kT}\right) \quad (4.7)$$

เมื่อ  $N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_c^* kT}{\hbar^2} \right)^{3/2}$  เรียกว่า effective density of states ของอิเล็กตรอน

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถหาความหนาแน่นของโฮลในแถบวาเลนซ์ได้ดังนี้

$$p_i = N_v \exp\left(-\frac{E_F-E_v}{kT}\right) \quad (4.8)$$

เมื่อ  $N_v = 2 \left( \frac{2\pi m_h^* kT}{\hbar^2} \right)^{3/2}$  เรียกว่า effective density of states ของโฮล

$E_v$  คือ สถานะพลังงานที่ขอบบนสุดของแถบวาเลนซ์

$m_h^*$  คือ มวลยังผลของโฮลในแถบวาเลนซ์

เนื่องจากสารกึ่งตัวนำอินทรีนสิกจะมีจำนวนอิเล็กตรอนเท่ากับจำนวนของโฮลดังนั้น

$$n_i^2 = n_i p_i = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c-E_v}{kT}\right) \quad (4.9)$$

$$n_i = p_i = (N_c N_v)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \quad (4.10)$$

เมื่อ  $E_g$  คือ ขนาดของช่องว่างแถบพลังงาน ( $E_c-E_v$ )

ระดับพลังงานเฟอร์มี สามารถคำนวณได้จากเงื่อนไขความเท่ากันของจำนวนอิเล็กตรอนในแถบนำ และ จำนวนโฮลในแถบวาเลนซ์ จะได้

$$E_{F_i} = \frac{1}{2}E_g + \frac{1}{2}kT \ln \left( \frac{N_v}{N_c} \right) \quad (4.11)$$

หรือ

$$E_{F_i} = \frac{1}{2}E_g + \frac{3}{4}kT \ln \left( \frac{m_h^*}{m_e^*} \right) \quad (4.12)$$

ถ้า  $E_c - E_F \gg kT$  หรือ  $E_F - E_v \gg kT$  จะทำให้ สมการ 4.7 และ 4.8 ถูกต้องเสมอไม่ว่าจะเป็นสารกึ่งตัวนำแบบใดก็ตาม และ ผลคูณของความหนาแน่นของอิเล็กตรอนและของโฮล จะขึ้นกับเฉพาะค่าคงที่วัสดุ คือ  $m_e^*, m_h^*, E_g$  และ ขึ้นกับอุณหภูมิ  $T$  เท่านั้น

#### 4.2.2 สารกึ่งตัวนำชนิดเอ็กซ์ทรินสิค (extrinsic semiconductor)

เมื่อมีการเติมสิ่งเจือปนลงไปในผลึกสมบูรณ์ของสารกึ่งตัวนำ อะตอมของสิ่งเจือปนเหล่านี้จะก่อให้เกิดระดับพลังงานของสิ่งเจือปน (impurity energy level) ขึ้นในช่องว่างแถบพลังงาน การเติมสิ่งเจือปนลงไปในสารกึ่งตัวนำทำให้เกิดสารกึ่งตัวนำสองชนิด ซึ่งขึ้นอยู่กับชนิดของสิ่งเจือปน ถ้าสิ่งเจือปนเป็นชนิดผู้รับ ผลึกที่มีสิ่งเจือปนชนิดนี้เรียกว่า สารกึ่งตัวนำชนิดพี (p-type) แต่ถ้าสิ่งเจือปนที่เติมลงไปเป็นชนิดผู้ให้เรียกว่า สารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น (n-type)

หากสิ่งเจือปนที่ปรากฏในสารกึ่งตัวนำมีทั้งชนิดผู้ให้ และ ผู้รับ สารกึ่งตัวนำนี้จะมีชนิดการนำไฟฟ้า (conductivity type) แบบใดนั้นขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของพาหะข้างมาก ว่าเกิดจากสิ่งเจือปนชนิดใด สารเจือปนที่เติมลงไปจะทำให้ระดับพลังงานเฟอร์มี ของสารกึ่งตัวนำนั้น ปรับระดับเข้าสู่สภาวะสมดุลเชิงความร้อน ซึ่งในการคำนวณความหนาแน่นของพาหะอิสระทั้งอิเล็กตรอน และ โฮล จะหาได้ในทำนองเดียวกับสารกึ่งตัวนำชนิดอินทริสิคทราบได้ก็ตามที่ยังอยู่ในสภาวะ nondegenerate นั่นคือ ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบนำจะเป็น

$$n = N_c \exp \left( -\frac{E_c - E_F}{kT} \right) \quad (4.13)$$

$$\text{เมื่อ } N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

และความหนาแน่นของโฮลในแถบวาเลนซ์จะเป็น

$$p = N_v \exp \left( -\frac{E_F - E_v}{kT} \right) \quad (4.14)$$



$$\text{เมื่อ } N_V = 2 \left( \frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

ดังนั้นภายใต้สภาวะ nondegenerate เรายังคงมีความสัมพันธ์

$$n_i^2 = np = N_c N_V \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \quad (4.15)$$

จากสมการ 4.15 จะเห็นว่าผลคูณของความหนาแน่นของพาหะอิสระทั้งสองชนิด มีค่าคงที่ ที่อุณหภูมิใดอุณหภูมิหนึ่ง โดยไม่ขึ้นอยู่กักระดับพลังงานเฟอร์มิ ถ้าความหนาแน่นพาหะชนิดใดเพิ่มขึ้นพาหะอีกชนิดหนึ่งจะต้องลดลง ดังนั้นในสารกึ่งตัวนำที่เป็นจริง (real crystal) จึงมีพาหะข้างมาก (majority carriers) และ พาหะข้างน้อย (minority carriers)

