การคัดเลือกสมการถดถอยเชิงเส้นที่ดีที่สุดภายใต้แลตทิซ

นางสาววลัยทิพย์ บุญญาติศัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

THE MODEL SELECTION UNDER LATTICE
FOR THE BEST LINEAR REGRESSION EQUATION

Miss Walaithip Bunyatisai

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2006

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การคัดเลือกสมการถดถอยเชิงเส้นที่ดีที่สุดภายใต้แลตทิซ
โดย	นางสาววลัยทิพย์ บุญญาติศัย
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(รองศาสตราจารย์ ดร. ดนุชา คุณพนิชกิจ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

....อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร)

....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี)

วลัยทิพย์ บุญญาติศัย : การคัดเลือกสมการถดถอยเชิงเส้นที่ดีที่สุดภายใต้แลตทิซ (THE MODEL SELECTION UNDER LATTICE FOR THE BEST LINEAR REGRESSION EQUATION). อ.ที่ปรึกษา : รศ.ดร. ธีระพร วีระถาวร, 158 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่มีประสิทธิภาพและน่าเชื่อถือ ซึ่งควรนำไปสู่การได้ตัวแบบที่ถูกต้องเหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลชุดเดียวกัน เกณฑ์ที่ใช้คือร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (MAPE) ซึ่งได้ศึกษาในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 4 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนที่ศึกษาคือการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 2 3 และ 5 ตามลำดับ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 35 และ 50 ตามลำดับ โดยกำหนดระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเป็น 3 ระดับคือ ระดับต่ำ ($\rho = 0.05 \rightarrow 0.35$) ระดับกลาง ($\rho = 0.40 \rightarrow 0.65$) และระดับสูง ($\rho = 0.70 \rightarrow 0.95$) ในการวิจัยนี้ได้ทำการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลซึ่งกระทำซ้ำ 500 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งผลของการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3

1. <u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20</u> ก) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1, 2 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลางตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูงตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกสองตัว ข) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3, 5 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับต่ำขึ้นไปตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูงตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกสองตัว

2. <u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 35</u> ก) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1, 2 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลางขึ้นไปตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว ข) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3, 5 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลางขึ้นไปตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูงตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกสองตัว

3. <u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50</u> ทุกค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูงตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว

กรณีอื่น ๆ ภายใต้ขอบเขตการวิจัยตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบเต็มรูป

กรณีที่ 2 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4

1. <u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20</u> ก) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1, 2 ให้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับกรณีที่ 1 ($n = 20$) ข) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3, 5 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับต่ำตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลางตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกสองตัว และถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูงตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกสามตัว

2. <u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 35</u> ให้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับกรณีที่ 1 ($n = 35$)

3. <u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50</u> ก) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1, 2 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูงตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว ข) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3, 5 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลางขึ้นไปตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว

กรณีอื่น ๆ ภายใต้ขอบเขตการวิจัยตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือกคือตัวแบบเต็มรูป

ค่า MAPE แปรผันตามปัจจัยต่อไปนี้คือ ระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนตัวแปรอิสระ แต่แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ภาควิชา......สถิติ......	ลายมือชื่อนิสิต......วลัยทิพย์ บุญญาติศัย......
สาขาวิชา......สถิติ......	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา......
ปีการศึกษา......2549......	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม......

4682415026 : MAJOR STATISTICS
KEY WORD : Model Selection / Multicollinearity / Mean Absolute Percentage Error / Lattice

WALAITHIP BUNYATISAI : THE MODEL SELECTION UNDER LATTICE FOR THE BEST LINEAR REGRESSION EQUATION : ASSOC. PROF. THEERAPORN VERATHAWORN, Ph.D. 158 pp.

The objective of this research is to study efficiently criterion of model selection and reliability of search for the best suitably correctness of model within the same data. The Mean Absolute Percentage Error (MAPE), which the statistic tool used, act as the criteria in this research. This research used 3 and 4 independent variables. The distribution of error is normal distribution with mean equal to 0 and standard deviation equal to 1, 2, 3 and 5, respectively. The sample sizes are 20, 35 and 50, respectively. The levels of correlation among the independent variables could be classified into 3 levels for which low levels equal to 0.05 - 0.35, middle levels equal to 0.40 - 0.65 and high levels equal to 0.70 - 0.95. The study used the Monte Carlo Simulation method. The experiment was replicated 500 times under each situation. The analyzed results of the data were demonstrated as follow.

CASE 1 The number of independent variables is 3

1. a sample size = 20 a) standard deviation = 1, 2 and independent variables when they have correlation in middle levels of the selected model is reduced model which was subtracted one variable but if independent variables have correlation in high levels the selected model is reduced model that was subtracted two variables b) standard deviation = 3,5 and also independent variables when they have low levels of correlation and upper the selected model is reduced model that was subtracted one variable but if independent variables have correlation in high levels the selected model is reduced model that was subtracted two variables

2. a sample size = 35 a) standard deviation = 1, 2 and independent variables when they have correlation in middle levels and upper the selected model is reduced model which was subtracted one variable b) standard deviation = 3,5 and independent variables when they have correlation in middle levels and upper the selected model is reduced model which was subtracted one variable but if independent variables have correlation in high levels of the selected model is reduced model that was subtracted two variables

3. a sample size = 50 independent variables have correlation in high levels of the selected model is reduced model that was subtracted one variable

In the other cases the selected model is a full model.

CASE 2 The number of independent variables is 4

1. a sample size = 20 a) standard deviation = 1, 2 the result is the same as case 1 (n = 20) b) standard deviation = 3, 5 and independent variables when they have correlation in low levels of the selected model is reduced model that was subtracted one variable but if independent variables have correlation in middle levels of the selected model is reduced model that was subtracted two variables and if independent variables have correlation in high levels of the selected model is reduced model that was subtracted three variables

2. a sample size = 35 the result is the same as case1 (n = 35)

3. a sample size = 50 a) standard deviation = 1, 2 and independent variables when they have correlation in high levels of the selected model is reduced model that was subtracted one variable b) standard deviation = 3, 5 and independent variables when they have correlation in middle levels and upper the selected model is reduced model that was subtracted one variable

In the other cases the selected model is a full model.

The MAPE varies with level of correlations, standard deviation, number of independent variables but converses to sample sizes.

Department.................Statistics............................ Student's signature.......Walaithip Bunyatisai.......

Field of study.............Statistics............................ Advisor's signature.......Theeraporn Verathaworn.......

Academic year.............2006................................ Co-advisor's signature...

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เป็นอย่างสูงที่กรุณาสละเวลาในการให้ความรู้ คำแนะนำและคำปรึกษา ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเมตตาและเอาใจใส่อย่างดียิ่งจนทำให้วิทยานิพนธ์ เรื่องการคัดเลือกสมการถดถอยเชิงเส้นที่ดีที่สุดภายใต้แลตทิซฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังสี กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำ ตรวจสอบ และแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ตลอดจนอาจารย์ภาควิชาสถิติทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ผู้วิจัย

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ที่ช่วยส่งเสริม สนับสนุน และให้กำลังใจในเรื่องการศึกษาเป็นอย่างดีเยี่ยม และขอขอบคุณเพื่อน ๆ พี่ ๆ และน้อง ๆ ทุกคนที่เป็นกำลังใจและให้ความช่วยเหลือทางด้านต่าง ๆ มาโดยตลอด คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยด้วยความรักและความปรารถนาดี

สารบัญ

หน้า

หน้า

สารบัญตาราง

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันการวิจัยด้านต่าง ๆ เช่น ด้านวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ และทางด้านธุรกิจ ฯลฯ จำเป็นต้องอาศัยระเบียบวิธีทางสถิติเข้ามาช่วยในการศึกษา ค้นคว้าวิจัย และการดำเนินงานอย่างเป็นระบบ เพื่อให้งานวิจัยมีความถูกต้องและน่าเชื่อถือ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการค้นคว้าหาคำตอบ เพื่อคาดคะเนเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นในอนาคต หรือที่เรียกว่า การพยากรณ์ ซึ่งวิธีที่ใช้ในการพยากรณ์นั้นผู้วิจัยส่วนใหญ่จะเลือกใช้การวิเคราะห์ความถดถอย (regression analysis) ซึ่งเป็นวิธีการทางสถิติที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งเรียกว่าตัวแปรตาม (dependent variable) ซึ่งเป็นตัวแปรที่สนใจ และอีกกลุ่มเรียกว่าตัวแปรอิสระ (independent variables) ซึ่งเป็นตัวแปรที่มีผลกระทบต่อตัวแปรตามนั้น โดยรูปแบบความสัมพันธ์อาจมีได้ทั้งในรูปแบบที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น

วิธีการวิเคราะห์ความถดถอยที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ก็คือ วิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้น (linear regression analysis) ซึ่งมีตัวแบบในรูปทั่วไปคือ

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,n$$

ซึ่งเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

X เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (p+1)$

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยขนาด $(p+1) \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนสุ่มขนาด $n \times 1$

n เป็นขนาดตัวอย่าง

และ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบ

โดยที่ $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N_n(\underset{\sim}{0}, \sigma^2 I_n)$, $E(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \underset{\sim}{0}$, $\mathrm{cov}(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \sigma^2 I_n$

ในตัวแบบถดถอยเชิงเส้น (linear regression model) หากใช้ตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียวในการอธิบายตัวแปรตามจะเรียกว่าการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (simple linear regression analysis) ซึ่งอาจทำให้การพยากรณ์คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงหรืออาจจะเชื่อถือได้ไม่มากนักในบางกรณี โดยส่วนใหญ่แล้วนักวิจัยจะใช้ตัวแปรอิสระหลายตัวในการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นหรือที่เรียกว่าการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณเชิงเส้น (multiple linear regression analysis) ซึ่งจะช่วยให้การพยากรณ์มีความแม่นยำและถูกต้องมากขึ้น แต่การใช้ตัวแปรอิสระมากเกินไปในตัวแบบถดถอยอาจจะไม่ให้ผลดีเสมอไป เพราะในบางครั้งนอกจากจะไม่ช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์แล้ว ยังอาจเป็นการเพิ่มความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ก็เป็นได้ ดังนั้นการเพิ่มหรือลดความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์จึงขึ้นอยู่กับว่าตัวแปรอิสระที่เข้าไปอยู่ในตัวแบบถดถอยนั้นมีความเหมาะสมเพียงใด

ในการวิเคราะห์ความถดถอยที่มีตัวแปรอิสระตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปนั้นมีข้อสมมติที่จำเป็นข้อหนึ่งเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระคือ ตัวแปรเหล่านี้จะต้องไม่มีความสัมพันธ์กัน แต่ในทางปฏิบัติเป็นไปได้ยากมากเพราะตัวแปรอิสระต่าง ๆ ที่นำมาศึกษาส่วนใหญ่อาจมีความสัมพันธ์กัน กล่าวคือ ตัวแปรอิสระบางตัวมีพหุสัมพันธ์กัน (multicollinearity) ทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณขาดประสิทธิภาพของการประมาณ และมีผลทำให้ความแปรปรวนของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณมีค่ามากขึ้น นั่นคือ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณที่ได้ขาดความเที่ยงตรง (precision) มีผลทำให้การประมาณค่าตัวแปรตามที่ได้ไม่เหมาะสม ดังนั้นในการกำหนดตัวแบบของความสัมพันธ์ว่าตัวแปรตามมีผลมาจากตัวแปรอิสระใดบ้างควรพิจารณาว่าตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันหรือไม่ ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันสูงสามารถแก้ไขโดยการตัดตัวแปรอิสระบางตัวออกจากตัวแบบ แต่ในบางครั้งการตัดตัวแปรอิสระตัวใดตัวหนึ่งออกจากตัวแบบเป็นไปได้ยาก เพราะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอาจไม่ชัดเจนพอและตัวแปรอิสระทุกตัวมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตามมากพอสมควร[1] ดังนั้นในการวิเคราะห์ความถดถอยที่มีตัวแปรอิสระหลายตัวสิ่งที่ต้องให้ความสนใจเป็นอย่างมากคือหลักเกณฑ์หรือวิธีการคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมเพื่อให้ได้ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นที่ดีหรือเหมาะสมที่สุดเพื่อใช้ในการพยากรณ์ ซึ่งมีความจำเป็นอย่างมากสำหรับการวิจัย

---

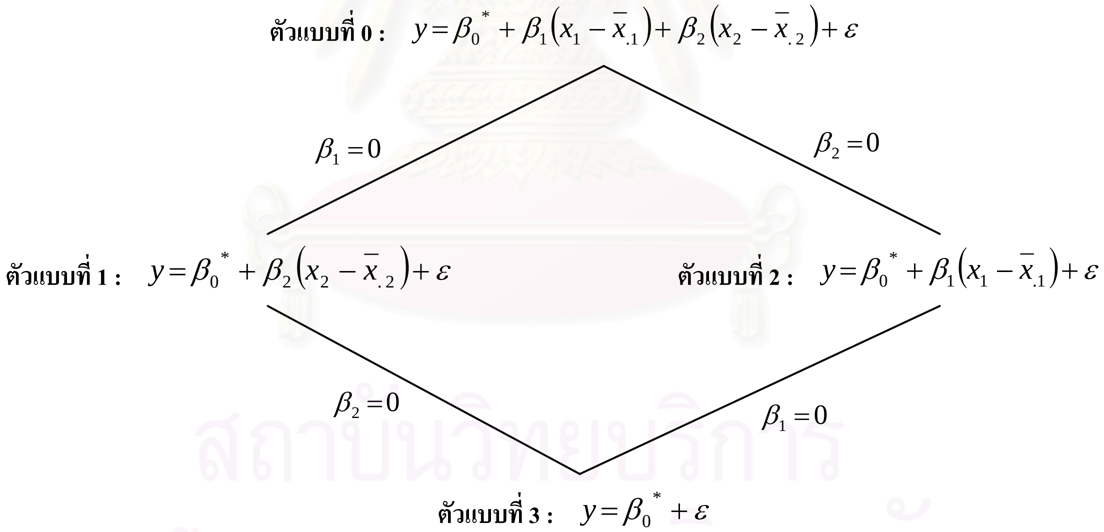
[1] ธันยากร ต้นชลขันธ์. “การเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีริดจ์รีเกรสชัน และวิธีที่ใช้หลักการของริดจ์และสไตน์ ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ.” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิตสาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538), หน้า 1 – 2.

วิธีที่ใช้ในการคัดเลือกตัวแบบถดถอยเชิงเส้นที่ดีที่สุดสามารถจำแนกได้ 2 แนวทาง คือ[2]

1) ใช้ค่าสถิติในการพิจารณาความเหมาะสมของตัวแบบทุกรูปแบบที่เป็นไปได้ จะเรียกวิธีนี้ว่า การพิจารณาสมการถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมด (all possible regression) ค่าสถิติที่นิยมใช้ในวิธีนี้ ได้แก่ ค่าสัมประสิทธิ์การกำหนด (R^2) ค่าสัมประสิทธิ์การกำหนดที่ปรับแล้ว ($R^2{}_{adj}$) และค่าสถิติของมอลโลวส์ (Mallows C_p) เป็นต้น

2) ใช้การคัดเลือกตัวแปรอิสระ (variable selection) โดยการเพิ่ม และ/หรือลดตัวแปรอิสระจากตัวแบบการถดถอย ซึ่งวิธีที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายได้แก่ วิธีการคัดเลือกตัวแปรแบบไปข้างหน้า (Forward Selection) วิธีการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง (Backward Elimination) และวิธีการถดถอยแบบขั้นบันได (Stepwise Regression) เป็นต้น

ในที่นี้จะพิจารณาเซตของตัวแบบที่ใช้ประมาณข้อมูลของค่าสังเกต ทำให้เกิดแลตทิซ (lattice) หรือระแนงตัวแบบ เพื่อพิจารณาเปรียบเทียบตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดในแลตทิซทั้งที่อยู่ในลูกโซ่เดียวกัน และระหว่างลูกโซ่ เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลเดียวกัน เช่น เมื่อมีตัวแปรอิสระ 2 ตัวที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม (Y) จะเขียนแลตทิซหรือระแนงตัวแบบได้ดังนี้



เมื่อพิจารณาจากแลตทิซข้างต้น มีจำนวนลูกโซ่ที่เป็นไปได้ 2 ลูกโซ่ ดังนี้

<u>ลูกโซ่ที่ 1</u> ประกอบด้วย

ตัวแบบที่ 0 : $y=\beta_0{}^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 1 : $y=\beta_0{}^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 3 : $y=\beta_0{}^* + \varepsilon$

---

[2] ทรงศิริ แต้สมบัติ. “การวิเคราะห์การถดถอย.”(กรุงเทพมหานคร:มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์,2541), หน้า 205.

<u>ลูกโซ่ที่ 2</u>

ตัวแบบที่ 0 : $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 2 : $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 3 : $y=\beta_0^* + \varepsilon$

ในการพิจารณาหาตัวแบบที่เหมาะสมภายใต้แลตทิซจะต้องทำการเปรียบเทียบทั้งตัวแบบถดถอยเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขของตัวแบบติดกลุ่ม (nested model) ซึ่งวิธีการคัดเลือกตัวแบบโดยทั่วไปจะใช้การทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test) หรือใช้ตัวสถิติ t ในการทดสอบสมมติฐานว่าสัมประสิทธิ์แต่ละตัวมีค่าเท่ากับ 0 (ทดสอบภายในลูกโซ่) แต่การพิจารณาและตัวแบบถดถอยเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขของตัวแบบไม่ติดกลุ่ม (non – nested model) (จากแลตทิซคือตัวแบบที่ 1 และ 2) ไม่สามารถใช้วิธีการคัดเลือกตัวแบบด้วยวิธีการดังกล่าวข้างต้นได้ ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้จึงสนใจศึกษาหลักเกณฑ์หรือวิธีการคัดเลือกหาตัวแบบที่มีประสิทธิภาพและน่าเชื่อถือเพื่อหาตัวแบบที่ถูกต้องเหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลเดียวกัน

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้จึงดำเนินการวิจัยเพื่อทำการคัดเลือกตัวแบบที่ดีที่สุดจากตัวแบบถดถอยเชิงเส้นที่เป็นไปได้ทั้งหมดภายใต้ระแนงตัวแบบหรือแลตทิซดังนี้

1. ใช้หลักการของการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง (Backward Elimination) เพื่อหาตัวแบบที่ยอมรับได้ในแต่ละลูกโซ่ โดยทำการเปรียบเทียบตัวแบบเชิงซ้อน (complicated model) กับตัวแบบง่ายขึ้น (simpler model) ด้วยการทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test)
2. ทำการเปรียบเทียบตัวแบบที่ได้ในแต่ละลูกโซ่ เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลนั้น ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (Mean Absolute Percentage Error (MAPE))

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดจากตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดในแลตทิซหรือระแนงตัวแบบ (Lattice)
2. ศึกษาความเหมาะสมของเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบตัวแบบ

<u>ข้อตกลงเบื้องต้น</u>

1. รูปแบบทั่วไปของตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นที่สนใจศึกษา มีรูปแบบดังนี้

$$\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

X เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (p+1)$

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยขนาด $(p+1) \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนสุ่มขนาด $n \times 1$

n เป็นขนาดตัวอย่าง

และ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบ

โดยที่ $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N_n(\underset{\sim}{0}, \sigma^2 I_n)$, $E(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \underset{\sim}{0}$, $\mathrm{cov}(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \sigma^2 I_n$

2. ตัวแปรอิสระแต่ละตัวเป็นค่าคงที่

3. ความคลาดเคลื่อน (ε_i) เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ (N($0,\sigma^2$)) เหมือนกันและเป็นอิสระซึ่งกันและกัน (i.i.d)

4. ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอย $\underset{\sim}{\beta}$ ของตัวแบบความถดถอยเชิงเส้นข้างต้น คือ ตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด (least squares estimator (L.S.E.))

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1} X' \underset{\sim}{y}$$

<u>นิยามศัพท์</u>

1. ตัวแปรตาม (dependent variable) หมายถึง ตัวแปรที่ได้รับผลกระทบจากตัวแปรอื่น ๆ
2. ตัวแปรอิสระ (independent variables) หมายถึง ตัวแปรที่มีผลกระทบต่อตัวแปรตาม
3. ระแนงตัวแบบหรือแลตทิซ (lattice)[3] หมายถึง เซตที่เป็นคู่อันดับได้บางส่วน (partially ordered set) โดยที่ทุกคู่ของสมาชิกจะมีส่วนรวม (union) ซึ่งกรณีนี้ตัวแบบซับซ้อน (complicated model) บรรจุตัวแบบทั้งสองตัวแบบ และทุกคู่ของสมาชิกจะมีส่วนร่วม (intersection) ซึ่งตัวแบบง่ายขึ้น (simpler model) จะบรรจุในตัวแบบทั้งสอง

---

[3] ธีระพร วีระถาวร. “ตัวแบบเชิงเส้น ทฤษฎีและการประยุกต์.”(กรุงเทพมหานคร:บริษัท วิทยพัฒน์ จำกัด ,2541), หน้า49.

4. ตัวแบบติดกลุ่ม (nested model)[4] หมายถึง ตัวแบบ 2 ตัวแบบจะติดกัน ถ้าในแต่ละพจน์ของตัวแบบแรกเป็นส่วนหนึ่งของตัวแบบที่สอง ซึ่งตัวแบบที่สองจะมีพจน์มากกว่าตัวแบบแรกอย่างน้อย 1 เทอม ตัวแบบที่สองที่มีความซับซ้อนมากกว่าตัวแบบแรกจะเรียกว่าตัวแบบที่ซับซ้อน (complicated model) และตัวแบบแรกที่เป็นตัวแบบอย่างง่ายของตัวแบบสองเรียกว่าตัวแบบง่ายขึ้น (simpler model)
5. ตัวแบบไม่ติดกลุ่ม (non – nested model)[5] หมายถึง ตัวแบบ 2 ตัวแบบจะไม่ติดกลุ่มกัน ถ้าตัวแบบหนึ่งไม่สามารถลดรูปได้เป็นตัวแบบหนึ่งได้ ด้วยการสมมติให้พารามิเตอร์บางตัวมีค่าเป็นศูนย์

ขอบเขตของการวิจัย

1. รูปแบบทั่วไปของตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นที่สนใจศึกษาเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น ซึ่งรูปแบบการถดถอย นอกจากจะเป็นเชิงเส้นในพารามิเตอร์แล้ว ยังเป็นเชิงเส้นในตัวแปรอิสระด้วย

2. จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษามี 2 ระดับ คือ 3 และ 4 ตัวแปร โดยที่ตัวแปรอิสระแต่ละตัวสร้างจากการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

3. ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ศึกษามี 3 ขนาด คือ 20 , 35 และ 50 ตามลำดับ

4. ในการวิจัยครั้งนี้ศึกษาเมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่มมีการแจกแจงแบบปกติ (normal distribution)

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}.\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2}(\varepsilon-\mu)^2\right\} \qquad ; \sigma^2 > 0$$

เมื่อ ε แทน ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

μ แทน ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนสุ่ม

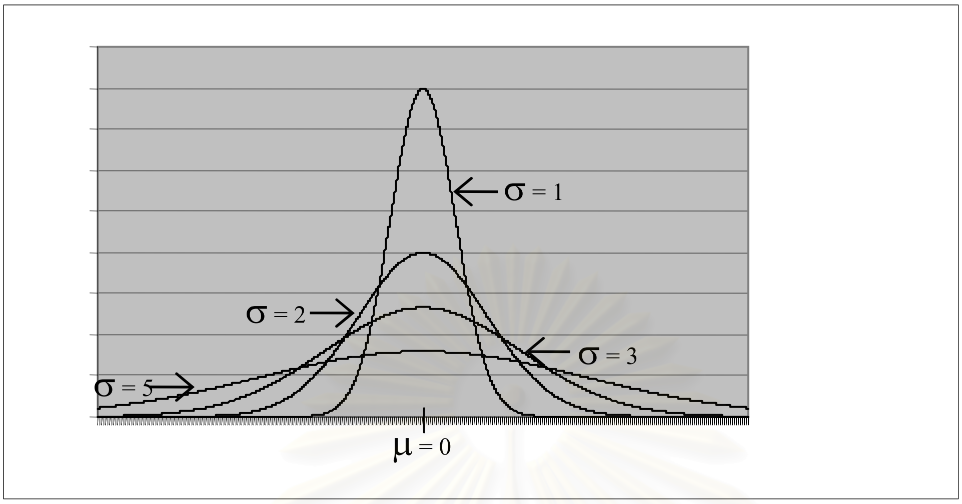
และ σ^2 แทน ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม

---

[4] พจนา แววสวัสดิ์. “การเปรียบเทียบเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบความถดถอยพหุนามแบบติดกลุ่ม.” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิตสาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543), หน้า 26.

[5] บุญจิรา มากอ้น. “การเปรียบเทียบเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบความถดถอยแบบไม่ติดกลุ่ม.” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545), หน้า 5.

ในงานวิจัยครั้งนี้ จะศึกษาในกรณีที่ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 2, 3$ และ 5 ตามลำดับ



เมื่อความแปรปรวนมีค่ามากขึ้น การกระจายจะมีค่าสูงขึ้น แต่จะมีความโด่งน้อยลง

5. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

ผู้วิจัยได้สร้างตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันทุกตัวแปรในระดับต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ตั้งแต่ 0.05 ถึง 0.95 ที่ทำให้ Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ และเป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix)

6. การวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta}' = (1,\ 1,\ 1 \ldots 1)_{1\times(p+1)}$

7. กำหนดระดับนัยสำคัญในการทดสอบสมมติฐาน (α) คือ 0.05

8. ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นที่สนใจศึกษา

- กรณีที่มีตัวแปรอิสระเริ่มต้น 3 ตัว คือ X_1, X_2 และ X_3 มีตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด 8 ตัวแบบคือ

ตัวแบบที่ 0 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 1 : $y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 2 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 3 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

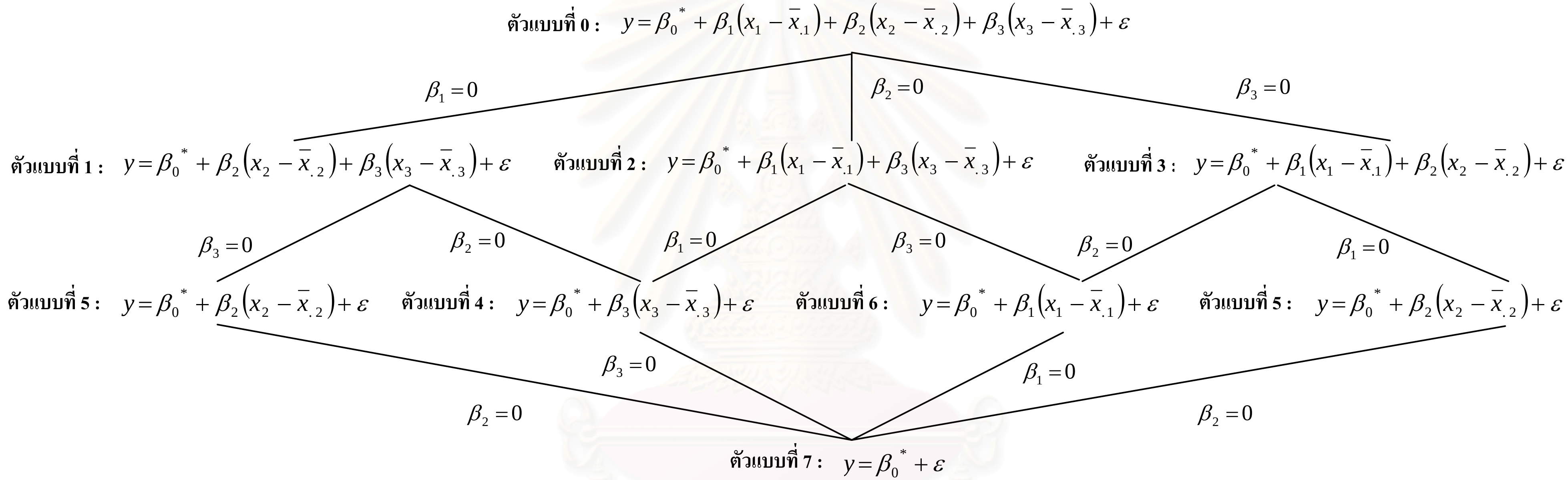
ตัวแบบที่ 4 : $y = \beta_0^* + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 5 : $y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 6 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 7 : $y = \beta_0^* + \varepsilon$

ซึ่งสามารถเขียนแลตทิซได้ดังนี้



<u>รูปแผนผังที่ 1</u> แสดงแลตทิซของตัวแบบถดถอยเชิงเส้นกรณีที่มีตัวแปรอิสระเริ่มต้น 3 ตัว

- กรณีที่มีตัวแปรอิสระเริ่มต้น 4 ตัว คือ X_1, X_2, X_3 และ X_4 สามารถเขียนแลตทิซได้ดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 มีตัวแปร 4 ตัว

↓

ตัวแบบระดับที่ 2 มีตัวแปร 3 ตัว

↓

ตัวแบบระดับที่ 3 มีตัวแปร 2 ตัว

↓

ตัวแบบระดับที่ 4 มีตัวแปร 1 ตัว

↓

ตัวแบบระดับที่ 5 ค่าคงที่

ตัวแบบระดับที่ 1

ตัวแบบที่ 0 $: y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

ตัวแบบระดับที่ 2

ตัวแบบที่ 1 $: y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon \quad ; \ \beta_1 = 0$

ตัวแบบที่ 2 $: y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon \ ; \ \beta_2 = 0$

ตัวแบบที่ 3 $: y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon \quad ; \ \beta_3 = 0$

ตัวแบบที่ 4 $: y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon \quad ; \ \beta_4 = 0$

ตัวแบบระดับที่ 3

ตัวแบบที่ 5 $: y = \beta_0^* + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon \quad ; \ \beta_1, \beta_2 = 0$

ตัวแบบที่ 6 $: y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon \quad ; \ \beta_1, \beta_3 = 0$

ตัวแบบที่ 7 : $y=\beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$; $\beta_1, \beta_4 = 0$

ตัวแบบที่ 8 : $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$; $\beta_2, \beta_3 = 0$

ตัวแบบที่ 9 : $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$; $\beta_2, \beta_4 = 0$

ตัวแบบที่ 10 $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$; $\beta_3, \beta_4 = 0$

ตัวแบบระดับที่ 4

ตัวแบบที่ 11 $y=\beta_0^* + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3 = 0$

ตัวแบบที่ 12 $y=\beta_0^* + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$; $\beta_1, \beta_2, \beta_4 = 0$

ตัวแบบที่ 13 $y=\beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$; $\beta_1, \beta_3, \beta_4 = 0$

ตัวแบบที่ 14 $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \varepsilon$; $\beta_2, \beta_3, \beta_4 = 0$

ตัวแบบระดับที่ 5

ตัวแบบที่ 15 $y=\beta_0^* + \varepsilon$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4 = 0$

9. ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 500 รอบในแต่ละสถานการณ์

เกณฑ์การตัดสินใจ

เกณฑ์การตัดสินใจว่าตัวแบบใดมีความถูกต้องมากที่สุดจะพิจารณาจากเกณฑ์ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (Mean Absolute Percentage Error (MAPE)) และใช้ค่าอัตราส่วนผลต่างของร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (Ratio of Different Average Mean Absolute Percentage Error (RDMAPE)) เพื่อประกอบการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแบบซึ่งมีสูตรดังนี้

$$MAPE \ = \ \frac{1}{500}\sum_{j=1}^{500}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i}\right| \times 100$$

$$RDMAPE_k = \frac{(MAPE_k - MAPE_{\min})}{MAPE_{\min}} \times 100$$

เมื่อ y_i แทนค่าสังเกตที่ i

$\hat{y}_i$ แทนค่าพยากรณ์ที่ i

n แทนขนาดตัวอย่าง

$MAPE$ แทนร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตจากการทำซ้ำ 500 รอบ

$MAPE_k$ แทนร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตของตัวแบบที่ k ที่สนใจเปรียบเทียบ

$MAPE_{\min}$ แทนร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตที่มีค่าต่ำที่สุด

และ $RDMAPE_k$ แทนค่าอัตราส่วนผลต่างของร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตของตัวแบบที่ k

จากเกณฑ์ที่ใช้พิจารณาข้างต้น ถ้าตัวแบบใดที่มีร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (*MAPE*) ต่ำสุดจะเป็นตัวแบบที่ดีที่สุด และค่าอัตราส่วนผลต่างของร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (*RDMAPE*) จะใช้วัดว่าตัวแบบที่ให้ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตต่ำสุด (*MAPE*) จะดีกว่าตัวแบบอื่นกี่เปอร์เซ็นต์

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

1. กำหนดลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน ขนาดตัวอย่าง และจำนวนตัวแปรอิสระตามที่กำหนดไว้ในขอบเขตการวิจัย

2. สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระ (X) ให้มีระดับความสัมพันธ์ตามที่กำหนดไว้ในขอบเขตการวิจัย และสร้างข้อมูลของตัวแปรตาม ($\underset{\sim}{y}$) จากรูปแบบความสัมพันธ์ $\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ โดยกำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta}' = (1,\ 1,\ 1 \ldots 1)_{1\times(p+1)}$

3. ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

4. ทำการคัดเลือกตัวแบบโดยใช้หลักการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง (Backward Elimination) เพื่อหาตัวแบบที่ยอมรับได้ในแต่ละลูกโซ่ โดยทำการเปรียบเทียบตัวแบบเชิงซ้อน

(complicated model) กับตัวแบบง่ายขึ้น (simpler model) ด้วยการทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test)

5. คำนวณหาร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (MAPE) จากการทำซ้ำจำนวน 500 รอบของตัวแบบที่ได้จากข้อ 4 เพื่อเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดภายใต้แลตทิซ พร้อมทั้งหาค่าอัตราส่วนผลต่างของร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (RDMAPE) เพื่อวัดว่าตัวแบบที่ให้ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (MAPE) จะดีกว่าตัวแบบอื่นกี่เปอร์เซนต์

6. สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

<u>ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ</u>

1. เป็นแนวทางในการคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมเพื่อใช้ในการพยากรณ์สำหรับการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณ

2. เป็นแนวทางในการศึกษาวิธีการคัดเลือกตัวแบบการถดถอยที่ดีที่สุดวิธีอื่น ๆ สำหรับการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุคูณเชิงเส้นต่อไป

บทที่ 2

แนวคิดและทฤษฎี

ในการวิจัยครั้งนี้จะศึกษาการคัดเลือกตัวแบบในการวิเคราะห์การถดถอยของตัวแบบความถดถอยเชิงเส้นภายใต้แลตทิซ ซึ่งจะต้องพิจารณาตัวแบบติดกลุ่ม (nested model) และไม่ติดกลุ่ม (non – nested model) เพื่อเปรียบเทียบหาตัวแบบที่ดีที่สุด เพื่อให้ได้ค่าประมาณที่ถูกต้อง และแม่นยำมากที่สุด ซึ่งมีแนวคิดและทฤษฎีดังนี้

2.1 การวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณเชิงเส้น (Multiple Linear Regression Analysis)[1]

ตัวแบบที่ใช้สำหรับการวิจัยครั้งนี้เป็นตัวแบบถดถอยเชิงเส้น นั่นคือ เป็นเชิงเส้นในพารามิเตอร์และในตัวแปรอิสระ ซึ่งมีรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,n$$

เมื่อ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

ส่วนข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุคูณจะเป็นดังนี้

1. ε_i มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีค่าความแปรปรวนคงที่[1] เท่ากับ σ^2 คือ ε_i จ.ม.อ. (i.i.d.) $N(0,\sigma^2)$ กล่าวคือ ε_i และ ε_j สำหรับ $i \neq j$ มีการแจกแจงที่เหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน ซึ่งจะทำให้ $\operatorname{cov}(\varepsilon_i,\varepsilon_j) = 0$ สำหรับ $i \neq j$

2. เนื่องจากตัวแบบการถดถอยที่ใช้ในการพิจารณาเป็นตัวแบบเชิงเส้น และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (least square estimation) ซึ่งจะได้ว่า

ตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด (Least Square Estimator : $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$) คือ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{y}$$

---

[1]นิทัศน์ สุขสุวรรณ. “การเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกสมการถดถอยที่ดีที่สุดภายใต้แนวทางของเบส์ในการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, 2545), หน้า 11.

[2] ε_i มีความแปรปรวนคงที่ (homoscedasticity) นั่นคือ $E(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ซึ่งหมายถึงความแปรปรวนไม่เปลี่ยนแปลงตลอดพิสัยของตัวแปรอิสระไม่ว่าค่าของตัวแปรอิสระจะมีค่ามากหรือน้อยก็ตาม

2.2 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (OLS)

วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์นี้มีรากฐานมาจากทฤษฎีการประมาณเชิงเส้น โดยมีหลักการในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ คือ ทำให้ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Sum Square of Error : SSE) มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งแสดงรายละเอียดดังนี้

<u>นิยามที่ 2.2.1</u>[3]

กำหนดให้ $\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ โดยที่ $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N_n(\underset{\sim}{0}, \sigma^2 I_n)$ จะได้ตัวประมาณกำลังสองน้อยสุดของ $\underset{\sim}{\beta}$ คือ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ที่จะทำให้ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด โดยที่ค่าประมาณของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ คือ $\underset{\sim}{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{y}$ และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ คือ $\text{cov}(\underset{\sim}{\hat{\beta}})$ = $\sigma^2(X'X)^{-1}$

ดังนั้นจากนิยามและจากตัวแบบทั่วไปจะได้ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$
\begin{aligned}
SS(\underset{\sim}{\beta}) &= \underset{\sim}{\varepsilon}'\underset{\sim}{\varepsilon} = (\underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\beta})'(\underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\beta}) \\
&= \underset{\sim}{y}'\underset{\sim}{y} - \underset{\sim}{\beta}'X\underset{\sim}{y} - \underset{\sim}{y}'X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\beta}'X'X\underset{\sim}{\beta} \\
&= \underset{\sim}{y}'\underset{\sim}{y} - 2\underset{\sim}{\beta}'X\underset{\sim}{y} + \underset{\sim}{\beta}'X'X\underset{\sim}{\beta} \qquad (2.2.1)
\end{aligned}
$$

เนื่องจากวิธีกำลังสองน้อยสุดมีหลักการที่ทำให้ผลรวมความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าต่ำที่สุด ดังนั้นเราจะได้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณจากการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของสมการที่ (2.2.1) เทียบกับ $\underset{\sim}{\beta}$ แล้วให้เท่ากับศูนย์ ซึ่งผลดังกล่าวอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial \underset{\sim}{\beta}} SS(\underset{\sim}{\beta}) = -2X'\underset{\sim}{y} - 2X'X\underset{\sim}{\hat{\beta}} = \underset{\sim}{0}$$

กล่าวคือ $$X'X\underset{\sim}{\hat{\beta}} = X'\underset{\sim}{y}$$

ซึ่งเราเรียกสมการดังกล่าวว่า สมการปกติ (normal equation) และจะได้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณในรูปของ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1}(X'\underset{\sim}{y}) \qquad (2.2.2)$$

---

[3]นุชรินทร์ ทิพยวรรณากร. “การเปรียบเทียบค่าพยากรณ์ที่ได้จากตัวแบบที่คัดเลือกตัวแปรด้วยวีธีเบส์เซียน วิธีกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง และวิธีการถดถอยแบบขั้นบันได ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุนามแบบลำดับขั้น” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, 2540), หน้า 22.