จากเงื่อนไขความเป็นกลางทางไฟฟ้าของระบบ ประจุลบทั้งหมดที่เกิดจากอิเล็กตรอนและ ผู้รับที่ถูกไอออไนซ์ (ionized acceptors) ต้องเท่ากับประจุบวกทั้งหมดที่เกิดจากโฮล และผู้ให้ที่ถูกไอออไนซ์ (ionized donors) ดังสมการ [14,15]

$$n + N_A^- = p + N_D^+ \quad (4.16)$$

$$n + (N_A - n_a) = p + (N_D - n_d)$$

$$n + N_A + n_d = p + N_D + n_a \quad (4.17)$$

เมื่อ  $N_D$  = ความหนาแน่นของผู้ให้

$N_D^+$  = ความหนาแน่นของผู้ให้ที่ถูกไอออไนซ์

$n_d$  = ความหนาแน่นของผู้ให้ที่ไม่ถูกไอออไนซ์

$N_A$  = ความหนาแน่นของผู้รับ

$N_A^-$  = ความหนาแน่นของผู้รับที่ถูกไอออไนซ์

$n_a$  = ความหนาแน่นของผู้รับที่ไม่ถูกไอออไนซ์

สำหรับสารกึ่งตัวนำชนิดเอ็นที่อยู่ในสภาวะ nondegenerate ซึ่ง  $(E_c - E_f \geq 3kT)$  ที่มี  $N_D$  เป็นผู้ให้ และ  $N_A$  เป็นผู้รับที่ชดเชย เมื่อรวมสมการความเป็นกลางทางไฟฟ้า  $n + n_d = N_D - N_A$  เข้ากับสมการความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบการนำ  $n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$  แล้วจะได้

$$n_d = \frac{N_D}{1 + \beta \exp\left(\frac{E_D - E_f}{kT}\right)} \quad (4.18)$$

$$n_B = \frac{N_A}{1 + \beta \exp\left(\frac{E_F - E_A}{kT}\right)} \quad (4.19)$$

โดยที่  $\beta$  คือ แฟคเตอร์การเสื่อมสลายของระดับผู้ให้ (factor to take account of the degeneracy of the donor level) และจะเท่ากับ  $1/2$  สำหรับผู้ให้ที่ง่ายตาย

$E_D$  คือ ระดับพลังงานของผู้ให้

$E_A$  คือ ระดับพลังงานของผู้รับ

เราสามารถแยกพิจารณาลักษณะการแปรผันตามอุณหภูมิของพาหะได้เป็น 2 กรณี ดังนี้

#### 4.2.2.1 กรณีความหนาแน่นของสิ่งเจือปนมีน้อยหรืออุณหภูมิสูง

1. กรณี  $N_D - N_A \ll N_c$  คือ  $E_F$  จะอยู่ระหว่าง  $E_D$  และ  $E_{Fi}$  โดยอยู่ก่อนไปทาง  $E_{Fi}$  ดังนั้น  $n_p$  จะน้อยกว่า  $N_D$  มากจนตัด  $n_p$  ออกได้ และความหนาแน่นของผู้รับจะถูกไอออนทั้งหมด [15] ด้วยพลังงานเนื่องจากความร้อน พาหะอิสระเกิดจากสองส่วน คือ มาจากสารอินทรีนสิก และมาจากอะตอมของสิ่งเจือปนทั้งหมด จากเงื่อนไขความเป็นกลางทางไฟฟ้า จะได้

$$n + N_A = p + N_D \quad (4.20)$$

จากสมการ 4.15 จะได้

$$n_n = \frac{1}{2} \left[ N_D - N_A + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2} \right] \quad (4.21)$$

$$p_p = \frac{n_i^2}{n_n} \quad (4.22)$$

โดยที่  $n_n$  คือ พาหะข้างมากของสารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น

$p_p$  คือ พาหะข้างน้อยของสารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น

2. กรณี  $N_A - N_D \ll N_c$  คือ  $E_F$  อยู่ระหว่าง  $E_A$  และ  $E_{Fi}$  โดยอยู่ก่อนไปทาง  $E_{Fi}$  ซึ่งสามารถทำได้ทำนองเดียวกันกับ กรณี 1 จะได้ว่า

$$p_p = \frac{1}{2} \left[ N_A - N_D + \sqrt{(N_A - N_D)^2 + 4n_i^2} \right] \quad (4.23)$$



$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} \quad (4.24)$$

โดยที่  $p_p$  คือ พาหะข้างมากของสารกึ่งตัวนำชนิดพี

$n_p$  คือ พาหะข้างน้อยของสารกึ่งตัวนำชนิดพี

ในช่วงอุณหภูมิสูงมากจนกระทั่งความหนาแน่นพาหะส่วนใหญ่มาจากสารอินทรินสิก มากกว่าอะตอมสิ่งเจือปนหลายๆ ( $|N_D - N_A| \ll n_i$ ) ช่วงนี้จะมีการเพิ่มขึ้นของพาหะอิสระแปรตามการเพิ่มของอุณหภูมิอย่างรวดเร็วแบบ เอ็กซ์โปเนนเชียล เรียกช่วงนี้ว่าเป็นช่วง อินทรินสิก (intrinsic region) แล้วสมการ 4.21 และ 4.23 จะกลายเป็น

$$n_n \approx n_i + \frac{1}{2}(N_D - N_A) \quad (4.25)$$

$$p_p \approx n_i + \frac{1}{2}(N_A - N_D) \quad (4.26)$$

ในช่วงอุณหภูมิต่ำกว่าช่วงอินทรินสิก พาหะที่มาจากอินทรินสิกจะมีน้อยกว่าพาหะที่มาจากอะตอมของสิ่งเจือปนหลายๆ ( $|N_D - N_A| \gg n_i$ ) พาหะข้างมากในช่วงนี้จะมีค่าคงที่ เรียกช่วงนี้ว่า ช่วงเอ็กซ์ทรินสิก (extrinsic region) หรือ Saturation region สมการ 4.21 และ 4.23 จะกลายเป็น

$$n_n \approx N_D - N_A \quad (4.27)$$

$$p_p \approx N_A - N_D \quad (4.28)$$

#### 4.2.2.2 กรณีความหนาแน่นของสิ่งเจือปนมีมากหรืออุณหภูมิต่ำ

1. กรณี  $N_D > N_A$  พลังงานเนื่องจากความร้อนไม่สามารถจะไอออไนซ์ อะตอมสิ่งเจือปนได้หมด ดังนั้น  $n_0$  ในสมการ 4.17 จึงตัดทิ้งไม่ได้ แต่โฮลในแถบวาเลนซ์ และ  $n_0$  มีค่าน้อยมากจึงตัดทิ้งได้ ดังนั้นสมการ 4.17 จะกลายเป็น [15,19]

$$n + N_A + n_0 = N_D \quad (4.29)$$

แทนค่า 4.18 ลงใน 4.29 และให้  $\beta = 1/2$  จะได้

$$n = N_D - N_A - \frac{N_D}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

$$n = N_D - N_A - \frac{2N_D}{2 + \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

$$2n + n \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right) = N_D \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right) - 2N_A - N_A \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)$$

$$\text{ให้ } N'_c = \frac{1}{2} N_c \exp\left(-\frac{E_d}{kT}\right) \text{ และ } E_d = E_c - E_D$$

$$2n^2 + n(2N_A + 2N'_c) - 2(N_D - N_A)N'_c = 0$$

$$n^2 + n(N_A + N'_c) - (N_D - N_A)N'_c = 0 \quad (4.30)$$

ดังนั้นเราจะได้อ

$$n = -\frac{N_A + N'_c}{2} + \frac{1}{2} \left[ (N_A + N'_c)^2 + 4(N_D - N_A)N'_c \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.31)$$

ที่อุณหภูมิต่างๆ  $E_d \gg kT$  แล้ว  $N'_c$  จะมีค่าน้อยมากดังนั้นจากสมการ 4.31 เรากระจายเทอมที่สองด้านขวามือด้วยอนุกรมไบโนเมียล (binomial series) จะได้ [19]

$$\begin{aligned} \left[ (N_A + N'_c)^2 + 4(N_D - N_A)N'_c \right]^{\frac{1}{2}} &= (N_A + N'_c) \left[ 1 + \frac{4N'_c(N_D - N_A)}{N_A + N'_c} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= (N_A + N'_c) \left[ 1 + \frac{2N'_c(N_D - N_A)}{(N_A + N'_c)^2} \dots \right] \\ &= (N_A + N'_c) + \frac{2N'_c(N_D - N_A)}{N_A + N'_c} + \dots \quad (4.32) \end{aligned}$$

แทนสมการ 4.32 ลงใน 4.31 จะได้

$$n = \frac{N'_c(N_D - N_A)}{N_A + N'_c} \quad (4.33)$$

ถ้า  $N_A \gg N'_c$  สมการที่ 4.33 จะกลายเป็น

$$n = \frac{N'_c(N_D - N_A)}{N_A} = \frac{N_D - N_A}{2N_A} N_c \exp\left(-\frac{E_d}{kT}\right) \quad (4.34)$$

แต่ถ้า  $N_A$  มีค่าน้อยมากๆ นั่นคือ  $N_D \gg N'_c \gg N_A$  จากสมการ 4.30 นำ  $N_D$  หารตลอดจะได้

$$\frac{n^2}{N_D} - N'_c = 0$$

$$n^2 = N'_c N_D = \frac{1}{2} N_D N_c \exp\left(-\frac{E_d}{kT}\right)$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}}(N_D N_C)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E_d}{2kT}\right) \quad (4.35)$$

ดังนั้นในช่วงอุณหภูมิต่างๆ ความหนาแน่นของพาหะอิสระ จะขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของสิ่งเจือปนชนิดผู้ให้ที่ถูกล้ออินซ์ ซึ่งจะเป็นไปตามสมการที่ 4.34 หรือ 4.35 ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของการชดเชย (compensation) [15] ช่วงนี้เรียกว่า ช่วงฟรีซเอาท์ (freeze-out region)

2. กรณี  $N_A > N_D$  คิดทำนองเดียวกับกับ 1 สมการ 4.21 จะกลายเป็น

$$p + n_a = N_A - N_D \quad (4.36)$$

แทนสมการ 4.19 ลงใน 4.36 จะได้

$$p = \frac{N'_v(N_A - N_D)}{N_D + N'_v} \quad (4.37)$$

โดยที่  $N'_v = \frac{1}{2}N_v \exp\left(-\frac{E_a}{kT}\right)$

$$E_a = E_A - E_V$$

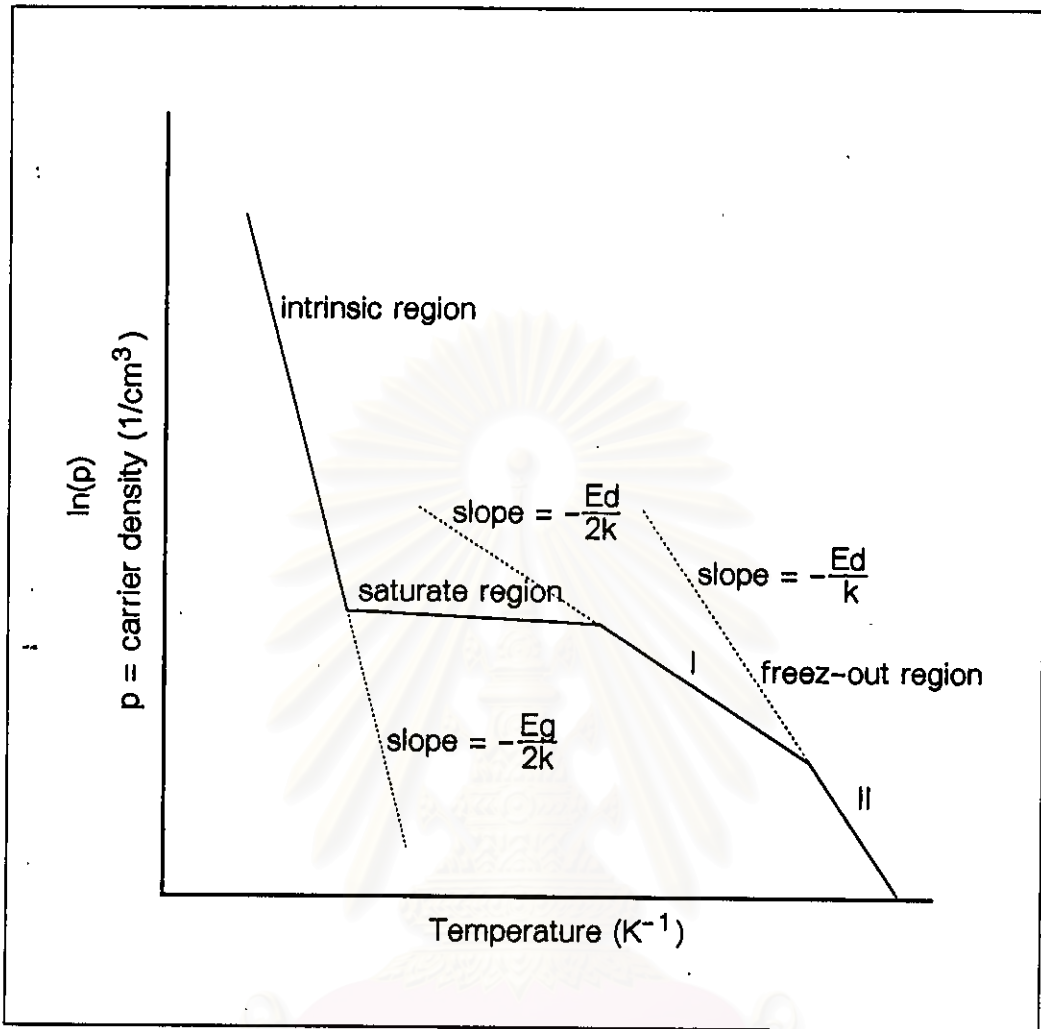
ถ้า  $N_D \gg N'_v$  สมการ 4.37 จะกลายเป็น

$$p = \frac{N_A - N_D}{2N_D} N_v \exp\left(-\frac{E_a}{kT}\right) \quad (4.38)$$

แต่ถ้า  $N_D$  มีค่าน้อยมากๆ คือ  $N_A \gg N'_v \gg N_D$  จะได้ว่า

$$p = \frac{1}{\sqrt{2}}(N_A N_v)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_a}{2kT}\right) \quad (4.39)$$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของพาหะอิสระ กับส่วนกลับของอุณหภูมิ