ตัวประมาณในสมการที่ (2.2.2) มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\underset{\sim}{\beta}$ กล่าวคือ

$$
\begin{aligned}
E(\underset{\sim}{\hat{\beta}}) &= E[(X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{y}] \\
&= E[(X'X)^{-1}X'(X\underset{\sim}{\beta}+\underset{\sim}{\varepsilon})] \\
&= E[(X'X)^{-1}X'X(\underset{\sim}{\beta})+(X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{\varepsilon}] \\
&= E[\underset{\sim}{\beta}]+(X'X)^{-1}X'E(\underset{\sim}{\varepsilon}) \\
&= \underset{\sim}{\beta}
\end{aligned}
$$

เราควรสังเกตว่าการหาตัวประมาณของตัวประมาณ $\underset{\sim}{\beta}$ โดยวิธีกำลังสองน้อยสุดนี้เราไม่จำเป็นต้องทราบลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อน $\underset{\sim}{\varepsilon}$ นอกจากนั้นตัวประมาณ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ยังเป็นตัวประมาณด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator) ของ $\underset{\sim}{\beta}$ ด้วย รวมทั้งเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้นที่ดีที่สุด (Best Linear Unbiased Estimator (BLUE)) คงเส้นคงวา (consistant) และพอเพียง (sufficient) ด้วย[4] แต่ในการประมาณค่า $\underset{\sim}{\beta}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดมีข้อสมมติฐานที่สำคัญข้อหนึ่งคือตัวแปรอิสระแต่ละตัวต้องไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวอื่นซึ่งในทางปฏิบัติจะเกิดขึ้นได้น้อยมาก เนื่องจากตัวแปรบางตัวที่นำมาศึกษาอาจเป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระตัวอื่น หรือที่เรียกว่า ตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ (multicollinearity) เมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันสูงจะทำให้เมทริกซ์ $X'X$ เกิดเงื่อนไขที่ไม่ดี (ill – condition) อาจมีผลทำให้การประมาณ $\underset{\sim}{\beta}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดไม่ได้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด เราจึงควรตรวจสอบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่ได้โดยเราพิจารณาประสิทธิภาพของตัวประมาณที่ได้โดยเราพิจารณาประสิทธิภาพของตัวประมาณค่า $\underset{\sim}{\beta}$ สองส่วน กล่าวคือ เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ และค่าเฉลี่ยของกำลังสองระยะทางจาก $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ไปยัง $\underset{\sim}{\beta}$ ซึ่งเราสามารถเขียนเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ในรูปฟังก์ชันของ $X'X$ และ σ^2 ดังต่อไปนี้

(2.2.3) $$\mathrm{cov}(\underset{\sim}{\hat{\beta}}) = \sigma^2(X'X)^{-1}$$

ให้ L_1 คือระยะทางจาก $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ไปยัง $\underset{\sim}{\beta}$ ดังนั้น

(2.2.4) $$L_1^{\,2} = (\underset{\sim}{\hat{\beta}}-\underset{\sim}{\beta})'(\underset{\sim}{\hat{\beta}}-\underset{\sim}{\beta})$$

[4] ประชุม สุวัตถี. “การวิเคราะห์การถดถอย.”(กรุงเทพมหานคร:สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์,2539), หน้า 36.

และเราจะได้ค่าเฉลี่ยของกำลังสองระยะทางจาก $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ไปยัง $\underset{\sim}{\beta}$ ในรูปของ

(2.2.5) $$E(L_1^{\,2}) = \sigma^2 \,\mathrm{trace}\,(X'X)^{-1}$$

$$E(L_1^{\,2}) = E[(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - \underset{\sim}{\beta})'(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - \underset{\sim}{\beta})]$$

$$= E[\hat{\underset{\sim}{\beta}}'\hat{\underset{\sim}{\beta}}] - \underset{\sim}{\beta}'\underset{\sim}{\beta}$$

(2.2.6) $$E[\hat{\underset{\sim}{\beta}}'\hat{\underset{\sim}{\beta}}] = \underset{\sim}{\beta}'\underset{\sim}{\beta} + \sigma^2 \,\mathrm{trace}\,(X'X)^{-1}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{\varepsilon}$ มีการแจกแจงแบบปกติจะได้ว่า

(2.2.7) $$Var(L_1^{\,2}) = 2\sigma^4 \,\mathrm{trace}\,(X'X)^{-2}$$

จากสมการที่ (2.2.3) , (2.2.5) และ (2.2.7) เราจะเห็นได้ว่า $\mathrm{cov}(\hat{\underset{\sim}{\beta}})$, $E(L_1^{\,2})$ และ $Var(L_1^{\,2})$ ต่างก็เป็นฟังก์ชันของเมทริกซ์ $X'X$ ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการทำความเข้าใจเราจึงแปลงเมทริกซ์ $X'X$ ให้อยู่ในรูปของค่าเฉพาะ (eigenvalue) ของเมทริกซ์ $X'X$ โดยใช้ทฤษฎีที่สำคัญข้อหนึ่งคือ ถ้า λ_i เป็นค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ โดยใช้ทฤษฎีที่สำคัญข้อหนึ่งคือ ถ้า λ_i เป็นค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ แล้ว $\sum_{i=1}^{k}\lambda_i = \mathrm{trace}\ (X'X)$; i = 1, 2,…, k เมื่อ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

กำหนดให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าเป็น

$(\lambda_{\max} = \lambda_1) \geq \lambda_2 \geq .... \geq (\lambda_k = \lambda_{\min})$; $\lambda_1, \lambda_2, ... , \lambda_k > 0$

จากสมการที่ (2.2.5) เราสามารถเขียนค่าเฉลี่ยกำลังสองของระยะทางจาก $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ไปยัง $\underset{\sim}{\beta}$ ในรูปฟังก์ชันของค่าเฉพาะได้ดังนี้

(2.2.8) $$E(L_1^{\,2}) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{k} (\frac{1}{\lambda_i})$$

และจากสมการที่ (2.2.7) เราสามารถเขียนค่าความแปรปรวนกำลังสองของระยะทางจาก $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ไปยัง $\underset{\sim}{\beta}$ ในรูปฟังก์ชันของค่าเฉพาะได้ดังนี้

(2.2.9) $$Var(L_1^{\,2}) = 2\sigma^4 \sum_{i=1}^{k} (\frac{1}{\lambda_i})^2$$

ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีสภาพไม่เหมาะสม กล่าวคือเกิดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระในอัตราที่สูงจะทำให้ $|X'X|$ มีค่าเล็กลงเข้าใกล้ศูนย์ เนื่องจาก $|X'X|$ มีค่าเท่ากับผลคูณของค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ จึงส่งผลให้ค่าเฉพาะบางค่าต่ำมาก ดังนั้นจากสมการที่ (2.2.8) และ (2.2.9) เราจะเห็นได้ว่า $E(L_1^{\,2})$ และ $Var(L_1^{\,2})$ จึงมีค่าสูงขึ้นตามไปด้วย นอกจากนี้การเกิดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระส่งผลให้ความแปรปรวนของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยมีค่ามากและเกิดความสัมพันธ์กันสูงระหว่างสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ใช้ประมาณค่า

<u>การแก้ไขปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน</u>[5]

1. ไม่ต้องแก้ไขอะไรทั้งสิ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะพหุสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นนั้นไม่สูงนัก หรือผู้วิเคราะห์อาจสนใจเพียงเพื่อให้ได้สมการถดถอยสำหรับการประมาณค่าหรือพยากรณ์ โดยคำนึงถึงเพียงว่าค่า R^2 มีค่าสูงพอที่จะนำไปใช้ประมาณได้

2. สามารถแก้ไขด้วยการเก็บข้อมูลเพิ่มขึ้น (ถ้าเป็นไปได้) โดยพยายามหาข้อมูลตัวแปรอิสระใหม่ที่ไม่สัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวอื่น ๆ หรือถ้าเป็นไปไม่ได้ในกรณีดังกล่าวอาจหาข้อมูลโดยเพิ่มขนาดตัวอย่างก็ได้ ทั้งนี้จะช่วยให้ค่าความแปรปรวนของค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความถดถอยมีค่าลดลง

3. การแปลงข้อมูลตัวแปรอิสระที่สงสัยว่าจะก่อปัญหาพหุสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

4. ตัดตัวแปรอิสระที่ก่อให้เกิดปัญหาออก

5. แก้ไขด้วยวิธีการหาองค์ประกอบหลัก (Principal Components)

6. แก้ไขด้วยการประมาณและวิเคราะห์ด้วยวิธีการวิเคราะห์ความถดถอยแบบริดจ์ (Ridge Regression Analysis)

2.3 การแปลงเมทริกซ์ X เข้าสู่ศูนย์กลาง[6]

การแปลงเมทริกซ์เข้าสู่ศูนย์กลาง เป็นวิธีการหนึ่งในการแก้ไขปัญหาการเกิดความสัมพันธ์ร่วมเชิงพหุของตัวแปรอิสระ ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้เมทริกซ์สหสัมสัมพันธ์มาแทนที่เมทริกซ์ $X'X$ โดยพิจารณาจากการกำหนดให้ข้อมูลมีรูปแบบดังตารางนั่นคือ

---

[5] สุพล ดุรงค์วัฒนา. “การวิเคราะห์ความถดถอย.”(กรุงเทพมหานคร:ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย), หน้า 213.

[6] พจนา แววสวัสดิ์. “การเปรียบเทียบเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบความถดถอยพหุนามแบบติดกลุ่ม” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, 2543), หน้า 16.

x_0	x_1	x_2	…	x_p	Y
1	x_{11}	x_{21}	…	x_{p1}	y_1
1	x_{12}	x_{22}	…	x_{p2}	y_2
…					
1	x_{1n}	x_{2n}	…	x_{pn}	y_n
ผลบวกของคอลัมน์	$\sum x_{1i}$	$\sum x_{2i}$	…	$\sum x_{pi}$	$\sum y_i$
ค่าเฉลี่ยของคอลัมน์	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	…	$\bar{x}_p$	$\bar{y}$

จากตัวแบบ

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_p x_p + \varepsilon$$

สามารถเขียนในรูปแบบของ

$$y = \{\beta_0 + \beta_1 \bar{x}_1 + \beta_2 \bar{x}_2 + \ldots + \beta_p \bar{x}_p\} + \beta_1 (x_1 - \bar{x}_1) + \beta_2 (x_2 - \bar{x}_2) + \ldots + \beta_p (x_p - \bar{x}_p) + \varepsilon$$

เมื่อ $\bar{y}, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_p$ เป็นค่าจำนวนจริงที่ได้มาจากข้อมูล และถ้าเราแทน $\beta_0^* = \{\beta_0 + \beta_1 \bar{x}_1 + \beta_2 \bar{x}_2 + \ldots + \beta_p \bar{x}_p\}$ จะได้ว่า

$$y = \beta_0^* + \beta_1 (x_1 - \bar{x}_1) + \beta_2 (x_2 - \bar{x}_2) + \ldots + \beta_p (x_p - \bar{x}_p) + \varepsilon$$

ซึ่ง β_0^* สามารถประมาณได้จาก $\hat{\beta}_0^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \bar{y}$ [7]

---

[7] ธีระพร วีระถาวร. “ตัวแบบเชิงเส้น ทฤษฎีและการประยุกต์.”(กรุงเทพมหานคร:บริษัทวิทยพัฒน์ จำกัด ,2541), หน้า 197 – 198.

2.4 การแจกแจงปกติหลายตัวแปร[8]

ตัวแปรอิสระ $X = [\underset{\sim}{1} \,\vdots X_1^{**}]$ ที่ $X_1^{**} = (\underset{\sim 1}{x^*}, \underset{\sim 2}{x^*}, ..., \underset{\sim n}{x^*})'$ ซึ่ง $x^{**}_{i(1\times p)}$, i = 1, 2, …, n เป็นข้อมูลชุดที่ i ที่มีตัวแปรอิสระ p ตัว ซึ่งเราสามารถสร้างข้อมูลในแต่ละชุด p ตัวให้มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (multivariate normal distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\mu} = \underset{\sim}{0}$ และ Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ขนาด p x p และเป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระได้เป็น $\underset{\sim i}{x^*} \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma_{p\times p})$ ถ้า $\underset{\sim i}{X^*}$ มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม

$$f(\underset{\sim i}{x^*}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\underset{\sim i}{x^*} - \underset{\sim}{\mu})' \Sigma^{-1} (\underset{\sim i}{x^*} - \underset{\sim}{\mu})\right] \qquad , \mathrm{i} = 1, 2, \ldots, \mathrm{n}$$

ซึ่ง $\underset{\sim i}{x^{*\prime}} = (X_{i1}, X_{i2}, ..., X_{ip})'$, $\underset{\sim}{\mu}$ เป็นเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu} = (\mu_1, \mu_2, ..., \mu_p)'$ โดยที่ $\mu_i = E(X_i)$, i = 1 , 2 , … , n และสามารถเขียนเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้โดย

$$\Sigma = E[(\underset{\sim i}{x^{*\prime}} - \underset{\sim}{\mu})(\underset{\sim i}{x^{*\prime}} - \underset{\sim}{\mu})'] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & & & \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\sigma_{ij} = \mathrm{cov}(x_i, x_j) = \sigma_{ji} = \mathrm{cov}(x_j, x_i)$ สำหรับ $i \neq j$ และ $\sigma_{ii} = Var(x_i)$, i = 1 , 2 , … , p , j = 1 , 2 , … , p

---

[8]มานพ วราภักดิ์. "การจำลองเบื้องต้น."(กรุงเทพมหานคร:ศูนย์ผลิตตำราเรียน สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ,2541), หน้า 191 – 196.

เนื่องจาก Σ เป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน ดังนั้นเขียน Σ ได้เป็น

$$\Sigma = C'C$$

โดยที่ C เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง (lower triangular matrix) กล่าวคือ

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & \dots & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{32} & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ c_{p1} & c_{p2} & c_{p3} & \dots & c_{pp} \end{bmatrix}$$

ฉะนั้น ถ้า $\underset{\sim}{z} = (Z_1, Z_2, ..., Z_p)'$ โดยที่ $Z_1, Z_2, ..., Z_p$ เป็นอิสระซึ่งกันและกัน และต่างมีการแจกแจง $N(0,1)$ จะเขียน $\underset{\sim}{x}$ ได้เป็น

$$\underset{\sim}{x} = C\underset{\sim}{z} + \underset{\sim}{\mu}$$

ซึ่งได้ $\underset{\sim}{x}$ มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร และ

$$E(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{\mu}$$

$$\operatorname{cov}(\underset{\sim}{x}) = \operatorname{cov}(C\underset{\sim}{z} + \underset{\sim}{\mu}) = E[C\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'C'] = CIC' = \Sigma$$

2.5 เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม[9]

<u>นิยามที่ 2.5.1</u>

ถ้า $\underset{\sim(p\times 1)}{x}$ เป็นเวกเตอร์สุ่ม ดังนั้น เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ $\underset{\sim(p\times 1)}{x}$ คือ

$$\operatorname{cov}(\underset{\sim}{x}) = (\operatorname{cov}(x_i, x_j))_{p\times p} = E[(\underset{\sim}{x} - E(\underset{\sim}{x}))(\underset{\sim}{x} - E(\underset{\sim}{x}))']$$

<u>นิยามที่ 2.5.2</u>

เราเรียกเมทริกซ์สมมาตร $A_{(p\times p)}$ ว่า ไม่เป็นลบแน่นอน (non – negative definite or positive semi – definite) ถ้า $\underset{\sim}{\alpha}' A \underset{\sim}{\alpha} \ge 0$, $\forall \underset{\sim}{\alpha} \in \Re^p$ และ เรียกว่า เป็นบวกแน่นอน (positive semi – definite) ถ้า $\underset{\sim}{\alpha}' A \underset{\sim}{\alpha} > 0$, $\forall \underset{\sim}{\alpha} \ne 0$

---

[9] ธีระพร วีระถาวร. “ตัวแบบเชิงเส้น ทฤษฎีและการประยุกต์.”(กรุงเทพมหานคร:บริษัทวิทยพัฒน์ จำกัด ,2541), หน้า 123 – 127.

<u>บทตั้งที่ 2.5.1</u>

เมทริกซ์ $\Sigma_{(p\times p)}$ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมก็ต่อเมื่อมันไม่เป็นลบแน่นอน

การพิสูจน์ “ $\Rightarrow$ ”

สมมติว่า Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม

กล่าวคือ $\Sigma = \mathrm{cov}(\underset{\sim}{x})$ เมื่อ $E(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{\mu}$

ดังนั้น $Var(\underset{\sim}{\alpha}'\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{\alpha}'\underset{\sim}{x}\underset{\sim}{\alpha} \geq 0$, $\forall \underset{\sim}{\alpha}$

$\therefore \Sigma$ ไม่เป็นลบแน่นอน

“ $\Leftarrow$ ”

สมมติว่า Σ ไม่เป็นลบแน่นอน ซึ่งมีค่าลำดับชั้น = r ($\leq$p)

เราสามารถจัด Σ ให้อยู่ในรูปของ $\Sigma = C'C$ เมื่อ $C_{(p\times r)}$ มีค่าลำดับชั้น = r

ให้ $\underset{\sim}{z}_{(r\times 1)}$ เป็นเวกเตอร์สุ่มที่เป็นอิสระซึ่งกันและกันโดยมีค่าเฉลี่ย = 0 และ $\mathrm{cov}(\underset{\sim}{z}) = I_r$

จัด $\underset{\sim}{x} = C\underset{\sim}{z}$ ดังนั้น $E(\underset{\sim}{x}) = 0$

และ
$$
\begin{aligned}
\mathrm{cov}(\underset{\sim}{x}) &= \mathrm{cov}(C\underset{\sim}{z}) \\
&= E[C\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'C'] \\
&= CI_rC' \\
&= \Sigma
\end{aligned}
$$
□

<u>หมายเหตุ</u>

ถ้า A เป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน จะได้ว่า A เป็นเมทริกซ์ไม่เป็นลบแน่นอน และเงื่อนไขที่เพียงพอและจำเป็นสำหรับ A = $(a_{ij})_{p\times p}$ จะเป็นบวกแน่นอน คือ

$$a_{11} > 0 \ , \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} > 0 , \ \ldots , \text{และ } |A| > 0$$

(n leading principal minors เป็นบวก)

2.6 การพิจารณาความเหมาะสมของตัวแบบ

ค่าสถิติที่ใช้วัดว่าตัวแบบใดจะมีความถูกต้องและเหมาะสมที่สุดสำหรับการพยากรณ์จะพิจารณาจากค่าร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (Mean Absolute Percentage Error) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$MAPE = \frac{1}{500}\sum_{j=1}^{500}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i}\right| \times 100$$

เมื่อ y_i แทนค่าสังเกตที่ i

$\hat{y}_i$ แทนค่าพยากรณ์ที่ i

n แทนขนาดตัวอย่าง

และ $MAPE$ แทนร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตจากการทำซ้ำ 500 รอบ

ค่าร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตจะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ ถ้าค่าสังเกต (y_i) และค่าพยากรณ์ ($\hat{y}_i$) มีค่าเดียวกันหรือไม่ต่างกันเลย ค่า MAPE จะเป็นศูนย์ ซึ่งถือได้ว่าตัวแบบถดถอยที่ได้นั้นมีอำนาจการพยากรณ์สูงสุด และอำนาจการพยากรณ์ของตัวแบบถดถอยจะลดลงไปเรื่อย ๆ ถ้าค่าของ MAPE เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ดังนั้นในการเปรียบเทียบตัวแบบถดถอยนั้น จะถือว่าตัวแบบใดที่มีค่าร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตต่ำสุดจะเป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด

2.7 การกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง[10]

วิธีการนี้เริ่มต้นด้วยสมการถดถอยด้วยตัวแบบเต็มรูป (full model) คือ ประกอบด้วยตัวแปรอิสระทุกตัวที่ใช้พิจารณาแล้วจะคัดเลือกตัวแปรอิสระออกจากสมการครั้งละ 1 ตัวแปร โดยเลือกตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับ y น้อยที่สุด (เมื่อตัวแปรอื่น ๆ คงที่) และค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยของตัวแปรนั้นไม่มีนัยสำคัญ จากนั้นคำนวณหาสมการถดถอยสำหรับตัวแปรอิสระที่เหลือ และคัดตัวแปรอิสระที่มีนัยสำคัญน้อยที่สุดออก จนกระทั่งไม่มีตัวแปรอิสระใดถูกคัดออกแล้วตัวแปรอิสระที่เหลืออยู่จะอยู่ในสมการถดถอยทุกตัว ซึ่งเป็นอันสิ้นสุดของวิธีการนี้ สามารถแสดงขั้นตอนได้ดังนี้

---

[10] จะเด็จ สวรรค์ตรานนท์. “การเปรียบเทียบวิธีที่ใช้สำหรับการเลือกสมการถดถอยที่ดีที่สุด.” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530), หน้า 21 – 26.

2.7.1 สร้างสมการถดถอยเต็มรูปที่รวมเอาตัวแปรอิสระที่ควรพิจารณาทั้งหมด สมมติว่ามี p ตัว สมการจะเป็นดังนี้

$$\underset{\sim}{\hat{y}} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \ldots + \hat{\beta}_p X_p \qquad ; \quad p = \text{จำนวนตัวแปรอิสระ}$$

2.7.2 คำนวณหาค่าเอฟบางส่วน (Partial F) ของตัวแปรอิสระทุกตัว เสมือนว่าตัวแปรอิสระนั้นเข้าสู่สมการเป็นตัวสุดท้าย

2.7.3 ในจำนวนเอฟบางส่วนนี้เลือกค่าเอฟบางส่วนที่น้อยที่สุด สมมติได้ F_j แล้วนำเอาค่า F_j ไปเปรียบเทียบกับ $F_{\alpha(1,n-p-1)}$ ที่กำหนดจากตาราง ถ้าพบว่า

ก) $F_j < F_{\alpha(1,n-p-1)}$ ให้กำจัดตัวแปรอิสระ X_j ออกจากสมการถดถอย และตั้งสมการใหม่โดยไม่รวม X_j ในสมการ จากนั้นกลับไปทำในขั้นตอนที่ 2.7.2

ข) $F_j > F_{\alpha(1,n-p-1)}$ จะหยุดกระบวนการคัดเลือกตัวแปรอิสระ และได้สมการถดถอยที่เหมาะสม

2.8 การทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test)[11]

การทดสอบเอฟบางส่วนเป็นการทดสอบที่ใช้ตรวจสอบนัยสำคัญของ β_j เพื่อตัดสินใจว่าตัวแปรอิสระใดควรอยู่ในสมการหรือตัวแปรอิสระใดควรตัดออกจากสมการ โดยที่ β_j จะปรากฏอยู่ ณ ตำแหน่งใดในแบบจำลองก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติจะทำโดยถือว่าตัวแปรอิสระนั้นเข้าสู่สมการเป็นตัวสุดท้าย

[11] นพมาศ อัครจันทโชติ. “การเปรียบเทียบวิธีที่ใช้ในการสร้างตัวแบบในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุนามกรณีที่มี 2 ตัวแปรอิสระ.” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539), หน้า 15 – 18.

ให้ $\underset{\sim}{y} = \beta_0^* + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_q X_q + \underset{\sim}{\varepsilon}$ (1)

จากสมการ (1) เราสามารถหาค่าตัวประมาณ $\underset{1\ \sim}{\hat{\beta}} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \ldots, \hat{\beta}_q)'$ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และค่าผลบวกกำลังสองที่เกี่ยวข้องได้ดังนี้

ก) $\underset{1\ \sim}{\hat{\beta}} = \left({}_1X'X\right)^{-1} {}_1X' \underset{\sim}{y}$ เมื่อ ${}_1X$ คือ เมตริกซ์ขนาด $n \times (q+1)$ ซึ่งรวมเทอมของค่าคงที่

ข) $SSR_1 = \underset{1\ \sim}{\hat{\beta}'} {}_1X' \underset{\sim}{y}$

ค) $SSE_1 = \underset{\sim}{y}' \underset{\sim}{y} - \underset{1\ \sim}{\hat{\beta}'} {}_1X' \underset{\sim}{y}$

และ $MSE_1 = \sigma_1^2 = \dfrac{1}{n-(q+1)} (\underset{\sim}{y}' \underset{\sim}{y} - \underset{1\ \sim}{\hat{\beta}'} {}_1X' \underset{\sim}{y})$

เมื่อ q = จำนวนพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอยของสมการ 1

$\underset{1\ \sim}{\hat{\beta}'}$ = สัมประสิทธิ์ความถดถอยของสมการ 1

SSR_1 = ผลรวมกำลังสองของรีเกรสชัน (Sum Squares of Regression) ของสมการ 1

MSE_1 = ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Squares Error) ของสมการ 1

ให้ $\underset{\sim}{y} = \beta_0^* + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_q X_q + \beta_{q+1} X_{q+1} + \ldots + \beta_p X_p + \underset{\sim}{\varepsilon}$ (2)

เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ของ $\underset{\sim}{y}$ กับ X โดยที่ $p > q$

จากสมการ (2) สามารถหาค่าตัวประมาณ $\underset{2\ \sim}{\hat{\beta}} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \ldots, \hat{\beta}_q, \hat{\beta}_{q+1}, \ldots, \hat{\beta}_p)'$ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และค่าผลบวกกำลังสองที่เกี่ยวข้องได้ดังนี้

ก) $\underset{2\ \sim}{\hat{\beta}'} = \left({}_2X'X\right)^{-1} {}_2X' \underset{\sim}{y}$

เมื่อ ${}_2X$ คือ เมทริกซ์ขนาด $n \times (p+1)$ ซึ่งรวมเทอมของค่าคงที่

ข) $SSR_2 = \underset{2\ \sim}{\hat{\beta}'} {}_2X' \underset{\sim}{y}$

ค) $SSE_2 = \underset{\sim}{y}' \underset{\sim}{y} - \underset{2\ \sim}{\hat{\beta}'} {}_2X' \underset{\sim}{y}$

และ $MSE_2 = \hat{\sigma}_2^2 = \dfrac{1}{n-(p+1)} (\underset{\sim}{y}' \underset{\sim}{y} - \underset{2\ \sim}{\hat{\beta}'} {}_2X' \underset{\sim}{y})$

จากผลลัพธ์ข้างต้นจะพบว่า Extra Sum Squares of Regression คือ ESSR

เมื่อ $ESSR = SSR_2 - SSR_1 = \underset{2\ \sim}{\hat{\beta}'} {}_2X' \underset{\sim}{y} - \underset{1\ \sim}{\hat{\beta}'} {}_1X' \underset{\sim}{y}$

ซึ่ง Extra Sum Squares นี้ เป็นค่าผลรวมกำลังสองของตัวแปรอิสระ $X_{q+1}, X_{q+2}, \ldots, X_p$ ที่เพิ่มขึ้นจากสมการที่ (1)

จาก Distribution of Quadratic Form เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า

$$ {}^{*}\frac{ESSR}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(p-q)} \text{ และ } \frac{SSE_2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-(p+1))} $$

ดังนั้น ค่าทดสอบเอฟบางส่วน $= \dfrac{ESSR/(p-q)\sigma^2}{SSE_2/(n-p-1)\sigma^2}$

$$ = \frac{ESSR/(p-q)}{\hat{\sigma}_2^2} $$

จะมีการแจกแจงแบบเอฟ ณ ระดับขั้นความเสรี $(p-k, n-p-1)$ และจะปฏิเสธสมมติฐาน

$H_0 : \beta_{q+1} = \beta_{q+2} = ... = \beta_p = 0$

$H_1 : \beta_j$ ไม่เท่ากับ 0 ทั้งหมด ; $j = q+1, q+2, ..., p$

ณ ระดับนัยสำคัญ α เมื่อค่าทดสอบเอฟบางส่วนมากกว่า $F_\alpha(p-q, n-p-1)$

จากความรู้ในเรื่องการทดสอบเอฟบางส่วนนี้ เราสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับวิธีการหาสมการการถดถอยที่ดีที่สุดได้ เช่น วิธีการถดถอยขั้นบันได วิธีกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง เป็นต้น โดยการนำไปใช้ทำได้ดังนี้

จากสมการ $\underset{\sim}{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_p X_p + \underset{\sim}{\varepsilon}$ เราจะหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวแบบ (Mean Squares Error (MSE)) และผลบวกกำลังสองของความถดถอย (Sum Squares of Regression) ของเฉพาะ β_j ได้ดังนี้

$$ SS(\beta_j | \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p) = SS(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p) - SS(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p) $$

เมื่อ $SS(\beta_j | \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p)$ คือ ผลรวมกำลังสองของ X_j เมื่อ $X's$ อื่น ๆ เข้าสู่แบบจำลองแล้ว

ดังนั้น ค่าสถิติเอฟบางส่วน คือ

$$ F_c = \frac{SS(\beta_j | \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p)}{\hat{\sigma}^2} $$

$$ = \frac{SS(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p) - SS(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p)}{\hat{\sigma}^2} $$

โดยจะปฏิเสธ $H_0 : \beta_j = 0$ ณ ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $F_c > F_\alpha(1, n-p-1)$

---

* ดูการพิสูจน์ในหนังสือ Theory and Application of the Linear Model Chapter 4 Distribution of Quadratic Form, P. 124 – 141 ของ Franklin A. Graybill

การทดสอบเอฟบางส่วน ใช้สำหรับตรวจสอบนัยสำคัญของ β_j เพื่อตัดสินใจว่าตัวแปรอิสระใดควรคงไว้ ตัวแปรอิสระใดควรตัดทิ้งจากสมการถดถอยโดยที่ β_j ปรากฏอยู่ ณ ตำแหน่งในสมการถดถอยก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติจะต้องยึดหลักเกณฑ์ของ Extra Sum Square ไว้เป็นแนวทางเสมอ กล่าวคือ จะต้องคำนวณหาค่า $SS(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p)$ ได้เฉพาะเมื่อจัดให้ X_j เข้าสู่สมการเป็นตัวสุดท้าย นั่นคือ $SS(\beta_j | \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p)$ คำนวณหาได้จากผลต่างระหว่างผลรวมกำลังสองของความถดถอย

จากสมการ

$$\underset{\sim}{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_{j-1} X_{j-1} + \beta_{j+1} X_{j+1} + ... + \beta_p X_p + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

และ

$$\underset{\sim}{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_{j-1} X_{j-1} + \beta_{j+1} X_{j+1} + ... + \beta_p X_p + \beta_j X_j + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปได้ดังนี้

$$\text{Partial F} = \frac{S_1 - S_2}{\left(\underset{\sim}{y}' \underset{\sim}{y} - S_1\right) \big/ (n - p - 1)}$$

เมื่อ S_1 = $\hat{\beta}' X' \underset{\sim}{y}$ ของสมการถดถอยที่รวม X_j อยู่ด้วย

S_2 = $\hat{\beta}' X' \underset{\sim}{y}$ ของสมการถดถอยที่ไม่รวม X_j อยู่ด้วย

n = ขนาดตัวอย่าง

p = จำนวนตัวแปรอิสระ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้มาจากการจำลอง (simulation) ด้วยเทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation technique) ซึ่งเป็นเทคนิคอย่างหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ โดยหลักการของเทคนิค การจำลองมอนติคาร์โลนั้นจะใช้เลขสุ่ม (random number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา และใช้โปรแกรม delphi 7 ในการประมวลผลและวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งขั้นตอนของเทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล แผนการทดลอง และขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1 การจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล[1]

วิธีมอนติคาร์โลเป็นเทคนิคในการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์ที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยมีการจำลองตัวเลขสุ่ม (random number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษาซึ่งยังไม่แน่ใจผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น ซึ่งการวิจัยครั้งนี้จะใช้เทคนิคมอนติคาร์โลในการสร้างข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา โดยขั้นตอนที่สำคัญของการจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โลมี 3 ขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> การสร้างตัวเลขสุ่ม (generate random number)

การใช้ตัวเลขสุ่มเป็นสิ่งสำคัญมากในวิธีมอนติคาร์โล ทั้งนี้ก็เพราะว่าหลักการของวิธีมอนติคาร์โลนั้นจะใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งลักษณะของตัวเลขสุ่มที่ดีจะมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) ในช่วง (0,1) และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน จากนั้นนำเลขสุ่มที่ได้ไปสร้างตัวแปรสุ่มตามลักษณะการแจกแจงที่ต้องการศึกษา เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับปัญหานั้น ๆ

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> การประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้ตัวเลขสุ่ม

ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหาที่ต้องการศึกษา ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ใช้เลขสุ่มในการหาคำตอบตามสูตรหรือการคำนวณในปัญหาที่ศึกษา บางปัญหาอาจใช้ตัวเลขสุ่มโดยตรง แต่บางปัญหาอาจใช้ตัวเลขสุ่มเพียงบางขั้นตอนของปัญหาเท่านั้น

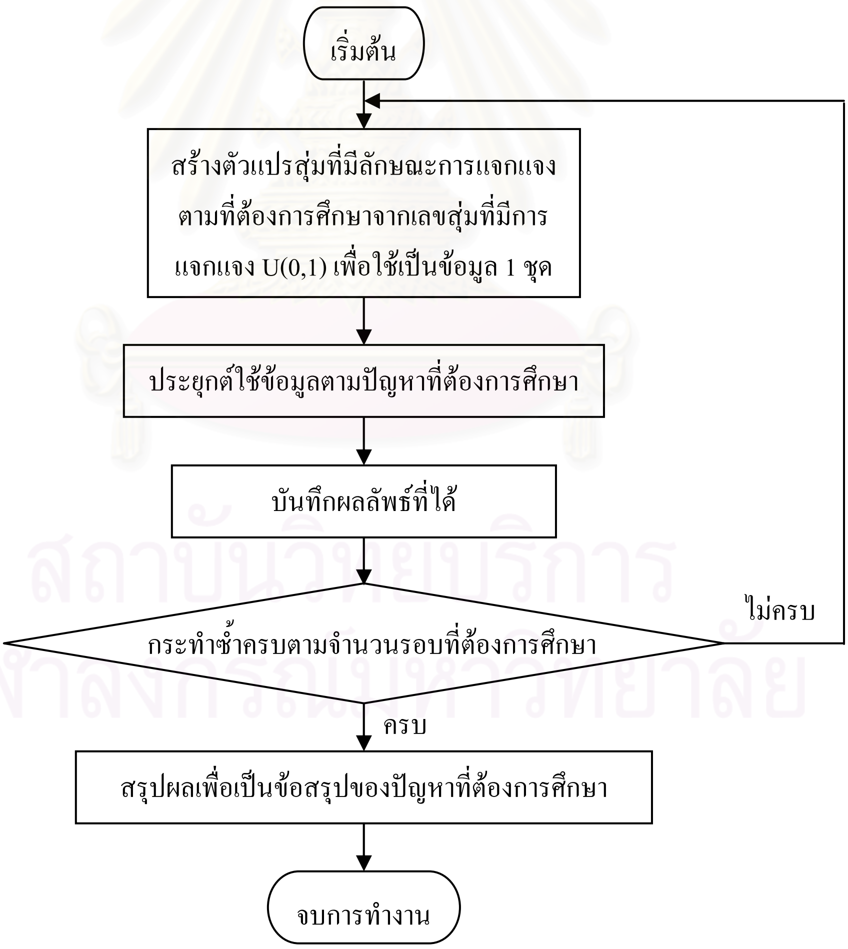
---

[1] นิทัศน์ สุขสุวรรณ, “การเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกสมการถดถอยที่ดีที่สุดภายใต้แนวทางของเบส์ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ”,(วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิตภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545), หน้า 44 – 46.