ในรูป 4.3 กราฟช่วงอุณหภูมิต่างๆ พบว่าความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบการนำจะน้อยกว่าความหนาแน่นของสิ่งเจือปนชนิดผู้ให้ เนื่องจากโอกาสที่อิเล็กตรอนจะถูกกระตุ้นด้วยพลังงานความร้อนมีค่าน้อย และความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบการนำจะเพิ่มตามอุณหภูมิ ช่วงนี้เรียกว่า ช่วงฟรีซเอาท์ (freeze-out region) สำหรับช่วงอุณหภูมิปานกลางความหนาแน่นของอิเล็กตรอนได้มาจากอะตอมของสิ่งเจือปนที่ถูกไอออไนซ์หมด ( $n = N_D$ ) เรียกช่วงนี้ว่า ช่วงเอ็กซ์ทรินสิคหรือ saturation region และในช่วงอุณหภูมิสูงๆ อิเล็กตรอนส่วนใหญ่เป็นของสารกึ่งตัวนำชนิดอินทริสิคโดยเพิ่มขึ้นตามอุณหภูมิ เรียกช่วงนี้ว่า ช่วงอินทริสิค

### 4.3 สภาพเคลื่อนที่ได้ (mobility) [20,21]

โดยทั่วไปแล้วโครงสร้างผลึกจะมีความไม่สมบูรณ์ของโครงผลึกรูปแบบต่างๆ เช่น การไม่เป็นระเบียบของสนามพลังงานศักย์ในของแข็งซึ่งเกิดจากการสันของโครงสร้างผลึก (โฟนอน) และสารเจือปนที่แตกตัวเป็นไอออน การชนเข้ากับสิ่งเหล่านี้ยอมทำให้ความเร็วของการเคลื่อนที่ของพาหะถูกจำกัด ดังนั้นที่สภาวะคงตัว (steady state) ความเร็วเฉลี่ยของพาหะคือ

$$\langle v \rangle = qE \frac{\langle \tau \rangle}{m^*} \quad (4.40)$$

เมื่อ  $\langle \tau \rangle$  คือเวลาอิสระเฉลี่ยที่ไม่มี การชน (relaxation time)

$m^*$  คือมวลย้งผลของพาหะ (effective mass)

$E$  คือสนามไฟฟ้า

$q$  คือประจุของพาหะ

$\langle v \rangle$  คือความเร็วเฉลี่ย

และจากนิยามของความหนาแน่นกระแส (current density ,  $J$ )

$$J = ne\langle v \rangle$$

$$J = \frac{nq^2 \langle \tau \rangle}{m^*} E \quad (4.41)$$

จากกฎของโอห์ม (Ohm's law) สภาพนำไฟฟ้า (conductivity ,  $\sigma$ ) คือ อัตราส่วนของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า ต่อ สนามไฟฟ้า ที่ใส่เข้าไป และ สภาพต้านทานไฟฟ้า (resistivity ,  $\rho$ ) คือส่วนกลับของสภาพนำไฟฟ้า จะได้

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m^*}{nq^2 \langle \tau \rangle} \quad (4.42)$$

จากความเร็วเฉลี่ยจะแปรผันตรงกับสนามไฟฟ้าจะได้

$$\langle v \rangle = \mu E \quad (4.43)$$

เมื่อ  $\mu$  คือสภาพเคลื่อนที่ได้ และพิจารณาสมการ 4.40 จะได้

$$\mu = \frac{q \langle \tau \rangle}{m^*} \quad (4.44)$$

$$\mu = \frac{1}{nq\rho} \quad (4.45)$$

สภาพนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำที่มีทั้งอิเล็กตรอนและโฮลเป็นพาหะนำไฟฟ้าคือ[20]

$$\sigma = nq\mu_e + pq\mu_h \quad (4.46)$$

โดยที่  $n$  คือความหนาแน่นของอิเล็กตรอน

$p$  คือความหนาแน่นของโฮล

$\mu_e$  คือสภาพเคลื่อนที่ได้ของอิเล็กตรอน

$\mu_h$  คือสภาพเคลื่อนที่ได้ของโฮล

เมื่อ

$$\mu_e = \frac{q\langle\tau_e\rangle}{m_e^*}$$

โดยที่  $\langle\tau_e\rangle$  คือเวลาอิสระเฉลี่ยที่ไม่มีการชนของอิเล็กตรอน

$m_e^*$  คือมวลยังผลของอิเล็กตรอน (effective mass)

และ 
$$\mu_h = \frac{q\langle\tau_h\rangle}{m_h^*}$$

โดยที่  $\langle\tau_h\rangle$  คือเวลาอิสระเฉลี่ยที่ไม่มีการชนของโฮล

$m_h^*$  คือมวลยังผลของโฮล (effective mass)

เวลาอิสระเฉลี่ยที่ไม่มีการชนนี้เป็นฟังก์ชันของโมเมนตัม และถูกกำหนดจากการถูกกระเจิงของพาหะด้วยศูนย์กลางการกระเจิงชนิดต่างๆ ศูนย์กลางการกระเจิงที่สำคัญได้แก่ การไม่เป็นระเบียบของสนามพลังงานศักย์ในของแข็งซึ่งเกิดจากการสั่นของโครงผลึก (โฟนอน) และ สารเจือที่แตกตัวเป็นไอออน

เนื่องจากกลไกการกระเจิงทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน ความน่าจะเป็นของการเกิดการกระเจิงทั้งหมดจะเท่ากับผลรวมของความน่าจะเป็นของการเกิดการกระเจิงของแต่ละชนิดนั้น ความน่าจะเป็นของการกระเจิงจะแปรผกผันกับเวลาเฉลี่ยปลอดการชน  $\langle\tau\rangle$  ดังนั้น

$$\frac{1}{\langle\tau\rangle} = \frac{1}{\langle\tau_L\rangle} + \frac{1}{\langle\tau_I\rangle} \quad (4.47)$$

เมื่อ  $\langle\tau_L\rangle$  คือเวลาเฉลี่ยปลอดการชนของการกระเจิงด้วยโฟนอน

$\langle\tau_I\rangle$  คือเวลาเฉลี่ยปลอดการชนของการกระเจิงด้วยสารเจือปนที่แตกตัวเป็น

ไอออน



เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น จะทำให้โครงผลึกสั้นมากขึ้น ดังนั้น การชนของพาหะกับโครงผลึกก็จะมากขึ้นด้วย ทำให้  $\langle \tau_c \rangle$  มีค่าลดลง ซึ่งจะได้  $\langle \tau_c \rangle$  แปรผันตรงกับ  $T^{-3/2}$

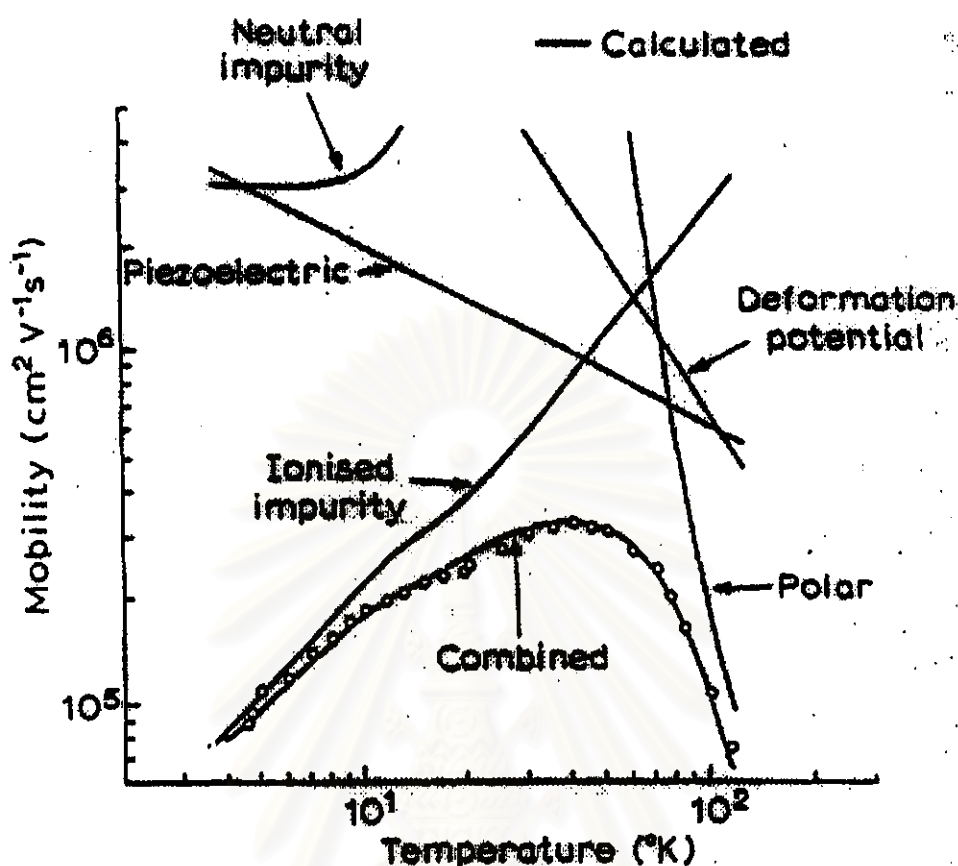
ส่วนทางด้านอิเล็กตรอนถ้าพลังงานอันเนื่องมาจากความร้อนสูงขึ้นจะทำให้ความน่าจะเป็นของการกระเจิงอันเนื่องมาจากแรงคูลอมบ์มีค่าน้อยลง ดังนั้น  $\langle \tau_c \rangle$  จึงมากขึ้น จะได้  $\langle \tau_c \rangle$  แปรผันตรงกับ  $T^{3/2}$

สารกึ่งตัวนำชนิดหนึ่งๆ อาจมีกลไกการกระเจิงของพาหะได้หลายแบบเกิดขึ้นได้ โดยมีอุณหภูมิเป็นตัวแปรสำคัญ ซึ่งทำให้ระยะเวลาอิสระเฉลี่ยแปรเปลี่ยนไปด้วยรูปแบบต่างๆ ตามตาราง 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าเวลาอิสระเฉลี่ยและสภาพเคลื่อนที่ได้ของพาหะที่ได้จากการกระเจิง[21]

scattering mechanism	relaxation time	conductivity mobility
Neutral impurity	$\tau = \frac{m^*}{20N_i h \epsilon_0}$	$\mu = \frac{ e }{20N_i h \epsilon_0}$
Ionized impurity	$\tau = \frac{16\sqrt{2}m^* \pi \epsilon E^{3/2}}{N_i Z^2 e^4 \ln \left( \frac{1+4k^2 \lambda^2 - 4k^2 \lambda^2}{1+4k^2 \lambda^2} \right)}$	$\mu = \frac{128\sqrt{2} \pi \epsilon^2 (k_B T)^{3/2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{28\pi \epsilon k_B T}{22e^2 N_i^{1/3}} \right)^2 \right]^{-1}}{N_i Z^2 e^4}$
Deformation potential	$\tau = \frac{\pi \rho h^4 s^2 E^{-1/2}}{2E_2^1 (m^*)^{3/2} k_B T}$	$\mu = \frac{2\sqrt{2} \pi \rho h^4 s^2  e }{3E_1^2 (m^*)^{5/2} (k_B T)^{3/2}}$
Piezoelectric	$\tau = \frac{2\sqrt{2} \pi \rho h^2 s^2 e^2 E^{1/2}}{(e h_{pz})^2 (m^*)^{1/2} k_B T}$	$\mu = \frac{16\sqrt{2} \rho h^2 s^2 e^2  e }{3(e h_{pz})^2 (m^*)^{3/2} (k_B T)^{1/2}}$
Polar optical phonon		$\mu_{po} = \frac{1.04 \times 10^5 \sqrt{T} (e^{T_{pol}/T} - 1) \chi(T_{pol}/T)}{T_{po}}$

ตัวอย่างสำหรับสารกึ่งตัวนำที่มีการศึกษาอย่างมากคือ GaAs ซึ่งมี ionized impurity scattering เป็นกลไกเด่นในช่วงอุณหภูมิต่ำ ( $T < 15$  K) ในอุณหภูมิช่วงกลาง ( $15$  K  $< T < 40$  K) มี piezoelectric scattering เป็นกลไกที่เด่น และ ในช่วงอุณหภูมิสูง ( $T > 40$  K) กลไกที่เด่นคือ polar optical phonon scattering และผลรวมของกลไกย่อยๆ เหล่านี้แสดงออกในรูปของสภาพเคลื่อนที่ได้ของพาหะที่ขึ้นกับอุณหภูมิดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 ภาพพลไก้อยู่และกลไกรวมที่เกิดขึ้นภายใน GaAs ที่อุณหภูมิต่างๆ[21]