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> การทดลองกระทำ

เมื่อประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้ตัวเลขสุ่มแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การทดลองโดยใช้กระบวนการสุ่ม (random process) มาทดลองกระทำในลักษณะที่ซ้ำ ๆ กัน (replication) จำนวนหลายครั้งเพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา ซึ่งการทดลองกระทำซ้ำ ๆ กันนั้นจะเป็นการช่วยลดความไม่แน่นอนของคำตอบได้

จากหลักการของวิธีมอนติคาร์โลจะเห็นว่า การใช้เลขสุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของปัญหา เป็นวิธีการที่จะนำไปสู่แนวคิดทางทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณโดยเฉพาะทฤษฎีความน่าจะเป็นที่จะนำไปสู่การอ้างอิงผลสรุปในสถานการณ์ของข้อมูลจริงเพราะไม่มีผลกระทบจากปัจจัยอื่น ๆ เข้ามาเกี่ยวข้อง ในการทดลองเมื่อกระทำซ้ำ ๆ กันนั้นเป็นจำนวนมากแล้ว ความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์หาค่าต่าง ๆ ในแต่ละครั้งจะหมดไป (counter balance) จากขั้นตอนของวิธีมอนติคาร์โล สามารถเขียนผังงานได้ดังนี้



รูปที่ 3.1 <u>แสดงผังงานสำหรับขั้นตอนของวิธีมอนติคาร์โล</u>

3.2 แผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ต้องการศึกษาดังนี้

3.2.1 จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ระดับคือ 3 และ 4

3.2.2 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ขนาดคือ 20, 35 และ 50 ตามลำดับ

3.2.3 ความคลาดเคลื่อนเป็นกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 2, 3$ และ 5 ตามลำดับ

3.2.4 สร้างตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันทุกตัวแปรในระดับต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ตั้งแต่ 0.05 ถึง 0.95 ที่ทำให้ Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ เป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix)

3.2.5 สร้างข้อมูลของตัวแปรตาม $\underset{\sim}{y}$ จากตัวแปรอิสระตามความสัมพันธ์ต่าง ๆ ตามข้อ 3.2.4

3.2.6 ทำการคัดเลือกตัวแบบจากวิธีการและเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่กำหนดไว้ในขอบเขตของการวิจัยในบทที่ 1

3.2.7 กำหนดการประมวลผลในแต่ละสถานการณ์เท่ากับ 500 รอบ

3.3 ขั้นตอนการวิจัย

<u>ขั้นตอนในการวิจัยมีดังนี้</u>

1. สร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีพารามิเตอร์ตามที่กำหนด

2. สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ (X) ให้มีระดับความสัมพันธ์กันในระดับต่าง ๆ ตามที่กำหนดและสร้างข้อมูลของตัวแปรตาม ($\underset{\sim}{y}$) จากรูปแบบความสัมพันธ์ $\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ โดยกำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta}$ เป็นค่าคงที่ใด ๆ คือ $\underset{\sim}{\beta}' = (1,\ 1,\ 1 \ldots 1)_{1\times(p+1)}$

3. ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (least square estimation) คือ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1} X' \underset{\sim}{y}$$

4. ทำการคัดเลือกตัวแบบที่ยอมรับได้ภายในลูกโซ่เดียวกันโดยใช้หลักการของวิธีกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง โดยการเปรียบเทียบตัวแบบเชิงซ้อน (complicated model) กับตัวแบบง่ายขึ้น (simpler model) ด้วยการทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test)

5. คำนวณหาร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (MAPE) จากการทำซ้ำจำนวน 500 รอบของตัวแบบที่ได้จากข้อ 4 เพื่อเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดภายใต้แลตทิซ พร้อมทั้งหาค่าอัตราส่วนผลต่างของร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่า

พยากรณ์กับค่าสังเกต (RDMAPE) เพื่อวัดว่าตัวแบบที่ให้ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (MAPE) จะดีกว่าตัวแบบอื่นกี่เปอร์เซนต์

6. สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

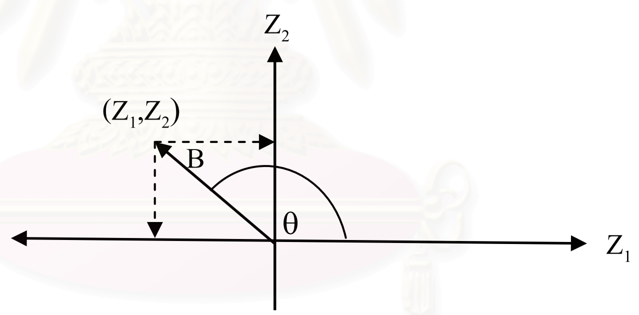
สำหรับรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

1. การสร้างการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนตามที่ต้องการศึกษา[2]

การสร้างค่าความคลาดเคลื่อนให้มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษานั้นใช้โปรแกรม delphi 7 โดยการสร้างลักษณะการแจกแจงแบบปกติจะใช้เลขสุ่ม (random number) ซึ่งมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (uniform distribution) ในช่วง (0,1) เป็นพื้นฐาน

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติใช้วิธีของบอกซ์ (Box) และมุลเลอร์ (Muller) ซึ่งผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 พร้อมกัน 2 ค่าโดยใช้ตัวผลิต (generator) Z_1 และ Z_2 ดังรูปต่อไปนี้



[2] สมพล จารุธนศักดิ์กูร, “การเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีริดจ์รีเกรสชันที่ใช้ข้อสนเทศโดยหลักเกณฑ์และวิธีลิว คีเจียนทั่วไป เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ”,(วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิตภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539), หน้า 22 – 23.

จากรูปจะได้ว่า

(1) $$Z_1 = B\cos(\theta)$$

(2) $$Z_2 = B\sin(\theta)$$

โดยที่ $B^2 = Z_1^2 + Z_2^2$ มีการแจกแจงแบบไคกำลังสอง (chi – square distribution) ด้วยระดับความเสรีเท่ากับ 2 ซึ่งเทียบเท่ากับการแจกแจงชี้กำลัง (exponential distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 เมื่อใช้วิธีการแปลงผกผัน (inverse transformation) สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงดังต่อไปนี้

(3) $$B = (-2\ln(\mathrm{R}))^{1/2}$$

โดยที่ R เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ

จากการสมมาตรของการแจกแจงปกติ เราจะได้ว่า θ มีการแจกแจงสม่ำเสมอระหว่าง 0 ถึง 2π เรเดียน และรัศมี B กับ θ เป็นอิสระกัน จากสมการที่ (1), (2) และ (3) เราสามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานจากเลขสุ่ม 2 ชุด คือ R_1 และ R_2 กล่าวคือ

$$Z_1 = (-2\ln(\mathrm{R}_1))^{1/2}\cos(2\pi\mathrm{R}_2)$$

$$Z_2 = (-2\ln(\mathrm{R}_2))^{1/2}\sin(2\pi\mathrm{R}_2)$$

ซึ่ง R_1 และ R_2 เป็นเลขสุ่ม เมื่อเราได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานแล้ว เราจะทำการแปลงค่าเลขสุ่มดังกล่าวโดยอาศัยสมการ

$$\mathrm{NORMAL}_1 = \mu + \sigma Z_1$$

$$\mathrm{NORMAL}_2 = \mu + \sigma Z_2$$

ซึ่งเราจะได้ว่า NORMAL_1 และ NORMAL_2 มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ($\mathrm{NORMAL}_i \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$; i = 1,2)

2. การสร้างข้อมูลให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้น[3]

ในการวิจัยครั้งนี้สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ $X = [\underset{\sim}{1} \quad X_1^{**}]$ โดยที่ $X_1^{**} = (\underset{\sim 1}{x^*}, \underset{\sim 2}{x^*}, ..., \underset{\sim n}{x^*})'$ ซึ่ง $x^{**}_{i(1\times p)}$, i = 1, 2, …, n เป็นข้อมูลชุดที่ i ที่มีตัวแปรอิสระ p ตัว ซึ่งเราสามารถสร้างข้อมูลในแต่ละชุด p ตัวให้มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (multivariate normal distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\mu} = \underset{\sim}{0}$ และ Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ขนาด $p \times p$ และเป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระได้เป็น $\underset{\sim i}{x^*} \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma_{p\times p})$

ในปี ค.ศ. 1972 บารร์ (Barr) และเชิลสาค (Slesak) เสนอวิธีการสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติของหลายตัวแปรดังนี้

กำหนดให้ $\underset{\sim i}{x^{*'}} = \left(X_{i1,} X_{i2}, ..., X_{ip}\right)'$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีความสัมพันธ์กันโดยมีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu} = \left(\mu_1, \mu_2, ..., \mu_p\right)'$ เราสามารถเขียนเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้โดย

$$\Sigma = E[(\underset{\sim i}{x^{*'}} - \underset{\sim}{\mu})(\underset{\sim i}{x^{*'}} - \underset{\sim}{\mu})'] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & & & \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\sigma_{ij} = \text{cov}(x_i, x_j) = \sigma_{ji} = \text{cov}(x_j, x_i)$ สำหรับ $i \neq j$ และ $\sigma_{ii} = Var(x_i)$, i = 1 , 2 , … , p , j = 1 , 2 , … , p

[3] อังคณา ฮึกหาญศัตรู, “การเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ”,(วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิตภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546), หน้า 41 – 42.

เนื่องจาก Σ เป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน ดังนั้นเขียน Σ ได้เป็น

$$\Sigma = C'C$$

โดยที่ C เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง (lower triangular matrix) กล่าวคือ

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & \dots & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{32} & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ c_{p1} & c_{p2} & c_{p3} & \dots & c_{pp} \end{bmatrix}$$

ดังนั้นในขั้นเริ่มต้นเราจะคำนวณหาเมทริกซ์แบบสามเหลี่ยมล่าง (lower triangular matrix) C ที่ทำให้ $\Sigma = C'C$ หลังจากนั้นทำตามขั้นตอนเพื่อสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติของหลายตัวแปรดังนี้

1. สร้างเวกเตอร์ $\underset{\sim}{z}$ ที่ประกอบด้วยตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานที่เป็นอิสระซึ่งกันและกัน p ตัว

2. คำนวณ $\underset{\sim i}{x}^{*'} = \underset{\sim}{\mu} + C\,\underset{\sim}{z}$ เนื่องจาก Σ เป็นเมทริกซ์สมมาตร เราจึงใช้ Cholesky Factorization ในการคำนวณหาเมทริกซ์ C ได้ดังนี้

$$c_{ij} = \frac{\left(\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik}c_{jk}\right)}{\left(\sigma_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{jk}^2\right)^{1/2}}$$

เมื่อ $\sum_{k=1}^{0} c_{ik}c_{jk} = 0$, $1 \le \mathrm{j} \le \mathrm{i} \le \mathrm{k}$

นั่นคือ $c_{i1} = \dfrac{\sigma_{i1}}{\sqrt{\sigma_{11}}}$, $1 \le \mathrm{i} \le \mathrm{k}$,

$$c_{ii} = \left(\sigma_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} c_{ik}^2\right)^{1/2} \quad , 1 \le \mathrm{i} \le \mathrm{k} ,$$

$$c_{ij} = \frac{\left(\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik}c_{jk}\right)}{c_{jj}} \quad , 1 < \mathrm{j} < \mathrm{i} \le \mathrm{k}$$

และ $c_{ij} = 0$, $1 \le \mathrm{i} < \mathrm{j} \le \mathrm{k}$

เราสามารถแสดงการคำนวณได้ว่า

$$\begin{aligned}\Sigma &= E[(C\underset{\sim}{z})(C\underset{\sim}{z})'] \\ &= E[C\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'C'] \\ &= C\,E[\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}']C' \\ &= CC'\end{aligned}$$

เมื่อการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ผู้วิจัยได้ทำการสร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ X โดยให้มีความสัมพันธ์ตามที่กำหนดดังที่เคยกล่าวมาแล้วหลังจากนั้นจึงสร้างตัวแปรตาม $\underset{\sim}{y}$ ให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรอิสระ X ให้มีการแจกแจงความคลาดเคลื่อนที่กำหนดตามรูปแบบของความสัมพันธ์ดังนี้คือ $\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ เมื่อ $\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็นความคลาดเคลื่อนที่มีรูปแบบการแจกแจงดังที่ได้กล่าวมาแล้วในตอนต้น สำหรับการสร้าง $\underset{\sim}{y}$ นั้นจะเริ่มจากการกำหนดขนาดตัวอย่าง และจำนวนตัวแปรอิสระที่ต้องการศึกษา เมื่อกำหนดพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\beta} = (1,\ 1,\ 1 \ldots 1)_{1\times(p+1)}$ ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน และลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน รวมทั้งค่าคงที่ของตัวแปรอิสระ X แล้วจึงสร้างตัวแปรตาม $\underset{\sim}{y}$ ตามรูปแบบดังกล่าว

3. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอย $\underset{\sim}{\beta}$ ของตัวแบบความถดถอยเชิงเส้นในการวิจัยครั้งนี้ คือ ตัวประมาณกำลังสองน้อยสุด (least square estimator (L.S.E))

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}} = \left(X'X\right)^{-1} X'\underset{\sim}{y}$$

4. ทำการคัดเลือกตัวแบบที่ยอมรับได้ภายในลูกโซ่

ทำการคัดเลือกตัวแบบที่ยอมรับได้ภายในลูกโซ่เดียวกันด้วยหลักการของวิธีกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง โดยการเปรียบเทียบตัวแบบเชิงซ้อน (complicated model) กับตัวแบบง่ายขึ้น (simpler model) ด้วยการทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test)

$$F_c = \frac{SS(\beta_j \middle| \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p)}{\hat{\sigma}^2}$$
$$= \frac{SS(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p) - SS(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, ..., \beta_p)}{\hat{\sigma}^2}$$

โดยจะปฏิเสธ $H_0 : \beta_j = 0$ ณ ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $F_c > F_\alpha(1, n-p-1)$

5. คำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวแบบทั้งหมดเมื่อพิจารณาตามแลตทิซ

5.1 คำนวณหาร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (Mean Absolute Percentage Error (MAPE)) เมื่อกระทำซ้ำ 500 รอบ

$$MAPE = \frac{1}{500}\sum_{j=1}^{500}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i}\right| \times 100$$

เมื่อ y_i แทนค่าสังเกตที่ i

$\hat{y}_i$ แทนค่าพยากรณ์ที่ i

n แทนขนาดตัวอย่าง

$MAPE$ แทนร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตจากการทำซ้ำ 500 รอบ

5.2 คำนวณค่าอัตราส่วนผลต่างของร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (*RDMAPE*) เพื่อใช้วัดว่าตัวแบบที่ให้ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตต่ำสุด (*MAPE*) จะดีกว่าตัวแบบอื่นกี่เปอร์เซ็นต์

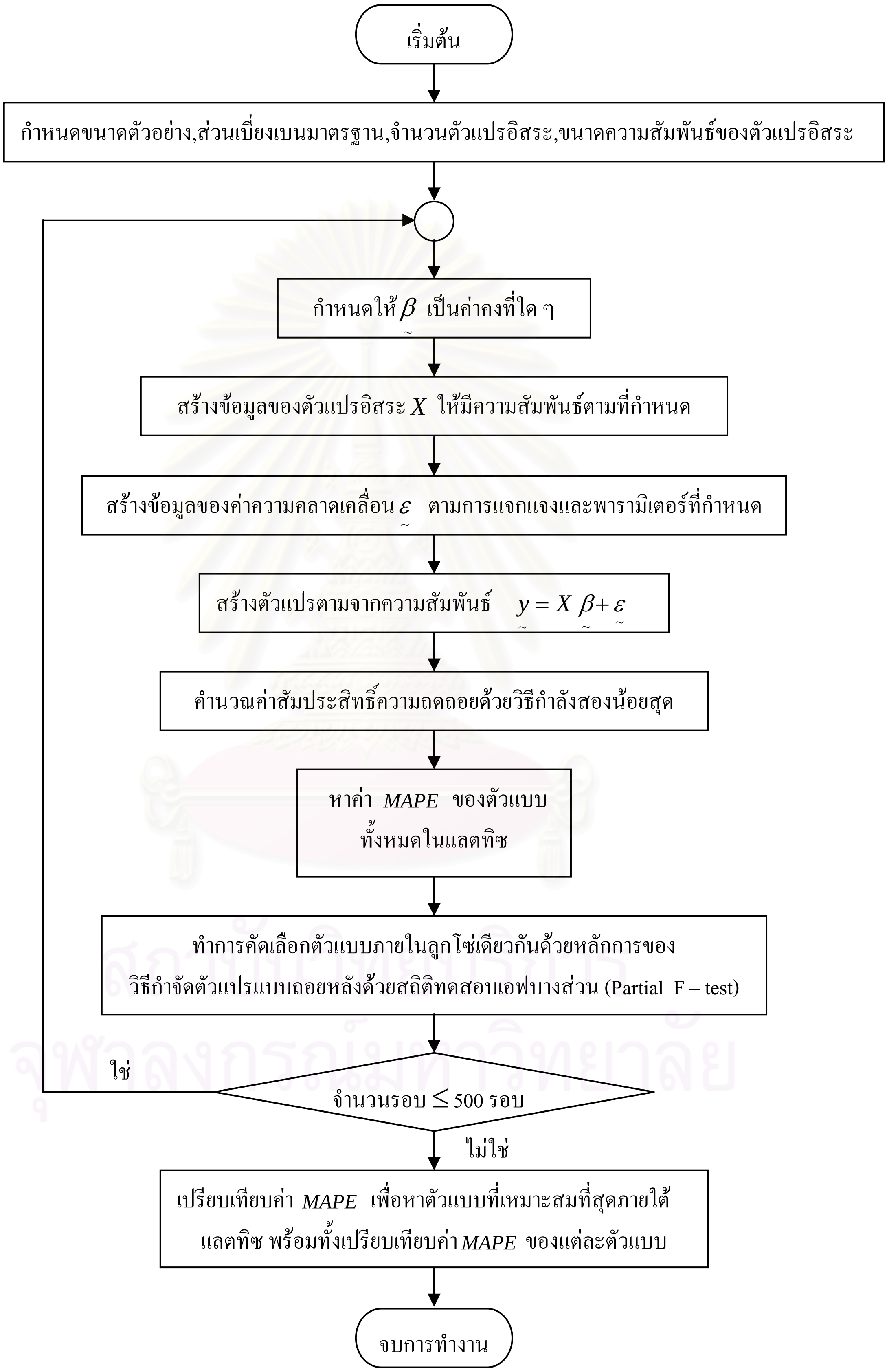
$$RDMAPE_k = \frac{(MAPE_k - MAPE_{\min})}{MAPE_{\min}} \times 100$$

เมื่อ $MAPE_k$ แทนร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตของตัวแบบที่ k ที่สนใจเปรียบเทียบ

$MAPE_{\min}$ แทนร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตที่มีค่าต่ำที่สุด

และ $RDMAPE_k$ แทนค่าอัตราส่วนผลต่างของร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกตของตัวแบบที่ k

3.4 แผนผังแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัย



บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดจากตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดในแลตทิซ และศึกษาความเหมาะสมของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบโดยทำการคัดเลือกตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นภายใต้แลตทิซ ซึ่งใช้หลักการของการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง (Backward Elimination) เพื่อหาตัวแบบที่ยอมรับได้ในแต่ละลูกโซ่ โดยทำการเปรียบเทียบตัวแบบเชิงซ้อน (complicated model) กับตัวแบบง่ายขึ้น (simpler model) ด้วยการทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test) แล้วทำการเปรียบเทียบตัวแบบที่ได้ในแต่ละลูกโซ่เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลนั้น ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (Mean Absolute Percentage Error (MAPE))

ผู้วิจัยเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3
ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4

การนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปตาราง โดยใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

n	หมายถึง	ขนาดตัวอย่างของตัวแปรอิสระแต่ละตัว
AMSE	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD	หมายถึง	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
RDAMSE	หมายถึง	ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

<u>ระดับความสัมพันธ์</u>

ระดับต่ำ	หมายถึง	$\rho = 0.05 \rightarrow 0.35$
ระดับกลาง	หมายถึง	$\rho = 0.40 \rightarrow 0.65$
ระดับสูง	หมายถึง	$\rho = 0.70 \rightarrow 0.95$

<u>กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3</u>[*]

มีตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด 8 ตัวแบบ ดังนี้

0 หมายถึง $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

1 หมายถึง $y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

2 หมายถึง $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

3 หมายถึง $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

12 หมายถึง $y = \beta_0^* + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

13 หมายถึง $y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

23 หมายถึง $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \varepsilon$

123 หมายถึง $y = \beta_0^* + \varepsilon$

และมีจำนวนลูกโซ่ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 6 ลูกโซ่ ดังนี้

ลูกโซ่ที่ 1 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 12 \rightarrow 123$ ตามลำดับ

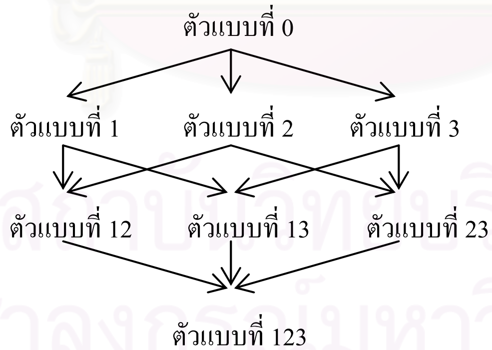
ลูกโซ่ที่ 2 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 123$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 3 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 123$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 4 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 2 \rightarrow 23 \rightarrow 123$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 5 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 13 \rightarrow 123$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 6 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 23 \rightarrow 123$ ตามลำดับ



<u>รูปที่ 4.1</u> ลักษณะลูกโซ่ เมื่อตัวแปรเริ่มต้น เท่ากับ 3 ตัวแปร

---

[*] 0 หมายถึง ไม่มีการตัดตัวแปรใดออกเลย

1,2 และ 3 หมายถึง มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว กล่าวคือ ตัวแปร X_1, X_2 และ X_3 ตามลำดับ

12, 13 และ 23 หมายถึง มีการตัดตัวแปรออกจากตัวแบบ 2 ตัว กล่าวคือ X_1 กับ X_2, X_1 กับ X_3 และ X_2 กับ X_3 ตามลำดับ

123 หมายถึง มีการตัดตัวแปรออก 3 ตัว กล่าวคือ ตัวแปร X_1, X_2 และ X_3

<u>กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4</u>*

มีตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด 16 ตัวแบบ ดังนี้

0 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

1 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

2 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

3 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

4 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

12 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

13 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

14 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

23 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

24 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

34 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

123 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_4(x_4 - \bar{x}_{.4}) + \varepsilon$

124 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_3(x_3 - \bar{x}_{.3}) + \varepsilon$

134 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

234 หมายถึง $y=\beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \varepsilon$

1234 หมายถึง $y=\beta_0^* + \varepsilon$

และมีจำนวนลูกโซ่ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 24 ลูกโซ่ ดังนี้

ลูกโซ่ที่ 1 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 12 \rightarrow 123 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 2 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 12 \rightarrow 124 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 3 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 123 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 4 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 134 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 5 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 14 \rightarrow 124 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 6 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 14 \rightarrow 134 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

---

*14, 24 และ 34 หมายถึง มีการตัดตัวแปรออกจากตัวแบบ 2 ตัว กล่าวคือ X_1 กับ X_4, X_2 กับ X_4 และ X_3 กับ X_4 ตามลำดับ

124, 134, 234 หมายถึง มีการตัดตัวแปรออก 3 ตัว กล่าวคือ ตัวแปร X_1, X_2 และ X_4 , X_1, X_3 และ X_4 และ X_2, X_3 และ X_4 ตามลำดับ

1234 หมายถึง มีการตัดตัวแปรออก 4 ตัว กล่าวคือ ตัวแปร X_1, X_2, X_3 และ X_4

ลูกโซ่ที่ 7 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 123 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 8 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 124 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 9 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 2 \rightarrow 23 \rightarrow 234 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 10 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 2 \rightarrow 23 \rightarrow 123 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 11 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 2 \rightarrow 24 \rightarrow 124 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 12 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 2 \rightarrow 24 \rightarrow 234 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 13 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 13 \rightarrow 123 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 14 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 13 \rightarrow 134 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 15 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 23 \rightarrow 123 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 16 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 23 \rightarrow 234 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 17 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 34 \rightarrow 134 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 18 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 34 \rightarrow 234 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 19 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 4 \rightarrow 14 \rightarrow 124 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 20 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 4 \rightarrow 14 \rightarrow 134 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 21 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 4 \rightarrow 24 \rightarrow 123 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 22 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 4 \rightarrow 24 \rightarrow 234 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 23 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 4 \rightarrow 34 \rightarrow 134 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

ลูกโซ่ที่ 24 ประกอบด้วย ตัวแบบ $0 \rightarrow 4 \rightarrow 34 \rightarrow 234 \rightarrow 1234$ ตามลำดับ

4.1 การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยศึกษากรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 2, 3$ และ 5 ตามลำดับ ขนาดตัวอย่างที่ใช้เท่ากับ 20, 35 และ 50 โดยศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ ณ ระดับต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ตั้งแต่ 0.05 ถึง 0.95 ซึ่งทำให้ Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix) ผลการวิจัยส่วนนี้จะนำเสนอในตารางที่ 4.1.1 – 4.1.4 โดยมีรายละเอียดของตารางที่ 4.1.1 – 4.1.4 ดังนี้

ตารางที่	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
4.1.1	1
4.1.2	2
4.1.3	3
4.1.4	5

ตารางที่ 4.1.1 การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.35,0.05,0.25) (ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0825	0.0825	0.0825	0.0825	0.0825	0.0825
		(SD)	(0.0128)	(0.0128)	(0.0128)	(0.0128)	(0.0128)	(0.0128)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0551	0.0551	0.0551	0.0551	0.0551	0.0551
		(SD)	(0.0082)	(0.0082)	(0.0082)	(0.0082)	(0.0082)	(0.0082)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0419	0.0419	0.0419	0.0419	0.0419	0.0419
		(SD)	(0.0058)	(0.0058)	(0.0058)	(0.0058)	(0.0058)	(0.0058)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.15,0.50,0.60) (ต่ำ,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0950	0.0950	0.0950	0.0950	0.0950	0.0950
		(SD)	(0.0162)	(0.0162)	(0.0162)	(0.0162)	(0.0162)	(0.0162)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0642	0.0642	0.0642	0.0642	0.0642	0.0642
		(SD)	(0.0104)	(0.0104)	(0.0104)	(0.0104)	(0.0104)	(0.0104)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0465	0.0465	0.0465	0.0465	0.0465	0.0465
		(SD)	(0.0069)	(0.0069)	(0.0069)	(0.0069)	(0.0069)	(0.0069)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.65,0.45) (กลาง,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.1004	0.1004	0.1026	0.1026	0.1026	0.1026
		(SD)	(0.0184)	(0.0184)	(0.0192)	(0.0192)	(0.0192)	(0.0192)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	2.1578	2.1578	2.1578	2.1578
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715
		(SD)	(0.0124)	(0.0124)	(0.0124)	(0.0124)	(0.0124)	(0.0124)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0529	0.0529	0.0529	0.0529	0.0529	0.0529
		(SD)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0087)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.20,0.10,0.75) (ต่ำ,ต่ำ,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.0893	0.0893	0.0879	0.0879	0.0889	0.0889
		(SD)	(0.0149)	(0.0149)	(0.0143)	(0.0143)	(0.0149)	(0.0149)
		RDMAPE	1.5916	1.5916	0.0000	0.0000	1.1676	1.1676
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.0618	0.0618	0.0613	0.0613	0.0618	0.0618
		(SD)	(0.0099)	(0.0099)	(0.0097)	(0.0097)	(0.0099)	(0.0099)
		RDMAPE	0.7403	0.7403	0.0000	0.0000	0.7403	0.7403
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0444	0.0444	0.0444	0.0444	0.0444	0.0444
		(SD)	(0.0065)	(0.0065)	(0.0065)	(0.0065)	(0.0065)	(0.0065)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.85,0.25,0.20)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
(สูง,ต่ำ,ต่ำ)		MAPE	0.0974	0.0974	0.0988	0.0988	0.0992	0.0992
		(SD)	(0.0170)	(0.0170)	(0.0176)	(0.0176)	(0.0176)	(0.0176)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	1.4271	1.4271	1.7967	1.7967
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.0657	0.0657	0.0663	0.0663	0.0663	0.0663
		(SD)	(0.0108)	(0.0108)	(0.0111)	(0.0111)	(0.0111)	(0.0111)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.9079	0.9079	0.9079	0.9079
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0476	0.0476	0.0476	0.0476	0.0476	0.0476
		(SD)	(0.0071)	(0.0071)	(0.0071)	(0.0071)	(0.0071)	(0.0071)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.05,0.30,0.95)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
(ต่ำ,สูง,ต่ำ)		MAPE	0.1005	0.1005	0.0999	0.0999	0.0983	0.0983
		(SD)	(0.0180)	(0.0180)	(0.0179)	(0.0179)	(0.0172)	(0.0172)
		RDMAPE	2.2379	2.2379	1.6063	1.6063	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.0691	0.0691	0.0691	0.0691	0.0682	0.0682
		(SD)	(0.0118)	(0.0118)	(0.0118)	(0.0118)	(0.0115)	(0.0115)
		RDMAPE	1.2971	1.2971	1.2971	1.2971	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0504	0.0504	0.0504	0.0504	0.0504	0.0504
		(SD)	(0.0078)	(0.0078)	(0.0078)	(0.0078)	(0.0078)	(0.0078)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.70,0.15,0.40)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
(สูง,ต่ำ,กลาง)		MAPE	0.0993	0.0993	0.0978	0.0978	0.1001	0.1001
		(SD)	(0.0179)	(0.0179)	(0.0172)	(0.0172)	(0.0182)	(0.0182)
		RDMAPE	1.5583	1.5583	0.0000	0.0000	2.3313	2.3313
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.0675	0.0675	0.0668	0.0668	0.0675	0.0675
		(SD)	(0.0114)	(0.0114)	(0.0111)	(0.0111)	(0.0114)	(0.0114)
		RDMAPE	1.1589	1.1589	0.0000	0.0000	1.1589	1.1589
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0493	0.0493	0.0493	0.0493	0.0493	0.0493
		(SD)	(0.0076)	(0.0076)	(0.0076)	(0.0076)	(0.0076)	(0.0076)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.10,0.50,0.80)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
(ต่ำ,กลาง,สูง)		MAPE	0.1029	0.1029	0.1016	0.1016	0.0994	0.0994
		(SD)	(0.0190)	(0.0190)	(0.0185)	(0.0185)	(0.0178)	(0.0178)
		RDMAPE	3.4604	3.4604	2.2352	2.2352	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.0714	0.0714	0.0714	0.0714	0.0702	0.0702
		(SD)	(0.0125)	(0.0125)	(0.0125)	(0.0125)	(0.0121)	(0.0121)
		RDMAPE	1.7585	1.7585	1.7585	1.7585	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516
		(SD)	(0.0082)	(0.0082)	(0.0082)	(0.0082)	(0.0082)	(0.0082)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.90,0.20) (ต่ำ,สูง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	0	0	3	3
		MAPE	0.1032	0.1032	0.1073	0.1073	0.1061	0.1061
		(SD)	(0.0187)	(0.0187)	(0.0203)	(0.0203)	(0.0195)	(0.0195)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	3.9723	3.9723	2.7945	2.7945
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.0720	0.0720	0.0736	0.0736	0.0736	0.0736
		(SD)	(0.0125)	(0.0125)	(0.0130)	(0.0130)	(0.0130)	(0.0130)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	2.2570	2.2570	2.2570	2.2570
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0539	0.0539	0.0539	0.0539	0.0539	0.0539
		(SD)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0087)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.45,0.65,0.80) (กลาง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.1203	0.1203	0.1192	0.1192	0.1156	0.1156
		(SD)	(0.0227)	(0.0227)	(0.0222)	(0.0222)	(0.0210)	(0.0210)
		RDMAPE	4.0890	4.0890	3.1280	3.1280	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.0792	0.0792	0.0787	0.0787	0.0769	0.0769
		(SD)	(0.0145)	(0.0145)	(0.0141)	(0.0141)	(0.0140)	(0.0140)
		RDMAPE	3.0029	3.0029	2.3296	2.3296	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0576	0.0576	0.0576	0.0576	0.0576	0.0576
		(SD)	(0.0096)	(0.0096)	(0.0096)	(0.0096)	(0.0096)	(0.0096)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.70,0.95,0.45) (สูง,สูง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.1205	0.1205	0.1268	0.1268	0.1254	0.1254
		(SD)	(0.0223)	(0.0223)	(0.0245)	(0.0245)	(0.0237)	(0.0237)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.2023	5.2023	4.0465	4.0465
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	3	3
		MAPE	0.0802	0.0802	0.0833	0.0833	0.0825	0.0825
		(SD)	(0.0143)	(0.0143)	(0.0153)	(0.0153)	(0.0149)	(0.0149)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	3.9086	3.9086	2.9582	2.9582
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0599	0.0599	0.0599	0.0599	0.0599	0.0599
		(SD)	(0.0101)	(0.0101)	(0.0101)	(0.0101)	(0.0101)	(0.0101)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.75,0.50,0.90) (สูง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.1282	0.1282	0.1211	0.1211	0.1270	0.1270
		(SD)	(0.0254)	(0.0254)	(0.0227)	(0.0227)	(0.0245)	(0.0245)
		RDMAPE	5.9007	5.9007	0.0000	0.0000	4.9425	4.9425
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.0869	0.0869	0.0832	0.0832	0.0863	0.0863
		(SD)	(0.0162)	(0.0162)	(0.0150)	(0.0150)	(0.0158)	(0.0158)
		RDMAPE	4.4531	4.4531	0.0000	0.0000	3.7076	3.7076
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0616	0.0616	0.0616	0.0616	0.0616	0.0616
		(SD)	(0.0105)	(0.0105)	(0.0105)	(0.0105)	(0.0105)	(0.0105)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.80,0.85)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
(กลาง,สูง,สูง)		MAPE	0.1397	0.1397	0.1386	0.1386	0.1305	0.1305
		(SD)	(0.0278)	(0.0278)	(0.0272)	(0.0272)	(0.0250)	(0.0250)
		RDMAPE	7.0918	7.0918	6.2584	6.2584	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.0981	0.0981	0.0975	0.0975	0.0932	0.0932
		(SD)	(0.0186)	(0.0186)	(0.0182)	(0.0182)	(0.0171)	(0.0171)
		RDMAPE	5.2363	5.2363	4.6351	4.6351	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0672	0.0672	0.0672	0.0672	0.0672	0.0672
		(SD)	(0.0116)	(0.0116)	(0.0116)	(0.0116)	(0.0116)	(0.0116)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.90,0.95,0.75)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
(สูง,สูง,สูง)		MAPE	0.1769	0.1645	0.1769	0.1780	0.1645	0.1780
		(SD)	(0.0360)	(0.0339)	(0.0360)	(0.0347)	(0.0343)	(0.0347)
		RDMAPE	7.5078	0.0000	7.5078	8.1852	0.0000	8.1852
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.1088	0.1088	0.1154	0.1154	0.1149	0.1149
		(SD)	(0.0203)	(0.0203)	(0.0220)	(0.0220)	(0.0216)	(0.0216)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	6.1015	6.1015	5.6246	5.6246
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.0767	0.0767	0.0798	0.0798	0.0798	0.0798
		(SD)	(0.0135)	(0.0135)	(0.0143)	(0.0143)	(0.0143)	(0.0143)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	3.9834	3.9834	3.9834	3.9834

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.95,0.80,0.90)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
(สูง,สูง,สูง)		MAPE	0.1918	0.2078	0.1918	0.2067	0.2078	0.2067
		(SD)	(0.0397)	(0.0414)	(0.0392)	(0.0418)	(0.0414)	(0.0418)
		RDMAPE	0.0000	8.3869	0.0000	7.8034	8.3869	7.8034
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.1291	0.1291	0.1219	0.1219	0.1296	0.1296
		(SD)	(0.0246)	(0.0246)	(0.0231)	(0.0231)	(0.0250)	(0.0250)
		RDMAPE	5.8978	5.8978	0.0000	0.0000	6.3458	6.3458
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.0920	0.0920	0.0884	0.0884	0.0920	0.0920
		(SD)	(0.0164)	(0.0164)	(0.0158)	(0.0158)	(0.0164)	(0.0164)
		RDMAPE	4.0203	4.0203	0.0000	0.0000	4.0203	4.0203
(0.85,0.95,0.95)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
(สูง,สูง,สูง)		MAPE	0.2703	0.2691	0.2703	0.2479	0.2691	0.2479
		(SD)	(0.0549)	(0.0564)	(0.0549)	(0.0512)	(0.0562)	(0.0512)
		RDMAPE	9.0548	8.5687	9.0548	0.0000	8.5687	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.1514	0.1514	0.1508	0.1508	0.1419	0.1419
		(SD)	(0.0298)	(0.0298)	(0.0294)	(0.0294)	(0.0272)	(0.0272)
		RDMAPE	6.7378	6.7378	6.3219	6.3219	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.1123	0.1123	0.1123	0.1123	0.1077	0.1077
		(SD)	(0.0207)	(0.0207)	(0.0207)	(0.0207)	(0.0195)	(0.0195)
		RDMAPE	4.2840	4.2840	4.2840	4.2840	0.0000	0.0000

จากตารางที่ 4.1.1 เราสามารถสรุปผลกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 ได้ดังนี้

ผู้วิจัยพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตัวแบบลดรูปที่ได้รับการเลือกจะดีกว่าตัวแบบอื่นอย่างมากที่สุด 9.05 % กรณีที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าสูง โดยที่ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นเพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น และค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่าเมื่อความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำหรือกลางจะไม่มีการเลือกตัวแบบลดรูป เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรมีค่าไม่มากนักจะทำให้การเลือกใช้ตัวแบบเต็มรูปนั้นให้ค่าประมาณที่ดีกว่าการใช้ตัวแบบลดรูป แต่ ก)เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพียงตัวใดตัวหนึ่งมีค่ามาก จะมีการเลือกตัดตัวแปรที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอื่นออกเพียงตัวเดียว และเมื่อระดับความสัมพันธ์มีค่าสูงทั้งหมดจะตัดตัวแปรออก 2 ตัว ซึ่งจะเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์น้อยที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ไว้เพียงตัวแปรเดียว โดยที่ไม่มีการเลือกตัวแบบที่มีค่าคงที่เพียงอย่างเดียวในตัวแบบเลยไม่ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงทั้งหมด และ ข) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีการเลือกตัวแบบลดรูปน้อยลง เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE ลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนมีโอกาสในการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

ตารางที่ 4.1.2 การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.35,0.05,0.25) (ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1775	0.1775	0.1775	0.1775	0.1775	0.1775
		(SD)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1194	0.1194	0.1194	0.1194	0.1194	0.1194
		(SD)	(0.0182)	(0.0182)	(0.0182)	(0.0182)	(0.0182)	(0.0182)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0943	0.0943	0.0943	0.0943	0.0943	0.0943
		(SD)	(0.0133)	(0.0133)	(0.0133)	(0.0133)	(0.0133)	(0.0133)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.15,0.50,0.60) (ต่ำ,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2136	0.2136	0.2136	0.2136	0.2136	0.2136
		(SD)	(0.0363)	(0.0363)	(0.0363)	(0.0363)	(0.0356)	(0.0356)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1409	0.1409	0.1409	0.1409	0.1409	0.1409
		(SD)	(0.0227)	(0.0227)	(0.0227)	(0.0227)	(0.0220)	(0.0220)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1214	0.1214	0.1214	0.1214	0.1214	0.1214
		(SD)	(0.0179)	(0.0179)	(0.0179)	(0.0179)	(0.0179)	(0.0179)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 2$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.65,0.45) (กลาง,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.2831	0.2831	0.2924	0.2924	0.2924	0.2924
		(SD)	(0.0508)	(0.0508)	(0.0532)	(0.0532)	(0.0532)	(0.0532)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	3.2849	3.2849	3.2849	3.2849
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.1902	0.1902	0.1949	0.1949	0.1949	0.1949
		(SD)	(0.0320)	(0.0320)	(0.0335)	(0.0335)	(0.0335)	(0.0335)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	2.4783	2.4783	2.4783	2.4783
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1591	0.1591	0.1591	0.1591	0.1591	0.1591
		(SD)	(0.0255)	(0.0255)	(0.0255)	(0.0255)	(0.0255)	(0.0255)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.20,0.10,0.75) (ต่ำ,ต่ำ,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.2046	0.2046	0.1997	0.1997	0.2035	0.2035
		(SD)	(0.0344)	(0.0344)	(0.0330)	(0.0330)	(0.0342)	(0.0342)
		RDMAPE	2.4724	2.4724	0.0000	0.0000	1.8848	1.8848
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.1306	0.1306	0.1288	0.1288	0.1306	0.1306
		(SD)	(0.0205)	(0.0205)	(0.0198)	(0.0198)	(0.0205)	(0.0205)
		RDMAPE	1.4244	1.4244	0.0000	0.0000	1.4244	1.4244
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1075	0.1075	0.1075	0.1075	0.1075	0.1075
		(SD)	(0.0155)	(0.0155)	(0.0155)	(0.0155)	(0.0155)	(0.0155)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ
ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.85,0.25,0.20) (สูง,ต่ำ,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
		MAPE	0.2249	0.2249	0.2298	0.2298	0.2310	0.2310
		(SD)	(0.0378)	(0.0378)	(0.0394)	(0.0394)	(0.0396)	(0.0396)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	2.2058	2.2058	2.7351	2.7351
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.1518	0.1518	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543
		(SD)	(0.0240)	(0.0240)	(0.0250)	(0.0250)	(0.0250)	(0.0250)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	1.6561	1.6561	1.6561	1.6561
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1273	0.1273	0.1273	0.1273	0.1273	0.1273
		(SD)	(0.0189)	(0.0189)	(0.0189)	(0.0189)	(0.0189)	(0.0189)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.05,0.30,0.95) (ต่ำ,สูง,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.2609	0.2609	0.2586	0.2586	0.2523	0.2523
		(SD)	(0.0459)	(0.0459)	(0.0455)	(0.0455)	(0.0437)	(0.0437)
		RDMAPE	3.3916	3.3916	2.4963	2.4963	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.1768	0.1768	0.1768	0.1768	0.1734	0.1734
		(SD)	(0.0291)	(0.0291)	(0.0291)	(0.0291)	(0.0281)	(0.0281)
		RDMAPE	1.9629	1.9629	1.9629	1.9629	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446
		(SD)	(0.0223)	(0.0223)	(0.0223)	(0.0223)	(0.0223)	(0.0223)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 2$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.70,0.15,0.40) (สูง,ต่ำ,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
		MAPE	0.2437	0.2437	0.2382	0.2382	0.2468	0.2468
		(SD)	(0.0421)	(0.0421)	(0.0405)	(0.0405)	(0.0432)	(0.0432)
		RDMAPE	2.3258	2.3258	0.0000	0.0000	3.5974	3.5974
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.1642	0.1642	0.1610	0.1610	0.1642	0.1642
		(SD)	(0.0269)	(0.0269)	(0.0258)	(0.0258)	(0.0269)	(0.0269)
		RDMAPE	2.0030	2.0030	0.0000	0.0000	2.0030	2.0030
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1325	0.1325	0.1325	0.1325	0.1325	0.1325
		(SD)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.10,0.50,0.80) (ต่ำ,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.2831	0.2831	0.2792	0.2792	0.2694	0.2694
		(SD)	(0.0508)	(0.0508)	(0.0495)	(0.0495)	(0.0471)	(0.0471)
		RDMAPE	5.0943	5.0943	3.6377	3.6377	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.1919	0.1919	0.1897	0.1897	0.1848	0.1848
		(SD)	(0.0329)	(0.0329)	(0.0318)	(0.0318)	(0.0303)	(0.0303)
		RDMAPE	3.8694	3.8694	2.7002	2.7002	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1518	0.1518	0.1518	0.1518	0.1518	0.1518
		(SD)	(0.0237)	(0.0237)	(0.0237)	(0.0237)	(0.0237)	(0.0237)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.90,0.20) (ต่ำ,สูง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	0	0	3	3
		MAPE	0.2905	0.2905	0.3079	0.3079	0.3028	0.3028
		(SD)	(0.0517)	(0.0517)	(0.0561)	(0.0561)	(0.0545)	(0.0545)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	6.0043	6.0043	4.2317	4.2317
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	3	3
		MAPE	0.2017	0.2017	0.2107	0.2107	0.2081	0.2081
		(SD)	(0.0339)	(0.0339)	(0.0365)	(0.0365)	(0.0354)	(0.0354)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	4.5057	4.5057	3.1736	3.1736
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1636	0.1636	0.1636	0.1636	0.1636	0.1636
		(SD)	(0.0259)	(0.0259)	(0.0259)	(0.0259)	(0.0259)	(0.0259)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.45,0.65,0.80) (กลาง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.3743	0.3743	0.3694	0.3694	0.3525	0.3525
		(SD)	(0.0692)	(0.0692)	(0.0675)	(0.0675)	(0.0639)	(0.0639)
		RDMAPE	6.1770	6.1770	4.7856	4.7856	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.2427	0.2427	0.2402	0.2402	0.2318	0.2318
		(SD)	(0.0428)	(0.0428)	(0.0416)	(0.0416)	(0.0397)	(0.0397)
		RDMAPE	4.6960	4.6960	3.6171	3.6171	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1735	0.1735	0.1735	0.1735	0.1735	0.1735
		(SD)	(0.0281)	(0.0281)	(0.0281)	(0.0281)	(0.0281)	(0.0281)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.70,0.95,0.45) (สูง,สูง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.3791	0.3791	0.4083	0.4083	0.4017	0.4017
		(SD)	(0.0692)	(0.0692)	(0.0761)	(0.0761)	(0.0740)	(0.0740)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	7.6948	7.6948	5.9639	5.9639
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	3	3
		MAPE	0.2513	0.2513	0.2658	0.2658	0.2626	0.2626
		(SD)	(0.0432)	(0.0432)	(0.0474)	(0.0474)	(0.0460)	(0.0460)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.7536	5.7536	4.4614	4.4614
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1849	0.1849	0.1849	0.1849	0.1849	0.1849
		(SD)	(0.0302)	(0.0302)	(0.0302)	(0.0302)	(0.0302)	(0.0302)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.75,0.50,0.90) (สูง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.4427	0.4427	0.4065	0.4065	0.4369	0.4369
		(SD)	(0.0830)	(0.0830)	(0.0745)	(0.0745)	(0.0809)	(0.0809)
		RDMAPE	8.8957	8.8957	0.0000	0.0000	7.4812	7.4812
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.2903	0.2903	0.2731	0.2731	0.2874	0.2874
		(SD)	(0.0520)	(0.0520)	(0.0476)	(0.0476)	(0.0508)	(0.0508)
		RDMAPE	6.2991	6.2991	0.0000	0.0000	5.2390	5.2390
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1976	0.1976	0.1976	0.1976	0.1976	0.1976
		(SD)	(0.0326)	(0.0326)	(0.0326)	(0.0326)	(0.0326)	(0.0326)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 2$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.80,0.85) (กลาง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.4997	0.4997	0.4938	0.4938	0.4517	0.4517
		(SD)	(0.0949)	(0.0949)	(0.0926)	(0.0926)	(0.0839)	(0.0839)
		RDMAPE	10.6081	10.6081	9.3071	9.3071	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.3385	0.3385	0.3357	0.3357	0.3148	0.3148
		(SD)	(0.0616)	(0.0616)	(0.0599)	(0.0599)	(0.0555)	(0.0555)
		RDMAPE	7.5437	7.5437	6.6504	6.6504	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2293	0.2293	0.2293	0.2293	0.2293	0.2293
		(SD)	(0.0385)	(0.0385)	(0.0385)	(0.0385)	(0.0385)	(0.0385)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.90,0.95,0.75) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
		MAPE	0.6255	0.5617	0.6255	0.6305	0.5617	0.6305
		(SD)	(0.1186)	(0.1053)	(0.1186)	(0.1213)	(0.1053)	(0.1204)
		RDMAPE	11.3516	0.0000	11.3516	12.2382	0.0000	12.2382
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.4033	0.4033	0.4379	0.4379	0.4354	0.4354
		(SD)	(0.0735)	(0.0719)	(0.0815)	(0.0815)	(0.0776)	(0.0794)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	8.5934	8.5934	7.9703	7.9703
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.2767	0.2767	0.2920	0.2920	0.2920	0.2920
		(SD)	(0.0464)	(0.0464)	(0.0496)	(0.0496)	(0.0496)	(0.0496)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.5157	5.5157	5.5157	5.5157

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.95,0.80,0.90)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
(สูง,สูง,สูง)		MAPE	0.6825	0.7680	0.6825	0.7623	0.7680	0.7623
		(SD)	(0.1294)	(0.1496)	(0.1294)	(0.1458)	(0.1484)	(0.1458)
		RDMAPE	0.0000	12.5275	0.0000	11.6923	12.5275	11.6923
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.5371	0.5371	0.4970	0.4970	0.5412	0.5412
		(SD)	(0.0896)	(0.0975)	(0.0896)	(0.0906)	(0.0997)	(0.0997)
		RDMAPE	8.0584	8.0584	0.0000	0.0000	8.8833	8.8833
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.3436	0.3436	0.3249	0.3249	0.3436	0.3436
		(SD)	(0.0594)	(0.0594)	(0.0555)	(0.0555)	(0.0594)	(0.0594)
		RDMAPE	5.7631	5.7631	0.0000	0.0000	5.7631	5.7631
(0.85,0.95,0.95)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
(สูง,สูง,สูง)		MAPE	0.9245	0.9149	0.9245	0.8102	0.9149	0.8102
		(SD)	(0.1806)	(0.1771)	(0.1800)	(0.1774)	(0.1771)	(0.1774)
		RDMAPE	14.1046	12.9173	14.1046	0.0000	12.9173	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.6637	0.6637	0.6591	0.6591	0.6045	0.6045
		(SD)	(0.1254)	(0.1254)	(0.1214)	(0.1202)	(0.1114)	(0.1202)
		RDMAPE	9.8030	9.8030	9.0454	9.0454	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.4273	0.4273	0.4273	0.4273	0.4021	0.4021
		(SD)	(0.0749)	(0.0749)	(0.0749)	(0.0749)	(0.0692)	(0.0692)
		RDMAPE	6.2768	6.2768	6.2768	6.2768	0.0000	0.0000

จากตารางที่ 4.1.2 เราสามารถสรุปผลกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 ได้ดังนี้

ผู้วิจัยพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตัวแบบลดรูปที่ได้รับการเลือกจะดีกว่าตัวแบบอื่นอย่างมากที่สุด 14.10 % กรณีที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าสูง โดยที่ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น และค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่า ก) เมื่อความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำหรือกลางจะไม่มีการเลือกตัวแบบลดรูป เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปร จะทำให้การเลือกใช้ตัวแบบเต็มรูปนั้นให้ค่าประมาณที่ดีกว่าการใช้ตัวแบบลดรูป และมีการเลือกตัวแบบลดรูปทุกลูกโซ่ เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูง 2 ค่าขึ้นไป เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้น ทำให้ความแปรปรวนในการประมาณมีมากขึ้น ซึ่งส่งผลให้การเลือกตัวแบบลดรูปมีมากขึ้น ข) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพียงตัวใดตัวหนึ่งมีค่ามาก จะมีการเลือกตัดตัวแปรที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอื่นออกเพียงตัวเดียว และเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับสูงทั้งหมดจะตัดตัวแปรออก 2 ตัว ซึ่งจะเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์น้อยที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ไว้เพียงตัวแปรเดียว โดยที่ไม่มีการเลือกตัวแบบที่มีค่าคงที่เพียงอย่างเดียวในตัวแบบเลยไม่ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงทั้งหมด และ ค) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีการเลือกตัวแบบลดรูปน้อยลง เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE ลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนมีโอกาสในการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.2 เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้น ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDMAPE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้มีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นเมื่อเทียบกับขนาดตัวอย่างที่เท่ากัน

ตารางที่ 4.1.3 การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 3$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.35,0.05,0.25) (ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.4070	0.4070	0.3993	0.3993	0.4070	0.4070
		(SD)	(0.0716)	(0.0716)	(0.0690)	(0.0690)	(0.0716)	(0.0716)
		RDMAPE	1.9406	1.9406	0.0000	0.0000	1.9406	1.9406
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.2756	0.2756	0.2756	0.2756	0.2756	0.2756
		(SD)	(0.0457)	(0.0457)	(0.0449)	(0.0449)	(0.0457)	(0.0457)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2144	0.2144	0.2144	0.2144	0.2144	0.2144
		(SD)	(0.0328)	(0.0328)	(0.0328)	(0.0328)	(0.0328)	(0.0328)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.15,0.50,0.60) (ต่ำ,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.4816	0.4816	0.4816	0.4816	0.4705	0.4705
		(SD)	(0.0874)	(0.0874)	(0.0874)	(0.0874)	(0.0838)	(0.0838)
		RDMAPE	2.3571	2.3571	2.3571	2.3571	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.3183	0.3183	0.3183	0.3183	0.3128	0.3128
		(SD)	(0.0546)	(0.0546)	(0.0546)	(0.0546)	(0.0526)	(0.0526)
		RDMAPE	1.7583	1.7583	1.7583	1.7583	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2418	0.2418	0.2418	0.2418	0.2418	0.2418
		(SD)	(0.0382)	(0.0382)	(0.0382)	(0.0382)	(0.0382)	(0.0382)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.65,0.45)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
(กลาง,กลาง,กลาง)		MAPE	0.6052	0.6052	0.6384	0.6384	0.6378	0.6378
		(SD)	(0.1173)	(0.1173)	(0.1263)	(0.1263)	(0.1262)	(0.1262)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.4831	5.4831	5.3905	5.3905
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.3678	0.3678	0.3816	0.3816	0.3816	0.3816
		(SD)	(0.0674)	(0.0674)	(0.0706)	(0.0706)	(0.0706)	(0.0706)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	3.7365	3.7365	3.7365	3.7365
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815
		(SD)	(0.0489)	(0.0489)	(0.0489)	(0.0489)	(0.0489)	(0.0489)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.20,0.10,0.75)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
(ต่ำ,ต่ำ,สูง)		MAPE	0.4671	0.4671	0.4494	0.4494	0.4625	0.4625
		(SD)	(0.0832)	(0.0832)	(0.0790)	(0.0790)	(0.0832)	(0.0832)
		RDMAPE	3.9275	3.9275	0.0000	0.0000	2.9172	2.9172
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.2905	0.2905	0.2842	0.2842	0.2905	0.2905
		(SD)	(0.0486)	(0.0486)	(0.0469)	(0.0469)	(0.0486)	(0.0486)
		RDMAPE	2.2167	2.2167	0.0000	0.0000	2.2167	2.2167
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2217	0.2217	0.2217	0.2217	0.2217	0.2217
		(SD)	(0.0344)	(0.0344)	(0.0344)	(0.0344)	(0.0344)	(0.0344)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.85,0.25,0.20) (สูง,ต่ำ,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
		MAPE	0.4937	0.4937	0.5112	0.5112	0.5159	0.5159
		(SD)	(0.0895)	(0.0895)	(0.0939)	(0.0939)	(0.0947)	(0.0947)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	3.5447	3.5447	4.4991	4.4991
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.3205	0.3205	0.3291	0.3291	0.3291	0.3291
		(SD)	(0.0552)	(0.0552)	(0.0572)	(0.0572)	(0.0572)	(0.0572)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	2.6731	2.6731	2.6731	2.6731
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2504	0.2504	0.2504	0.2504	0.2504	0.2504
		(SD)	(0.0406)	(0.0406)	(0.0406)	(0.0406)	(0.0406)	(0.0406)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.05,0.30,0.95) (ต่ำ,สูง,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.5811	0.5811	0.5724	0.5724	0.5503	0.5503
		(SD)	(0.1123)	(0.1123)	(0.1089)	(0.1089)	(0.1029)	(0.1029)
		RDMAPE	5.5969	5.5969	4.0160	4.0160	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.3536	0.3536	0.3536	0.3536	0.3426	0.3426
		(SD)	(0.0632)	(0.0632)	(0.0632)	(0.0632)	(0.0606)	(0.0606)
		RDMAPE	3.2077	3.2077	3.2077	3.2077	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2682	0.2682	0.2682	0.2682	0.2682	0.2682
		(SD)	(0.0448)	(0.0448)	(0.0448)	(0.0448)	(0.0448)	(0.0448)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.70,0.15,0.40) (สูง,ต่ำ,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
		MAPE	0.5367	0.5367	0.5168	0.5168	0.5469	0.5469
		(SD)	(0.1004)	(0.1004)	(0.0951)	(0.0951)	(0.1035)	(0.1035)
		RDMAPE	3.8633	3.8633	0.0000	0.0000	5.8295	5.8295
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.3413	0.3413	0.3304	0.3304	0.3413	0.3413
		(SD)	(0.0601)	(0.0601)	(0.0576)	(0.0576)	(0.0610)	(0.0610)
		RDMAPE	3.2839	3.2839	0.0000	0.0000	3.2839	3.2839
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2596	0.2596	0.2596	0.2596	0.2596	0.2596
		(SD)	(0.0427)	(0.0427)	(0.0427)	(0.0427)	(0.0427)	(0.0427)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.10,0.50,0.80) (ต่ำ,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.6374	0.6374	0.6195	0.6195	0.5868	0.5868
		(SD)	(0.1238)	(0.1238)	(0.1190)	(0.1190)	(0.1119)	(0.1119)
		RDMAPE	8.6208	8.6208	5.5842	5.5842	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.3758	0.3758	0.3758	0.3758	0.3589	0.3589
		(SD)	(0.0692)	(0.0692)	(0.0685)	(0.0685)	(0.0649)	(0.0649)
		RDMAPE	4.7160	4.7160	4.7160	4.7160	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2747	0.2747	0.2747	0.2747	0.2747	0.2747
		(SD)	(0.0468)	(0.0468)	(0.0468)	(0.0468)	(0.0468)	(0.0468)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.90,0.20) (ต่ำ,สูง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	0	0	3	3
		MAPE	0.6247	0.6247	0.6863	0.6863	0.6681	0.6681
		(SD)	(0.1200)	(0.1200)	(0.1350)	(0.1350)	(0.1298)	(0.1298)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	9.8671	9.8671	6.9546	6.9546
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.3727	0.3727	0.3936	0.3936	0.3936	0.3936
		(SD)	(0.0679)	(0.0679)	(0.0729)	(0.0729)	(0.0729)	(0.0729)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.6050	5.6050	5.6050	5.6050
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2851	0.2851	0.2851	0.2851	0.2851	0.2851
		(SD)	(0.0493)	(0.0493)	(0.0493)	(0.0493)	(0.0493)	(0.0493)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.45,0.65,0.80) (กลาง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.7846	0.7846	0.7665	0.7665	0.7109	0.7109
		(SD)	(0.1563)	(0.1563)	(0.1520)	(0.1520)	(0.1395)	(0.1395)
		RDMAPE	10.3749	10.3749	7.8330	7.8330	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.4754	0.4754	0.4680	0.4680	0.4437	0.4437
		(SD)	(0.0902)	(0.0902)	(0.0880)	(0.0880)	(0.0826)	(0.0826)
		RDMAPE	7.1413	7.1413	5.4767	5.4767	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.3544	0.3544	0.3544	0.3544	0.3544	0.3544
		(SD)	(0.0626)	(0.0626)	(0.0626)	(0.0626)	(0.0626)	(0.0626)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 3$

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.70,0.95,0.45)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	2	13	3
(สูง,สูง,กลาง)		MAPE	0.8674	0.7876	0.8674	0.8901	0.7876	0.8831
		(SD)	(0.1752)	(0.1569)	(0.1752)	(0.1823)	(0.1569)	(0.1797)
		RDMAPE	10.1290	0.0000	10.1290	13.0142	0.0000	12.1255
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.4835	0.4835	0.5246	0.5246	0.5173	0.5173
		(SD)	(0.0923)	(0.0915)	(0.1020)	(0.1020)	(0.0915)	(0.0994)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	8.4943	8.4943	6.9907	6.9907
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.3822	0.3822	0.3904	0.3904	0.3904	0.3904
		(SD)	(0.0685)	(0.0685)	(0.0712)	(0.0712)	(0.0712)	(0.0712)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	2.1530	2.1530	2.1530	2.1530
(0.75,0.50,0.90)	n = 20	ตัวแบบที่	12	1	12	23	3	23
(สูง,กลาง,สูง)		MAPE	0.9789	1.0002	0.9789	0.8713	0.9897	0.8713
		(SD)	(0.1997)	(0.2063)	(0.1997)	(0.1760)	(0.2038)	(0.1760)
		RDMAPE	12.3590	14.7991	12.3590	0.0000	13.5940	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.6049	0.6049	0.5546	0.5546	0.6014	0.6014
		(SD)	(0.1187)	(0.1187)	(0.1073)	(0.1062)	(0.1076)	(0.1062)
		RDMAPE	9.0651	9.0651	0.0000	0.0000	8.4421	8.4421
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.4851	0.4851	0.4587	0.4587	0.4851	0.4851
		(SD)	(0.0895)	(0.0895)	(0.0833)	(0.0833)	(0.0895)	(0.0895)
		RDMAPE	5.7658	5.7658	0.0000	0.0000	5.7658	5.7658

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.80,0.85)	n = 20	ตัวแบบที่	1	13	2	23	13	23
(กลาง,สูง,สูง)		MAPE	1.1585	1.1287	1.1549	0.9963	1.1297	0.9963
		(SD)	(0.2444)	(0.2379)	(0.2421)	(0.2044)	(0.2347)	(0.2044)
		RDMAPE	16.2818	13.2859	15.9184	0.0000	13.3863	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.7090	0.7090	0.6975	0.6975	0.6378	0.6378
		(SD)	(0.1432)	(0.1432)	(0.1388)	(0.1362)	(0.1264)	(0.1362)
		RDMAPE	11.1740	11.1740	9.3718	9.3718	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.5786	0.5786	0.5786	0.5786	0.5421	0.5421
		(SD)	(0.1087)	(0.1087)	(0.1087)	(0.1087)	(0.1005)	(0.1005)
		RDMAPE	6.7332	6.7332	6.7332	6.7332	0.0000	0.0000
(0.90,0.95,0.75)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
(สูง,สูง,สูง)		MAPE	1.5380	1.3084	1.5380	1.5481	1.3084	1.5481
		(SD)	(0.3234)	(0.2718)	(0.3234)	(0.3322)	(0.2718)	(0.3297)
		RDMAPE	17.5482	0.0000	17.5482	18.3201	0.0000	18.3201
	n = 35	ตัวแบบที่	12	13	12	2	13	3
		MAPE	0.8784	0.7842	0.8784	0.8898	0.7842	0.8861
		(SD)	(0.1759)	(0.1557)	(0.1759)	(0.1800)	(0.1557)	(0.1819)
		RDMAPE	12.0185	0.0000	12.0185	13.4615	0.0000	12.9941
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	0.6623	0.6623	0.7209	0.7209	0.7125	0.7125
		(SD)	(0.1250)	(0.1250)	(0.1375)	(0.1375)	(0.1359)	(0.1359)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	8.8468	8.8468	7.5780	7.5780

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.95,0.80,0.90) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
		MAPE	1.8236	2.1827	1.8236	2.1623	2.1827	2.1623
		(SD)	(0.3836)	(0.4476)	(0.3836)	(0.4391)	(0.4507)	(0.4391)
		RDMAPE	0.0000	19.6937	0.0000	18.5761	19.6937	18.5761
	n = 35	ตัวแบบที่	12	1	12	23	3	23
		MAPE	1.1897	1.3569	1.1897	1.3432	1.3608	1.3432
		(SD)	(0.2382)	(0.2771)	(0.2382)	(0.2725)	(0.2792)	(0.2725)
		RDMAPE	0.0000	14.0540	0.0000	12.9015	14.3827	12.9015
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.0591	1.0591	0.9725	0.9725	1.0632	1.0632
		(SD)	(0.2046)	(0.2046)	(0.1850)	(0.1850)	(0.2046)	(0.2046)
		RDMAPE	8.9029	8.9029	0.0000	0.0000	9.3221	9.3221
(0.85,0.95,0.95) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
		MAPE	2.8516	2.8318	2.8516	2.3465	2.8318	2.3465
		(SD)	(0.6179)	(0.6088)	(0.6188)	(0.4993)	(0.6088)	(0.4993)
		RDMAPE	21.5257	20.6819	21.5257	0.0000	20.6819	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	13	2	23	13	23
		MAPE	1.8454	1.8315	1.8420	1.5911	1.8315	1.5911
		(SD)	(0.3829)	(0.3771)	(0.3850)	(0.3228)	(0.3771)	(0.3228)
		RDMAPE	15.9817	15.1090	15.7709	0.0000	15.1090	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.3959	1.4019	1.3863	1.3863	1.2632	1.2632
		(SD)	(0.2731)	(0.2742)	(0.2712)	(0.2712)	(0.2435)	(0.2435)
		RDMAPE	10.5047	10.9797	9.7416	9.7416	0.0000	0.0000

จากตารางที่ 4.1.3 เราสามารถสรุปผลกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 ได้ดังนี้

ผู้วิจัยพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตัวแบบลดรูปที่ได้รับการเลือกจะดีกว่าตัวแบบอื่นอย่างมากที่สุด 21.53 % กรณีที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าสูง โดยที่ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น และค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่า ก) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยมีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นที่ความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำหรือกลาง และมีการเลือกตัวแบบลดรูปทุกลูกโซ่ เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูง 2 ค่าขึ้นไป เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้น ทำให้ความแปรปรวนในการประมาณมีมากขึ้น ซึ่งส่งผลให้การเลือกตัวแบบลดรูปมีมากขึ้น ข) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพียงตัวใดตัวหนึ่งมีค่ามาก จะมีการเลือกตัดตัวแปรที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอื่นออกเพียงตัวเดียว และเมื่อระดับความสัมพันธ์มีค่ามาก 2 ค่าขึ้นไปจะตัดตัวแปรออก 2 ตัว ซึ่งจะเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้เพียงตัวแปรเดียว โดยที่ไม่มีการเลือกตัวแบบที่มีค่าคงที่เพียงอย่างเดียวในตัวแบบเลยไม่ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงทั้งหมด และ ค)เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีการเลือกตัวแบบลดรูปน้อยลง เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE ลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนมีโอกาสในการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.3 เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDMAPE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้มีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นเมื่อเทียบกับขนาดตัวอย่างที่เท่ากัน

<u>ตารางที่ 4.1.4</u> การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.35,0.05,0.25)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		MAPE	1.1382	1.1382	1.1039	1.1039	1.1382	1.1382
		(SD)	(0.2092)	(0.2092)	(0.2006)	(0.2006)	(0.2135)	(0.2135)
		RDMAPE	3.1044	3.1044	0.0000	0.0000	3.1044	3.1044
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	0.8213	0.8213	0.8044	0.8044	0.8213	0.8213
		(SD)	(0.1434)	(0.1434)	(0.1381)	(0.1381)	(0.1434)	(0.1434)
		RDMAPE	2.1008	2.1008	0.0000	0.0000	2.1008	2.1008
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.6135	0.6135	0.6135	0.6135	0.6135	0.6135
		(SD)	(0.0991)	(0.0991)	(0.0991)	(0.0991)	(0.0991)	(0.0991)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.15,0.50,0.60)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
(ต่ำ,กลาง,กลาง)		MAPE	1.2807	1.2807	1.2768	1.2768	1.2308	1.2308
		(SD)	(0.2597)	(0.2597)	(0.2566)	(0.2566)	(0.2316)	(0.2316)
		RDMAPE	4.0543	4.0543	3.7374	3.7374	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.9229	0.9229	0.9217	0.9217	0.8973	0.8973
		(SD)	(0.1700)	(0.1700)	(0.1672)	(0.1672)	(0.1599)	(0.1599)
		RDMAPE	2.8560	2.8560	2.7156	2.7156	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.7018	0.7018	0.7018	0.7018	0.7018	0.7018
		(SD)	(0.1180)	(0.1180)	(0.1180)	(0.1180)	(0.1180)	(0.1180)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ
ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่					
			#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.65,0.45) (กลาง,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.5061	1.5061	1.6385	1.6385	1.6360	1.6360
		(SD)	(0.3085)	(0.3085)	(0.3437)	(0.3437)	(0.3400)	(0.3400)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	8.7905	8.7905	8.6252	8.6252
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.9763	0.9763	1.0358	1.0358	1.0358	1.0358
		(SD)	(0.1907)	(0.1907)	(0.2056)	(0.2056)	(0.2056)	(0.2056)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	6.0890	6.0890	6.0890	6.0890
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.8368	0.8368	0.8368	0.8368	0.8368	0.8368
		(SD)	(0.1551)	(0.1551)	(0.1551)	(0.1551)	(0.1551)	(0.1551)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.20,0.10,0.75) (ต่ำ,ต่ำ,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	1.2612	1.2612	1.1854	1.1854	1.2406	1.2406
		(SD)	(0.2384)	(0.2384)	(0.2193)	(0.2193)	(0.2369)	(0.2369)
		RDMAPE	6.3905	6.3905	0.0000	0.0000	4.6523	4.6523
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.9073	0.9073	0.8684	0.8684	0.8968	0.8968
		(SD)	(0.1632)	(0.1632)	(0.1519)	(0.1519)	(0.1607)	(0.1607)
		RDMAPE	4.4771	4.4771	0.0000	0.0000	3.2726	3.2726
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.6679	0.6679	0.6679	0.6679	0.6679	0.6679
		(SD)	(0.1105)	(0.1105)	(0.1105)	(0.1105)	(0.1105)	(0.1105)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาด		ลูกโซ่					
(X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ตัวอย่าง		#1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.85,0.25,0.20)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
(สูง,ต่ำ,ต่ำ)		MAPE	1.3034	1.3034	1.3781	1.3781	1.3967	1.3967
		(SD)	(0.2494)	(0.2522)	(0.2494)	(0.2682)	(0.2763)	(0.2763)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.7315	5.7315	7.1602	7.1602
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
		MAPE	0.9031	0.9031	0.9385	0.9385	0.9486	0.9486
		(SD)	(0.1644)	(0.1644)	(0.1744)	(0.1744)	(0.1797)	(0.1797)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	3.9263	3.9263	5.0448	5.0448
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.7365	0.7365	0.7365	0.7365	0.7365	0.7365
		(SD)	(0.1268)	(0.1268)	(0.1268)	(0.1268)	(0.1268)	(0.1268)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.05,0.30,0.95)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
(ต่ำ,สูง,ต่ำ)		MAPE	1.5289	1.5289	1.4938	1.4938	1.4035	1.4035
		(SD)	(0.3107)	(0.3107)	(0.3001)	(0.2943)	(0.2792)	(0.2943)
		RDMAPE	8.9334	8.9334	6.4326	6.4326	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	0.9841	0.9841	0.9674	0.9674	0.9256	0.9256
		(SD)	(0.1902)	(0.1902)	(0.1840)	(0.1840)	(0.1737)	(0.1737)
		RDMAPE	6.3102	6.3102	4.5121	4.5121	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.7812	0.7812	0.7812	0.7812	0.7812	0.7812
		(SD)	(0.1388)	(0.1388)	(0.1388)	(0.1388)	(0.1388)	(0.1388)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.70,0.15,0.40)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
(สูง,ต่ำ,กลาง)		MAPE	1.4316	1.4316	1.3468	1.3468	1.4724	1.4724
		(SD)	(0.2778)	(0.2833)	(0.2778)	(0.2651)	(0.2965)	(0.2965)
		RDMAPE	6.2964	6.2964	0.0000	0.0000	9.3228	9.3228
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	0	0
		MAPE	0.9547	0.9547	0.9143	0.9143	0.9739	0.9739
		(SD)	(0.1786)	(0.1786)	(0.1685)	(0.1685)	(0.1850)	(0.1850)
		RDMAPE	4.4159	4.4159	0.0000	0.0000	6.5155	6.5155
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.7594	0.7594	0.7594	0.7594	0.7594	0.7594
		(SD)	(0.1325)	(0.1325)	(0.1325)	(0.1325)	(0.1325)	(0.1325)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.10,0.50,0.80)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
(ต่ำ,กลาง,สูง)		MAPE	1.6450	1.6450	1.5932	1.5932	1.4624	1.4624
		(SD)	(0.3404)	(0.3404)	(0.3262)	(0.3190)	(0.2970)	(0.3190)
		RDMAPE	12.4898	12.4898	8.9508	8.9508	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	2	2	3	3
		MAPE	1.0425	1.0425	1.0183	1.0183	0.9589	0.9589
		(SD)	(0.2048)	(0.2048)	(0.1974)	(0.1974)	(0.1829)	(0.1829)
		RDMAPE	8.7254	8.7254	6.1984	6.1984	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.8241	0.8241	0.8241	0.8241	0.8241	0.8241
		(SD)	(0.1488)	(0.1488)	(0.1488)	(0.1488)	(0.1488)	(0.1488)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.90,0.20) (ต่ำ,สูง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	0	0	3	3
		MAPE	1.5825	1.5825	1.8040	1.8040	1.7561	1.7561
		(SD)	(0.3252)	(0.3212)	(0.3792)	(0.3792)	(0.3212)	(0.3643)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	13.9958	13.9958	10.9748	10.9748
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	0	0	3	3
		MAPE	1.0537	1.0537	1.1566	1.1566	1.1342	1.1342
		(SD)	(0.2032)	(0.2032)	(0.2284)	(0.2284)	(0.2214)	(0.2214)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	9.7661	9.7661	7.6392	7.6392
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.8863	0.8863	0.8863	0.8863	0.8863	0.8863
		(SD)	(0.1621)	(0.1621)	(0.1621)	(0.1621)	(0.1621)	(0.1621)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(0.45,0.65,0.80) (กลาง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	1	12	23	3	23
		MAPE	1.9328	1.9835	1.9328	1.7269	1.9870	1.7269
		(SD)	(0.4111)	(0.4150)	(0.4083)	(0.3578)	(0.4150)	(0.3578)
		RDMAPE	11.9253	14.8613	11.9253	0.0000	15.0640	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.3065	1.3065	1.2801	1.2801	1.1824	1.1824
		(SD)	(0.2655)	(0.2655)	(0.2563)	(0.2563)	(0.2330)	(0.2330)
		RDMAPE	10.4902	10.4902	8.2589	8.2589	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	0.9947	0.9947	0.9947	0.9947	0.9353	0.9353
		(SD)	(0.1891)	(0.1891)	(0.1891)	(0.1891)	(0.1752)	(0.1752)
		RDMAPE	6.3504	6.3504	6.3504	6.3504	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.70,0.95,0.45) (สูง,สูง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	2	13	3
		MAPE	2.1023	1.8576	2.1023	2.1596	1.8576	2.1681
		(SD)	(0.4474)	(0.3905)	(0.4474)	(0.4695)	(0.3905)	(0.4661)
		RDMAPE	13.1735	0.0000	13.1735	16.2575	0.0000	16.7151
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.2484	1.2484	1.3876	1.3876	1.3617	1.3617
		(SD)	(0.2535)	(0.2502)	(0.2875)	(0.2875)	(0.2502)	(0.2790)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	11.1567	11.1567	9.0762	9.0762
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	0	0	0	0
		MAPE	0.9782	0.9782	1.0459	1.0459	1.0459	1.0459
		(SD)	(0.1862)	(0.1862)	(0.2020)	(0.2023)	(0.2023)	(0.2023)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	6.9201	6.9201	6.9201	6.9201
(0.75,0.50,0.90) (สูง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
		MAPE	2.2585	2.3317	2.2585	1.9611	2.3317	1.9611
		(SD)	(0.4867)	(0.5096)	(0.4867)	(0.4179)	(0.5064)	(0.4179)
		RDMAPE	15.1624	18.8976	15.1624	0.0000	18.8976	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.4769	1.4769	1.3055	1.3055	1.4458	1.4458
		(SD)	(0.3109)	(0.3109)	(0.2676)	(0.2657)	(0.2708)	(0.2657)
		RDMAPE	13.1251	13.1251	0.0000	0.0000	10.7391	10.7391
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	2	2	0	0
		MAPE	1.0872	1.0872	1.0059	1.0059	1.0872	1.0872
		(SD)	(0.2131)	(0.2131)	(0.1947)	(0.1947)	(0.2131)	(0.2131)
		RDMAPE	8.0860	8.0860	0.0000	0.0000	8.0860	8.0860

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.55,0.80,0.85) (กลาง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
		MAPE	2.5494	2.4691	2.5494	2.0980	2.4691	2.0980
		(SD)	(0.5688)	(0.5405)	(0.5633)	(0.4531)	(0.5405)	(0.4531)
		RDMAPE	21.5144	17.6860	21.5144	0.0000	17.6860	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.6139	1.6139	1.5776	1.5776	1.4038	1.4038
		(SD)	(0.3436)	(0.3436)	(0.3329)	(0.3255)	(0.2937)	(0.3255)
		RDMAPE	14.9692	14.9692	12.3833	12.3833	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3
		MAPE	1.1963	1.1963	1.1963	1.1963	1.0811	1.0811
		(SD)	(0.2379)	(0.2379)	(0.2379)	(0.2379)	(0.2123)	(0.2123)
		RDMAPE	10.6527	10.6527	10.6527	10.6527	0.0000	0.0000
(0.90,0.95,0.75) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
		MAPE	2.7708	2.3084	2.7708	2.8782	2.3084	2.8782
		(SD)	(0.6105)	(0.5050)	(0.6105)	(0.6493)	(0.5050)	(0.6418)
		RDMAPE	20.0312	0.0000	20.0312	24.6838	0.0000	24.6838
	n = 35	ตัวแบบที่	12	13	12	2	13	3
		MAPE	1.8020	1.5798	1.8020	1.8513	1.5798	1.8465
		(SD)	(0.3806)	(0.3294)	(0.3806)	(0.3984)	(0.3294)	(0.3935)
		RDMAPE	14.0636	0.0000	14.0636	17.1816	0.0000	16.8804
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.1662	1.1662	1.3015	1.3015	1.2801	1.2801
		(SD)	(0.2318)	(0.2318)	(0.2615)	(0.2615)	(0.2572)	(0.2572)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	11.6016	11.6016	9.7666	9.7666