#### 4.4 การวัดสภาพต้านทานไฟฟ้า

[22,23]

##### 1. วิธีวัดโดยตรง (direct method)

วิธีนี้ใช้วัดสารตัวอย่างรูปทรงกระบอกโดยต้องทราบขนาดที่แน่นอน เมื่อวัดค่าความต้านทาน (R) แล้วจึงคำนวณค่าสภาพต้านทานไฟฟ้า ( $\rho$ ) ได้จาก

$$\rho = \frac{RA}{L} \quad (4.48)$$

โดยที่ A คือ พื้นที่หน้าตัดของสารตัวอย่าง

L คือ ความยาวของสารตัวอย่าง

ค่าสภาพต้านทานที่วัดด้วยวิธีนี้จะรวมเอาค่าความต้านทานของรอยต่อ (contact resistance) ระหว่างสารกึ่งตัวนำกับขั้วสัมผัส (probe) ที่ใช้นั้นเข้าไปด้วยเราสามารถลดผล

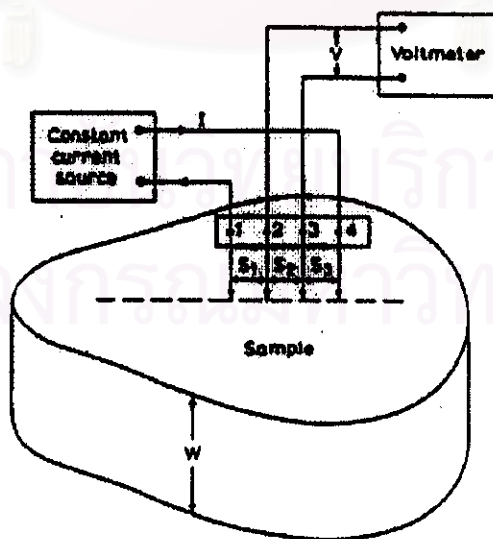
ของความต้านทานที่รอยต่อได้ โดยเขียนกราฟระหว่างค่าสภาพต้านทานไฟฟ้ากับความต่างศักย์ไฟฟ้า ซึ่งจากกราฟค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าค่อยๆ ลดลงจนกระทั่งคงที่เมื่อเพิ่มความต่างศักย์ไฟฟ้าค่าคงที่นี้คือ ค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าที่แท้จริงของสารกึ่งตัวนำ

## 2. วิธีวัดด้วยขั้วปลายแหลมสองขั้ว (the two point probe method)

วิธีนี้จะขจัดปัญหาเรื่องความต้านทานที่รอยต่อออกไปได้ถ้าพื้นที่หน้าตัดของสารกึ่งตัวนำที่ใช้วัดมีขนาดคงที่และกระแสไฟฟ้าที่ใช้ต้องมีค่าไม่สูงเกินไป เพื่อป้องกันการเปลี่ยนแปลงของสภาพต้านทานไฟฟ้าจากความร้อน และโวลต์มิเตอร์ต้องมีค่าอิมพีแดนซ์สูง (high impedance) การวัดจะกระทำโดยการวางขั้วสัมผัสของโวลต์มิเตอร์ไปบนแท่งสารกึ่งตัวนำที่ตำแหน่งต่างๆ โดยให้ห่างจากรอยต่อของโลหะที่ใช้ทำขั้วไฟฟ้าพอสมควร เพื่อหลีกเลี่ยงการบิดเบี้ยว (distorted) ของเส้นสมศักย์ (equipotential lines) ที่บริเวณปลายทั้งสองข้างของแท่งสารกึ่งตัวนำ

## 3. วิธีวัดด้วยขั้วปลายแหลมสี่ขั้วตามแนวเส้นตรง (linear four-point probe method)

วิธีนี้จะไม่ก่อให้เกิดการเสียหายกับชิ้นสารกึ่งตัวนำที่นำมาวัด โดยใช้ขั้วสัมผัสสี่ขั้ววางเรียงกันในแนวเส้นตรงเดียวกัน ให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านขั้วสัมผัสคู่นอก ส่วนคู่สัมผัสคู่ในทำหน้าที่วัดความต่างศักย์ที่เกิดขึ้น ดังรูป 4.5



รูปที่ 4.5 ภาพตำแหน่งของขั้วสัมผัสวิธีวัดปลายแหลมสี่ขั้วแนวเส้นตรง

ถ้าหากคิดว่าสารตัวอย่างเป็นแบบเซมิ-อินฟินิต (semi-infinite) จะได้ค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าเป็น

$$\rho = \frac{2\pi \left(\frac{V}{I}\right)}{\left[\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_3} - \frac{1}{s_1+s_2} - \frac{1}{s_2+s_3}\right]} \quad (4.49)$$

เมื่อ  $V$  คือ ความต่างศักย์ไฟฟ้า

$I$  คือ กระแสไฟฟ้า

ถ้าระยะห่างระหว่างขั้วสัมผัสมีค่าเท่ากัน ( $s_1=s_2=s_3=s_4$ ) สมการที่ 4.49 จะกลายเป็น

$$\rho = 2\pi s_1 \frac{V}{I} \quad (4.50)$$

นอกจากจะใช้กับสารตัวอย่างที่เป็นแผ่นบาง (sheet) โดยที่มีรูปร่างเป็นสี่เหลี่ยมหรือวงกลมได้แล้ว ยังใช้ได้กับสารตัวอย่างที่มีรูปร่างเป็นทรงกระบอกตันหรือครึ่งทรงกระบอก ได้อีกด้วย

#### 4. วิธีวัดด้วยขั้วสัมผัสที่ไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน (non-collinear probe spacing method)

การจัดวางตำแหน่งของขั้วสัมผัสที่ไม่อยู่ในแนวเดียวกัน แต่เป็นรูปสี่เหลี่ยมแบบต่าง ๆ ตามลักษณะชั้นสารตัวอย่างหรือตามความเหมาะสมที่ผู้วัดเห็นสมควรมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