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6
(0.95,0.80,0.90) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
		MAPE	2.6123	3.3175	2.6123	3.2419	3.3175	3.2419
		(SD)	(0.5774)	(0.7467)	(0.5774)	(0.7249)	(0.7514)	(0.7249)
		RDMAPE	0.0000	26.9961	0.0000	24.1014	26.9961	24.1014
	n = 35	ตัวแบบที่	12	1	12	23	3	23
		MAPE	1.8020	2.1283	1.8020	2.0981	2.1378	2.0981
		(SD)	(0.3804)	(0.4580)	(0.3804)	(0.4488)	(0.4645)	(0.4488)
		RDMAPE	0.0000	18.1113	0.0000	16.4337	18.6374	16.4337
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.4631	1.4631	1.3252	1.3252	1.4936	1.4936
		(SD)	(0.2987)	(0.2987)	(0.2668)	(0.2668)	(0.2987)	(0.2987)
		RDMAPE	10.4069	10.4069	0.0000	0.0000	12.7101	12.7101
(0.85,0.95,0.95) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	13	12	23	13	23
		MAPE	3.8586	3.8245	3.8586	3.0347	3.8245	3.0347
		(SD)	(0.8071)	(0.7922)	(0.8130)	(0.6798)	(0.7922)	(0.6798)
		RDMAPE	27.1514	26.0277	27.1514	0.0000	26.0277	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	13	2	23	13	23
		MAPE	2.5550	2.5274	2.5485	2.1459	2.5274	2.1459
		(SD)	(0.5595)	(0.5484)	(0.5630)	(0.4590)	(0.5484)	(0.4590)
		RDMAPE	19.0613	17.7761	18.7605	0.0000	17.7761	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	2	2	3	3
		MAPE	1.7288	1.7288	1.7260	1.7260	1.5263	1.5263
		(SD)	(0.3582)	(0.3582)	(0.3576)	(0.3576)	(0.3116)	(0.3116)
		RDMAPE	13.2669	13.2669	13.0822	13.0822	0.0000	0.0000

จากตารางที่ 4.1.4 เราสามารถสรุปผลกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 ได้ดังนี้

ผู้วิจัยพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตัวแบบลดรูปที่ได้รับการเลือกจะดีกว่าตัวแบบอื่นอย่างมากที่สุด 27.15 % กรณีที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าสูง โดยที่ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นเพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น และค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่า ก)เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยมีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นที่ความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำหรือกลาง และมีการเลือกตัวแบบลดรูปทุกลูกโซ่ เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูง 2 ค่า ขึ้นไป เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้น ทำให้ความแปรปรวนในการประมาณมีมากขึ้น ซึ่งส่งผลให้การเลือกตัวแบบลดรูปมีมากขึ้น ข) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพียงตัวใดตัวหนึ่งมีค่ามากจะมีการเลือกตัดตัวแปรที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอื่นออกเพียงตัวเดียว และเมื่อระดับความสัมพันธ์มีค่ามาก 2 ค่าขึ้นไปจะตัดตัวแปรออก 2 ตัว ซึ่งจะเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆเป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้เพียงตัวแปรเดียว โดยที่ไม่มีการเลือกตัวแบบที่ไม่มีตัวแปรอยู่ในตัวแบบเลยไม่ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงทั้งหมด และ ค) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีการเลือกตัวแบบลดรูปน้อยลง เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE ลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนมีโอกาสในการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.4 เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDMAPE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้มีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นเมื่อเทียบกับขนาดตัวอย่างที่เท่ากัน

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.4

จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.4 พบว่าพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง และค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์ทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน เพราะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น

ส่วนค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น ทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง ในทำนองกลับกันเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลให้ ค่า RDMAPE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า การคัดเลือกตัวแบบจะมีการเลือกตัวแบบที่ยอมรับได้ในแต่ละลูกโซ่เป็นตัวแบบลดรูปมากขึ้น เมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้น

4.2 การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยศึกษากรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 2, 3$ และ 5 ตามลำดับ ขนาดตัวอย่างที่ใช้เท่ากับ 20, 35 และ 50 โดยศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ ณ ระดับต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ตั้งแต่ 0.05 ถึง 0.95 ซึ่งทำให้ Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix) ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้นำเสนอในตารางที่ 4.2.1 – 4.2.4 โดยมีรายละเอียดของตารางที่ 4.2.1 – 4.2.4 ดังนี้

ตารางที่	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน**
4.2.1	1
4.2.2	2
4.2.3	3
4.2.4	5

ตารางที่ 4.2.1 การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.35,0.05,0.25) (0.25,0.35,0.05) (ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ) (ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446
		(SD)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033
		(SD)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774
		(SD)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446
		(SD)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033
		(SD)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774
		(SD)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446	0.1446
		(SD)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)	(0.0295)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033	0.1033
		(SD)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)	(0.0200)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774	0.0774
		(SD)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)	(0.0142)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.15,0.50,0.15)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
(0.60,0.50,0.60)		MAPE	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128
(ต่ำ,กลาง,ต่ำ)		(SD)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)
(กลาง,กลาง,กลาง)		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543
		(SD)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0338)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174
		(SD)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128
		(SD)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543
		(SD)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0338)	(0.0313)	(0.0313)	(0.0313)	(0.0313)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174
		(SD)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128	0.2128
		(SD)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)	(0.0443)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543	0.1543
		(SD)	(0.0313)	(0.0313)	(0.0318)	(0.0318)	(0.0318)	(0.0318)	(0.0318)	(0.0318)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174	0.1174
		(SD)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)	(0.0226)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.55,0.65,0.65) (0.45,0.45,0.55) (กลาง,กลาง,กลาง) (กลาง,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	0	0
		MAPE	0.2809	0.2809	0.2809	0.2809	0.2809	0.2809	0.3049	0.3049
		(SD)	(0.0598)	(0.0598)	(0.0598)	(0.0598)	(0.0598)	(0.0598)	(0.0662)	(0.0662)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	8.5603	8.5603
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	0	0
		MAPE	0.2018	0.2018	0.2018	0.2018	0.2018	0.2018	0.2145	0.2145
		(SD)	(0.0410)	(0.0410)	(0.0410)	(0.0410)	(0.0410)	(0.0410)	(0.0444)	(0.0444)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.3099	6.3099
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491
		(SD)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049
		(SD)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)
		RDMAPE	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145
		(SD)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)
		RDMAPE	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491
		(SD)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049	0.3049
		(SD)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)	(0.0662)
		RDMAPE	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603	8.5603
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145	0.2145
		(SD)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)	(0.0444)
		RDMAPE	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099	6.3099
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491
		(SD)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)	(0.0289)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.20,0.10,0.10)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
(0.75,0.75,0.20)		MAPE	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	0.2355	0.2355
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		(SD)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0514)	(0.0514)
(สูง,สูง,ต่ำ)		RDMAPE	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797	0.1706	0.1706
		(SD)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0387)	(0.0387)
		RDMAPE	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279
		(SD)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0278)	(0.0278)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.2355	0.2355	0.2355	0.2355	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527
		(SD)	(0.0514)	(0.0514)	(0.0514)	(0.0514)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.1706	0.1706	0.1706	0.1706	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797
		(SD)	(0.0408)	(0.0408)	(0.0387)	(0.0387)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279
		(SD)	(0.0278)	(0.0278)	(0.0278)	(0.0278)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527
		(SD)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)	(0.0562)
		RDMAPE	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060	7.3060
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797	0.1797
		(SD)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)	(0.0412)
		RDMAPE	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827	5.2827
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279	0.1279
		(SD)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)	(0.0283)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.70,0.15,0.40) (0.40,0.70,0.15) (สูง,ต่ำ,กลาง) (กลาง,สูง,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.2934	0.2934	0.2934	0.2934	0.2934	0.2934	0.2695	0.2695
		(SD)	(0.0666)	(0.0666)	(0.0666)	(0.0666)	(0.0666)	(0.0666)	(0.0602)	(0.0602)
		RDMAPE	8.8613	8.8613	8.8613	8.8613	8.8613	8.8613	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033	0.1921	0.1921
		(SD)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0410)	(0.0410)
		RDMAPE	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391
		(SD)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0284)	(0.0284)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.2695	0.2695	0.2695	0.2695	0.2964	0.2964	0.2964	0.2964
		(SD)	(0.0602)	(0.0602)	(0.0602)	(0.0602)	(0.0692)	(0.0692)	(0.0692)	(0.0692)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.9780	9.9780	9.9780	9.9780
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.1921	0.1921	0.1921	0.1921	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033
		(SD)	(0.0410)	(0.0410)	(0.0410)	(0.0410)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391
		(SD)	(0.0284)	(0.0284)	(0.0284)	(0.0284)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.2964	0.2964	0.2940	0.2940	0.2940	0.2940	0.2940	0.2940
		(SD)	(0.0692)	(0.0692)	(0.0680)	(0.0680)	(0.0680)	(0.0680)	(0.0680)	(0.0680)
		RDMAPE	9.9780	9.9780	9.0839	9.0839	9.0839	9.0839	9.0839	9.0839
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033	0.2033
		(SD)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)	(0.0442)
		RDMAPE	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068	5.8068
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391	0.1391
		(SD)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)	(0.0290)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.45,0.65,0.45) (0.80,0.65,0.80) (กลาง,กลาง,กลาง) (สูง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.3581	0.3581	0.3581	0.3581	0.3581	0.3581	0.3543	0.3543
		(SD)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0820)	(0.0820)
		RDMAPE	10.3315	10.3315	10.3315	10.3315	10.3315	10.3315	9.1403	9.1403
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.2498	0.2498	0.2498	0.2498	0.2498	0.2498	0.2487	0.2487
		(SD)	(0.0531)	(0.0531)	(0.0532)	(0.0532)	(0.0532)	(0.0532)	(0.0514)	(0.0514)
		RDMAPE	7.3661	7.3661	7.3661	7.3661	7.3661	7.3661	6.9075	6.9075
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695
		(SD)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)
		RDMAPE	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.3543	0.3543	0.3543	0.3543	0.3246	0.3246	0.3246	0.3246
		(SD)	(0.0820)	(0.0820)	(0.0820)	(0.0820)	(0.0739)	(0.0739)	(0.0739)	(0.0739)
		RDMAPE	9.1403	9.1403	9.1403	9.1403	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.2487	0.2487	0.2487	0.2487	0.2326	0.2326	0.2326	0.2326
		(SD)	(0.0514)	(0.0514)	(0.0514)	(0.0514)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)
		RDMAPE	6.9075	6.9075	6.9075	6.9075	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3	3	3
		MAPE	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1616	0.1616	0.1616	0.1616
		(SD)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0310)	(0.0310)	(0.0310)	(0.0310)
		RDMAPE	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.3246	0.3246	0.3549	0.3549	0.3549	0.3549	0.3549	0.3549
		(SD)	(0.0739)	(0.0739)	(0.0831)	(0.0831)	(0.0831)	(0.0831)	(0.0831)	(0.0831)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	9.3346	9.3346	9.3346	9.3346	9.3346	9.3346
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.2326	0.2326	0.2493	0.2493	0.2493	0.2493	0.2493	0.2493
		(SD)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0523)	(0.0523)	(0.0523)	(0.0523)	(0.0523)	(0.0523)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	7.1726	7.1726	7.1726	7.1726	7.1726	7.1726
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1616	0.1616	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695
		(SD)	(0.0310)	(0.0310)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)	(0.0332)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135	4.9135

ตารางที่ 4.2.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.55,0.80,0.55)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	13	13	1	1	2	2
(0.85,0.80,0.85)		MAPE	0.4236	0.4236	0.4182	0.4182	0.4236	0.4236	0.4219	0.4219
(กลาง,สูง,กลาง)		(SD)	(0.0941)	(0.0941)	(0.1001)	(0.1001)	(0.0941)	(0.0941)	(0.0894)	(0.0894)
(สูง,สูง,สูง)		RDMAPE	12.5440	12.5440	11.0971	11.0971	12.5440	12.5440	12.1006	12.1006
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.2770	0.2770	0.2770	0.2770	0.2770	0.2770	0.2751	0.2751
		(SD)	(0.0643)	(0.0643)	(0.0643)	(0.0643)	(0.0643)	(0.0643)	(0.0628)	(0.0628)
		RDMAPE	8.5284	8.5284	8.5284	8.5284	8.5284	8.5284	7.7909	7.7909
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859
		(SD)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)
		RDMAPE	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	0.4159	0.4159	0.4169	0.4169	0.4188	0.4188	0.4159	0.4159
		(SD)	(0.0983)	(0.0983)	(0.0965)	(0.0965)	(0.1014)	(0.1014)	(0.1007)	(0.1007)
		RDMAPE	10.4860	10.4860	10.7528	10.7528	11.2602	11.2602	10.4860	10.4860
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.2751	0.2751	0.2751	0.2751	0.2552	0.2552	0.2552	0.2552
		(SD)	(0.0628)	(0.0628)	(0.0628)	(0.0628)	(0.0565)	(0.0565)	(0.0565)	(0.0565)
		RDMAPE	7.7909	7.7909	7.7909	7.7909	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3	3	3
		MAPE	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859	0.1756	0.1756	0.1756	0.1756
		(SD)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0373)	(0.0373)	(0.0373)	(0.0373)
		RDMAPE	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	4	4	24	24	34	34
		MAPE	0.3764	0.3764	0.4209	0.4209	0.4169	0.4169	0.3764	0.3764
		(SD)	(0.1007)	(0.1007)	(0.1032)	(0.1032)	(0.0965)	(0.0965)	(0.0877)	(0.0877)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	11.8145	11.8145	10.7528	10.7528	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.2552	0.2552	0.2745	0.2745	0.2745	0.2745	0.2745	0.2745
		(SD)	(0.0565)	(0.0565)	(0.0618)	(0.0618)	(0.0618)	(0.0618)	(0.0618)	(0.0618)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	7.5330	7.5330	7.5330	7.5330	7.5330	7.5330
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1756	0.1756	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859	0.1859
		(SD)	(0.0373)	(0.0373)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)	(0.0402)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751	5.8751

ตารางที่ 4.2.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 1

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.95,0.80,0.90)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
(0.90,0.95,0.80)		MAPE	0.4551	0.4551	0.5166	0.5166	0.5115	0.5115	0.4551	0.4551
(สูง,สูง,สูง)		(SD)	(0.1080)	(0.1080)	(0.1282)	(0.1282)	(0.1203)	(0.1203)	(0.1080)	(0.1080)
(สูง,สูง,สูง)		RDMAPE	0.0000	0.0000	13.4950	13.4950	12.3893	12.3893	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.3325	0.3325	0.3325	0.3325	0.3325	0.3325	0.3078	0.3078
		(SD)	(0.0762)	(0.0762)	(0.0762)	(0.0762)	(0.0762)	(0.0762)	(0.0693)	(0.0693)
		RDMAPE	8.0256	8.0256	8.0256	8.0256	8.0256	8.0256	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.2163	0.2163	0.2163	0.2163	0.2163	0.2163	0.2036	0.2036
		(SD)	(0.0474)	(0.0474)	(0.0474)	(0.0474)	(0.0474)	(0.0474)	(0.0438)	(0.0438)
		RDMAPE	6.2527	6.2527	6.2527	6.2527	6.2527	6.2527	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	0.5115	0.5115	0.5057	0.5057	0.5166	0.5166	0.5238	0.5238
		(SD)	(0.1253)	(0.1253)	(0.1239)	(0.1239)	(0.1282)	(0.1282)	(0.1253)	(0.1253)
		RDMAPE	12.3893	12.3893	11.1097	11.1097	13.4950	13.4950	15.0785	15.0785
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.3078	0.3078	0.3078	0.3078	0.3366	0.3366	0.3366	0.3366
		(SD)	(0.0693)	(0.0693)	(0.0693)	(0.0693)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.3586	9.3586	9.3586	9.3586
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.2036	0.2036	0.2036	0.2036	0.2191	0.2191	0.2191	0.2191
		(SD)	(0.0438)	(0.0438)	(0.0438)	(0.0438)	(0.0496)	(0.0496)	(0.0496)	(0.0496)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.6329	7.6329	7.6329	7.6329
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	14	14	24	24	34	34
		MAPE	0.5176	0.5176	0.5115	0.5115	0.5057	0.5057	0.5176	0.5176
		(SD)	(0.1302)	(0.1302)	(0.1203)	(0.1203)	(0.1239)	(0.1239)	(0.1302)	(0.1302)
		RDMAPE	13.7327	13.7327	12.3893	12.3893	11.1097	11.1097	13.7327	13.7327
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.3366	0.3366	0.3331	0.3331	0.3331	0.3331	0.3331	0.3331
		(SD)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0776)	(0.0776)	(0.0776)	(0.0776)	(0.0776)	(0.0776)
		RDMAPE	9.3586	9.3586	8.2368	8.2368	8.2368	8.2368	8.2368	8.2368
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.2191	0.2191	0.2168	0.2168	0.2168	0.2168	0.2168	0.2168
		(SD)	(0.0496)	(0.0496)	(0.0484)	(0.0484)	(0.0484)	(0.0484)	(0.0484)	(0.0484)
		RDMAPE	7.6329	7.6329	6.4983	6.4983	6.4983	6.4983	6.4983	6.4983

จากตารางที่ 4.2.1 เราสามารถสรุปผลกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 ได้ดังนี้

ผู้วิจัยพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตัวแบบลดรูปที่ได้รับการเลือกจะดีกว่าตัวแบบอื่นอย่างมากที่สุด 15.08% กรณีที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าสูง โดยที่ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นเพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น และค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่าเมื่อความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำหรือกลาง จะไม่มีการเลือกตัวแบบลดรูป เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรมีค่าไม่มากนัก จะทำให้การเลือกใช้ตัวแบบเต็มรูปนั้นให้ค่าประมาณที่ดีกว่าการใช้ตัวแบบลดรูป แต่ ก) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไป จะมีการเลือกตัดตัวแปรที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอื่นออกเพียงตัวเดียว และเมื่อระดับความสัมพันธ์มีค่าสูงในอัตราส่วน 2 : 3 ค่าขึ้นไปจะตัดตัวแปรออก 2 ตัว ซึ่งจะตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากออก โดยที่ไม่มีการเลือกตัวแบบที่มีค่าคงที่เพียงอย่างเดียวในตัวแบบเลยไม่ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงทั้งหมด และ ข) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีการเลือกตัวแบบลดรูปน้อยลง เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE ลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนมีโอกาสในการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

<u>ตารางที่ 4.2.2</u> การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.35,0.05,0.25)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
(0.25,0.35,0.05)		MAPE	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		(SD)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726
		(SD)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320
		(SD)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790
		(SD)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726
		(SD)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320
		(SD)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790	0.2790
		(SD)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)	(0.0597)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726	0.1726
		(SD)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)	(0.0352)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320	0.1320
		(SD)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)	(0.0256)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 2$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.15,0.50,0.15)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
(0.60,0.50,0.60)		MAPE	0.4430	0.4430	0.4430	0.4430	0.4430	0.4430	0.4397	0.4397
(ต่ำ,กลาง,ต่ำ)		(SD)	(0.1019)	(0.1019)	(0.1019)	(0.1019)	(0.1019)	(0.1019)	(0.0978)	(0.0978)
(กลาง,กลาง,กลาง)		RDMAPE	7.8540	7.8540	7.8540	7.8540	7.8540	7.8540	7.0687	7.0687
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094
		(SD)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)
		RDMAPE	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248
		(SD)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.4397	0.4397	0.4397	0.4397	0.4107	0.4107	0.4107	0.4107
		(SD)	(0.0978)	(0.0978)	(0.0978)	(0.0978)	(0.0896)	(0.0896)	(0.0896)	(0.0896)
		RDMAPE	7.0687	7.0687	7.0687	7.0687	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3	3	3
		MAPE	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094	0.2946	0.2946	0.2946	0.2946
		(SD)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0613)	(0.0613)	(0.0613)	(0.0613)
		RDMAPE	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248
		(SD)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0000)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.4107	0.4107	0.4406	0.4406	0.4406	0.4406	0.4406	0.4406
		(SD)	(0.0896)	(0.0896)	(0.0997)	(0.0997)	(0.0997)	(0.0997)	(0.0997)	(0.0997)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	7.2852	7.2852	7.2852	7.2852	7.2852	7.2852
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2946	0.2946	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094	0.3094
		(SD)	(0.0613)	(0.0613)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)	(0.0655)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226	5.0226
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248	0.2248
		(SD)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)	(0.0445)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 2$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.55,0.65,0.65)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	0	0
(0.45,0.45,0.55)		MAPE	0.5213	0.5213	0.5213	0.5213	0.5213	0.5213	0.5689	0.5689
(กลาง,กลาง,กลาง)		(SD)	(0.1157)	(0.1157)	(0.1157)	(0.1157)	(0.1157)	(0.1157)	(0.1283)	(0.1283)
(กลาง,กลาง,กลาง)		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.1395	9.1395
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	0	0
		MAPE	0.3743	0.3743	0.3743	0.3743	0.3743	0.3743	0.3994	0.3994
		(SD)	(0.0796)	(0.0796)	(0.0796)	(0.0796)	(0.0796)	(0.0796)	(0.0863)	(0.0863)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.7053	6.7053
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801
		(SD)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689
		(SD)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)
		RDMAPE	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994
		(SD)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)
		RDMAPE	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801
		(SD)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689	0.5689
		(SD)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)	(0.1283)
		RDMAPE	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395	9.1395
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994	0.3994
		(SD)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)	(0.0863)
		RDMAPE	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053	6.7053
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801	0.2801
		(SD)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)	(0.0569)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.20,0.10,0.10) (0.75,0.75,0.20) (ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ) (สูง,สูง,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.4748	0.4748	0.4748	0.4748	0.4748	0.4748	0.4370	0.4370
		(SD)	(0.1125)	(0.1125)	(0.1125)	(0.1125)	(0.1125)	(0.1125)	(0.0988)	(0.0988)
		RDMAPE	8.6421	8.6421	8.6421	8.6421	8.6421	8.6421	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323	0.3147	0.3147
		(SD)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0681)	(0.0681)
		RDMAPE	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241
		(SD)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0462)	(0.0462)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.4370	0.4370	0.4370	0.4370	0.4707	0.4707	0.4707	0.4707
		(SD)	(0.0988)	(0.0988)	(0.0988)	(0.0988)	(0.1083)	(0.1083)	(0.1083)	(0.1083)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.7097	7.7097	7.7097	7.7097
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.3147	0.3147	0.3147	0.3147	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323
		(SD)	(0.0681)	(0.0681)	(0.0681)	(0.0681)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241
		(SD)	(0.0462)	(0.0462)	(0.0462)	(0.0462)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.4707	0.4707	0.4716	0.4716	0.4716	0.4716	0.4716	0.4716
		(SD)	(0.1083)	(0.1083)	(0.1099)	(0.1099)	(0.1099)	(0.1099)	(0.1099)	(0.1099)
		RDMAPE	7.7097	7.7097	7.9123	7.9123	7.9123	7.9123	7.9123	7.9123
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323	0.3323
		(SD)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)	(0.0731)
		RDMAPE	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823	5.5823
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241	0.2241
		(SD)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)	(0.0471)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ตารางที่ 4.2.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ
ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 2$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.70,0.15,0.40) (0.40,0.70,0.15) (สูง,ต่ำ,กลาง) (กลาง,สูง,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.5472	0.5472	0.5472	0.5472	0.5472	0.5472	0.5003	0.5003
		(SD)	(0.1275)	(0.1275)	(0.1275)	(0.1275)	(0.1275)	(0.1275)	(0.1151)	(0.1151)
		RDMAPE	9.3809	9.3809	9.3809	9.3809	9.3809	9.3809	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.3784	0.3784	0.3784	0.3784	0.3784	0.3784	0.3566	0.3566
		(SD)	(0.0844)	(0.0844)	(0.0844)	(0.0844)	(0.0844)	(0.0844)	(0.0785)	(0.0785)
		RDMAPE	6.1063	6.1063	6.1063	6.1063	6.1063	6.1063	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631	0.2508	0.2508
		(SD)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0527)	(0.0527)
		RDMAPE	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.5003	0.5003	0.5003	0.5003	0.5533	0.5533	0.5533	0.5533
		(SD)	(0.1151)	(0.1151)	(0.1151)	(0.1151)	(0.1329)	(0.1329)	(0.1329)	(0.1329)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.5964	10.5964	10.5964	10.5964
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.3566	0.3566	0.3566	0.3566	0.3808	0.3808	0.3808	0.3808
		(SD)	(0.0785)	(0.0785)	(0.0785)	(0.0785)	(0.0878)	(0.0878)	(0.0878)	(0.0878)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.7793	6.7793	6.7793	6.7793
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.2508	0.2508	0.2508	0.2508	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631
		(SD)	(0.0527)	(0.0527)	(0.0527)	(0.0527)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.5533	0.5533	0.5479	0.5479	0.5479	0.5479	0.5479	0.5479
		(SD)	(0.1329)	(0.1329)	(0.1295)	(0.1295)	(0.1295)	(0.1295)	(0.1295)	(0.1295)
		RDMAPE	10.5964	10.5964	9.5250	9.5250	9.5250	9.5250	9.5250	9.5250
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.3808	0.3808	0.3792	0.3792	0.3792	0.3792	0.3792	0.3792
		(SD)	(0.0878)	(0.0878)	(0.0857)	(0.0857)	(0.0857)	(0.0857)	(0.0857)	(0.0857)
		RDMAPE	6.7793	6.7793	6.3390	6.3390	6.3390	6.3390	6.3390	6.3390
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631	0.2631
		(SD)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)	(0.0563)
		RDMAPE	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859	4.8859

ตารางที่ 4.2.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.45,0.65,0.45) (0.80,0.65,0.80) (กลาง,กลาง,กลาง) (สูง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.6773	0.6773	0.6773	0.6773	0.6773	0.6773	0.6643	0.6643
		(SD)	(0.1681)	(0.1681)	(0.1681)	(0.1681)	(0.1681)	(0.1681)	(0.1571)	(0.1571)
		RDMAPE	12.4311	12.4311	12.4311	12.4311	12.4311	12.4311	10.2687	10.2687
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.4676	0.4676	0.4676	0.4676	0.4676	0.4676	0.4637	0.4637
		(SD)	(0.1085)	(0.1085)	(0.1085)	(0.1085)	(0.1085)	(0.1085)	(0.1058)	(0.1058)
		RDMAPE	8.3389	8.3389	8.3389	8.3389	8.3389	8.3389	7.4250	7.4250
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.3196	0.3196	0.3196	0.3196	0.3196	0.3196	0.3164	0.3164
		(SD)	(0.0708)	(0.0708)	(0.0708)	(0.0708)	(0.0708)	(0.0708)	(0.0684)	(0.0684)
		RDMAPE	6.2640	6.2640	6.2640	6.2640	6.2640	6.2640	5.1999	5.1999
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.6643	0.6643	0.6643	0.6643	0.6024	0.6024	0.6024	0.6024
		(SD)	(0.1571)	(0.1571)	(0.1571)	(0.1571)	(0.1459)	(0.1459)	(0.1459)	(0.1459)
		RDMAPE	10.2687	10.2687	10.2687	10.2687	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.4637	0.4637	0.4637	0.4637	0.4317	0.4317	0.4317	0.4317
		(SD)	(0.1058)	(0.1058)	(0.1058)	(0.1058)	(0.0967)	(0.0967)	(0.0967)	(0.0967)
		RDMAPE	7.4250	7.4250	7.4250	7.4250	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.3164	0.3164	0.3164	0.3164	0.3007	0.3007	0.3007	0.3007
		(SD)	(0.0684)	(0.0684)	(0.0684)	(0.0684)	(0.0644)	(0.0644)	(0.0644)	(0.0644)
		RDMAPE	5.1999	5.1999	5.1999	5.1999	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.6024	0.6024	0.6680	0.6680	0.6680	0.6680	0.6680	0.6680
		(SD)	(0.1459)	(0.1459)	(0.1592)	(0.1592)	(0.1592)	(0.1592)	(0.1592)	(0.1592)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	10.8879	10.8879	10.8879	10.8879	10.8879	10.8879
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.4317	0.4317	0.4645	0.4645	0.4645	0.4645	0.4645	0.4645
		(SD)	(0.0967)	(0.0967)	(0.1069)	(0.1069)	(0.1069)	(0.1069)	(0.1069)	(0.1069)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	7.6103	7.6103	7.6103	7.6103	7.6103	7.6103
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.3007	0.3007	0.3168	0.3168	0.3168	0.3168	0.3168	0.3168
		(SD)	(0.0644)	(0.0644)	(0.0694)	(0.0694)	(0.0694)	(0.0694)	(0.0694)	(0.0694)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.3407	5.3407	5.3407	5.3407	5.3407	5.3407

ตารางที่ 4.2.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.55,0.80,0.55) (0.85,0.80,0.85) (กลาง,สูง,กลาง) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	13	13	1	1	2	2
		MAPE	0.7992	0.7992	0.7881	0.7881	0.7992	0.7992	0.7925	0.7925
		(SD)	(0.2014)	(0.2014)	(0.1925)	(0.1925)	(0.2014)	(0.2014)	(0.1953)	(0.1953)
		RDMAPE	14.4143	14.4143	12.8201	12.8201	14.4143	14.4143	13.4480	13.4480
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.5170	0.5170	0.5170	0.5170	0.5170	0.5170	0.5126	0.5126
		(SD)	(0.1221)	(0.1221)	(0.1221)	(0.1221)	(0.1221)	(0.1221)	(0.1182)	(0.1182)
		RDMAPE	9.0963	9.0963	9.0963	9.0963	9.0963	9.0963	8.1680	8.1680
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.3498	0.3498	0.3498	0.3498	0.3498	0.3498	0.3473	0.3473
		(SD)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0795)	(0.0778)	(0.0778)
		RDMAPE	7.3057	7.3057	7.3057	7.3057	7.3057	7.3057	6.5161	6.5161
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	0.7814	0.7814	0.7842	0.7842	0.7881	0.7881	0.7814	0.7814
		(SD)	(0.1940)	(0.1940)	(0.1867)	(0.1867)	(0.1925)	(0.1925)	(0.1940)	(0.1940)
		RDMAPE	11.8589	11.8589	12.2624	12.2624	12.8201	12.8201	11.8589	11.8589
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.5126	0.5126	0.5126	0.5126	0.4739	0.4739	0.4739	0.4739
		(SD)	(0.1182)	(0.1182)	(0.1182)	(0.1182)	(0.1081)	(0.1081)	(0.1081)	(0.1081)
		RDMAPE	8.1680	8.1680	8.1680	8.1680	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.3473	0.3473	0.3473	0.3473	0.3260	0.3260	0.3260	0.3260
		(SD)	(0.0778)	(0.0778)	(0.0778)	(0.0778)	(0.0711)	(0.0711)	(0.0711)	(0.0711)
		RDMAPE	6.5161	6.5161	6.5161	6.5161	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	4	4	24	24	34	34
		MAPE	0.6985	0.6985	0.7948	0.7948	0.7842	0.7842	0.6985	0.7814
		(SD)	(0.1678)	(0.1678)	(0.1974)	(0.1974)	(0.1867)	(0.1867)	(0.1678)	(0.1678)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	13.7837	13.7837	12.2624	12.2624	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.4739	0.4739	0.5133	0.5133	0.5133	0.5133	0.5133	0.5133
		(SD)	(0.1081)	(0.1081)	(0.1196)	(0.1196)	(0.1196)	(0.1196)	(0.1196)	(0.1196)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	8.3002	8.3002	8.3002	8.3002	8.3002	8.3002
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.3260	0.3260	0.3466	0.3466	0.3466	0.3466	0.3466	0.3466
		(SD)	(0.0711)	(0.0711)	(0.0767)	(0.0767)	(0.0767)	(0.0767)	(0.0767)	(0.0767)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	6.3088	6.3088	6.3088	6.3088	6.3088	6.3088

ตารางที่ 4.2.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 2

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.95,0.80,0.90) (0.90,0.95,0.80) (สูง,สูง,สูง) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
		MAPE	0.8446	0.8446	0.9906	0.9906	0.9701	0.9701	0.8446	0.8446
		(SD)	(0.2061)	(0.2061)	(0.2432)	(0.2432)	(0.2169)	(0.2169)	(0.2061)	(0.2061)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	17.2861	17.2861	14.8542	14.8542	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.6233	0.6233	0.6233	0.6233	0.6233	0.6233	0.5710	0.5710
		(SD)	(0.1458)	(0.1458)	(0.1458)	(0.1458)	(0.1458)	(0.1458)	(0.1325)	(0.1325)
		RDMAPE	9.1595	9.1595	9.1595	9.1595	9.1595	9.1595	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.4042	0.4042	0.4042	0.4042	0.4042	0.4042	0.3774	0.3774
		(SD)	(0.0906)	(0.0906)	(0.0906)	(0.0906)	(0.0906)	(0.0906)	(0.0838)	(0.0838)
		RDMAPE	7.0833	7.0833	7.0833	7.0833	7.0833	7.0833	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	0.9813	0.9813	0.9538	0.9538	0.9906	0.9906	0.9813	0.9813
		(SD)	(0.2400)	(0.2400)	(0.2186)	(0.2186)	(0.2432)	(0.2432)	(0.2400)	(0.2400)
		RDMAPE	16.1791	16.1791	12.9247	12.9247	17.2861	17.2861	16.1791	16.1791
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.5710	0.5710	0.5710	0.5710	0.6315	0.6315	0.6315	0.6315
		(SD)	(0.1325)	(0.1325)	(0.1325)	(0.1325)	(0.1505)	(0.1505)	(0.1505)	(0.1505)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.5916	10.5916	10.5916	10.5916
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.3774	0.3774	0.3774	0.3774	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122
		(SD)	(0.0838)	(0.0838)	(0.0838)	(0.0838)	(0.0949)	(0.0949)	(0.0949)	(0.0949)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.1981	9.1981	9.1981	9.1981
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	14	14	24	24	34	34
		MAPE	1.0009	1.0009	0.9701	0.9701	0.9538	0.9538	1.0009	1.0009
		(SD)	(0.2422)	(0.2422)	(0.2169)	(0.2169)	(0.2186)	(0.2186)	(0.2422)	(0.2422)
		RDMAPE	18.5034	18.5034	14.8542	14.8542	12.9247	12.9247	18.5034	18.5034
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.6315	0.6315	0.6248	0.6248	0.6248	0.6248	0.6248	0.6248
		(SD)	(0.1505)	(0.1505)	(0.1476)	(0.1476)	(0.1476)	(0.1476)	(0.1476)	(0.1476)
		RDMAPE	10.5916	10.5916	9.4080	9.4080	9.4080	9.4080	9.4080	9.4080
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.4122	0.4122	0.4083	0.4083	0.4083	0.4083	0.4083	0.4083
		(SD)	(0.0949)	(0.0949)	(0.0927)	(0.0927)	(0.0927)	(0.0927)	(0.0927)	(0.0927)
		RDMAPE	9.1981	9.1981	8.1873	8.1873	8.1873	8.1873	8.1873	8.1873

จากตารางที่ 4.2.2 เราสามารถสรุปผลกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 ได้ดังนี้

ผู้วิจัยพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตัวแบบลดรูปที่ได้รับการเลือกจะดีกว่าตัวแบบอื่นอย่างมากที่สุด 18.50% กรณีที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าสูง โดยที่ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นเพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น และค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่า ก)เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยมีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นที่ความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และมีการเลือกตัวแบบลดรูปทุกลูกโซ่ เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูง 2 ค่าขึ้นไป เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้น ทำให้ความแปรปรวนในการประมาณมีมากขึ้น ซึ่งส่งผลให้การเลือกตัวแบบลดรูปมีมากขึ้น ข) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระมีค่าสูงในอัตราส่วน 2 : 3 ค่าขึ้นไปจะตัดตัวแปรออก 2 ตัว โดยเลือกตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากออก โดยที่ไม่มีการเลือกตัวแบบที่มีค่าคงที่เพียงอย่างเดียวในตัวแบบเลยไม่ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงทั้งหมด และ ค) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีการเลือกตัวแบบลดรูปน้อยลง เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE ลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนมีโอกาสในการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1 – 4.2.2 เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDMAPE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้มีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นเมื่อเทียบกับขนาดตัวอย่างที่เท่ากัน

<u>ตารางที่ 4.2.3</u> การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.35,0.05,0.25)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
(0.25,0.35,0.05)		MAPE	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922	0.5638	0.5638
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		(SD)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1263)	(0.1263)
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		RDMAPE	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616	0.3491	0.3491
		(SD)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0774)	(0.0774)
		RDMAPE	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672
		(SD)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0545)	(0.0545)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.5638	0.5638	0.5638	0.5638	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922
		(SD)	(0.1263)	(0.1263)	(0.1263)	(0.1263)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.3491	0.3491	0.3491	0.3491	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616
		(SD)	(0.0774)	(0.0774)	(0.0774)	(0.0774)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672
		(SD)	(0.0545)	(0.0545)	(0.0545)	(0.0545)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922	0.5922
		(SD)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)	(0.1362)
		RDMAPE	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208	5.0208
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616	0.3616
		(SD)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)	(0.0788)
		RDMAPE	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753	3.5753
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672	0.2672
		(SD)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)	(0.0553)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

<u>ตารางที่ 4.2.3</u> (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ
ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.15,0.50,0.15)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
(0.60,0.50,0.60)		MAPE	0.9107	0.9107	0.9107	0.9107	0.9107	0.9107	0.9056	0.9056
(ต่ำ,กลาง,ต่ำ)		(SD)	(0.2204)	(0.2204)	(0.2204)	(0.2204)	(0.2204)	(0.2204)	(0.2087)	(0.2087)
(กลาง,กลาง,กลาง)		RDMAPE	9.8195	9.8195	9.8195	9.8195	9.8195	9.8195	9.2055	9.2055
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.6317	0.6317	0.6317	0.6317	0.6317	0.6317	0.6290	0.6290
		(SD)	(0.1435)	(0.1435)	(0.1435)	(0.1435)	(0.1435)	(0.1435)	(0.1409)	(0.1409)
		RDMAPE	6.2173	6.2173	6.2173	6.2173	6.2173	6.2173	5.7627	5.7627
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703
		(SD)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)
		RDMAPE	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	3	3	23	23
		MAPE	0.8293	0.8293	0.9009	0.9009	0.9018	0.9018	0.8293	0.8293
		(SD)	(0.1907)	(0.1907)	(0.2057)	(0.2057)	(0.2074)	(0.2074)	(0.1907)	(0.1907)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	8.6415	8.6415	8.7501	8.7501	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.6290	0.6290	0.6290	0.6290	0.5948	0.5948	0.5948	0.5948
		(SD)	(0.1409)	(0.1409)	(0.1409)	(0.1409)	(0.1298)	(0.1298)	(0.1298)	(0.1298)
		RDMAPE	5.7627	5.7627	5.7627	5.7627	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	3	3	3	3
		MAPE	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703	0.4512	0.4512	0.4512	0.4512
		(SD)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0939)	(0.0939)	(0.0939)	(0.0939)
		RDMAPE	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	4	4	24	24	34	34
		MAPE	0.8957	0.8957	0.9031	0.9031	0.9009	0.9009	0.8957	0.8957
		(SD)	(0.2109)	(0.2109)	(0.2155)	(0.2155)	(0.2057)	(0.2057)	(0.2109)	(0.2109)
		RDMAPE	8.0060	8.0060	8.9050	8.9050	8.6415	8.6415	8.0060	8.0060
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.5948	0.5948	0.6281	0.6281	0.6281	0.6281	0.6281	0.6281
		(SD)	(0.1298)	(0.1298)	(0.1388)	(0.1388)	(0.1388)	(0.1388)	(0.1388)	(0.1388)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.6112	5.6112	5.6112	5.6112	5.6112	5.6112
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.4512	0.4512	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703	0.4703
		(SD)	(0.0939)	(0.0939)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)	(0.0996)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465	4.2465

<u>ตารางที่ 4.2.3</u> (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.55,0.65,0.65) (0.45,0.45,0.55) (กลาง,กลาง,กลาง) (กลาง,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
		MAPE	1.0520	1.0520	1.1514	1.1514	1.1537	1.1537	1.0520	1.0520
		(SD)	(0.2493)	(0.2493)	(0.2729)	(0.2729)	(0.2734)	(0.2734)	(0.2865)	(0.2865)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	9.4557	9.4557	9.6720	9.6720	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.7554	0.7554	0.7554	0.7554	0.7554	0.7554	0.8147	0.8147
		(SD)	(0.1678)	(0.1678)	(0.1678)	(0.1678)	(0.1678)	(0.1678)	(0.1876)	(0.1876)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.8410	7.8410
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	0	0
		MAPE	0.5651	0.5651	0.5651	0.5651	0.5651	0.5651	0.5854	0.5854
		(SD)	(0.1199)	(0.1199)	(0.1199)	(0.1199)	(0.1199)	(0.1199)	(0.1260)	(0.1260)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.6004	3.6004
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	13	13	3	3
		MAPE	1.1743	1.1743	1.1743	1.1743	1.1514	1.1514	1.1659	1.1659
		(SD)	(0.2865)	(0.2865)	(0.2865)	(0.2865)	(0.2729)	(0.2729)	(0.2802)	(0.2802)
		RDMAPE	11.6306	11.6306	11.6306	11.6306	9.4557	9.4557	10.8341	10.8341
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.8147	0.8147	0.8147	0.8147	0.8107	0.8107	0.8107	0.8107
		(SD)	(0.1876)	(0.1876)	(0.1876)	(0.1876)	(0.1841)	(0.1841)	(0.1841)	(0.1841)
		RDMAPE	7.8410	7.8410	7.8410	7.8410	7.3245	7.3245	7.3245	7.3245
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854
		(SD)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)
		RDMAPE	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	14	14	4	4	34	34
		MAPE	1.1598	1.1598	1.1537	1.1537	1.1685	1.1685	1.1598	1.1598
		(SD)	(0.2685)	(0.2685)	(0.2734)	(0.2734)	(0.2832)	(0.2832)	(0.2685)	(0.2685)
		RDMAPE	10.2486	10.2486	9.6720	9.6720	11.0813	11.0813	10.2486	10.2486
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.8107	0.8107	0.8093	0.8093	0.8093	0.8093	0.8093	0.8093
		(SD)	(0.1841)	(0.1841)	(0.1813)	(0.1813)	(0.1813)	(0.1813)	(0.1813)	(0.1813)
		RDMAPE	7.3245	7.3245	7.1378	7.1378	7.1378	7.1378	7.1378	7.1378
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854	0.5854
		(SD)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)	(0.1260)
		RDMAPE	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004	3.6004

ตารางที่ 4.2.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.20,0.10,0.10)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
(0.75,0.75,0.20)		MAPE	0.9826	0.9826	0.9826	0.9826	0.9826	0.9826	0.8795	0.8795
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		(SD)	(0.2410)	(0.2410)	(0.2410)	(0.2410)	(0.2410)	(0.2410)	(0.2093)	(0.2093)
(สูง,สูง,ต่ำ)		RDMAPE	11.7180	11.7180	11.7180	11.7180	11.7180	11.7180	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.7296	0.7296	0.7296	0.7296	0.7296	0.7296	0.6815	0.6815
		(SD)	(0.1698)	(0.1698)	(0.1698)	(0.1698)	(0.1698)	(0.1698)	(0.1526)	(0.1526)
		RDMAPE	7.0662	7.0662	7.0662	7.0662	7.0662	7.0662	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073	0.4853	0.4853
		(SD)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1039)	(0.1039)
		RDMAPE	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.8795	0.8795	0.8795	0.8795	0.9587	0.9587	0.9587	0.9587
		(SD)	(0.2093)	(0.2093)	(0.2093)	(0.2093)	(0.2220)	(0.2220)	(0.2220)	(0.2220)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.0056	9.0056	9.0056	9.0056
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.6815	0.6815	0.6815	0.6815	0.7237	0.7237	0.7237	0.7237
		(SD)	(0.1526)	(0.1526)	(0.1526)	(0.1526)	(0.1644)	(0.1644)	(0.1644)	(0.1644)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.2020	6.2020	6.2020	6.2020
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.4853	0.4853	0.4853	0.4853	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073
		(SD)	(0.1039)	(0.1039)	(0.1039)	(0.1039)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.9587	0.9587	0.9604	0.9604	0.9604	0.9604	0.9604	0.9604
		(SD)	(0.2220)	(0.2220)	(0.2253)	(0.2253)	(0.2253)	(0.2253)	(0.2253)	(0.2253)
		RDMAPE	9.0056	9.0056	9.2021	9.2021	9.2021	9.2021	9.2021	9.2021
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.7237	0.7237	0.7253	0.7253	0.7253	0.7253	0.7253	0.7253
		(SD)	(0.1644)	(0.1644)	(0.1665)	(0.1665)	(0.1665)	(0.1665)	(0.1665)	(0.1665)
		RDMAPE	6.2020	6.2020	6.4352	6.4352	6.4352	6.4352	6.4352	6.4352
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073	0.5073
		(SD)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)	(0.1101)
		RDMAPE	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436	4.5436

<u>ตารางที่ 4.2.3</u> (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.70,0.15,0.40) (0.40,0.70,0.15) (สูง,ต่ำ,กลาง) (กลาง,สูง,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	1	1	14	14	12	12
		MAPE	1.0062	1.0062	1.1405	1.1405	1.1109	1.1109	1.0062	1.0062
		(SD)	(0.2418)	(0.2418)	(0.2866)	(0.2866)	(0.2572)	(0.2572)	(0.2418)	(0.2418)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	13.3468	13.3468	10.4075	10.4075	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.7681	0.7681	0.7681	0.7681	0.7681	0.7681	0.7171	0.7171
		(SD)	(0.1751)	(0.1751)	(0.1751)	(0.1751)	(0.1751)	(0.1751)	(0.1683)	(0.1683)
		RDMAPE	7.1131	7.1131	7.1131	7.1131	7.1131	7.1131	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.5296	0.5296	0.5296	0.5296	0.5296	0.5296	0.5028	0.5028
		(SD)	(0.1173)	(0.1173)	(0.1173)	(0.1173)	(0.1173)	(0.1173)	(0.1097)	(0.1097)
		RDMAPE	5.3209	5.3209	5.3209	5.3209	5.3209	5.3209	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	24	24	3	3	3	3
		MAPE	1.1330	1.1330	1.1092	1.1092	1.1252	1.1252	1.1183	1.1183
		(SD)	(0.2821)	(0.2821)	(0.2589)	(0.2589)	(0.2605)	(0.2605)	(0.2589)	(0.2605)
		RDMAPE	12.5974	12.5974	10.2366	10.2366	11.8247	11.8247	11.1390	11.1390
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.7171	0.7171	0.7171	0.7171	0.7820	0.7820	0.7820	0.7820
		(SD)	(0.1683)	(0.1683)	(0.1683)	(0.1683)	(0.1853)	(0.1853)	(0.1853)	(0.1853)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.0522	9.0522	9.0522	9.0522
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.5028	0.5028	0.5028	0.5028	0.5327	0.5327	0.5327	0.5327
		(SD)	(0.1097)	(0.1097)	(0.1097)	(0.1097)	(0.1137)	(0.1137)	(0.1205)	(0.1137)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.9523	5.9523	5.9523	5.9523
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	3	3	14	14	24	24	4	4
		MAPE	1.1233	1.1233	1.1109	1.1109	1.1092	1.1092	1.1429	1.1429
		(SD)	(0.2605)	(0.2605)	(0.2572)	(0.2572)	(0.2589)	(0.2589)	(0.2892)	(0.2892)
		RDMAPE	11.6359	11.6359	10.4075	10.4075	10.2366	10.2366	13.5878	13.5878
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.7820	0.7820	0.7733	0.7733	0.7733	0.7733	0.7733	0.7733
		(SD)	(0.1853)	(0.1853)	(0.1763)	(0.1763)	(0.1763)	(0.1763)	(0.1763)	(0.1763)
		RDMAPE	9.0522	9.0522	7.8390	7.8390	7.8390	7.8390	7.8390	7.8390
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.5327	0.5327	0.5307	0.5307	0.5307	0.5307	0.5307	0.5307
		(SD)	(0.1137)	(0.1137)	(0.1184)	(0.1184)	(0.1184)	(0.1184)	(0.1184)	(0.1184)
		RDMAPE	5.9523	5.9523	5.5427	5.5427	5.5427	5.5427	5.5427	5.5427

ตารางที่ 4.2.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.45,0.65,0.45) (0.80,0.65,0.80) (กลาง,กลาง,กลาง) (สูง,กลาง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	1.4052	1.4052	1.4052	1.4052	1.4052	1.4052	1.3825	1.3825
		(SD)	(0.3530)	(0.3530)	(0.3530)	(0.3530)	(0.3530)	(0.3530)	(0.3525)	(0.3525)
		RDMAPE	16.1124	16.1124	16.1124	16.1124	16.1124	16.1124	14.2332	14.2332
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.9523	0.9523	0.9523	0.9523	0.9523	0.9523	0.9385	0.9385
		(SD)	(0.2268)	(0.2268)	(0.2268)	(0.2268)	(0.2268)	(0.2268)	(0.2183)	(0.2183)
		RDMAPE	9.8322	9.8322	9.8322	9.8322	9.8322	9.8322	8.2371	8.2371
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.6452	0.6452	0.6452	0.6452	0.6452	0.6452	0.6408	0.6408
		(SD)	(0.1479)	(0.1479)	(0.1479)	(0.1479)	(0.1479)	(0.1479)	(0.1455)	(0.1455)
		RDMAPE	7.0330	7.0330	7.0330	7.0330	7.0330	7.0330	6.2955	6.2955
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	3	3	23	23
		MAPE	1.2102	1.2102	1.3792	1.3792	1.3710	1.3710	1.2102	1.2102
		(SD)	(0.2943)	(0.2943)	(0.3340)	(0.3340)	(0.3470)	(0.3470)	(0.2943)	(0.2943)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	13.9632	13.9632	13.2799	13.2799	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.9385	0.9385	0.9385	0.9385	0.8671	0.8671	0.8671	0.8671
		(SD)	(0.2183)	(0.2183)	(0.2183)	(0.2183)	(0.2083)	(0.2083)	(0.2083)	(0.2083)
		RDMAPE	8.2371	8.2371	8.2371	8.2371	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.6408	0.6408	0.6408	0.6408	0.6028	0.6028	0.6028	0.6028
		(SD)	(0.1455)	(0.1455)	(0.1455)	(0.1455)	(0.1339)	(0.1339)	(0.1339)	(0.1339)
		RDMAPE	6.2955	6.2955	6.2955	6.2955	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	4	4	24	24	34	34
		MAPE	1.3580	1.3580	1.3852	1.3852	1.3792	1.3792	1.3580	1.3580
		(SD)	(0.3329)	(0.3329)	(0.3507)	(0.3507)	(0.3340)	(0.3340)	(0.3329)	(0.3329)
		RDMAPE	12.2058	12.2058	14.4598	14.4598	13.9632	13.9632	12.2058	12.2058
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.8671	0.8671	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406	0.9406
		(SD)	(0.2083)	(0.2083)	(0.2222)	(0.2222)	(0.2222)	(0.2222)	(0.2222)	(0.2222)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	8.4880	8.4880	8.4880	8.4880	8.4880	8.4880
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.6028	0.6028	0.6392	0.6392	0.6392	0.6392	0.6392	0.6392
		(SD)	(0.1339)	(0.1339)	(0.1439)	(0.1439)	(0.1439)	(0.1439)	(0.1439)	(0.1439)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	6.0330	6.0330	6.0330	6.0330	6.0330	6.0330

ตารางที่ 4.2.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.55,0.80,0.55)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
(0.85,0.80,0.85)		MAPE	1.6896	1.6896	1.6471	1.6471	1.6512	1.6512	1.6896	1.6896
(กลาง,สูง,กลาง)		(SD)	(0.4261)	(0.4261)	(0.4151)	(0.4151)	(0.4164)	(0.4164)	(0.4261)	(0.4261)
(สูง,สูง,สูง)		RDMAPE	20.4863	20.4863	17.4557	17.4557	17.7521	17.7521	20.4863	20.4863
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	1.0916	1.0916	1.0916	1.0916	1.0916	1.0916	1.0763	1.0763
		(SD)	(0.2736)	(0.2736)	(0.2736)	(0.2736)	(0.2736)	(0.2736)	(0.2568)	(0.2568)
		RDMAPE	14.7634	14.7634	14.7634	14.7634	14.7634	14.7634	13.1634	13.1634
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.7114	0.7114	0.7114	0.7114	0.7114	0.7114	0.7054	0.7054
		(SD)	(0.1651)	(0.1651)	(0.1651)	(0.1651)	(0.1651)	(0.1651)	(0.1623)	(0.1623)
		RDMAPE	8.5582	8.5582	8.5582	8.5582	8.5582	8.5582	7.6462	7.6462
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	1.4023	1.4023	1.6345	1.6345	1.6471	1.6471	1.4023	1.4023
		(SD)	(0.3499)	(0.3499)	(0.4023)	(0.4023)	(0.4151)	(0.4151)	(0.3499)	(0.3499)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	16.5558	16.5558	17.4557	17.4557	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	23	23	24	24	3	3	23	23
		MAPE	0.9511	0.9511	1.0683	1.0683	1.0658	1.0658	0.9511	0.9511
		(SD)	(0.2510)	(0.2510)	(0.2524)	(0.2524)	(0.2601)	(0.2601)	(0.2321)	(0.2601)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	12.3223	12.3223	12.0593	12.0593	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.7054	0.7054	0.7054	0.7054	0.6553	0.6553	0.6553	0.6553
		(SD)	(0.1623)	(0.1623)	(0.1623)	(0.1623)	(0.1482)	(0.1482)	(0.1482)	(0.1482)
		RDMAPE	7.6462	7.6462	7.6462	7.6462	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	14	14	24	24	34	34
		MAPE	1.6208	1.6208	1.6896	1.6896	1.6345	1.6345	1.6208	1.6208
		(SD)	(0.4025)	(0.4025)	(0.4261)	(0.4261)	(0.4023)	(0.4023)	(0.4025)	(0.4025)
		RDMAPE	15.5816	15.5816	20.4863	20.4863	16.5558	16.5558	15.5816	15.5816
	n = 35	ตัวแบบที่	34	34	4	4	24	24	34	34
		MAPE	1.0433	1.0433	1.0782	1.0782	1.0683	1.0683	1.0433	1.0433
		(SD)	(0.2484)	(0.2484)	(0.2675)	(0.2675)	(0.2524)	(0.2524)	(0.2484)	(0.2484)
		RDMAPE	9.6860	9.6860	13.3605	13.3605	12.3223	12.3223	9.6860	9.6860
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.6553	0.6553	0.7042	0.7042	0.7042	0.7042	0.7042	0.7042
		(SD)	(0.1482)	(0.1482)	(0.1606)	(0.1606)	(0.1606)	(0.1606)	(0.1606)	(0.1606)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	7.4503	7.4503	7.4503	7.4503	7.4503	7.4503

ตารางที่ 4.2.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 3

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.95,0.80,0.90) (0.90,0.95,0.80) (สูง,สูง,สูง) (สูง,สูง,สูง)	n = 20	ตัวแบบที่	123	124	123	134	124	134	123	124
		MAPE	2.1485	1.6956	2.1485	2.2381	1.6956	2.2381	2.1485	1.6956
		(SD)	(0.5419)	(0.4243)	(0.5419)	(0.5600)	(0.4243)	(0.5600)	(0.5419)	(0.4243)
		RDMAPE	26.7116	0.0000	26.7116	31.9973	0.0000	31.9973	26.7116	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
		MAPE	1.1462	1.1462	1.3493	1.3493	1.3238	1.3238	1.1462	1.1462
		(SD)	(0.2802)	(0.2802)	(0.3322)	(0.3322)	(0.3199)	(0.3199)	(0.2802)	(0.2802)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	17.7160	17.7160	15.4913	15.4913	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	12	12	1	1	14	14	12	12
		MAPE	0.7641	0.7641	0.8579	0.8579	0.8362	0.8362	0.7641	0.7641
		(SD)	(0.1933)	(0.1933)	(0.2054)	(0.2054)	(0.2001)	(0.2001)	(0.1933)	(0.1933)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	12.2789	12.2789	9.4383	9.4383	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	123	234	124	234	123	134	123	234
		MAPE	2.1485	2.1549	1.6956	2.1549	2.1485	2.2381	2.1485	2.1549
		(SD)	(0.5419)	(0.5479)	(0.4243)	(0.5479)	(0.5419)	(0.5600)	(0.5419)	(0.5479)
		RDMAPE	26.7116	27.0860	0.0000	27.0860	26.7116	31.9973	26.7116	27.0860
	n = 35	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	1.3354	1.3354	1.3153	1.3153	1.3493	1.3493	1.3354	1.3354
		(SD)	(0.3342)	(0.3342)	(0.3204)	(0.3204)	(0.3322)	(0.3322)	(0.3342)	(0.3342)
		RDMAPE	16.5033	16.5033	14.7498	14.7498	17.7160	17.7160	16.5033	16.5033
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	24	24	3	3	3	3
		MAPE	0.8367	0.8367	0.8257	0.8257	0.8695	0.8695	0.8695	0.8695
		(SD)	(0.2054)	(0.2054)	(0.1959)	(0.1959)	(0.2088)	(0.2088)	(0.2088)	(0.2088)
		RDMAPE	9.5094	9.5094	8.0641	8.0641	13.7899	13.7899	13.7899	13.7899
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	134	234	124	134	124	234	134	234
		MAPE	2.2381	2.1549	1.6956	2.2381	1.6956	2.1549	2.2381	2.1549
		(SD)	(0.5600)	(0.5479)	(0.4243)	(0.5600)	(0.4243)	(0.5479)	(0.5600)	(0.5479)
		RDMAPE	31.9973	27.0860	0.0000	31.9973	0.0000	27.0860	31.9973	27.0860
	n = 35	ตัวแบบที่	34	34	14	14	24	24	34	34
		MAPE	1.3587	1.3587	1.3238	1.3238	1.3153	1.3153	1.3587	1.3587
		(SD)	(0.3372)	(0.3372)	(0.3199)	(0.3199)	(0.3204)	(0.3204)	(0.3372)	(0.3372)
		RDMAPE	18.5374	18.5374	15.4913	15.4913	14.7498	14.7498	18.5374	18.5374
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	14	14	24	24	4	4
		MAPE	0.8695	0.8695	0.8362	0.8362	0.8257	0.8257	0.8592	0.8592
		(SD)	(0.2088)	(0.2088)	(0.2001)	(0.2001)	(0.1959)	(0.1959)	(0.2064)	(0.2064)
		RDMAPE	13.7899	13.7899	9.4383	9.4383	8.0641	8.0641	12.4528	12.4528

จากตารางที่ 4.2.3 เราสามารถสรุปผลกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 ได้ดังนี้

ผู้วิจัยพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตัวแบบลดรูปที่ได้รับการเลือกจะดีกว่าตัวแบบอื่นอย่างมากที่สุด 32.00% กรณีที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าสูง โดยที่ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นเพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น และค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่า ก) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยมีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นที่ความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำหรือกลาง และมีการเลือกตัวแบบลดรูปทุกลูกโซ่ เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไป เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้น ทำให้ความแปรปรวนในการประมาณมีมากขึ้น ซึ่งส่งผลให้การเลือกตัวแบบลดรูปมีมากขึ้น ข) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จะมีการเลือกตัดตัวแปรที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอื่นออกเพียงตัวเดียว แต่ถ้าระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะตัดตัวแปรออก 2 ตัวโดยเลือกตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากออก และเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูงทั้งหมดจะตัดตัวแปรออก 3 ตัว ซึ่งจะเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้ โดยที่ไม่มีการเลือกตัวแบบที่มีค่าคงที่เพียงตัวเดียวในตัวแบบเลยไม่ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงทั้งหมด และ ค) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีการเลือกตัวแบบลดรูปน้อยลง เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE ลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนมีโอกาสในการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1 – 4.2.3 เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDMAPE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้มีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นเมื่อเทียบกับขนาดตัวอย่างที่เท่ากัน

ตารางที่ 4.2.4 การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 5$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.35,0.05,0.25)	n = 20	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
(0.25,0.35,0.05)		MAPE	1.3561	1.3561	1.3561	1.3561	1.3561	1.3561	1.2642	1.2642
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		(SD)	(0.2766)	(0.2766)	(0.2766)	(0.2766)	(0.2766)	(0.2766)	(0.2579)	(0.2766)
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		RDMAPE	7.2720	7.2720	7.2720	7.2720	7.2720	7.2720	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640	0.8202	0.8202
		(SD)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1591)	(0.1676)
		RDMAPE	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781	0.6527	0.6527
		(SD)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1201)	(0.1248)
		RDMAPE	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	1.2642	1.2642	1.2642	1.2642	1.3788	1.3788	1.3788	1.3788
		(SD)	(0.2579)	(0.2579)	(0.2579)	(0.2579)	(0.2813)	(0.2813)	(0.2813)	(0.2813)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.0696	9.0696	9.0696	9.0696
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.8202	0.8202	0.8202	0.8202	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640
		(SD)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1591)	(0.1676)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.6527	0.6527	0.6527	0.6527	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781
		(SD)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1201)	(0.1248)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.3788	1.3788	1.3530	1.3530	1.3530	1.3530	1.3530	1.3530
		(SD)	(0.2813)	(0.2813)	(0.2760)	(0.2760)	(0.2760)	(0.2760)	(0.2760)	(0.2760)
		RDMAPE	9.0696	9.0696	7.0241	7.0241	7.0241	7.0241	7.0241	7.0241
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640	0.8640
		(SD)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)	(0.1676)
		RDMAPE	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403	5.3403
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781	0.6781
		(SD)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1248)	(0.1201)	(0.1248)
		RDMAPE	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960	3.8960

ตารางที่ 4.2.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 5$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.15,0.50,0.15) (0.60,0.50,0.60) (ต่ำ,กลาง,ต่ำ) (กลาง,กลาง,กลาง)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	2.0482	2.0482	2.0482	2.0482	2.0482	2.0482	2.0384	2.0384
		(SD)	(0.4870)	(0.4870)	(0.4870)	(0.4870)	(0.4870)	(0.4870)	(0.4243)	(0.4243)
		RDMAPE	13.5532	13.5532	13.5532	13.5532	13.5532	13.5532	13.0070	13.0070
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	1.3895	1.3895	1.3895	1.3895	1.3895	1.3895	1.3801	1.3801
		(SD)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2677)	(0.2696)
		RDMAPE	7.6168	7.6168	7.6168	7.6168	7.6168	7.6168	6.8849	6.8849
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.9731	0.9731	0.9731	0.9731	0.9731	0.9731	0.9645	0.9645
		(SD)	(0.1796)	(0.1796)	(0.1796)	(0.1796)	(0.1796)	(0.1796)	(0.1775)	(0.1790)
		RDMAPE	6.2572	6.2572	6.2572	6.2572	6.2572	6.2572	5.3180	5.3180
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	3	3	23	23
		MAPE	1.8038	1.8038	1.9743	1.9743	2.0258	2.0258	1.8038	1.8038
		(SD)	(0.4177)	(0.4177)	(0.4514)	(0.4514)	(0.4561)	(0.4561)	(0.4177)	(0.4177)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	9.4520	9.4520	12.3110	12.3110	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	1.3801	1.3801	1.3801	1.3801	1.2912	1.2912	1.2912	1.2912
		(SD)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2696)	(0.2677)	(0.2696)
		RDMAPE	6.8849	6.8849	6.8849	6.8849	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.9645	0.9645	0.9645	0.9645	0.9158	0.9158	0.9158	0.9158
		(SD)	(0.1790)	(0.1790)	(0.1790)	(0.1790)	(0.1685)	(0.1685)	(0.1685)	(0.1685)
		RDMAPE	5.3180	5.3180	5.3180	5.3180	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	4	4	24	24	34	34
		MAPE	1.9698	1.9698	2.0347	2.0347	1.9743	1.9743	1.9698	1.9698
		(SD)	(0.4504)	(0.4504)	(0.4652)	(0.4652)	(0.4514)	(0.4514)	(0.4504)	(0.4504)
		RDMAPE	9.2029	9.2029	12.8022	12.8022	9.4520	9.4520	9.2029	9.2029
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.2912	1.2912	1.3768	1.3768	1.3768	1.3768	1.3768	1.3768
		(SD)	(0.2505)	(0.2505)	(0.2671)	(0.2671)	(0.2671)	(0.2671)	(0.2671)	(0.2671)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	6.6301	6.6301	6.6301	6.6301	6.6301	6.6301
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.9158	0.9158	0.9632	0.9632	0.9632	0.9632	0.9632	0.9632
		(SD)	(0.1685)	(0.1685)	(0.1776)	(0.1776)	(0.1776)	(0.1776)	(0.1776)	(0.1794)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	5.1826	5.1826	5.1826	5.1826	5.1826	5.1826

<u>ตารางที่ 4.2.4</u> (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 5$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.55,0.65,0.65)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
(0.45,0.45,0.55)		MAPE	1.8976	1.8976	2.0984	2.0984	2.1039	2.1039	1.8976	1.8976
(กลาง,กลาง,กลาง)		(SD)	(0.4560)	(0.4560)	(0.4859)	(0.4859)	(0.4972)	(0.4972)	(0.4560)	(0.4560)
(กลาง,กลาง,กลาง)		RDMAPE	0.0000	0.0000	10.5810	10.5810	10.8714	10.8714	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	1.3629	1.3629	1.3629	1.3629	1.3629	1.3629	1.4930	1.4930
		(SD)	(0.3093)	(0.3093)	(0.3093)	(0.3093)	(0.3093)	(0.3093)	(0.3388)	(0.3388)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.5455	9.5455
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	1.0195	1.0195	1.0195	1.0195	1.0195	1.0195	1.0825	1.0825
		(SD)	(0.2183)	(0.2183)	(0.2183)	(0.2183)	(0.2183)	(0.2183)	(0.2318)	(0.2318)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.1798	6.1798
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	13	13	3	3
		MAPE	2.2216	2.2216	2.2216	2.2216	2.0984	2.0984	2.1896	2.1896
		(SD)	(0.5210)	(0.5210)	(0.5210)	(0.5210)	(0.4859)	(0.4859)	(0.5070)	(0.5070)
		RDMAPE	17.0738	17.0738	17.0738	17.0738	10.5810	10.5810	15.3899	15.3899
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	1.4930	1.4930	1.4930	1.4930	1.4767	1.4767	1.4767	1.4767
		(SD)	(0.3388)	(0.3388)	(0.3388)	(0.3388)	(0.3280)	(0.3280)	(0.3280)	(0.3280)
		RDMAPE	9.5455	9.5455	9.5455	9.5455	8.3474	8.3474	8.3474	8.3474
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	1.0825	1.0825	1.0825	1.0825	1.0687	1.0687	1.0687	1.0687
		(SD)	(0.2294)	(0.2294)	(0.2318)	(0.2318)	(0.2288)	(0.2288)	(0.2288)	(0.2294)
		RDMAPE	6.1798	6.1798	6.1798	6.1798	4.8199	4.8199	4.8199	6.1798
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	14	14	4	4	34	34
		MAPE	2.1634	2.1634	2.1039	2.1039	2.1943	2.1943	2.1634	2.1634
		(SD)	(0.5009)	(0.5009)	(0.4972)	(0.4972)	(0.5185)	(0.5185)	(0.5009)	(0.5009)
		RDMAPE	14.0080	14.0080	10.8714	10.8714	15.6373	15.6373	14.0080	14.0080
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.4767	1.4767	1.4802	1.4802	1.4802	1.4802	1.4802	1.4802
		(SD)	(0.3280)	(0.3280)	(0.3359)	(0.3359)	(0.3359)	(0.3359)	(0.3359)	(0.3359)
		RDMAPE	8.3474	8.3474	8.6032	8.6032	8.6032	8.6032	8.6032	8.6032
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.0687	1.0687	1.0713	1.0713	1.0713	1.0713	1.0713	1.0713
		(SD)	(0.2318)	(0.2318)	(0.2294)	(0.2294)	(0.2294)	(0.2294)	(0.2294)	(0.2294)
		RDMAPE	4.8199	4.8199	5.0736	5.0736	5.0736	5.0736	5.0736	4.8199

ตารางที่ 4.2.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 5$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.20,0.10,0.10)	n = 20	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
(0.75,0.75,0.20)		MAPE	1.8576	1.8576	1.8576	1.8576	1.8576	1.8576	1.5863	1.5863
(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ)		(SD)	(0.4464)	(0.4464)	(0.4464)	(0.4464)	(0.4464)	(0.4464)	(0.3720)	(0.3720)
(สูง,สูง,ต่ำ)		RDMAPE	17.1027	17.1027	17.1027	17.1027	17.1027	17.1027	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	1.3652	1.3652	1.3652	1.3652	1.3652	1.3652	1.2294	1.2294
		(SD)	(0.3015)	(0.3015)	(0.3098)	(0.3098)	(0.3098)	(0.3098)	(0.2790)	(0.2790)
		RDMAPE	11.0454	11.0454	11.0454	11.0454	11.0454	11.0454	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	2	2
		MAPE	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215	0.6784	0.6784
		(SD)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1453)	(0.1453)
		RDMAPE	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	1.5863	1.5863	1.5863	1.5863	1.8324	1.8324	1.8324	1.8324
		(SD)	(0.3720)	(0.3720)	(0.3720)	(0.3720)	(0.4243)	(0.4243)	(0.4243)	(0.4243)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15.5141	15.5141	15.5141	15.5141
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	1.2294	1.2294	1.2294	1.2294	1.3245	1.3245	1.3245	1.3245
		(SD)	(0.3015)	(0.3015)	(0.2790)	(0.2790)	(0.2942)	(0.2942)	(0.2942)	(0.2942)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.7273	7.7273	7.7273	7.7273
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	0.6784	0.6784	0.6784	0.6784	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215
		(SD)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1453)	(0.1453)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.8324	1.8324	1.8424	1.8424	1.8424	1.8424	1.8424	1.8424
		(SD)	(0.4243)	(0.4243)	(0.4354)	(0.4354)	(0.4354)	(0.4354)	(0.4354)	(0.4354)
		RDMAPE	15.5141	15.5141	16.1445	16.1445	16.1445	16.1445	16.1445	16.1445
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.3245	1.3245	1.3284	1.3284	1.3284	1.3284	1.3284	1.3284
		(SD)	(0.2942)	(0.2942)	(0.3015)	(0.3015)	(0.3015)	(0.3015)	(0.3015)	(0.3015)
		RDMAPE	7.7273	7.7273	8.0522	8.0522	8.0522	8.0522	8.0522	8.0522
	n = 50	ตัวแบบที่	0	0	0	0	0	0	0	0
		MAPE	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215	0.7215
		(SD)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)	(0.1545)
		RDMAPE	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490	6.3490

ตารางที่ 4.2.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 5$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่ #1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.70,0.15,0.40) (0.40,0.70,0.15) (สูง,ต่ำ,กลาง) (กลาง,สูง,ต่ำ)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	1	1	14	14	12	12
		MAPE	1.8149	1.8149	2.1567	2.1567	2.0658	2.0658	1.8149	1.8149
		(SD)	(0.4361)	(0.4361)	(0.5183)	(0.5183)	(0.4786)	(0.4786)	(0.4361)	(0.4361)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	18.8338	18.8338	13.8237	13.8237	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	1.4236	1.4236	1.4236	1.4236	1.4236	1.4236	1.2934	1.2934
		(SD)	(0.3231)	(0.3231)	(0.3231)	(0.3231)	(0.3231)	(0.3231)	(0.2935)	(0.2935)
		RDMAPE	10.0650	10.0650	10.0650	10.0650	10.0650	10.0650	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	0.9627	0.9627	0.9627	0.9627	0.9627	0.9627	0.9069	0.9069
		(SD)	(0.2061)	(0.2061)	(0.2061)	(0.2061)	(0.2061)	(0.2061)	(0.1942)	(0.1942)
		RDMAPE	6.1531	6.1531	6.1531	6.1531	6.1531	6.1531	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	2	2	24	24	3	3	3	3
		MAPE	2.1283	2.1283	2.0254	2.0254	2.0935	2.0935	2.0935	2.0935
		(SD)	(0.4991)	(0.4991)	(0.4750)	(0.4750)	(0.4848)	(0.4848)	(0.4848)	(0.4848)
		RDMAPE	17.2674	17.2674	11.5977	11.5977	15.3501	15.3501	15.3501	15.3501
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	0	0	0	0
		MAPE	1.2934	1.2934	1.2934	1.2934	1.4618	1.4618	1.4618	1.4618
		(SD)	(0.3265)	(0.3265)	(0.2935)	(0.2935)	(0.3247)	(0.3247)	(0.3247)	(0.3247)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	13.0218	13.0218	13.0218	13.0218
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	0.9069	0.9069	0.9069	0.9069	0.9712	0.9712	0.9712	0.9712
		(SD)	(0.1942)	(0.1942)	(0.1942)	(0.1942)	(0.2079)	(0.2079)	(0.2079)	(0.2079)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.0994	7.0994	7.0994	7.0994
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	3	3	14	14	24	24	4	4
		MAPE	2.0935	2.0935	2.0658	2.0658	2.0254	2.0254	2.1343	2.1343
		(SD)	(0.4848)	(0.4848)	(0.4786)	(0.4786)	(0.4750)	(0.4750)	(0.5043)	(0.5043)
		RDMAPE	15.3501	15.3501	13.8237	13.8237	11.5977	11.5977	17.5980	17.5980
	n = 35	ตัวแบบที่	0	0	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.4618	1.4618	1.4386	1.4386	1.4386	1.4386	1.4386	1.4386
		(SD)	(0.3247)	(0.3247)	(0.3265)	(0.3265)	(0.3265)	(0.3265)	(0.3265)	(0.3265)
		RDMAPE	13.0218	13.0218	11.2247	11.2247	11.2247	11.2247	11.2247	11.2247
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	0.9712	0.9712	0.9649	0.9649	0.9649	0.9649	0.9649	0.9649
		(SD)	(0.2079)	(0.2079)	(0.2066)	(0.2066)	(0.2066)	(0.2066)	(0.2066)	(0.2066)
		RDMAPE	7.0994	7.0994	6.3993	6.3993	6.3993	6.3993	6.3993	6.3993

ตารางที่ 4.2.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 5$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.45,0.65,0.45)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
(0.80,0.65,0.80)		MAPE	2.5826	2.5826	2.5382	2.5382	2.6212	2.6212	2.5826	2.5826
(กลาง,กลาง,กลาง)		(SD)	(0.5734)	(0.5734)	(0.5395)	(0.5395)	(0.5820)	(0.5820)	(0.5734)	(0.5734)
(สูง,กลาง,สูง)		RDMAPE	18.2248	18.2248	16.1923	16.1923	19.9918	19.9918	18.2248	18.2248
	n = 35	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	1.7856	1.7856	1.7856	1.7856	1.7856	1.7856	1.7413	1.7413
		(SD)	(0.3761)	(0.3761)	(0.3761)	(0.3761)	(0.3761)	(0.3761)	(0.3633)	(0.3633)
		RDMAPE	14.0832	14.0832	14.0832	14.0832	14.0832	14.0832	11.2528	11.2528
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	1.1764	1.1764	1.1764	1.1764	1.1764	1.1764	1.1643	1.1643
		(SD)	(0.2346)	(0.2346)	(0.2346)	(0.2346)	(0.2346)	(0.2346)	(0.2295)	(0.2295)
		RDMAPE	8.3664	8.3664	8.3664	8.3664	8.3664	8.3664	7.2462	7.2462
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	2.1845	2.1845	2.5587	2.5587	2.5382	2.5382	2.1845	2.1845
		(SD)	(0.4643)	(0.4643)	(0.5501)	(0.5501)	(0.5395)	(0.5395)	(0.4643)	(0.5395)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	17.1307	17.1307	16.1923	16.1923	0.0000	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	1.7413	1.7413	1.7413	1.7413	1.5652	1.5652	1.5652	1.5652
		(SD)	(0.3633)	(0.3633)	(0.3633)	(0.3633)	(0.3170)	(0.3170)	(0.3170)	(0.3170)
		RDMAPE	11.2528	11.2528	11.2528	11.2528	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	1.1643	1.1643	1.1643	1.1643	1.0856	1.0856	1.0856	1.0856
		(SD)	(0.2295)	(0.2295)	(0.2295)	(0.2295)	(0.2086)	(0.2086)	(0.2086)	(0.2086)
		RDMAPE	7.2462	7.2462	7.2462	7.2462	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	34	14	14	24	24	34	34
		MAPE	2.5013	2.5013	2.6212	2.6212	2.5587	2.5587	2.5013	2.5013
		(SD)	(0.4697)	(0.4697)	(0.5820)	(0.5820)	(0.5501)	(0.5501)	(0.4697)	(0.4697)
		RDMAPE	14.5054	14.5054	19.9918	19.9918	17.1307	17.1307	14.5054	14.5054
	n = 35	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.5652	1.5652	1.7618	1.7618	1.7618	1.7618	1.7618	1.7618
		(SD)	(0.3170)	(0.3170)	(0.3699)	(0.3699)	(0.3699)	(0.3699)	(0.3699)	(0.3699)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	12.5626	12.5626	12.5626	12.5626	12.5626	12.5626
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.0856	1.0856	1.1623	1.1623	1.1623	1.1623	1.1623	1.1623
		(SD)	(0.2086)	(0.2086)	(0.2256)	(0.2256)	(0.2256)	(0.2256)	(0.2256)	(0.2256)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	7.0620	7.0620	7.0620	7.0620	7.0620	7.0620