##### 4.1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (square array)

วิธีนี้มีการหาแฟคเตอร์ค่าแก้ที่เหมาะสม เพื่อใช้สารตัวอย่างที่เป็นแผ่นบางรูปร่างต่าง ๆ ได้มีสมการพื้นฐานที่ใช้ในการคำนวณคือ

$$\rho = \frac{2\pi s}{2-\sqrt{2}} \frac{V}{I} \quad (4.51)$$

##### 4.2 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู (delta four-point probe)

เป็นวิธีหาสภาพต้านทานไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำที่เป็นชั้นบาง ๆ (thin layer) ซึ่งมีค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าสูงกว่าแผ่นรองรับ (substrate) ช่วงของสภาพต้านทานไฟฟ้าที่วัดได้จะขึ้นอยู่กับความหนาของชั้นบาง ๆ กับระยะห่างระหว่างขั้วสัมผัส และความหนาของสภาพต้านทานไฟฟ้าของแผ่นรองรับ

#### 4.3 ขั้วสัมผัสอยู่ด้านบน-ด้านล่าง (over-under probe)

วิธีการวางตำแหน่งของขั้วสัมผัสระหว่างคู่ที่ให้กระแสไฟฟ้ากับคู่ที่วัดความต่างศักย์ไฟฟ้าจะอยู่คนละด้านของสารกึ่งตัวนำที่เป็นชั้นบางๆ

#### 4.4 วิธีแวนเดอเพาว์ (Van der Pauw method)

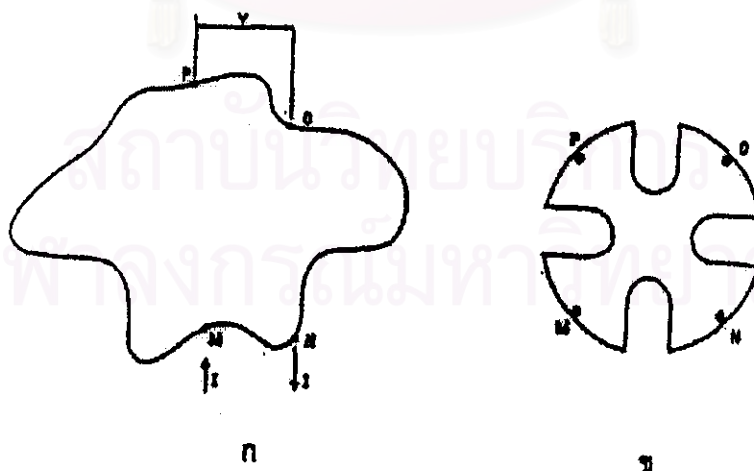
วิธีนี้ใช้กับสารตัวอย่างที่เป็นแผ่นบางรูปร่างไม่แน่นอน มีความหนาสม่ำเสมอ โดยการวางขั้วสัมผัสให้อยู่ที่ขอบสารตัวอย่าง

#### 4.5 การวัดสภาพต้านทานไฟฟ้าด้วยวิธีแวนเดอเพาว์ [22,23]

ในการวัดสภาพต้านทานไฟฟ้าด้วยวิธีของแวนเดอเพาว์ จะให้ค่าถูกต้องแม่นยำจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขดังนี้

1. ขั้วสัมผัสจะต้องอยู่ที่ขอบของสารกึ่งตัวนำ
2. จุดสัมผัสต้องมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับขนาดของเส้นรอบรูปของสารตัวอย่าง
3. สารตัวอย่างต้องมีความหนาเท่ากันตลอด
4. เมื่อสารตัวอย่างจะต้องสม่ำเสมอไม่มีรูหรือรอยแยกใดๆ

เมื่อเพิ่มความยาวของเส้นรอบรูปของสารตัวอย่าง จะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการวัดได้ ดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 ก. ภาพแสดงตำแหน่งของจุดสัมผัสบนชิ้นสารตัวอย่าง

ข. ภาพการเพิ่มความยาวของเส้นรอบรูป

จากรูปที่ 4.6 ถ้าให้กระแสไฟฟ้า  $I_{MN}$  ผ่านเข้าทางจุด M ออกทางจุด N เราสามารถวัดความต่างศักย์  $V_{PO} = V_P - V_O$  ซึ่งจะหาค่าความต้านทานไฟฟ้า (R) ของสารตัวอย่างได้ดังสมการ

$$R_{MN,PO} = \frac{V_P - V_O}{I_{MN}} \quad (4.52)$$

ถ้าเปลี่ยนให้กระแสไฟฟ้าเข้าทางจุด N ออกทางจุด O ก็จะได้ความสัมพันธ์เช่นเดียวกันกับสมการที่ 4.52 คือ

$$R_{NO,PM} = \frac{V_M - V_P}{I_{NO}} \quad (4.53)$$

เราสามารถหาค่าสภาพต้านทานไฟฟ้า ( $\rho$ ) ได้จากสมการ 4.52 และ 4.53 ตามความสัมพันธ์ดังนี่คือ

$$\exp\left(-\frac{\pi d}{\rho} R_{MN,OP}\right) + \exp\left(-\frac{\pi d}{\rho} R_{NO,PM}\right) = 1 \quad (4.54)$$

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{R_{MN,OP} + R_{NO,PM}}{2} f\left(\frac{R_{MN,OP}}{R_{NO,PM}}\right) \quad (4.55)$$

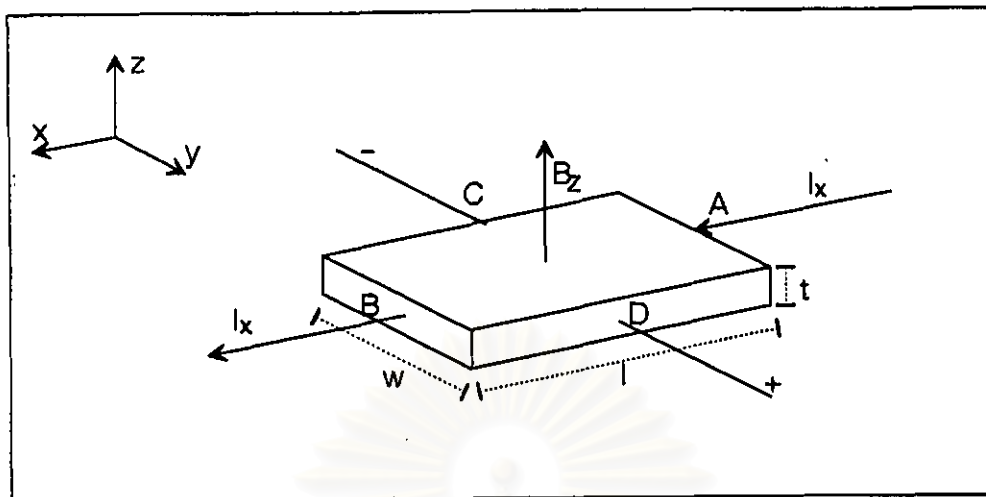
โดยที่  $d$  คือ ความหนาของชิ้นสารตัวอย่าง