<u>ตารางที่ 4.2.4</u> (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ μ = 0 และ σ = 5

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.55,0.80,0.55)	n = 20	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
(0.85,0.80,0.85)		MAPE	3.1960	3.1960	3.1309	3.1309	3.1409	3.1409	3.1960	3.1960
(กลาง,สูง,กลาง)		(SD)	(0.8374)	(0.8374)	(0.8204)	(0.8204)	(0.8230)	(0.8230)	(0.8374)	(0.8374)
(สูง,สูง,สูง)		RDMAPE	26.2539	26.2539	23.6825	23.6825	24.0787	24.0787	26.2539	26.2539
	n = 35	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
		MAPE	2.0311	2.0311	2.0131	2.0131	2.0407	2.0407	2.0311	2.0311
		(SD)	(0.5120)	(0.5120)	(0.5074)	(0.5074)	(0.5144)	(0.5144)	(0.5120)	(0.5120)
		RDMAPE	18.3007	18.3007	17.2523	17.2523	18.8571	18.8571	18.3007	18.3007
	n = 50	ตัวแบบที่	1	1	1	1	1	1	2	2
		MAPE	1.3081	1.3081	1.3081	1.3081	1.3081	1.3081	1.2935	1.2935
		(SD)	(0.3153)	(0.3153)	(0.3153)	(0.3153)	(0.3153)	(0.3153)	(0.3117)	(0.3117)
		RDMAPE	10.5823	10.5823	10.5823	10.5823	10.5823	10.5823	9.3478	9.3478
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	23	234	24	234	13	13	23	234
		MAPE	3.0110	2.5314	3.0960	2.5314	3.1309	3.1309	3.0110	2.5314
		(SD)	(0.7890)	(0.6633)	(0.8112)	(0.6633)	(0.8204)	(0.8204)	(0.7890)	(0.7890)
		RDMAPE	18.9447	0.0000	22.3035	0.0000	23.6825	23.6825	18.9447	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	1.7169	1.7169	1.9938	1.9938	2.0131	2.0131	1.7169	1.7169
		(SD)	(0.4328)	(0.4328)	(0.5026)	(0.5026)	(0.5074)	(0.5074)	(0.4328)	(0.4328)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	16.1278	16.1278	17.2523	17.2523	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	2	2	3	3	3	3
		MAPE	1.2935	1.2935	1.2935	1.2935	1.1829	1.1829	1.1829	1.1829
		(SD)	(0.3117)	(0.3117)	(0.3117)	(0.3117)	(0.2851)	(0.2851)	(0.2851)	(0.2851)
		RDMAPE	9.3478	9.3478	9.3478	9.3478	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	34	234	14	14	24	234	34	234
		MAPE	3.0494	2.5314	3.1409	3.1409	3.0960	2.5314	3.0494	2.5314
		(SD)	(0.7990)	(0.6633)	(0.8230)	(0.6633)	(0.8112)	(0.6633)	(0.7990)	(0.7990)
		RDMAPE	20.4641	0.0000	24.0787	24.0787	22.3035	0.0000	20.4641	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	34	34	14	14	24	24	34	34
		MAPE	1.9805	1.9805	2.0407	2.0407	1.9938	1.9938	1.9805	1.9805
		(SD)	(0.4992)	(0.4992)	(0.5144)	(0.5144)	(0.5026)	(0.5026)	(0.4992)	(0.4992)
		RDMAPE	15.3543	15.3543	18.8571	18.8571	16.1278	16.1278	15.3543	15.3543
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	4	4	4	4	4	4
		MAPE	1.1829	1.1829	1.2893	1.2893	1.2893	1.2893	1.2893	1.2893
		(SD)	(0.2851)	(0.2851)	(0.3107)	(0.3107)	(0.3107)	(0.3107)	(0.3107)	(0.3107)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	8.9927	8.9927	8.9927	8.9927	8.9927	8.9927

<u>ตารางที่ 4.2.4</u> (ต่อ) การเปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสม กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 5$

ระดับความสัมพันธ์ (X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4) (X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4)	ขนาดตัวอย่าง		ลูกโซ่							
			#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8
(0.95,0.80,0.90)	n = 20	ตัวแบบที่	123	124	123	134	124	134	123	124
(0.90,0.95,0.80)		MAPE	4.1968	3.1509	4.1968	4.5938	3.1509	4.5938	4.1968	3.1509
(สูง,สูง,สูง)		(SD)	(1.1344)	(0.8517)	(1.1344)	(1.2417)	(0.8517)	(1.2417)	(1.1344)	(0.8517)
(สูง,สูง,สูง)		RDMAPE	33.1937	0.0000	33.1937	45.7936	0.0000	45.7936	33.1937	0.0000
	n = 35	ตัวแบบที่	12	12	13	13	14	14	12	12
		MAPE	2.0691	2.0691	2.6915	2.6915	2.5962	2.5962	2.0691	2.0691
		(SD)	(0.5384)	(0.5384)	(0.7003)	(0.7003)	(0.6755)	(0.6755)	(0.5384)	(0.5384)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	30.0807	30.0807	25.4748	25.4748	0.0000	0.0000
	n = 50	ตัวแบบที่	12	12	1	1	14	14	12	12
		MAPE	1.3793	1.3793	1.5876	1.5876	1.5386	1.5386	1.3793	1.3793
		(SD)	(0.3450)	(0.3450)	(0.3971)	(0.3971)	(0.3849)	(0.3849)	(0.3450)	(0.3450)
		RDMAPE	0.0000	0.0000	15.1019	15.1019	11.5493	11.5493	0.0000	0.0000
			#9	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16
	n = 20	ตัวแบบที่	123	234	124	234	123	134	123	234
		MAPE	4.1968	4.2878	3.1509	4.2878	4.1968	4.5938	4.1968	4.2878
		(SD)	(1.1344)	(1.1590)	(0.8517)	(1.1590)	(1.1344)	(1.2417)	(1.1344)	(1.1590)
		RDMAPE	33.1937	36.0818	0.0000	36.0818	33.1937	45.7936	33.1937	36.0818
	n = 35	ตัวแบบที่	23	23	24	24	13	13	23	23
		MAPE	2.6285	2.6285	2.4786	2.4786	2.6915	2.6915	2.6285	2.6285
		(SD)	(0.6839)	(0.6839)	(0.6449)	(0.6449)	(0.7003)	(0.7003)	(0.6839)	(0.6839)
		RDMAPE	27.0359	27.0359	19.7912	19.7912	30.0807	30.0807	27.0359	27.0359
	n = 50	ตัวแบบที่	2	2	24	24	3	3	3	3
		MAPE	1.5670	1.5670	1.5147	1.5147	1.6245	1.6245	1.6245	1.6245
		(SD)	(0.3920)	(0.3920)	(0.3789)	(0.3789)	(0.4064)	(0.4064)	(0.4064)	(0.4064)
		RDMAPE	13.6084	13.6084	9.8166	9.8166	17.7789	17.7789	17.7789	17.7789
			#17	#18	#19	#20	#21	#22	#23	#24
	n = 20	ตัวแบบที่	134	234	124	134	124	234	134	234
		MAPE	4.5938	4.2878	3.1509	4.5938	3.1509	4.2878	4.5938	4.2878
		(SD)	(1.2417)	(1.1590)	(0.8517)	(1.2417)	(0.8517)	(1.1590)	(1.2417)	(1.1590)
		RDMAPE	45.7936	36.0818	0.0000	45.7936	0.0000	36.0818	45.7936	36.0818
	n = 35	ตัวแบบที่	34	34	14	14	24	24	34	34
		MAPE	2.7543	2.7543	2.5962	2.5962	2.4786	2.4786	2.7543	2.7543
		(SD)	(0.7167)	(0.7167)	(0.6755)	(0.6755)	(0.6449)	(0.6449)	(0.7167)	(0.7167)
		RDMAPE	33.1158	33.1158	25.4748	25.4748	19.7912	19.7912	33.1158	33.1158
	n = 50	ตัวแบบที่	3	3	14	14	24	24	4	4
		MAPE	1.6245	1.6245	1.5386	1.5386	1.5147	1.5147	1.5906	1.5906
		(SD)	(0.4064)	(0.4064)	(0.3849)	(0.3849)	(0.3789)	(0.3789)	(0.3979)	(0.3979)
		RDMAPE	17.7789	17.7789	11.5493	11.5493	9.8166	9.8166	15.3194	15.3194

จากตารางที่ 4.2.4 เราสามารถสรุปผลกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ = 4 และค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 ได้ดังนี้

ผู้วิจัยพบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตัวแบบลดรูปที่ได้รับการเลือกจะดีกว่าตัวแบบอื่นอย่างมากที่สุด 45.79 % กรณีที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าสูง โดยที่ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นเพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น และค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่า ก)เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยมีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นที่ความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำหรือกลาง และมีการเลือกตัวแบบลดรูปทุกลูกโซ่ เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไป เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้น ทำให้ความแปรปรวนในการประมาณมีมากขึ้น ซึ่งส่งผลให้การเลือกตัวแบบลดรูปมีมากขึ้น ข) เมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จะตัดตัวแปรอิสระออกเพียงตัวใดตัวหนึ่ง แต่ถ้าระดับความสัมพันธ์ระหว่างกับตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะตัดตัวแปรออก 2 ตัว โดยเลือกตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากออก และเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงในอัตราส่วน 2 : 3 ขึ้นไปจะตัดตัวแปรออก 3 ตัว ซึ่งจะเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้เพียงตัวแปรเดียว โดยที่ไม่มีการเลือกตัวแบบที่มีค่าคงที่เพียงอย่างเดียวในตัวแบบเลย ไม่ว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระจะอยู่ในระดับสูงทั้งหมด และ ค) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีการเลือกตัวแบบลดรูปน้อยลง เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE ลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนมีโอกาสในการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1 – 4.2.4 เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDMAPE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้มีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นเมื่อเทียบกับขนาดตัวอย่างที่เท่ากัน

จากตารางที่ 4.1.1 - 4.1.4 และตารางที่ 4.2.1-4.2.4 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จึงทำให้ค่า MAPE มีค่าเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้มีการเลือกตัวแบบลดรูปมากขึ้นเมื่อเทียบขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่เท่ากัน

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.1 - 4.1.4 และตารางที่ 4.2.1-4.2.4

จากตารางที่ 4.1.1 - 4.1.4 และตารางที่ 4.2.1-4.2.4 พบว่า ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง และค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้น ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น จึงส่งผลให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน เพราะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น นอกจากนี้เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจึงทำให้ค่า MAPE มีค่าเพิ่มขึ้น

ส่วนค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้<u>อัตราการลดลงของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น</u>ทำให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มลดลง ในทำนองกลับกันเมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้<u>อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า MAPE เพิ่มมากขึ้น</u>จึงส่งผลให้ค่า RDMAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาปัจจัยที่มีผลต่อค่าร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (MAPE) พบว่า

5.1 ปัจจัยที่มีผลต่อ MAPE

ปัจจัยที่มีผลต่อค่า MAPE แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัจจัยที่ค่า MAPE แปรผันตามคือ

1.1 <u>ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ</u>

ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงทำให้ค่า MAPE มีค่าเพิ่มขึ้น

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น หมายความว่า ข้อมูลมีการกระจายมากขึ้นหรือกล่าวได้ว่าข้อมูลมีความแตกต่างกันมากขึ้น ดังนั้นโอกาสที่ค่าประมาณจะคลาดเคลื่อนไปจากค่าจริงมากก็จะสูงขึ้นจึงเป็นสาเหตุทำให้ค่า MAPE เพิ่มขึ้น

1.3 จำนวนตัวแปรอิสระ

ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จึงทำให้ค่า MAPE มีค่าเพิ่มขึ้น

2. ปัจจัยที่ค่าค่า MAPE แปรผกผัน

2.1 ขนาดตัวอย่าง

ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นหมายถึง เมื่อเราได้ข้อมูลที่ดีมากขึ้น ซึ่งทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้จึงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองเพื่อศึกษาหลักเกณฑ์หรือวิธีการคัดเลือกหาตัวแบบที่มีประสิทธิภาพและน่าเชื่อถือ และหาตัวแบบที่ถูกต้องเหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลชุดเดียวกันโดยใช้เกณฑ์ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (MAPE) และใช้ค่าอัตราส่วนผลต่างของร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (RDMAPE) เพื่อประกอบเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแบบซึ่งสถานการณ์ที่ใช้มีดังนี้

1. จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษามี 2 ระดับ คือ 3 และ 4 ตัวแปร
2. ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ศึกษามี 4 ขนาด คือ 20, 35 และ 50 ตามลำดับ
3. ความคลาดเคลื่อนสุ่มมีการแจกแจงแบบผิดปกติที่มี $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 2, 3$ และ 5 ตามลำดับ
4. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเป็นดังนี้

ผู้วิจัยได้สร้างตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับทุกตัวแปรในระดับต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดตั้งแต่ 0.05 ถึง 0.95 ที่ทำให้ Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ และเป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix) โดยกำหนดระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ แบ่งเป็น 3 ระดับ คือ

<u>ระดับต่ำ</u> ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.05 ถึง 0.35

<u>ระดับกลาง</u> ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.40 ถึง 0.65

<u>ระดับสูง</u> ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.70 ถึง 0.95

วิธีการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ใช้วิธีการจำลองด้วยเทคนิคการจำลองมอนติคาร์โลและทำการเขียนโปรแกรมด้วยโปรแกรม Delphi 7 เพื่อสร้างข้อมูลตามสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดขึ้นมาโดยการทำซ้ำ 500 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

5.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเพื่อศึกษาหลักเกณฑ์หรือวิธีการคัดเลือกหาตัวแบบที่มีประสิทธิภาพและน่าเชื่อถือและหาตัวแบบที่ถูกต้องเหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลเดียวกัน โดยพิจารณาจากค่า MAPE ซึ่งผลจากการวิจัยพบว่าขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ ระดับพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนต่างก็ส่งผลต่อค่า MAPE ซึ่งผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามกรณีต่าง ๆ ดังนี้

1. <u>กรณีที่ตัวแปรอิสระเท่ากับ 3</u> มีลักษณะการคัดเลือกตัวแบบดังนี้

(1) <u>เมื่อขนาดตัวอย่าง = 20</u>

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ (σ = 1, 2)	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง (σ = 3, 5)**
- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ออกเพียงตัวเดียว - เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูงทั้งหมดจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระออก 2 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้	- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่นๆ ออกเพียงตัวเดียว - เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าอยู่ในระดับสูงในอัตราส่วน 2 : 3 ค่าขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระออก 2 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้

(2) <u>เมื่อขนาดตัวอย่าง = 35</u>

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ (σ = 1, 2)	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง (σ = 3, 5)**
- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ออกเพียงตัวเดียว	- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่นๆ ออกเพียงตัวเดียว - เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าอยู่ในระดับสูงทั้งหมดจะทำการตัดตัวแปรอิสระออก 2 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้

(3) <u>เมื่อขนาดตัวอย่าง = 50</u>

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ (σ = 1, 2)	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง (σ = 3, 5)**
- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูงทั้งหมดจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากที่สุดออกเพียงตัวเดียว	- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าอยู่ในระดับสูงในอัตราส่วน 2 : 3 ค่าขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากที่สุดออกเพียงตัวเดียว

2. <u>กรณีที่ตัวแปรอิสระเท่ากับ 4</u> มีลักษณะการคัดเลือกตัวแบบดังนี้

(1) <u>เมื่อขนาดตัวอย่าง = 20</u>

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ (σ = 1, 2)	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง (σ = 3, 5)**
- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ออกเพียงตัวเดียว - เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูงในอัตราส่วน 2 : 3 ค่าขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระออก 2 ตัว โดยตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ เป็นจำนวนมากออก	- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่นๆ ออกเพียงตัวเดียว - เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากออก - เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าอยู่ในระดับสูงในอัตราส่วน 2 : 3 ค่าขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระออก 3 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้

(2) เมื่อขนาดตัวอย่าง = 35

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ (σ = 1, 2)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง (σ = 3, 5)
- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ออกเพียงตัวเดียว	- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่นๆ ออกเพียงตัวเดียว - เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าอยู่ในระดับสูงในอัตราส่วน 2 : 3 ค่าขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระออก 2 ตัว โดยตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากออก

(3) เมื่อขนาดตัวอย่าง = 50

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ (σ = 1, 2)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง (σ = 3, 5)
- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระอยู่ในระดับค่อนข้างสูงขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนมากที่สุดออกเพียงตัวเดียว	- เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าอยู่ในระดับกลางขึ้นไปจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ออกเพียงตัวเดียว

5.2 ปัจจัยที่มีผลต่อค่า MAPE

ปัจจัยที่มีผลต่อค่า MAPE แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1. **ปัจจัยที่มีค่า MAPE แปรผันตาม** คือ

1.1 <u>ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ</u>

ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงทำให้ค่า MAPE มีค่าเพิ่มขึ้น

1.2 <u>ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน</u>

ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น หมายถึงข้อมูลมีการกระจายมากขึ้น หรือกล่าวได้ว่าข้อมูลมีความแตกต่างกันมากขึ้น ดังนั้นโอกาสที่ค่าประมาณจะคลาดเคลื่อนไปจากค่าจริงมากก็จะสูงขึ้นจึงเป็นเหตุให้ค่า MAPE เพิ่มขึ้น

1.3 <u>จำนวนตัวแปรอิสระ</u>

ค่า MAPE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จึงทำให้ค่า MAPE มีค่าเพิ่มขึ้น

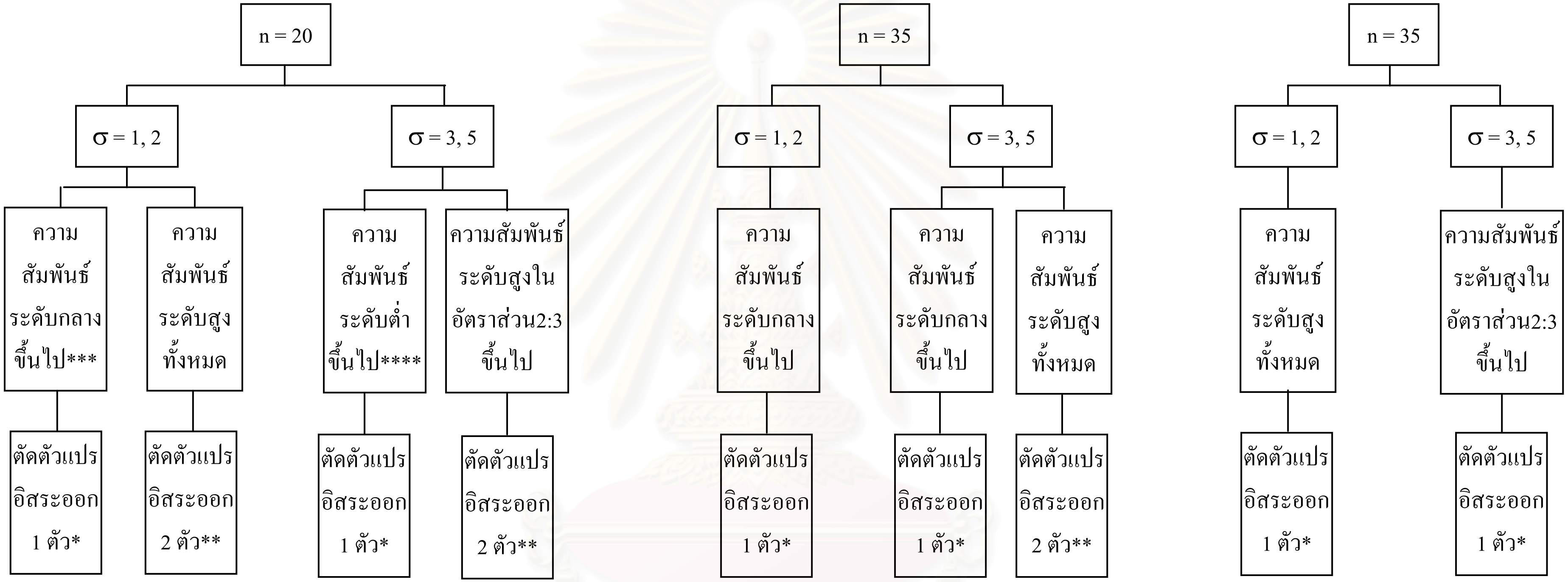
2. **ปัจจัยที่ค่า MAPE แปรผกผัน** คือ

2.1 <u>ขนาดตัวอย่าง</u>

ค่า MAPE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นหมายความว่า เราได้ข้อมูลที่ดีมากขึ้น จะทำให้ค่าประมาณมีค่าใกล้เคียงค่าจริงมากยิ่งขึ้น (ตามกฎของเลขจำนวนมาก (Law of Large Number : L.L.N.)) ซึ่งจะช่วยให้ความแปรปรวนลดลงได้ จงส่งผลทำให้ค่า MAPE ลดลง

ผู้วิจัยได้สรุปการเลือกตัดตัวแปรอิสระตามสถานการณ์ต่าง ๆ ในรูปของแผนผัง ดังนี้

กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3



---

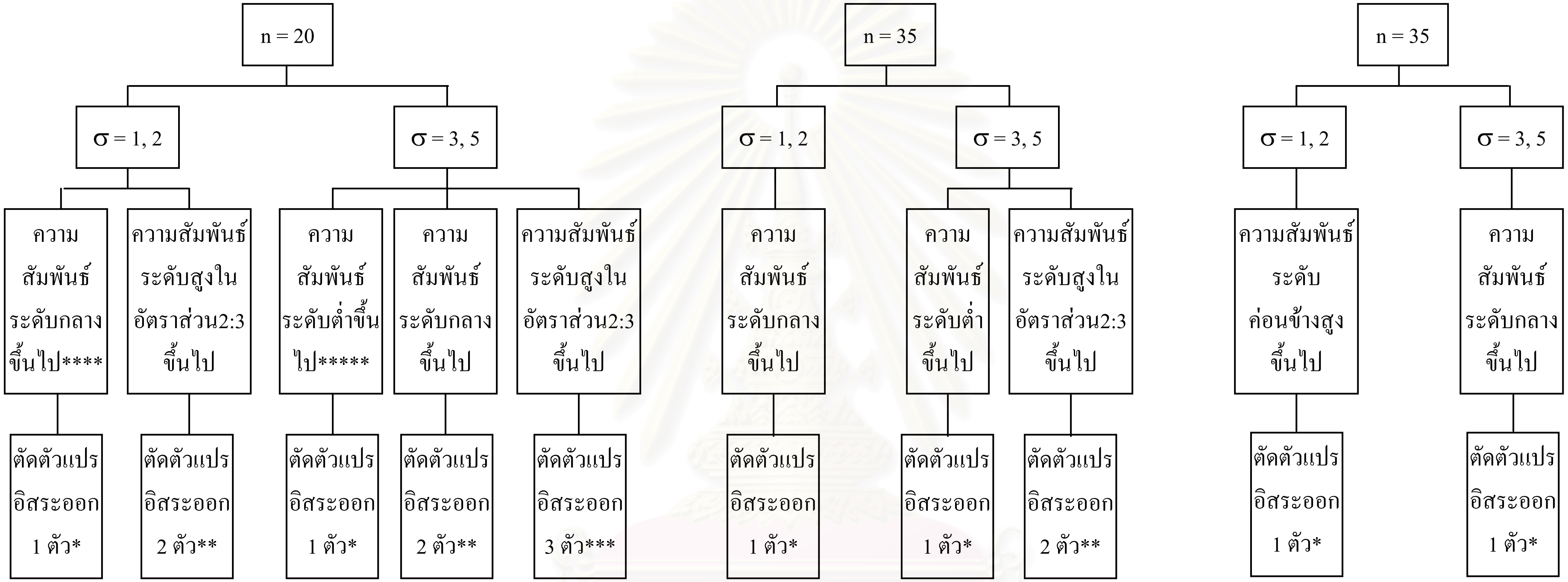
* ตัดตัวแปรออก 1 ตัว หมายถึงจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ออกเพียงตัวเดียว

** ตัดตัวแปรออก 2 ตัว หมายถึงจะทำการตัดตัวแปรอิสระออกเป็น 2 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้

*** ความสัมพันธ์ระดับกลางขึ้นไป หมายถึง ความสัมพันธ์ระดับ(กลาง,กลาง,กลาง), (ต่ำ,ต่ำ,สูง), (ต่ำ,กลาง,สูง), (กลาง,กลาง,สูง) , (กลาง,สูง,สูง)

****ความสัมพันธ์ระดับต่ำขึ้นไป หมายถึง ความสัมพันธ์ระดับ(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ), (ต่ำ,กลาง,กลาง) , (กลาง,กลาง,กลาง), (ต่ำ,ต่ำ,สูง), (ต่ำ,กลาง,สูง), (กลาง,กลาง,สูง)

กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4



---

* ตัดตัวแปรออก 1 ตัว หมายถึงจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ออกเพียงตัวเดียว

** ตัดตัวแปรออก 2 ตัว หมายถึงจะทำการตัดตัวแปรอิสระออกเป็น 2 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้

*** ตัดตัวแปรออก 3 ตัว หมายถึงจะทำการตัดตัวแปรอิสระออก 3 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้

**** ความสัมพันธ์ระดับกลางขึ้นไป หมายถึง ความสัมพันธ์ระดับ(กลาง,กลาง,กลาง), (ต่ำ,ต่ำ,สูง), (ต่ำ,กลาง,สูง), (กลาง,กลาง,สูง) , (กลาง,สูง,สูง)

*****ความสัมพันธ์ระดับต่ำขึ้นไป หมายถึง ความสัมพันธ์ระดับ(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ), (ต่ำ,กลาง,กลาง) , (กลาง,กลาง,กลาง), (ต่ำ,ต่ำ,สูง), (ต่ำ,กลาง,สูง), (กลาง,กลาง,สูง)

124

5.3 ผลกระทบของ Multicollinearity

1. Multicollinearity ไม่มีผลต่อการประมาณค่า y

เนื่องจาก $E(\hat{y}) = E(X\hat{\underset{\sim}{\beta}}) = E[X(X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{y}] = X(X'X)^{-1}X'E[\underset{\sim}{y}]$

$= X\underset{\sim}{\beta}$

เช่น กรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันและสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้ $X_2 = 5 + 0.5X_1$ สมมติว่าได้สมการถดถอย 2 สมการ

ข้อมูลที่				ค่าประมาณ y ที่ได้จากสมการถดถอย	
i	X_{i1}	X_{i2}	y_i	$\hat{y} = -87 + X_1 + 18X_2$	$\hat{y} = -7 + 9X_1 + 2X_2$
1	2	6	23	23	23
2	8	9	83	83	83
3	6	8	63	63	63
4	10	10	103	103	103

จะเห็นว่าไม่ว่าจะใช้สมการถดถอยใดประมาณค่า y ต่างก็ได้ค่าประมาณที่ถูกต้องทั้ง 2 สมการ

2. Multicollinearity มีผลต่อการทดสอบสมมติฐาน

เนื่องจาก $\text{cov}(\hat{y}) = \text{cov}(X\hat{\beta}) = X\,\text{cov}(\hat{\beta})X' = \sigma^2 X(X'X)^{-1}X'$

$= \sigma^2 X(X'X)^{-1}X'$

เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ลดลง และทำให้ค่าของ $(X'X)^{-1}$ มีขนาดใหญ่ขึ้น ซึ่งอาจมีผลทำให้การประมาณ $\underset{\sim}{\beta}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดไม่ได้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด หรือกล่าวได้ว่าการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยขาดประสิทธิภาพในการประมาณ ซึ่งส่งผลให้การทดสอบค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยไม่มีนัยสำคัญทั้งที่ตัวแปรอิสระดังกล่าวมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม เป็นต้น

5.4 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยในครั้งนี้มีข้อเสนอแนะ 2 ด้าน คือ 1. ด้านนำไปใช้ประโยชน์ และ 2. ด้านการวิจัย

1. ด้านนำไปใช้ประโยชน์ (เมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์)

การวิจัยครั้งนี้เปรียบเทียบหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดจากตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดในระแนงตัวแบบ (แลตทิซ) และศึกษาความเหมาะสมของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบโดยทำการ

คัดเลือกตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นภายใต้แลตทิซโดยพิจารณาจากตัวแบบที่ให้ค่าความแปรปรวนในการประมาณต่ำสุด

1.1 <u>ถ้าพบว่าตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันอาจแก้ปัญหาโดย</u>

ก) ไม่ต้องแก้ไขอะไรทั้งสิ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะพหุสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นนั้นไม่สูงนัก หรือผู้วิเคราะห์อาจสนใจเพียงเพื่อให้ได้สมการถดถอยสำหรับการประมาณค่าหรือพยากรณ์ โดยคำนึงถึงเพียงว่าค่า R^2 มีค่าสูงพอที่จะนำไปใช้ประมาณได้ เพราะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอาจไม่ชัดเจนพอ หรือเมื่อพหุสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นนั้นไม่สูงนัก การใช้ตัวแปรอิสระหลายตัวมาประมาณค่าตัวแปรตามจะดีกว่าการใช้ตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียว

ข) สามารถแก้ไขด้วยการเก็บข้อมูลเพิ่มขึ้น (ถ้าเป็นไปได้) โดยพยายามหาข้อมูลตัวแปรอิสระใหม่ที่ไม่สัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวอื่น ๆ หรือถ้าเป็นไปไม่ได้ในกรณีดังกล่าวอาจหาข้อมูลโดยเพิ่มขนาดตัวอย่างก็ได้ เพราะการเพิ่มขนาดตัวอย่างจะช่วยให้ค่าความแปรปรวนของค่าประมาณมีค่าลดลง ซึ่งทำให้เมื่อทำการทดสอบเอฟบางส่วนจะมีการเลือกตัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกยากขึ้น

ค) การแปลงข้อมูลตัวแปรอิสระที่สงสัยว่าจะก่อปัญหาพหุสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

ง) ตัดตัวแปรอิสระที่ก่อให้เกิดปัญหาออก ในบางครั้งเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันเองสูง การตัดตัวแปรอิสระออกไปบางตัวอาจให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามใกล้เคียงกับการใช้ตัวแปรอิสระหลายตัว

จ) แก้ไขด้วยวิธีการหาองค์ประกอบหลัก (Principal Components)

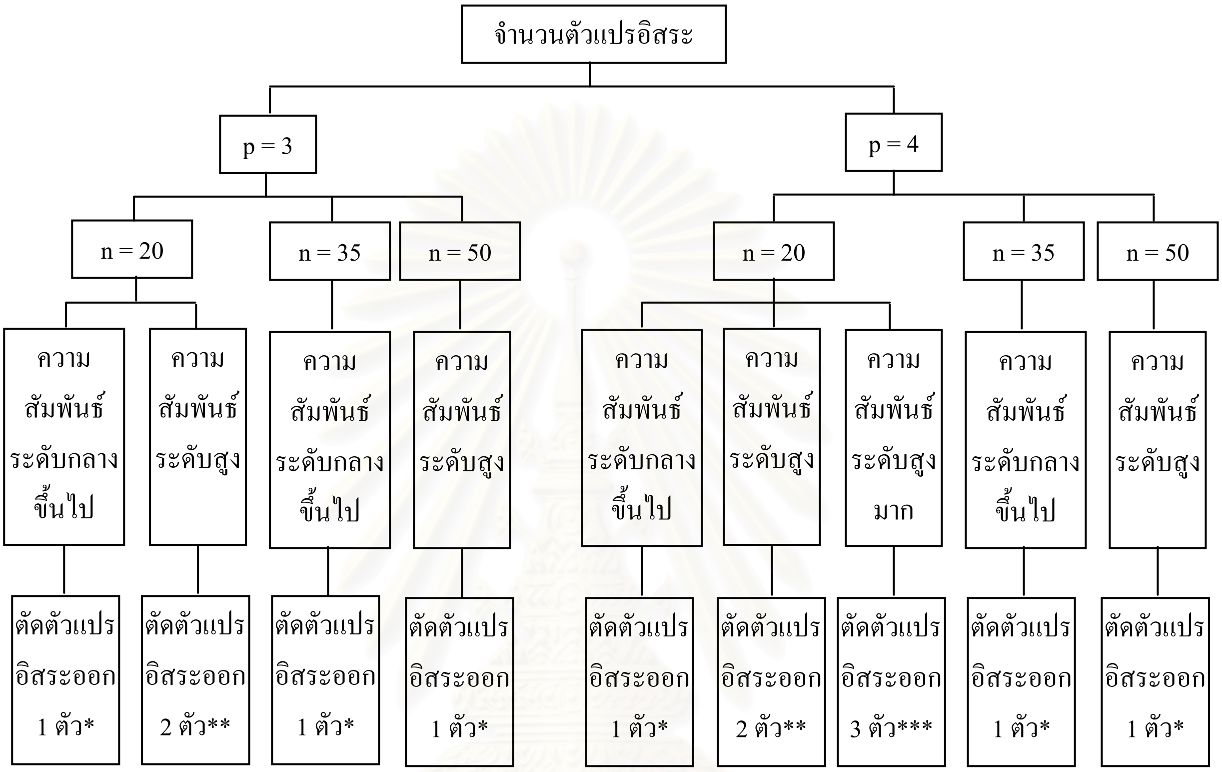
ฉ) แก้ไขด้วยการประมาณและวิเคราะห์ด้วยวิธีการวิเคราะห์ความถดถอยแบบริดจ์ (Ridge Regression Analysis)

1.2 <u>เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา</u>

ค่าสถิติในการพิจารณาความเหมาะสมของตัวแปรที่มีทั้งตัวแบบติดกลุ่มและไม่ติดกลุ่ม เช่น ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย เกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบโดยข้อสนเทศของอาไคเคะ (Akaike's Information Criterion (AIC)) เป็นต้น และเกณฑ์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้เลือกใช้ค่าร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าพยากรณ์กับค่าสังเกต (Mean Absolute Percentage Error) ตัวแบบใดที่มีค่านี้ต่ำสุดจะเป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งเกณฑ์นี้น่าจะมีประสิทธิภาพดีกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย เพราะมีการถ่วงน้ำหนักด้วยค่าจริง และการคำนวณไม่มีความยุ่งยากนัก

1.3 <u>การพิจาณาเลือกตัดตัวแปรออกจากตัวแบบ</u>

เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้งาน ผู้วิจัยได้สรุปสถานการณ์ในกรณีที่สามารถประมาณค่าระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระได้ โดยทราบจำนวนตัวแปรอิสระ (p) และขนาดตัวอย่าง (n) ดังแผนผังต่อไปนี้



---

*ตัดตัวแปรออก 1 ตัว หมายถึงจะทำการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์สูงที่สุดกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ออกเพียงตัวเดียว

**ตัดตัวแปรออก 2 ตัว หมายถึงจะทำการตัดตัวแปรอิสระออกเป็น 2 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้

***ตัดตัวแปรออก 3 ตัว หมายถึงจะทำการตัดตัวแปรอิสระออก 3 ตัว โดยเหลือตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ เป็นจำนวนน้อยที่สุดไว้

****ความสัมพันธ์ระดับกลางขึ้นไป หมายถึง ความสัมพันธ์ระดับ(กลาง,กลาง,กลาง), (ต่ำ,ต่ำ,สูง), (ต่ำ ,กลาง,สูง), (กลาง,กลาง,สูง) , (กลาง,สูง,สูง)

*****ความสัมพันธ์ระดับต่ำขึ้นไป หมายถึง ความสัมพันธ์ระดับ(ต่ำ,ต่ำ,ต่ำ), (ต่ำ,กลาง,กลาง) , (กลาง, กลาง,กลาง), (ต่ำ,ต่ำ,สูง), (ต่ำ,กลาง,สูง), (กลาง,กลาง,สูง)

1.4 <u>ข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระ</u>

การคัดเลือกตัวแปรอิสระภายใต้แลตทิซเป็นวิธีการหนึ่งที่จะนำไปสู่การได้สมการถดถอยที่ดีที่สุดที่นำไปพยากรณ์ค่าสังเกต แต่อาจมีขั้นตอนที่ยุ่งยากและเหมาะที่จะใช้เมื่อศึกษาจำนวนตัวแปรอิสระไม่มากนักและตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันสูง ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงขอเสนอแนะการเลือกใช้วิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระ (variable selection) ต่าง ๆ ดังนี้

ก) วิธีการเลือกตัวแปรอิสระแบบขั้นบันได(Stepwise Regression)เป็นที่นิยมเลือกใช้และเป็นที่ยอมรับในปัจจุบัน เพราะเป็นวิธีการที่มีความละเอียดของการคัดเลือกตัวแปรมากกว่าวิธีอื่น ๆ โดยแต่ละขั้นตอนมีการพิจารณาทั้งตัวแปรเข้าและตัวแปรออก ซึ่งวิธีการนี้จะเหมาะสำหรับข้อมูลที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันไม่มากนัก

ข) วิธีการคัดเลือกตัวแปรแบบไปข้างหน้า (Forward Selection) วิธีการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง (Backward Elimination) และวิธีการถดถอยแบบขั้นบันได (Stepwise Regression) จะให้ผลของสมการถดถอยที่ใกล้เคียงกัน และมีขั้นตอนของการคำนวณน้อยกว่าการพิจารณาสมการถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมด (all possible regression equations)

ค) ผู้วิจัยขอเสนอแนะว่าวิธีการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง (Backward Elimination) อาจเหมาะสมกว่าวิธีการคัดเลือกตัวแปรแบบไปข้างหน้า (Forward Selection) เพราะวิธีการดังกล่าวเริ่มต้นที่สมการถดถอยที่มีตัวแปรอิสระทุกตัวอยู่ในสมการ

ง) วิธีการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง (Backward Elimination) นั้นใช้กับข้อมูลที่มีที่มีความสัมพันธ์ร่วมพหุได้ดีกว่าวิธีการคัดเลือกตัวแปรแบบไปข้างหน้า (Forward Selection) เพราะตัวแปรที่เข้าสู่การวิเคราะห์ด้วยวิธีการคัดเลือกตัวแปรแบบไปข้างหน้าจะคงอยู่ตลอดไป ถึงแม้ว่าต่อมาตัวแปรนั้น ๆ จะลดความสามารถในการพยากรณ์ตัวแปรตามลงก็ตาม ด้วยเหตุนี้การคัดเลือกตัวแปรด้วยวิธีการดังกล่าวอาจให้ตัวแบบสุดท้ายเป็นตัวแบบที่ยังไม่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลนั้น ๆ ส่วนวิธีการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลังนั้นตัวแปรอิสระแต่ละตัวถูกพิจารณาภายใต้เงื่อนไขที่ว่าตัวแปรอิสระอื่น ๆ ถูกกำหนดไว้ในสมการแล้ว โดยให้ตัวแปรที่ถูกพิจารณาเป็นเสมือนตัวแปรสุดท้ายที่เข้าสู่การวิเคราะห์

2. ด้านการวิจัย

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้สนใจได้ศึกษาเพิ่มเติม โดยทำการศึกษาในกรณีต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ก) ศึกษาเพิ่มเติมเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบอื่น เช่น การแจกแจงลอกนอร์มอล และการแจกแจงไวบูลล์ เพื่อศึกษาการแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ ซึ่งอาจมีผลต่อการคัดเลือกตัวแบบ

ข) ใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณอื่นกรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ เช่น วิธีริดจ์รีเกรสชัน เพราะการประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดใช้ได้ดีเมื่อตัวแปรอิสระไม่มีความสัมพันธ์กัน

ค) ศึกษาเพิ่มเติมเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมากกว่า 4 ตัวแปร

ง) ศึกษาเพิ่มเติมเมื่อการให้ข้อมูลเกี่ยวกับพารามิเตอร์ β มีการแจกแจงแบบอื่น

จ) ศึกษาเปรียบเทียบเกณฑ์ที่ใช้ในการคัดเลือกตัวแบบ เพื่อศึกษาว่าจะมีลักษณะการเลือกตัวแบบเหมือนกันหรือไม่ และมีประสิทธิภาพต่างกันอย่างไร

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

จะเด็ด สวรรค์ตรานนท์. การเปรียบเทียบวิธีที่ใช้สำหรับการเลือกสมการถดถอยที่ดีที่สุด. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.

ทรงศิริ แต้สมบัติ. การวิเคราะห์การถดถอย. กรุงเทพมหานคร:มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์,2541.

ธีระพร วีระถาวร. ตัวแบบเชิงเส้น ทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร:บริษัท วิทยพัฒน์ จำกัด, 2541.

นพมาศ อัครจันทโชติ. การเปรียบเทียบวิธีที่ใช้ในการสร้างตัวแบบในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุนามกรณีที่มี 2 ตัวแปรอิสระ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

นิทัศน์ สุขสุวรรณ. การเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกสมการถดถอยที่ดีที่สุดภายใต้แนวทางของเบส์ในการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

นุชรินทร์ ทิพยวรรณากร. การเปรียบเทียบค่าพยากรณ์ที่ได้จากตัวแบบที่คัดเลือกตัวแปรด้วยวิธีเบส์เซียน วิธีกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง และวิธีการถดถอยแบบขั้นบันได ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุนามแบบลำดับขั้น.วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.

บุญจิรา มากอิ้น. การเปรียบเทียบเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการถดถอยแบบไม่ติดกลุ่ม. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

ประชุม สุวัตถี. การวิเคราะห์การถดถอย. กรุงเทพมหานคร:สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ ,2539.

พจนา แววสวัสดิ์. การเปรียบเทียบเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบความถดถอยพหุนามแบบติดกลุ่ม. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

มานพ วราภักดิ์. การจำลองเบื้องต้น. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ผลิตตำราเรียน สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2541.

สุพล ดุรงค์วัฒนา. การวิเคราะห์การถดถอย. กรุงเทพมหานคร:ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อังคณา ฮีกหาญศัตรู. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ.วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

ภาษาอังกฤษ

H. Linhart and W. Zucchini. Model selection. New York : John Wiley & Sons. 1986.

Norman R. Draper, Harry Smith. Applied regression analysis. 3rd ed. New York : John Wiley & Sons. 1998.

Rao, C.R. Linear Statistical Inference and Its Applications. New York : Wiley, 1973.

Searle, S.R. Linear Models. New York : John Wiley, 1971.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ตัวอย่างการวิเคราะห์หาตัวแบบที่ดีที่สุดโดยใช้ SPSS และการหาตัวแบบที่ดีที่สุดภายใต้แลตทิซ

พิจารณาแลตทิซหรือระแนงตัวแบบ (lattice) ซึ่งเป็นเซตของตัวแบบที่ใช้ประมาณข้อมูลของค่าสังเกตเพื่อพิจารณาเปรียบเทียบตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดในแลตทิซทั้งที่อยู่ใน ลูกโซ่เดียวกันและระหว่างลูกโซ่ เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลเดียวกัน เช่น เมื่อมี ตัวแปรอิสระ 2 ตัวที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม (Y) จะเขียนแลตทิซหรือระแนงตัวแบบได้ดังนี้

ตัวแบบที่ 0 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

$\beta_1 = 0$ $\beta_2 = 0$

ตัวแบบที่ 1 : $y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$ **ตัวแบบที่ 2 :** $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \varepsilon$

$\beta_2 = 0$ $\beta_1 = 0$

ตัวแบบที่ 3 : $y = \beta_0^* + \varepsilon$

เมื่อพิจารณาจากแลตทิซข้างต้น มีจำนวนลูกโซ่ที่เป็นไปได้ 2 ลูกโซ่ ดังนี้

<u>ลูกโซ่ที่ 1</u> ประกอบด้วย

ตัวแบบที่ 0 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 1 : $y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 3 : $y = \beta_0^* + \varepsilon$

<u>ลูกโซ่ที่ 2</u>

ตัวแบบที่ 0 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 2 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 3 : $y = \beta_0^* + \varepsilon$

ในการพิจารณาหาตัวแบบที่เหมาะสมภายใต้แลตทิซจะต้องทำการเปรียบเทียบทั้งตัวแบบถดถอยเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขของตัวแบบติดกลุ่ม (nested model) ซึ่งวิธีการคัดเลือกตัวแบบ

โดยทั่วไปจะใช้การทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test) หรือใช้ตัวสถิติ t ในการทดสอบสมมติฐานว่าสัมประสิทธิ์แต่ละตัวมีค่าเท่ากับ 0 (ทดสอบภายในลูกโซ่) แต่การพิจารณาและตัวแบบถดถอยเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขของตัวแบบไม่ติดกลุ่ม (non – nested model) (จากแลตทิซคือตัวแบบที่ 1 และ 2) ไม่สามารถใช้วิธีการคัดเลือกตัวแบบด้วยวิธีการดังกล่าวข้างต้นได้ ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้จึงสนใจศึกษาหลักเกณฑ์หรือวิธีการคัดเลือกหาตัวแบบที่มีประสิทธิภาพ และน่าเชื่อถือ เพื่อหาตัวแบบที่ถูกต้องเหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลเดียวกัน

<u>ตัวอย่างการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS</u>

y	x1	x2
0.042	-0.001	0.215
0.044	0.012	0.253
0.032	0.017	0.253
0.034	0.032	0.276
0.059	0.038	0.301
…	…	…
0.172	0.162	0.730
0.161	0.173	0.763
0.151	0.180	0.778

Correlations

		y	x1	x2
Pearson Correlation	y	1.000	❶.915	❷.922
	x1	.915	1.000	❸.983
	x2	.922	.983	1.000
Sig. (1-tailed)	y	.	.000	.000
	x1	.000	.	.000
	x2	.000	.000	.
N	y	29	29	29
	x1	29	29	29
	x2	29	29	29

❶ หมายถึง สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง y กับ X_1 เป็น 0.915

❷ หมายถึง สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง y กับ X_2 เป็น 0.922

❸ หมายถึง สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เป็น 0.983

นั่นคือ ตัวแปรอิสระทั้ง 2 ตัวมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตามมากพอสมควร และตัวแปรอิสระทั้งสองสัมพันธ์กันเองสูงด้วย

ทดสอบสมมติฐาน

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = 0$

H_1 : มี $\beta_i \neq 0$ อย่างน้อย 1 ตัว ; i = 1, 2

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	.035	2	.017	75.420	❹.000[a]
	Residual	.006	26	.000		
	Total	.041	28			

a. Predictors: (Constant), x2, x1

b. Dependent Variable: y

จาก❹ จะได้ว่า ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ มีตัวแปรอิสระอย่างน้อย 1 ตัวที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม y อย่างมีนัยสำคัญ (ตัวแบบที่ 0 ดีกว่าตัวแบบที่ 3) จึงต้องทำการทดสอบต่อไปว่าตัวแปรอิสระใดบ้างที่สัมพันธ์กับ y

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.006	.017		.361	.721
	x1	.194	.316	.251	.613	❺.545
	x2	.156	.094	.676	1.654	❻.110

a. Dependent Variable: y

ทดสอบสมมติฐาน

H_0 : $\beta_i = 0$

H_1 : $\beta_i \neq 0$; i = 1, 2

จาก❺และ❻ จะได้ว่า ยอมรับ H_0 นั่นคือ ทั้ง X_1 และ X_2 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม y (ตัวแบบที่ 1 และ 2 ดีกว่าตัวแบบที่ 0)

จะเห็นว่าจากการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ข้างต้น ยังไม่สามารถบอกได้ว่า ตัวแบบที่ 1 และ 2 ตัวแบบใดจะถูกต้องเหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลนี้

ข้อสังเกต เราปฏิเสธสมมติฐาน H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = 0$ แต่เมื่อทำการทดสอบ H_0 : $\beta_i = 0$; i = 1, 2 ทีละตัวกลับยอมรับ H_0 ซึ่งเป็นผลที่ขัดแย้งกัน เพราะเป็นผลของ Multicollinearity ต่อการทดสอบสัมประสิทธิ์ความถดถอย เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันเองสูงอีกประการหนึ่ง

<u>การหาตัวแบบที่ดีที่สุดภายใต้แลตทิซ</u>

ขั้นที่ 1 ใช้การกำจัดตัวแปรแบบถอยหลัง (Backward Elimination) ในการเปรียบเทียบหาตัวแบบที่ยอมรับได้ในแต่ละลูกโซ่ โดยการเปรียบเทียบตัวแบบเชิงซ้อน (complex model) กับตัวแบบง่ายขึ้น (simpler model) โดยใช้การทดสอบเอฟบางส่วน (Partial F – test)

เช่น

H_0 : $\beta_1 = 0$ vs. H_1 : $\beta_1 \neq 0$

$$F = \frac{[SSR(FM) - SSR(RM)]/[df(SSR(RM)) - df(SSR(RM))]}{SSE(FM)/df(SSE(FM))} = \frac{(0.03484970 - 0.034762753)/(2-1)}{0.00600699/26} = 0.376$$

H_0 : $\beta_2 = 0$ vs. H_1 : $\beta_2 \neq 0$

$$F = \frac{[SSR(FM) - SSR(RM)]/[df(SSR(RM)) - df(SSR(RM))]}{SSE(FM)/df(SSE(FM))} = \frac{(0.03484970 - 0.03421746)/(2-1)}{0.00600699/26} = 2.737$$

พบว่า ค่า Partial F ที่คำนวณได้ทั้ง 2 ค่า น้อยกว่า $F_{0.05,(1,28)} = 4.20$ จึงยอมรับ H_0 นั่นคือทั้ง X_1 และ X_2 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม y (<u>ตัวแบบที่ 1 และ 2 ดีกว่าตัวแบบที่ 0</u>)

สมมติได้ตัวแบบที่ยอมรับได้ในแต่ละลูกโซ่เป็นดังนี้

<u>ลูกโซ่ที่ 1</u> ประกอบด้วย

ตัวแบบที่ 0 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 1 : $y = \beta_0^* + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$ ➢ ตัวแบบที่ยอมรับได้ในลูกโซ่ที่ 1

ตัวแบบที่ 3 : $y = \beta_0^* + \varepsilon$

<u>ลูกโซ่ที่ 2</u>

ตัวแบบที่ 0 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \beta_2(x_2 - \bar{x}_{.2}) + \varepsilon$

ตัวแบบที่ 2 : $y = \beta_0^* + \beta_1(x_1 - \bar{x}_{.1}) + \varepsilon$ ➢ ตัวแบบที่ยอมรับได้ในลูกโซ่ที่ 2

ตัวแบบที่ 3 : $y = \beta_0^* + \varepsilon$

ขั้นที่ 2 ทำการเปรียบเทียบหาตัวแบบที่ได้ในแต่ละลูกโซ่ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Absolute Percentage Error (MAPE)) เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลนั้น ๆ ในที่นี้คือการคำนวณหา MAPE ของตัวแบบที่ 1 และ 2 สมมติว่า MAPE ของตัวแบบที่ 1 = 0.3219 และ MAPE ของตัวแบบที่ 2 = 0.3046 แสดงว่าตัวแบบที่ 2 เป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับใช้ในการประมาณค่า y ของข้อมูลชุดนี้

ภาคผนวก ข
ตารางแสดงลักษณะการทำงานของโปรแกรมทั้งหมดที่ใช้การวิจัย

อันดับที่	ชื่อโปรแกรม	การทำงานของโปรแกรม	ชื่อโปรแกรมย่อยที่เรียกใช้
โปรแกรมหลัก	Project	- สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ ค่าคลาดเคลื่อนสุ่ม ค่าคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ และตัวแปรตาม	creat_x , creat_y , creat_error
โปรแกรมย่อย			
1	datanormal	- การสร้างเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบปกติ	
2	creat_err	- สร้างความคลาดเคลื่อนของข้อมูล	
3	cor_va_mat	- สร้างเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรอิสระ	
4	creat_y	- สร้างตัวแปรตาม	
5	xtx	- คำนวณเมตริกซ์ x transpost x	
6	xty	- สร้างเวคเตอร์ x transpost y	
7	betahat	- คำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย	
8	yhat	- คำนวณค่าประมาณของตัวแปรตาม	
9	repara_x	- ปรับค่าตัวแปรอิสระใหม่	
10	get_mape	- คำนวณค่า MAPE	yhat
11	CaseOfModel	- สร้างกรณีของตัวแบบทั้งหมด	
ฟังก์ชัน			
12	creat_x	- สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ	datanormal
13	correlate_x	- สร้างความแปรปรวนของตัวแปรอิสระ	

อันดับที่	ชื่อโปรแกรม	การทำงานของโปรแกรม	ชื่อโปรแกรมย่อยที่เรียกใช้
14	cholesky	- สร้างสมการเพื่อใช้ในการสร้างตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์ตามต้องการ	
15	x_correlate	- สร้างตัวแปรอิสระให้มีความสัมพันธ์ตามที่ต้องการ	
16	det	- คำนวณ ดีเทอร์มิแนนท์	
17	inv	- คำนวณเมตริกซ์ผกผัน	det
18	compute_S	- คำนวณความแปรปรวน	
19	Compute_YTY	- คำนวณ Y ทรานโพส Y	
20	Model	- สร้างตัวแบบของตัวแปรอิสระ	
21	ModelX	- สร้างชุดของตัวแปรอิสระ	
22	Calc_S	- คำนวณความแปรปรวน	
23	TableF	- ตารางค่า F test	
24	Reduce_X	- ตัวแปรอิสระในตัวแบบทิ้ง	

โดยรายละเอียดของโปรแกรมมีดังนี้

```
program Project;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses
  SysUtils,
  Math;
const
   sample1 = 20; sample2 = 35; sample3 = 50;
   sigma1 = 1; sigma2 = 2; sigma3 = 3; sigma4 = 5;
   iteration = 500; all_model = 32;
   indep1 = 3; indep2 = 4; max_cor = 10;
type
   data2  = array[1..sample4] of double;
   data3  = array[1..(indep2+1)] of double;
   data4  = array[1..(indep2+1)] of data3;
   data5  = array[1.. iteration] of double;
   data7  = array[1..max_cor] of double;
   data8  = array[1..all_model] of double;
   data9  = array[1..indep2,1..indep2] of double;
   data10 = array[1..(indep2+1)] of data2;
   data   = array[1..sample4] of data3;
   data6  = array[1..all_model] of data;
   Setmodel = set of 1..6;
   DataMape = array [1..120,1..6] of double;
   CountMape = array [1..120,1..6] of integer;
var
    sam,para,sqvar,num,k_para,cor1,ind,clear,cor,num_start,num_end:integer;
    case_cor,p_in,in_p,total,repeat1,move,move1,row,column,cc,cr:integer;
    sig,temp_mape1,temp_sse1,min_mape,:double;
    x_full,x_model,x_cor,x_re:data;
    err_model,y_model:data2;
    down,up: data3;
    beta_model,xty_model:data3;
    xtx_model,inv_xtx_model:data4;
    amape,samape:double;
    model_x:data6;
    index_in,cova:data7;
    sum_cp,acp, cp  : data8;
    count, sum_mape, mape : array [1..5,1..16] of double;
    mat_cor,che_mat:data9;
    xx,yy, select, cas: integer;
//    yyy: char;
    F1: TextFile;
    S1, yTy : Double;
```

```
    Fp, S2 : Double;
    ml : SetModel;
    tX : Data;
    CMape : CountMape;
    DMape : DataMape;
    AModel: Array of integer;
    label skiped;

procedure datanormal (n:integer; var z:data2);
var i,j:integer; r1,r2:double; z2:data2;
begin
  randomize;
  i :=1;
  for j := 1 to n do
    z2[j] := 0;
  repeat
    if (i<=n) then
      begin
        r1 := random; r2 := random;
        z2[i] := sqrt((-2)*ln(r1))*(cos(2*pi*r2));
      end
    else
        z2[i] := 0;
        i := i+1;
  until i > n;
  z := z2;
end;

procedure creat_err (n:integer;variance:double;var error:data2);
var i:integer; temp,z1:data2;
begin
  for i := 1 to sample3 do
  begin
    temp[i] := 0;
    z1[i] := 0;
  end;
//   datanormal (n,z1);
  for i := 1 to n do
  begin
    temp[i] := variance * normal;
  end;
  error := temp;
end;
```

```
function creat_x(n,p:integer):data;
var i,j,k:integer; temp_in:data;
begin
  for i:= 1 to sample3 do
    for j:= 1 to indep2 + 1 do
                temp_in[i,j] := 0;
  for j := 1 to p do
  begin
//      datanormal (n,z1);
    for k:= 1 to n do
      if j = 1 then
        temp_in[k,j]:= 1
      else
        temp_in[k,j]:= normal;
  end;
  Creat_x := temp_in;
end;

function correlate_x(p :integer;var index_out,cor_out:data7): boolean;
var i:integer; index,temp:data7;
begin
  for i:= 1 to max_cor do
    temp[i]:= 0;
  index:=index_out;
  in_p:= round(((p*p)-p)/2);
//   if (num <= all) then
//   begin
  Correlate_x := true;
    for i:= in_p downto 1 do
    begin
      if index[i]<= 19 then
      begin
        temp[i]:= index[i]*0.05;
      end
      else
      begin
        if i = 1 then
          Correlate_x := false;
        index[i]:= 1;
        temp[i]:= index[i]*0.05;
        index[i-1]:= index[i-1]+1;
      end;
      if i = in_p then
```

```
          index[in_p]:= index[in_p]+1;
      end;
//   end;
   index_out:= index;
   cor_out:= temp;
end;

procedure cor_va_mat(p:integer;cor_re:data7;var cor_ma_out:data9);
var i,j,k:integer; temp1:data7;temp_out:data9;
begin
   temp1:= cor_re;
   k:= 1;
   for i:= 1 to indep2 do
      for j:= 1 to indep2 do
         temp_out[i,j]:= 0;
   for i:= 1 to p do
   begin
      for j:= 1 to p do
         if i=j then
            temp_out[i,j]:= 1
         else
         begin
            if i<j then
            begin
               temp_out[i,j]:= temp1[k];
               k:= k+1
            end
            else
               temp_out[i,j]:= temp_out[j,i];
         end;
   end;
   cor_ma_out:= temp_out;
end;

function cholesky(p:integer;in_mat:data9;var solut_x:data9):boolean;
var i1,j1,k1:integer;sum,sum1:double; c:data9;
begin
   cholesky := true;
   for i1:= 1 to indep2 do
      for j1:= 1 to indep2 do
         c[i1,j1]:=0;
   for k1:=1 to p do
   begin
```

```
    for i1:=1 to k1-1 do
    begin
      sum:=0;
      for j1:=1 to i1-1 do
        sum:=(C[i1,j1]*C[k1,j1])+sum;
      if C[i1,i1]=0 then
        C[k1,i1]:=0
      else
      begin
        C[k1,i1]:=(in_mat[k1,i1]-sum)/C[i1,i1];
      end;
    end;
    sum1:=0;
    for j1:=1 to k1-1 do
    begin
      sum1:=C[k1,j1]*C[k1,j1]+sum1;
    end;
    if in_mat[k1,k1] < sum1 then
    begin
       cholesky := false;
       break;
    end;
    C[k1,k1]:=sqrt(in_mat[k1,k1]-sum1);
  end;
  solut_x:=c;
end;

function x_correlate(n,p:integer;full_x:data;che:data9):data;
var i1,j1,k1:integer; temp_cor:data; temp:data10;
begin
  for i1:= 1 to sample3 do
     for j1:= 1 to indep2+1 do
     begin
        temp_cor[i1,j1]:= 0;
        temp[j1,i1]:= 0;
     end;
  for i1:= 1 to sample3 do
     for j1:= 2 to indep2+1 do
        temp[j1-1,i1]:= full_x[i1,j1];
  for i1:= 1 to n do
     for j1:= 1 to p+1 do
        if j1 = 1 then
           temp_cor[i1,j1]:= 1
```

```
    else
      for k1:= 2 to j1 do
        temp_cor[i1,j1]:= (che[j1-1,k1-1]*temp[k1-1,i1]) + temp_cor[i1,j1];
  x_correlate:=temp_cor;
end;

procedure creat_y (n,p:integer;x:data;err:data2; var y:data2);
var i,j:integer; temp_y:data2;
begin
  for i := 1 to sample3 do
    temp_y[i] := 0;
  for i := 1 to n do
  begin
    for j := 1 to p do
    begin
            temp_y[i] := temp_y[i] + x[i,j];
    end;
    temp_y[i]:= temp_y[i] + err[i];
  end;
  y := temp_y;
end;

procedure xtx (n,p:integer;x:data; var xtx_out:data4);
var i,j,k:integer; temp:data4;
begin
  for i:= 1 to indep1+1 do
    for j:= 1 to indep1+1 do
            temp[i,j] := 0;
  for i:= 1 to p do
    for j:= 1 to p do
    begin
      temp[i,j] := 0;
      for k := 1 to n do
      begin
        temp[i,j] := temp[i,j] + (x[k,i]*x[k,j]);
      end;
    end;
  xtx_out := temp;
end;

procedure xty (n,p:integer; x:data;y:data2; var xty_out:data3);
var i,j:integer; temp:data3;
begin
```

```
  for i := 1 to indep2 + 1 do
    temp[i] := 0;
  for i := 1 to p do
  begin
    for j := 1 to n do
    begin
         temp[i] := temp[i] + (x[j,i]*y[j]);
    end;
  end;
  xty_out := temp;
end;

procedure betahat (p:integer;x:data4;y:data3;var beta_out:data3);
var i,j:integer;temp:data3;
begin
  for i:=1 to p do
  begin
    temp[i]:=0;
    for j:=1 to p do
    begin
         temp[i]:=temp[i]+(x[i,j]*y[j]);
    end;
  end;
end;

procedure yhat(x:data;b:data3;n,p:integer;var xb:data2);
var i,j:integer;
begin
  for i:=1 to n do
  begin
    xb[i]:=0;
    for j:=1 to p do
            xb[i]:=xb[i]+(x[i,j]*b[j]);
  end;
end;

procedure repara_x(n,p:integer;x:data;var temp_x:data);
var i1,j1:integer; mean,temp:data3;
begin
  for i1:= 1 to p do
  begin
    temp[i1]:= 0;
    for j1:= 1 to n do
```

```
    begin
      temp[i1]:= temp[i1]+ x[j1,i1];
    end;
    mean[i1]:= temp[i1]/n;
  end;
  for i1:= 2 to p do
  begin
    for j1:= 1 to n do
    begin
      x[j1,i1]:= x[j1,i1]- mean[i1];
    end;
  end;
  temp_x:=x;
end;

procedure get_mape(x:data;y:data2;b:data3;n,p:integer;var temp_sse,temp_mape:double);
var tmp_dif,temp:double;i:integer;xb:data2;
begin
  yhat(x,b,n,p,xb);
  tmp_dif:=0;
  for i:=1 to n do
  begin
    temp:=abs((y[i] - xb[i])/ y[i]);
    tmp_dif:=tmp_dif+temp;
  end;
  temp_sse:= tmp_dif;
  tmp_dif:= tmp_dif/n;
  temp_mape:= tmp_dif;
end;

function det(x:data4;p:integer):double;
var i,j,k:integer;temp,temp1:data4;sum:double;
begin
  if (p=1) then
    det:=x[1,1]
  else
  if (p=2) then
    det:=(x[1,1]*x[2,2])-(x[2,1]*x[1,2])
  else
  begin
    sum:=0;
            for j:=1 to p-1 do
              for k:=1 to p do
```

```
          temp[j,k]:=x[j+1,k];
          temp1:=temp;
        for i:=1 to p do
        begin
          if i=1 then
          begin
            for j:=1 to p-1 do
                for k:=1 to p-1 do
                  temp[k,j]:=temp1[k,j+1]
          end
          else
          begin
            for j:=1 to p-1 do
                for k:=1 to p-1 do
                  if j < i then
                        temp[k,j]:= temp1[k,j]
                  else
                        temp[k,j]:=temp1[k,j+1];
          end;
            sum:=sum+(power((-1),(i+1))*x[1,i]*det(temp,p-1));
        end;
        det:=sum;
  end;
end;

function inv(x:data4;p:integer;var xin:data4): boolean; // Change to return in case inv = 0 // Change it
var i,j,kr,kc,m:integer;d,cal:double;temp,temp1:data4;
begin
  for i:=1 to indep2 do
    for j:=1 to indep2 do
    begin
          xin[i,j]:=0;
          temp[i,j]:=0;
          temp1[i,j]:=0;
    end;
  d:=det(x,p);
  if (d<>0) then
  begin
    for i:=1 to p do
    begin
          for j:=1 to p do
          begin
            if (i=1) then
```

```
                begin
                  for kr:=1 to p-1 do
                              for kc:=1 to p do
                                temp[kr,kc]:=x[kr+1,kc];
                  if(j=1) then
          for kc:=1 to p-1 do
                                for kr:=1 to p-1 do
                                            temp1[kr,kc]:=temp[kr,kc+1]
                  else
                              for kc:=1 to p-1 do
                                for kr:=1 to p-1 do
                                            if (kc<j) then
                                              temp1[kr,kc]:=temp[kr,kc]
                                            else
                                              temp1[kr,kc]:=temp[kr,kc+1];
      end
                else
                begin
        for kr:=1 to p-1 do
          for kc:=1 to p do
            if (kr<i) then
              temp[kr,kc]:=x[kr,kc]
            else
              temp[kr,kc]:=x[kr+1,kc];
        if (j=1) then
          for kc:=1 to p-1 do
            for kr:=1 to p-1 do
              temp1[kr,kc]:=temp[kr,kc+1]
        else
          for kc:=1 to p-1 do
            for kr:=1 to p-1 do
              if (kc<j) then
                temp1[kr,kc]:=temp[kr,kc]
              else
                temp1[kr,kc]:=temp[kr,kc+1];
      end;
      xin[j,i]:=power((-1),(i+j))*(1/d)*(det(temp1,p-1));
    end;
  end;
  result := true;
end
else
begin
```

```
     writeln(f1,'Undefined  Invert  of  XTX');
     result := false;
   end;
end;

function Compute_S(xk:integer; Betax,xTy: Data3):double;
var i : integer;
    Sy : double;
begin
   Sy := 0;
   for i := 1 to xk do
      Sy := Sy + (Betax[i] * xty[i]);
   Compute_S := Sy;
end;

function Compute_YTY(xk:integer; cY: Data2):double;
var i : integer;
    Sy : double;
begin
   Sy := 0;
   for i := 1 to xk do
      Sy := Sy + (cY[i] * cY[i]);
   Compute_YTY := Sy;
end;

function Model(xr: data; mo: setModel):data;
var d : data;
    i,  l : integer;
begin
  for i := 1 to sample3 do
  begin
    l := 1;
    d[i,1] := 0; d[i,2] := 0; d[i,3] := 0;
    d[i,4] := 0; d[i,5] := 0; d[i,6] := 0;
    if not (0 in mo) then
    begin
      d[i,l] := xr[i,1];
      l := l+1;
    end;
    if not (1 in mo) then
    begin
      d[i,l] := xr[i,2];
      l := l+1;
```

```
    end;
    if not (2 in mo) then
    begin
      d[i,l] := xr[i,3];
      l := l+1;
    end;
    if not (3 in mo) then
    begin
      d[i,l] := xr[i,4];
      l := l+1;
    end;
    if not (4 in mo) then
    begin
      d[i,l] := xr[i,5];
      l := l+1;
    end;
    if not (5 in mo) then
    begin
      d[i,l] := xr[i,6];
    end;
  end;
  Model := d;
end;

function ModelX(xr: data; mo: Array of integer):data;
var d : data;
    i, j,  l : integer;
begin
  j := high(mo);
  for i := 1 to sample3 do
  begin
    d[i,1] := xr[i,1];
    d[i,2] := 0;      d[i,3] := 0;
    d[i,4] := 0;      d[i,5] := 0; d[i,6] := 0;
    for l := 0 to j do
      d[i,l+2] := xr[i,mo[l]+1];
  end;
  Result := d;
end;
```

```
function Calc_S(n_sample,xp: integer; xr: data; yr:data2; var tempsse :double; var tempmape: double; var SCCL: double):
boolean;
var
   tempxty : data3;
   tempxtx : data4;
   sY : double;
   i : integer;
   Res : Boolean;
begin
  xtx(n_sample,xp,xr,tempxtx);
  xty(n_sample,xp,xr,yr,tempxty);
  Res := inv(tempxtx,xp,TempxTx);
  betahat(xp,tempxtx,tempxty,betam);
//  FPartial_step1 := Compute_S(xp,BetaM,TempXty);
  Sy := 0;
  for i := 1 to xp do
     Sy := Sy + (BetaM[i] * Tempxty[i]);

  get_mape(xr,yr,betam,n_sample,xp,tempsse,tempmape);

  SCCL := Sy;
  Result := Res;
end;

function TableF(Alpha: real; N_P_1: integer):Double; // Change F Value // Change it
var F : Double;
begin
  if int(Alpha*100) = 1 then
  begin
  if int(Alpha*100) = 5 then
  begin
    Case N_P_1 of
    15: F:= 4.5438;
    16: F:= 4.4940;
    30: F:= 4.1709;
    31: F:= 4.1596;
    46: F:= 4.0517;
    45: F:= 4.0566;
    else F:=0;
    end
  result := F;
end;
```

```
function Reduce_X(n_sample,xp,mk: integer; xr: data; er, yr:data2; BaseModel:Array of integer; var DMape: DataMape; var
CMape:CountMape): Boolean;
var
   tempx1,Tempx2 : data;
   tempxtx : data4;
   sY, S1,Tyty, temp_SSE1,temp_Mape1, Fp : double;
   i,j,l,c : integer;
   fc,fd,fe,ff: integer;
   b: Array of integer;
   res1 : boolean;
begin
  fc := high(BaseModel);
  tempx1 := ModelX(xr,BaseModel);
  //  creat_y(n_sample,fc+2,Tempx1,er,yr);
  if not Calc_S(n_sample,fc+2,TempX1,yr,temp_SSE1,temp_Mape1,S1) then
  begin
    result := False;
    exit;
  end;
  Tyty := Compute_yty(n_sample,yr);
  for i := 0 to fc do
  begin
    setlength(b,fc);
    fd := 0;
    for j:=0 to fc do
      if j <> i then
      begin
        b[fd] := BaseModel[j];
//        write(F1,b[fd],' ');
        fd := fd+1;
      end;
    tempx2 := ModelX(x_model,b);
    if not Calc_S(n_sample,fc+1,TempX2,yr,temp_SSE1,temp_Mape1,S2) then
    begin
      result := False;
      exit;
    end;
    Fp:= (S1-S2)/((TYTY - S1)/(n_Sample - (fc+1) -1));
//    write(f1,FP:15:6,TableF(0.05,(n_Sample - (fc+1) -1)):15:6);
    if i > 0 then
      mk := mk + (fractorial(fc+1)div(fc+1));
    if (FP <= TableF(0.05,(n_Sample - (k_Para-1) -1))) And (Fc > 0) then
    begin
```

```
//     writeln(f1);
      result := reduce_X(n_sample,xp,mk,xr,er,yr,b,DMape,CMape)
    end
    else
    begin
      if (FP <= TableF(0.05,(n_Sample - (k_para-1) -1))) then
      begin
//       writeln(f1);
//       write(f1,'No X          :');
        for l := mk to mk  do
        begin
          DMape[l,6] := ((DMape[l,6] * CMape[l,6]) + Temp_Mape1) / (CMape[l,6] + 1);
          CMape[l,6] := CMape[l,6] + 1;
        end;
      end
      else
      begin
        for l := mk to mk -1 + (fractorial(fc+1)div(fc+1)) do
        begin
          DMape[l,XP-FC-1] := ((DMape[l,XP-FC-1] * CMape[l,XP-FC-1]) + Temp_Mape1)/(CMape[l,XP-FC-1] + 1);
          CMape[l,XP-FC-1] := CMape[l,XP-FC-1] + 1;
        end;
      end;
//     writeln(F1,'Select This Model',mk:5,(mk -1 + (fractorial(fc+1)div(fc+1))):5);
      result := true;
    end;
  end;
end;

procedure CaseOfModel(A,B:array of integer);
var i,j,la,lb,lc: integer;
    C,D : array of integer;
begin
  la := high(A);
  Lb := high(B);
  for i := 0 to la do
  begin
    setlength(C,la);
    SetLength(D,lb +2);
    lc := 0;
    for j := 0 to lb do
    begin
      D[j] :=B[j];
```

```
      end;
      for j:= 0 to la do
        if i <> j then
        begin
          C[lc] := a[j];
//        write(C[lc]:3);
          lc := lc+1;
        end
        else
        begin
          D[lb+1] := a[j];
        end;
      CaseOfModel(C,D);
    end;
    if la < 0 then
    begin
      for i:= 0 to lb do
        write(f1,B[i]:3);
      writeln(f1);
    end;
  end;

begin {Main  Program}
   AssignFile(F1, 'outsig1ind3n1_05.txt');
   Rewrite(F1);
   randomize;
   num:= sample1;
   k_para:= indep2+1;
   sig :=sigma1;
   case_cor := 1;
   p_in:= round((((k_para-1)*(k_para-1))-(k_para-1))/2);
   for cor1:= 1 to p_in do
   begin
//      case_cor:= case_cor*19;
      index_in[cor1]:= 1;
      cova[cor1]:= 0;
   end;
   Cr := 1;
   for cor:= 1 to k_para-1 do
   begin
     for cc := cor+1 to k_para-1 do
     begin
       write('Correlate X',Cor:1,'X',CC:1,' :=');
```

```
     readln(x_Cor[Cor,CC]);
     Index_in[Cr] := int(x_cor[cor,cc]/0.05);
     Cr := Cr+1;
    end;
  end;
//}
  SetLength(AModel,k_para-1);
  for xx := 1 to k_para-1 do
    AModel[xx-1] := xx;

// For Chaeck Case
  CaseofModel(AModel,[]);
  while correlate_x(k_para-1,index_in,cova) do
  begin
    write(F1,'sample: ',num,'       ');
    write(f1,'parameter: ',k_para,'       ');
    writeln(f1,'sigma: ',sig:5:2,'       ');
    for cc:= 1 to indep2 do
      for cr:= 1 to indep2 do
      begin
        mat_cor[cc,cr]:=0;
        che_mat[cc,cr]:=0;
      end;
    for cc:= 1 to indep2+1 do
      for cr:= 1 to sample3 do
        x_cor[cc,cr]:= 0;

    cor_va_mat(k_para-1,cova,mat_cor);
    for xx := 1 to k_para-1 do
    begin
      for yy := 1 to k_para-1 do
      begin
        write(f1,mat_cor[xx,yy]:7:2,'  ');
        write(mat_cor[xx,yy]:7:2,'  ');
      end;
      writeln(f1);
      writeln;
//        AModel[xx-1] := xx;
    end;
    if not cholesky(k_para-1,mat_cor,che_mat) then
    begin
      writeln(f1,'This case is skip');
      goto skiped;
```

```
    end;
{
    if k_para = 4 then
      total := 4
    else
      total := 8;
    for yy := 1 to 5 do
    begin
      for clear:= 1 to 8 do
      begin
        count[yy,clear]:= 0;
        sum_mape[yy,clear]:= 0;
      end;
    end;
}
    for yy := 1 to Fractorial(K_Para-1) do
    begin
      for clear:= 1 to k_Para do
      begin
        CMape[yy,clear]:= 0;
        DMape[yy,clear]:= 0;
      end;
    end;
    for repeat1:= 1 to iteration do
    begin
      repeat
        creat_err(num,sig,err_model);
        x_full := creat_x(num,k_para);
        x_cor := x_correlate(num,k_para-1,x_full,che_mat);
        x_model := x_cor;
        creat_y(num,k_para,x_model,err_model,y_model);
      until  Reduce_x(num,k_para,1,x_Model,err_model,Y_Model,Amodel,DMape,CMape);
    end;
    writeln(f1);
//{
    for yy := 1 to fractorial(k_para-1) do
    begin
      samape:=0;
      for clear:= 1 to k_para do
      begin
        if CMape[yy,clear]<> 0 then
        begin
          amape:= Dmape[yy,clear];
```

```
        end
        else
        begin
          amape:= 0;
        end;
       writeln(f1,'amape of model ',clear,' = ',amape:12:6, 'Counter :',CMape[yy,Clear]:4);
       samape:=(amape*CMape[yy,Clear])+samape;
      end;
      writeln(f1,'amape of line ',clear,' = ',samape/500:12:6);
      writeln(f1);
    end;
    skiped:
  end;
  CloseFile(F1);
end.
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาววลัยทิพย์ บุญญาติศัย เกิดวันอาทิตย์ที่ 30 พฤศจิกายน พ.ศ. 2523 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ในปีการศึกษา 2545 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต (สต.ม.) สาขาวิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ. 2549