$f$  คือ ฟังก์ชันของ  $(R_{MN,OP} / R_{NO,PM})$  เรียกว่า แฟกเตอร์ค่าแก้ (correcting factor)

#### 4.6 ปรางุการณ์ฮอลล์ (Hall effect) [20,24,25]

ความหนาแน่นของพาหะ และ สภาพเคลื่อนที่ได้ของพาหะหรือความคล่องตัวถือว่าเป็นปริมาณพื้นฐานที่กำหนดสมบัติพื้นฐานของสารกึ่งตัวนำ โดยทั้งความหนาแน่นของพาหะและ ความคล่องตัวสามารถหาได้จากปรางุการณ์ของฮอลล์ โดยกำหนดให้สารกึ่งตัวนำมีรูปทรงเป็นก้อนสี่เหลี่ยมที่มีความยาว  $l$  มากกว่าความหนา  $t$  ในแนวแกน  $x$  มีสนามไฟฟ้า  $E_x$  กระทำ และมีกระแสไฟฟ้า (current density)  $J_x$  ไหลในแนวแกน  $x$  ในขณะเดียวกันในแนวแกน  $z$  มีสนามแม่เหล็กที่มีความเข้ม  $B_z$  กระทำด้วย ตามรูปที่ 4.7 ให้กระแส  $I_x$  ไหลจาก A ไป B ถ้าพาหะเป็นอิเล็กตรอนจะได้รับแรงกระทำไปตามทิศของแกน  $-y$





รูปที่ 4.7 ภาพปรากฏการณ์ฮอลล์

อิเล็กตรอนที่วิ่งด้วยความเร็ว  $v$  ภายใต้สนามไฟฟ้า ( $E$ ) และสนามแม่เหล็ก ( $B$ ) จะได้รับแรงกระทำ  $F$  จากแรงสนามไฟฟ้า และแรงจากสนามแม่เหล็ก

$$F = -e(E + v \times B) \quad (4.56)$$

เมื่อ  $e$  คือ ประจุของอิเล็กตรอน

$v$  คือ ความเร็วของอิเล็กตรอน

ที่สภาวะคงที่แรงรวมเท่ากับศูนย์จะได้

$$E_y = -v_x B_z \quad (4.57)$$

ความต่างศักย์ที่ได้จากการวัดที่จุด D และ C คือ Hall Voltage จะได้

$$V_y = V_{DC} = E_y w \quad (4.58)$$

ความหนาแน่นกระแส ( $J_x$ ) ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนจาก B ไป A

$$J_x = -en v_x \quad (4.59)$$

เมื่อ  $n$  คือ จำนวนอิเล็กตรอน

จากสมการ 4.57 และ 4.59 จะได้

$$E_y = \frac{J_x B_z}{en} \quad (4.60)$$

$$E_y = R_H J_x B_z$$

เมื่อ  $R_H = \frac{1}{en}$  คือ สัมประสิทธิ์ฮอลล์ (Hall coefficient)

$$J_x = \frac{I_x}{wt}$$

เมื่อ  $w$  คือ ความกว้างของตัวอย่าง

$t$  คือ ความหนาของตัวอย่าง

แทนค่า  $J_x$  และ  $E_y$  ในสมการ 4.60 จะได้

$$\frac{V_{DC}}{w} = \frac{I_x B_z}{wt en}$$

$$n = \frac{I_x B_z}{e V_{DC} t} \quad (4.61)$$

โดยทั่วไปกลไกการกระเจิงของพาหะในสารกึ่งตัวนำจะเป็นกลไกที่ขึ้นอยู่กับพลังงานของพาหะซึ่ง  $\tau = \tau(E)$

เมื่อคิดผลจากการกระเจิงที่ขึ้นกับพลังงานของพาหะสัมประสิทธิ์ฮอลล์จะเขียนได้ในรูปของ

$$R_H = \frac{r}{\rho q} \quad \text{กรณีสารกึ่งตัวนำชนิด p}$$

$$R_H = \frac{r}{nq} \quad \text{กรณีสารกึ่งตัวนำชนิด n}$$

เมื่อ  $r$  คือ ตัวประกอบฮอลล์ (Hall scattering factor) ซึ่ง

$$r = \frac{\langle \tau \rangle^2}{\langle \tau^2 \rangle} \quad (4.62)$$

$r$  มีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง 2 ขึ้นอยู่กับกลไกการกระเจิงของพาหะเช่นการกระเจิงเนื่องจากโครงผลึกจะมีค่า  $r = 3\pi/8 = 1.18$  หรือ การกระเจิงเนื่องจากสารเจือปนที่ไอโอไนซ์มี  $r = 315\pi/512 = 1.93$  สัมประสิทธิ์ฮอลล์แปรค่าตามสนามแม่เหล็ก และอุณหภูมิ และมีค่าใกล้ 1 เมื่อขึ้นสารอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กความเข้มสูงมาก ดังนั้นเราทราบค่าของ  $r$  จากการทดลอง ด้วยความสัมพันธ์

$$r = \frac{R_H(B)}{R_H(B=\infty)} \quad (4.63)$$

ในทางปฏิบัติสนามแม่เหล็กที่ใช้วัดโดยทั่วไปมีค่าอยู่ระหว่าง 5 ถึง 10,000 G ซึ่ง  $r$  ในช่วงนี้เปลี่ยนแปลงไม่มาก ซึ่งอาจประมาณได้ว่าคงที่

จาก  $\rho = \frac{1}{nq\mu}$  และ  $R_H = \frac{r}{nq}$  จะได้ว่า

$$\mu_H = \left| \frac{R_H}{\rho} \right| = r\mu \quad (4.64)$$

หรือ 
$$\mu_H = \frac{V_{DC}t}{IB\rho} \quad (4.65)$$

สภาพเคลื่อนที่ได้ของฮอลล์แตกต่างจากสภาพเคลื่อนที่ได้จากการนำไฟฟ้า (conductivity mobility) ด้วยอัตราส่วนของ  $r$  ซึ่งมีค่ามากกว่า 1 โดยทั่วไปเพื่อลดความซับซ้อน เมื่อคำนวณความหนาแน่นพาหะ จึงมักประมาณว่า  $r$  มีค่าเท่ากับ 1 ความหนาแน่นของพาหะที่คำนวณจากปรากฏการณ์ฮอลล์ เรียกว่า Hall carrier concentration ซึ่งอาจสูงกว่าความหนาแน่นพาหะที่แท้จริงถึง 30%

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย