การจำลองเชิงตัวเลขของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม

นายคมกฤษณ์ ชัยโย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-17-5921-5

NUMERICAL SIMULATION OF CONFINED TURBULENT JETS
USING FINITE VOLUME METHOD

Mr. Khomgris Chaiyo

A Thesis Submittied in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Acadamic Year 2004
ISBN 974-17-5921-5

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การจำลองเชิงตัวเลขของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม
โดย	นายคมกฤษณ์ ชัยโย
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์)

.... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อศิ บุญจิตราดุลย์)

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์)

คมกฤษณ์ ชัยโย : การจำลองเชิงตัวเลขของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม. (NUMERICAL SIMULATION OF CONFINED TURBULENT JETS USING FINITE VOLUME METHOD) อ. ที่ปรึกษา : ผศ. ดร. สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์, 242 หน้า. ISBN 974-17-5921-5

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการจำลองเชิงตัวเลขสำหรับการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ การวางกริดในระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมนี้เป็นแบบเยื้องกันโดยกริดมีขนาดไม่สม่ำเสมอ เมื่อสมมติให้การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ใน 2 มิติ ที่สภาวะคงตัว

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมสำหรับปัญหาการไหล สามารถกระทำได้ด้วยการเปรียบเทียบผลลัพธ์การคำนวณกับผลการทดลองหรือผลการคำนวณที่มีอยู่แล้ว จากนั้นจึงนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต 2 กรณี คือ การไหลของ Confined coflow jet ในท่อ และการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด

สำหรับการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ พบว่าผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและค่าความดันที่ผนังจากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ มีความสอดคล้องและดีกว่าแบบจำลองปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ (เมื่อเปรียบเทียบกันกับผลการทดลอง) แต่สำหรับค่าของ Axial turbulence intensity และ Turbulence shear stress นั้นผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ยังไม่มีความถูกต้องเท่าที่ควร และจากศึกษาการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการไหลพบว่าเมื่ออัตราส่วนขนาด (R_2/R_1) มีค่าต่ำและอัตราส่วนความเร็ว ($\bar{u}_p/\bar{u}_s$) มีค่าสูงจะเกิดการไหลหมุนวนเนื่องจากการเกิด Adverse pressure gradient

สำหรับการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและระดับ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อจากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ มีแนวโน้มที่ค่อนข้างสอดคล้องและดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ เมื่อเปรียบเทียบกันกับผลการทดลอง และจากการศึกษาพารามิเตอร์ที่มีผลกระทบต่อการไหล พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re) และอัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีดต่อท่อแก้ว (α) เท่านั้นที่มีผลต่อลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและระดับ Turbulence intensity ที่ตำแหน่งเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล ลายมือชื่อนิสิต.........................

สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.........................

ปีการศึกษา 2547 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.........................

##4470237421 :MAJOR MECHANICAL ENGINEERING
KEY WORD: FINITE VOLUME METHOD / *k-ε* MODEL, *k-ε-γ* MODEL / CONFINED TURBULENT JETS

KHOMGRIS CHAIYO : NUMERICAL SIMULATION OF CONFINED TURBULENT JETS USING FINITE VOLUME METHOD. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. SOMPONG PUTIVISUTISAK, Ph.D. 242 pp. ISBN 974-17-5921-5.

In this thesis a finite volume simulation of confined axisymmetric turbulent jets with non-uniform staggered grid together with three turbulence models, the Standard *k-ε*, High-Re *k-ε-γ* and Low-Re *k-ε-γ*, are used to approximate the turbulence effects. The flows are assumed to be two dimensional, steady and incompressible.

A computer program has been developed for fluid flow. The developed program is validated by solving simple problems, of which experiment or other computational results are available. After validation, the computer program will then be applied to the problem of confined turbulent jets in 2 cases, i.e. confined coflow jet and confined jet in closed tube.

In the first case, it is found that the computational results of velocity profile and wall pressure from Low-Re *k-ε-γ* give better agreement than those of Standard *k-ε* and High-Re *k-ε-γ*. However, for axial turbulence intensity and turbulence shear stress, all three turbulence models fail to give good results when compared with experimental data. The study impact of the parameter-impacts on turbulence flow, i.e. radius ratio (R_2/R_1) and velocity ratio ($\bar{u}_p/\bar{u}_s$) at low radius ratio and high velocity ratio, revealed the recirculating flow owing to adverse pressure gradient.

For the case of confined jet in closed tube, the computational results of centerline velocity and turbulence intensity distribution from Low-Re *k-ε-γ* compare most favorably with experiments, but the Standard *k-ε* and High-Re *k-ε-γ* give significantly lower than Low-Re *k-ε-γ*. Of the main parameters, i.e. Re, α, β and ξ, the centerline velocity and turbulence intensity are more sensitive to Re and α only.

Department Mechanical Engineering Student's signature ....
Field of study Mechanical Engineering Advisor's signature ....
Academic Year 2004 Co-advisor's signature ....

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้ให้ความรู้ คำแนะนำ ตลอดจนข้อคิดที่มีคุณค่ายิ่งในการทำวิจัยรวมทั้งการดำเนินชีวิตของผู้วิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ ดร.อศิ บุญจิตราดุลย์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์ กรรมการ ที่ได้ให้คำแนะนำและถ่ายทอดความรู้ตลอดระยะเวลาในการทำงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ อาจารย์นิพนธ์ วรรณโสภาคย์ และเพื่อน ๆ สมาชิกในห้องปฏิบัติการวิจัยกลศาสตร์การคำนวณทุกท่านนับตั้งแต่ คุณสุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพานิช คุณสุธี ไตรวิวัฒนา คุณสุธี โอฬารฤทธินันท์ คุณสันติ อยู่ยืนยง คุณอธิพงษ์ มาลาทิพย์ คุณปริญญา บุญมาเลิศ คุณ กิตติศักดิ์ คู่วรัญญู คุณพัชรี ธีระเอก และคุณกอบศักดิ์ พจนานภาศิริ สำหรับคำแนะนำ ความช่วยเหลือและกำลังใจตลอดเวลาการทำงานวิจัยนี้ ขอขอบพระคุณ คุณเด่นวิทย์ เกียรติวานิช คุณเทอดศักดิ์ ชัยสุริยะพันธ์ คุณสิริวรรณ แต้วิจิตร และคุณพร้อมพันธ์ แสงแก้ว ที่คอยให้กำลังใจและอำนวยความสะดวกในเรื่องต่าง ๆ ตลอดระยะเวลาในการทำวิทยานิพนธ์นี้

ท้ายสุดนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา พี่สาวและน้องสาว รวมทั้งคุณอรุณ สุวรรณสาร ที่ให้คำปรึกษาเป็นกำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด อนึ่งประโยชน์และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้ขอมอบเป็นกตัญญุตาบูชาแด่บิดามารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่านที่มิอาจระบุนามได้หมดในที่นี้

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญตาราง

หน้า

สารบัญภาพ

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

คำอธิบายสัญลักษณ์

a ค่าคงที่, สัมประสิทธิ์ในสมการพีชคณิตและขนาดรัศมีทรงกระบอก

A พื้นที่หน้าตัดของปริมาตรควบคุม

b ค่าคงที่

d_ϕ Non-dimensionless sources

D Diffusion conductance, ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ, ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางทรงกระบอกและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อแก้ว

D_1 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีด

D_2 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ

$\hat{e}_r$ เวกเตอร์ทิศทางขนาดหนึ่งหน่วยในทิศทางแกน r

$\hat{e}_x$ เวกเตอร์ทิศทางขนาดหนึ่งหน่วยในทิศทางแกน x

f แฟคเตอร์ของการประมาณค่าในช่วง

f_N ค่า Probability Density Function (PDF) ของตัวแปรสเกลาร์ ϕ บริเวณที่การไหลไม่เป็นแบบปั่นป่วน

f_T ค่า Probability Density Function (PDF) ของตัวแปรสเกลาร์ ϕ บริเวณที่การไหลเป็นแบบปั่นป่วน

f_μ, f_1, f_2 Damping function

F Convective mass flux

F_s แรงเฉือน

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

H	ความสูงท่อแก้ว
$\bar{I}$	ค่าเฉลี่ยของ Intermittency factor
k_w	Turbulent kinetic energy ที่ผนัง
L	ขนาดความยาวของแผ่นเรียบ, ความยาวท่อ, Length scale
L_ε	Eddy length scale
m	ดัชนีการนับ
$\dot{m}$	อัตราการไหลของมวล
N	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
p	ความดัน
p^*	Modified pressure
Pe	เพคเล็ทนัมเบอร์ (Peclet number)
P_k	Productivity ของ Turbulent kinetic energy
q	ผลรวมสุทธิของฟลักซ์
r	ระยะในแนวแกน r
r'	ระยะที่วัดจากผนังในแนวแกน r
R	ขนาดรัศมีท่อ
R_1	ขนาดรัศมีหัวฉีด
R_2	ขนาดรัศมีท่อ
R'	ระยะที่วัดจากผนังในแนวแกน r ไร้มิติ

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

Re	เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds number)
R_{ϕ}	Characteristic flux
S_{ij}	Strain rate tensor
$\bar{S}_{ij}$	Mean rate of strain
S_{ϕ}	พจน์ของ Source
T	ช่วงเวลา
T_i	Turbulence intensity
u	ความเร็วในแนวแกน x
$\bar{u}_b$	ความเร็วเฉลี่ย (Bulk velocity)
$\bar{u}_{cl}$	ความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลาง
$\bar{u}_{\mathrm{in}}$	ความเร็วที่ทางเข้า
$\bar{u}_m$	ความเร็วเฉลี่ย (Sectional mean velocity)
$\bar{u}_p$	ความเร็วของเจ็ตหรือกระแสการไหลหลัก
u_{ref}	ความเร็วอ้างอิง
$\bar{u}_s$	ความเร็วของกระแสการไหลรอง
u^{+}	ความเร็วไร้มิติ
u_{τ}	Friction velocity
u_{∞}	ความเร็วของกระแสการไหลอิสระ
v	ความเร็วในแนวแกน y หรือแกน r
x	ระยะในแนวแกน x

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

x_r	ตำแหน่งจุด Reattachment ในแนวแกน x
x_s	ตำแหน่งจุด Separation ในแนวแกน x
y	ระยะในแนวแกน y
y^+	ระยะห่างจากผนังไร้มิติ
z	ระยะในแนวแกน z
ℓ	Mixing length
α	ค่า Under relaxation, อัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีดต่อท่อแก้ว
β	อัตราส่วนพื้นที่ทางเข้าท่อต่อพื้นที่หน้าตัดทางออก
δ	Boundary layer thickness
δV	ปริมาตรควบคุม
δ_{ij}	Kronecker delta
δ^*	Displacement thickness
ε	Dissipation rate
ε_w	Dissipation rate ที่ผนัง
$\tilde{\varepsilon}$	Modified dissipation rate
$\tilde{\varepsilon}_w$	Modified dissipation rate ที่ผนัง
ϕ	ตัวแปรสเกลาร์หรือตัวแปรการไหล
φ	ตัวแปรการไหล
γ	Intermittency factor

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

κ	ค่าคงที่ของ Von Karman
λ	Geometric weight factor
μ	ความหนืดสัมบูรณ์
μ_{eff}	Effective viscosity
μ_t	Eddy viscosity
ν	ความหนืดจลนศาสตร์
θ	Momentum thickness
ρ	ความหนาแน่น
τ_{ij}	Stress tensor
τ_{ij}^R	Reynolds stresses หรือ Turbulent stresses
τ_w	ความเค้นเฉือนที่ผนัง
ξ	อัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางต่อความยาวท่อแก้ว
Γ_ϕ	สัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย
Ω	ปริมาตรควบคุม

ตัวห้อย (Subscripts)

i	Cartesian tensor index
e, w, n, s	ผิวปริมาตรควบคุมที่อยู่ระหว่างจุดต่อ E และ P, P และ W, N และ P, P และ S

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

E, W, N, S จุดต่อที่อยู่ข้างเคียงปริมาตรควบคุม

ตัวยก (Superscripts)

$'$ ส่วนที่เป็นผลของการสั่น

$\overline{\quad}$ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ย

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

ในอดีตที่ผ่านมาได้มีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการไหลของเจ็ตอย่างแพร่หลาย เนื่องจากการไหลแบบเจ็ตนี้เป็นลักษณะการไหลที่มีการพบเห็นได้ทั่วไปและมีการประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในงานทางด้านวิศวกรรม เช่น ในหัวฉีดเพื่อการผสม หัวจ่ายในระบบปรับอากาศ ฯลฯ นอกจากนั้นลักษณะการไหลแบบเจ็ตยังพบได้ในระบบหรือส่วนที่วิศวกรและบุคคลทั่วไปอาจยังไม่ตระหนักถึงความสำคัญ ซึ่งอาจมีสาเหตุจากการที่เจ็ตเหล่านี้เป็นที่พบเห็นได้โดยทั่วไปอย่างมากจนเกิดความเคยชิน เช่น การปล่อยน้ำเสีย หรือน้ำหล่อเย็นลงสู่แม่น้ำ การปล่อยควันสู่บรรยากาศ ซึ่งการปล่อยน้ำหรืออากาศในลักษณะนี้ก็จะมีลักษณะเป็นการไหลแบบเจ็ต จากกรณีของเจ็ตเหล่านี้เป็นที่ทราบกันดีว่ามีผลกระทบอย่างสูงต่อสิ่งแวดล้อม เนื่องจากลักษณะการไหลของเจ็ตที่เกิดขึ้นนั้น จะเป็นตัวกำหนดลักษณะของการแพร่กระจาย ระดับความเข้มข้น (Concentration) ของน้ำร้อน (น้ำที่อุณหภูมิสูงกว่าสิ่งแวดล้อม) หรือควันพิษสู่สิ่งแวดล้อมรอบข้าง

อนึ่งการไหลแบบอิสระ (Free jet) หรือรูปแบบของเจ็ตที่ปล่อยสู่บรรยากาศที่หยุดนิ่งรอบข้างเป็นการไหลพื้นฐานที่พบมากในงานวิศวกรรมซึ่งได้มีการศึกษากันอย่างแพร่หลาย แต่ในการประยุกต์ใช้งานที่เกี่ยวกับการไหลแบบเจ็ตในอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่พบเห็นโดยทั่วไปนั้นมักจะมีกระแสไหลของของไหลรอบข้างมาเกี่ยวข้องด้วยเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งการไหลแบบเจ็ตในกระแสรอบข้างนั้นสามารถแบ่งออกเป็นหลายลักษณะ แต่โดยทั่วไปแล้วมักจะแบ่งตามทิศทางของกระแสรอบข้างหรือแบ่งตามรูปร่างและลักษณะการไหลที่ปรากฏ จากที่กล่าวมานี้ทำให้สามารถแบ่งการไหลของเจ็ตกับกระแสรอบข้างออกได้เป็น 3 ลักษณะ ด้วยกันคือ

1) เจ็ตในกระแสลมตาม (Jet in coflow)
2) เจ็ตในกระแสลมขวาง (Jet in crossflow)
3) เจ็ตในกระแสลมทวน (Jet in counterflow)

ซึ่งรูปร่างการไหลทั้ง 3 แบบนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันออกไป โดยขึ้นอยู่กับมุมปะทะระหว่างการไหลของเจ็ตและกระแสลมรอบข้างเป็นสำคัญ ซึ่งในการศึกษาวิจัยเหล่านี้ได้มีการศึกษาเกี่ยวกับคุณลักษณะที่สำคัญของเจ็ตคือ คุณลักษณะด้านการผสม (หัวฉีดเพื่อการผสม) และการแพร่กระจายของมลภาวะ โดยได้มีการอ้างอิงเปรียบเทียบลักษณะการผสมจากคุณลักษณะของ

ปริมาณต่าง ๆ เช่น การแพร่กระจายของเจ็ต การลดลงของค่าความเร็วเฉลี่ย และระดับความปั่นป่วนของการไหล (Turbulence intensity) โดยรายละเอียดเบื้องต้นเกี่ยวกับประเภทของการไหลแบบเจ็ตมีดังต่อไปนี้

1.1.1 การไหลแบบเจ็ตอิสระ

Beer and Chigier [1] ได้ทำการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนของเจ็ตอิสระ (Turbulent free jet) พบว่าสามารถแบ่งลักษณะบริเวณต่าง ๆ ของ Circular free jet ได้ดังรูปที่ 1.1 โดยที่ระยะใกล้ปากเจ็ตจะเกิดบริเวณที่เรียกว่า Potential core ซึ่งภายในบริเวณนี้ความเร็วของเจ็ตที่ออกมามีลักษณะสม่ำเสมอส่วนบริเวณด้านนอกจะมีการพัฒนาของ Mixing layer ซึ่งจะมีการถ่ายเทโมเมนตัมและมวลตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของการไหลของเจ็ต ส่วนที่บริเวณ Fully developed region จะพบว่ามีลักษณะ Similarity ของการกระจายตัวของความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวรัศมี สำหรับความยาวของ Potential core และ Transition region มีค่าประมาณ 4-5 และ 10 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางท่อซึ่งจะขึ้นอยู่กับเงื่อนไขสภาวะเริ่มต้น เช่น ระดับ Turbulence ของเจ็ตที่ถูกฉีดออกจาก Nozzle

1.1.2 เจ็ตในกระแสลมตาม

เจ็ตในกระแสลมตามเป็นการไหลที่มีกระแสรอบข้างไหลในทิศทางเดียวกับเจ็ตดังแสดงในรูปที่ 1.2 นั่นคือเมื่อเจ็ตกับกระแสรอบข้างไม่มีมุมปะทะระหว่างกันหรือมีมุมปะทะเพียงเล็กน้อย ลักษณะการไหลจะเป็นแบบเจ็ตในกระแสลมตาม ซึ่งการไหลในลักษณะนี้จะส่งผลให้อัตราการแพร่กระจาย (Growth rate) และอัตราการดึงอากาศรอบข้าง (Entrainment rate) เข้ามาผสมกับตัวเจ็ตมีลักษณะที่แตกต่างไปจากกรณีของเจ็ตอิสระ โดยในการไหลแบบเจ็ตในกระแสลมตามนั้นอัตราการแพร่กระจายของเจ็ตจะลดลงเนื่องจากมีอัตราการดึงอากาศรอบข้างเข้ามาผสมได้น้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีของเจ็ตอิสระ [2]

รูปที่ 1.3 แสดงเจ็ตในกระแสลมตามอีกประเภทหนึ่งหรือที่เรียกว่า Confined coflow jet ในท่อ ที่ประกอบด้วยกระแสการไหลหลัก (Primary stream) หรือกระแสการไหลของเจ็ต (Jet stream) และกระแสการไหลรอง (Secondary stream) ไหลเข้ามาผสมกัน ก็เป็นตัวอย่างหนึ่งของเจ็ตในกระแสลมตาม

1.1.3 เจ็ตในกระแสลมขวาง

เจ็ตในกระแสลมขวางเป็นการไหลที่กระแสรอบข้างมีทิศตั้งฉากกับเจ็ตดังแสดงในรูปที่ 1.4 เมื่อมุมปะทะระหว่างเจ็ตกับกระแสรอบข้างมีค่าเพิ่มขึ้นจนใกล้เคียงกับมุม 90 องศา ซึ่งการไหลลักษณะนี้จะมี Streamwise vortex ขนาดใหญ่เกิดขึ้นในการไหลโดยมีลักษณะคล้ายรูปไต เมื่อดูที่หน้าตัดไกลออกไปตามแนว Downstream โดยการไหลแบบเจ็ตในกระแสลมขวางเป็นการไหลพื้นฐานที่พบอย่างกว้างขวาง ไม่ว่าจะเป็นการใช้งานทางด้านอุตสาหกรรมเช่น การฉีดเชื้อเพลิงเข้าผสมกับอากาศในกระบวนการเผาไหม้ใน Combustor การระบายความร้อนบริเวณพื้นผิว (Film cooling) ของใบพัดใน Gas turbine เป็นต้น [3]

1.1.4 เจ็ตในกระแสลมทวน

เจ็ตในกระแสลมทวนเป็นการไหลที่กระแสรอบข้างมีทิศสวนทางกับเจ็ตดังแสดงในรูปที่ 1.5 นั่นคือ เมื่อมุมปะทะของกระแสรอบข้างมีค่าเพิ่มขึ้นอีกจนมีค่าใกล้เคียงหรือประมาณเท่ากับ 180 องศา แล้วนั้น ลักษณะการไหลจะเป็นแบบเจ็ตในกระแสลมทวน ซึ่งจะทำให้เจ็ตมีระยะการไหลที่สั้นลงอย่างเห็นได้ชัดเจน ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากการไหลของเจ็ตได้ถูกกระแสลมทวนพัดสวนทางกลับไปจนหมด [4]

1.1.5 เจ็ตที่หมุนควง (Swirling jet)

เจ็ตที่หมุนควงเป็นการไหลที่สามารถพบได้โดยทั่วไปตามธรรมชาติ เช่น การไหลในแกนกลางของพายุทอร์นาโด และในทางวิศวกรรม เช่น การฉีดของหัวฉีดเชื้อเพลิง โดยผลของการหมุนควงของเจ็ตจะทำให้เกิดการดึงอากาศจากบริเวณด้านข้างเข้ามาผสมกับอากาศภายในเจ็ตได้ดีขึ้น สำหรับเจ็ตที่หมุนควงนั้นจะเป็นการรวมคุณลักษณะของการหมุน และปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่พบในเจ็ตเข้าไว้ด้วยกันดังแสดงในรูปที่ 1.6 [4]

สำหรับการศึกษาลักษณะการไหลแบบหมุนควง (Swirling flow) นี้ ได้มีการศึกษาพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่มีผลต่อคุณลักษณะเจ็ตอิสระ และพบว่าการเปลี่ยนแปลงสภาวะเริ่มต้นที่ปากเจ็ตมีผลต่อคุณลักษณะดังกล่าว ดังนั้นจึงมีการศึกษาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติที่ปากเจ็ตรูปแบบต่าง ๆ เช่น การเปลี่ยนรูปร่างปากทางออกของเจ็ต การติดตั้ง Vortex generator ที่ปากเจ็ต เป็นต้น โดยรูปแบบหนึ่งที่ได้รับความสนใจและมีการศึกษาอย่างกว้างขวางคือ การประยุกต์ใช้การไหลแบบหมุนควงเพื่อช่วยในการเพิ่มประสิทธิภาพผสมของเจ็ตอิสระให้ดีขึ้น เช่น การใช้การไหล

แบบหมุนควงเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการผสมของอากาศกับน้ำมันเชื้อเพลิง ซึ่งจะทำให้การเผาไหม้ในเครื่องยนต์มีประสิทธิภาพมากขึ้น

นอกจากประเภทของการไหลแบบเจ็ต 4 ประเภท ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ยังมีการไหลของของไหลที่จัดได้ว่าเป็นการไหลแบบเจ็ต ตัวอย่างเช่น การไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ซึ่งลักษณะของเจ็ตชนิดนี้ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1.7

1.2 การศึกษางานวิจัยที่ผ่านมา

Schlichting [5] ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับ Laminar circular jet ที่มีความสมมาตรรอบแกน โดยใช้วิธีวิเคราะห์ Similarity เพื่อทำการลดรูปสมการ Navier-strokes ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equation) ให้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary differential equation) โดยกำหนดให้ Stream function มีค่าเป็น $\psi = \nu x F(\eta)$ และ $\eta = y/x$ โดยที่ $F(\eta)$ เป็น Similarity function จากผลการศึกษาพบว่าการลดลงของค่าความเร็วสูงสุดตามแนวแกนมีลักษณะแปรผันกับระยะทางตามแนวแกน x^{-1} $\left(u_m \propto x^{-1}\right)$ และความกว้างของเจ็ตจะมีลักษณะแปรผันกับระยะทางตามแนวแกน x นอกจากนี้ยังได้ศึกษาในกรณีที่เป็น Turbulent circular jet โดยนำทฤษฎี Prandtl's mixing length มาใช้ในการวิเคราะห์ ซึ่งกำหนดให้ $\tau_t = \rho l^2 \left|\frac{\partial u}{\partial y}\right| \frac{\partial u}{\partial y}$ โดยที่ τ_t คือ Turbulent stress และ l คือ Mixing length ผลการศึกษาพบว่ามีลักษณะเช่นเดียวกับในกรณีของการไหลแบบ Laminar

Rajaratnam [6] ได้ทำการศึกษาลักษณะของ Free circular jet พบว่าสามารถแบ่งลักษณะของเจ็ตได้ 3 บริเวณ คือ Potential core region ซึ่งเป็นบริเวณที่มีความเร็วสม่ำเสมอยังไม่ได้รับผลของ Shear layer ที่ปากเจ็ต Flow development region ซึ่งเป็นบริเวณที่มีการพัฒนาของ Shear layer ที่เกิดจากความไม่ต่อเนื่องของความเร็วระหว่างเจ็ตและบรรยากาศ โดยบริเวณนี้ครอบคลุมจากบริเวณปากเจ็ตถึงบริเวณปลายของ Potential core และ Fully developed flow region ซึ่งเป็นบริเวณที่พบว่าการไหลมีลักษณะ Similarity โดยความเร็วของเจ็ตจะมีค่ามากสุดที่แกนเจ็ต และความเร็วจะลดลงเมื่อระยะห่างจากแกนมากขึ้น นอกจากนี้ยังได้ทำการศึกษาลักษณะของ Plane และ Circular jet ที่อากาศด้านนอกมีการเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกับเจ็ต โดยเรียกว่า Compound jet ซึ่งสามารถแบ่งลักษณะของเจ็ตได้เป็น 3 บริเวณเช่นเดียวกับ Free plane jet และ Free circular jet

Paullay et al. [7] ทำการศึกษา Similarity solution ของ Turbulent plane jet และ Radial jet โดยใช้แบบจำลอง k-ε และการแทนค่าด้วยตัวแปรซิมิลาริตี้ (Similarity variable) ซึ่งทำให้ลดรูปจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ จากนั้นจึงทำการแก้สมการหาการกระจายตัวของความเร็ว Turbulent kinetic energy และ Dissipation rate จากผลการคำนวณพบว่าอัตราการลดลงของความเร็ว อัตราการแพร่กระจายของเจ็ต (Growth rate) และ Entrainment rate ของ Turbulent plane jet มีค่าเป็น 0.1595, 0.1080 และ 0.0567 ตามลำดับ สำหรับกรณีของ Radial jet นั้นมีค่าเป็น 0.1412, 0.0951 และ 0.0972 ตามลำดับ โดยในกรณีของ Plane jet นั้นเมื่อเปรียบเทียบค่าอัตราการแพร่กระจายของเจ็ตที่คำนวณได้กับผลลัพธ์ของ Ljuboja and Rodi [8] (มีค่าเท่ากับ 0.1140) ที่ใช้ Algebraic Reynolds stress model พบว่ามีความแตกต่างกันประมาณ 6 %

Antonia and Bilger [9] ทำการทดลองศึกษาการไหลของเจ็ตในกระแสลมตาม (Coflow jet) โดยใช้อุโมงค์ลมที่มีพื้นที่หน้าตัดขนาด $3.05 \times 3.05\,\mathrm{m}^2$ ส่วนเจ็ตมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในเท่ากับ 5.28 mm โดยใช้ Hot wire anemometer สำหรับวัดความเร็ว โดยในการทดลองให้อัตราส่วนความเร็วเจ็ตต่อความเร็วอากาศด้านนอก $\left(\lambda = u_j/u_i\right)$ มีค่าเท่ากับ 2 และ 3.5 โดยที่ความเร็วอากาศด้านนอกมีค่าคงที่ 30.5 m/s จากผลการทดลองพบลักษณะซิมิลาริตี้ของ Mean velocity เมื่อ x/d มีค่าตั้งแต่ $38\,(x \approx 20\,\mathrm{cm})$ เป็นต้นไป สำหรับ Turbulence intensity นั้นจะพบซิมิลาริตี้ เมื่อ x/d มีค่าตั้งแต่ 152 เป็นต้นไป นอกจากนี้ยังพบซิมิลาริตี้ของ Reynolds shear stress สำหรับ λ เท่ากับ 2 และ 3.5 เมื่อ x/d มากกว่า $150\,(x \approx 80\,\mathrm{cm})$ และยังพบค่าสูงสุดของ Reynolds shear stress ที่ตำแหน่ง $0.7L_0$ โดยที่ L_0 คือ ตำแหน่งที่มีความเร็วเป็น 0.5 เท่าของความเร็วสูงสุด

Razinsky and Brighton [10] ได้นำเสนอแบบจำลองทางทฤษฎี (Theoretical model) สำหรับปัญหา Nonseparated mixing ของ Confined jet ซึ่งประกอบด้วยเจ็ตที่มีความเร็วสูงในท่อกลมหน้าตัดคงที่ ถูกฉีดเข้าไปผสมกับกระแสอากาศรอบข้างขนานที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน โดยแบบจำลองนี้ได้อธิบายการเติบโตของชั้นขอบ (Boundary layer) ตั้งแต่บริเวณจุดเริ่มต้นของการผสมจนถึงบริเวณที่การไหลพัฒนาเต็มที่ (Fully developed flow) และนำผลที่ได้นี้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ Razinsky and Brighton [11] เคยทดลองไว้ ปรากฏว่ามีความคลาดเคลื่อนจากการทดลองไม่มากนัก โดยมีค่าอัตราส่วนความเร็วเจ็ตต่อความเร็วอากาศด้านนอกที่ระดับปานกลาง

Sarma et al. [12] ได้ทำการศึกษาลักษณะการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ของเจ็ต ที่ไหลเข้าสู่ท่อกลม 2 มิติ กรณีที่ไม่คิดผล Entrainment ของอากาศรอบข้างด้วยระเบียบไฟไนต์เอลิเมนต์จากผลการคำนวณที่ได้ ลักษณะของเจ็ตนั้นขึ้นกับค่า Re และ Aspect ratio (Duct-to-jet width ratio) เมื่อค่าของ Aspect ratio และ Re ต่ำ เจ็ตจะมีลักษณะที่สมมาตร แต่ถ้า Aspect ratio และ Re มีค่าสูง ลักษณะของเจ็ตที่ได้จะไม่มีความสมมาตร ส่วนในกรณีที่คิดผลของ Entrainment ของอากาศ เจ็ตจะเกิดความไม่เสถียรภาพของความไม่สมมาตรและกวัดแกว่งตามตำแหน่งที่ค่า Re สูง ๆ แต่เมื่อเพิ่มปริมาณ Entrainment ของอากาศ จะช่วยให้เจ็ตมีความเสถียรภาพขึ้น

Risso and Fabre [13] ได้ทำการศึกษาลักษณะการแพร่กระจายความปั่นป่วนของเจ็ตในบริเวณจำกัดขอบเขต (Diffusive turbulence in a confined jet) ภายในท่อปิด จากผลการทดลองโดยใช้การวัดจาก Laser doppler anemometry ทำให้ทราบบริเวณความปั่นป่วนที่ซึ่งพลังงานจลน์ของการไหลเฉลี่ย (Mean flow) มีค่าเท่ากับศูนย์ ณ บริเวณนี้การถ่ายเทความปั่นป่วน (Turbulent transport) จะกระทำผ่านการแพร่กระจาย (Turbulent diffusion) โดยที่ค่าพลังงานรวมของการไหลจะลดลงตามระยะห่างจากทางเข้าของเจ็ต นอกจากนี้ยังได้แสดงถึงค่า Statistical moments ของการไหลเช่น การลดลงของความเร็วแบบเอ็กซ์โพเนนท์เชียล, Integral length scale และค่า Reynolds stress (ที่มีคุณสมบัติ Isotropic และ Homogeneous ในแนวรัศมี) รวมทั้งแสดงผลลัพธ์ที่อธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงส่วนที่สั่นของความดัน (Pressure fluctuation) และส่วนที่ตกค้างของค่าเฉลี่ยการเคลื่อนที่ (Mean residual motion) ให้มีคุณสมบัติ Isotropic

Zhu and Shih [14, 15] ได้ทำการศึกษาเชิงตัวเลขของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต (Confined jets) ในท่อทรงกระบอก โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน 3 แบบจำลอง คือ แบบจำลอง k-ε, แบบจำลอง RNG (Renormalization group based k-ε model) และแบบจำลอง RSM (Reynolds stress equation model) เมื่อทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลอง RSM กับผลการทดลอง พบว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องมากกว่าในกรณีที่ใช้แบบจำลอง k-ε ส่วนในกรณี RNG นั้นผลการคำนวณที่ได้แทบจะไม่มีความแตกต่างจากแบบจำลอง k-ε เลย ภายใต้การไหลที่สภาวะเดียวกัน จากนั้น Zhu and Shih ได้ทำการศึกษาเชิงตัวเลขของเจ็ตแบบปั่นป่วนอัดตัวไม่ได้ในบริเวณจำกัดขอบเขต โดยแบ่งออกเป็น 3 กรณี ตามระดับของ Recirculation คือ กรณีที่ไม่มี, มีขนาดปานกลางและมีขนาดใหญ่ โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k-ε และแบบจำลอง RRSAE (Realizable Reynolds stress algebraic model) ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมที่ใช้ 2nd Order differencing schemes จากผลการคำนวณที่

ได้เปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบว่าแบบจำลอง RRSAE ให้ผลการคำนวณที่มีความถูกต้องดีกว่าแบบจำลอง k-ε

Chu and Chung [16] ได้ทำการศึกษาลักษณะการไหลของ Turbulent free shear เช่น Plane jet, Round jet, Plane far wake และ Plane mixing layer ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ซึ่งพิจารณาผลกระทบของ Entrainment rate ที่มีต่อ Intermittency factor, γ โดยนำเสนอสมการ Transport ของ γ, เพิ่มพจน์ของ Non-dimensional invariant of interaction, Γ ลงในสมการ Dissipation rate, ε และกำหนดให้ Eddy viscosity, ν_t เป็นฟังก์ชันของ Turbulent kinetic energy (k), ε และ γ พบว่าผลลัพธ์ของการคำนวณค่า Spreading rate, ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว, Reynolds shear stress และ Turbulent kinetic energy ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนนี้มีความถูกต้องมากกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ Reynolds stress เมื่อเปรียบเทียบกันกับผลการทดลอง

Wang and Derksen [17] ได้ทำการศึกษาคุณลักษณะของการไหลในท่อด้วยการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ที่ได้รับการปรับปรุงจาก Cho and Chung [16] ซึ่งไม่ต้องใช้ Wall functions จากผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมร่วมกับการใช้ขั้นตอนวิธี SIMPLEC และ Exponential differencing scheme (โดยกำหนดให้ค่า Intermittency factor, γ มีค่าเท่ากับหนึ่งที่บริเวณผนัง) ในกรณีค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์สูง ๆ พบว่าแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ นั้นจะให้ผลการคำนวณค่าของ Reynolds shear stress ที่บริเวณใกล้ทางเข้าของท่อมีแนวโน้มที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε ของ Chien [18] รวมทั้งได้แสดงให้เห็นลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor ภายในท่อด้วย

Dewan and Arakeri [19] ใช้แบบจำลอง k-ε-γ เพื่อทำนายลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor และ Turbulent shear stress ภายในชั้นขอบ Turbulent flat plate และ Axisymmetric body ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม (ซึ่งพจน์ของการพาในแนวขวางกระแสการไหลและแนวตามกระแสการไหลจะถูกประมาณด้วย Power law differencing scheme และ Upwind differencing scheme) จากผลการคำนวณของแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ที่ได้นั้นมีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε ของ Chien [18]

Nagano and Hishida [20] ได้ทำการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε สำหรับทำนายการไหลที่บริเวณใกล้ผนังของการไหลชนิดต่าง ๆ ดังนี้ คือ การไหลในท่อ (Pipe flow), การไหลในช่องทางไหล (Channel flow), Flat plate boundary layer, Diffuser flow

และ Relaminarizing flow โดยได้นำเสนอการเปลี่ยนแปลง Turbulence model functions (f_μ , f_1 , f_2) และพจน์เพิ่มเติม (Extra term), E ซึ่งทำให้ผลการคำนวณที่ได้นั้นสอดคล้องกับผลการทดลองได้ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วนอื่น ๆ ก่อนหน้านี้ รวมทั้งยังสามารถใช้แบบจำลองความปั่นป่วนนี้ในช่วงของค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ที่กว้างขึ้นด้วย

Wang et al. [21] ได้เสนอแบบจำลองทางทฤษฎีการไหลของเจ็ตหลายหัวฉีด (Multiple jets) บนพื้นฐานของทฤษฎี Thin shear layer ด้วยการใช้สมมติฐาน Prandtl's mixing length ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าความเร็วในแนวตามแกนของเจ็ตหลายหัวฉีดจะลดลงคล้ายคลึงกับเจ็ตหัวฉีดเดียว (Single jet) แต่การกระจายตัวของความเร็วในแนวขวางจะเปลี่ยนแปลงเป็นลักษณะ Cosinodial function ซึ่งขนาดแอมพลิจูดของความเร็วจะลดลงตามระยะของ x ที่เพิ่มขึ้น รวมทั้งยังแสดงให้เห็นว่าระยะห่างระหว่างหัวฉีดของเจ็ต (Pitch length), s ที่เพิ่มขึ้นก็จะทำให้ระยะทางที่เจ็ตจะมาชนกันและรวมกันมากขึ้นตามด้วย (ส่วนกรณีที่ $s = 0$ ลักษณะการไหลของเจ็ตหลายหัวฉีดจะมีพฤติกรรมเหมือนกับเจ็ตหัวฉีดเดียว) สำหรับผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากแบบจำลองนี้ในช่วงการไหลแบบปั่นป่วนพัฒนาเต็มที่ (Fully developed turbulent flow) มีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลอง

Anderson and Spall [22] ได้ศึกษาลักษณะการไหลของเจ็ตสองหัวฉีดคู่ขนานแบบปั่นป่วน (Dual parallel planar turbulent jets) จากการทดลองด้วย Hot-wire ชนิด *x*-type และการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยการหาผลเฉลยของระบบสมการ Reynolds-averaged Navier-Stokes ซึ่ง Anderson and Spall ได้แบ่งบริเวณลักษณะการไหลของชนิดนี้ออกเป็น 3 บริเวณคือ Converging region, Merging region และ Combined region จากผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ RSM สามารถทำนายตำแหน่งจุด Merged point และจุด Combined point ได้ ซึ่งการทำนายลักษณะการกระจายตัวของความเร็วตามแนวแกนสมมาตรของเจ็ตก็มีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลอง แต่อย่างไรก็ตามแบบจำลองความปั่นป่วนทั้งสองก็ให้ผลการคำนวณขนาดความกว้างของลำเจ็ตแคบกว่าที่ได้จากผลการทดลองเล็กน้อย

เมืองแก้ว ยุตัน และคณะ [23] ได้นำเสนอการใช้แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการทำนายไหลแบบปั่นป่วนในปัญหาการฉีดของไหลที่อัดตัวไม่ได้เข้ากระทบในพื้นที่จำกัด โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วนมาตรฐาน k-ε ในการวิเคราะห์นี้ เป็นปัญหา 2 มิติ แบบสมมาตร โดยใช้ Scheme ในการคำนวณ 2 แบบ คือ FOU (First order upwind scheme) และ SOU (Second order upwind scheme) ผลลัพธ์ของการคำนวณการแพร่กระจายรูปร่างของความเร็วตามแนวรัศมี นั้นมีความสอดคล้องค่อนข้างดีกับผลการทดลองจาก LDV (Laser doppler velocimetry) ซึ่งการใช้ SOU จะให้ผลการคำนวณที่ดีกว่า FOU เล็กน้อย

นราธิป ศุขโข และคณะ [24] ได้ทำการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนภายในช่องลมที่ถูกเหนี่ยวนำจากกระแสลมความเร็วสูงจากช่องท่อฉีดด้านข้างที่มีขนาดเล็กและติดตั้งทำมุมเอียงกับผนังของช่องการไหล ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k-ω และวิธี LES (Large eddy simulation) ใน 3 มิติ (ใช้โปรแกรม CFD Fluent V. 6 ในการคำนวณการไหล) ในสภาวะไม่คงตัว (Unsteady flow) โดยของไหลที่พิจารณาเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ จากการคำนวณพบว่าผลที่ได้จากแบบจำลอง k-ω และ ASM (Algebraic stress model) มีความคล้ายคลึงกันเป็นอย่างมาก โดยการคำนวณใน 2 มิติ และ 3 มิติ ของแบบจำลอง k-ω ไม่มีผลแตกต่างใด ๆ ในการหาการกระจายของความเร็วในแนวการเคลื่อนที่ สำหรับการคำนวณด้วยวิธี LES นั้นให้ผลโดยรวมคล้ายกับแบบจำลองต่าง ๆ ที่พิจารณา อย่างไรก็ตามการคำนวณด้วยวิธี LES สามารถทำนายการกระจายของความเร็วที่จุดกึ่งกลางของกระแสหมุนวน (Recirculation flow) ได้ดีกว่าแบบจำลองอื่น ๆ

1.3 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

เพื่อทำการศึกษาวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม โดยทำการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่สอดคล้องกับปัญหาของเจ็ตดังกล่าว

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1.4.1 ทำการศึกษาโดยเริ่มพิจารณาสมการ Navier-Stokes ในระบบพิกัดทรงกระบอก (x, r) โดยทำการกำหนดสมมติฐานของการไหลของของไหลเป็นดังนี้

1) การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้
2) การไหลเป็นแบบคงตัว
3) การไหลเป็นแบบปั่นป่วน ที่เกิดขึ้นใน 2 มิติ
4) คุณสมบัติของของไหลมีค่าคงที่

1.4.2 ทำการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence modeling) 2 แบบจำลอง คือ k-ε และ k-ε-γ ตามลำดับ

1.4.3 สร้างแบบจำลองสำหรับปัญหาการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต 2 ชนิด คือ Confined coflow jet ในท่อ และ Confined jet ภายในท่อปิด โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 2 แบบจำลอง คือ k-ε และ k-ε-γ ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมสำหรับปัญหาการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตทั้ง 2 ชนิด ดังกล่าว

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1.5.1 ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับพฤติกรรมและลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน รวมทั้งแบบจำลองความปั่นป่วน

1.5.2 ศึกษาระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมสำหรับสมการ Navier-Stokes

1.5.3 ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกัน

1.5.4 ทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาที่มีผลการทดลองหรือผลเฉลยแม่นตรง

1.5.5 วิเคราะห์และสรุปผลที่คำนวณได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1.5.6 เขียนวิทยานิพนธ์

1.5.7 สอบวิทยานิพนธ์

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.6.1 สามารถนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นไปใช้ในการวิเคราะห์พฤติกรรมการไหลของปัญหาการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต (Confined coflow jet ในท่อ และ Confined jet ในท่อปิด) และปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนอื่น ๆ ได้อย่างถูกต้องในระดับที่ยอมรับได้

1.6.2 เป็นแนวทางสำหรับการศึกษาและพัฒนาทางระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมในอนาคตต่อไป

บทที่ 2
ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล

ในบทนี้จะกล่าวถึงสมการเชิงอนุพันธ์ที่บ่งบอกถึงพฤติกรรมการไหลคือ สมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม รวมทั้งวิธีทางสถิติศาสตร์และแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้กับการไหลแบบปั่นป่วน สำหรับการศึกษาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้กำหนดสมมติฐานการไหลเป็นดังต่อไปนี้

1) การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้
2) การไหลเป็นแบบคงตัว
3) การไหลเป็นแบบปั่นป่วน ที่เกิดขึ้นใน 2 มิติ
4) คุณสมบัติของของไหลมีค่าคงที่

2.1 ระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์ (The Navier-Stokes equations)

การไหลของของไหลลักษณะต่าง ๆ สามารถอธิบายได้ด้วยกฎการอนุรักษ์มวลและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมภายในปริมาตรควบคุม (Control volume) ใด ๆ (กรณีที่ไม่คิดผลการถ่ายเทความร้อนของของไหล) โดยเขียนอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย คือ สมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม ซึ่งรายละเอียดเพิ่มเติมศึกษาได้จาก Schlichting [5], ปราโมทย์ เดชะอำไพ [25], White [26] และ Fox [27]

2.1.1 สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)

สมการความต่อเนื่องเป็นสมการที่อธิบายถึงกฎอนุรักษ์มวล ว่ามวลนั้นไม่มีการสร้างหรือสูญหายไปได้ ดังนั้นผลรวมของอัตราการเปลี่ยนแปลงมวลภายในปริมาตรควบคุมใด ๆ กับปริมาณมวลสุทธิที่ไหลออกและเข้าจากผิวของปริมาตรควบคุมนั้น ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์ดังแสดงในสมการ (2.1)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i\right) = 0 \tag{2.1}$$

เมื่อ i คือ Cartesian tensor index ที่แสดงถึงปริมาณในแกนพิกัด x, y และ z (i=1, 2, 3) จากการกำหนดสมมติฐานการไหลเป็นแบบคงตัว ดังนั้นสมการ (2.1) จึงสามารถลดรูปและเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i\right)=0 \tag{2.2}$$

2.1.2 สมการโมเมนตัม (Momentum equations)

สมการโมเมนตัมเป็นสมการที่อธิบายถึงกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมที่ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมภายในปริมาตรควบคุมใด ๆ มีค่าเท่ากับแรงลัพธ์ที่กระทำกับปริมาตร และผิวของปริมาตรควบคุมนั้น ๆ ดังแสดงในสมการ (2.3) (กรณีไม่คิดผลของแรงกระทำภายในตัวของของไหล)

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u_i\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right)=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{2.3}$$

สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน (Newtonian fluid) Stress tensor (τ_{ij}) จะมีความสัมพันธ์กับ Strain rate tensor ตามสมการความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียด (Stress-strain relationship) ดังนี้

$$\tau_{ij}=2\mu S_{ij}-\frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{2.4}$$

เมื่อ Strain rate tensor คือ

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.5}$$

โดยที่สัญลักษณ์ Kronecker delta (δ_{ij}) มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ $i=j$ และมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ $i\neq j$ จากนั้นแทนค่าสมการ (2.4) และ (2.5) ลงในสมการ (2.3) จะได้รูปทั่วไปของสมการโมเมนตัมดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u_i\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right)=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)\delta_{ij}\right] \tag{2.6}$$

จากการกำหนดสมมติฐานการไหลมากล่าวมาข้างต้นในวิทยานิพนธ์นี้ ทำให้สมการ (2.6) สามารถลดรูปและเขียนได้ดังสมการ (2.7)

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{2.7}$$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์ ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัมดังนี้

สมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i\right) = 0 \qquad (2.8ก)$$

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \qquad (2.8ข)$$

2.2 วิธีทางสถิติศาสตร์สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

2.2.1 เทคนิคการหาค่าเฉลี่ย (Averaging techniques)

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนโดยทั่วไปนั้น ค่าของตัวแปรต่าง ๆ จะมีค่าไม่คงที่ และค่าเหล่านั้นจะเปลี่ยนแปลงตามเวลาและตำแหน่งที่เปลี่ยนไป เพื่อความสะดวกต่อการคำนวณค่าตัวแปร ในปี ค.ศ. 1985 Reynolds จึงได้แยกพิจารณาการไหลแบบปั่นป่วนออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ย (Mean part) และส่วนที่เป็นผลของการสั่น (Fluctuating part) ซึ่งเรียกกระบวนการแยกนี้ของ Reynolds ว่า “Reynolds decomposition” ดังนั้นปริมาณตัวแปรของการไหล ϕ จึงสามารถแยกออกเป็น 2 ส่วนได้ดังนี้

$$\phi = \overline{\phi} + \phi' \tag{2.9}$$

เมื่อ

ϕ คือ ตัวแปรของการไหล (ความเร็ว u, v และความดัน p)

$\overline{\phi}$ คือ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยของ ϕ

ϕ' คือ ส่วนที่เป็นผลของการสั่นของ ϕ

กระบวนการหาค่าเฉลี่ยนั้นสามารถทำได้ 3 วิธี (โดยเรียกว่า Reynolds averaging) ดังนี้

1) การเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (Time averaging) ใช้สำหรับการไหลที่เป็นแบบ Stationary turbulence (Statistically steady turbulence)

$$\overline{\phi} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\phi dt \tag{2.10}$$

ดังนั้น $\overline{\phi}$ จะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาแต่จะเปลี่ยนแปลงตามตำแหน่งดังแสดงในรูปที่ 2.1 ในทางปฏิบัติควรเลือกช่วงเวลา $T \to \infty$ และมีค่ามากกว่าช่วงเวลาเฉพาะ (Time scale) ของปริมาณส่วนที่สั่น

2) การเฉลี่ยในช่วงตลอดปริมาตร (Spatial averaging) ใช้สำหรับการไหลที่เป็นแบบ Homogeneous turbulence

$$\overline{\phi} = \lim_{\Omega\to\infty}\frac{1}{\Omega}\int_{t}^{t+T}\phi d\Omega \tag{2.11}$$

เมื่อ Ω คือ ปริมาตรควบคุม ซึ่งในการหาค่าเฉลี่ยวิธีนี้ $\overline{\phi}$ จะมีค่าสม่ำเสมอตลอดทั้งพื้นที่ (Space) แต่ค่านี้จะเปลี่ยนแปลงตามเวลา

3) การหาค่าเฉลี่ยทั้งหมด (Ensemble averaging) ใช้สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนทุกชนิด

$$\overline{\phi} = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}\phi \tag{2.12}$$

เมื่อ N คือ จำนวนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งในกรณีนี้ค่าของ $\overline{\phi}$ จะเป็นฟังก์ชันของเวลาและตำแหน่ง

จากวิธีการหาค่าเฉลี่ยทั้ง 3 วิธี สำหรับกรณีที่การไหลแบบปั่นป่วนเป็นการไหลแบบ Stationary และ Homogeneous ค่าเฉลี่ย $\overline{\phi}$ ที่ได้จะมีค่าเท่ากัน (Blazek [28]) ซึ่งการไหลแบบดังกล่าวเป็นชนิดการไหลที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ ดังนั้นจึงเลือกการเฉลี่ยแบบการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งค่าเฉลี่ยของส่วนที่สั่นจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\overline{\phi'} = 0$)

คุณสมบัติของ Reynolds averaging สำหรับปริมาณ $\phi = \overline{\phi} + \phi'$ และ $\varphi = \overline{\varphi} + \varphi'$ เมื่อกำหนดให้ a และ b เป็นค่าคงที่ใด ๆ สามารถแสดงได้ดังนี้

1) $\overline{\phi + \varphi} = \overline{\phi} + \overline{\varphi}$

2) $\overline{a\phi} = a\overline{\phi}$

3) $\overline{\phi\varphi} = \bar{\phi}\bar{\varphi} + \overline{\phi'\varphi'}$

4) $\overline{\dfrac{\partial\phi}{\partial x_i}} = \dfrac{\partial\bar{\phi}}{\partial x_i}$

5) $\overline{\dfrac{\partial\phi}{\partial t}} = \dfrac{\partial\bar{\phi}}{\partial t}$

2.2.2 ระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์เฉลี่ย (Averaged Navier-Stokes equations)

หากทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่งกับระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์ (สมการ (2.8)) จะทำให้ได้สมการความต่อเนื่อง และสมการโมเมนตัมดังนี้

สมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.13ก}$$

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\tau}_{ij} - \rho\overline{u_i' u_j'}\right) \tag{2.13ข}$$

โดยเรียกระบบสมการข้างบนว่า “สมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)” ซึ่งหากเปรียบเทียบกับสมการ (2.8ก) และ (2.8ข) จะมีลักษณะที่คล้ายกันโดยมีพจน์ที่เพิ่มเข้ามาในสมการ (2.13ข) คือ

$$\tau_{ij}^{R} = -\rho\overline{u_i' u_j'} \tag{2.14}$$

ซึ่งเรียกพจน์ τ_{ij}^{R} นี้ว่า Reynolds stresses หรือ Turbulent stresses โดย τ_{ij}^{R} จะแสดงถึงผลกระทบของการถ่ายเทโมเมนตัมที่เกิดขึ้นเนื่องมาจาก Turbulent fluctuation และเมื่อใช้ Reynolds averaging กับ Viscous stress tensor จะได้ว่า

$$\bar{\tau}_{ij} = 2\mu\bar{S}_{ij} = \mu\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.15}$$

สำหรับ Reynolds stresses tensor ใน 2 มิติ แสดงได้ดังนี้

$$\rho\overline{u_i'u_j'} = \begin{bmatrix} \rho\overline{u_1'u_1'} & \rho\overline{u_1'u_2'} \\ \rho\overline{u_2'u_1'} & \rho\overline{u_2'u_2'} \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

ผลรวมของความเค้นตั้งฉาก (Normal stresses) ต่อความหนาแน่น ถูกนิยามว่าเป็นพลังงานจลน์ของการสั่น (Turbulent kinetic energy), k ดังนี้

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i'u_i'} = \frac{1}{2}\left(\overline{u_1'u_1'} + \overline{u_2'u_2'}\right) \tag{2.17}$$

เนื่องจากพจน์ของ τ_{ij}^R ที่เพิ่มเข้ามาของระบบสมการ RANS ทำให้ไม่สามารถแก้ระบบสมการนี้ได้ เพราะจำนวนของสมการนั้นน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่รู้ค่า ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยการสร้างแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence modeling) เพิ่มเข้ามาเพื่อช่วยในการคำนวณหาผลเฉลยของระบบสมการ RANS ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดในหัวข้อต่อไป

2.2.3 แบบจำลองความปั่นป่วนเชิงเส้น (Linear turbulence models)

ในปี ค.ศ. 1877 Boussinesq ได้ตั้งสมมติฐานว่า Turbulent stresses มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ Mean rate of strain, $\bar{S}_{ij}$ (เช่นเดียวกับการไหลแบบราบเรียบที่ความเค้นมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับความเครียด) โดยสัมประสิทธิ์ความแปรผันเชิงเส้นคือ Eddy viscosity, μ_t ซึ่ง Boussinesq hypothesis สำหรับการไหลแบบอัดตัวไม่ได้สามารถเขียนได้ดังสมการ (2.18)

$$\tau_{ij}^R = -\rho\overline{u_i'u_j'} = 2\mu_t\bar{S}_{ij} - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \tag{2.18}$$

เมื่อ

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.19}$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่า Reynolds stresses (สมการ (2.18)) กับค่า Mean rate of strain (สมการ (2.19)) ลงในสมการโมเมนตัม (สมการ (2.13ข)) จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j\right) = -\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{\text{eff}}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{2.20}$$

เมื่อพจน์ของ Modified pressure (p^*) และ Effective viscosity (μ_{eff}) มีค่าดังนี้

$$p^* = p + \frac{2}{3}k \tag{2.21ก}$$

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t \tag{2.21ข}$$

จากการใช้ Boussinesq hypothesis เป็นผลให้ต้องมีการคิดค้นและสร้างแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence modeling) ขึ้นมาเพื่อใช้ในการคำนวณค่าของ Eddy viscosity โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะทำการศึกษาและใช้แบบจำลองความปั่นป่วน 3 แบบจำลอง คือ Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ

2.2.3.1 แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε

แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε [29] ถือว่าเป็นแบบจำลองชนิด 2-equation turbulence model ที่นิยมใช้ในการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งประกอบด้วยสมการ Transport ของ Turbulent kinetic energy (k) และ Dissipation rate (ε)
โดยสามารถนิยาม Turbulent kinetic energy ได้ดังนี้

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'} \tag{2.22}$$

และ Dissipation rate ของ Turbulent kinetic energy คือ

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} \tag{2.23}$$

เมื่อ ν คือ ความหนืดจลนศาสตร์ (Kinematic viscosity)

ซึ่งสมการ Transport ของ k และ ε ในรูปแบบของสมการการอนุรักษ์แสดงได้ดังสมการ (2.24ก) และ (2.24ข)

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_j k\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+P_k-\rho\varepsilon \tag{2.24ก}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_j \varepsilon\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{\varepsilon 1}P_k\frac{\varepsilon}{k}-C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{2.24ข}$$

เมื่อพจน์ของ Productivity ของสมการ k คือ

$$P_k = 2\mu_t \bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij} \tag{2.25}$$

และ Eddy viscosity มีค่าดังนี้

$$\mu_t = \frac{\rho C_\mu k^2}{\varepsilon} \tag{2.26}$$

ส่วนค่าคงที่ต่าง ๆ ในแบบจำลอง Standard k-ε มีค่าดังต่อไปนี้

$$C_\mu = 0.09,\quad C_{\varepsilon 1} = 1.44,\quad C_{\varepsilon 2} = 1.92,\quad \sigma_k = 1.0,\quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

2.2.3.2 แบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ

จากที่ได้กล่าวมา Wang and Derksen [17] ได้ปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนของ Cho and Chung [16] เพื่อใช้สำหรับการทำนายคุณลักษณะต่าง ๆ ของการไหลในท่อ ส่วน Dewan and Arakeri [19] ใช้แบบจำลอง k-ε-γ เพื่อศึกษาคุณลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency ใน Flat plate และ Thick axisymmetric zero boundary layer

หากพิจารณาถึงความแตกต่างระหว่างแบบจำลอง Standard k-ε และ k-ε-γ จะเห็นได้ว่ามีสมการของ Intermittency factor (γ) เพิ่มขึ้นมาในแบบจำลอง k-ε-γ ซึ่งความหมายทางกายภาพของ Intermittency factor [30] คือ ความน่าจะเป็นที่การไหล ณ บริเวณตำแหน่งใดๆ มีความเป็น Turbulent ดังแสดงในสมการ (2.27)

$$\gamma = \bar{I}\left(x_i, t\right) \tag{2.27}$$

เมื่อ $\bar{I}\left(x_i, t\right)$ คือ ค่าเฉลี่ยของ Intermittency function, $I\left(x_i, t\right)$ โดยกำหนดให้ $I = 1$ คือ บริเวณที่การไหลเป็นแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) หรือ Turbulent fluid และที่ $I = 0$ คือ บริเวณที่

การไหลไม่เป็นแบบปั่นป่วน (Non-turbulent flow) หรือ Irrotational fluid ดังนั้น γ จึงมีค่าเท่ากับ 0 และ 1 ที่ $I=0$ และ $I=1$ ตามลำดับ ซึ่งสามารถนำค่า γ ไปใช้ในการพิจารณาการไหลแบบปั่นป่วนได้ดังนี้ ตัวอย่างเช่น การคำนวณค่า Probability Density Function (PDF), $f_{\phi}(x_i,t)$ ของตัวแปรสเกลาร์ $\phi(x_i,t)$ ดังสมการ (2.28)

$$f_{\phi}(x_i,t)=\gamma f_T(x_i,t)+(1-\gamma)f_N(x_i,t) \tag{2.28}$$

เมื่อ

$f_T(x_i,t)$ คือ ค่า PDF ของตัวแปรสเกลาร์ $\phi(x_i,t)$ บริเวณที่การไหลเป็นแบบปั่นป่วน ($\gamma=1$)

$f_N(x_i,t)$ คือ ค่า PDF ของตัวแปรสเกลาร์ $\phi(x_i,t)$ บริเวณที่การไหลไม่เป็นแบบปั่นป่วน ($\gamma=0$)

ดังนั้นเมื่อต้องการทราบค่าเฉลี่ยของตัวแปรสเกลาร์, $\bar{\phi}(x_i,t)$ ก็สามารถพิจารณาได้ดังนี้

$$\bar{\phi}(x_i,t)=\gamma\bar{\phi}_T(x_i,t)+(1-\gamma)\bar{\phi}_N(x_i,t) \tag{2.29}$$

โดยกำหนดให้

$\bar{\phi}_T(x_i,t)$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสเกลาร์บริเวณที่การไหลเป็นแบบปั่นป่วน

$\bar{\phi}_N(x_i,t)$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสเกลาร์บริเวณที่การไหลไม่เป็นแบบปั่นป่วน

รูปที่ 2.2 แสดงตัวอย่างของลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor γ, ค่าความเร็วเฉลี่ยรวม $\bar{u}$, ค่าความเร็วเฉลี่ยส่วนที่การไหลเป็นแบบปั่นป่วน $\bar{u}_T$ และค่าความเร็วเฉลี่ยส่วนที่การไหลไม่เป็นแบบปั่นป่วน $\bar{u}_N$ ของ Self-similar mixing layer [30]

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ทั้งกรณีที่เป็นแบบ High Reynolds และ Low Reynolds modeling โดยมีรายละเอียดพอสังเขปดังต่อไปนี้

1) แบบจำลองความปั่นป่วน High Reynolds (High-Re) k-ε-γ

แบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ จะประกอบไปด้วยสมการ Turbulent kinetic energy (k), สมการ Dissipation rate (ε) และสมการ Intermittency factor (γ) ดังนี้

สมการ Turbulent kinetic energy

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_j k\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+P_k-\rho\varepsilon \tag{2.30ก}$$

สมการ Dissipation rate

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_j \varepsilon\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{\varepsilon 1}P_k\frac{\varepsilon}{k}-C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}+C_{\varepsilon 3}\rho\Gamma\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{2.30ข}$$

สมการ Intermittency factor

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_j \gamma\right)=D_\gamma+S_\gamma \tag{2.30ค}$$

โดยกำหนดให้

Γ คือ Non-dimensional invariant of interaction แสดงถึงปริมาณการ Entrainment rate ของ Intermittency factor ที่เกิดจากการกระทำระหว่าง Mean velocity กับ Intermittency field

D_γ คือ พจน์ที่แสดงถึงการถ่ายเท Intermittency factor เนื่องจาก Mean velocity jump ที่เกิดขึ้นระหว่าง Turbulent fluid กับ Irrotational fluid (Non-turbulent fluid)

S_γ คือ พจน์ที่แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของ Irrotational fluid ให้กลายเป็น Turbulent fluid

เมื่อ

$$P_k=2\mu\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij} \tag{2.31ก}$$

$$\Gamma=\left(\frac{k^{2.5}}{\varepsilon^2}\right)\bar{u}_i/\left(\bar{u}_k\bar{u}_k\right)^{1/2}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}\right)\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x_j}\right) \tag{2.31ข}$$

$$D_\gamma=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(1-\gamma)\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\gamma}\right)\frac{\partial \gamma}{\partial x_j}\right] \tag{2.31ค}$$

$$S_{\gamma} = C_{\gamma 1}\gamma(1-\gamma)\frac{P_k}{k} + C_{\gamma 2}\rho\frac{k^2}{\varepsilon}\left[\left(\frac{\partial\gamma}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial x_2}\right)^2\right] - C_{\gamma 3}\rho\gamma(1-\gamma)\frac{\varepsilon}{k}\Gamma \tag{2.31ง}$$

และ Eddy viscosity มีค่าดังนี้

$$\mu_t = \rho C_{\mu}\left\{1 + C_{\mu\gamma}\frac{k^3}{\varepsilon^2}\left(\frac{1-\gamma}{\gamma^3}\right)\left[\left(\frac{\partial\gamma}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial x_2}\right)^2\right]\right\}\frac{k^2}{\varepsilon} \tag{2.32}$$

เมื่อค่าคงที่ต่าง ๆ ในแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ มีค่าดังต่อไปนี้

$\sigma_k = 1.0$, $\sigma_{\varepsilon} = 1.3$, $\sigma_{\gamma} = 1.0$,

$C_{\varepsilon 1} = 1.35$, $C_{\varepsilon 2} = 1.80$, $C_{\varepsilon 3} = 0.10$,

$C_{\gamma 1} = 1.60$, $C_{\gamma 2} = 0.15$, $C_{\gamma 3} = 0.16$,

$C_{\mu} = 0.09$, $C_{\mu\gamma} = 0.10$

2) แบบจำลองความปั่นป่วน Low Reynolds (Low-Re) k-ε-γ

แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ นั้นมีลักษณะเหมือนกับแบบจำลอง High-Re k-ε-γ โดยจะแตกต่างกันเฉพาะพจน์บางพจน์ที่เพิ่มเข้ามาในสมการ Turbulent kinetic energy และสมการ Dissipation rate รวมทั้งค่าของ Eddy viscosity แต่สำหรับสมการ Intermittency factor นั้นยังคงเหมือนเดิม ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

สมการ Turbulent kinetic energy

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\bar{u}_j k\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + P_k - \rho\tilde{\varepsilon} - \frac{2\mu k}{y^2} \tag{2.33ก}$$

สมการ Dissipation rate

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\bar{u}_j\tilde{\varepsilon}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\frac{\partial\tilde{\varepsilon}}{\partial x_j}\right] + C_{\varepsilon 1}P_k f_1\frac{\tilde{\varepsilon}}{k} - C_{\varepsilon 2}\rho f_2\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + C_{\varepsilon 3}\rho\Gamma\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} - \frac{2\mu\tilde{\varepsilon}e^{-C_1 y^+}}{y^2} \tag{2.33ข}$$

เมื่อกำหนดให้ $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \frac{2\nu k}{y^2}$ และ Eddy viscosity มีค่าดังสมการ (2.34)

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \left\{ 1 + C_{\mu\gamma} \frac{k^3}{\tilde{\varepsilon}^2} \left(\frac{1-\gamma}{\gamma^3} \right) \left[\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x_2} \right)^2 \right] \right\} \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}} \tag{2.34}$$

โดยที่ Damping functions, f_μ, f_1, และ f_2 มีค่าดังนี้

$$f_\mu = 1.0 - \exp\left(-C_2 y^+\right) \tag{2.35ก}$$

$$f_1 = 1.0 \tag{2.35ข}$$

$$f_2 = 1.0 - \frac{0.4}{1.8} \exp\left[-\left(k^2 / 6\nu\tilde{\varepsilon} \right)^2 \right] \tag{2.35ค}$$

และ

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \tag{2.36ก}$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{2.36ข}$$

เมื่อ

y คือ ระยะห่างจากผนัง

y^+ คือ ระยะห่างจากผนังไร้มิติ

u_τ คือ Friction velocity

τ_w คือ ค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall shear stress)

ซึ่งค่าคงที่ต่าง ๆ ในแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ก็เหมือนกับแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ โดยจะมีค่าคงที่เพิ่มเข้ามาคือ $C_1 = 0.5$ และ $C_2 = 0.0115$

2.3 ปัญหาบริเวณใกล้ผนัง (Near-wall aspects)

2.3.1 Near-wall asymptotics

ชั้นขอบ (Boundary layer) เป็นบริเวณที่อยู่ติดกับผนังซึ่งของไหลมีโมเมนตัมต่ำ เนื่องจากเงื่อนไขการไม่ลื่นไถล (No-slip condition) ที่ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนโมเมนตัมระหว่างของไหลกับผนัง เป็นผลให้ของไหลมีการสูญเสียโมเมนตัม (Momentum deficit)

รูปที่ 2.3 แสดงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วในชั้นขอบแบบปั่นป่วน (Turbulent boundary layer) โดยที่ y^+ คือ ระยะห่างจากผนังไร้มิติ และ u^+ คือ ความเร็วไร้มิติ ดังแสดงในสมการ (2.37) และ (2.38)

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \tag{2.37}$$

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \tag{2.38}$$

เมื่อ u_τ คือ Friction velocity ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall shear stress), τ_w ดังนี้

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{2.39}$$

จากรูปที่ 2.3 สามารถแบ่งบริเวณการกระจายตัวของความเร็วในชั้นขอบแบบปั่นป่วนได้ 4 บริเวณดังนี้คือ Viscous sublayer, Buffer layer, Log layer และ Defect layer ซึ่งมีรายละเอียดโดยสังเขปดังนี้

1) Viscous sublayer เป็นบริเวณที่อยู่ชั้นในสุดติดผนังของชั้นขอบแบบปั่นป่วนซึ่งได้รับผลกระทบจาก Viscous shear stress มากกว่า Turbulent shear stress ดังนั้นจากวิธี Dimensional analysis [26] จะได้ว่าลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว (u^+) จะแปรผันเชิงเส้นกับระยะห่างจากผนังไร้มิติ (y^+)
2) Buffer layer เป็นบริเวณที่อยู่ระหว่าง Viscous sublayer และ Log layer
3) Log layer เป็นบริเวณที่สามารถละทิ้งผลของความเฉื่อยและ Viscous shear stress เมื่อเปรียบเทียบผลกระทบที่มาจาก Turbulent shear stress

4) Defect layer เป็นบริเวณที่อยู่ระหว่าง Log layer กับขอบของชั้นขอบแบบปั่นป่วน ซึ่งจะได้รับผลกระทบจาก Turbulent shear stress มากกว่า Viscous shear stress

เนื่องจากในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้แบบจำลองความปั่นป่วน 2 ชนิด คือ แบบ High Reynolds และแบบ Low Reynolds ดังนั้นจะพิจารณาถึงเงื่อนไขขอบที่ตรงบริเวณ Log layer และบริเวณ Viscous sublayer ตามลำดับ ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดในหัวข้อต่อไป

2.3.2 แบบจำลอง High Reynolds สำหรับเงื่อนไขขอบในบริเวณ Log layer

สำหรับบริเวณ Log layer จะใช้ The law of the wall หรือ Universal law of the wall ในการอธิบายการกระจายตัวของความเร็วซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ หากพิจารณากรณีการไหลในชั้นขอบแบบปั่นป่วนที่มีความดันคงที่ (สมมติให้ของไหลอัดตัวไม่ได้และเป็นแบบ Thin shear layer) จากการวิเคราะห์ลำดับของขนาด (The order of magnitude analysis) จะได้สมการของชั้นขอบแบบปั่นป่วนดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}-\overline{u'v'}\right)=0 \qquad (2.40)$$

ในกรณีที่ชั้นขอบแบบปั่นป่วนมีค่าความดันคงที่ นั้นจะให้ผลรวมของความเค้นเฉือนมีค่าคงที่ดังแสดงในสมการ (2.41)

$$\nu\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}-\overline{u'v'}=\frac{\tau_w}{\rho}=u_\tau^2=\text{Constant} \qquad (2.41)$$

สำหรับที่ $y^+>30$ สามารถที่จะละทิ้งผลของ Viscous stress และใช้ทฤษฎี Mixing length ซึ่งจะได้ว่า

$$-\overline{u'v'}=\ell^2\left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}\right)^2=u_\tau^2 \qquad (2.42)$$

เมื่อ Mixing length, ℓ มีค่าเท่ากับ κy ดังนั้น

$$\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}=\frac{u_\tau}{\kappa y} \qquad (2.43)$$

หรือเขียนสมการ (2.43) ในรูปแบบของ Wall unit ได้ดังนี้

$$\frac{\mathrm{d}u^{+}}{\mathrm{d}y^{+}}=\frac{1}{\kappa y^{+}} \tag{2.44}$$

จากการอินทิเกรตสมการ (2.44) จะได้ว่า

$$u^{+}=\frac{1}{\kappa}\ln\left(y^{+}\right)+B \tag{2.45}$$

โดยเรียกสมการ (2.45) นี้ว่า “The law of the wall” ซึ่งจากผลการทดลองจะกำหนดให้ $\kappa \approx 0.4$ และ $B \approx 5.2$

สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε (Standard k-ε) และ High-Re k-ε-γ การกำหนดเงื่อนไขขอบของ k และ ε จะกระทำที่ตรงบริเวณ Log layer ดังนั้นการวางตำแหน่งพิกัดแรกของการคำนวณจึงไม่ได้วางที่ผนัง จากสมการ Transport ของ Turbulent kinetic energy, k ที่บริเวณ Log layer เมื่อใช้การวิเคราะห์ลำดับของขนาดค่าของพจน์การแพร่กระจายและพจน์การพาที่บริเวณใกล้ผนังถือว่าน้อยมาก ทำให้สามารถประมาณให้พจน์ Production และ Dissipation rate ของ Turbulent kinetic energy มีค่าเท่ากัน (หรือเรียกว่าเกิดสภาพของ Local equilibrium) ดังแสดงในสมการ (2.46)

$$\rho\varepsilon = P_k \tag{2.46}$$

และจากสมการ (2.42) และ (2.43) จะได้

$$\rho\varepsilon=-\rho\overline{u'v'}\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}=\rho u_\tau^2\frac{u_\tau}{\kappa y} \tag{2.47}$$

ดังนั้นจึงได้

$$\varepsilon=\frac{u_\tau^3}{\kappa y} \tag{2.48}$$

ซึ่งจากการใช้ Boussinesq hypothesis และสมการ (2.43) จะได้ว่า

$$u_\tau^2=-\overline{u'v'}=C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}\frac{\mathrm{d}\overline{u}}{\mathrm{d}y}=C_\mu\frac{k^2}{u_\tau^2} \tag{2.49}$$

ดังนั้น

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \tag{2.50}$$

ซึ่งเรียกสมการ (2.48) และ (2.50) ว่า Wall functions สำหรับ ε และ k ตามลำดับ และจากผลการทดลองพบว่า $C_\mu = 0.09$

2.3.3 แบบจำลอง Low Reynolds สำหรับเงื่อนไขขอบในบริเวณ Viscous sublayer

สำหรับภายในบริเวณ Viscous sublayer ถ้ากำหนดให้ y คือ พิกัดตั้งฉากกับผนัง (Wall normal coordinate) สามารถที่จะใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) ในการกระจายพจน์ความเร็วและความดันรอบตำแหน่ง y ได้ดังนี้

$$u_1 = \quad a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3 + \ldots \tag{2.51ก}$$

$$u_2 = \quad b_2 y^2 + b_3 y^3 + \ldots \tag{2.51ข}$$

$$u_3 = \quad c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3 + \ldots \tag{2.51ค}$$

$$p = p_0 + p_1 y + p_2 y^2 + p_3 y^3 + \ldots \tag{2.51ง}$$

โดยที่ค่าความเร็ว u_1, u_2 และ u_3 ต้องมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขการไม่ลื่นไถล ซึ่งที่ตำแหน่งใกล้ผนังมาก ๆ (Very near wall) ขนาดของ $a_1 y >> a_2 y^2 >> a_3 y^3 >> \ldots$ ดังนั้นจึงสามารถประมาณให้ความเร็ว u_1 แปรผันเชิงเส้นกับ y ได้ เมื่อใช้ Reynolds decomposition กับสมการ (2.51ก-ง) แยกส่วนที่เป็นผลของการสั่น (Fluctuating parts) ออกมาพิจารณาซึ่งแสดงถึงพฤติกรรมแบบ Asymptotic ของ Reynolds stresses ได้ดังนี้

$$\overline{u_1' u_1'} = \overline{a_1' a_1'} y^2 + \ldots \tag{2.52ก}$$

$$\overline{u_2' u_2'} = \overline{b_1' b_1'} y^4 + \ldots \tag{2.52ข}$$

$$\overline{u_3' u_3'} = \overline{c_1' c_1'} y^2 + \ldots \tag{2.52ค}$$

$$\overline{u_1' u_2'} = \overline{a_1' b_1'} y^3 + \ldots \tag{2.52ง}$$

จากพฤติกรรมแบบ Asymptotic (สมการ (2.52)) สามารถคำนวณหาค่าของ Turbulent kinetic energy และ Dissipation rate ดังแสดงในสมการ (2.53ก) และ (2.53ข)

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'} = \frac{1}{2}\left[\left(\overline{a_1' a_1'} + \overline{c_1' c_1'}\right)y^2 + 2\left(\overline{a_1' a_2'} + \overline{c_1' c_2'}\right)y^3\right] + \mathrm{O}\left(y^4\right) \tag{2.53ก}$$

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}} = \left(\overline{a_1' a_1'} + \overline{c_1' c_1'}\right) + 4\left(\overline{a_1' a_2'} + \overline{c_1' c_2'}\right)y + \mathrm{O}\left(y^2\right) \tag{2.53ข}$$

เนื่องจากที่ผนัง ε มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ แต่เมื่อ $y \to 0$ สมการ Transport ของ Turbulent kinetic energy สามารถลดรูปให้เหลือดังสมการ (2.54) (นั่นก็คือ พจน์ Dissipation rate มีค่าเท่ากับพจน์การแพร่กระจาย)

$$\varepsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \tag{2.54}$$

ดังนั้นจึงทำให้ได้ความสัมพันธ์ของ Dissipation rate ที่ผนัง ($y = 0$), ε_w ดังสมการ (2.55)

$$\varepsilon_w = \frac{\nu}{2k}\left(\frac{\partial k}{\partial y}\right)^2 \equiv 2\nu\left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y}\right)^2 \tag{2.55}$$

และ Chapman and Kuhn [31] กำหนดให้ ε_w มีค่าดังนี้

$$\varepsilon_w = \lim_{y \to 0}\left(\frac{2\nu k}{y^2}\right) \tag{2.56}$$

ปัญหาที่เกิดขึ้นกับสมการ Dissipation rate คือ ไม่สามารถกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังได้ แม้ว่าจะใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากสมการ Turbulent kinetic energy ดังแสดงในสมการ (2.54) Jones and Launder [32] ได้หลีกเลี่ยงความยากลำบากในการกำหนดเงื่อนไขขอบนี้ โดยนิยาม Dissipation rate ใหม่ ดังสมการ (2.57)

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \frac{\nu}{2k}\left(\frac{\partial k}{\partial y}\right)^2 \tag{2.57}$$

ซึ่งสามารถกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังของ $\tilde{\varepsilon}$ ให้มีค่าเท่ากับศูนย์ได้ ($\tilde{\varepsilon}_w = 0$) และพจน์ที่สองทางขวาของสมการ (2.57) จะมีค่าน้อยมากเมื่ออยู่ที่ตำแหน่งนอกบริเวณ Viscous sublayer ดังนั้นจึงสามารถประมาณ $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon$ เช่นเดียวกัน Chien [18] ก็นิยาม Dissipation rate ใหม่ ดังนี้

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \frac{2\nu k}{y^2} \tag{2.58}$$

สำหรับการไหลแบบต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น การไหลในชั้นขอบแบบปั่นป่วนที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ต่ำ, การไหลที่มีการแยกตัว (Separation flow), การไหลแบบไม่คงตัว ซึ่งการใช้ Wall functions สำหรับการกำหนดเงื่อนไขขอบจะให้ผลการคำนวณที่มีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นจึงมีการสร้างแบบจำลองความปั่นป่วน Low Reynolds เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว

แบบจำลองความปั่นป่วน Low Reynolds ถูกสร้างขึ้นจากการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วน High Reynolds *k*-ε (Standard *k*-ε) ให้มีความสามารถกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังได้ (ปกติจะใช้ Wall functions กำหนดเงื่อนไขขอบตรงบริเวณ Log layer) ด้วยการใช้ Damp functions, f_μ, f_1, f_2 และพจน์เพิ่มเติม (Extra terms), *D*, *E* ซึ่งต้องมีความสอดคล้องกับพฤติกรรม Asymptotic ที่บริเวณใกล้ผนัง โดยรูปแบบทั่วไปของสมการ Low Reynolds *k*-ε สามารถเขียนได้ดังสมการ (2.59ก) และ (2.59ข)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + P_k - \rho\varepsilon \tag{2.59ก}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{\varepsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \tilde{\varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j}\right] + f_1 C_{\varepsilon 1}\frac{\tilde{\varepsilon}}{k}P_k - f_2 \rho C_{\varepsilon 2}\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + E \tag{2.59ข}$$

จากความสัมพันธ์ของ Kolmogorov-Prandtl กำหนดค่าของ Eddy viscosity, μ_t ไว้ดังนี้

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \sqrt{k} L_\varepsilon = \frac{\rho C_\mu f_\mu k^2}{\varepsilon} \tag{2.60}$$

เมื่อ $L_\varepsilon = k^{3/2}/\varepsilon$ คือ Eddy length scale และกำหนดให้

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - D \tag{2.61}$$

บริเวณช่วงการไหลแบบปั่นป่วนพัฒนาเต็มที่ (Fully turbulent region) ณ ตำแหน่งที่ห่างจากผนัง Damping function, f_μ, f_1, f_2 จะมีค่าเท่ากับหนึ่ง ส่วนพจน์เพิ่มเติม D และ E จะมีค่าเท่ากับศูนย์ รวมทั้งสามารถที่จะกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังของ $\tilde{\varepsilon}$ ให้มีค่าเท่ากับศูนย์ได้ ($\tilde{\varepsilon}_w = 0$)

สำหรับในการเลือกกำหนดค่าของพจน์ D จะต้องให้ $\tilde{\varepsilon}$ นั้นแปรผันกับกำลังสองของระยะ y ($\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - D \sim y^2$) ส่วนพจน์ E และ Damping function, f_1 จะต้องทำหน้าที่เพิ่ม Production ของ $\tilde{\varepsilon}$ ที่บริเวณใกล้ผนัง Chien [18] ได้กำหนดให้ Damping functions และพจน์เพิ่มเติมมีค่าดังนี้

$$f_\mu = 1.0 - \exp\left(-0.0115 y^+\right) \tag{2.62ก}$$

$$f_1 = 1.0 \tag{2.62ข}$$

$$f_2 = 1.0 - \frac{0.4}{1.8}\exp\left[-\left(k^2/6\nu\tilde{\varepsilon}\right)^2\right] \tag{2.62ค}$$

$$D = \frac{2\nu k}{y^2} \tag{2.62ง}$$

$$E = -\frac{2\mu\tilde{\varepsilon}}{y^2}\exp\left(-0.5 y^+\right) \tag{2.62จ}$$

เพราะฉะนั้นจึงสามารถกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนัง ($y = 0$) สำหรับ Turbulent kinetic energy, k และ Dissipation rate, $\tilde{\varepsilon}$ ได้ดังนี้

$$k_w = 0 \tag{2.63ก}$$

$$\tilde{\varepsilon}_w = 0 \tag{2.63ข}$$

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low Reynolds k-ε-γ (Wang and Derksen [17]) ที่ Cho and Chung [16] ได้ปรับปรุงแบบจำลอง k-ε-γ ของ Byggstoyl and Kollmann [33] ร่วมกับการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low Reynolds k-ε ของ Chien [18] โดยที่มีการเปลี่ยนแปลงเฉพาะพจน์เพิ่มเติม, E ส่วน Damping functions ยังคงเหมือนแบบจำลองของ Chien [18] ดังสมการ (2.64)

$$E = \rho C_{\varepsilon 4}\Gamma \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} - \frac{2\mu\tilde{\varepsilon}}{y^2}\exp\left(-0.5y^+\right) \tag{2.64}$$

และมีการปรับปรุงพจน์ของ Eddy viscosity ให้มีความสัมพันธ์กับ Intermittency factor, γ ดังนี้

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \left\{1 + C_{\mu\gamma}\frac{k^3}{\tilde{\varepsilon}^2}\left(\frac{1-\gamma}{\gamma^3}\right)\left[\left(\frac{\partial\gamma}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial x_2}\right)^2\right]\right\}\frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}} \tag{2.65}$$

และเช่นเดียวกันก็สามารถกำหนดเงื่อนไขขอบสำหรับ Turbulent kinetic energy และ Dissipation rate ได้เหมือนดังในสมการ (2.63ก) และ (2.63ข)

2.4 ระบบสมการในพิกัดทรงกระบอก

จากสมการการไหลที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้นนี้อยู่ในระบบพิกัดฉาก แต่เนื่องจากในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ต้องการศึกษาการไหลที่เกิดขึ้นในระบบพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ $(x,\ r)$ หรือแบบสมมาตรรอบแกน (Axisymmetric) จึงมีความจำเป็นต้องแปลงสมการเหล่านั้นให้อยู่ในระบบพิกัดทรงกระบอก (x, r) ดังนี้

2.4.1 การไหลแบบราบเรียบ

จากสมการความต่อเนื่อง (สมการ (2.2)) และสมการโมเมนตัม (สมการ (2.7)) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปของสมการการอนุรักษ์ (Conservation equation) ได้ดังสมการ (2.66)

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i \phi\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_j}\right) + S_\phi \tag{2.66}$$

โดยที่ ϕ, Γ_ϕ และ S_ϕ มีค่าดังแสดงในตารางที่ 2.1

สมการ (2.66) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบ Divergence form ได้ดังนี้

$$\nabla\cdot\left(\rho\vec{u}\phi\right) = \nabla\cdot\left(\Gamma_\phi\nabla\phi\right) + S_\phi \tag{2.67}$$

จากการกำหนดสมมติฐานการไหลเป็นแบบ 2 มิติ ดังนั้นสำหรับในระบบพิกัดทรงกระบอก $(x,\ r)$ สามารถเขียนค่าของ Vector operation ที่มีความสัมพันธ์กับระบบพิกัดฉากได้ดังนี้

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{e}_x + \frac{\partial}{\partial r}\hat{e}_r \tag{2.68ก}$$

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x}\hat{e}_x + \frac{\partial \phi}{\partial r}\hat{e}_r \tag{2.68ข}$$

$$\nabla \cdot \bar{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv) \tag{2.68ค}$$

เมื่อ $\hat{e}_x$ และ $\hat{e}_r$ คือ เวกเตอร์ทิศทางขนาดหนึ่งหน่วย (Unit vector) ส่วนตัวแปร u และ v คือค่าของความเร็วในทิศทางแกน x และ r ตามลำดับ ดังนั้นพจน์ทางซ้ายและพจน์แรกทางขวาของสมการ (2.67) จึงสามารถเขียนได้ดังสมการ (2.69ก) และ (2.69ข)

$$\nabla \cdot (\rho \bar{u} \phi) = \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v \phi) \tag{2.69ก}$$

$$\nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}\right) \tag{2.69ข}$$

ดังนั้นสมการ (2.67) จึงสามารถเขียนให้อยู่รูปแบบทั่วไปของสมการการอนุรักษ์พิกัดทรงกระบอกใน 2 มิติ ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}\right) + S_\phi \tag{2.70}$$

เมื่อกำหนดให้ v คือ ความเร็วในแนวแกน r โดยที่ ϕ, Γ_ϕ และ S_ϕ ของระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์ ในระบบพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ [26] ดังแสดงในตารางที่ 2.2

2.4.2 การไหลแบบปั่นป่วน

จากสมการการไหลแบบปั่นป่วน และแบบจำลองความปั่นป่วนต่าง ๆ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปของสมการการอนุรักษ์ในพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{u} \phi) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho \bar{v} \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}\right) + S_\phi \tag{2.71}$$

โดยที่ ϕ, Γ_{ϕ} และ S_{ϕ} ของสมการการไหลแบบปั่นป่วนแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนได้ถูกแสดงไว้ในตารางที่ 2.3ก, 2.3ข, 2.3ค และ 2.3ง

บทที่ 3
ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม

3.1 บทนำ

การจำลองการไหลด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Computational Fluid Dynamics, CFD) เป็นการวิเคราะห์ปัญหาการไหลของระบบการไหล การถ่ายเทความร้อน และปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการไหล เช่น การเกิดปฏิกิริยาเคมี โดยจำลองปัญหาเหล่านั้นบนคอมพิวเตอร์

ปรากฏการณ์ทางการไหล การถ่ายเทความร้อน และปฏิกิริยาต่าง ๆ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equation) แบบไม่เชิงเส้น ซึ่งไม่สามารถแก้ระบบสมการเหล่านี้เพื่อหาผลเฉลยแม่นตรง (Exact solution) ได้ด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ (Analytical analysis) ยกเว้นในกรณีพิเศษบางกรณี ดังนั้นการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical analysis) จึงเข้ามามีบทบาทในการหาผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate solution) โดยอาศัยการกระจายพจน์ต่าง ๆ เพื่อประมาณสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเหล่านี้ด้วยระบบสมการพีชคณิต (System of algebraic equations) ซึ่งสามารถหาผลเฉลยของระบบสมการนี้ได้ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ในบทนี้จะแสดงการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม (Finite volume method) กับสมการพื้นฐานของการไหลและสมการแบบจำลองความปั่นป่วนต่าง ๆ ดังที่ได้กล่าวมาจากบทที่แล้ว โดยจะทำการอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ของระเบียบวิธีนี้เช่น การประมาณพจน์ของการแพร่กระจาย พจน์ของการพา เป็นต้น

3.2 สมการควบคุมพื้นฐาน

ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่อาศัยการอินทิเกรตสมการการอนุรักษ์บนปริมาตรควบคุม (Control volume) โดยแบ่งขอบเขตของปัญหาที่สนใจออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็ก ๆ ดังรูปที่ 3.1

ผลจากการอินทิเกรตสมการการอนุรักษ์ จะได้สมการพีชคณิตของแต่ละปริมาตรควบคุมที่มีตัวแปรเป็นค่าของปริมาณใด ๆ บนโหนดในปริมาตรควบคุมนั้น และปริมาตรควบคุมรอบข้าง

สำหรับสมการการอนุรักษ์พื้นฐานรูปทั่วไปของตัวแปร ϕ สำหรับการไหลในระบบพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ ของการไหลแบบราบเรียบคือ

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v\phi)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)+S_\phi \tag{3.1}$$

เมื่อพจน์ที่ 1 และ 2 ทางด้านซ้ายของสมการ (3.1) คือ พจน์ของการพา (Convective term) ส่วนพจน์ที่ 1 และ 2 ทางขวาของสมการ (3.1) คือ พจน์ของการแพร่กระจาย (Diffusion term) และพจน์ที่ 3 ทางขวาของสมการ (3.1) คือ พจน์ของ Source และเช่นเดียวกันในการไหลแบบปั่นป่วนรวมทั้งสมการของแบบจำลองความปั่นป่วนก็มีสมการการอนุรักษ์พื้นฐานรูปทั่วไปเหมือนสมการ (3.1) ดังนั้นจึงขอแสดงขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมที่ใช้กับปัญหาการไหลแบบราบเรียบเท่านั้น

อินทิเกรตสมการ (3.1) บนปริมาตรควบคุมใด ๆ ดังในรูปที่ 3.1

$$\int_{\delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v\phi)\right]dV=\int_{\delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)+S_\phi\right]dV \tag{3.2ก}$$

เมื่อกำหนดให้ปริมาตรควบคุม $dV = rdrdxd\theta$ (เนื่องจากพิจารณาในระบบ 2 มิติ ที่มีความสมมาตรรอบแกนจึงสามารถละทิ้งผลในแนวแกน θ) ดังนั้นสมการ (3.2ก) จึงสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\int_{\delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v\phi)\right]rdrdx=\int_{\delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)+S_\phi\right]rdrdx \tag{3.2ข}$$

จากการแยกพิจารณาอินทิกรัลแต่ละพจน์ เราจะได้ผลลัพธ์ดังนี้

1) อินทิกรัลพจน์ของการพาในแนวแกน x

$$\int_{\delta V}\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi)rdrdx=\frac{1}{2}\left(r_n^2-r_s^2\right)\left[(\rho u)_e\phi_e-(\rho u)_w\phi_w\right]$$

$$=\frac{1}{2}(r_n+r_s)(r_n-r_s)\left[(\rho u)_e\phi_e-(\rho u)_w\phi_w\right]$$

$$=r_P\Delta r\left[(\rho u)_e\phi_e-(\rho u)_w\phi_w\right] \tag{3.3ก}$$

2) อินทิกรัลพจน์ของการพาในแนวแกน r

$$\int_{\delta V}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v\phi)rdrdx = (x_e - x_w)\left[(r\rho v)_n\phi_n - (r\rho v)_s\phi_s\right]$$

$$= \Delta x\left[(r\rho v)_n\phi_n - (r\rho v)_s\phi_s\right] \tag{3.3ข}$$

3) อินทิกรัลพจน์ของการแพร่กระจายในแนวแกน x

$$\int_{\delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right]rdrdx = \frac{1}{2}\left(r_n^2 - r_s^2\right)\left[\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e - \left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w\right]$$

$$= \frac{1}{2}(r_n + r_s)(r_n - r_s)\left[\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e - \left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w\right]$$

$$= r_P\Delta r\left[\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e - \left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w\right] \tag{3.3ค}$$

4) อินทิกรัลพจน์ของการแพร่กระจายในแนวแกน r

$$\int_{\delta V}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\right]rdrdx = (x_e - x_w)\left[\left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)_n - \left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)_s\right]$$

$$= \Delta x\left[\left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)_n - \left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)_s\right] \tag{3.3ง}$$

5) อินทิกรัลพจน์ของ Source

$$\int_{\delta V} S_\phi\, rdrdx = \bar{S}_\phi \Delta V \tag{3.3จ}$$

เมื่อ

ϕ_{nb} คือ ค่าของปริมาณ ϕ ที่ผิว nb ของปริมาตรควบคุม

$\left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_{nb}$ คือ ค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ ϕ ที่ผิว nb ของปริมาตรควบคุมในทิศทางแกน x

$\left.\frac{\partial \phi}{\partial r}\right|_{nb}$ คือ ค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ ϕ ที่ผิว nb ของปริมาตรควบคุมใน ทิศทางแกน r

โดยที่ $nb = e, w, n, s$ และ

$$\Delta x = x_e - x_w \tag{3.4ก}$$

$$\Delta r = r_n - r_s \tag{3.4ข}$$

$$r_P = \frac{1}{2}\left(r_n + r_s\right) \tag{3.4ค}$$

$$\Delta V = r_P \Delta r \Delta x \tag{3.4ง}$$

3.3 การประมาณพจน์ของการแพร่กระจาย

ในพจน์ของการแพร่กระจายค่า $\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{nb}$ และ $\left.\frac{\partial \phi}{\partial r}\right|_{nb}$ ที่ผิวด้านต่าง ๆ ของปริมาณควบคุม ใช้การประมาณค่าในช่วงเชิงเส้น (Linear interpolation) โดยพิจารณาว่าการเปลี่ยนแปลงระหว่างค่า ϕ บนโหนดที่ใช้ในการคำนวณสองโหนดที่อยู่ติดกันมีการเปลี่ยนแปลงค่าอย่างต่อเนื่องแบบเชิงเส้น ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของ ϕ ที่ผิวของปริมาตรควบคุมซึ่งอยู่ระหว่างโหนดทั้งสองจะมีค่าดังนี้

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{x_E - x_P} \tag{3.5ก}$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{x_P - x_W} \tag{3.5ข}$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial r}\right|_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{r_n - r_P} \tag{3.5ค}$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial r}\right|_s = \frac{\phi_P - \phi_S}{r_P - r_s} \tag{3.5ง}$$

แทนสมการ (3.5ก-ง) ลงในสมการ (3.3ค) และ (3.3ง) จากนั้นแทนสมการ (3.3ก-ง) ลงในสมการ (3.2ข) จะได้

$$F_e\phi_e - F_w\phi_w + F_n\phi_n - F_s\phi_s = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) + D_n(\phi_N - \phi_P) - D_s(\phi_P - \phi_S) + \bar{S}_\phi \Delta V \tag{3.6}$$

โดยที่

$$F_e = r_P \Delta r (\rho u)_e \tag{3.7ก}$$

$$F_w = r_P \Delta r (\rho u)_w \tag{3.7ข}$$

$$F_n = \Delta x (r\rho v)_n \tag{3.7ค}$$

$$F_s = \Delta x (r\rho v)_s \tag{3.7ง}$$

และ

$$D_e = r_P \Delta r \, \Gamma_\phi / (x_E - x_P) \tag{3.8ก}$$

$$D_w = r_P \Delta r \, \Gamma_\phi / (x_P - x_W) \tag{3.8ข}$$

$$D_n = \Delta x \, r_n \Gamma_\phi / (r_N - r_P) \tag{3.8ค}$$

$$D_s = \Delta x \, r_s \Gamma_\phi / (r_P - r_S) \tag{3.8ง}$$

และ

$$\bar{S}_\phi = \bar{S}_C + \bar{S}_P \phi_P \tag{3.9}$$

เมื่อแทนค่า ϕ ที่ Interface (ϕ_{nb}) ที่ได้จากประมาณค่า (ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป) ลงในสมการ (3.7) แล้วจัดรูปใหม่ จะได้รูปทั่วไปของระบบสมการพีชคณิต ดังสมการ (3.10)

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_S\phi_S + a_N\phi_N + a_S\phi_S + b \tag{3.10}$$

หรือ

$$a_P\phi_P = \sum_{NB} a_{NB}\phi_{NB} + b \tag{3.11}$$

เมื่อ

$$a_P = \sum_{NB} a_{NB} + \left(F_e - F_w + F_n - F_s\right) - \bar{S}_P \Delta V \tag{3.12ก}$$

$$b = \bar{S}_C \Delta V \tag{3.12ข}$$

โดยที่ NB แสดงถึงโหนดรอบข้างทางทิศตะวันออก (E), ตะวันตก (W), เหนือ (N), และใต้ (S) และสัมประสิทธิ์ a_{NB} จะมีค่าขึ้นกับวิธีการประมาณ ϕ_{nb} ที่เลือกใช้ ดังจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

3.4 การประมาณพจน์ของการพา

ในการคำนวณพจน์ของการพาจากการอินทิเกรตสมการการอนุรักษ์ จำเป็นต้องรู้ค่าของปริมาณ ϕ บนผิวของปริมาตรควบคุมซึ่งต้องอาศัยการประมาณค่าจากโหนดรอบข้าง วิธีการประมาณค่าสำหรับพจน์ของการพา ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้เลือกศึกษาวิธีพื้นฐาน 4 วิธี คือ Upwind differencing, Central differencing, Hybrid differencing และ Power-Law differencing scheme โดยจะแสดงรายละเอียดไว้พอสังเขป ซึ่งสามารถศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมได้จาก Patankar [34], Versteeg and Malalasekera [35] และ Ferziger and Peric [36]

3.4.1 Upwind differencing scheme, UDS

วิธี UDS เป็นวิธีการประมาณค่า ϕ บนผิวของปริมาตรควบคุมโดยกำหนดให้มีค่าเท่ากับ ϕ บนโหนดที่อยู่ทางด้านต้นกระแสการไหล (Upstream) ของผิวปริมาตรควบคุมนั้น ๆ ตามแนวกริด ดังรูปที่ 3.3 ซึ่งยกตัวอย่างการประมาณค่า ϕ ที่ผิวทางด้านตะวันออก (e) ของปริมาตรควบคุม

โดย

$$\phi_e = \phi_P \text{ เมื่อ } F_e > 0 \tag{3.13ก}$$

และ

$$\phi_e = \phi_E \text{ เมื่อ } F_e < 0 \tag{3.13ข}$$

ในทำนองเดียวกัน ที่ผิวของปริมาตรควบคุมด้านอื่น ๆ ก็ใช้หลักการเดียวกันนี้ในการประมาณค่า เมื่อแทนค่า ϕ_{nb} ที่ประมาณด้วย UDS ลงในสมการ (3.6) แล้วจัดรูปสมการใหม่ให้มีลักษณะเดียวกันกับสมการ (3.11) จะได้สมการของสัมประสิทธิ์ a_{NB} ดังนี้

$$a_E = D_e + \mathrm{Max}\left[-F_e, 0\right] \qquad (3.14\text{ก})$$

$$a_W = D_w + \mathrm{Max}\left[\ F_w, 0\right] \qquad (3.14\text{ข})$$

$$a_N = D_n + \mathrm{Max}\left[-F_n, 0\right] \qquad (3.14\text{ค})$$

$$a_S = D_s + \mathrm{Max}\left[\ F_s, 0\right] \qquad (3.14\text{ง})$$

เมื่อ $\mathrm{Max}\left[\ A, B\right]$ คือ ค่าสูงสุดที่ได้จากการเปรียบเทียบค่าของ A กับ B

จากสมการ (3.14ก-ง) จะสังเกตได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ จะไม่สามารถมีค่าเป็นลบได้ ทำให้ผลเฉลยที่ได้มีค่าเป็นไปตามลักษณะทางกายภาพที่เกิดขึ้นจริง และทำให้สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้โดยที่ผลเฉลยลู่เข้าค่าใดค่าหนึ่ง

เมื่อพิจารณาในเรื่องความแม่นยำ (Accuracy) UDS มีอันดับความแม่นยำเพียง 1^{st} order ดังได้จากตัวอย่างการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) รอบจุด P เพื่อหาค่า ϕ_e ในกรณีที่ F_e มีค่ามากกว่าศูนย์

$$\underbrace{\phi_e = \phi_P}_{\text{UDS}} + \underbrace{(x_e - x_P)\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_P + \frac{(x_e - x_P)^2}{2!}\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_P + \ldots +}_{\text{Truncation error}} \qquad (3.15)$$

จากสมการ (3.15) จะเห็นว่า UDS จะประมาณค่า ϕ_e โดยใช้เพียงแค่พจน์แรกของการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์ ส่วนพจน์ที่เหลือจึงเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าที่เรียกว่า Truncation error พจน์แรกของ Truncation error ซึ่งเป็นพจน์ที่มีความสำคัญที่สุดเพราะแปรผันตามขนาดของกริด ($\Delta x = x_e - x_P$) และมีลักษณะคล้ายกับฟลักซ์ของการแพร่กระจาย (Diffusion flux) ในสมการ (3.3ค) และ (3.3ง) ดังนั้น Truncation error ซึ่งมักจะถูกเรียกว่า Numerical diffusion หรือ False diffusion จะทำให้เกิดผลกระทบทำให้ฟลักซ์ของการแพร่กระจายมีค่าเพิ่มขึ้นในการคำนวณ

3.4.2 Central differencing scheme, CDS

วิธี CDS เป็นการประมาณ ϕ บนผิวของปริมาตรควบคุมด้วยสมการเชิงเส้นระหว่างค่า ϕ บนโหนดสองโหนดที่อยู่ติดกับผิวนั้น ๆ ดังแสดงในรูปที่ 3.4 ซึ่งยกตัวอย่างการประมาณค่าที่ผิวปริมาตรควบคุมด้านตะวันออก (e)

โดย

$$\phi_e = \lambda_e \phi_E + \left(1 - \lambda_e\right)\phi_P \tag{3.16}$$

เมื่อ λ_e คือ Geometric weight factor ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างระยะทางผิวปริมาตรควบคุม e ถึงโหนด P ต่อระยะทางจากโหนด E ถึงโหนด P

$$\lambda_e = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} \tag{3.17}$$

ส่วนที่ผิวของปริมาตรควบคุมด้านอื่น ๆ ก็จะประมาณค่าของ ϕ บนผิวนั้น ๆ ได้ในลักษณะเดียวกัน และเมื่อแทนค่า ϕ ที่ประมาณด้วย CDS ลงในสมการ (3.6) แล้วจัดรูปสมการใหม่ให้มีลักษณะเดียวกันกับสมการ (3.11) จะได้สมการของสัมประสิทธิ์ a_{NB} ดังนี้

$$a_E = D_e - \lambda_e F_e \tag{3.18ก}$$

$$a_W = D_w + \lambda_w F_w \tag{3.18ข}$$

$$a_N = D_n - \lambda_n F_n \tag{3.18ค}$$

$$a_S = D_s + \lambda_s F_s \tag{3.18ง}$$

ในเรื่องความแม่นยำ CDS มีอันดับความแม่นยำเป็น 2nd order ตามการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์รอบจุด P เพื่อหาค่า ϕ_e ดังแสดงได้ตามสมการ (3.19)

$$\phi_e = \phi_P + \Delta x \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_P + \frac{\Delta x^2}{2!}\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_P + \ldots +$$

$$\phi_e = \phi_P + (x_e - x_P)\frac{(\phi_E - \phi_P)}{(x_E - x_P)} + \frac{\Delta x^2}{2!}\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_P + \ldots +$$

$$\underbrace{\phi_e = \lambda_e \phi_E + (1-\lambda_e)\phi_P}_{\text{CDS}} + \underbrace{\frac{\Delta x^2}{2!}\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_P + \ldots +}_{\text{Truncation error}} \tag{3.19}$$

จากสมการ (3.19) จะพบว่า CDS ประมาณค่า ϕ_e ด้วยสองพจน์แรก ส่วนพจน์ที่เหลือเป็นความผิดพลาดในการประมาณ ซึ่งพจน์แรกของ Truncation error นั้นแปรผันตามกำลังสองของขนาดกริดที่ใช้ (Δx) ดังนั้นถ้าลดขนาดกริดที่ใช้ในการคำนวณลงเท่า ๆ กัน Truncation error ที่เกิดขึ้นใน CDS จึงลดลงมากกว่าใน UDS ผลลัพธ์ที่คำนวณได้จึงมีความแม่นยำสูงกว่า

ถึงแม้ว่า CDS จะมีความแม่นยำในการประมาณสูงกว่า UDS ก็ตาม แต่ CDS ก็มีข้อจำกัดในเรื่องช่วงของการใช้งานคือ สามารถใช้งานได้ในช่วงที่เพคเล็ทนัมเบอร์ (Peclet number, $\mathrm{Pe} = F/D$) มีค่าต่ำเท่านั้น ถ้าใช้งาน CDS ในช่วงที่เพคเล็ทนัมเบอร์มีค่าสูง อาจทำให้การคำนวณไม่เสถียร ผลการคำนวณที่ได้อาจมีค่าสั่นไปมา (Wiggle solution) อย่างไรก็ตามการลดขนาดของกริดให้เล็กลง สามารถลดค่าเพคเล็ทนัมเบอร์ลงได้ ดังจะเห็นได้จาก

$$\mathrm{Pe} = \frac{F}{D} = \frac{\rho u A}{\mu A/\Delta} = \frac{\rho u \Delta}{\mu} \tag{3.20}$$

เมื่อ Δ คือ ขนาดกริดที่ใช้ในการคำนวณ

ดังนั้นผลการคำนวณที่มีค่าสั่นไปมาจึงอาจเป็นสัญญาณบอกถึงขนาดของกริดที่ใช้ในการคำนวณยังไม่ละเอียดเพียงพอ

3.4.3 Hybrid differencing scheme, HDS

วิธี HDS เป็นวิธีการประมาณฟลักซ์ของการพา (Convective flux) บนผิวของปริมาตรควบคุมที่รวมเอาวิธีการประมาณแบบ UDS และ CDS เข้าไว้ด้วยกัน โดยเลือกใช้วิธี CDS ที่มีอันดับความแม่นยำ 2nd order ในช่วงที่เพคเล็ทนัมเบอร์มีค่าน้อย ($|\mathrm{Pe}| < 2$) และสลับใช้วิธี UDS

ที่มีความเสถียรมากกว่าแต่มีความแม่นยำน้อยกว่า (1^{st} order) ในช่วงที่เพคเล็ทนัมเบอร์มีค่ามาก ($|\mathrm{Pe}| \geq 2$) เพื่อหลีกเลี่ยงการสั่นไปมาของผลการคำนวณที่อาจจะเกิดขึ้นจากการใช้วิธี CDS ในช่วงนี้

ตัวอย่างการประยุกต์วิธี HDS ในการประมาณค่าฟลักซ์ของโมเมนตัม (Momentum flux) ที่ผิวปริมาตรควบคุมด้านตะวันออก (e)

ในช่วง $\mathrm{Pe}_e \leq -2$

$$q_e = F_e \phi_P \tag{3.21ก}$$

ในช่วง $-2 < \mathrm{Pe}_e < 2$

$$q_e = 0.5F_e(\phi_P + \phi_E) - D_e(\phi_E - \phi_P) \tag{3.21ข}$$

$$= (0.5F_e + D_e)\phi_P + (0.5F_e - D_e)\phi_E \tag{3.21ค}$$

ในช่วง $\mathrm{Pe}_e \geq 2$

$$q_e = F_e \phi_E \tag{3.21ง}$$

เมื่อ q_e คือ ผลรวมสุทธิของฟลักซ์ (Total flux) ที่ผิวปริมาตรควบคุมด้านตะวันออก (e)

จากสมการข้างต้นจะเห็นว่าวิธี HDS เลือกใช้วิธี UDS ในการประมาณฟลักซ์ของการพา และกำหนดให้ฟลักซ์ของการแพร่กระจายมีค่าเท่ากับศูนย์ (กรณีเพคเล็ทนัมเบอร์ที่มีค่ามาก, $|\mathrm{Pe}_e| \geq 2$) เมื่อแทนค่าการประมาณค่าผลรวมสุทธิของฟลักซ์ที่ผิวของปริมาตรควบคุมทุกด้านลงในสมการ (3.6) แล้วจัดรูปสมการใหม่ให้มีลักษณะเดียวกันกับสมการ (3.11) จะได้สมการของสัมประสิทธิ์ a_{NB} ดังนี้

$$a_E = \mathrm{Max}\left[-F_e, (D_e - 0.5F_e), 0\right] \tag{3.22ก}$$

$$a_W = \mathrm{Max}\left[F_w, (D_w + 0.5F_w), 0\right] \tag{3.22ข}$$

$$a_N = \mathrm{Max}\left[-F_n, (D_n - 0.5F_n), 0\right] \tag{3.22ค}$$

$$a_S = \mathrm{Max}\left[F_s, (D_s + 0.5F_s), 0\right] \tag{3.22ง}$$

ถึงแม้ว่าวิธี HDS จะดึงเอาข้อดีของวิธี UDS และ CDS มาใช้ในแต่ละช่วงของเพคเล็ทนัมเบอร์ แต่ในเรื่องของความแม่นยำยังถือว่าวิธี HDS มีอันดับความแม่นยำเพียง 1st order ตามการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์เช่นเดียวกับวิธี UDS

3.4.4 Power-Law differencing scheme, PDS

วิธี PDS เป็นวิธีการประมาณฟลักซ์ของการพาบนผิวของปริมาตรควบคุม ซึ่งให้ค่าผลเฉลยที่ใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรง (ในปัญหาหนึ่งมิติ) มากกว่าวิธี HDS ส่วนข้อเสียของวิธี PDS เมื่อเปรียบเทียบกับวิธี HDS คือ จะมีความซับซ้อนมากกว่าแต่ก็ไม่ยากในการคำนวณ ซึ่งวิธี PDS จะเลือกวิธีการประมาณแบบโพลิโนเมียลในช่วงที่เพคเล็ทนัมเบอร์มีค่าน้อย ($|\mathrm{Pe}| < 10$) และสลับใช้วิธี UDS ที่มีอันดับความแม่นยำ 1st order ในช่วงที่เพคเล็ทนัมเบอร์มีค่ามาก ($|\mathrm{Pe}| \geq 10$) เพื่อหลีกเลี่ยงการสั่นไปมาของผลการคำนวณ

ตัวอย่างการประยุกต์วิธี PDS ในการประมาณค่าฟลักซ์ของโมเมนตัมที่ผิวปริมาตรควบคุมด้านตะวันออก (e)

ในช่วง $\mathrm{Pe}_e < -10$

$$q_e = F_e \phi_E \tag{3.23ก}$$

ในช่วง $-10 \leq \mathrm{Pe}_e < 0$

$$q_e = D_e (1 + 0.1\mathrm{Pe}_e)^5 \phi_P + \left[F_e - D_e (1 + 0.1\mathrm{Pe}_e)^5\right] \phi_E \tag{3.23ข}$$

ในช่วง $0 \leq \mathrm{Pe}_e \leq 10$

$$q_e = \left[F_e + D_e (1 - 0.1\mathrm{Pe}_e)^5\right] \phi_P - D_e (1 - 0.1\mathrm{Pe}_e)^5 \phi_E \tag{3.23ค}$$

ในช่วง $\mathrm{Pe}_e > 10$

$$q_e = F_e \phi_P \tag{3.23ง}$$

จากสมการข้างต้น (3.23ก-ง) เมื่อแทนค่าการประมาณค่าผลรวมสุทธิของฟลักซ์ที่ผิวของปริมาตรควบคุมทุกด้านลงในสมการ (3.6) แล้วจัดรูปสมการใหม่ให้มีลักษณะเดียวกันกับสมการ (3.11) จะได้สมการของสัมประสิทธิ์ a_{NB} ดังนี้

$$a_E = D_e \,\mathrm{Max}\left[0, \left(1 - 0.1\left|Pe_e\right|\right)^5, 0\right] + \mathrm{Max}\left[-F_e, 0\right] \tag{3.24ก}$$

$$a_W = D_w \,\mathrm{Max}\left[0, \left(1 - 0.1\left|Pe_w\right|\right)^5, 0\right] + \mathrm{Max}\left[F_w, 0\right] \tag{3.24ข}$$

$$a_N = D_n \,\mathrm{Max}\left[0, \left(1 - 0.1\left|Pe_n\right|\right)^5, 0\right] + \mathrm{Max}\left[-F_n, 0\right] \tag{3.24ค}$$

$$a_S = D_s \,\mathrm{Max}\left[0, \left(1 - 0.1\left|Pe_s\right|\right)^5, 0\right] + \mathrm{Max}\left[F_s, 0\right] \tag{3.24ง}$$

ดังนั้นจึงพอสรุปได้ว่าวิธี PDS มีอันดับความแม่นยำ 1st order

นอกเหนือจากวิธีการประมาณค่าฟลักซ์ของการพาบนผิวปริมาตรควบคุมดังที่กล่าวมาข้างต้นแล้วนั้น ยังมีวิธีการประมาณค่าฟลักซ์ของการพาวิธีอื่น ๆ ยกตัวอย่างเช่น Second order upwind differencing scheme, SOU ที่ใช้การประมาณค่าแบบเชิงเส้นตรงเพื่อหาค่าของ ϕ บนผิวของปริมาตรควบคุมจากโหนดทางด้านต้นกระแสการไหลสองโหนด ทำให้วิธี SOU มีอันดับความแม่นยำเป็น 2nd order สูงกว่าวิธี UDS เป็นต้น

3.5 การประมาณค่าพจน์ Source

เมื่อพิจารณาอินทิกรัลพจน์ของ Source กรณีที่พจน์ของ Source เป็นฟังก์ชันของปริมาณตัวแปรตาม ϕ หรือเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้น (Nonlinear function) ของตัวแปร ϕ สามารถทำการแปลงเชิงเส้น (Linearization) [34, 37] พจน์ของ Source ได้ดังสมการ (3.25)

$$\bar{S} = \bar{S}_C + \bar{S}_P \phi_P \tag{3.25}$$

เมื่อ

$\overline{S}_C$ คือ ค่าคงที่พจน์ของ Source

$\overline{S}_P$ คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปร ϕ_P (ซึ่งต้องมีค่าเป็นลบ เพื่อให้การคำนวณมีเสถียรภาพ)

ตัวอย่างเช่น การแปลงเชิงเส้นพจน์ของ Source ในแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε ดังแสดงในสมการ (2.24ก) และ (2.24ข) เมื่ออินทิเกรตสมการดังกล่าวเทียบกับปริมาตรควบคุม จะได้พจน์ของ Source ดังนี้

1) พจน์ของ Source ในสมการ k (สมการ (2.24ก))

$$\overline{S} = P_k - \rho\varepsilon \tag{3.26}$$

ดังนั้นจากสมการ (3.25) จะได้ค่า $\overline{S}_C = P_k$ และ $\overline{S}_P = -\rho\varepsilon/k$

2) พจน์ของ Source ในสมการ ε (สมการ (2.24ข))

$$\overline{S} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{3.27}$$

ดังนั้นจากสมการ (3.25) จะได้ค่า $\overline{S}_C = C_{\varepsilon 1} P_k \dfrac{\varepsilon}{k}$ และ $\overline{S}_P = -C_{\varepsilon 2}\rho\dfrac{\varepsilon}{k}$

การประมาณค่าพจน์ของ Source ในสมการอื่น ๆ ก็มีลักษณะเช่นเดียวกับสมการของแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε

3.6 ขั้นตอนการคำนวณหาผลเฉลยสำหรับปัญหาการไหล

การคำนวณหาผลเฉลยสำหรับปัญหาการไหล จะเริ่มต้นด้วยการกล่าวถึงการวางกริดที่ใช้ในการคำนวณซึ่งประกอบไปด้วย การวางกริดแบบ Colocated grid, การวางกริดแบบเยื้องกัน และการวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอ รวมทั้งขั้นตอนวิธี SIMPLE ที่ใช้ในการแก้ระบบ สมการนาเวียร์-สโตกส์ เพื่อให้ผลการคำนวณจากสมการโมเมนตัมนั้นสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง โดยมีรายละเอียดพอสังเขปดังต่อไปนี้

3.6.1 การวางกริดที่ใช้ในการคำนวณ

การวางกริดที่ใช้ในการคำนวณ คือ การกำหนดตำแหน่งของตัวแปรซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์หรือปริมาณเวคเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณคุณสมบัติของการไหล โดยทั่วไปแล้วการวางกริดมีอยู่ 2 ลักษณะ คือ แบบ Colocated grid และแบบเยื้องกัน (Staggered grid) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.6.1.1 การวางกริดแบบ Colocated grid

การวางกริดในลักษณะนี้เป็นการวางกริดที่กำหนดให้ตัวแปรทุกตัวอยู่ในตำแหน่งเดียวกันดังแสดงในรูปที่ 3.5 ซึ่งทำให้สะดวกต่อการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แต่ในการคำนวณระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์ โดยค่าความเร็วและความดันของของไหลมีความสัมพันธ์กัน การวางกริดแบบ Colocated grid จะมีข้อด้อยคือไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ทั้งสองได้ชัดเจน ดังเห็นได้จากตัวอย่างกระจายตัวของความดันแบบ Checker board ดังแสดงในรูปที่ 3.6

จากรูปที่ 3.6 พจน์ของ Pressure gradient ที่พิจารณาจากโหนด P จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_E - p_W}{\Delta x}$ และ $\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{p_N - p_S}{\Delta r}$) ทำให้ค่าของความเร็ว u และ v ที่อยู่กับตำแหน่งเดียวกับความดันจึงไม่ได้รับอิทธิพลจากความแตกต่างของความดันที่เกิดขึ้น อันจะก่อให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้มีค่าผิดไปจากความเป็นจริง ในการแก้ปัญหาการกระจายความดันแบบ Checker board สามารถทำได้โดยใช้ฟังก์ชันการประมาณแบบพิเศษ (Rhie and Chow [38]) หรือเลือกใช้การวางกริดแบบ Staggered grid ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดในต่อไป

3.6.1.2 การวางกริดแบบเยื้องกัน (Staggered grid)

สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้การวางกริดแบบเยื้องกัน ซึ่งเป็นการวางกริดของความเร็ว อยู่ระหว่างจุดต่อของความดัน (หรือตัวแปรสเกลาร์) ดังแสดงในรูปที่ 3.7 ข้อดีของการวางกริดแบบเยื้องกันคือ สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดันและความเร็วได้อย่างชัดเจน และแก้ปัญหาการเกิด Checker board effect ซึ่งทำให้ผลการคำนวณที่ได้จากสมการโมเมนตัมนั้นสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง รวมทั้งไม่มีความจำเป็นต้องใช้ฟังก์ชันการประมาณแบบพิเศษ สำหรับปัญหาการไหลใน 2 มิติ การประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้กริดแบบเยื้องกันไม่ค่อยมีความลำบาก แต่ในกรณีปัญหาการไหลใน 3 มิติ การเลือกใช้กริดแบบเยื้องกัน

จะใช้เนื้อที่ความจำของคอมพิวเตอร์ที่มากกว่า (มีตัวแปรมากกว่า) การวางกริดแบบ Colocated grid โดยเฉพาะถ้าเลือกใช้กริดที่เป็นแบบ Staggered non-orthogonal

การวางกริดของสเกลาร์ (ในที่นี้คือความดัน) และความเร็ว u และ v ถูกแสดงในรูปที่ 3.7 และปริมาตรควบคุมของความดัน p, ความเร็ว u และ v ถูกแสดงดังในรูปที่ 3.8 ถึง 3.10

3.6.1.3 การวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid)

สำหรับการเพิ่มประสิทธิภาพของการคำนวณโดยการลดจำนวนกริดนั้น ซึ่งทำให้การใช้เวลาในการคำนวณและหน่วยพื้นที่ความจำของคอมพิวเตอร์น้อยลง สามารถทำได้โดยการใช้กริดที่มีขนาดไม่สม่ำเสมอ ตัวอย่างเช่น การคำนวณการไหลตรงบริเวณใกล้ผิวของผนังที่จะเกิดชั้นขอบ (Boundary layer) การเลือกใช้กริดที่มีขนาดเล็กจะช่วยให้ผลการคำนวณที่ได้นั้นมีความถูกต้องมากขึ้น ส่วนบริเวณที่ของไหลอยู่ไกลจากผิวของผนัง การเลือกใช้กริดที่มีขนาดเล็กไม่ได้ช่วยให้ผลการคำนวณที่ได้ดีขึ้น เนื่องจากบริเวณนี้ผลกระทบเนื่องจากผนังนั้นมีความสำคัญน้อยลง เมื่อเป็นเช่นนี้การเลือกใช้กริดขนาดใหญ่กว่าก็มีความเพียงพอแล้ว ตัวอย่างการวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอดังแสดงในรูปที่ 3.11

พิจารณารูปที่ 3.12 เป็นการวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอในปัญหา 1 มิติ ซึ่งเป็นลักษณะของการวางกริดที่เลือกใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ โดยที่โหนดของตัวแปรจะอยู่กึ่งกลางของปริมาตรควบคุม [35]

จากรูปที่ 3.12 การวางกริดแบบนี้ผิวของปริมาตรควบคุมทางด้านตะวันออก (e) และตะวันตก (w) ไม่จำเป็นต้องอยู่กึ่งกลางระหว่างโหนด E กับ P และโหนด W และ P ตามลำดับ ดังนั้นในการคำนวณสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย (Diffusion coefficient), Γ_ϕ ที่ผิวของปริมาตรควบคุม สามารถหาค่าได้จากการประมาณค่าในช่วงเชิงเส้น ดังแสดงในสมการ (3.28ก) และ (3.28ข)

$$\Gamma_e = (1 - f_e)\Gamma_P + f_e\Gamma_E \tag{3.28ก}$$

$$\Gamma_w = (1 - f_w)\Gamma_W + f_w\Gamma_P \tag{3.28ข}$$

โดยที่แฟคเตอร์ของการประมาณค่าในช่วง (Interpolation factor) f_e และ f_w ที่ผิวปริมาตรควบคุมด้านตะวันออก (e) และตะวันตก (w) มีค่าดังนี้

$$f_e = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} \tag{3.29ก}$$

$$f_w = \frac{x_w - x_W}{x_P - x_W} \tag{3.29ข}$$

เมื่อ

Γ_E , Γ_W และ Γ_P คือ สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายที่โหนด E, W และ P

Γ_e , Γ_w คือ สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายที่ผิวปริมาตรควบคุมด้านตะวันออก (e) และตะวันตก (w)

สำหรับการวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอในปัญหา 2 มิติ การคำนวณสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายทุก ๆ ด้านของปริมาตรควบคุม ก็สามารถทำได้ในลักษณะเช่นเดียวกับสมการ (3.28ก-ข) และสมการ (3.29ก-ข)

3.6.2 ขั้นตอนวิธี SIMPLE

ในการแก้สมการโมเมนตัมผลเฉลยของค่าความเร็ว u และ v ที่ได้ ต้องมีความสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง ดังนั้นเพื่อให้ผลเฉลยที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมนั้นมีความถูกต้อง จึงต้องมีการใช้ระเบียบขั้นตอนวิธี SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) [34] ร่วมเข้ามา ซึ่งเริ่มต้นด้วยการสมมติค่าความดันและความเร็วของปัญหาการไหลที่พิจารณา เพื่อที่จะนำค่าความเร็วที่คำนวณได้ไปหาค่าความดันอีกครั้ง โดยใช้วิธี Pressure correction ในการคำนวณความดันที่ถูกต้อง จากนั้นจึงใช้ค่าความดันนี้มาคำนวณหาค่าของความเร็ว เมื่อทำซ้ำตามขั้นตอนดังกล่าวจนกระทั่งผลเฉลยลู่เข้าสู่ค่าที่กำหนด ซึ่งขั้นตอนวิธี SIMPLE นี้ จะเป็นการช่วยให้ค่าความเร็วและความดันมีความสัมพันธ์เป็นไปตามสมการโมเมนตัมและสมการความต่อเนื่อง

สมการโมเมนตัมในแนวแกน x

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho vu) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu\frac{\partial u}{\partial r}\right) + S_u \tag{3.30ก}$$

สมการโมเมนตัมในแนวแกน r

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho vv)=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu\frac{\partial v}{\partial r}\right)+S_v \qquad (3.30ข)$$

เมื่อ

$$S_u=\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad (3.31ก)$$

$$S_v=\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu\frac{\partial v}{\partial r}\right)-\frac{\mu v}{r^2} \qquad (3.31ข)$$

ทำการอินทิเกรตสมการ (3.30ก) และ (3.30ข) ตลอดปริมาตรควบคุมในรูปที่ 3.9 และ 3.10 จะได้สมการดิสครีไทซ์ (Discretised equation) ในแนวแกน x และ r ดังต่อไปนี้

$$a_P u_P=\sum_{nb}a_{nb}u_{nb}+S_u\Delta V+\left(p_W-p_P\right)A_w \qquad (3.32ก)$$

$$a_P v_P=\sum_{nb}a_{nb}v_{nb}+S_v\Delta V+\left(p_S-p_N\right)A_s \qquad (3.32ข)$$

โดย

$$\sum_{nb}a_{nb}u_{nb}=a_E u_E+a_W u_W+a_N u_N+a_S u_S \qquad (3.33ก)$$

$$\sum_{nb}a_{nb}v_{nb}=a_E v_E+a_W v_W+a_N v_N+a_S v_S \qquad (3.33ข)$$

จุดประสงค์คือเพื่อจะทำให้สมการความต่อเนื่องอยู่ในรูปของสมการผลต่างความดัน เพื่อใช้ในการแก้ไขค่าความดันและความเร็วในปัญหาการไหลของของไหล โดยเริ่มจากการกำหนดค่าต่อไปนี้

$$p=p^*+p' \qquad (3.34ก)$$

$$u=u^*+u' \qquad (3.34ข)$$

$$v=v^*+v' \qquad (3.34ค)$$

โดย

p , u และ v คือ ความดันและความเร็วที่ถูกต้อง

p^* , u^* และ v^* คือ ความดันที่กำหนดขึ้น (Guessed pressure) และความเร็วที่คำนวณจาก p^*

p' , u' และ v' คือ ค่าความดันแก้ไข (Pressure correction) และค่าความเร็วแก้ไข (Velocity correction)

เช่นเดียวกัน ความเร็ว u^* และ v^* ก็สามารถคำนวณได้จากสมการโมเมนตัมและเขียนอยู่ในรูปสมการดิสครีไทซ์ในแนวแกน x และ r ได้ดังนี้

$$a_w u_w^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + S_u \Delta V + \left(p_W^* - p_P^*\right) A_w \qquad (3.35ก)$$

$$a_s v_s^* = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^* + S_v \Delta V + \left(p_S^* - p_P^*\right) A_s \qquad (3.35ข)$$

นำสมการ (3.34ก-ค) แทนลงในสมการ (3.33ก) และ (3.33ข) แล้วลบออกด้วยสมการ (3.35ก) และ (3.35ข) ตามลำดับได้ดังนี้

$$a_w u_w' = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}' + \left(p_W' - p_P'\right) A_w \qquad (3.36ก)$$

$$a_s v_s' = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}' + \left(p_S' - p_P'\right) A_s \qquad (3.36ข)$$

โดยกำหนดให้พจน์ของ $\sum_{nb} a_{nb} u_{nb}'$ และ $\sum_{nb} a_{nb} v_{nb}'$ มีค่าเท่ากับศูนย์ [34] เมื่อผลการคำนวณของการไหลมีความสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง จะได้สมการของค่าความเร็วแก้ไข (Velocity-correction equation) ของความเร็ว u_w เป็นดังนี้

$$a_w u_w' = \left(p_W' - p_P'\right) A_w \qquad (3.37)$$

หรือ

$$u_w' = d_w \left(p_W' - p_P'\right) \qquad (3.38)$$

ดังนั้น

$$u_w = u_w^* + d_w\left(p'_W - p'_P\right) \tag{3.39ก}$$

และเช่นเดียวกัน

$$u_e = u_e^* + d_e\left(p'_E - p'_P\right) \tag{3.39ข}$$

$$v_s = v_s^* + d_s\left(p'_S - p'_P\right) \tag{3.39ค}$$

$$v_n = v_n^* + d_n\left(p'_N - p'_P\right) \tag{3.39ง}$$

เมื่อ $d_w = A_w/a_w$, $d_e = A_e/a_e$, $d_s = A_s/a_s$ และ $d_n = A_n/a_n$ ตามลำดับ

จากสมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) = 0 \tag{3.40}$$

อินทิเกรตสมการ (3.40) ตลอดทั้งปริมาตรควบคุมดังนี้

$$\int_{\partial V}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v)\right]dV = 0 \tag{3.41}$$

จะได้

$$(\rho uA)_e - (\rho uA)_w + (\rho vA)_n - (\rho vA)_s = 0 \tag{3.42}$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่าของความเร็วจากสมการ (3.39ก-ง) จะได้สมการของความดันแก้ไข (Pressure-correction equation) ดังต่อไปนี้

$$a_P p'_P = a_N p'_N + a_S p'_S + a_E p'_E + a_W p'_W + b \tag{3.43}$$

โดยที่

$$a_N = \rho d_n A_n \tag{3.44ก}$$

$$a_S = \rho d_s A_s \tag{3.44ข}$$

$$a_E = \rho d_e A_e \qquad (3.44ค)$$

$$a_W = \rho d_w A_w \qquad (3.44ง)$$

และ

$$b = \left(\rho u^* A\right)_e - \left(\rho u^* A\right)_w + \left(\rho v^* A\right)_n - \left(\rho v^* A\right)_s \qquad (3.45)$$

ดังนั้นจึงสามารถสรุปลำดับของขั้นตอนวิธี SIMPLE ได้ดังนี้

1) เริ่มต้นสมมติค่าของ p^*, u^* และ v^*

2) คำนวณค่า u^* และ v^* จากสมการ (3.35ก) และ (3.35ข)

3) นำค่าของ u^* และ v^* ที่คำนวณได้มาแทนค่าในสมการ (3.43)

4) คำนวณค่า p' จากสมการ (3.43) แล้วนำมาแทนค่าในสมการ (3.34ก) จากนั้นจึงนำค่า p ที่คำนวณได้มากำหนดให้เป็นค่า p^* ค่าใหม่

5) คำนวณค่า u และ v จากสมการ (3.39ก-ง) โดยใช้ค่า p' ในขั้นตอนที่ 4 (สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนคำนวณค่า ϕ (k, ε, γ) จากสมการ Transport ที่ถูกดิสครีไทซ์อยู่ในรูปแบบของสมการ (3.11)) จากนั้นจึงกำหนด u, v และ ϕ ที่ได้เป็น u^*, v^* และ ϕ^* ค่าใหม่

6) ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 ถึง 5 จนกระทั่ง p^*, u^*, v^* และ ϕ^* มีค่าลู่เข้าสู่ค่าที่ถูกต้อง โดยตรวจสอบจากค่าของ b (Mass source term) ในสมการ (3.45) ที่เข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งแสดงว่าค่า p^*, u^* และ v^* ที่คำนวณได้สอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง

ขั้นตอนดังกล่าวข้างต้นนี้ได้แสดงในรูปที่ 3.13

3.7 ปัญหาเงื่อนไขขอบ

การแก้ปัญหาการไหลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม จำเป็นต้องมีการกำหนดเงื่อนไขขอบ (Boundary condition) และเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial condition) แต่เนื่องจากวิทยานิพนธ์กำหนดให้การไหลเป็นแบบคงตัวจึงไม่พิจารณาถึงเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งเงื่อนไขขอบแบ่งออกได้ดังนี้

1) เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inflow boundary condition)

2) เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outflow boundary condition)

3) เงื่อนไขขอบที่ผนัง (Wall boundary condition)
4) เงื่อนไขขอบแบบสมมาตร (Symmetric boundary condition)

3.7.1 เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ทางเข้าของค่าปริมาณ ϕ ใด ๆ จำเป็นต้องมีการกำหนดหรือทราบค่า โดยค่าของปริมาณ ϕ อาจได้มาจากผลการทดลองหรือการประมาณค่า ดังเช่นตัวอย่างการไหลในปัญหาของรูปที่ 3.14 ของไหลในบริเวณทางเข้าของท่อ จะมีการกระจายตัวของความเร็วแบบสม่ำเสมอ ซึ่งสามารถกำหนดได้โดยให้ความเร็วของของไหลตามแนวแกน x ที่ทางเข้ามีค่าคงที่เท่ากับ u_{in} และความเร็วของของไหลตามแนวแกน r ที่ทางเข้ามีค่าเท่ากับศูนย์

$$u = u_{\text{in}} \tag{3.46ก}$$

$$v = 0 \tag{3.46ข}$$

เมื่อใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k-ε หรือ k-ε-γ บ่อยครั้งที่จำเป็นต้องมีการประมาณค่าของ k และ ε (หากไม่มีผลจากการทดลอง) ดังนี้ [35]

$$k = \frac{3}{2}\left(u_{\text{ref}} T_i\right)^2 \tag{3.47ก}$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{L} \tag{3.47ข}$$

โดยกำหนดให้ $u_{\text{ref}} = u_{\text{in}}$ และ $C_\mu = 0.09$

เมื่อ

T_i คือ Turbulence intensity มีค่าประมาณอยู่ในช่วง 0.06 ถึง 0.1

L คือ Length scale ซึ่งมีค่าประมาณ $0.07R$ (กรณีการไหลในท่อ)

Wang and Derksen [17] ได้กำหนดค่าของเงื่อนไขขอบที่ทางเข้าของของ k, ε และ γ สำหรับปัญหาการไหลในท่อไว้ดังนี้

$$k = 0.005 u_{\text{in}}^2 \tag{3.48ก}$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{0.03R} \tag{3.48ข}$$

$$\gamma = 0.001 \tag{3.48ค}$$

3.7.2 เงื่อนไขขอบที่ทางออก

ในบริเวณที่ทางออกความเร็วของของไหลตามแนวแกน x จะคำนวณจากเงื่อนไขของการอนุรักษ์มวล ซึ่งฟลักซ์ของมวล (Mass flux) ที่ทางออกจะต้องมีค่าเท่ากับฟลักซ์ของมวลที่ทางเข้าเสมอ ซึ่งในการคำนวณความเร็ว u ที่ทางออกจะใช้วิธีการบวกด้วยค่าความเร็วคงที่ ($UINC$) หรือคูณด้วยตัวคูณความเร็ว ($UFAC$) เข้ากับความเร็ว u ของทุกปริมาตรควบคุมที่อยู่ที่ทางออก โดยจะเลือกใช้วิธีการบวกด้วย $UINC$ เมื่อความเร็ว u ที่โหนดใดโหนดหนึ่งที่ทางออกมีค่าเป็นลบ และเลือกใช้วิธีการคูณด้วย $UFAC$ เมื่อความเร็ว u บนช่องทางออกทุกโหนดมีค่าเป็นบวก เมื่อกำหนดให้

$$UINC = \frac{\dot{m}_{\text{in}} - \dot{m}_{\text{out}}}{\rho A_{\text{out}}} \tag{3.49ก}$$

$$UFAC = \frac{\dot{m}_{\text{in}}}{\dot{m}_{\text{out}}} \tag{3.49ข}$$

เมื่อ

$\dot{m}_{\text{in}}$ คือ อัตราการไหลของมวลที่ทางเข้า

$\dot{m}_{\text{out}}$ คือ อัตราการไหลของมวลที่ทางออก

A_{out} คือ พื้นที่ผิวของปริมาตรควบคุมที่ทางออก

กรณีที่ทางออกของไหลมีการพัฒนาเต็มที่ (Fully developed flow) สามารถกำหนดให้ปริมาณ ϕ (k, ε และ γ) ใด ๆ ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Zero gradient) ตามแนวแกน x ส่วนค่าของความเร็วในแนวแกน r มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังแสดงในสมการ (3.50)

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{\text{out}} = 0 \tag{3.50}$$

แต่ในกรณีที่ทางออกของไหลยังไม่มีการพัฒนาเต็มที่ สำหรับการประมาณค่าของ u, v, k, ε และ γ จะใช้วิธีการประมาณค่านอกช่วงเชิงเส้น (Linear extrapolation) [39]

3.7.3 เงื่อนไขขอบที่ผนัง

ผนังเป็นเงื่อนไขขอบที่พบในปัญหาการไหลทั่วไป โดยสามารถแบ่งเงื่อนไขขอบที่ผนังออกได้เป็นหลายประเภทดังนี้

1) เงื่อนไขขอบที่ไม่มีการลื่นไถล (No-slip boundary condition)
2) เงื่อนไขขอบสำหรับผนังที่มีการเคลื่อนที่ (Wall moving boundary condition)
3) เงื่อนไขขอบสำหรับการไหลแบบราบเรียบ (Laminar boundary condition)
4) เงื่อนไขขอบสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent boundary condition)

ซึ่งในที่นี้จะใช้ผนังที่ขนานกับแนวแกน x ดังแสดงในรูปที่ 3.15 มาพิจารณา

3.7.3.1 เงื่อนไขขอบที่ไม่มีการลื่นไถล

ของไหลที่อยู่ติดกับผนังจะมีความเร็วเท่ากับผนังตามเงื่อนไขที่ไม่มีการลื่นไถล ซึ่งในกรณีที่ผนังไม่มีการเคลื่อนที่ จะกำหนดให้ความเร็วตามแนวแกน x และ r ของของไหลบนผนังมีค่าเท่ากับศูนย์

$$u_{\text{wall}} = 0 \tag{3.51ก}$$

$$v_{\text{wall}} = 0 \tag{3.51ข}$$

แต่สำหรับสมการดิสครีไทซ์ของค่าความดันแก้ไขปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดผนังนั้นต้องมีค่า $a_S = 0$ เนื่องจากไม่มีการคำนวณค่าความดันแก้ไขที่ตำแหน่งนี้

3.7.3.2 เงื่อนไขขอบสำหรับผนังที่มีการเคลื่อนที่

ถ้าหากมีการสมมติให้ผนังที่มีการเคลื่อนที่นี้มีการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x ดังแสดงในรูปที่ 3.16 จะทำให้ของไหลมีการเคลื่อนที่เนื่องจากความเค้นเฉือนที่ผนัง ซึ่งค่าแรงเฉือนที่เกิดขึ้นมาจากความแตกต่างระหว่างความเร็วที่ตำแหน่ง P กับความเร็วของผนังที่มีการเคลื่อนที่ ดังนั้นแรงเฉือน, F_S จึงสามารถคำนวณหาได้ดังสมการ (3.52)

$$F_S = -\frac{\mu\left(u_P - u_{\mathrm{wall}}\right)}{y_P} A_{\mathrm{cell}} \tag{3.52}$$

เมื่อ

u_P คือ ความเร็วที่ตำแหน่ง P

u_{wall} คือ ความเร็วของผนัง

y_P คือ ระยะห่างระหว่างจุด P ถึงผนัง

A_{cell} คือ พื้นที่ผิวปริมาตรควบคุมที่ติดผนัง

ดังนั้นจึงสามารถใส่พจน์ของแรงเฉือน (สมการ (3.52)) เพิ่มเข้าไปในพจน์ของ Source สมการดิสครีไทซ์ของความเร็ว u ได้ดังต่อไปนี้

$$\bar{S}_C = \frac{\mu u_{\mathrm{wall}} A_{\mathrm{cell}}}{y_P} \qquad (3.53ก)$$

$$\bar{S}_P = -\frac{\mu A_{\mathrm{cell}}}{y_P} \qquad (3.53ข)$$

3.7.3.3 เงื่อนไขขอบสำหรับการไหลแบบราบเรียบ

เนื่องจากที่บริเวณใกล้ผนังสำหรับการไหลแบบราบเรียบจะเกิดชั้นขอบแบบราบเรียบ (Laminar boundary layer) [5] ดังรูปที่ 3.17 ซึ่งค่าของความเค้นเฉือนที่ผนัง, τ_w มีค่าดังสมการ (3.54)

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \tag{3.54}$$

จากรูปที่ 3.17 เมื่อระยะ y_P มีค่าน้อยเพียงพอจะสามารถเขียนสมการของความเค้นเฉือนที่ผนังได้ดังนี้

$$\tau_w = \mu \frac{u_P}{y_P} \tag{3.55}$$

ดังนั้นจึงสามารถคำนวณค่าแรงเฉือนดังสมการ (3.56)

$$F_S = \frac{\mu u_P A_{\text{cell}}}{y_P} \tag{3.56}$$

และเช่นเดียวกันสามารถใส่พจน์ของแรงเฉือน (สมการ (3.56)) เพิ่มเข้าไปในพจน์ของ Source ของสมการดิสครีไทซ์ของความเร็ว u ได้ดังต่อไปนี้

$$\bar{S}_P = -\frac{\mu A_{\text{cell}}}{y_P} \tag{3.57}$$

3.7.3.4 เงื่อนไขขอบสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

การกำหนดเงื่อนไขขอบสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนนั้นมีความซับซ้อนค่อนข้างมาก สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน 3 ชนิด คือ

1) แบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε (Standard k-ε)

2) แบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ

3) แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ

ซึ่งแบบจำลองทั้ง 3 ชนิดนี้สามารถแยกพิจารณาเงื่อนไขขอบ 2 กรณี คือ เงื่อนไขขอบสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re และแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re

กรณีที่ 1 เงื่อนไขขอบสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re

สำหรับกรณีนี้จะใช้ Wall function [40] ซึ่งได้กล่าวรายละเอียดไว้ในบทที่ 2 เมื่อสมมติให้ความเร็วที่ตั้งฉากกับผนังมีค่าเท่ากับศูนย์ ($v = 0$) ค่าของความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าดังสมการ (3.58)

$$\tau_w = \begin{cases} \dfrac{\mu u_P}{y_P} & y_P^+ \le 11.63 \\ \dfrac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} u_P}{u_P^+} & y_P^+ > 11.63 \end{cases} \tag{3.58}$$

กำหนดให้ Friction velocity, u_τ มีค่าดังนี้

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{3.59}$$

และ

$$u_P^+ = \begin{cases} y_P^+ & y_P^+ \le 11.63 \\ \dfrac{1}{\kappa} ln\left(E y_P^+\right) & y_P^+ > 11.63 \end{cases} \tag{3.60}$$

จากสมการ (3.58) สามารถคำนวณหาค่าของแรงเฉือนได้ดังสมการ (3.61)

$$F_S = \begin{cases} -\dfrac{\mu u_P A_{\text{cell}}}{y_P} & y_P^+ \le 11.63 \\ -\dfrac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} u_P A_{\text{cell}}}{u_P^+} & y_P^+ > 11.63 \end{cases} \tag{3.61}$$

ทำให้สามารถใส่พจน์ของแรงเฉือน (สมการ (3.61)) เพิ่มเข้าไปในพจน์ของ Source ของสมการดิสครีไทซ์ของความเร็ว u ได้ดังต่อไปนี้

$$\bar{S}_P = \begin{cases} -\dfrac{\mu A_{\text{cell}}}{y_P} & y_P^+ \le 11.63 \\ -\dfrac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} A_{\text{cell}}}{u_P^+} & y_P^+ > 11.63 \end{cases} \tag{3.62}$$

สำหรับสมการดิสครีไทซ์ของ Turbulent kinetic energy, k การกำหนดเงื่อนไขขอบที่บริเวณใกล้ผนังจะใช้ Wall function ทำให้กำหนดพจน์ของ Source ของปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดผนัง ($a_S = 0$) ดังนี้

$$\bar{S}_C = \frac{\tau_w u_P}{y_P} \Delta V \tag{3.63ก}$$

$$\bar{S}_P = -\frac{\rho C_\mu^{3/4} k_P^{1/2} u_P^+}{y_P} \Delta V \tag{3.63ข}$$

และเช่นเดียวกันสำหรับสมการดิสครีไทซ์ของ Dissipation rate, ε ก็ใช้ Wall function ในการกำหนดค่า ε ที่บริเวณใกล้ผนังดังนี้

$$\varepsilon_P = \frac{C_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa\, y_P} \tag{3.64}$$

ดังนั้นปริมาตรควบคุมที่ติดผนังจึงมีค่าพจน์ของ Source ดังนี้

$$\bar{S}_C = \frac{C_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa\, y_P} \times 10^{30}\, \Delta V \tag{3.65ก}$$

$$\bar{S}_P = -10^{30}\, \Delta V \tag{3.65ข}$$

สำหรับสมการดิสครีไทซ์ของ γ (Intermittency factor) นั้น Wang and Derken [17] กำหนดค่าของ γ ที่ผนังให้มีค่าเท่ากับ 1.0

กรณีที่ 2 เงื่อนไขขอบสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re

เนื่องจากการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re ไม่ได้ใช้ Wall function แต่ขนาดของกริดที่ใช้ต้องมีขนาดละเอียดเพียงพอเพื่อที่จะให้ค่า $y^+ \to 0$ ดังนั้นเมื่อสมมติให้ความเร็วที่ตั้งฉากกับผนังมีค่าเท่ากับศูนย์ ($v = 0$) ค่าของความเฉือนที่ผนังมีค่าดังสมการ (3.66)

$$\tau_w = \frac{\mu u_P}{y_P} \tag{3.66}$$

จากสมการ (3.66) ก็สามารถคำนวณหาค่าของแรงเฉือนได้ดังนี้

$$F_S = -\frac{\mu u_P A_{\text{cell}}}{y_P} \tag{3.67}$$

รวมทั้งสามารถใส่พจน์ของแรงเฉือน (สมการ (3.67)) เพิ่มเข้าไปในพจน์ของ Source สมการดิสครีไทซ์ของความเร็ว u ได้ดังต่อไปนี้

$$\bar{S}_P = -\frac{\mu A_{\text{cell}}}{y_P} \tag{3.68}$$

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ผนังของ k, $\tilde{\varepsilon}$ และ γ ในแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re นั้นได้ถูกกำหนดไว้ดังนี้

$$k_{\text{wall}} = 0 \tag{3.69ก}$$

$$\tilde{\varepsilon}_{\text{wall}} = 0 \tag{3.69ข}$$

$$\gamma_{\text{wall}} = 1.0 \tag{3.69ค}$$

และกำหนดให้พจน์ของ Source ในสมการดิสครีไทซ์ k ของปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดผนัง มีค่าดังนี้

$$\overline{S}_C = \frac{\tau_w u_P \Delta V}{y_P} - \frac{2\mu k \Delta V}{y_P^2} \tag{3.70ก}$$

$$\overline{S}_P = -\rho \tilde{\varepsilon} \Delta V \tag{3.70ข}$$

3.7.4 เงื่อนไขขอบแบบสมมาตร

สำหรับการแก้ปัญหาการไหลที่ลักษณะรูปร่างสมมาตร ดังตัวอย่างในรูปที่ 3.14 ของปัญหาการไหลในท่อ การคำนวณโดยใช้โดเมนทั้งหมดของปัญหาจะทำให้สิ้นเปลืองหน่วยความจำและเวลาการคำนวณของคอมพิวเตอร์ แต่เมื่อประยุกต์ใช้เงื่อนไขขอบแบบสมมาตรจะทำให้โดเมนของปัญหานั้นลดลงดังแสดงในรูปที่ 3.18 ซึ่งสามารถช่วยให้ประหยัดหน่วยความจำและลดเวลาสำหรับการคำนวณ โดยกำหนดเงื่อนไขที่ว่าไม่มีการไหลและไม่มีฟลักซ์ผ่านขอบแบบสมมาตร นั่นก็คือ กำหนดค่าความเร็วในแนวตั้งฉากกับแนวขอบแบบสมมาตรและฟลักซ์ของตัวแปร ϕ ที่ขอบแบบสมมาตรมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$v = 0 \tag{3.71ก}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \tag{3.71ข}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \tag{3.71ค}$$

เมื่อ ϕ คือ k, ε และ γ

3.8 การหาผลเฉลยของระบบสมการพีชคณิต

การหาผลเฉลยของระบบสมการพีชคณิต (ดังเช่นสมการ (3.11)) ที่เป็นผลมาจากการแปลงสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยต่าง ๆ ที่อธิบายพฤติกรรมการไหลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมนั้น ก็ถือว่าเป็นส่วนที่สำคัญ โดยทั่วไปแล้วการหาผลเฉลยของของระบบสมการพีชคณิตมี 2 วิธี [39] คือ

1) การแก้ระบบสมการโดยตรง (Direct method) เช่น ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gauss elimination) ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยู (LU decomposition method) เป็นต้น
2) การแก้ระบบสมการด้วยการคำนวณซ้ำ (Iteration method) เช่น ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล (Gauss-Seidel method) ระเบียบวิธี Strongly implicit procedure (SIP) เป็นต้น

ข้อได้เปรียบของการแก้ระบบสมการด้วยวิธีการคำนวณซ้ำคือ สามารถหาผลลัพธ์จนลู่เข้าสู่คำตอบที่มีค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้อย่างรวดเร็ว โดยใช้หน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์น้อยกว่าการแก้ระบบสมการโดยตรง

ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้การแก้ระบบสมการพีชคณิตเพื่อหาผลเฉลยด้วยวิธี TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) หรือระเบียบวิธีโทมัส (Thomas algorithm) ซึ่งเป็นระเบียบวิธีที่ใช้แก้ระบบสมการสามแถวทแยง (Tridiagonal system) สำหรับปัญหาใน 1 มิติ ถือว่าวิธี TDMA นั้นเป็นวิธีการแก้ระบบสมการโดยตรง แต่เมื่อใช้กับปัญหาใน 2 มิติ ขึ้นไปร่วมกับวิธี Line-by-Line วิธี TDMA จัดว่าเป็นวิธีการแก้ระบบสมการด้วยการคำนวณซ้ำ ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดต่อไป

กรณีที่ 1 สำหรับปัญหาใน 1 มิติ ตัวอย่างเช่น ปัญหาการนำความร้อน (Heat conduction) จากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม สามารถเขียนระบบสมการพีชคณิตที่ได้จากการดิสครีไทซ์ดังสมการ (3.72)

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + b \tag{3.72}$$

ซึ่งหากปัญหาดังกล่าวประกอบด้วยระบบสมการพีชคณิต NJ สมการ และตัวแปรไม่รู้ค่า NJ ตัวแปร สามารถจัดสมการ (3.72) ให้อยู่ในรูปแบบระบบสมการสามแถวทแยง ดังในสมการ (3.73)

$$b_j \phi_{j-1} + d_j \phi_j + a_j \phi_{j+1} = c_j \tag{3.73}$$

เมื่อ $b_j = -a_W$, $d_j = a_P$, $a_j = -a_E$, $\phi_{j-1} = \phi_W$, $\phi_j = \phi_P$, $\phi_{j+1} = \phi_E$ และ $c_j = b$ หรือสามารถเขียนสมการ (3.73) ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} d_1 & a_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ b_2 & d_2 & a_2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & b_4 & d_3 & a_3 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & b_4 & d_4 & a_4 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \ddots & \ddots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \ddots & a_{NJ\text{-}1} \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & b_{NJ} & d_{NJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{NJ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{NJ} \end{bmatrix}$$

โดยหลักการของระเบียบวิธีโทมัสคือ เพื่อทำการแปลงระบบสมการสามแถวทแยงให้เป็นระบบสมการสองแถวทแยง (Bidiagonal system) โดยทำการประยุกต์ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ดังต่อไปนี้

1) การกำจัดไปข้างหน้า (Forward elimination) คือ การกระทำให้ระบบสมการสามแถวทแยงกลายเป็นระบบสมการสองแถวทแยงดังนี้

$$d'_j = d_j - \frac{b_j}{d_{j-1}} a_{j-1} \tag{3.74}$$

และ

$$c'_j = c_j - \frac{b_j}{d_{j-1}} c_{j-1} \tag{3.75}$$

เมื่อ $j = 2, 3, \ldots, NJ$ ซึ่งจะทำให้ระบบสมการ (3.73) เปลี่ยนรูปแบบมาเป็นดังสมการ (3.76)

$$d'_j \phi_j + a_j \phi_{j+1} = c'_j \tag{3.76}$$

หรือสามารถเขียนสมการ (3.76) ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ดังนี้คือ

$$\begin{bmatrix} d_1' & a_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & d_2' & a_2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & d_3' & a_3 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & d_4' & a_4 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \ddots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \ddots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & a_{NJ-1} \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & d_{NJ}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{NJ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1' \\ c_2' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{NJ}' \end{bmatrix}$$

เมื่อ $d_1' = d_1$

2) การแทนค่าย้อนกลับ (Backward substitution) เพื่อทำการคำนวณหาค่า ϕ_k โดยเริ่มจากสมการท้ายสุดก่อนแล้วไล่ย้อนกลับขึ้นไปเพื่อหาค่า ϕ_k ในแต่ละสมการดังนี้

$$\phi_{NJ} = \frac{c_{NJ}'}{d_{NJ}'} \tag{3.77}$$

และ

$$\phi_k = \frac{c_k' - a_k \phi_{k+1}}{d_k'} \tag{3.78}$$

เมื่อ $k = NJ-1, NJ-2, \ldots, 1$

กรณีที่ 2 สำหรับปัญหาการไหล 2 มิติ จากระบบสมการพีชคณิตหรือสมการดิสครีไทซ์ของปริมาณ ϕ ใด ๆ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปดังนี้

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + b \tag{3.79}$$

ทำการประยุกต์ระเบียบวิธี TDMA ดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น (กรณีปัญหาใน 1 มิติ) ตัวอย่างเช่น จากรูปที่ 3.19 หากพิจารณาและคำนวณตัวแปรที่จุดต่าง ๆ บนเส้นตรงจากทิศเหนือ-ใต้ (N-S line) ด้วยวิธี TDMA โดยสมมติว่าทราบค่าของตัวแปรที่บริเวณข้างเคียง จากนั้นใช้วิธีการคำนวณซ้ำโดยทำการเลื่อนเส้นตรงไปตามทิศทางที่กำหนด (Sweep direction) ซึ่งเรียกวิธีการดังกล่าวว่า "วิธี Line-by-Line" เพื่อหาค่าผลเฉลยของตัวแปรต่าง ๆ ที่อยู่บนเส้นตรงที่เลื่อนไปมา จนได้ผลลัพธ์ทั้งหมดของปัญหาลู่เข้าค่าใดค่าหนึ่ง ดังนั้นจากสมการ (3.79) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของสมการสามแถวทแยงได้ดังนี้

$$-a_S\phi_S + a_P\phi_P - a_N\phi_N = a_E\phi_E + a_W\phi_W + b \tag{3.80}$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ (3.80) กับสมการ (3.73) จะได้ว่า $b_j = -a_S$, $d_j = a_P$, $a_j = -a_N$, $\phi_{j-1} = \phi_S$, $\phi_j = \phi_P$, $\phi_{j+1} = \phi_N$ และ $c_j = a_E\phi_E + a_W\phi_W + b$

สำหรับการลดอัตราการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปร ϕ ที่คำนวณได้ เพื่อเพิ่มโอกาสให้ผลการคำนวณมีการลู่เข้าหาผลเฉลยที่สภาวะคงตัว (Steady state solution) สามารถทำได้โดยการใช้ค่า Under-relaxation, α จากสมการ (3.11) สามารถเขียนได้เป็นดังนี้

$$\frac{a_P}{\alpha}\phi_P = \sum_{NB} a_{NB}\phi_{NB} + b - \frac{1-\alpha}{\alpha} a_P\phi_P^* \tag{3.81}$$

เมื่อ ϕ_P^* คือ ค่าของ ϕ_P ที่รอบการคำนวณซ้ำครั้งก่อน โดยการหาผลเฉลยก็ยังคงใช้วิธี Line-by-Line TDMA ได้เหมือนเดิม (ซึ่งเปลี่ยนแปลงเฉพาะค่าสัมประสิทธิ์และพจน์ของ Source เท่านั้น)

ในการคำนวณค่าของ Pressure correction จะถูกหน่วงด้วยค่า Pressure under-relaxation, α_p ดังนี้

$$p = p^* + \alpha_p p' \tag{3.82}$$

โดยค่าที่เหมาะสมระหว่าง Pressure under-relaxation, α_P และ Velocity under-relaxation, α_u สำหรับขั้นตอนวิธี SIMPLE [41] ได้กำหนดความสัมพันธ์ไว้ดังนี้

$$\alpha_u + \alpha_p = 1.0 \tag{3.83}$$

ซึ่งค่า $\alpha_u \approx 0.8$ และ $\alpha_p \approx 0.2$ ส่วนค่า Under-relaxation สำหรับปริมาณ ϕ (k, ε และ γ) โดยทั่วไปจะมีค่าประมาณ 0.5 ซึ่งในความเป็นจริงค่า Under-relaxation อาจมีค่าแตกต่างไปจากนี้ขึ้นกับชนิดของปัญหาการไหลที่พิจารณา [37]

3.9 การกำหนดเกณฑ์ลู่เข้า

สำหรับการคำนวณหาผลเฉลยของระบบสมการพีชคณิตด้วยวิธีการคำนวณซ้ำ Line-by-Line TDMA ร่วมกับการใช้ขั้นตอนวิธี SIMPLE นั้น จำเป็นต้องมีการกำหนดเกณฑ์การลู่เข้าและตรวจสอบค่าของการลู่เข้า หลังจากที่คำนวณได้ของแต่ละสมการ ก่อนที่จะคำนวณต่อในครั้งต่อไป ซึ่งการกำหนดเกณฑ์การลู่เข้านั้นมีหลายวิธีแต่ที่นิยมใช้กัน (Melaan [37] และ Peric [41]) คือการหาค่า Residual sources ของสมการดิสครีไทซ์

เนื่องจากการแก้ระบบสมการความดันแก้ไข (Pressure correction) จะให้ผลเฉลยที่บ่งบอกถึงกฎการอนุรักษ์มวล ดังนั้นค่าของ p' ที่คำนวณได้ต้องมีความถูกต้องแม่นยำสูง ดังนั้นระบบสมการความดันแก้ไข จะถูกคำนวณซ้ำจนค่า Residual sources ของ p', $\|r_P\|_{p'}^{m}$ ถึงเกณฑ์การลู่เข้าดังสมการ (3.84)

$$\|r_P\|_{p'}^{m} \le \gamma_P \|r_P\|_{p'}^{0} \tag{3.84}$$

โดยใช้วิธี Euclidean norm ในการกำหนดค่าของ $\|r_P\|_{p'}^{m}$ หลังจากที่มีรอบการคำนวณซ้ำ m รอบ ดังสมการ (3.85)

$$\|r_P\|_{p'}^{m} = \left[\sum_{l}\left(\sum_{NB} a_{NB} p'^{k}_{NB} - a_P p'^{k}_{P}\right)^2\right]^{1/2} \tag{3.85}$$

เมื่อ $\sum_{l}$ คือ ผลรวมของจุดต่อทั้งหมดของปริมาตรควบคุมของปัญหาที่พิจารณา และเนื่องจากการกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของ p' มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น

$$\|r_P\|_{p'}^{0} = \left[\sum_{l} b^2\right]^{1/2} \tag{3.86}$$

และโดยทั่วไปจะกำหนดให้ค่าของ γ_P มีค่าเท่ากับ 0.25

ส่วนการกำหนดเกณฑ์การลู่เข้าของสมการอื่น ๆ ϕ (u, v, k, ε และ γ) จะใช้วิธี 1-norm ในการคำนวณค่า Residual sources, $\|r_P\|_{\phi}^{m}$ หลังจากที่มีรอบการคำนวณซ้ำ m รอบ ดังสมการ (3.87)

$$\|r_P\|_{\phi}^{m} = \sum_{l}\left|\sum_{NB} a_{NB}^{m+1}\phi_{NB}^{m} + b^{m+1} - a_P^{m+1}\phi_P^{m}\right| \tag{3.87}$$

หากพิจารณาในสมการ (3.87) พจน์ของสัมประสิทธิ์และพจน์ของ Source จะถูกกำหนดก่อนที่จะคำนวณค่าของตัวแปร ϕ ในรอบการคำนวณถัดไป ค่าของ Residual sources จากสมการ (3.87) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบตัวแปรไร้มิติ โดยการหารด้วยค่า Characteristic flux, R_ϕ ของการไหล ดังแสดงในสมการ (3.88)

$$d_\phi = \frac{\|r_P\|_\phi^m}{R_\phi} \tag{3.88}$$

เมื่อ d_ϕ คือ Non-dimensionless residual sources ซึ่งค่าของ R_ϕ แต่ละตัวแปรแสดงดังตารางที่ 3.1 โดยเกณฑ์การลู่เข้าของผลเฉลยที่คำนวณได้ของตัวแปร ϕ จะถูกกำหนดได้ดังนี้

$$\mathrm{Max}\left[d_\phi\right] \le \lambda \tag{3.89}$$

บทที่ 4
การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุม

สำหรับในบทนี้จะนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาด้วยระเบียบขั้นตอนวิธีดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 มาทำการตรวจสอบความถูกต้อง (Validation) กับปัญหาการไหลที่มีผลเฉลยแม่นตรงหรือมีผลการทดลอง ทั้งนี้เพื่อแสดงให้เห็นว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้มีความถูกต้องและเชื่อถือได้อยู่ในระดับที่น่าพอใจ ซึ่งกรณีศึกษาที่นำมาใช้ในการทดสอบมีดังต่อไปนี้

1) การไหลแบบราบเรียบ
   - การไหลแบบราบเรียบบนแผ่นเรียบ
   - การไหลแบบราบเรียบในท่อ

2) การไหลแบบปั่นป่วน
   - การไหลแบบปั่นป่วนบนแผ่นเรียบ
   - การไหลแบบปั่นป่วนบน Thick axisymmetric body
   - การไหลแบบปั่นป่วนในท่อ

4.1 การไหลแบบราบเรียบ

4.1.1 การไหลแบบราบเรียบบนแผ่นเรียบ

การไหลภายนอก (External flow) คือ การไหลผ่านภายนอกของวัตถุ เช่น การไหลผ่านแผ่นเรียบ (Flat plate) การไหลของอากาศผ่านปีกเครื่องบิน เป็นต้น เมื่อของไหลไหลผ่านวัตถุของไหลที่อยู่ใกล้บริเวณผิววัตถุจะมีการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเกิดขึ้น (เมื่อสมมติให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อน) เนื่องจากผลของแรงเสียดทาน บริเวณดังกล่าวนี้เรียกว่า “ ชั้นขอบ (Boundary layer) ” ดังแสดงในรูปที่ 4.1

จากรูปที่ 4.1 พิจารณาการไหลของของไหลแบบคงตัว (Steady flow) และอัดตัวไม่ได้ (Incompressible fluid) เมื่อไหลผ่านแผ่นเรียบด้วยความเร็วคงตัว, u_∞ (Uniform velocity) และที่ภายนอกของชั้นขอบของไหลก็มีความเร็วคงตัวเท่ากับความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าหาแผ่นเรียบ (กรณีนี้สมมติว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงของความดัน (Zero pressure gradient))

เมื่อกำหนดให้ความหนาของชั้นขอบ (Boundary layer thickness), δ คือ ระยะห่างจากผิวของแผ่นเรียบถึงตำแหน่งที่ความเร็ว $u = 0.99u_\infty$ และค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์, Re_L ของการไหลแบบราบเรียบบนแผ่นเรียบสามารถคำนวณได้ดังสมการ (4.1)

$$\mathrm{Re}_L = \frac{\rho u_\infty L}{\mu} \tag{4.1}$$

โดยการไหลจะเป็นการไหลแบบราบเรียบก็ต่อเมื่อ $1000 < \mathrm{Re}_L < 10^6$ [26] ดังนั้น สำหรับการศึกษาปัญหาลักษณะนี้ จะกำหนดให้ของไหลเป็นอากาศที่มีความหนาแน่น, ρ เท่ากับ $1.19\ \mathrm{kg/m^3}$ และมีค่าความหนืดสัมบูรณ์, μ เท่ากับ $1.84\times10^{-5}\ \mathrm{N\cdot s/m^2}$ ไหลผ่านแผ่นเรียบที่มีความยาว 10 cm ด้วยความเร็ว $8.0\ \mathrm{m/s}$ ($\mathrm{Re}_L = 5.17\times10^4$)

การแก้ปัญหาการไหลแบบราบเรียบบนแผ่นเรียบนี้ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม เริ่มด้วยการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็ก ๆ และประยุกต์เงื่อนไขขอบดังแสดงในรูปที่ 4.2 ซึ่งใช้ Power-Law differencing และ Upwind differencing scheme สำหรับการประมาณพจน์ของการพาในทิศทางตามขวางกระแสการไหล (Cross-stream direction) และทิศทางตามแนวกระแสการไหล (Stream-wise direction) ส่วนการประมาณพจน์การแพร่กระจายจะใช้ Central differencing scheme จากนั้นทำการทดสอบความเป็น Grid independent ด้วยการเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 0.10\,\mathrm{m}$ ด้วยการใช้จำนวน กริดที่แตกต่างกันสามขนาด คือ 32×32, 62×62 และ 102×82 ดังแสดงในรูปที่ 4.3 จากกราฟจะเห็นว่าผลการคำนวณที่ได้จากการใช้กริดขนาด 62×62 และ 102×82 มีความใกล้เคียงกันมากจึงเลือกใช้กริดขนาด 62×62 สำหรับการคำนวณเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุม

รูปที่ 4.4 แสดงผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ Blasius [26] ที่กำหนดให้ $\delta = x/\mathrm{Re}_x$ พบว่าผลที่ได้แทบไม่มีความแตกต่างกันเลย

4.1.2 การไหลแบบราบเรียบในท่อ

รูปที่ 4.5 แสดงลักษณะของปัญหาการไหลแบบราบเรียบในท่อที่มีขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ D มีความยาวเท่ากับ L โดยที่ทางเข้าของท่อของไหลมีเร็วสม่ำเสมอเท่ากับ u_{in} เมื่อค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds number), Re ของการไหลแบบราบเรียบในท่อสามารถคำนวณได้จาก

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho u_{\mathrm{in}} D}{\mu} \tag{4.2}$$

โดยกำหนดให้ของไหลเป็นอากาศที่มีความหนาแน่น, ρ เท่ากับ $1.19\ \mathrm{kg/m^3}$ และมีค่าความหนืดสัมบูรณ์, μ เท่ากับ $1.84\times10^{-5}\ \mathrm{N\cdot s/m^2}$ เมื่อ $R = D/2$, $r' = R - r$ (คือระยะที่วัดจากผนัง) และ $R' = r'/R$

เนื่องจากการไหลภายในท่อจะอยู่ในช่วงการไหลแบบราบเรียบ กรณีที่ $\mathrm{Re} < 2300$ และการไหลจะเกิดการพัฒนาเต็มที่ (Fully developed flow) ที่ตำแหน่งประมาณ $L \geq 138D$ ดังนั้นจึงเลือกใช้ค่า $\mathrm{Re} = 200$ โดยกำหนดโดเมนของปัญหานี้คือ $D = 6\,\mathrm{in}$ (0.1524 m) และ $L = 138D$ ซึ่งในช่วงที่ตำแหน่งของการไหลมีการพัฒนาเต็มที่นั้นสามารถหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ (Analytical solution) ของการกระจายตัวของความเร็ว [27] ได้ดังนี้

$$u(x,r) = -\frac{R^2}{4\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \tag{4.3}$$

จากปัญหาการไหลแบบราบเรียบในท่อ จะทำการแก้ปัญหานี้ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม เริ่มต้นด้วยการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็ก ๆ และประยุกต์เงื่อนไขขอบ (เนื่องจากโดเมนของปัญหามีความสมมาตรจึงใช้เงื่อนไขขอบแบบสมมาตรร่วมเข้ามาด้วย) ดังแสดงในรูปที่ 4.6

การแก้ปัญหาการไหลแบบราบเรียบในท่อนี้ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมจะใช้ Hybrid differencing scheme และ Central differencing scheme สำหรับการประมาณพจน์ของการพาและพจน์ของการแพร่กระจายตามลำดับ รวมทั้งทดสอบความเป็น Grid independent ของการคำนวณกับกริดที่แตกต่างกันสามขนาดคือ 22×17 , 32×22 และ 62×42 ที่ตำแหน่ง $x = 21.03\mathrm{m}$ ดังแสดงในรูปที่ 4.7 จากกราฟจะเห็นว่าผลการคำนวณที่ได้จากการใช้กริดขนาด 32×22 และ 62×42 มีความใกล้เคียงกันมากจึงเลือกใช้กริดขนาด 32×22 ในการคำนวณ

เราจะพบว่าผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 21.03\,\mathrm{m}$ ที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมแทบไม่มีความแตกต่างกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ดังแสดงในรูปที่ 4.8

4.2 การไหลแบบปั่นป่วน

4.2.1 การไหลแบบปั่นป่วนบนแผ่นเรียบ

เมื่อของไหลไหลผ่านแผ่นเรียบจนค่าของเรย์โนลด์นัมเบอร์, Re_L มีค่ามากกว่า 10^6 การไหลจะเป็นการไหลแบบปั่นป่วนและเกิดชั้นขอบแบบปั่นป่วน (Turbulent boundary layer) ที่บริเวณใกล้ผิวของแผ่นเรียบดังแสดงในรูปที่ 4.9 ซึ่งกำหนดให้เรย์โนลด์นัมเบอร์มีค่าดังสมการ (4.4)

$$\mathrm{Re}_L = \frac{\rho \bar{u}_\infty L}{\mu} \tag{4.4}$$

และกำหนดให้ Displacement thickness, δ^* และ Momentum thickness, θ มีค่าดังนี้

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\bar{u}}{\bar{u}_\infty}\right) \mathrm{d}y \tag{4.5ก}$$

$$\theta = \int_0^\infty \frac{\bar{u}}{\bar{u}_\infty}\left(1 - \frac{\bar{u}}{\bar{u}_\infty}\right) \mathrm{d}y \tag{4.5ข}$$

รวมทั้งสามารถนิยามค่าของเรย์โนลด์นัมเบอร์ที่ขึ้นกับค่า Thickness ชนิดต่าง ๆ ดังนี้

$$\mathrm{Re}_{\delta^*} = \frac{\rho \bar{u}_\infty \delta^*}{\mu} \tag{4.6ก}$$

$$\mathrm{Re}_\theta = \frac{\rho \bar{u}_\infty \theta}{\mu} \tag{4.6ข}$$

เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ กับปัญหาการไหลนี้จึงแบ่งกรณีศึกษาออกเป็น 2 กรณี คือ

1) การเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Dewan and Arakeri [19]
2) การเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Klebanoff [42]

4.2.1.1 การเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Dewan and Arakeri [19]

Dewan and Arakeri [19] ได้ทำการศึกษาปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนบนแผ่นเรียบด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_{\theta} = 2600$ ดังนั้นจึงกำหนดให้ของไหลเป็นอากาศไหลผ่านแผ่นเรียบที่มีความยาวเท่ากับ 1.0 m และมีความเร็วที่ไหลเข้า $\bar{u}_{\infty}$ เท่ากับ 50.0 m/s ($\mathrm{Re}_{L} = 3.23\times10^{6}$)

รูปที่ 4.10 แสดงการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็ก ๆ และประยุกต์เงื่อนไขขอบ เช่นเดียวกับปัญหาการไหลแบบราบเรียบบนแผ่นเรียบที่ใช้ Power-Law differencing scheme และ Upwind differencing scheme (เพื่อให้ Scheme ที่ใช้เป็น Scheme เดียวกันกับการคำนวณของ Dewan and Arakeri [19]) สำหรับการประมาณพจน์ของการพาในทิศทางตามขวางและตามแนวกระแสการไหล ส่วนพจน์การแพร่กระจายประมาณด้วย Central differencing scheme จากการทดสอบความเป็น Grid independent ด้วยการคำนวณหาลักษณะการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติด้วยจำนวนกริดที่แตกต่างกัน 3 ขนาด คือ 82×102, 102×202 และ 152×252 ดังแสดงในรูปที่ 4.11 จึงเลือกใช้กริดขนาด 102×202 ในการคำนวณ ส่วนในรูปที่ 4.12 และ 4.13 แสดงผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor และ Turbulent kinetic energy ที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_{\theta} = 2600$ ตามลำดับ

ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ นั้นมีความคล้ายคลึงกับผลการคำนวณของ Dewan and Arakeri แต่จะแตกต่างกันที่ช่วงบริเวณภายนอกชั้นขอบ ($y/\delta > 1$) เพราะที่บริเวณนี้ Dewan and Arakeri ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ที่ไม่ได้ประกอบด้วย Damping function, f_{μ}, f_{1}, f_{2} และพจน์เพิ่มเติม (Extra terms), D และ E (ดังแสดงรายละเอียดในบทที่ 2)

4.2.1.2 การเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Klebanoff [42]

เพื่อเป็นการตรวจสอบถึงความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ประดิษฐ์ขึ้นด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ในการทำนายคุณลักษณะที่ประกอบไปด้วยการหาลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและปริมาณอื่น ๆ จึงนำผลการคำนวณที่ได้มาทำการเปรียบเทียบอีกครั้งหนึ่งกับผลการทดลองของ Klebanoff [42] โดยกำหนดให้ของไหลเป็นอากาศไหลผ่านแผ่นเรียบที่มีความยาวเท่ากับ 3.0 m และมีความเร็วที่ไหลเข้า $\bar{u}_{\infty}$ เท่ากับ 50.0 m/s

($\mathrm{Re}_L = 9.70\times10^6$) และทำการทดสอบความเป็น Grid independent จากการใช้กริดที่แตกต่างกันสามขนาดคือ 122×152, 152×202 และ 202×252 ดังแสดงในรูปที่ 4.14 จึงเลือกใช้กริดขนาด 152×202 ในการคำนวณ เนื่องจากผลการคำนวณที่ได้จากการใช้กริดขนาด 152×202 และ 202×252 มีความใกล้เคียงกันมาก

ผลการคำนวณจากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมที่ประกอบด้วยลักษณะการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติ, ความเร็ว และ Intermittency factor แสดงในรูปที่ 4.15-4.17 ตามลำดับ ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติและความเร็วในชั้นขอบที่คำนวณได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลอง แต่ในส่วนผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor ยังมีความผิดพลาดอยู่บ้าง อาจจะมีสาเหตุมาจากสมการ Transport ของ Intermittency factor มีความสามารถไม่มากพอในการคำนวณที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์, Re_θ สูง ๆ

4.2.2 การไหลแบบปั่นป่วนบน Thick axisymmetric body

การไหลแบบปั่นป่วนบน Thick axisymmetric body ตัวอย่างเช่น การไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกที่วางในแนวตามทิศทางกระแสการไหลดังแสดงในรูปที่ 4.18 จะมีลักษณะการไหลคล้ายคลึงกันกับปัญหาการไหลผ่านแผ่นเรียบนั่นคือ เมื่อของไหลไหลผ่านผิววัตถุทรงกระบอก ของไหลที่อยู่ใกล้บริเวณผิววัตถุจะมีการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเกิดขึ้นเนื่องจากแรงเสียดทานบริเวณดังกล่าวเรียกว่า “ชั้นขอบ” แต่สำหรับปัญหาการไหลนี้เรียกว่า “Thick axisymmetric boundary layer” ซึ่งสามารถศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมได้จาก Willmarth et al. [43]

จากรูปที่ 4.18 ของไหลไหลด้วยความเร็วคงตัว $\bar{u}_\infty$ ผ่านวัตถุทรงกระบอกที่มีความยาว L ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง D และขนาดรัศมีเท่ากับ a ($a = D/2$) โดยสามารถคำนวณค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ได้จากสมการ (4.7)

$$\mathrm{Re}_a = \frac{\rho \bar{u}_\infty a}{\mu} \tag{4.7}$$

สำหรับในการศึกษาของปัญหานี้จะกำหนดให้วัตถุทรงกระบอกมีค่า $L = 2.5\,\mathrm{m}$ และ $a = 0.001\mathrm{m}$ รวมทั้งให้ของไหลเป็นอากาศไหลผ่านด้วยความเร็ว $\bar{u}_\infty = 49.47\,\mathrm{m/s}$ ($\mathrm{Re}_a = 3200$) เมื่อรูปที่ 4.19 แสดงการแบ่งโดเมนและประยุกต์เงื่อนไขขอบ

รูปที่ 4.20 แสดงการทดสอบความเป็น Grid independent ซึ่งผลการคำนวณที่ได้จากการใช้กริดที่แตกต่างกันสามขนาดทำให้เลือกกริดขนาด 122×82 ในการคำนวณ

จากผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor และ Reynolds shear stress ที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_a = 3200$ และ $y/\delta = 7.57$ ดังแสดงในรูปที่ 4.21 และ 4.22 ตามลำดับ พบว่ามีแนวโน้มสอดคล้องกับผลการคำนวณของ Dewan and Arakeri [18] แต่ยังมีความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งมีสาเหตุเช่นเดียวกับปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนบนแผ่นเรียบที่ Dewan and Arakeri ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ที่ไม่ได้ประกอบด้วย Damping function, f_μ, f_1, f_2 และพจน์เพิ่มเติม D, E ในการคำนวณที่บริเวณนอกชั้นขอบ

4.2.3 การไหลแบบปั่นป่วนในท่อ

การไหลในท่อนั้นจะเป็นการไหลแบบปั่นป่วน เมื่อค่า $\mathrm{Re} > 2300$ และการไหลนี้จะเกิดการไหลแบบปั่นป่วนพัฒนาเต็มที่ (Turbulent fully developed flow) ที่ตำแหน่ง L ประมาณอยู่ในช่วง 25 ถึง 40 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ, D [5] ดังนั้นจึงกำหนดโดเมนของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อดังแสดงในรูปที่ 4.23 เมื่อค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์, Re สามารถคำนวณได้ดังสมการ (4.8)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \bar{u}_{\mathrm{in}} D}{\mu} \tag{4.8}$$

ซึ่งการศึกษาปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อจะกำหนดให้ $D = 6\,\mathrm{in}$ (0.1524 m)

เนื่องจากในหัวข้อนี้ต้องการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ประดิษฐ์ขึ้น เพื่อเป็นการแสดงให้เห็นประสิทธิภาพของการคำนวณหาผลเฉลยของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อ จึงได้นำผลการคำนวณที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ไปทำการเปรียบเทียบกับผลการทดลองหรือผลการคำนวณที่มีอยู่แล้วหลาย ๆ กรณีดังนี้

1) การเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Schlichting [5]
2) การเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Nagano and Hishida [20]
3) การเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Wang and Derksen [21]

4.2.3.1 การเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Schlichting [5]

สำหรับการแก้ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมจะใช้แบบจำลองความปั่นป่วน 3 แบบจำลอง คือ แบบจำลอง Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ รวมทั้งใช้ Hybrid และ Central differencing scheme ในการประมาณพจน์ของการพาและการแพร่กระจายตามลำดับ จากนั้นนำผลการคำนวณที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Schlichting [5] ที่มีค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์แตกต่างกันสามขนาดคือ $\mathrm{Re} = 4.0\times10^3$, 1.5×10^5 และ 3.2×10^6 การคำนวณจะเริ่มต้นด้วยการแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็ก ๆ ที่ใช้การวางกริดแบบ Non-uniform staggered grid รวมทั้งประยุกต์เงื่อนไขขอบสำหรับแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนดังแสดงในรูปที่ 4.24-4.26 (เนื่องจากโดเมนของปัญหามีความสมมาตรจึงใช้เงื่อนไขขอบแบบสมมาตรร่วมด้วย) ซึ่งเงื่อนไขขอบที่ทางเข้าสามารถกำหนดได้ดังนี้

$$k_{\mathrm{in}} = 0.005\bar{u}_{\mathrm{in}}^2 \tag{4.9ก}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{in}} = \frac{C_\mu^{3/4}k^{3/2}}{0.03R} \tag{4.9ข}$$

$$\gamma_{\mathrm{in}} = 0.001 \tag{4.9ค}$$

1) การไหลแบบปั่นป่วนในท่อกรณี $\mathrm{Re} = 4.0\times10^3$

สำหรับการทดสอบความเป็น Grid independent ของการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง จะกระทำการคำนวณกับกริดที่มีขนาดแตกต่างกันสามขนาดดังต่อไปนี้ กรณีแรกแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε จากการคำนวณกับกริดที่ขนาดแตกต่างกันสามขนาดคือ 17×12, 22×17 และ 32×22 ดังแสดงในรูปที่ 4.27 จะเห็นว่าผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จากการใช้กริดขนาด 22×17 และ 32×22 มีความใกล้เคียงกันมากจึงเลือกใช้กริดขนาด 22×17 ในการคำนวณ ส่วนกรณีแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ จากผลการคำนวณกับกริดที่ขนาดแตกต่างกันสามขนาดดังแสดงในรูปที่ 4.28 และ 4.29 ด้วยเหตุผลที่เหมือนกับกรณีของแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε ดังนั้นจึงเลือกใช้กริดขนาด 22×17 และ 32×22 ในการคำนวณสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ตามลำดับ

จากนั้น นำผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Schlichting [5] ดังแสดงในรูปที่ 4.30 ที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$, ซึ่งอยู่ในช่วงการไหลแบบปั่นป่วนพัฒนาเต็มที่)

2) การไหลแบบปั่นป่วนในท่อกรณี $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$

การทดสอบความเป็น Grid independent ของการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง โดยการใช้กริดที่ขนาดแตกต่างกันสามขนาดดังแสดงในรูปที่ 4.31-4.33 ดังนั้นจึงเลือกใช้กริดขนาด 47×27, 47×27 และ 62×42 ในการคำนวณสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ตามลำดับ

จากนั้นนำผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Schlichting [5] ดังแสดงในรูปที่ 4.34

3) การไหลแบบปั่นป่วนในท่อกรณี $\mathrm{Re} = 3.2 \times 10^6$

สำหรับการคำนวณในกรณีนี้ก็เหมือนเช่นเคยกับกรณี $\mathrm{Re} = 4.0 \times 10^3$ และ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ที่มีการตรวจความเป็น Grid independent ของการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ด้วยการใช้กริดที่ขนาดแตกต่างกันสามขนาด จากผลลัพธ์ที่ได้จึงเลือกใช้กริดขนาด 82×62, 82×62 และ 152×202 ในการคำนวณสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ตามลำดับ (ดังแสดงในรูปที่ 4.35-4.37)

รูปที่ 4.38 แสดงผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลองที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m

จากการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง กับผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 4.30, 4.34 และ 4.38 นั้นพบว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลอง ซึ่งจะสังเกตเห็นได้ว่าผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ มีความใกล้เคียงกันมาก รวมทั้งให้ผลการคำนวณที่สอดคล้องกันดีกับผลการทดลองเมื่อค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์สูง ๆ ($\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ และ $\mathrm{Re} = 3.2 \times 10^6$) แต่กรณีเมื่อ $\mathrm{Re} = 4.0 \times 10^3$ ยังให้ผลลัพธ์ของการคำนวณที่ไม่ค่อยดีนัก เพราะการไหลที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์นี้อยู่ในช่วง Transition (เพราะว่าแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง จะให้ผลดีในกรณีที่เป็นการไหลแบบปั่นป่วนพัฒนาเต็มที่, $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$) และผลการคำนวณจาก

แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะมีแนวโน้มที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

4.2.3.2 การเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Nagano and Hishida [20]

Nagano and Hishida [20] ได้ทำการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε โดยปัญหาการไหลที่ทำการศึกษาก็มีการไหลแบบปั่นป่วนในท่อด้วย ดังนั้นจึงนำผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ มาทำการตรวจสอบความถูกต้องกับผลการคำนวณของ Nagano and Hishida สำหรับการคำนวณก็เริ่มต้นด้วยการทดสอบความเป็น Grid independent ของการคำนวณโดยการใช้กริดที่ขนาดแตกต่างกันสามขนาดดังแสดงในรูปที่ 4.39 จะเห็นว่าผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติที่ได้จากการใช้กริดขนาด 152×202 และ 202×252 มีความใกล้เคียงกันมากจึงเลือกใช้กริดขนาด 152×202 ในการคำนวณ

จากนั้นนำผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ไปเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Nagano and Hishida [20], Lam and Bremhorst [46] และผลการทดลองของ Laufer [47] ดังแสดงในรูปที่ 4.40 ที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m

ผลการคำนวณที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมมีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลองของ Laufer [47] รวมทั้งมีแนวโน้มใกล้เคียงกับผลการคำนวณของ Nagano and Hishida [20] และดีกว่าผลการคำนวณของ Lam and Bremhorst [46] ซึ่งเนื่องมาจากการใช้ค่าคงที่ต่าง ๆ คือ Damping function (f_μ, f_1, f_2) และพจน์เพิ่มเติม (D, E) ที่แตกต่างกันดังแสดงในตาราง 4.1

4.2.3.3 การเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Wang and Derksen [17]

Wang and Derksen [17] ได้ทำการศึกษาคุณลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนในท่อ ($\mathrm{Re} = 3.0\times 10^5$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ที่ได้ถูกปรับปรุงโดย Cho and Chung [16] ซึ่งเป็นรูปแบบเดียวกับแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ ที่เลือกใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ (แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ) ดังนั้นจึงได้นำเอาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ มาทำการตรวจสอบความถูกต้องกับผลการ

คำนวณของ Wang and Derksen สำหรับการคำนวณก็เริ่มต้นด้วยการตรวจสอบความเป็น Grid independent โดยการใช้กริดที่แตกต่างกันสามขนาดดังแสดงในรูปที่ 4.41 จะพบว่าผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จากกริดขนาด 202×162 และ 252×202 มีความใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นจึงเลือกใช้กริดขนาด 202×162 ในการคำนวณ

ส่วนในรูปที่ 4.42-4.46 แสดงผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วในแนวแกน x ที่ตำแหน่ง r/R ใด ๆ เมื่อกำหนดให้

$\bar{u}$ คือ ความเร็วในแนวแกน x

$\bar{u}_b$ คือ ความเร็วเฉลี่ย (Bulk velocity)

และรูปที่ 4.47-4.49 แสดงผลการคำนวณการกระจายตัวของ Reynolds shear stress ที่ตำแหน่ง $x/D = 10, 30$ และ 70 ตามลำดับ

ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ สำหรับลักษณะการกระจายตัวของเร็วนั้นมีความถูกต้องสอดคล้องกันดีทั้งกับผลการทดลองและผลการคำนวณของ Wang and Derksen ส่วนผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของ Reynolds shear stress มีแนวโน้มสอดคล้องกับผลการทดลองและผลการคำนวณของ Wang and Derksen และที่บริเวณช่วงการไหลแบบปั่นป่วนพัฒนาเต็มที่ (รูปที่ 4.49) แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าผลการคำนวณของ Wang and Derksen และ Chien

บทที่ 5
การวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต

สำหรับในบทนี้จะนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ประดิษฐ์ขึ้น มาทำการศึกษาวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต ซึ่งแบ่งกรณีศึกษาออกเป็น 2 กรณี คือ

1) การไหลของ Confined coflow jet ในท่อ
2) การไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด

โดยมีรายละเอียดดังจะกล่าวต่อไป

5.1 การไหลของ Confined coflow jet ในท่อ

5.1.1 ลักษณะของปัญหา

การศึกษาและทำความเข้าใจถึงปรากฏการณ์ของ Confined coflow jet หรือ Confined jet mixing ในท่อ นั้นมีความสำคัญมากในงานทางด้านวิศวกรรม ตัวอย่างเช่น การออกแบบ Ejector, Combustor, Jet pump, Furnaces และการออกแบบอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ประกอบด้วยการผสมของชั้น Layer ที่มีความเร็วแตกต่างกัน การไหลของ Confined coflow jet นี้จะประกอบด้วยกระแสการไหลความเร็วสม่ำเสมอ 2 ชนิด คือ

1) กระแสการไหลหลัก (Primary stream) หรือกระแสการไหลของเจ็ต (Jet stream) ที่มีความเร็วสูง, $\bar{u}_p$
2) กระแสการไหลรอง (Secondary stream) ที่มีความเร็วต่ำ, $\bar{u}_s$

ดังแสดงในรูปที่ 5.1 โดยกำหนดให้กระแสการไหลทั้ง 2 ชนิด เป็นอากาศที่มีอุณหภูมิเท่ากัน โดยกระแสการไหลรองนั้นจะไหลรอบข้างไปกับกระแสการไหลของเจ็ตในทิศทางเดียวกันเข้ามาผสมในท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่เกิดการถ่ายเทโมเมนตัมซึ่งกันและกัน สำหรับปรากฏการณ์พื้นฐานของการไหลที่สามารถเกิดขึ้นใน Confined coflow jet นี้ได้แก่ การเกิด Adverse pressure gradient, บริเวณของ Separation หรือ Recirculation และการมีลักษณะความคล้ายคลึงของความเร็ว (Similar velocity profiles) เป็นต้น

จากรูปที่ 5.1 สามารถแบ่งบริเวณการไหลที่เกิดขึ้นภายใน Confined coflow jet ในท่อได้ 3 บริเวณ โดยแต่ละบริเวณมีคุณลักษณะของการไหลที่แตกต่างกันดังนี้

1) บริเวณที่ 1 (Region 1) จะประกอบด้วยโซนของการไหลแบบศักย์ (Potential flow zones) ที่มีขนาดความเร็วแตกต่างกันมากซึ่งจะถูกแบ่งแยกด้วย Shear layer โดยขนาดของ Shear layer จะเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนตามระยะที่ห่างจากหัวฉีด (Nozzle) พร้อมกันนั้นการไหลแบบศักย์ของกระแสการไหลหลักก็จะลดลง ส่วนการไหลแบบศักย์ของกระแสการไหลรองด้านนอกจะถูกล้อมรอบด้วย Shear layer ของตัวเองกับผนัง ช่วงสิ้นสุดของบริเวณการไหลที่ 1 จะเกิดเมื่อขนาด Potential core ของกระแสการไหลหลักลดลงจนหมด
2) บริเวณที่ 2 (Region 2) การไหล ณ บริเวณเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อจะไม่เป็นการไหลแบบศักย์ (Nonpotential flow) รวมทั้งบริเวณ Shear zone จะขยายจากตรงเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อไปสู่กระแสการไหลรองด้านนอก (ซึ่งอาจยังเป็นการไหลแบบสม่ำเสมอหรือการไหลแบบศักย์)
3) บริเวณที่ 3 (Region 3) ชั้นขอบ (Boundary layer) จะรวมตัวกับ Jet shear layer และตลอดทั้งบริเวณนี้เป็นการไหลของ Shear flow ซึ่งสามารถที่จะเกิด Separation หรือการไหลหมุนวน (Recirculating flow) ดังแสดงในรูปที่ 5.1

สำหรับบริเวณที่ 1 และ 2 ปกติจะเกิด Positive axial pressure gradient หรือ Adverse pressure gradient เมื่ออัตราส่วนของความเร็วเริ่มต้น (Initial velocity ratio) ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างความเร็วของเจ็ต, $\bar{u}_p$ กับกระแสการไหลรอง, $\bar{u}_s$ นั้นมีค่ามากพอ รวมทั้งถ้าหากขนาดของ Positive axial pressure gradient มีขนาดมากและขนาดความเร็วของกระแสการไหลรองมีค่าน้อย กระแสการไหลรองจะลดความเร็วจนความเร็วเป็นศูนย์และเกิดการไหลย้อนกลับ (ณ ที่ตำแหน่งนี้จะเกิด Separation หรือการไหลหมุนวน) ส่วนที่ตำแหน่งไกลออกไปหลังกระแสการไหล (Downstream) จะเกิด Shear flow ต่อเนื่องจนถึงช่วงการไหลแบบพัฒนาเต็มที่ (Fully developed flow)

จากรูปที่ 5.1 กำหนดให้เจ็ตมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ D_1 และท่อมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ D_2 กำหนดให้ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์, Re มีค่าดังสมการ (5.1)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \bar{u}_m D_2}{\mu} \tag{5.1}$$

เมื่อ $\bar{u}_m$ คือ ความเร็วเฉลี่ย (Section mean velocity) โดยกำหนดให้ความเร็วของของไหลหลักและรองที่ทางเข้ามีค่าสม่ำเสมอเท่ากับ $\bar{u}_p$ และ $\bar{u}_s$ ตามลำดับ ซึ่งของไหลในกระแสการไหลทั้งสองเป็นอากาศที่มีความหนาแน่น, ρ เท่ากับ $1.19\,\mathrm{kg/m^3}$ และมีค่าความหนืดสัมบูรณ์, μ เท่ากับ $1.84\times10^{-5}\ \mathrm{N\cdot s/m}$ เมื่อ $R_1 = D_1/2$ และ $R_2 = D_2/2$

5.1.2 ผลการคำนวณ

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ร่วมกับการวางกริดแบบ Non-uniform staggered grid จะถูกนำมาวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ เช่น การแพร่กระจายของความเร็ว, Axial turbulence intensity, Turbulent shear stress และค่าความดันที่ผนัง เป็นต้น

สำหรับการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ จะกำหนดให้ขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D_2 = 6\,\mathrm{in}\,(0.1524\,\mathrm{m})$ และท่อมีความยาวเท่ากับ $60D_2$ ส่วนความเร็วของกระแสการไหลหลักหรือเจ็ต, $\bar{u}_p$ มีค่าเท่ากับ 45.72 m/s (เป็นเงื่อนไขเดียวกันกับที่ใช้ในการทดลองของ Razinsky and Brighton [11]) ซึ่งในรูปที่ 5.2-5.4 แสดงถึงการแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลนี้ออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็ก ๆ และประยุกต์เงื่อนไขขอบ (เนื่องจากโดเมนของปัญหามีความสมมาตรจึงใช้เงื่อนไขขอบแบบสมมาตรร่วมด้วย) ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วน เมื่อเงื่อนไขที่ทางเข้ามีค่าดังนี้

$$\bar{u}_{\mathrm{in}} = \begin{cases} \bar{u}_p & 0 \le r \le R_1 \\ \bar{u}_s & R_1 < r < R_2 \end{cases} \tag{5.2ก}$$

$$k_{\mathrm{in}} = \begin{cases} 0.005\bar{u}_p^2 & 0 \le r \le R_1 \\ 0.005\bar{u}_s^2 & R_1 < r < R_2 \end{cases} \tag{5.2ข}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{in}} = \frac{C_\mu^{3/4} k_{\mathrm{in}}^{3/2}}{0.03R_2} \tag{5.2ค}$$

$$\gamma_{\mathrm{in}} = 0.001 \tag{5.2ง}$$

โดยผลการคำนวณที่ได้จะถูกเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่มีอยู่แล้ว รวมทั้งยังมีการเปรียบเทียบระหว่างผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 ชนิด และศึกษาการ

เปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่มีผลกระทบต่อคุณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ด้วย ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.1.2.1 การเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Razinsky and Brighton [11]

การคำนวณหาผลเฉลยที่อธิบายคุณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ ดังแสดงในรูปที่ 5.1 ซึ่งผลการคำนวณที่ได้จะนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Razinsky and Brighton [11] โดยจะแบ่งกรณีศึกษาออกเป็น 2 กรณี ดังต่อไปนี้คือ

1) กรณี $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times 10^4$

สำหรับการทดสอบความเป็น Grid independent ของการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง จะกระทำการคำนวณกับกริดที่มีขนาดแตกต่างกันสามขนาดดังต่อไปนี้ กรณีแรก สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k-ε* (รูปที่ 5.5) จากผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ จะพบว่าการใช้กริดขนาด 102×72 และ 152×112 ให้ผลลัพธ์ที่มีความใกล้เคียงกันมาก จึงเลือกใช้กริดขนาด 102×72 ในการคำนวณ และด้วยเหตุผลเดียวกันนี้จากการพิจารณารูปที่ 5.6 และ 5.7 ทำให้เลือกใช้กริดขนาด 122×97 และ 152×122 ในกรณีที่ทำการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re *k-ε-γ* และ Low-Re *k-ε-γ* ตามลำดับ

จากนั้นนำผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง คือ Standard *k-ε*, High-Re *k-ε-γ* และ Low-Re *k-ε-γ* ซึ่งประกอบไปด้วย ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว, ค่า Axial turbulence intensity, ค่า Turbulence shear stress และค่าความดันที่ผนัง (Wall pressure) ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Razinsky and Brighton [11]

จากการพิจารณาลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง x ต่าง ๆ ดังนี้ คือ $x = 0$, $x = 4R_2/3$, $x = 10R_2/3$, $x = 16R_2/3$, $x = 28R_2/3$, $x = 40R_2/3$ และ $x = 340R_2/3$ ดังแสดงในรูปที่ 5.8-5.11 ซึ่งในกรณีนี้ ($R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times 10^4$) พบว่าผลการคำนวณที่ได้มีการไหลหมุนวนเกิดขึ้น ดังนั้นสำหรับการวิเคราะห์ปัญหานี้จึงสามารถแบ่งแยกออกเป็น 3 บริเวณ คือ ช่วงบริเวณก่อนที่จะเกิดการไหลหมุนวน ($x = 0$, $x = 4R_2/3$ และ $x = 10R_2/3$), ช่วงบริเวณการไหลหมุนวน ($x = 16R_2/3$) และช่วงบริเวณหลังการไหลหมุนวน ($x = 28R_2/3$, $x = 40R_2/3$ และ $x = 340R_2/3$)

ที่ช่วงบริเวณก่อนที่จะเกิดและหลังการไหลหมุนวน พบว่าผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง นั้นมีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลอง ซึ่งผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะสามารถทำนายลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่งช่วงบริเวณดังกล่าวนี้ได้ดีกว่าแบบจำลองอื่น ๆ เช่น ที่ตำแหน่ง $x = 10R_2/3$ และตำแหน่งที่ช่วงการไหลมีการพัฒนาเต็มที่ (Fully developed flow)

แต่ในช่วงบริเวณที่เกิดการไหลหมุนวน นั่นคือ ที่ตำแหน่ง $x = 16R_2/3$ ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ยังไม่มีความถูกต้องเท่าที่ควร เพราะแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ ใช้ Wall functions สำหรับการกำหนดเงื่อนไขขอบตรงบริเวณใกล้ผนัง ซึ่งมีข้อด้อยในการทำนายลักษณะการไหลที่มี Separation ได้ไม่ค่อยดีนัก ส่วนแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ ถึงแม้ว่าจะไม่ได้ใช้ Wall functions ผลการคำนวณที่ได้ก็ยังไม่ดีเช่นเดียวกัน ทั้งนี้อาจจะมีสาเหตุมาจากการใช้ Damping function, f_μ, f_1, f_2 และพจน์เพิ่มเติม D, E ที่ไม่สามารถรองรับกับปัญหาการไหลหมุนวน หรือการที่ไม่คิดผลกระทบที่เกิดจาก Vorticity ดังแสดงในรูปที่ 5.9 (b)

รูปที่ 5.12-5.15 แสดงผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity และรูปที่ 5.16-5.18 แสดงลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence shear stress ของกรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$ เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจะพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ให้ผลการคำนวณที่ไม่ดีนัก แม้ว่าผลลัพธ์ที่ได้จะมีแนวโน้มในทิศทางเดียวกับผลการทดลองบางช่วงเช่น ตำแหน่งที่ช่วงการไหลมีการพัฒนาเต็มที่

รูปที่ 5.19 แสดงลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง (Wall pressure) จากผลการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ให้ผลการคำนวณในช่วง Adverse pressure gradient (หรือช่วงก่อนการเกิดการไหลหมุนวน) ที่ดีและมีแนวโน้มสอดคล้องกับผลการทดลอง แต่ในช่วง Favorable pressure gradient (หลังการเกิดการไหลหมุนวน) ผลการคำนวณค่าความดันที่ผนังยังมีความคลาดเคลื่อนเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งจากรูปที่ 5.19 จะพบอีกอย่างหนึ่งว่าผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะมีแนวโน้มที่ดีกว่าแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ ในช่วงหลังการเกิดการไหลหมุนวนถึง ณ ตำแหน่งประมาณ $x = 40R_2$

รูปที่ 5.20 แสดงการพัฒนาของเจ็ตที่ตำแหน่งต่าง ๆ ด้วยค่าความเร็วไร้มิติ, $\bar{u}/\bar{u}_{\max}$ ซึ่งมีลักษณะการไหลเหมือนดังแสดงในรูปที่ 5.1 (กำหนดให้ $\bar{u}_{\max}$ คือ ค่าความเร็ว, u สูงสุดที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ณ ตำแหน่ง x ใด ๆ) โดยปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ นี้จะประกอบด้วยบริเวณการไหล 3 บริเวณ ดังรายละเอียดที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 5.1.1 จากรูปที่ 5.20 ผลการคำนวณที่ได้บริเวณที่ 1 จะอยู่ที่ตำแหน่งประมาณ $x < 4R_2/3$, บริเวณที่ 2 อยู่ในช่วง $4R_2/3 < x < 4R_2$ และบริเวณที่ 3 เริ่มตั้งแต่ $x > 4R_2$ โดยพบว่าผลการคำนวณด้วยแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ และ High-Re k-ε-γ จะมีการพัฒนาของเจ็ตได้รวดเร็วกว่าแบบจำลอง Standard k-ε

รูปที่ 5.21 แสดงผลการคำนวณของอัตราการแพร่ของเจ็ต (Growth rate) หรือความกว้างของเจ็ต (L) ด้วยการคำนวณหาตำแหน่งในแนวแกน r ที่ขนาดของความเร็วมีค่าเท่ากับ $0.5\bar{u}/\bar{u}_{\max}$ จะพบว่าผลการคำนวณความกว้างของเจ็ตที่ได้จากแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ และ High-Re k-ε-γ จะมีขนาดใกล้เคียงกันและมากกว่าแบบจำลอง Standard k-ε ดังนั้นจึงแสดงว่า Entrainment rate ที่ได้จากแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ และ High-Re k-ε-γ จะมีค่าสูงกว่าแบบจำลอง Standard k-ε

จากผลการคำนวณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ สำหรับกรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$ หากพิจารณาเฉพาะลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว, Turbulence shear stress และค่าความดันที่ผนัง พบว่าผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

2) กรณี $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$

การทดสอบความเป็น Grid independent ของการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง กระทำโดยใช้กริดที่ขนาดแตกต่างกันสามขนาด ซึ่งแสดงผลลัพธ์การกระจายตัวของความเร็วดังในรูปที่ 5.22-5.24 จากเหตุผลเดียวกันกับกรณี $R_2/R_1 = 3$ ทำให้เลือกใช้กริดขนาด 102×82, 102×82 และ 122×102 สำหรับการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ตามลำดับ

เมื่อเพิ่มอัตราส่วนขนาด $R_2/R_1 = 3$ มาเป็น $R_2/R_1 = 6$ (ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ลดลงจาก $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$ เหลือ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$) จะพบว่าผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วด้วยแบบจำลอง Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ (ดังในรูปที่

5.25-5.28) ยังไม่สามารถแสดงผลลัพธ์ที่เกิดจาก Adverse pressure gradient ได้ดีเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งในช่วงบริเวณก่อนการไหลหมุนวนผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε จะมีความสอดคล้องกับผลการทดลองและดีกว่าแบบจำลองปั่นป่วน High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ (ที่ตำแหน่ง $x = 4R_2/3$ และ $x = 10\,R_2/3$) ส่วนที่บริเวณตำแหน่งการไหลหมุนวน ($x = 16R_2/3$) ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองทั้งสามให้ผลการคำนวณที่ไม่แตกต่างกัน แต่ในช่วงหลังบริเวณการไหลหมุนวนหรือช่วงการไหลแบบพัฒนาเต็มที่ ($x = 40R_2/3$ และ $x = 340R_2/3$) ผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะสามารถทำนายลักษณะการกระจายตัวของความเร็วได้ถูกต้องดีกว่าแบบจำลองปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ แต่เมื่อพิจารณาโดยรวมผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะให้ผลที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

รูปที่ 5.29-5.32 แสดงผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจะพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ให้ผลลัพธ์ของการคำนวณที่มีผิดพลาดไปจากผลการทดลอง ถึงแม้ว่าจะแนวโน้มในทางเดียวกับผลการทดลองที่ช่วงการไหลแบบพัฒนาเต็มที่ ($x = 30R_2$ และ $x = 114R_2$)

ผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence shear stress ดังในรูปที่ 5.33-5.35 จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ยังคงให้ผลการคำนวณที่มีความผิดพลาดเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง แต่พบว่าผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะมีความสอดคล้องและแนวโน้มที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วนอื่น ๆ เช่น ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2$, $x = 10R_2$, $x = 18R_2$, $x = 30R_2$ และ $x = 114R_2$ เป็นต้น

รูปที่ 5.36 แสดงผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง จะพบว่าผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ณ ช่วงบริเวณก่อนการไหลหมุนวน ($x < 12R_2$) ที่เกิด Adverse pressure gradient มีความสอดคล้องดีกันกับผลการทดลอง เมื่อเกิดการไหลหมุนวนขึ้นภายในท่อซึ่งแบบจำลองความปั่นป่วนไม่มีความสามารถในการทำนายคุณลักษณะการไหล ณ ตำแหน่งนี้ ดังนั้นจึงมีผลกระทบต่อช่วงบริเวณหลังการไหลหมุนวนที่เกิด Favorable pressure gradient ($x > 12R_2$) ทำให้ผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนังในช่วงบริเวณนี้ มีความคลาดเคลื่อนจากผลการทดลอง แต่ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะมีแนวโน้มที่ดีกว่าแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

รูปที่ 5.37 แสดงการพัฒนาของเจ็ตด้วยความเร็วไร้มิติ ($\bar{u}/\bar{u}_{\max}$) ซึ่งผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะให้ผลลัพธ์การพัฒนาของเจ็ตที่เร็วกว่าแบบจำลองความปั่นป่วนอื่น ๆ ส่วนอัตราการแพร่กระจายหรือความกว้างของเจ็ต (ดังในรูปที่ 5.38) แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ก็ให้ผลการคำนวณความกว้างของเจ็ตที่มีขนาดมากกว่าแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ ดังนั้นจึงเป็นการแสดงให้เห็นว่าผลการคำนวณจากแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ มี Entrainment rate ที่สูงกว่าแบบจำลองความปั่นป่วนที่เหลือ

การพิจารณาผลกระทบ Entrainment rate ของ Intermittency factor, γ ด้วยการใช้สมการ Transport ของ Intermittency factor และการเพิ่มพจน์ของ Non-dimensional invariant of interaction, Γ ลงในสมการ Dissipation rate ของแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ซึ่งจะช่วยให้ผลลัพธ์ของการคำนวณของค่าความเร็วและความดันที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนนี้ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε แต่ผลการคำนวณค่า Axial turbulence intensity และ Turbulent shear stress ก็ยังให้ผลการคำนวณที่ไม่แตกต่างกันและยังขาดความถูกต้องเท่าที่ควรเมื่อเปรียบเทียบกันกับผลการทดลอง สำหรับการคำนวณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ (เป็นปัญหาการไหลภายใน (Inter flow)) แต่จากงานวิจัยที่ผ่านของ Cho and Chung [16] ที่แสดงให้เห็นว่าการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ นั่นจะสามารถช่วยให้ผลการคำนวณของปัญหาการไหล Turbulent free shear (Plane jet, Round jet, Plane far wake และ Plane mixing layer) ที่ประกอบด้วยลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว, Turbulent Reynolds stresses, Turbulent kinetic energy และค่าอัตราการแพร่กระจาย มีแนวโน้มความถูกต้องที่ดีขึ้นมากกว่าจากการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ Reynolds stress เมื่อทำการเปรียบเทียบกันกับผลการทดลอง ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันได้ว่าแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ สามารถใช้ได้ดีกับปัญหาการไหล Turbulent free shear มากกว่าปัญหาการไหลภายใน

ผลลัพธ์ของการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ที่มีความแตกต่างกับแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ ก็เนื่องมาจากแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ นั้นไม่ได้ใช้ Wall functions และการพิจารณาถึงผลกระทบของ Intermittency factor, γ ที่มีต่อการไหล แต่สาเหตุที่ทำให้ผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 ชนิด นั้นมีความผิดพลาดจากผลการทดลองอาจเกิดมาจากหลายสาเหตุ อาทิเช่น ความคลาดเคลื่อนที่มาจากการใช้ Wall functions ตรงบริเวณการไหลหมุนวน (กรณีของแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε

และ High-Re *k-ε-γ*) หรือการประมาณพจน์ของ Turbulent stresses ด้วย Boussinesq's approximation ที่ไม่ได้พิจารณารวมผลของการเกิด Vorticity เข้าไป เป็นต้น

สรุปผล

จากการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k-ε,* High-Re *k-ε-γ* และ Low-Re *k-ε-γ* ในการทำนายลักษณะของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต Confined coflow jet ในท่อนั้นพบว่าผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง Low-Re *k-ε-γ* จะให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลอง Standard *k-ε* และ High-Re *k-ε-γ* ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทั้งสามนี้มีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลองในเรื่องของการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและค่าความดันที่ผนัง แต่สำหรับในส่วนของค่า Axial turbulence intensity และ Turbulent shear stress นั้นผลการคำนวณที่ได้ ยังไม่มีความถูกต้องเท่าที่ควรเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

5.1.2.2 การเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k-ε,* High-Re *k-ε-γ* และ Low-Re *k-ε-γ*

สำหรับในหัวข้อนี้จะเป็นการนำผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k-ε,* High-Re *k-ε-γ* และ Low-Re *k-ε-γ* มาเปรียบเทียบกัน เพื่อเป็นการศึกษาคุณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่อัตราส่วนขนาด R_2/R_1 ค่อนข้างสูง คือ ที่ $R_2/R_1 = 12$ เมื่ออัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ โดยกำหนดให้ $D_1 = 0.5\ \text{in}$ ($0.0127\ \text{m}$), $\bar{u}_p = 45.72\ \text{m/s}$ และ $\text{Re} = 4.79\times10^4$ การทดสอบความเป็น Grid independent ของการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง จะกระทำการคำนวณกับกริดที่มีขนาดแตกต่างกันสามขนาดดังในรูปที่ 5.39-5.41 ทำให้เลือกใช้กริดขนาด 102×92, 102×92 และ 152×122 สำหรับการคำนวณด้วยแบบจำลอง Standard *k-ε,* High-Re *k-ε-γ* และ Low-Re *k-ε-γ* ตามลำดับ

รูปที่ 5.42-5.50 แสดงผลการคำนวณซึ่งประกอบด้วยเวกเตอร์ความเร็ว เส้นกระแสการไหล (Streamline) และลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลของ Confined colflow jet ในท่อ ที่ได้มาจากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k-ε,* High-Re *k-ε-γ* และ Low-Re *k-ε-γ* ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลการคำนวณที่ได้ดังกล่าวมีความคล้ายคลึงกันมาก

จากลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง x ต่าง ๆ ดังแสดงในรูปที่ 5.51-5.53 จะสังเกตเห็นว่าผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง จะไม่แสดงผลของการเกิด Adverse pressure gradient ที่เป็นสาเหตุทำให้เกิดการไหลหมุนวน หากพิจารณาที่ตำแหน่ง $x = 4R_2/3$ และ $x = 10\,R_2/3$ ผลการคำนวณที่ได้จะมีความแตกต่างกัน โดยแบบจำลอง Standard k-ε จะให้ขนาดของค่าความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางสูงกว่าแบบจำลองอื่น ๆ เป็นการแสดงให้เห็นว่าอัตราการลดลงของความเร็วที่ได้จากแบบจำลอง High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ นั้นมีค่าสูง แต่ในช่วงการไหลพัฒนาเต็มที่ ($x = 340R_2/3$) ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε กับ High-Re k-ε-γ นั้นไม่มีความแตกต่าง ส่วนแบบจำลองปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะให้ผลการคำนวณที่แตกต่างกันกับแบบจำลองอื่น ๆ คือ ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จะมีการเปลี่ยนแปลงในอัตราสูง ณ บริเวณใกล้ผนัง และผลของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อมีขนาดต่ำ (ดังแสดงในรูปที่ 5.53 (b)) ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการที่แบบจำลองปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ นั้นไม่ใช้ Wall functions ในการกำหนดเงื่อนไขขอบตรงบริเวณใกล้ผนัง หรือผลกระทบที่มาจากค่า Intermittency factor, γ ที่มีต่ออัตราการสูญเสีย Turbulent kinetic energy ผ่านพจน์ของ Non-dimensional invariant of interaction ในสมการ Dissipation rate

รูปที่ 5.54 แสดงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ, $\bar{u}_{cl}$ ที่บริเวณทางเข้าท่อ (ประมาณ $x/R_2 < 20$) อัตราการลดลงของความเร็ว $\bar{u}_{cl}$ ที่ได้จากการคำนวณด้วยแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ จะสูงกว่าแบบจำลองอื่น ๆ แต่ที่ตำแหน่ง $x/R_2 > 20$ เจ็ตจะมีการพัฒนาจนกระทั่งอยู่ในบริเวณที่ 3 (ดังแสดงในรูปที่ 5.1) จึงเป็นสาเหตุให้ขนาดของความเร็ว $\bar{u}_{cl}$ มีค่าคงที่ ซึ่งผลการคำนวณจากแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ มีความใกล้เคียงกันกับทั้งแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

จากการพิจารณาลักษณะการกระจายตัวของระดับ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ, $\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}$ ที่คำนวณได้ ณ บริเวณใกล้ทางเข้าท่อของแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ จะมีการเปลี่ยนแปลงสูงกว่าแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ ดังในรูปที่ 5.55

รูปที่ 5.56 และ 5.57 แสดงลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อและที่ผนัง ในช่วงบริเวณที่ใกล้ทางเข้าท่อ ผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง มีความสามารถแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงของ Adverse pressure แต่ก็มีความแตกต่างกัน และบริเวณที่ตำแหน่ง $x/R_2 > 20$ ผลลัพธ์ของการกระจายตัวของค่าความดันที่

ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะมีแนวโน้มที่สูงกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

รูปที่ 5.58 และรูปที่ 5.59 แสดงการพัฒนาของเจ็ตและตำแหน่งที่มีความเร็วเท่ากับ $0.5\bar{u}/\bar{u}_{\max}$ ผลการคำนวณของการพัฒนาของเจ็ตที่ได้จากแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ จะมีความรวดเร็วมากกว่าแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ และเช่นเดียวกันกับผลการคำนวณการแพร่กระจายตัวของเจ็ตและ Entrainment rate จากแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ ก็มีค่ามากกว่าผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

ผลการคำนวณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ตัวอย่างเช่น อัตราการลดลงของความเร็ว ($\bar{u}_{cl}$), ระดับ Turbulence intensity, ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดัน, การพัฒนาของเจ็ตและความกว้างของเจ็ต จะมีความแตกต่างกันซึ่งมีสาเหตุดังนี้ ประการแรกคือ แบบจำลอง Low-Re k-ε-γ ไม่ได้ใช้ Wall functions ในการกำหนดเงื่อนไขขอบที่บริเวณใกล้ผนังเหมือนกันกับแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ และอีกประการหนึ่งคือ ที่ค่าอัตราส่วนขนาด $R_2/R_1 = 12$ ลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ จะมีพฤติกรรมคล้ายคลึงกันกับการไหลของเจ็ตอิสระ (Free jet) การใช้แบบจำลอง Low-Re k-ε-γ (เป็นแบบจำลองที่ Cho and Chung [16] ทำการปรับปรุง) จะมีความสามารถช่วยลดผลกระทบจากอัตรา Entrainment rate ที่มีต่ออัตราการสูญเสีย Turbulent kinetic energy, k ซึ่งแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ ไม่สามารถที่จะกระทำได้

สรุปผล

การเปรียบเทียบระหว่างผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง พบว่าผลการคำนวณของแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ มีความใกล้เคียงกัน แต่จะแตกต่างจากผลการคำนวณของแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ ซึ่งมีสาเหตุดังที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยผลการคำนวณที่พิจารณาจะประกอบไปด้วยลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว, ระดับ Turbulence intensity, ความดัน, การพัฒนาของเจ็ตและความกว้างของเจ็ตตามลำดับ

5.1.2.3 การศึกษาการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการไหล

สำหรับการวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ การเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของเจ็ตจะส่งผลกระทบต่อการไหลในหลาย ๆ ด้าน เช่น ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว ความดัน การเกิดการไหลหมุนวน และการพัฒนาของเจ็ต เป็นต้น ซึ่งพารามิเตอร์ที่สำคัญประกอบไปด้วย อัตราส่วนขนาด (R_2/R_1) อัตราส่วนความเร็ว ($\bar{u}_p/\bar{u}_s$) และค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re) โดยการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์นั้นจะกำหนดให้ขนาดของ $R_2 = 3\text{in}\,(0.0762\,\text{m})$ และความเร็วของกระแสการไหลหลัก $\bar{u}_p = 45.72$ m/s มีค่าคงที่ ดังนั้นค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ และพารามิเตอร์หรือตัวแปรอื่น ๆ จะเปลี่ยนแปลงตามเงื่อนไขที่ทำการศึกษา ดังแสดงในตารางที่ 5.1 การวิเคราะห์จะแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ การกำหนดให้อัตราส่วนขนาดคงที่และการกำหนดให้อัตราส่วนความเร็วคงที่ รวมทั้งเลือกใช้แบบจำลองปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ สำหรับการคำนวณจากเหตุผลและบทสรุปในหัวข้อ 5.1.2.1 และ 5.1.2.2

1) กรณีการกำหนดให้อัตราส่วนขนาดคงที่

รูปที่ 5.60-5.62 แสดงถึงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ, $\bar{u}_{cl}$ เมื่อเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความเร็ว, $\bar{u}_p/\bar{u}_s$ สำหรับกรณีที่ $R_2/R_1 = 3, 6, 12$ จะพบว่าเมื่อค่าอัตราส่วนความเร็วเพิ่มขึ้น การลดลงของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อจะเพิ่มขึ้นตามเนื่องจากผลของการถ่ายเทโมเมนตัมจากกระแสการไหลหลักที่มีความเร็วสูงสู่กระแสการไหลรองที่มีความเร็วต่ำ

ผลการคำนวณที่แสดงในรูปที่ 5.63-5.65 บอกถึงลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ, $\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}$ ซึ่งจะเกิดการเปลี่ยนแปลงสูงบริเวณช่วงทางเข้า และจะมีขนาดมากเมื่ออัตราส่วนความเร็วสูง แต่ที่ช่วงการไหลพัฒนาเต็มที่ (ประมาณ $x/R_2 > 80$) การไหลที่มีอัตราส่วนความเร็วต่ำจะให้ระดับ Turbulence intensity ที่สูง

รูปที่ 5.66-5.68 แสดงผลลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางซึ่งจะมีค่าสูงเมื่ออัตราส่วนความเร็วสูง เช่นเดียวกับกรณีของผลการคำนวณค่าความดันที่ผนังดังแสดงในรูปที่ 5.69-5.71 การเพิ่มอัตราส่วนความเร็วให้สูงก็จะทำให้ขนาดของค่าความดันที่ผนังสูงขึ้นตามไปด้วย

สำหรับสตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ ดังแสดงในรูปที่ 5.72-5.74 การเพิ่มขนาดของอัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s$ จะทำให้เกิดการไหลหมุนวน

เนื่องมาจากผลของ Adverse pressure gradient เช่น กรณี $R_2/R_1 = 3$ เมื่ออัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$ และ 3 จะไม่เกิดการไหลหมุนวน แต่เมื่อเพิ่มอัตราส่วนความเร็วจนมีค่าเท่ากับ 10 จะเกิดการไหลหมุนวนที่มีปริมาณมาก (ดังแสดงในรูปที่ 5.72)

รูปที่ 5.75-5.77 แสดงการพัฒนาของเจ็ต กรณีที่อัตราส่วนขนาด $R_2/R_1 = 3, 6$ และ 12 ตามลำดับ เมื่อเพิ่มอัตราส่วนความเร็วให้สูงจะมีอัตราการพัฒนาของเจ็ตที่เร็วขึ้น กระแสการไหลหลักจะเกิดการถ่ายเทโมเมนตัมสู่กระแสการไหลรองได้มากเป็นผลทำให้ Entrainment rate สูงขึ้น (การดึงอากาศจากกระแสการไหลรองเข้ามาผสมได้มาก) และการแพร่กระจายของเจ็ตก็มากตามไปด้วย

2) กรณีการกำหนดให้อัตราส่วนความเร็วคงที่

ผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อดังในรูปที่ 5.78-5.81 ช่วงบริเวณที่ทางเข้าท่อพบว่าอัตราการลดลงของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อจะสูงขึ้นตามอัตราส่วนขนาดที่เพิ่มขึ้นและขนาดของความเร็ว $\bar{u}_{cl}$ จะมีค่าสูงที่อัตราส่วนขนาด R_2/R_1 ต่ำ ๆ เช่น กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$ และ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$ (ดังในรูปที่ 5.78) เป็นต้น ที่บริเวณตำแหน่งที่ช่วงการไหลมีการพัฒนาเต็มที่ ($x/R_2 > 80$) การเพิ่มอัตราส่วนขนาด $R_2/R_1 = 6$ มาเป็น $R_2/R_1 = 12$ ผลลัพธ์การคำนวณค่าของ $\bar{u}_{cl}/\bar{u}_{cl0}$ ที่ได้พบว่ามีความแตกต่างกันไม่มาก (เมื่อ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2, 3, 6$ และ 10)

รูปที่ 5.82 และ 5.83 แสดงลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence intensity ($\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2, 3$) ที่ตำแหน่งบริเวณทางเข้าท่อระดับของ Turbulence intensity กรณีที่ $R_1/R_2 = 3$ จะมีการเปลี่ยนแปลงช้ากว่าที่ค่าอัตราส่วนขนาดอื่น ๆ และที่ตำแหน่ง $x/R_2 > 90$ ผลการคำนวณระดับ Turbulence intensity จะไม่เปลี่ยนแปลงตามค่าของอัตราส่วนขนาดต่อจากนั้นเมื่อเพิ่มขนาดอัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s$ ให้มีค่าเท่ากับ 6 และ 10 จะพบว่าที่ตำแหน่ง $x/R_2 > 40$ การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนขนาดก็ให้ค่า Turbulence intensity ที่แตกต่างกันไม่มาก (ดังแสดงในรูปที่ 5.84 และ 5.85)

รูปที่ 5.86-5.89 แสดงลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ จะพบว่าเมื่ออัตราส่วนขนาดลดลงจะมีผลทำให้ค่าของความดันนั้นสูงขึ้น และรูปที่ 5.90-5.93 แสดงลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณีที่อัตราส่วนขนาดต่ำก็จะให้ค่าความดันที่ผนังมีค่าสูงเช่นเดียวกัน

รูปที่ 5.94-5.97 แสดงสตรีมไลน์ของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ สำหรับกรณีที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2,3$ การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนขนาด R_2/R_1 ยังไม่สามารถทำให้เกิดไหลหมุนวน (ดังในรูปที่ 5.94 และ 5.95) แต่ที่อัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 6,10$ จะเกิดการไหลหมุนวนเมื่อค่าอัตราส่วนขนาด R_2/R_1 ต่ำ เช่น กรณีที่อัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และอัตราส่วนขนาด $R_2/R_1 = 3$ (ดังในรูปที่ 5.97 (a)) เป็นต้น ดังนั้นการไหลของ Confined coflow jet จะเกิดการไหลหมุนวนภายในท่อก็ต่อเมื่ออัตราส่วนขนาดมีค่าต่ำและอัตราส่วนความเร็วมีค่าสูงเพียงพอ ซึ่งผลการคำนวณตำแหน่งการเกิดจุด Separation, x_s และจุด Reattachment, x_r (ดังในตารางที่ 5.2) จะสังเกตเห็นว่าเมื่ออัตราส่วนขนาด $R_2/R_1 = 3$ และ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ระยะห่างระหว่างตำแหน่ง x_s และ x_r จะมีค่ามากหรือเป็นการบ่งบอกว่าเกิดการไหลหมุนวนที่มีปริมาณสูงนั่นเอง

รูปที่ 5.98-5.101 แสดงการพัฒนาของเจ็ต กรณีที่มีค่าอัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2,3,6$ และ 12 ตามลำดับ จะสังเกตได้ว่าการเพิ่มอัตราส่วนขนาดให้สูงซึ่งจะทำให้เจ็ตมีการพัฒนาตัวเร็วขึ้นตาม นอกจากนี้เมื่ออัตราส่วนขนาดมีค่าสูงจะเป็นผลให้ Entrainment rate มากด้วย ตัวอย่างเช่น กรณีอัตราส่วนขนาด $R_2/R_1 = 12$ และ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ (การไหลมีลักษณะคล้ายคลึงเจ็ตอิสระ (Free jet) ดังในรูปที่ 5.101)

สรุปผล

การเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่ประกอบด้วยอัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s$ กับอัตราส่วนขนาด R_2/R_1 จะส่งผลกระทบต่อคุณลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ ตัวอย่างเช่น ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว, Entrainment rate และการแพร่กระจายของเจ็ตเป็นต้น จากผลการคำนวณที่ได้เมื่ออัตราส่วนขนาดมีค่าต่ำและอัตราส่วนความเร็วมีค่าสูง จะเกิดการไหลหมุนวนเนื่องจาก Adverse pressure gradient ภายในท่อ แต่เมื่อเพิ่มให้อัตราส่วนขนาดมีค่าสูงและอัตราส่วนความเร็วยังคงมีค่าสูง ก็จะส่งผลทำให้ Entrainment rate และการแพร่กระจายของเจ็ตสูงขึ้นตามด้วย

5.2 การไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด

5.2.1 ลักษณะของปัญหา

การศึกษาปรากฏการณ์การไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด นั้นสามารถนำไปประยุกต์กับงานทางด้านวิศวกรรมซึ่งอาจใช้ในการออกแบบอุปกรณ์ที่ต้องการลดโมเมนตัมของของไหลเช่น การลดโมเมนตัมของเจ็ตที่ปล่อยสู่คลองระบายน้ำ เป็นต้น ดังที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้องานวิจัยที่ผ่านมา Risso and Fabre [13] ทำการศึกษาลักษณะการแพร่กระจายความปั่นป่วนของ Confined jet ภายในท่อปิดจากการทดลองด้วย Laser Doppler Anemometry (LDA) โดยรูปที่ 5.102 แสดงอุปกรณ์การทดลอง Confined jet ภายในท่อปิด ซึ่งประกอบด้วยถังน้ำ (Tank water) ปั๊ม (Pump) มิเตอร์ควบคุมการไหล (Flowmeter) และบริเวณทดสอบ (Test section) ซึ่งเป็นท่อแก้ว (Glass tube) ที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน D และความสูง H โดยของเหลวจะถูกฉีดจากด้านล่างผ่านหัวฉีด (Nozzle) ที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง d เข้าสู่ท่อแก้ว แล้วไหลออกที่รูช่องว่างระหว่างท่อแก้วกับวัสดุกั้น ที่ทางเข้าท่อแก้วกำหนดให้ของไหลที่เป็นน้ำมีความเร็วสม่ำเสมออยู่ในช่วง $2-10$ m/s และมีระดับของ Turbulence intensity น้อยกว่า 2% โดยเงื่อนไขสำหรับปัญหาการไหลนี้ขึ้นกับพารามิเตอร์ที่เป็นตัวแปรไร้มิติ 4 ตัวแปร คือ เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds number, Re) อัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีดต่อท่อแก้ว (Nozzle to tube ratio, α) อัตราส่วนพื้นที่ทางเข้าท่อต่อพื้นที่หน้าตัดทางออก (Inlet to outlet area cross-section ratio, β) และอัตราส่วนความยาวต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์ท่อแก้ว (Length to diameter ratio, ξ) ซึ่งค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \bar{u}_{\mathrm{in}} D}{\mu} \tag{5.3ก}$$

$$\alpha = \frac{d}{D} \tag{5.3ข}$$

$$\beta = \frac{d^2}{D^2 - D'^2} \tag{5.3ค}$$

$$\xi = \frac{H}{D} \tag{5.3ง}$$

และรูปที่ 5.103 แสดงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วภายในบริเวณทดสอบของ Risso and Fabre [13] ที่เกิดการไหลหมุนวนซึ่งเป็นการไหลแบบซับซ้อน (Complex flow)

5.2.2 ผลการคำนวณ

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ร่วมกับการวางกริดแบบ Non-uniform staggered grid จะถูกนำมาใช้ในการศึกษาวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ดังนี้คือ ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว ความดัน และระดับ Turbulence intensity ซึ่งในรูปที่ 5.104-5.106 แสดงถึงการแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลนี้ออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็ก ๆ สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 ชนิด (เนื่องจากโดเมนของปัญหามีความสมมาตรจึงคำนวณเพียงครึ่งหนึ่งของโดเมน) และกำหนดเงื่อนไขที่ทางเข้ามีค่าดังนี้

$$k_{\mathrm{in}} = 0.005\bar{u}_{\mathrm{in}}^2 \tag{5.4ก}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{in}} = \frac{C_\mu^{3/4} k_{\mathrm{in}}^{3/2}}{0.015d} \tag{5.4ข}$$

$$\gamma_{\mathrm{in}} = 0.001 \tag{5.4ค}$$

ผลการคำนวณที่ได้จะถูกเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่มีอยู่แล้ว [13] รวมทั้งยังมีการเปรียบเทียบระหว่างผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 ชนิด และศึกษาการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่มีผลกระทบต่อคุณลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ซึ่งกำหนดโดเมนของปัญหาการไหลมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อแก้วคงที่ $D = 77$ mm โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.2.2.1 การเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Risso and Fabre [13]

ผลการคำนวณจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่อธิบายคุณลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด (ดังในรูปที่ 5.102) จะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Risso and Fabre [13] โดยจะกำหนดให้โดเมนของปัญหาการไหลในกรณีนี้คือ $\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$ ($d = 15.015$ mm, $D' = 70.030$ mm, $D = 77$ mm, $H = 592.9$ mm) เมื่อค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์, $\mathrm{Re} = 1.5\times10^5$ ซึ่งผลการคำนวณจะได้มาจากการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ

1) ผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε

การทดสอบความเป็น Grid independent โดยการใช้กริดที่ขนาดแตกต่างกันสามขนาดดังในรูปที่ 5.107 จะพบว่าการใช้กริดขนาด 102×62 และ 122×72 ให้ผลลัพธ์ของการคำนวณที่มีความใกล้เคียงกัน ดังนั้นจึงเลือกใช้กริดขนาด 102×62 ในการคำนวณ และรูปที่ 5.108-5.110 แสดงถึงเวกเตอร์ ความเร็ว สตรีมไลน์ (Streamline, ψ) และการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ที่คำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε ตามลำดับ

2) ผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ

การทดสอบความเป็น Grid independent ดังในรูปที่ 5.111 พบว่าผลการคำนวณที่ได้จากกริดขนาด 132×92 และ 152×102 มีความใกล้เคียงกัน ดังนั้นจึงเลือกกริดขนาด 132×92 ในการคำนวณ ส่วนรูปที่ 5.112-5.114 แสดงถึงเวกเตอร์ความเร็ว สตรีมไลน์ และการกระจายตัวของความดัน ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ด้วยการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ ตามลำดับ

3) ผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ

การทดสอบความเป็น Grid independent จากการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วด้วยจำนวนกริดที่แตกต่างกัน 3 ขนาด คือ 102×62, 152×102 และ 182×122 แสดงในรูปที่ 5.115 จึงเลือกใช้กริดขนาด 152×102 ในการคำนวณเนื่องจากผลการคำนวณที่ได้จากการใช้กริดขนาด 152×102 และ 182×122 มีความใกล้เคียงกันมาก ส่วนรูปที่ 5.116-5.118 แสดงถึงเวกเตอร์ความเร็ว สตรีมไลน์ และการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด กรณี $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ที่คำนวณได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ตามลำดับ

จากสตรีมไลน์ของปัญหาการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ที่ได้จากการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ดังในรูปที่ 5.109, 5.113 และ 5.117 จะพบว่าการไหลเป็นแบบซับซ้อน (Complex flow) ที่มีความคล้ายคลึงกับรูปแบบการไหลที่แสดงในรูปที่ 5.103 ซึ่งเกิดการไหลหมุนวนและมีทิศทางต่างกันเนื่องมาจากการเกิด Adverse pressure gradient ภายในท่อปิดที่มีปริมาณมาก (ดังในรูปที่ 5.110, 5.114 และ 5118 ที่แสดงการกระจายความดัน) ซึ่งจะพบว่ามีความแตกต่างกันระหว่างสตรีมไลน์ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบ นี้ด้วย

ต่อจากนั้นนำผลการคำนวณไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Risso and Fabre [13] ดังในรูปที่ 5.119 ซึ่งแสดงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ , $\bar{u}_{cl}$ พบว่าผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k*-ε และ Low-Re *k*-ε-γ มีความแตกต่างกันเล็กน้อย และมีแนวโน้มสอดคล้องกันกับผลการทดลอง (ช่วงบริเวณที่ทางเข้าท่อ $x/D < 1.5$) แต่ผลการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re *k*-ε-γ มีความแตกต่างค่อนข้างมากเมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k*-ε และ Low-Re *k*-ε-γ ณ ที่ตำแหน่ง $x/D > 2$ โดยสรุปพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ให้ผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อได้ไม่ดีนัก

รูปที่ 5.120-5.121 แสดงลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อในแนวแกน *x* ($\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}$) และแนวแกน *r* ($\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}$) พบว่าผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re *k*-ε-γ มีแนวโน้มสอดคล้องกับผลการทดลองที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k*-ε และ Low-Re *k*-ε-γ

รูปที่ 5.122-5.124 แสดงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 0.4D$, $x = 1.3D$ และ $x = 2.7D$ จะเห็นว่าที่ตำแหน่ง $x = 0.4D$ และ $x = 1.3D$ ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re *k*-ε-γ จะมีความถูกต้องสอดคล้องกันกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k*-ε และ High-Re *k*-ε-γ ส่วนที่ตำแหน่ง $x = 2.7D$ ผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง มีความผิดพลาดมากเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผลกระทบของการไหลแบบหมุนวนที่เกิดขึ้นภายในท่อปิด

ความผิดพลาดของผลการคำนวณลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง อาจเกิดมาจากสาเหตุดังต่อไปนี้

1) เนื่องจากการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด เป็นการไหลแบบซับซ้อนที่เกิดบริเวณของการไหลหมุนวนหลายแห่ง (ดังในรูปที่ 5.109, 5.113 และ 5.117 ที่แสดงสตรีมไลน์ของการไหล) ซึ่งส่งผลกระทบต่อการคำนวณของแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง ที่มีข้อด้อยในการทำนายคุณลักษณะการไหลตรงบริเวณการไหลหมุนวน
2) Rodi [50] ได้ทำการศึกษาและกำหนดความสัมพันธ์ของค่าคงที่ต่าง ๆ (σ_k, σ_ε, σ_μ, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$) ในแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k*-ε, High-Re *k*-ε-γ และ Low-Re *k*-ε-γ ดังนี้

$$\sigma_k/\sigma_\varepsilon = \frac{3n^2 C_{\varepsilon 2}}{2(1+2n)(1+3n/2)} \tag{5.5}$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$ และ $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ ลงในสมการ (5.5) จะได้ผลการคำนวณ $n = 4.9$ แต่จากผลการทดลองของ Risso and Fabre [13] กรณีปัญหาการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด พบว่า $n = 2$ (กำหนดให้อัตราการลดลงของ Turbulent kinetic energy, k แปรผันกับระยะทางอยู่ในรูปแบบ x^{-n} เมื่อ n คือ อันดับของการลดลง) และความสัมพันธ์ของค่าคงที่ต่าง ๆ ในแบบจำลองความปั่นป่วนเป็นดังนี้

$$\sigma_k/\sigma_\varepsilon = \frac{1}{2} C_{\varepsilon 2} \tag{5.6}$$

จากความสัมพันธ์ของค่าคงที่ในแบบจำลองความปั่นป่วนที่มีความแตกต่างกันดังแสดงในสมการ (5.5) และ (5.6) จึงอาจเป็นสาเหตุทำให้ผลการคำนวณของปัญหาการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด จากแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้เกิดความผิดพลาดขึ้น (ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ค่าคงที่ต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันดังสมการ (5.5)) และ Risso and Fabre [13] ก็ไม่ได้แสดงค่าของ σ_k และ σ_ε (ที่ความสัมพันธ์ดังในสมการ (5.6)) จึงเป็นข้อจำกัดของการใช้ค่าคงที่เหล่านี้ในแบบจำลองความปั่นป่วนสำหรับปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด

ดังนั้นจากสาเหตุดังกล่าวทั้ง 2 ข้อ ข้างต้นนี้ จึงทำให้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ นั้นสามารถอธิบายลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิดได้ในระดับหนึ่งเท่านั้น

การพิจารณาผลกระทบ Entrainment rate ของ Intermittency factor, γ จากการใช้สมการ Transport ของ Intermittency factor และการเพิ่มพจน์ของ Non-dimensional invariant of interaction, Γ ลงในสมการ Dissipation rate ของแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ก็มีส่วนช่วยให้ผลลัพธ์ของการคำนวณที่ได้ดีขึ้นแต่ก็ไม่มากนัก ซึ่งต่างจากกับกรณีการไหล Turbulent free shear จะให้ผลการคำนวณที่มีความถูกต้องและสอดคล้องกันกับผลการทดลองมาก (ได้กล่าวไว้ในงานวิจัยที่ผ่านมา) ดังนั้นการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ในการทำนายลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด พบว่าผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังไม่ดี

นัก เช่นเดียวกับปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ ซึ่งเป็นปัญหาการไหลภายใน (Internal flow) เหมือนกัน

สรุปผล

จากผลลัพธ์ของการคำนวณที่ใช้ในการทำนายลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ พบว่าผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, และ High-Re k-ε-γ เพราะมีความสอดคล้องกันกับผลการทดลองมากกว่า นอกจากนี้ผลการคำนวณค่า Turbulence intensity จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ก็ให้ผลการคำนวณที่มีแนวโน้มที่ดีกว่าทั้งแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, และ High-Re k-ε-γ เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

5.2.2.2 การเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ

สำหรับในหัวข้อนี้จะเป็นการนำผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ มาเปรียบเทียบกัน โดยกรณีที่ศึกษาได้มีการกำหนดโดเมนของปัญหาการไหลดังนี้คือ กำหนดให้ $\alpha = 0.186$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 9.6$ ซึ่งมี $d = 14.322$ mm, $D' = 70.687$ mm, $D = 77$ mm และ $H = 739.2$ mm (เพิ่มความยาวท่อ, H และลดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีด, d เมื่อเปรียบเทียบกับโดเมนของ Risso and Fabre [13] ที่ทำการทดลอง)

รูปที่ 5.125-5.127 แสดงสตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะพบว่ามีความแตกต่างกัน และการเปลี่ยนแปลงโดเมนของปัญหาการไหลก็ไม่ได้ช่วยให้การไหลลดความซับซ้อนลงได้

รูปที่ 5.128 แสดงการเปรียบเทียบลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ จะพบว่าผลการคำนวณจากแบบจำลอง Standard k-ε และ Low-Re k-ε-γ มีแนวโน้มคล้ายคลึงกัน และดีกว่าแบบจำลอง High-Re k-ε-γ

จากผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่บริเวณเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ในแนวแกน x ($\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}$) และแนวแกน r ($\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}$) จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง (ดังแสดงในรูปที่ 5.129 และ 5.130) จะสังเกตว่าผลการคำนวณที่ได้มีความแตกต่างกันมาก (โดยเฉพาะแบบจำลอง High-Re k-ε-γ) และระดับ Turbulence intensity (แนวแกน x และ r) ที่คำนวณได้จากแบบจำลอง Low-Re k-ε-γ จะมีค่าสูงกว่าแบบจำลอง Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

สรุปผล

การเปรียบเทียบระหว่างผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 ชนิด เช่น ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว สตรีมไลน์ และระดับ Turbulence intensity มีความแตกต่างกันค่อนข้างมาก ซึ่งผลลัพธ์การคำนวณของแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะมีแนวโน้มที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ เนื่องจากสาเหตุที่ไม่ได้ใช้ Wall functions สำหรับการกำหนดเงื่อนไขขอบที่บริเวณใกล้ผนัง และจะเห็นว่าการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ ยังไม่สามารถทำนายลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อ ได้ดีเท่าที่ควรซึ่งอาจเป็นเพราะการใช้ Wall functions นั่นเอง

5.2.2.3 การศึกษาการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่มีผลกระทบต่อการไหล

สำหรับการศึกษาคุณลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ของหัวข้อนี้จะพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ว่าจะมีผลกระทบต่อการไหลหรือไม่ ซึ่งพารามิเตอร์ที่สำคัญประกอบไปด้วย

1) ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์, Re
2) อัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีดต่อท่อแก้ว, α
3) อัตราส่วนพื้นที่ทางเข้าท่อต่อพื้นที่หน้าตัดทางออก, β
4) อัตราส่วนความยาวต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์ท่อแก้ว, ξ

การเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์จะกำหนดให้ขนาด $D = 77$ mm ส่วนขนาดอื่น ๆ ของโดเมนปัญหาการไหล เช่น d, D' และ H สามารถคำนวณได้จากสมการ (5.3ข-ง) และเลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ สำหรับการคำนวณ (จากเหตุผลและบทสรุปในหัวข้อ 5.2.2.1 และ 5.2.2.2) โดยตารางที่ 5.3 แสดงกรณีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่ใช้ในปัญหาการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด

1) การเปลี่ยนแปลงค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์

ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์, Re เป็นพารามิเตอร์ที่ค่อนข้างสำคัญมากในการศึกษาปัญหาการไหลชนิดต่าง ๆ ดังนั้นเพื่อเป็นการศึกษาว่าค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์จะมีผลกระทบต่อการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิดหรือไม่ จึงมีการเปลี่ยนแปลงค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ โดยในรูปที่ 5.131-5.133 แสดงผลลัพธ์การคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ, $\bar{u}_{cl}$ และระดับ Turbulence intensity (ในแนวแกน $x, \sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}$ และแนวแกน $r, \sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}$) ที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์, $\mathrm{Re} = 4.5\times10^4$, 9.5×10^4 และ 1.5×10^5 เมื่อกำหนดให้โดเมนของปัญหาการไหลมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$ จะเห็นได้ว่าลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อจะเปลี่ยนแปลงตามค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (ดังในรูปที่ 5.131) และเช่นเดียวกันการเพิ่มหรือลดลงของค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ก็จะส่งผลกระทบต่อลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ (ดังในรูปที่ 5.132 และ 5.133)

2) การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีดต่อท่อแก้ว

อัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีดต่อท่อแก้ว, α เป็นพารามิเตอร์ตัวที่สองที่ทำการเปลี่ยนแปลงเพื่อศึกษาลักษณะการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ซึ่งกำหนดให้ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^5$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$ จากผลการคำนวณจะเห็นได้ว่าการเพิ่มค่าพารามิเตอร์ α จะทำให้ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว $\bar{u}_{cl}$ และระดับ Turbulence intensity ($\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}$, $\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}$) ที่เส้นผ่านศูนย์กลางมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย (ดังในรูปที่ 5.134-5.136)

3) การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนพื้นที่ทางเข้าท่อต่อพื้นที่หน้าตัดทางออก

สำหรับการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ตัวที่สามคือ อัตราส่วนพื้นที่ทางเข้าท่อต่อพื้นที่หน้าตัดทางออก, β (กำหนดให้ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^5$, $\alpha = 0.195$ และ $\xi = 7.7$) จะสังเกตได้ว่าการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ β จะไม่ส่งผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและระดับ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์ท่อเลย (ดังในรูปที่ 5.137-5.139)

4) การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความยาวต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์ท่อแก้ว

พารามิเตอร์ตัวสุดท้ายที่ทำการศึกษาคือ การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความยาวต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์ท่อแก้ว, ξ (เมื่อ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^5$, $\alpha = 0.186$ และ $\beta = 0.22$) ซึ่งจากผลการคำนวณที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 5.140-5.142 พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ ξ จะไม่มี

ผลกระทบต่อผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและระดับ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อของ Confined jet ภายในท่อปิด

สรุปผล

จากการศึกษาการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ด้วยการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ 4 ตัวแปร คือ ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re), อัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีดต่อท่อแก้ว (α), อัตราส่วนพื้นที่ทางเข้าท่อต่อพื้นที่หน้าตัดทางออก (β) และอัตราส่วนความยาวต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์ท่อแก้ว (ξ) เพื่อทำนายลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและระดับ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ พบว่าพารามิเตอร์ที่มีผลกระทบต่อลักษณะการไหลคือ ค่า Re และ α (แต่ก็มีปริมาณที่ไม่มากนัก) ดังนั้นการปรับเปลี่ยนเฉพาะค่า Re และ α ก็มีความเพียงพอที่จะเปลี่ยนแปลงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและระดับ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อได้

บทที่ 6
บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

งานวิทยานิพนธ์นี้แสดงการศึกษาวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต 2 ชนิด คือ Confined coflow jet ในท่อ และ Confined jet ภายในท่อปิด โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน 3 แบบจำลอง คือ Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ซึ่งทำการกำหนดสมมติฐานของการไหลคือ การไหลเป็นแบบคงตัวและอัดตัวไม่ได้ แบบปั่นป่วนที่เกิดขึ้นใน 2 มิติ และคุณสมบัติของของไหลมีค่าคงที่ ซึ่งผลการคำนวณจากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมนั้นสามารถใช้ในการวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตได้เป็นที่น่าพอใจ

การวิเคราะห์ปัญหาการไหลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมจำเป็นที่จะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ที่บ่งบอกถึงพฤติกรรมการไหลคือ สมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม วิธีทางสถิติศาสตร์และแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้กับการไหลแบบปั่นป่วน (ในที่นี้ใช้แบบจำลอง Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ) และกล่าวถึงระบบสมการในพิกัดทรงกระบอก เนื่องจากในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ต้องการศึกษาการไหลที่เกิดขึ้นในระบบพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ (x, r) หรือแบบสมมาตรรอบแกน (Axisymmetric) ซึ่งรายละเอียดได้กล่าวไว้ในบทที่ 2

ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมที่แสดงไว้ในบทที่ 3 เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่อาศัยการอินทิเกรตสมการการอนุรักษ์ (สมการพื้นฐานของการไหลและสมการของแบบจำลองความปั่นป่วนต่าง ๆ) บนปริมาตรควบคุม (Control volume) ที่มีการประมาณพจน์ของการพา การแพร่กระจายและพจน์ของ Source เป็นผลให้ได้สมการพีชคณิตของแต่ละปริมาตรควบคุมที่มีตัวแปรเป็นค่าของปริมาณใด ๆ บนโหนดในปริมาตรควบคุมนั้นและปริมาตรรอบข้าง จากนั้นอธิบายขั้นตอนการคำนวณหาผลเฉลยสำหรับปัญหาการไหล ซึ่งกล่าวถึงการวางกริดที่ใช้ในการคำนวณที่ประกอบด้วยการวางกริดแบบ Colocated grid การวางกริดแบบเยื้องกัน และการวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอ รวมทั้งขั้นตอนวิธี SIMPLE ที่ใช้ในการแก้ระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์ เพื่อให้ผลการคำนวณจาก สมการโมเมนตัมนั้นสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง การกำหนดเงื่อนไขขอบและเงื่อนไขเริ่มต้นสำหรับการแก้ปัญหาการไหลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม ในส่วนท้ายสุดของบทที่ 3 จะ

กล่าวถึงการหาผลเฉลยของระบบสมการพีชคณิตด้วยวิธี TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) และการกำหนดเกณฑ์ลู่เข้าของผลเฉลย

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมจะกระทำโดยเปรียบเทียบกับปัญหาการไหลที่มีผลเฉลยเชิงวิเคราะห์หรือผลการทดลอง (ดังแสดงในบทที่ 4) ดังนี้

1) การไหลแบบราบเรียบบนแผ่นเรียบ
2) การไหลแบบราบเรียบในท่อ
3) การไหลแบบปั่นป่วนบนแผ่นเรียบ
4) การไหลแบบปั่นป่วนบน Thick axisymmetric body
5) การไหลแบบปั่นป่วนในท่อ

ซึ่งหลังจากทำการตรวจสอบแล้วพบว่าผลการคำนวณจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมนี้มีความถูกต้องและเชื่อถือได้ในระดับที่น่าพอใจ

จากนั้นนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ ไปวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขต 2 ชนิด คือ Confined coflow jet ในท่อ และ Confined jet ภายในท่อปิด ดังแสดงในบทที่ 5 ซึ่งสามารถสรุปผลอย่างพอสังเขปได้ดังนี้

1) การไหลของ Confined coflow jet ในท่อ

ผลลัพธ์ของการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและค่าความดันที่ผนังจากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε, High-Re k-ε-γ และ Low-Re k-ε-γ มีความสอดคล้องกันกับผลการทดลองของ Razinsky and Brighton [11] (กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$) แต่สำหรับค่า Axial turbulence intensity และ Turbulence shear stress นั้นผลการคำนวณที่ได้ยังไม่มีความถูกต้องเท่าที่ควร และแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ

ต่อจากนั้นเป็นการเปรียบเทียบผลการคำนวณระหว่างแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง (ที่อัตราส่วนขนาด $R_2/R_1 = 12$ และอัตราส่วนความเร็ว $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$) พบว่าผลการคำนวณการพัฒนาของเจ็ตและความกว้างของเจ็ต จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะมีขนาดสูงกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และHigh-Re k-ε-γ ส่วนผลลัพธ์การ

คำนวณของลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว, ความดันและค่า Turbulence intensity ก็มีความแตกต่างกันด้วย

สุดท้ายทำการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่ประกอบด้วย อัตราส่วนขนาด (R_2/R_1) และอัตราส่วนความเร็ว ($\bar{u}_p/\bar{u}_s$) สำหรับการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ (โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ในการคำนวณ) พบว่าเมื่ออัตราส่วนขนาดมีค่าต่ำและอัตราส่วนความเร็วมีค่าสูงจะเกิดการไหลหมุนวนเนื่องจากการเกิด Adverse pressure gradient ขึ้นภายในท่อ แต่เมื่อเพิ่มให้อัตราส่วนขนาดมีค่าสูงและอัตราส่วนความเร็วยังคงมีค่าสูง (ซึ่งพฤติกรรมการไหลของ Confined coflow jet จะมีความคล้ายคลึงกับเจ็ตอิสระ (Free jet)) จะส่งผลทำให้อัตรา Entrainment rate และการแพร่กระจายของเจ็ตสูงขึ้นตามไปด้วย

2) การไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด

ผลการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อจากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลอง พบว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ รวมทั้งมีความสอดคล้องกันกับผลการทดลองของ Risso and Fabre [13] (การไหลภายในท่อปิดเป็นการไหลหมุนวนที่ซับซ้อน) และผลการคำนวณค่า Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ของแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ก็มีแนวโน้มที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วนที่เหลืออีกสองแบบจำลอง (แม้ว่ายังไม่มีความถูกต้องเท่าที่ควรเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง)

ต่อมานำผลการคำนวณระหว่างแบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง 3 แบบจำลองมาเปรียบเทียบกัน (ให้ $\alpha = 0.186$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 9.6$) ซึ่งจากลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว, สตรีมไลน์ และค่า Turbulence intensity ที่คำนวณได้พบว่าค่าที่ได้มีความแตกต่างกันค่อนข้างมาก

จากนั้นทำการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่ประกอบไปด้วย ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re), อัตราส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีดต่อท่อแก้ว (α), อัตราส่วนพื้นที่ทางเข้าท่อต่อพื้นที่หน้าตัดทางออก (β) และอัตราส่วนความยาวต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์ท่อแก้ว (ξ) จะพบว่าการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ Re และ α เท่านั้นที่มีผลกระทบต่อลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและระดับTurbulence intensity ที่ตำแหน่งเส้นผ่านศูนย์กลางท่อของ Confined jet ภายในท่อปิด

จากผลลัพธ์การคำนวณของปัญหาการไหลของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตทั้ง 2 ชนิด (เป็นปัญหาการไหลภายใน) ดังกล่าว พบว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะมีความสามารถในการทำนายลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและความดัน (เฉพาะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ) ได้ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε และ High-Re k-ε-γ แต่ผลการคำนวณค่า Turbulent stresses ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ก็ยังมีความผิดพลาดอยู่เหมือนกันกับแบบจำลองความปั่นป่วนที่เหลืออีก 2 ชนิด ซึ่งเป็นการยืนยันได้ว่าการพิจารณาถึงค่า Intermittency factor (γ) หรือการคิดผล Entrainment rate ของ γ ของแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ในปัญหาการไหลภายใน ก็ช่วยให้ผลการคำนวณของค่า Turbulent stresses มีความถูกต้องขึ้นได้ไม่มากนัก ซึ่งไม่เหมือนกันกับกรณีของปัญหาการไหล Turbulent free shear ที่มีความสามารถในการคำนวณลักษณะการกระจายตัวของ Turbulent stresses ได้ดี [16] ดังนั้นจึงเป็นการบอกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ก็ยังไม่เหมาะสมที่จะใช้กับปัญหาการไหลภายในที่มีการไหลแบบซับซ้อน

กล่าวโดยสรุปได้ว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ มีความสามารถในการศึกษาลักษณะการกระจายตัวของความเร็วและความดันของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตได้เท่านั้นในระดับที่น่าพอใจ ส่วนค่า Turbulent stresses นั้นยังให้ผลที่มีความผิดพลาดอยู่ และสามารถใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวในการทำนายลักษณะการไหลของเจ็ตเมื่อมีการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ของการไหลได้ด้วย

6.2 ปัญหาที่พบในวิทยานิพนธ์

สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาการไหลด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ จะใช้เวลาในการคำนวณมาก โดยมีสาเหตุดังนี้

1) ความจำเป็นต้องใช้กริดที่มีขนาดเล็กและจำนวนมากตรงบริเวณใกล้ผนังภายในชั้นของ Viscous sublayer ของชั้นขอบแบบปั่นป่วน
2) แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ นั้นประกอบด้วยสมการ Intermittency factor, γ ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง เป็นผลทำให้ต้องใช้ค่า Under relaxation, α ที่ต่ำเพื่อให้ผลเฉลยลู่เข้า

นอกจากนี้ข้อมูลหรือผลงานการวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k-ε-γ กับปัญหาการไหลภายใน (Internal flow) นั้นยังมีจำนวนไม่มากพอที่จะนำมาตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่ใช้

6.3 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

1) ควรศึกษาลักษณะการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ ซึ่งประกอบด้วยกระแสการไหล 2 ชนิด ที่มีคุณสมบัติและอุณหภูมิของของไหลที่แตกต่างกัน
2) เพิ่มเติมการหมุนควง (Swirling) กับปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของการผสมที่จะเกิดขึ้นภายในท่อ
3) สำหรับปัญหาการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด ควรใช้ค่าคงที่ต่าง ๆ ของแบบจำลองความปั่นป่วนให้มีความสัมพันธ์และความสอดคล้องกับผลการทดลองของ Risso and Fabre [13] ซึ่งอุปสรรคที่พบคือ Risso and Fabre ไม่ได้แสดงค่าคงที่เหล่านี้ออกมาทั้งหมด
4) ปรับปรุงให้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สามารถวิเคราะห์ปัญหาการไหลที่มีการถ่ายเทความร้อน
5) ควรมีการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้มีขีดความสามารถในการคำนวณปัญหาการไหลแบบอัดตัวได้ที่สภาวะไม่คงตัวและเป็นการไหลแบบปั่นป่วน 3 มิติ
6) สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนการประมาณพจน์ของ Turbulent stress, τ_{ij}^{R} ควรเพิ่มพจน์ของความไม่เป็นเชิงเส้นที่มีอันดับสูง ๆ และรวมผลของ Vorticity เข้าไปด้วย
7) เพื่อให้การคำนวณมีความแม่นยำมากขึ้น ควรมีการเลือกใช้ Numerical scheme ที่อันดับความถูกต้องสูง ๆ เช่น QUICK เป็นต้น
8) เนื่องจากการไหลที่เกิดขึ้นจริงในงานทางด้านวิศวกรรมมักจะเกิดขึ้นในโดเมนที่มีรูปร่างซับซ้อน ดังนั้นจึงควรพัฒนาโปรแกรมให้สามารถคำนวณบนโดเมนลักษณะดังกล่าวได้ ซึ่งอาจใช้กริดแบบ Unstructured mesh หรือการเลือกใช้พิกัดที่เหมาะสมกับโดเมนดังกล่าวเช่น พิกัดแบบกระชับขอบเขต (Body fitted coordinates)
9) เลือกใช้ระเบียบวิธีที่สามารถเพิ่มความเร็วในการแก้ระบบสมการพีชคณิต เช่น การใช้วิธี Multigrid

ประมวลตาราง

ตารางที่ 2.1 ตัวแปร และค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการการอนุรักษ์ สำหรับการไหลแบบราบเรียบของสมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม

สมการ Transport	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
1) สมการความต่อเนื่อง	1	0	0
2) สมการโมเมนตัม	u_i	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$

ตารางที่ 2.2 ตัวแปร และค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการการอนุรักษ์พิกัดทรงกระบอก 2 มิติ สำหรับการไหลแบบราบเรียบของสมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม

สมการ Transport	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
1) สมการความต่อเนื่อง	1	0	0
2) สมการ x-โมเมนตัม	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right)$
3) สมการ r-โมเมนตัม	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu\frac{\partial v}{\partial r}\right)-\mu\frac{v}{r^2}$

ตารางที่ 2.3ก ตัวแปร และค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการการอนุรักษ์พิกัดทรงกระบอก 2 มิติ สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนของสมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม

สมการ Transport	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
1) สมการความต่อเนื่อง	1	0	0
2) สมการ x-โมเมนตัม	$\overline{u}$	μ_{eff}	$-\frac{\partial p^*}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{\mathrm{eff}}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_{\mathrm{eff}}\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)$
3) สมการ r-โมเมนตัม	$\overline{v}$	μ_{eff}	$-\frac{\partial p^*}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{\mathrm{eff}}\frac{\partial \overline{u}}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_{\mathrm{eff}}\frac{\partial \overline{v}}{\partial r}\right)-\mu\frac{\overline{v}}{r^2}$

ตารางที่ 2.3ข ตัวแปร และค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการการอนุรักษ์พิกัดทรงกระบอก 2 มิติ สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε

สมการ Transport	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
1) Turbulent kinetic energy, k	k	$\mu + \mu_t / \sigma_k$	$P_k - \rho\varepsilon$
2) Dissipation rate, ε	ε	$\mu + \mu_t / \sigma_k$	$C_{\varepsilon 1} P_k \, \varepsilon / k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon^2 / k$

ตารางที่ 2.3ค ตัวแปร และค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการการอนุรักษ์พิกัดทรงกระบอก 2 มิติ สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ

สมการ Transport	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
1) Turbulent kinetic energy, k	k	$\mu + \mu_t / \sigma_k$	$P_k - \rho\varepsilon$
2) Dissipation rate, ε	ε	$\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1} P_k \, \varepsilon / k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon^2 / k + C_{\varepsilon 3} \rho \Gamma \varepsilon^2 / k$
3) Intermittency factor, γ	γ	$(\mu + \mu_t / \sigma_\gamma)(1 - \gamma)$	S_γ

ตารางที่ 2.3ค ตัวแปร และค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการการอนุรักษ์พิกัดทรงกระบอก 2 มิติ สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ

สมการ Transport	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
1) Turbulent kinetic energy, k	k	$\mu + \mu_t / \sigma_k$	$P_k - \rho\varepsilon$
2) Dissipation rate, $\tilde{\varepsilon}$	$\tilde{\varepsilon}$	$\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1} P_k \, \tilde{\varepsilon} / k - C_{\varepsilon 2} \rho \tilde{\varepsilon}^2 / k + C_{\varepsilon 3} \rho \Gamma \tilde{\varepsilon}^2 / k$ $-2\mu\tilde{\varepsilon} / y^2 \exp(-0.5 y^+)$
3) Intermittency factor, γ	γ	$(\mu + \mu_t / \sigma_\gamma)(1 - \gamma)$	S_γ

ตารางที่ 3.1 Characteristic flux, R_ϕ ที่ใช้ในสมการ (3.88)

สมการ	Characteristic flux, R_ϕ
สมการ Pressure correction (p')	ผลรวมของมวลที่ไหลเข้า
สมการโมเมนตัม	ผลรวมของโมเมนตัมที่ไหลเข้า
สมการ ϕ (k, ε และ γ)	ผลรวมของค่าฟลักซ์ ϕ ที่ไหลเข้า หรือผลคูณระหว่างมวลที่ไหลเข้ากับปริมาณ ϕ

ตารางที่ 4.1 ค่าคงที่ต่าง ๆ Damping function (f_μ, f_1, f_2) และพจน์เพิ่มเติม (D, E) ในแบบจำลองความปั่นป่วน

แบบจำลองความปั่นป่วน	Low-Re k-ε-γ	Nagano and Hishida [20]	Lam and Bremhost [46]
$\tilde{\varepsilon}_w$ ที่ผนัง	$\tilde{\varepsilon}_w = 0$	$\tilde{\varepsilon}_w = 0$	$\tilde{\varepsilon}_w = \nu \dfrac{\partial^2 k}{\partial y^2}$
C_μ	0.09	0.09	0.09
$C_{\varepsilon 1}$	1.35	1.45	1.44
$C_{\varepsilon 2}$	1.8	1.9	1.92
σ_k	1.0	1.0	1.0
σ_ε	1.3	1.3	1.3
f_μ	$1-\exp(-0.0115y^+)$	$\left[1-\exp(-y^+/26.5)\right]^2$	$\left[1-\exp(-0.0165\mathrm{Re}_k)\right]^2 \times\left(1+\dfrac{20.5}{k^2/6\nu\varepsilon}\right)$
f_1	1.0	1.0	$1.0+(0.05/f_\mu)^2$
f_2	$1-0.22\exp\left[-(k^2/6\nu\varepsilon)^2\right]$	$1-0.3\exp\left[-(k^2/6\nu\varepsilon)^2\right]$	$1-\exp(y^+)$
D	$-\dfrac{2\nu k}{y^2}$	$-2\nu\left(\dfrac{\partial\sqrt{k}}{\partial y}\right)^2$	0
E	$-\dfrac{2\nu\varepsilon}{y^2}\exp(-0.5y^+)$	$-\nu\nu_t(1-f_\mu)\left(\dfrac{\partial^2\bar{u}}{\partial y^2}\right)^2$	0

ตารางที่ 5.1 เงื่อนไขของการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์สำหรับปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ

อัตราส่วนของขนาด (R_2/R_1)	อัตราส่วนของความเร็ว ($\bar{u}_p/\bar{u}_s$)	ค่าของเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re)
3	2	2.50×10^5
3	3	1.84×10^5
3	6	1.17×10^5
3	10	9.01×10^4
6	2	2.32×10^5
6	3	1.59×10^5
6	6	8.55×10^4
6	10	5.63×10^4
12	2	2.27×10^5
12	3	1.52×10^5
12	6	7.77×10^4
12	10	4.79×10^4

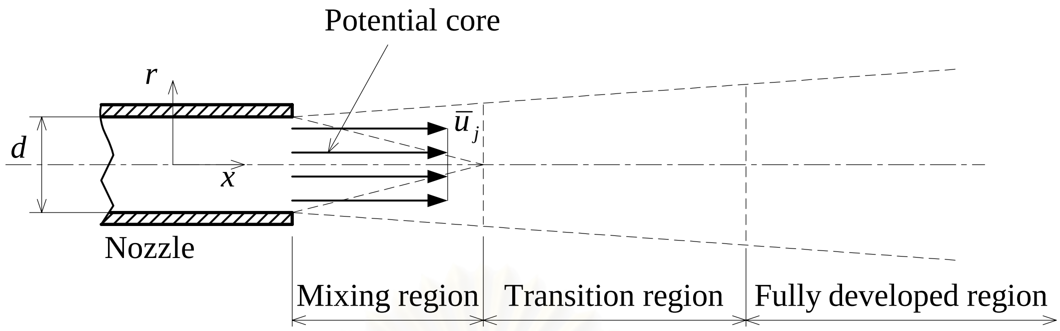
ตารางที่ 5.2 ผลการคำนวณตำแหน่งจุด Separation, x_s และจุด Reattachment, x_r ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ

อัตราส่วนของขนาด (R_2/R_1)	อัตราส่วนของความเร็ว ($\bar{u}_p/\bar{u}_s$)	x_s/R_2	x_r/R_2
3	2	-	-
3	3	9.14	9.62
3	6	1.93	4.25
3	10	0.86	4.61
6	2	-	-
6	3	-	-
6	6	4.07	5.54
6	10	2.70	5.33
12	2	-	-
12	3	-	-
12	6	-	-
12	10	8.04	8.23

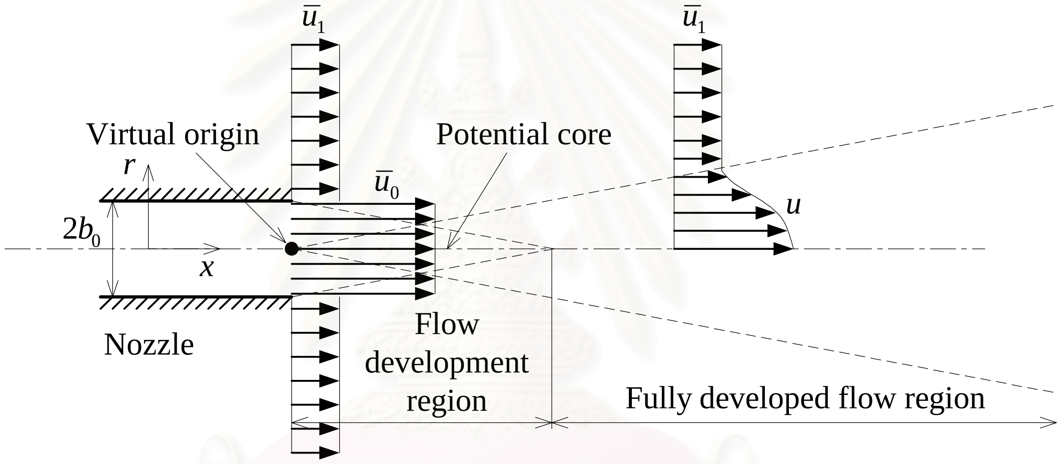
ตารางที่ 5.3 การเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ที่ใช้ในปัญหาการไหลของ Confined jet ภายในท่อปิด

Re	α	β	ξ
4.5×10^{4}	0.195	0.22	7.7
9.5×10^{4}	0.195	0.22	7.7
1.5×10^{5}	0.195	0.22	7.7
1.5×10^{5}	0.186	0.22	7.7
1.5×10^{5}	0.186	0.22	8.1
1.5×10^{5}	0.186	0.22	9.6
1.5×10^{5}	0.195	0.15	7.7
1.5×10^{5}	0.195	0.30	7.7
1.5×10^{5}	0.180	0.22	7.7

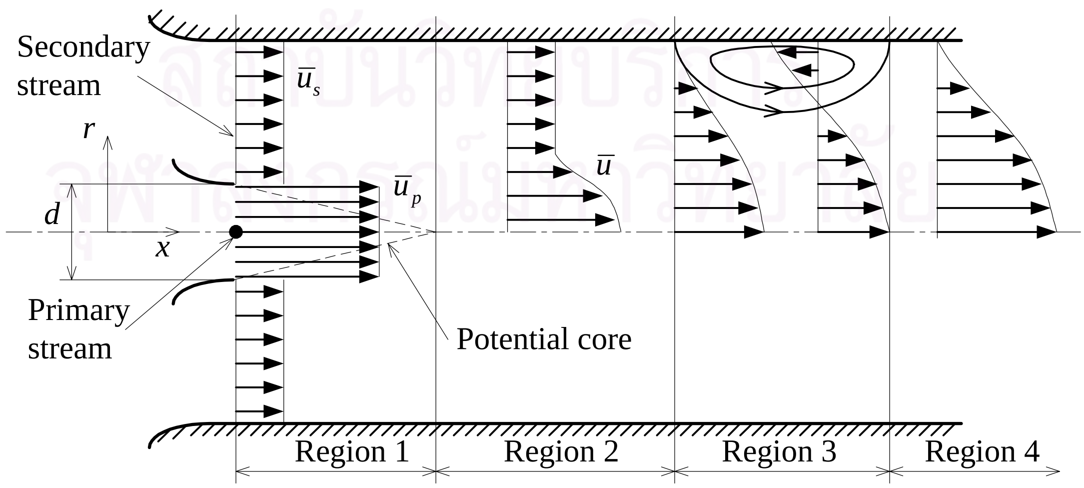
ประมวลรูปภาพ



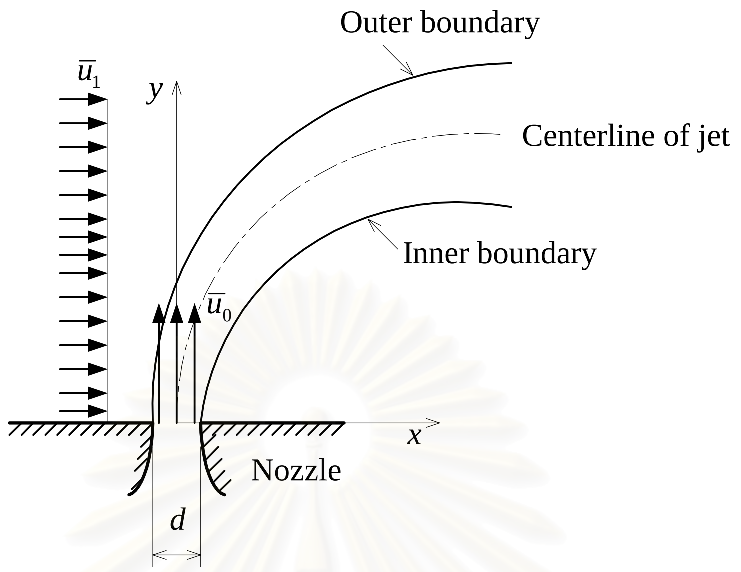
รูปที่ 1.1 ลักษณะบริเวณต่าง ๆ ของ Cirular free jet [1]



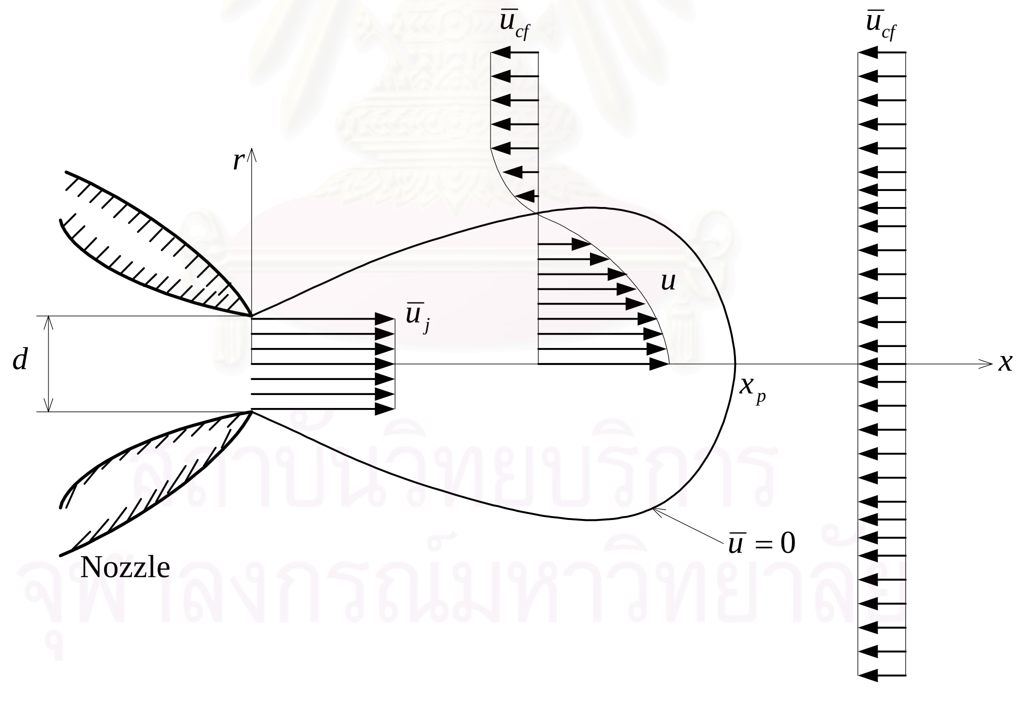
รูปที่ 1.2 ลักษณะของเจ็ตในกระแสลมตาม



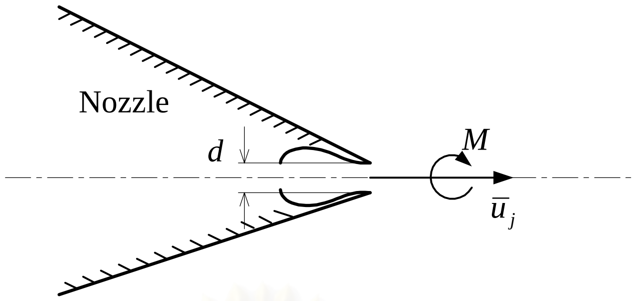
รูปที่ 1.3 ลักษณะของ Confined coflow jet ในท่อ



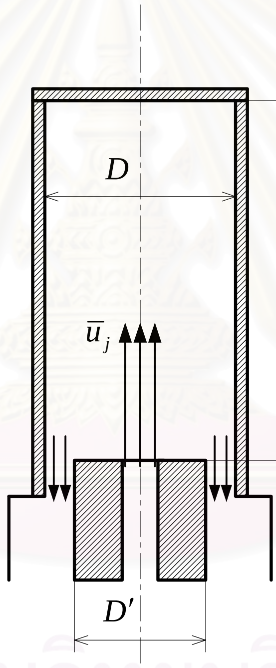
รูปที่ 1.4 ลักษณะของเจ็ตในกระแสขวาง



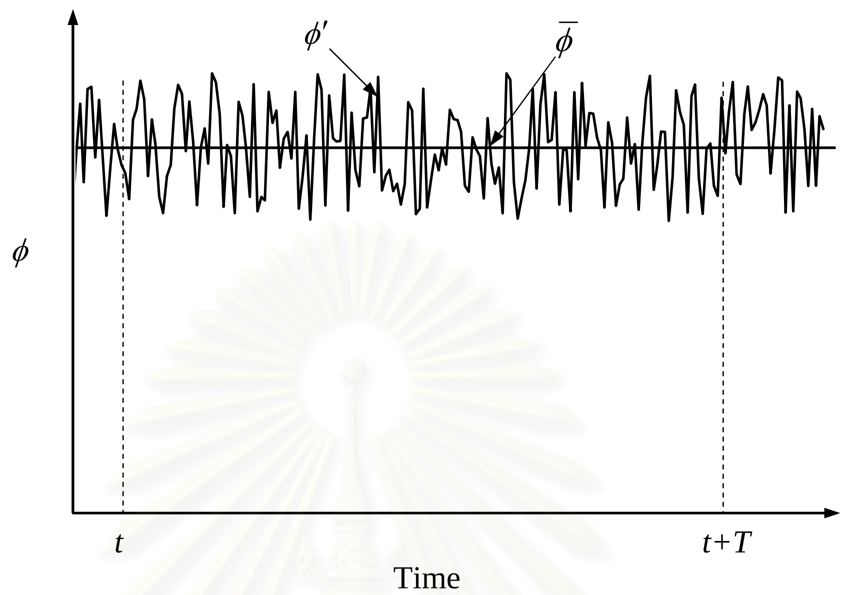
รูปที่ 1.5 ลักษณะของเจ็ตในกระแสลมทวน



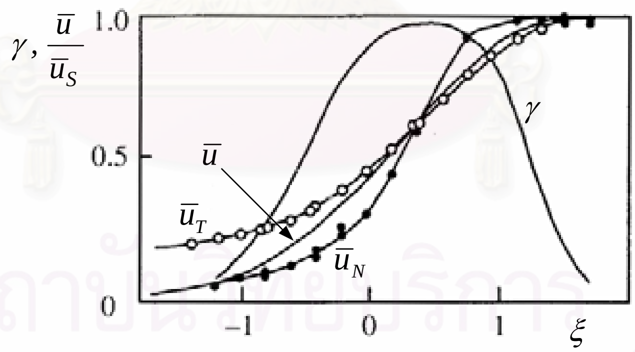
รูปที่ 1.6 ลักษณะของเจ็ตที่หมุนควง



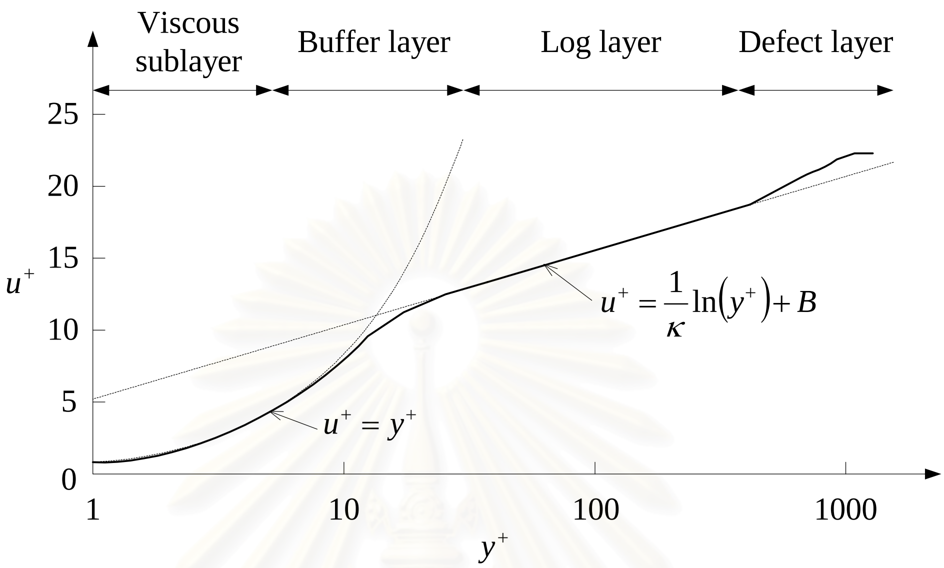
รูปที่ 1.7 ลักษณะของ Confined jet ภายในท่อปิด



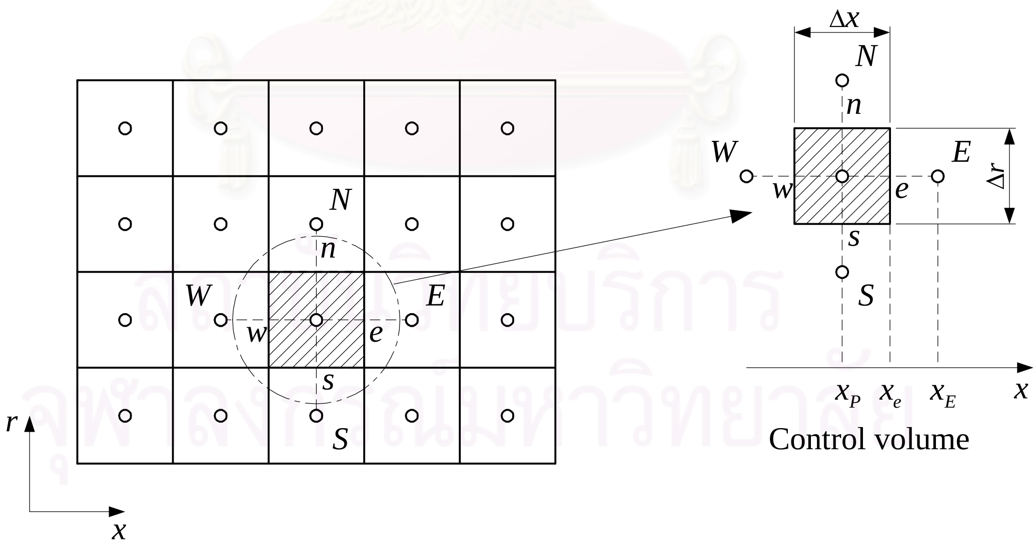
รูปที่ 2.1 การหาค่าเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่งของตัวแปร ϕ



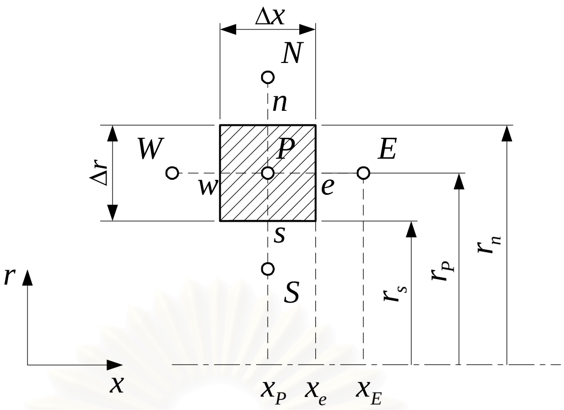
รูปที่ 2.2 การกระจายตัวของ Intermittency factor และปริมาณค่าต่าง ๆ ใน Self-similar mixing layer [30]



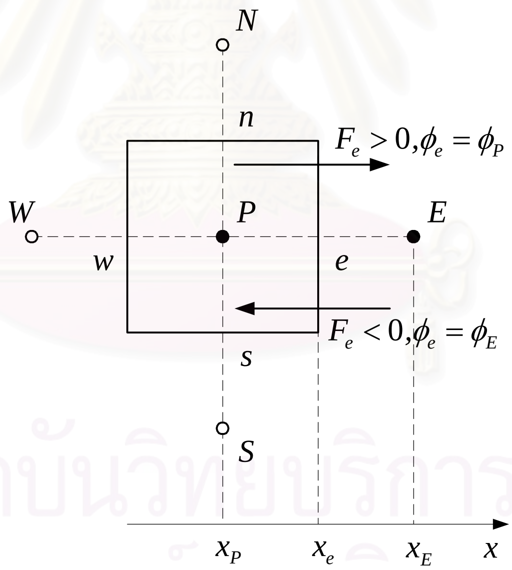
รูปที่ 2.3 การกระจายตัวของความเร็วในชั้นขอบแบบปั่นป่วน



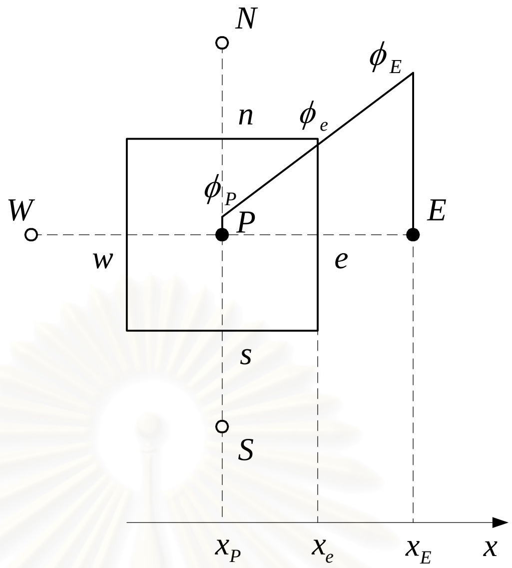
รูปที่ 3.1 ขอบเขตของปัญหาที่ถูกแบ่งออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็ก ๆ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม



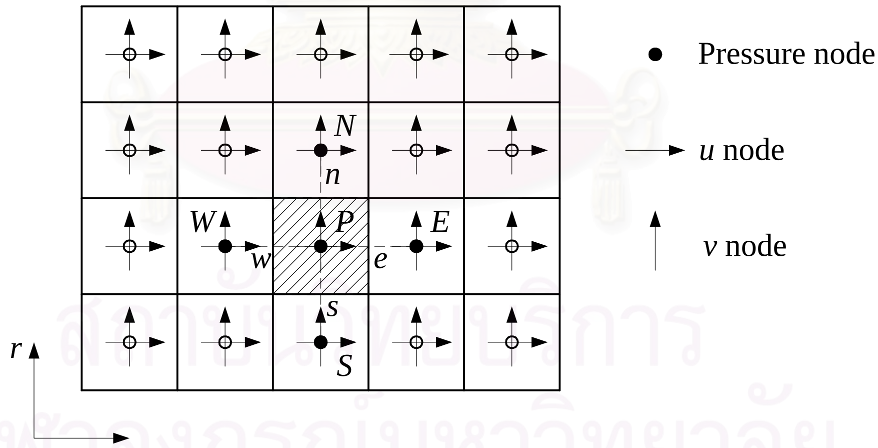
รูปที่ 3.2 ปริมาตรควบคุมในพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ (x, r)



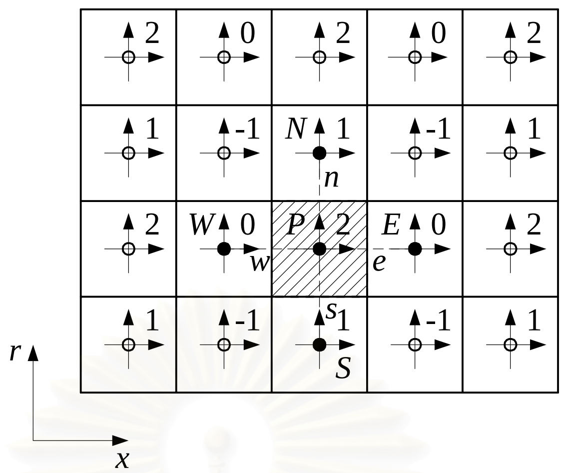
รูปที่ 3.3 ลักษณะการประมาณแบบ Upwind differencing scheme



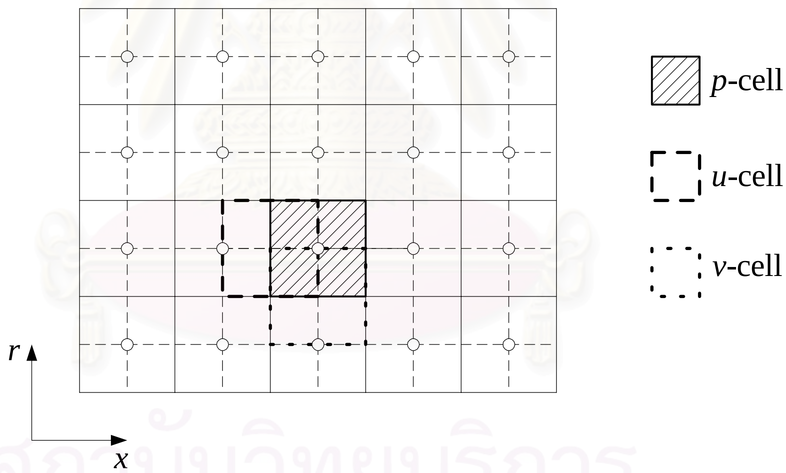
รูปที่ 3.4 ลักษณะการประมาณแบบ Central differencing scheme



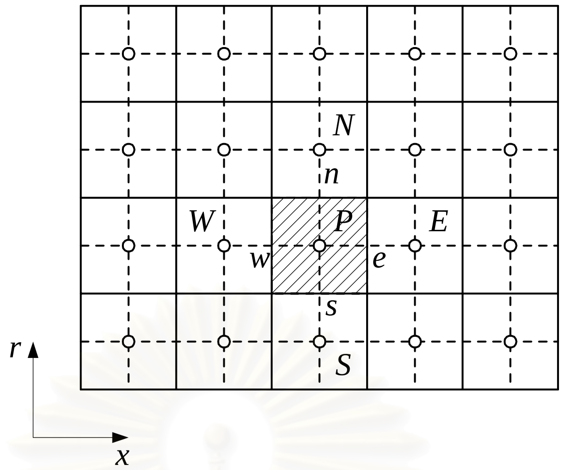
รูปที่ 3.5 การวางกริดแบบ Colocated grid



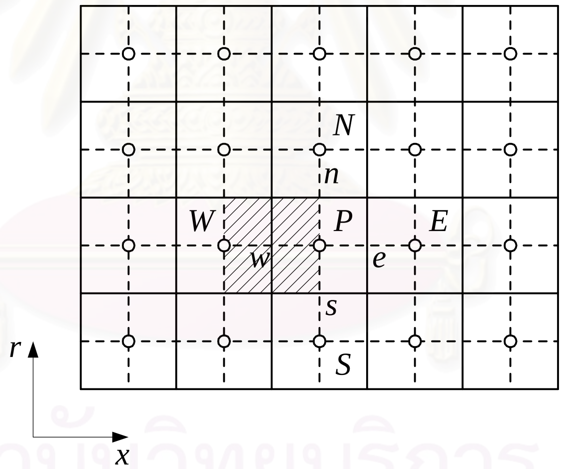
รูปที่ 3.6 การกระจายความดันแบบ Checker board



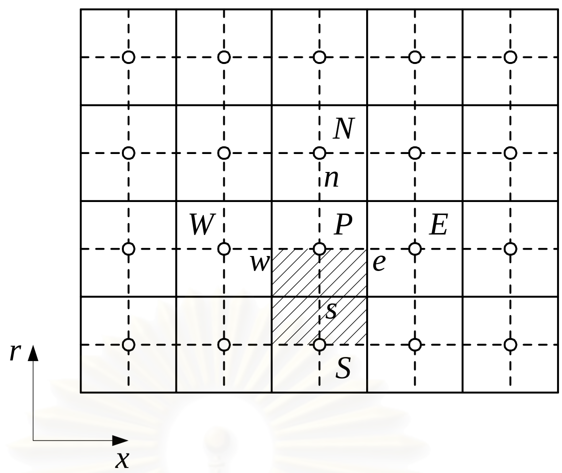
รูปที่ 3.7 การวางกริดแบบเยื้องกัน



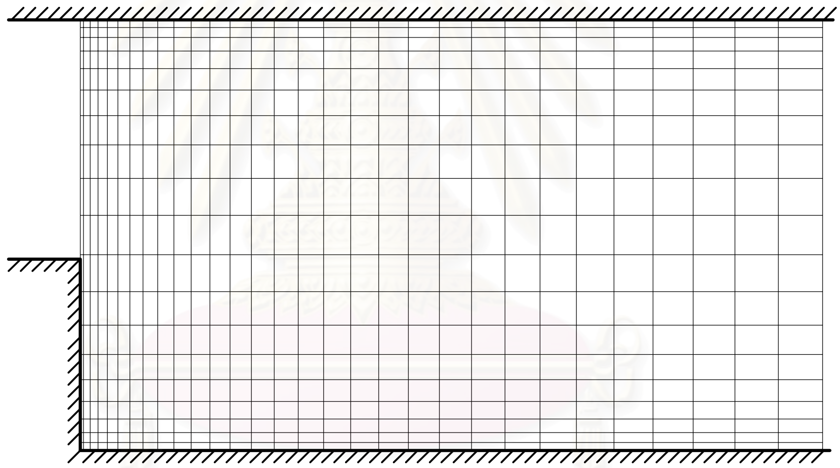
รูปที่ 3.8 การวางตัวของปริมาตรควบคุมของความดัน p



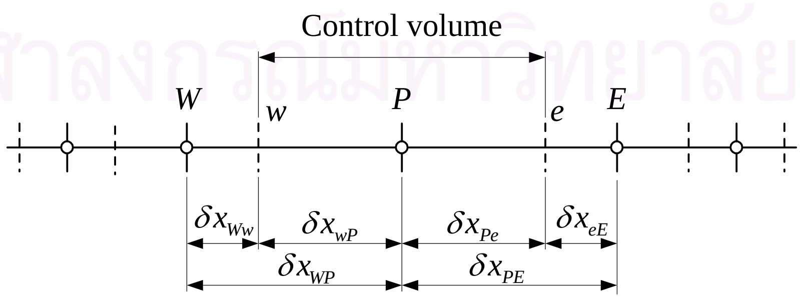
รูปที่ 3.9 การวางตัวของปริมาตรควบคุมของความเร็ว u



รูปที่ 3.10 การวางตัวของปริมาตรควบคุมของความเร็ว v

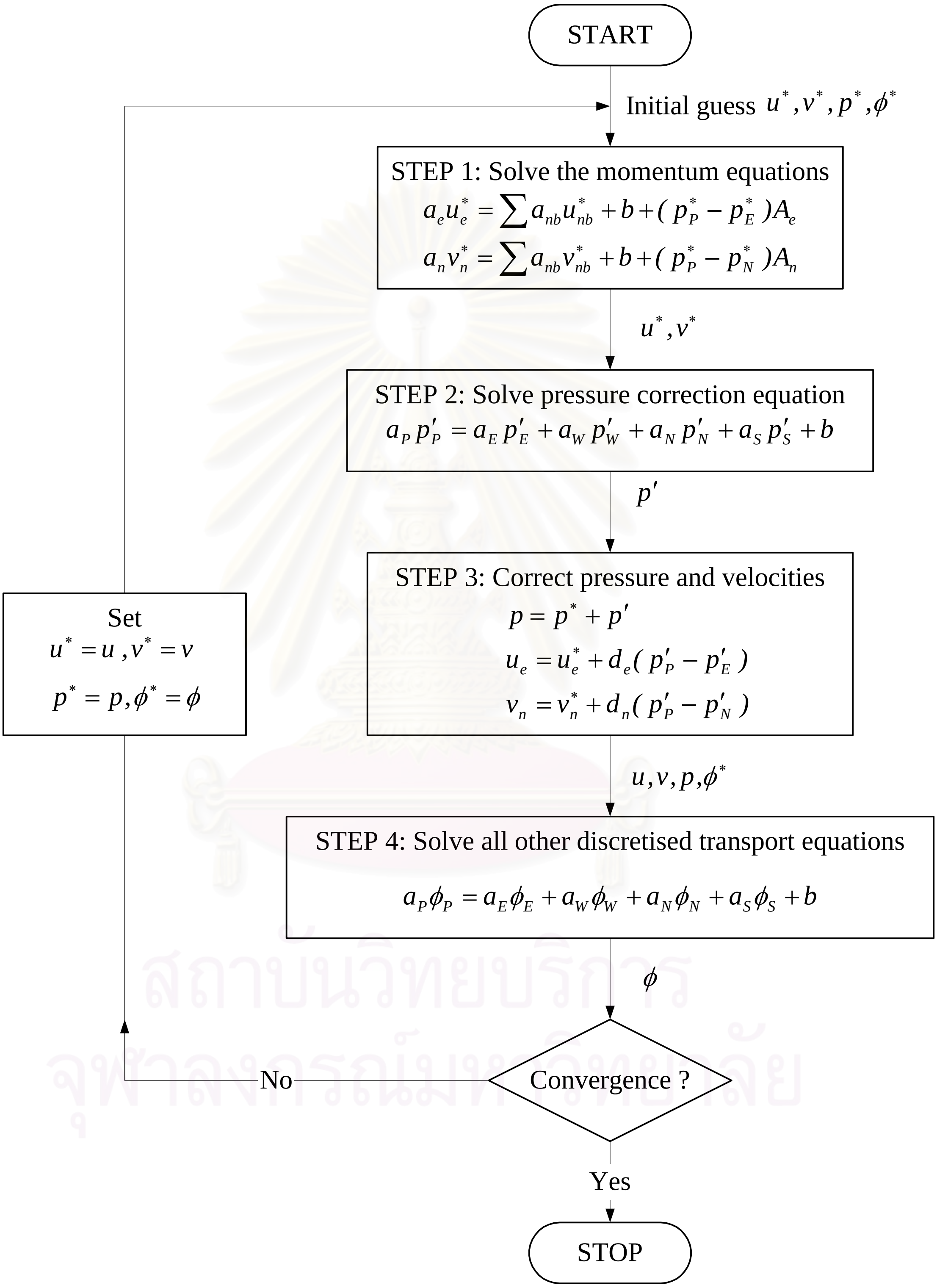


รูปที่ 3.11 การวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอในปัญหา 2 มิติ

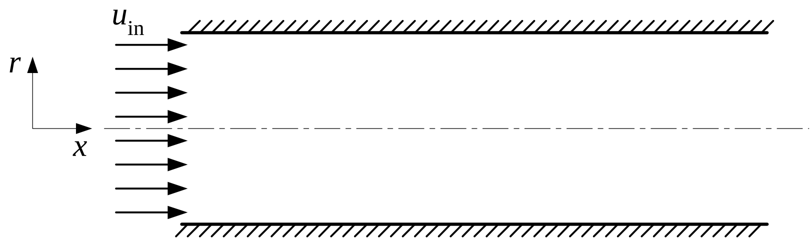


$$\delta x_{wP} = \delta x_{Pe}$$

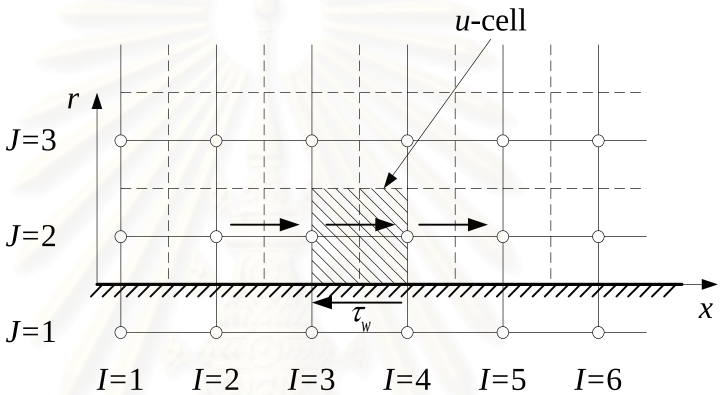
รูปที่ 3.12 การวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอในปัญหา 1 มิติ



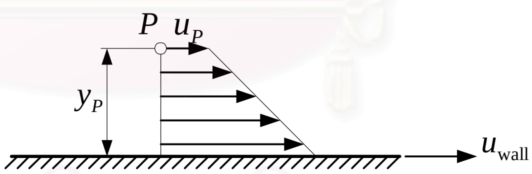
รูปที่ 3.13 ขั้นตอนวิธี SIMPLE



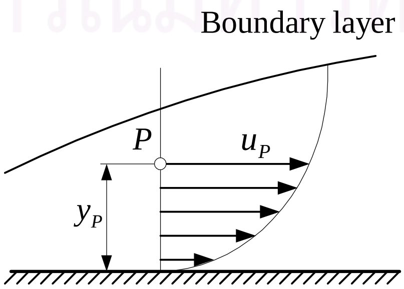
รูปที่ 3.14 ลักษณะปัญหาการไหลในท่อ



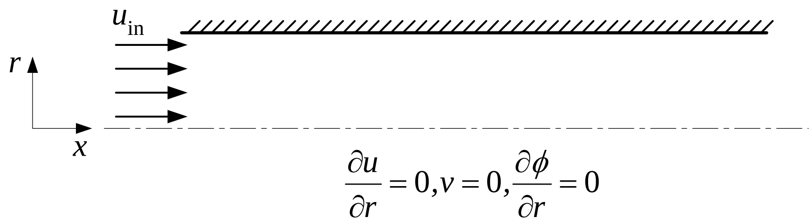
รูปที่ 3.15 ปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดผนัง



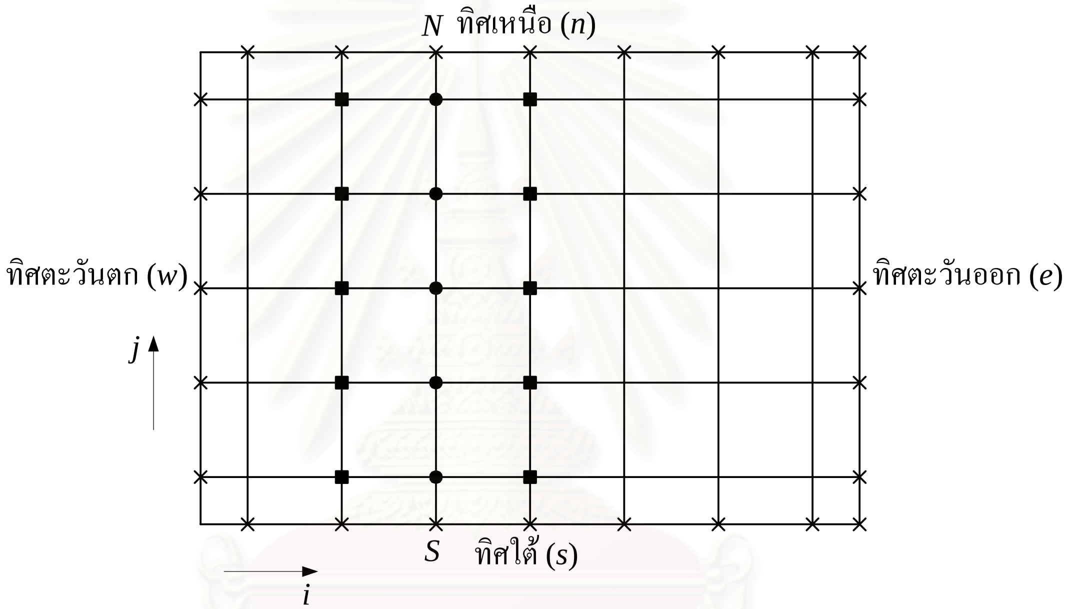
รูปที่ 3.16 ลักษณะของผนังที่มีการเคลื่อนที่



รูปที่ 3.17 การกระจายตัวของความเร็วในชั้นขอบแบบราบเรียบ



รูปที่ 3.18 การประยุกต์เงื่อนไขขอบแบบสมมาตรกับปัญหาการไหลในท่อ

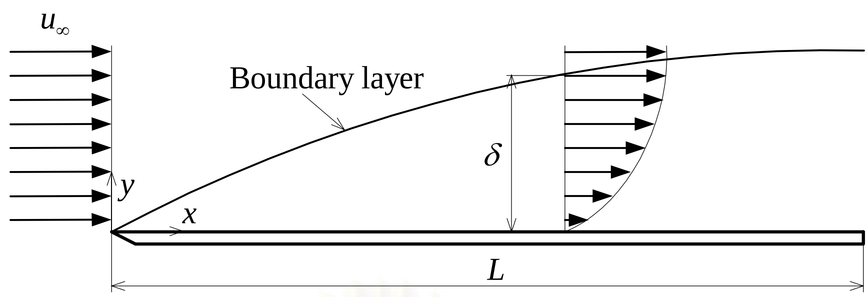


● จุดที่ต้องการคำนวณค่า

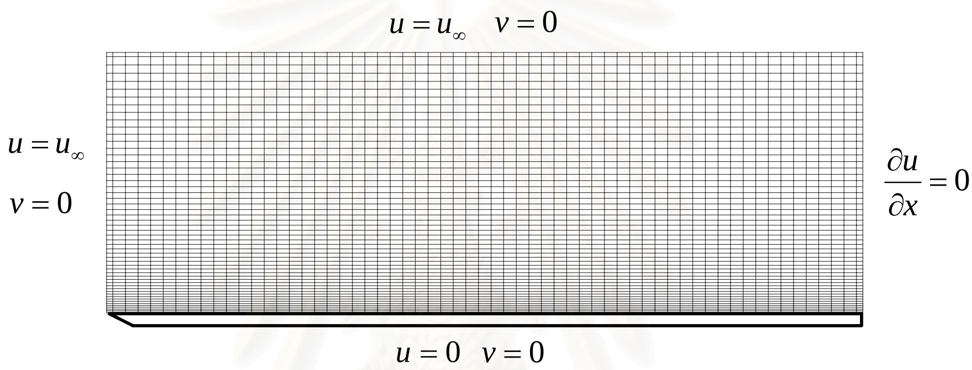
■ จุดที่ทราบค่าจากการคำนวณครั้งก่อน

× ค่าที่ขอบ

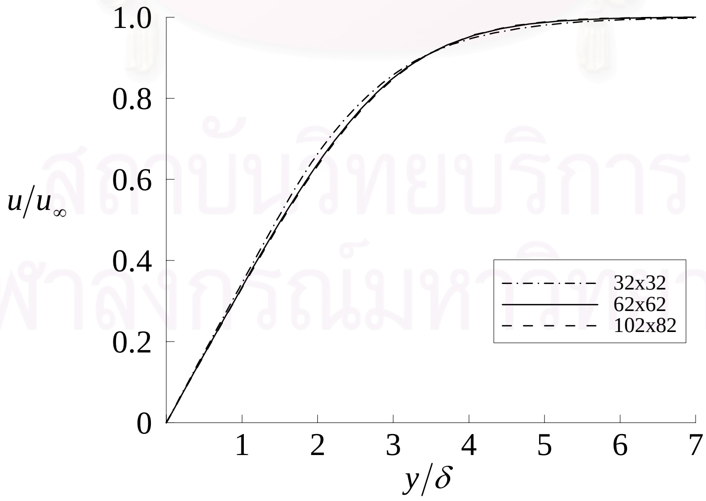
รูปที่ 3.19 โดเมนของปัญหาสำหรับการคำนวณที่ใช้ระเบียบวิธี TDMA [35]



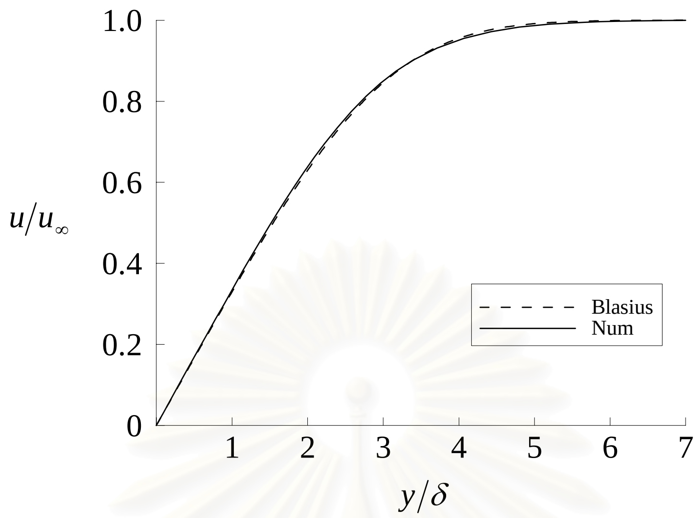
รูปที่ 4.1 ลักษณะของปัญหาการไหลแบบราบเรียบบนแผ่นเรียบ



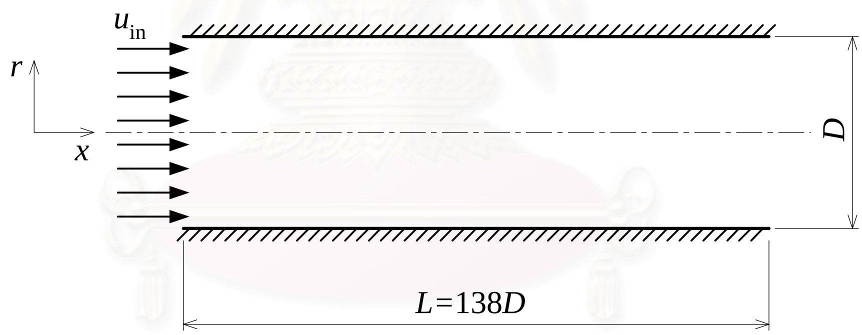
รูปที่ 4.2 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลแบบราบเรียบแผ่นและประยุกต์เงื่อนไขขอบ ที่ขนาดกริด 62×62 (Not to scale)



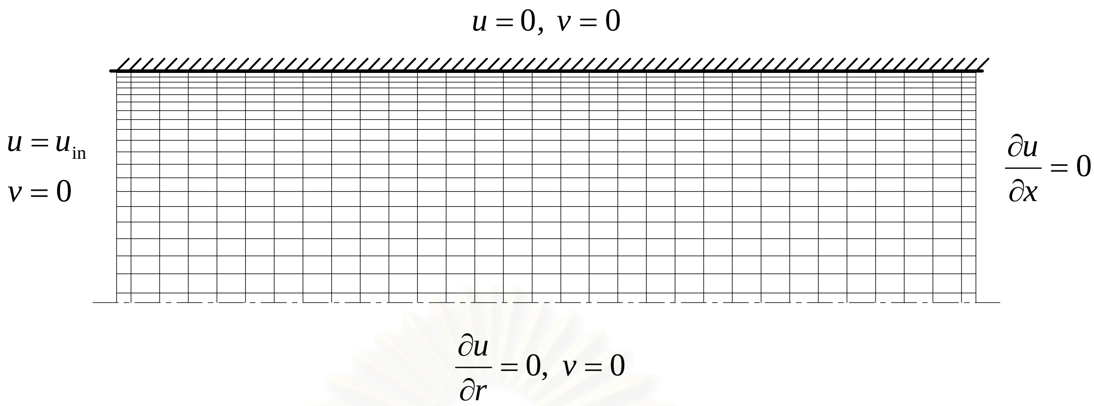
รูปที่ 4.3 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 0.10$ m ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re}_L = 5.17 \times 10^4$



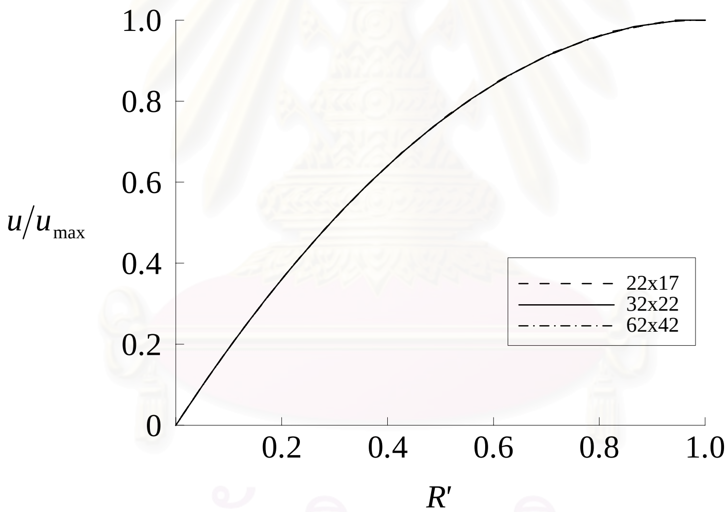
รูปที่ 4.4 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 0.10$ m กรณี $\mathrm{Re}_L = 5.17 \times 10^4$



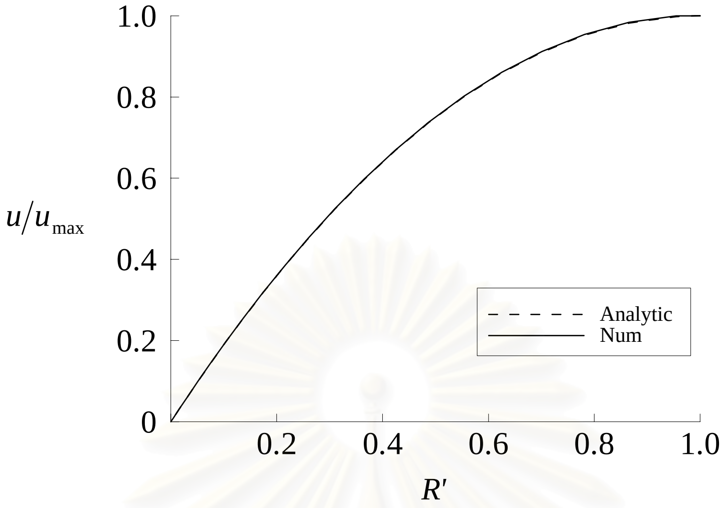
รูปที่ 4.5 ลักษณะของปัญหาการไหลแบบราบเรียบในท่อ



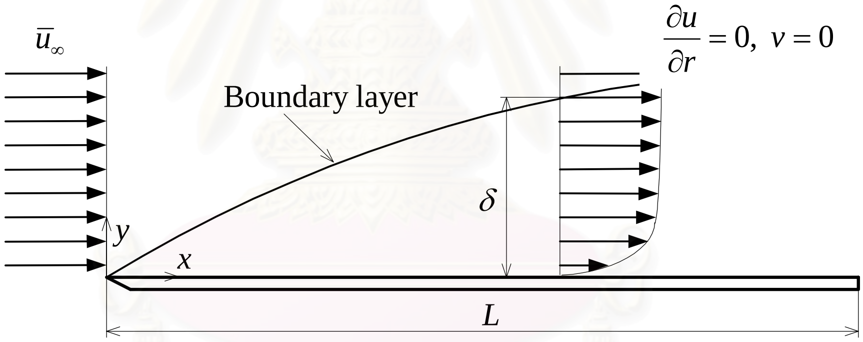
รูปที่ 4.6 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลแบบราบเรียบในท่อและประยุกต์เงื่อนไขขอบ ที่ขนาดกริด 32×22 (Not to scale)



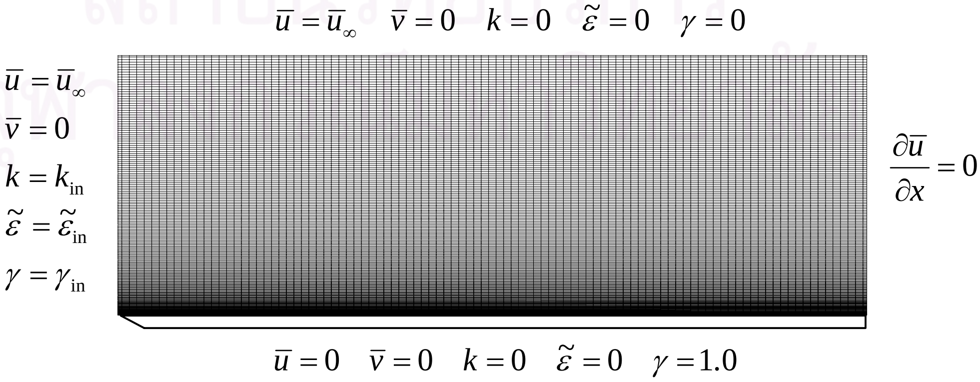
รูปที่ 4.7 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 21.0312$ m ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\text{Re} = 200$



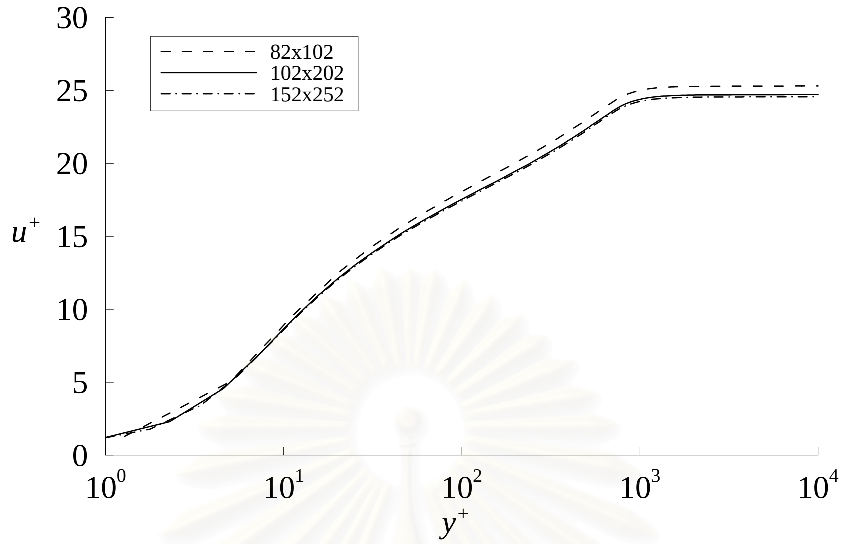
รูปที่ 4.8 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 21.0312$ m กรณี $\mathrm{Re} = 200$ สำหรับขนาดกริด 32×22



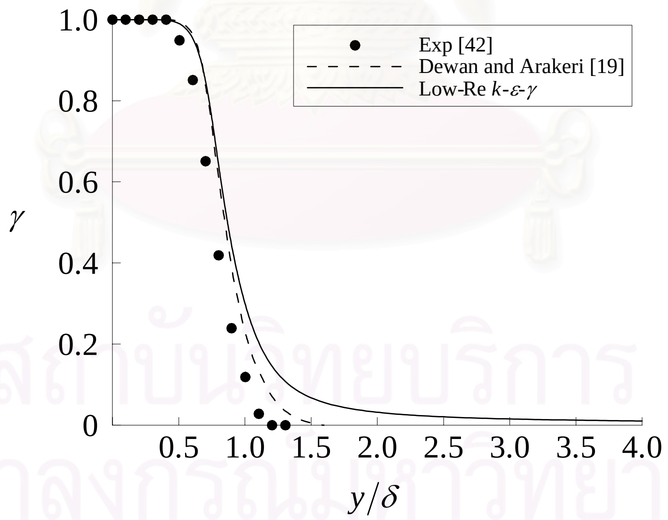
รูปที่ 4.9 ลักษณะของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนบนแผ่นเรียบ



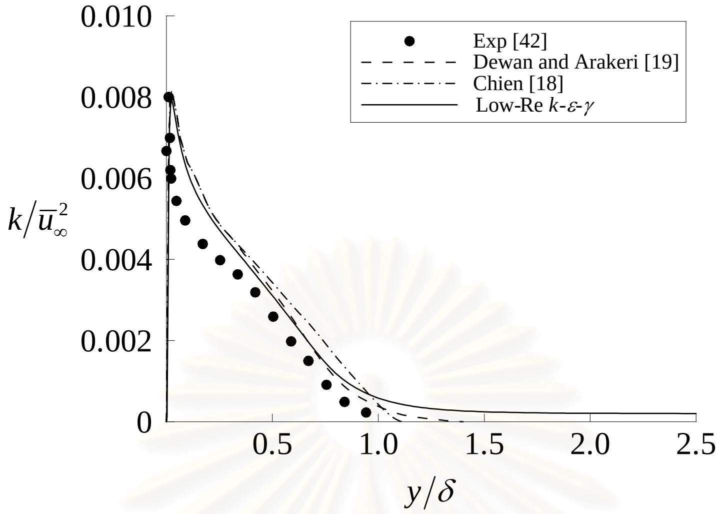
รูปที่ 4.10 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนบนแผ่นเรียบและประยุกต์เงื่อนไขขอบ ที่ขนาดกริด 102×202 (Not to scale)



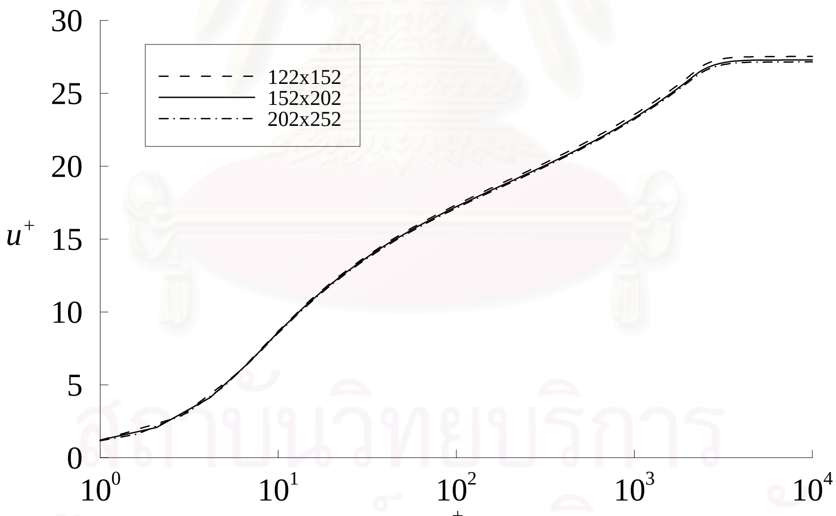
รูปที่ 4.11 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติในชั้นขอบที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_\theta = 2600$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re *k*-*ε*-*γ*



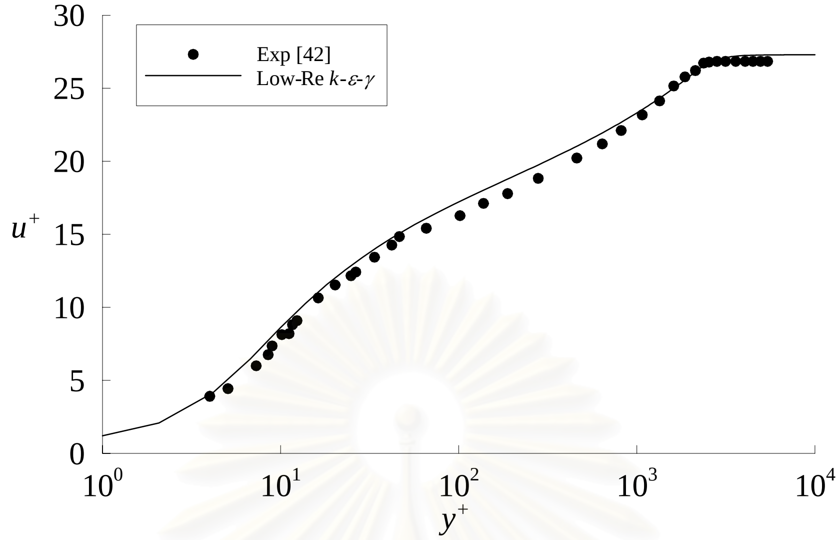
รูปที่ 4.12 ลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor ที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_\theta = 2600$



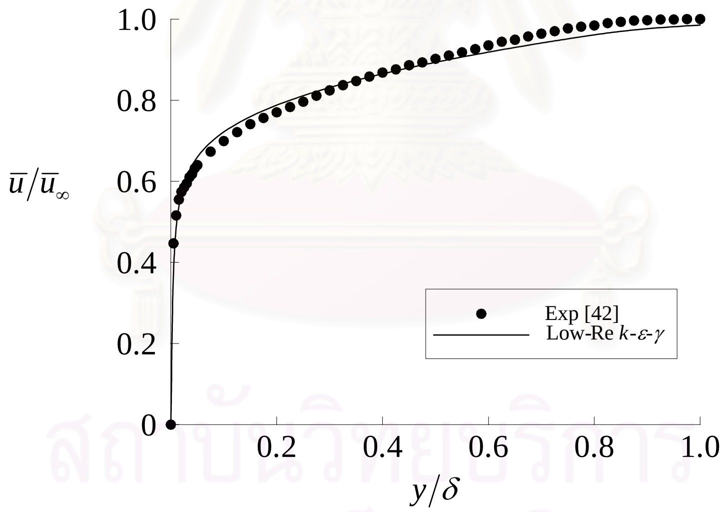
รูปที่ 4.13 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulent kinetic energy ที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_\theta = 2600$



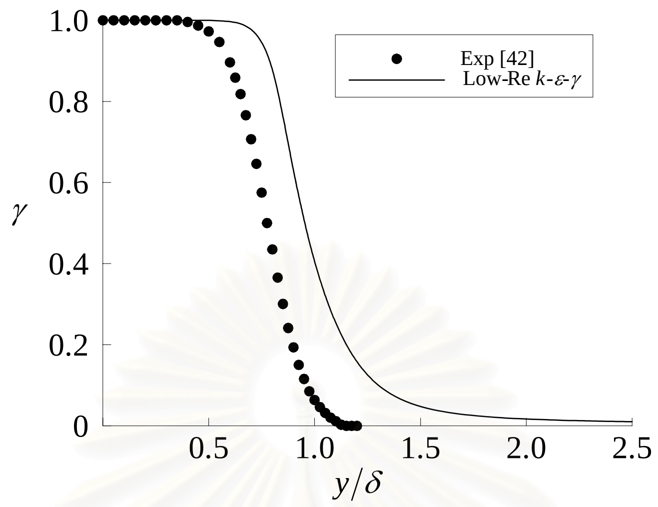
รูปที่ 4.14 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติในชั้นขอบที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_\theta = 8000$ จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



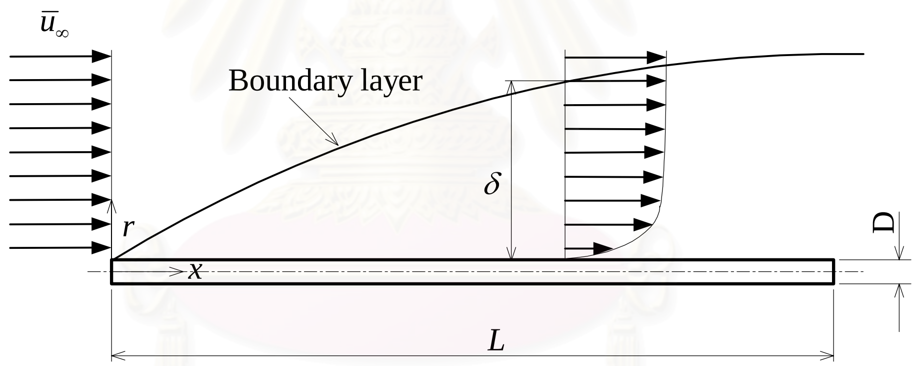
รูปที่ 4.15 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติในชั้นขอบที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_\theta = 8000$



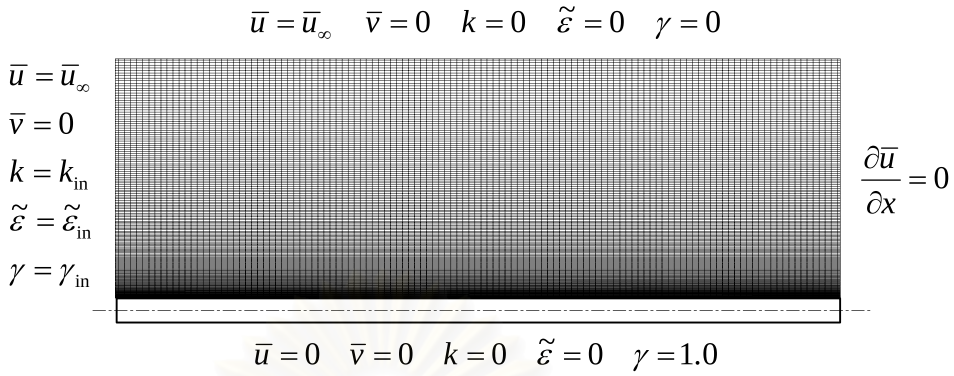
รูปที่ 4.16 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วภายในชั้นขอบที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_\theta = 8000$



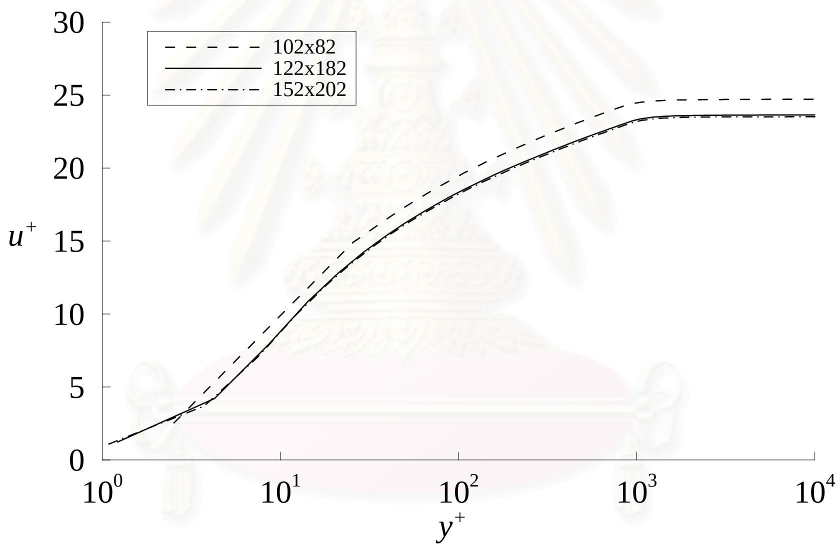
รูปที่ 4.17 ลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor ที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_\theta = 8000$



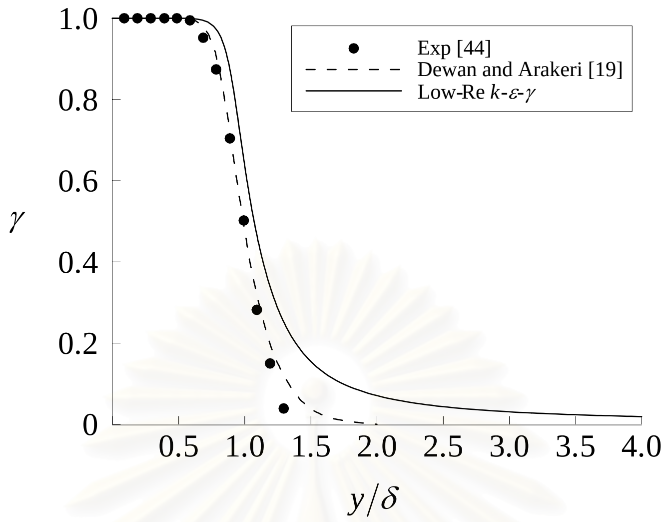
รูปที่ 4.18 ลักษณะของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนบน Thick axisymmetric body



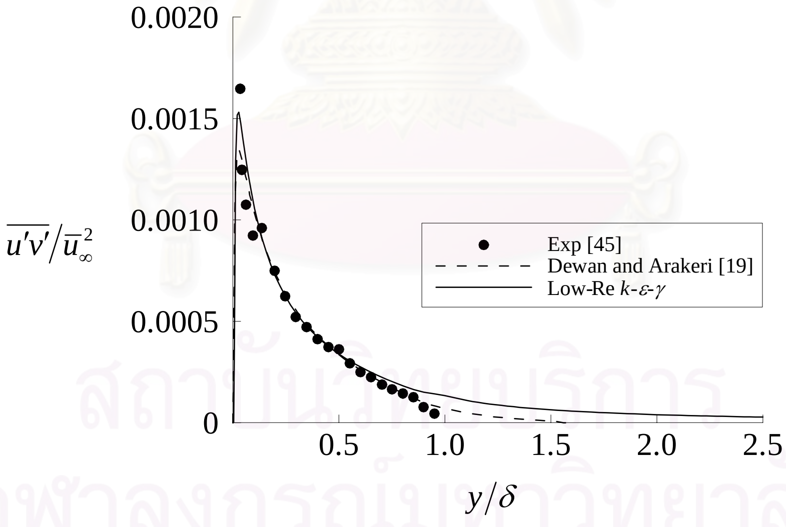
รูปที่ 4.19 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนบน Thick axisymmetric body และประยุกต์เงื่อนไขขอบ ที่ขนาดกริด 122×182 (Not to scale)



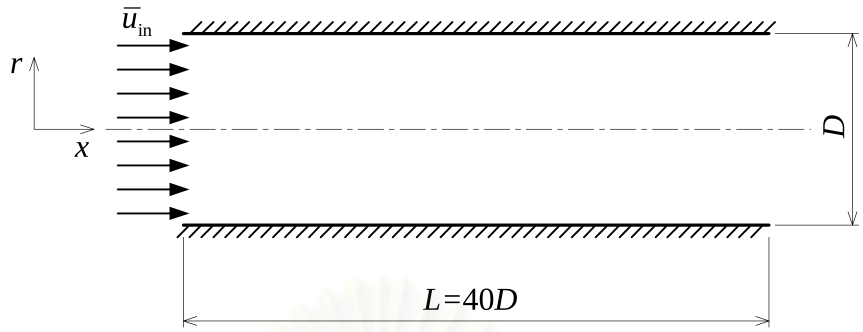
รูปที่ 4.20 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติในชั้นขอบที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_a=3200$ และ $y/\delta=7.57$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



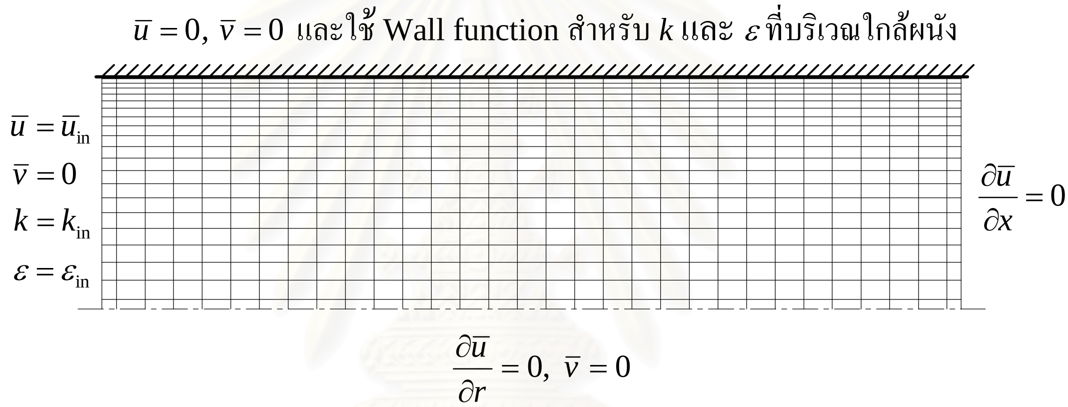
รูปที่ 4.21 ลักษณะการกระจายตัวของ Intermittency factor ที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_a = 3200$ และ $y/\delta = 7.57$



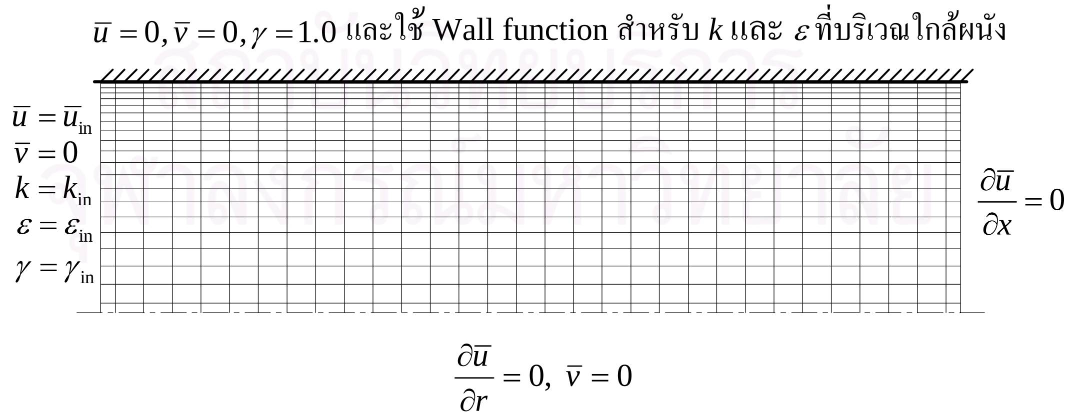
รูปที่ 4.22 ลักษณะการกระจายตัวของ Reynolds shear stress ที่ตำแหน่ง $\mathrm{Re}_a = 3200$ และ $y/\delta = 7.57$



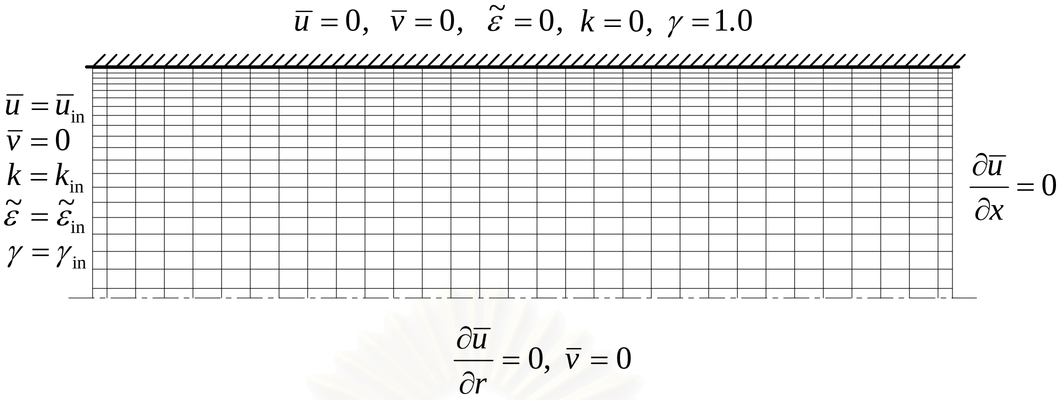
รูปที่ 4.23 ลักษณะของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อ



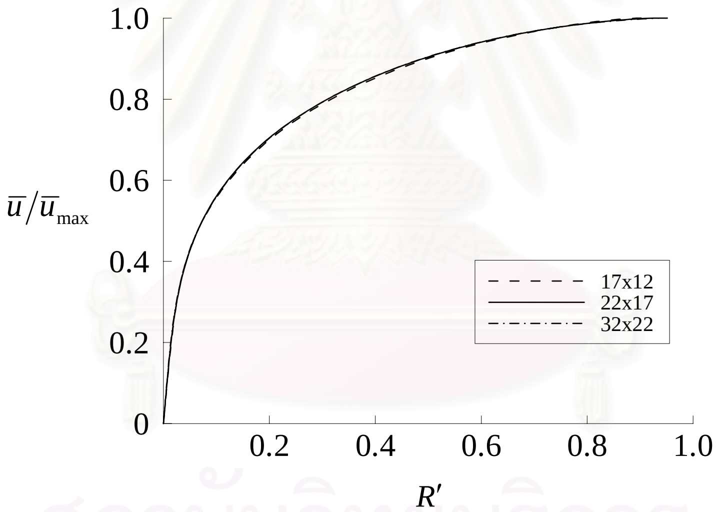
รูปที่ 4.24 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อและประยุกต์เงื่อนไขขอบกรณีของแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε ที่ขนาดกริด 32×22 (Not to scale)



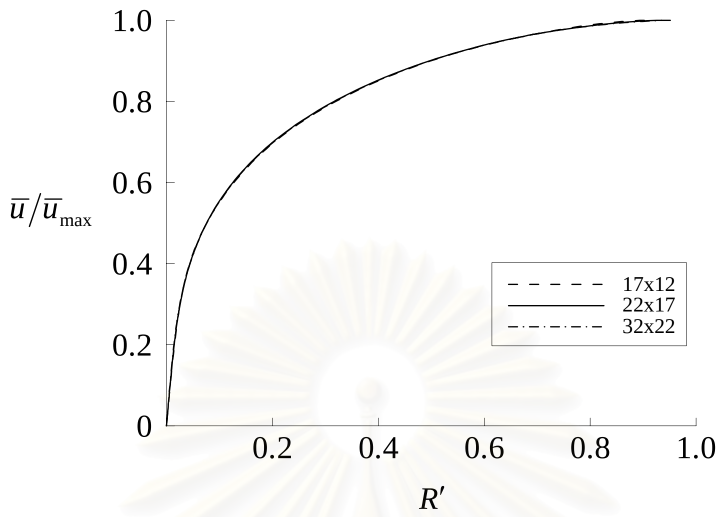
รูปที่ 4.25 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อและประยุกต์เงื่อนไขขอบกรณีของแบบจำลองความปั่นป่วน High Re k-ε-γ ที่ขนาดกริด 32×22 (Not to scale)



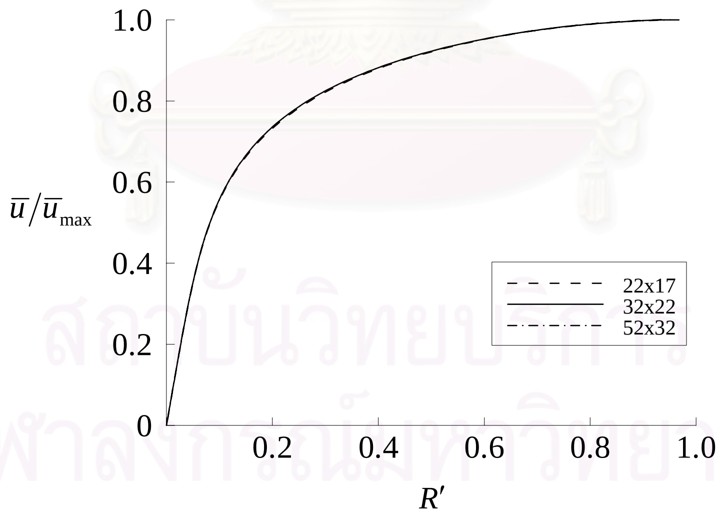
รูปที่ 4.26 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อและประยุกต์เงื่อนไขขอบกรณีของแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ที่ขนาดกริด 32×22 (Not to scale)



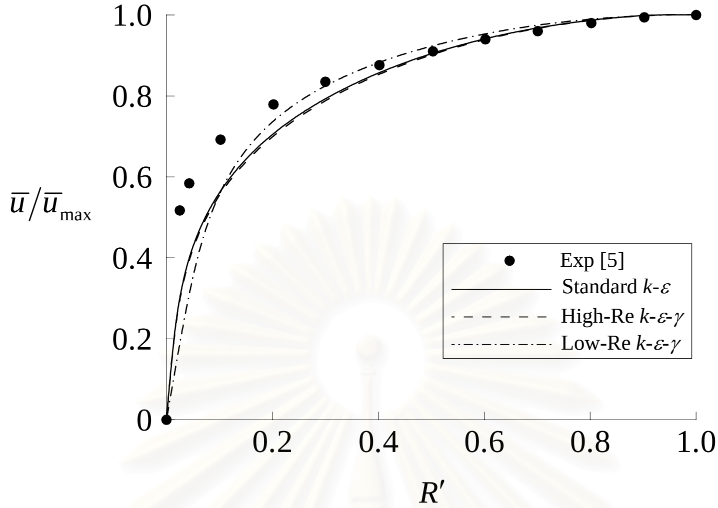
รูปที่ 4.27 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x=4.572$ m ($30D$) ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\text{Re}=4.0\times10^{3}$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



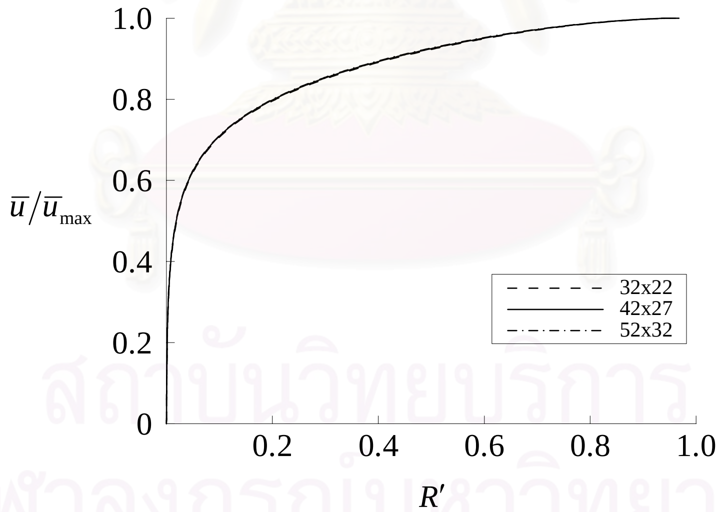
รูปที่ 4.28 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 4.0 \times 10^3$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



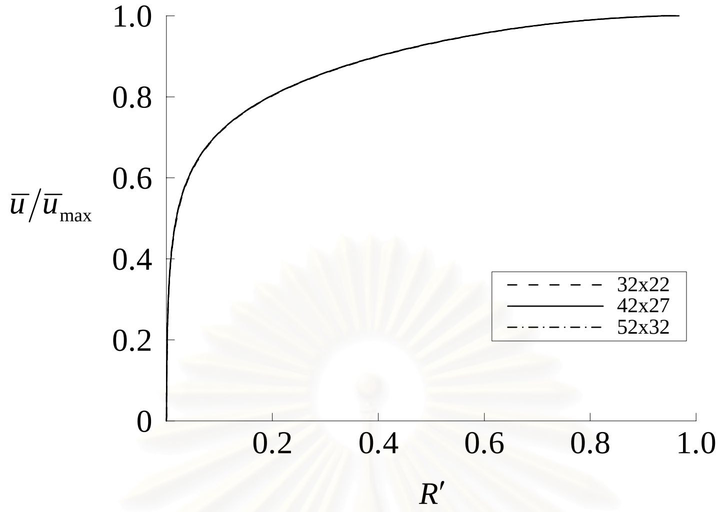
รูปที่ 4.29 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 4.0 \times 10^3$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



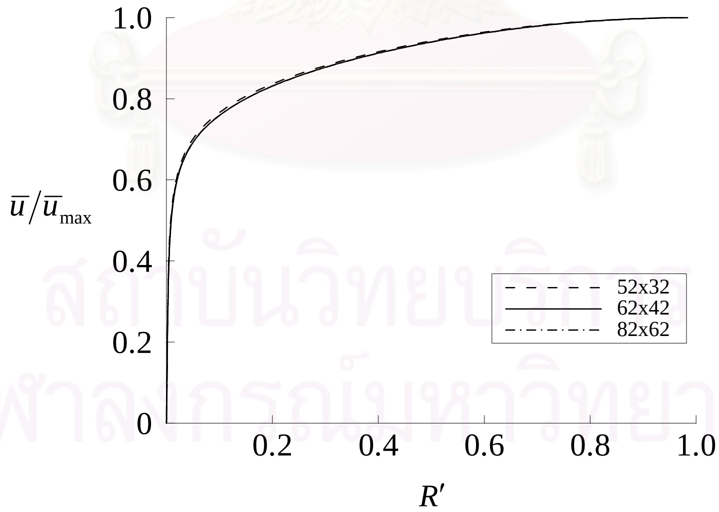
รูปที่ 4.30 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) กรณี $\mathrm{Re} = 4.0\times10^{3}$



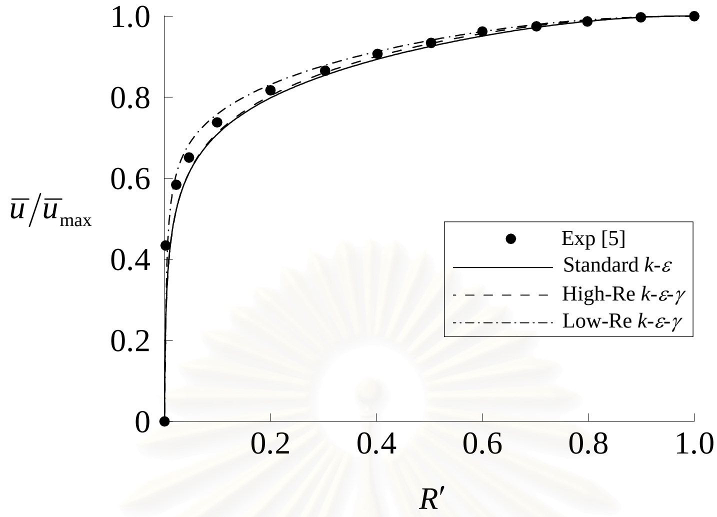
รูปที่ 4.31 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 1.5\times10^{5}$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



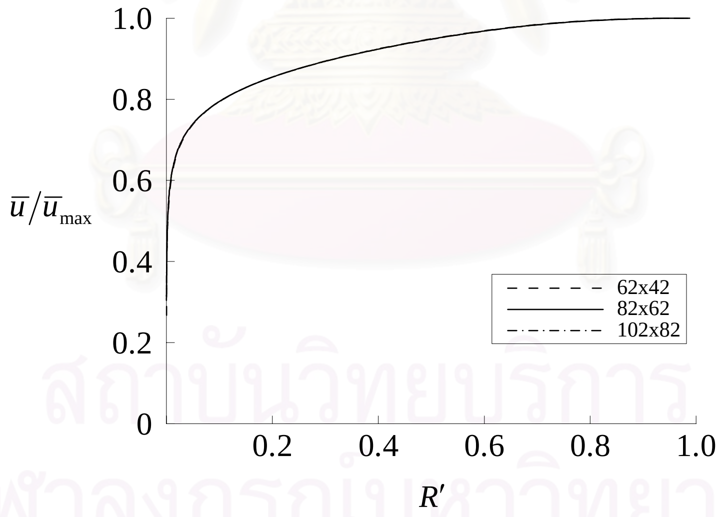
รูปที่ 4.32 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m $(30D)$ ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



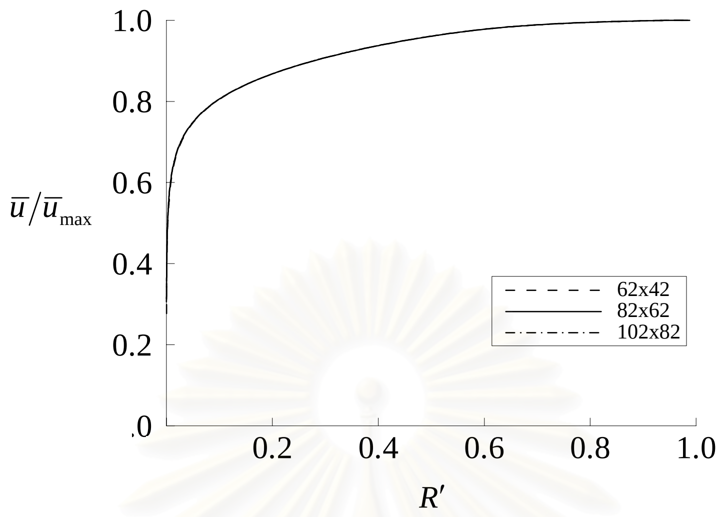
รูปที่ 4.33 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m $(30D)$ ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



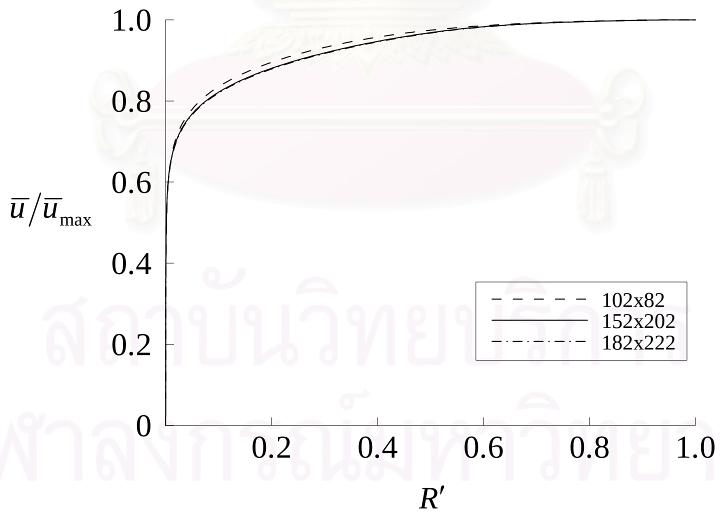
รูปที่ 4.34 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) กรณี $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$



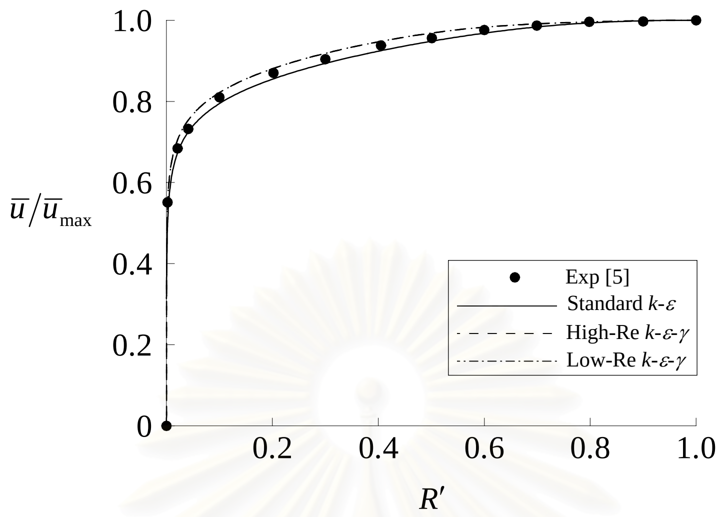
รูปที่ 4.35 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 3.2 \times 10^6$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



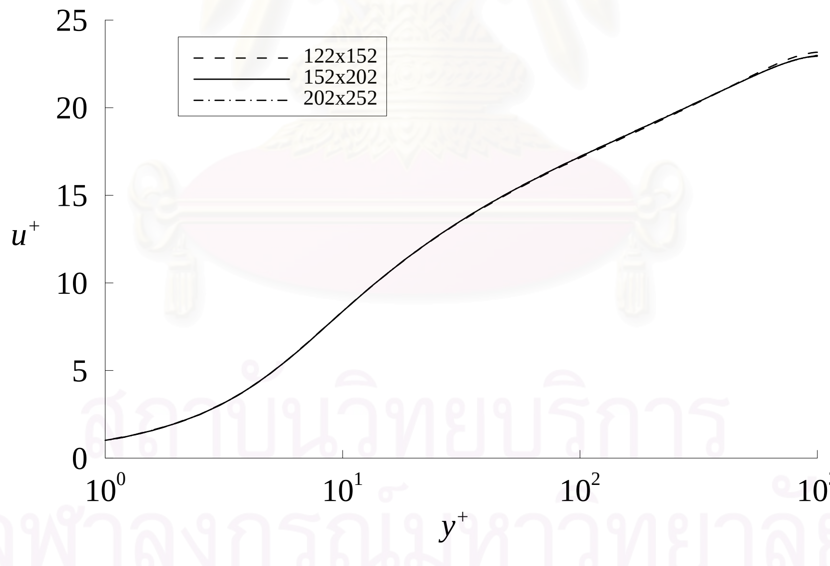
รูปที่ 4.36 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 3.2\times10^6$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



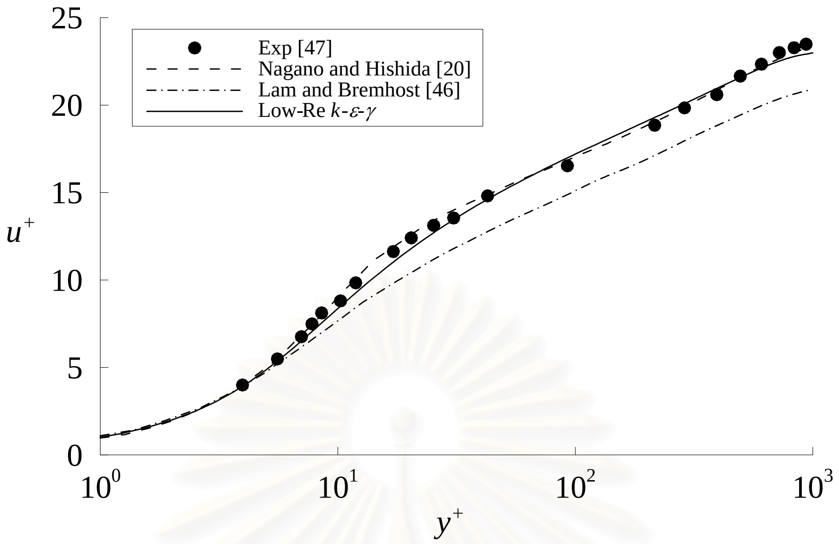
รูปที่ 4.37 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 3.2\times10^6$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



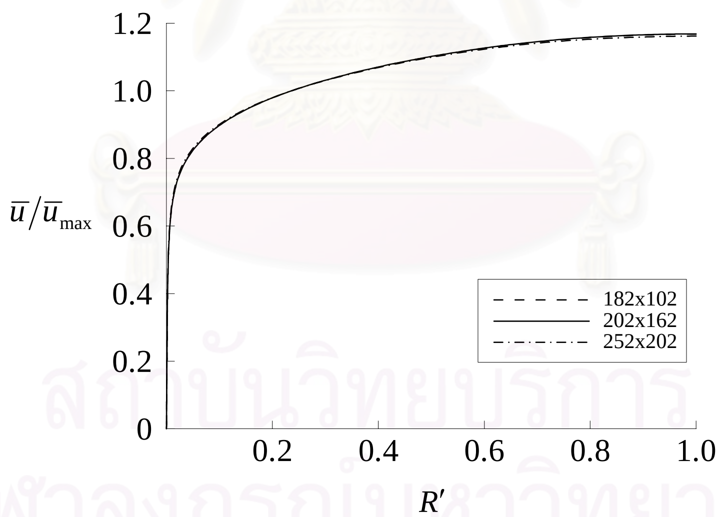
รูปที่ 4.38 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) กรณี $\mathrm{Re} = 3.2\times10^6$



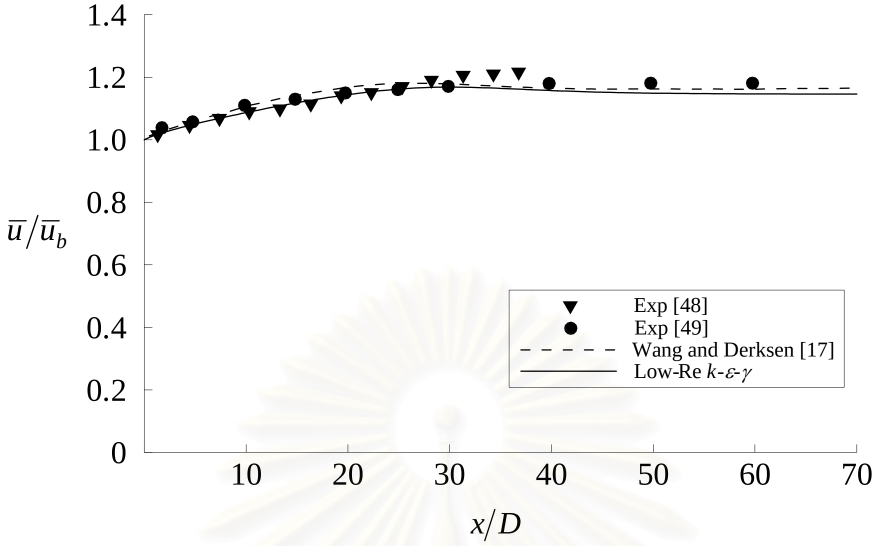
รูปที่ 4.39 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติในชั้นขอบของท่อที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m ($30D$) ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 4.0\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



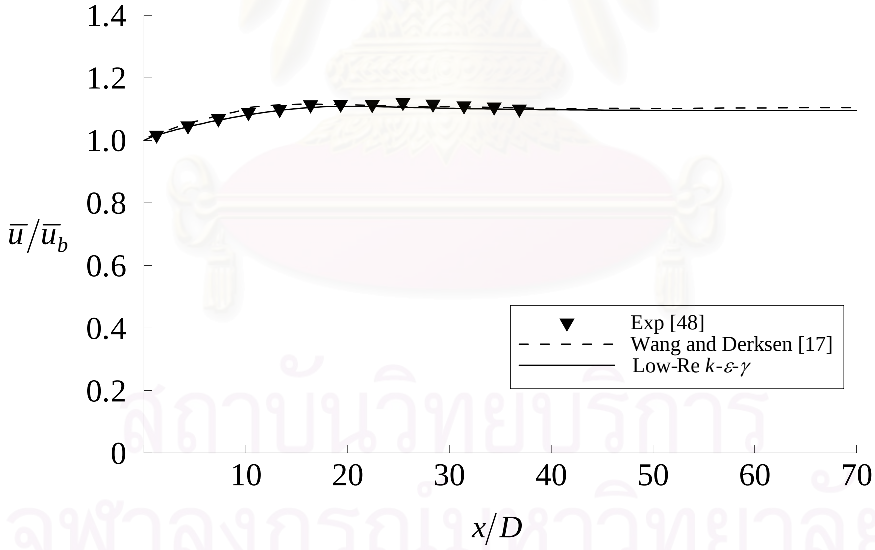
รูปที่ 4.40 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วไร้มิติในชั้นขอบของท่อที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m $(30D)$ กรณี $\mathrm{Re} = 4.0\times10^4$



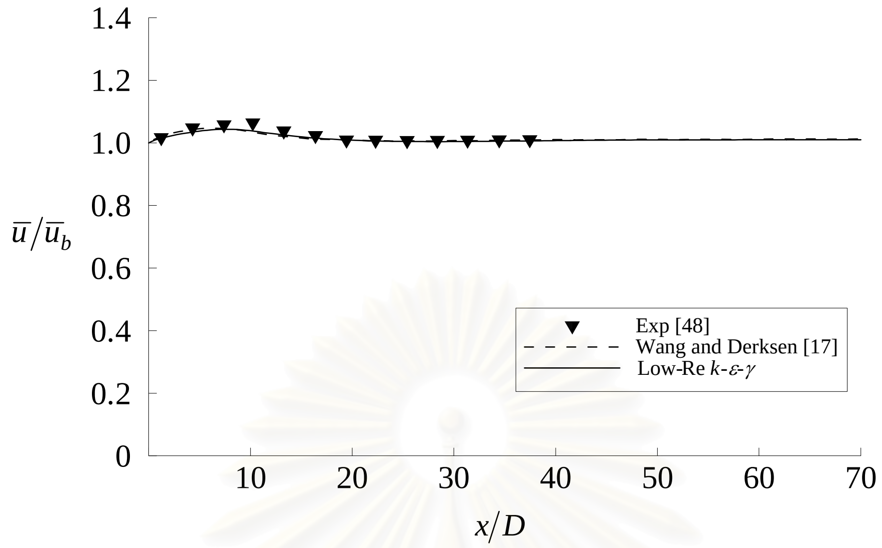
รูปที่ 4.41 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 4.572$ m $(30D)$ ที่ได้จากการการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด กรณี $\mathrm{Re} = 3.0\times10^5$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



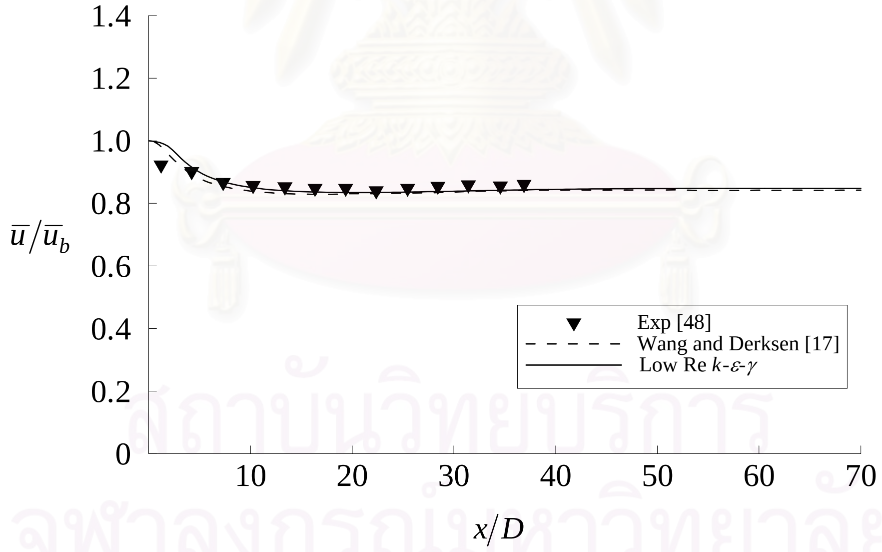
รูปที่ 4.42 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วในแนวแกน x ที่ตำแหน่ง $r/R = 0$ กรณี $\mathrm{Re} = 3.0 \times 10^5$



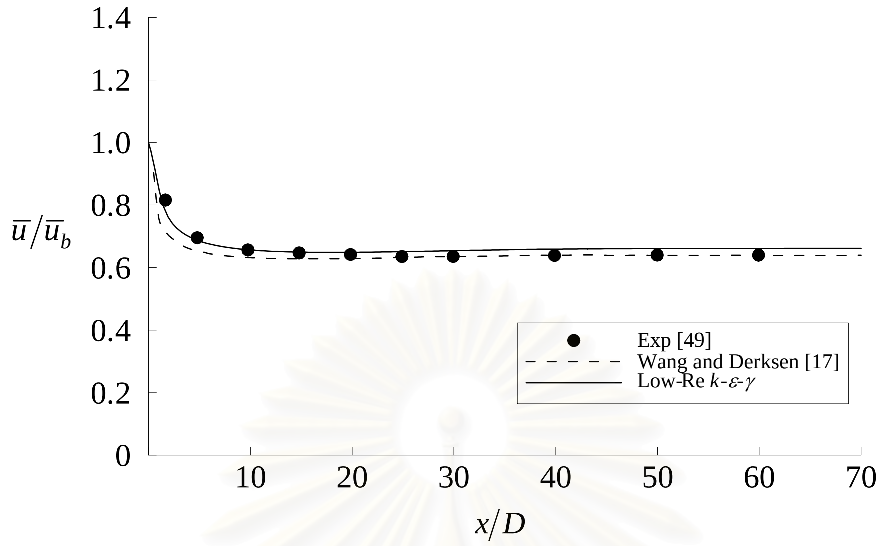
รูปที่ 4.43 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วในแนวแกน x ที่ตำแหน่ง $r/R = 0.5$ กรณี $\mathrm{Re} = 3.0 \times 10^5$



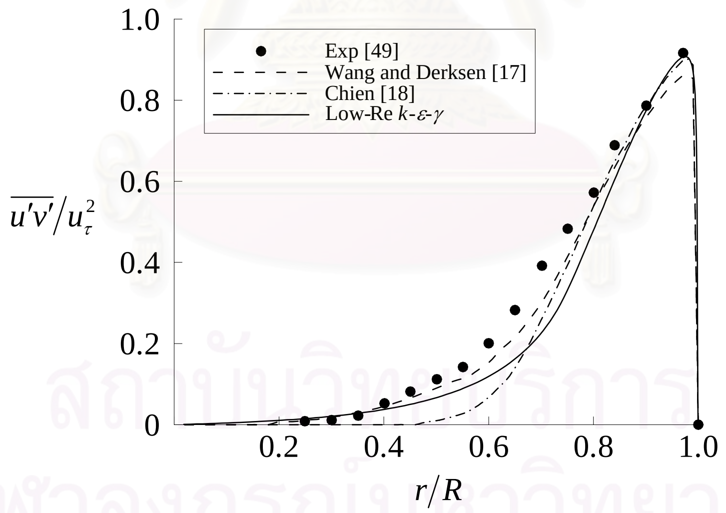
รูปที่ 4.44 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วในแนวแกน x ที่ตำแหน่ง $r/R = 0.75$ กรณี $\mathrm{Re} = 3.0 \times 10^5$



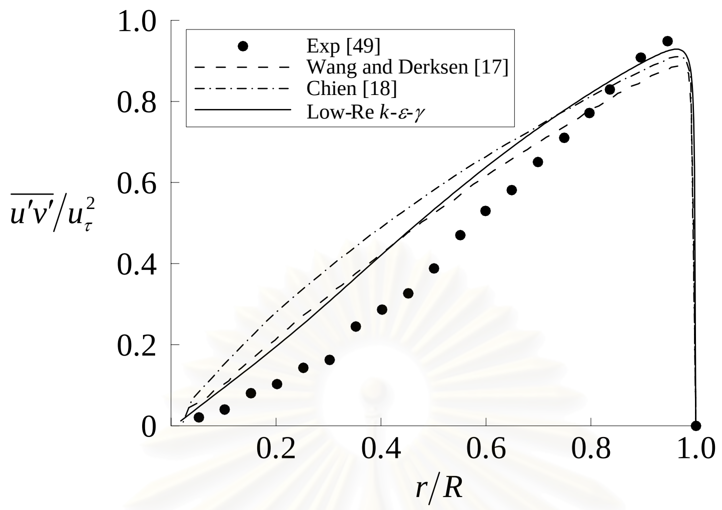
รูปที่ 4.45 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วในแนวแกน x ที่ตำแหน่ง $r/R = 0.94$ กรณี $\mathrm{Re} = 3.0 \times 10^5$



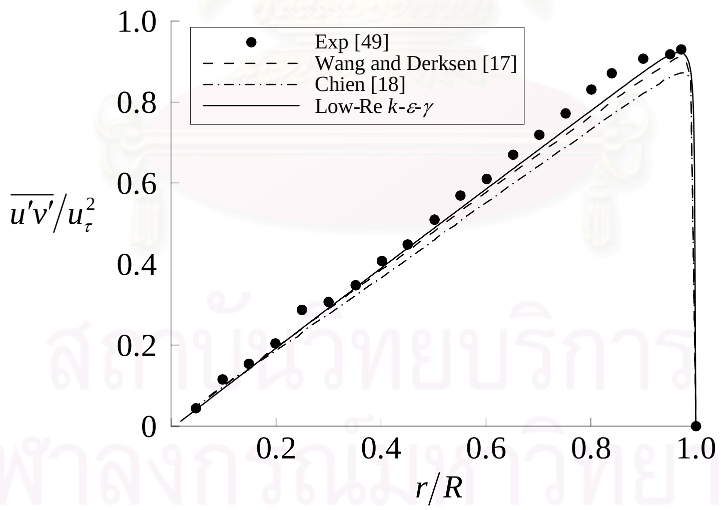
รูปที่ 4.46 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วในแนวแกน x ที่ตำแหน่ง $r/R = 0.99$ กรณี $\mathrm{Re} = 3.0 \times 10^5$



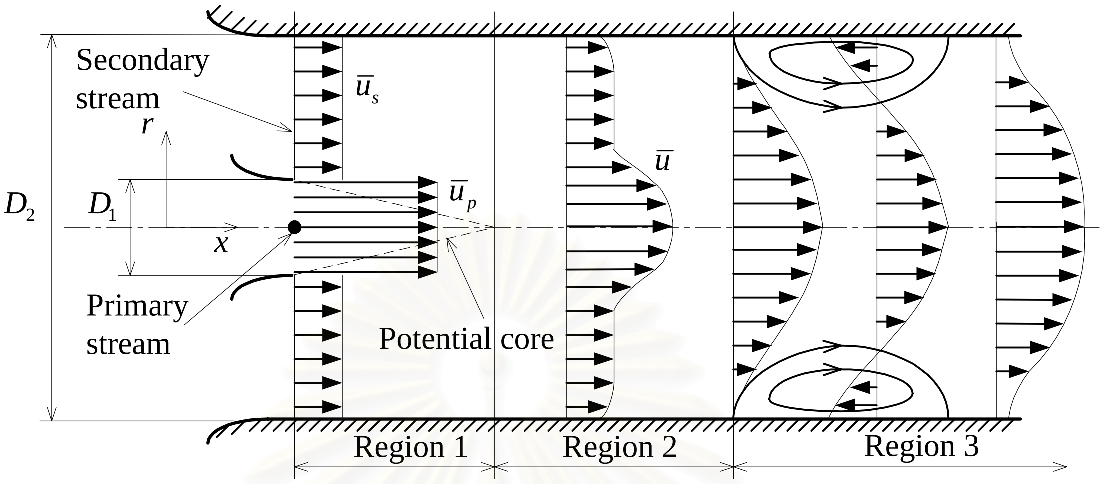
รูปที่ 4.47 ลักษณะการกระจายตัวของ Reynolds shear stress ที่ตำแหน่ง $x/D = 10$ กรณี $\mathrm{Re} = 3.0 \times 10^5$



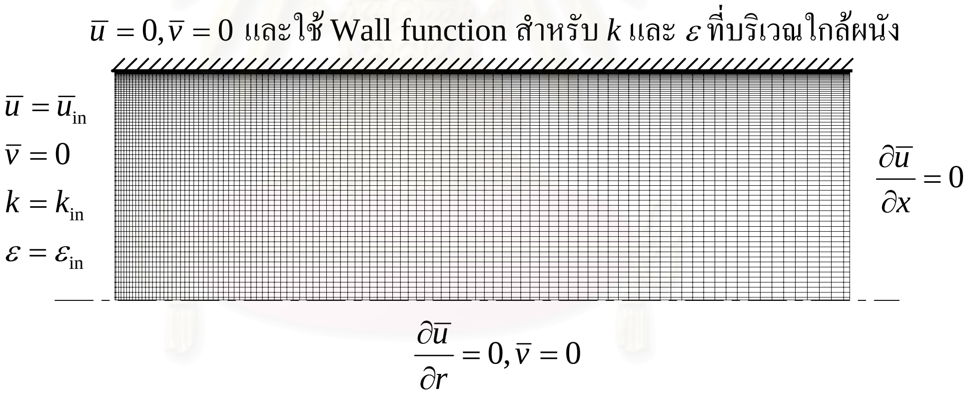
รูปที่ 4.48 ลักษณะการกระจายตัวของ Reynolds shear stress ที่ตำแหน่ง $x/D = 30$ กรณี $\mathrm{Re} = 3.0 \times 10^5$



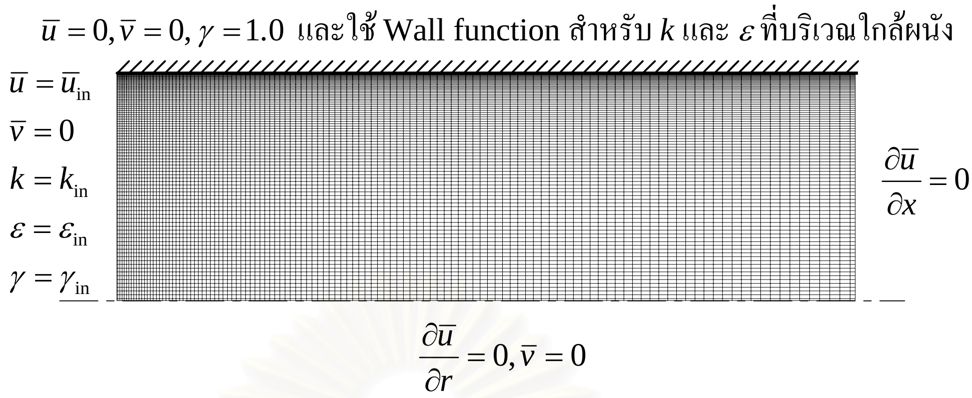
รูปที่ 4.49 ลักษณะการกระจายตัวของ Reynolds shear stress ที่ตำแหน่ง $x/D = 70$ กรณี $\mathrm{Re} = 3.0 \times 10^5$



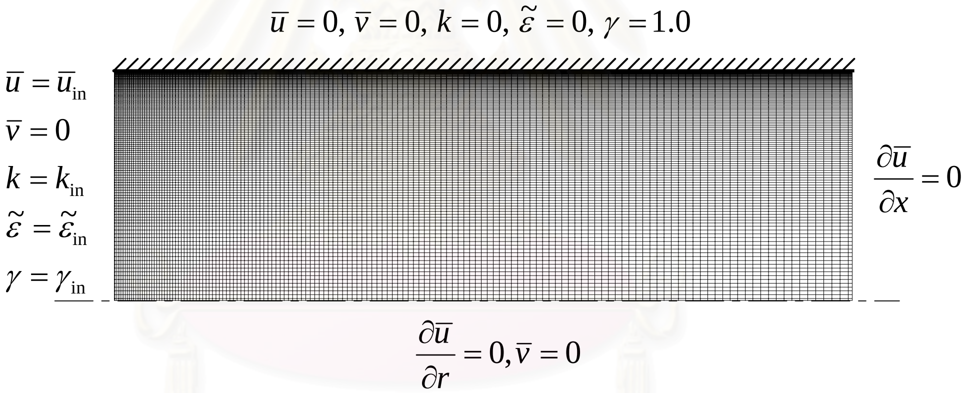
รูปที่ 5.1 ลักษณะของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ



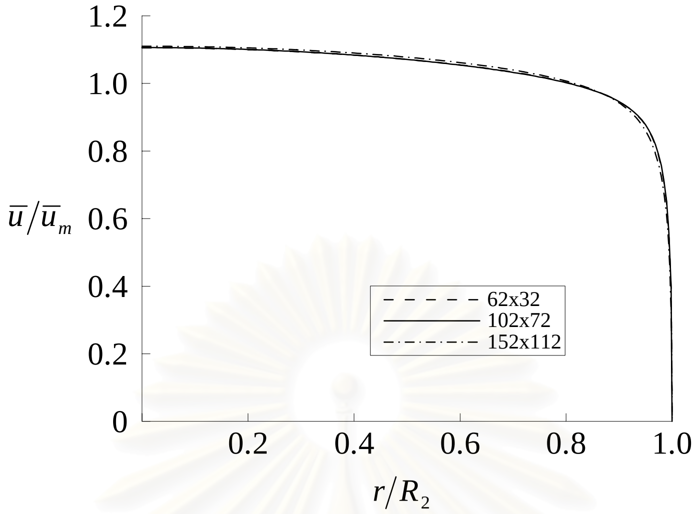
รูปที่ 5.2 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อและประยุกต์เงื่อนไขขอบ กรณีที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε ที่ขนาดกริด 102×72 (Not to scale)



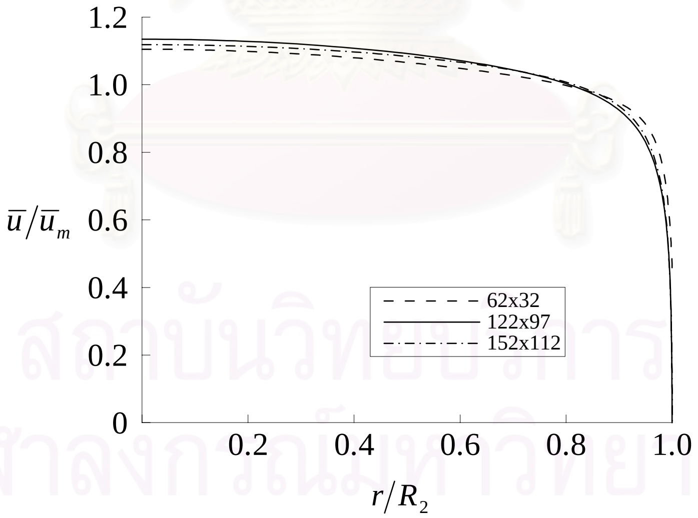
รูปที่ 5.3 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อและประยุกต์เงื่อนไขขอบ กรณีที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ ที่ขนาดกริด 122×97 (Not to scale)



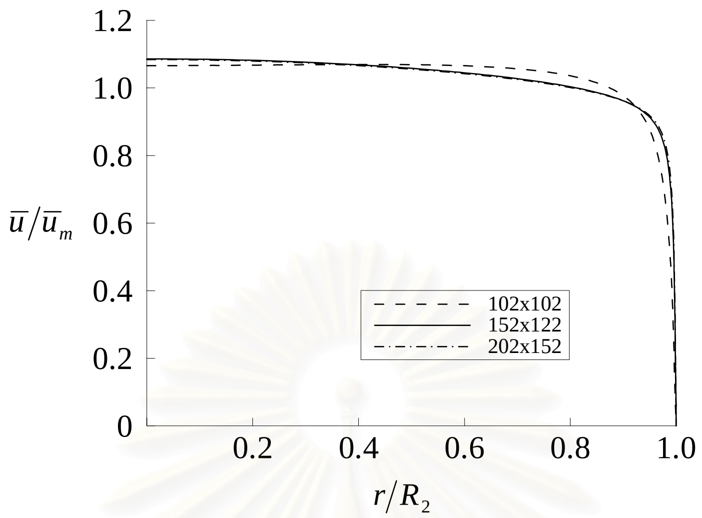
รูปที่ 5.4 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อและประยุกต์เงื่อนไขขอบ กรณีที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ที่ขนาดกริด 152×122 (Not to scale)



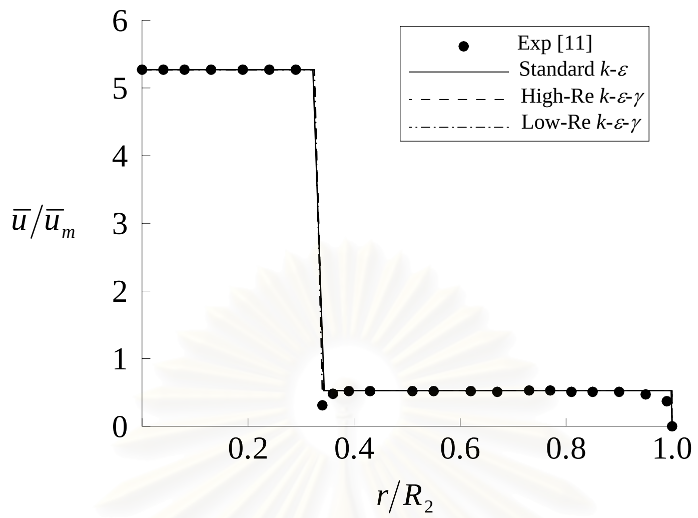
รูปที่ 5.5 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



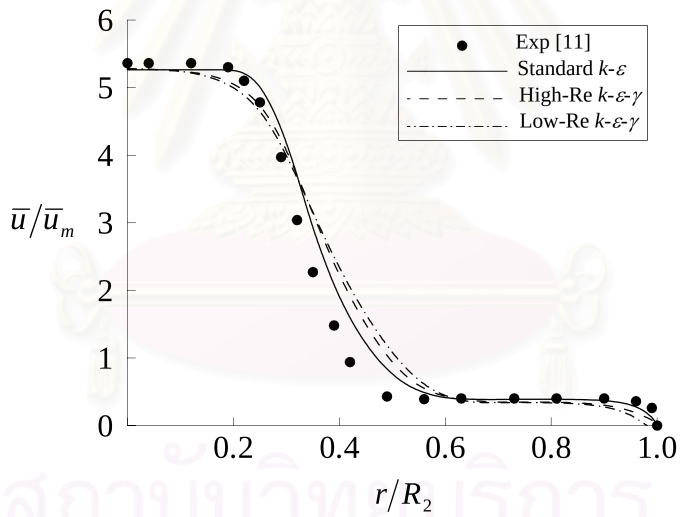
รูปที่ 5.6 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



รูปที่ 5.7 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



(a)

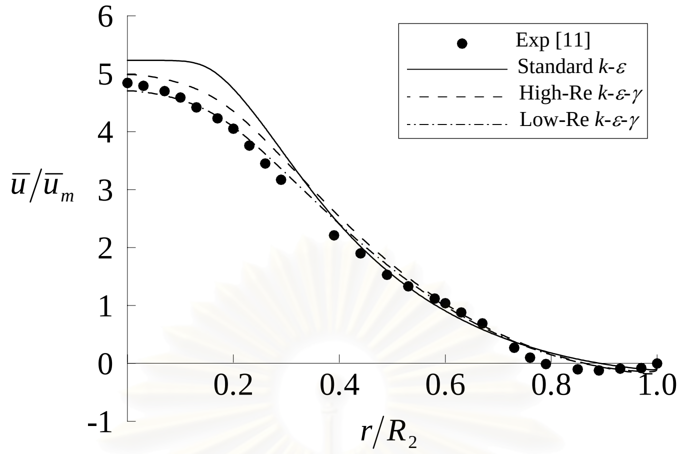


(b)

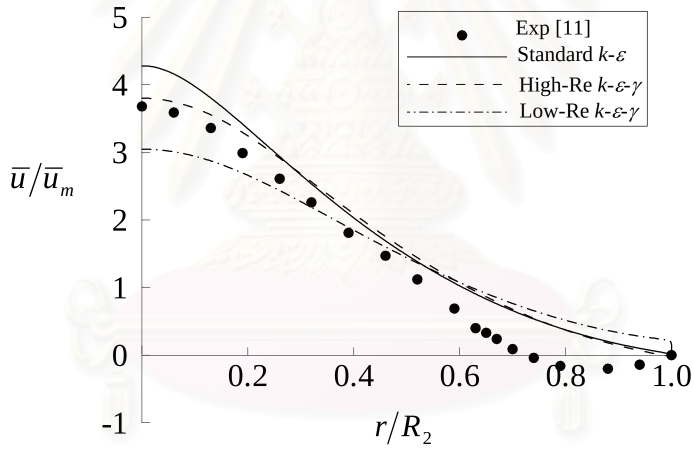
รูปที่ 5.8 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 0$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 4R_2/3$



(a)

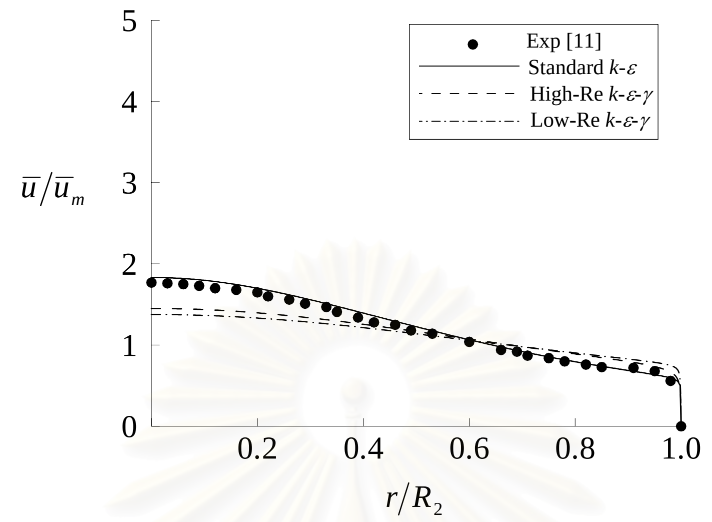


(b)

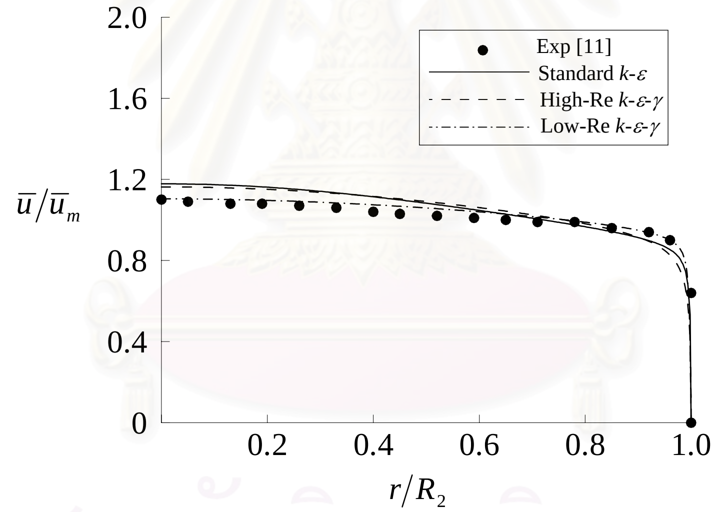
รูปที่ 5.9 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 10R_2/3$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 16R_2/3$



(a)

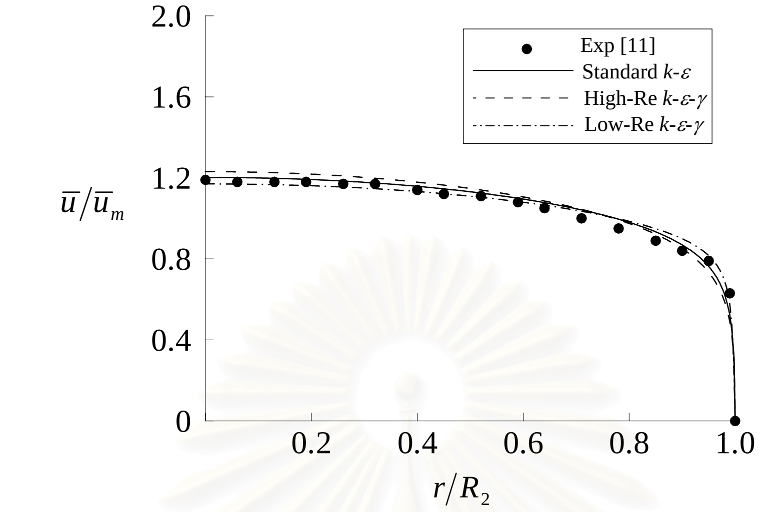


(b)

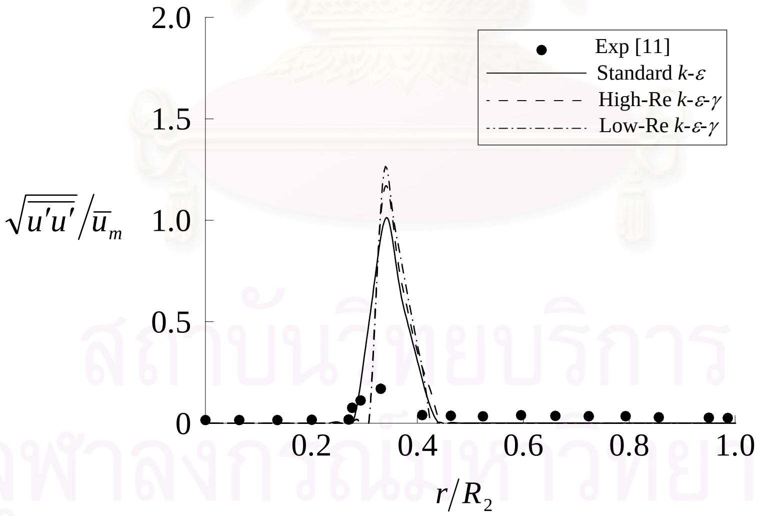
รูปที่ 5.10 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01 \times 10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 28R_2/3$

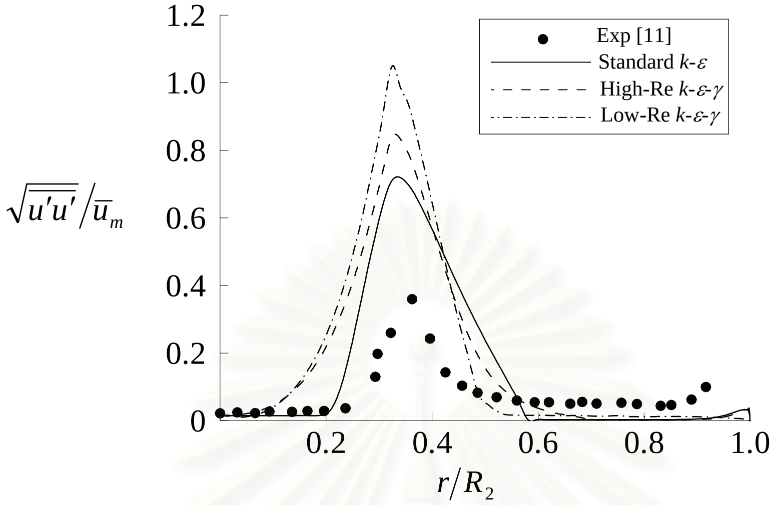
(b) ที่ตำแหน่ง $x = 40R_2/3$



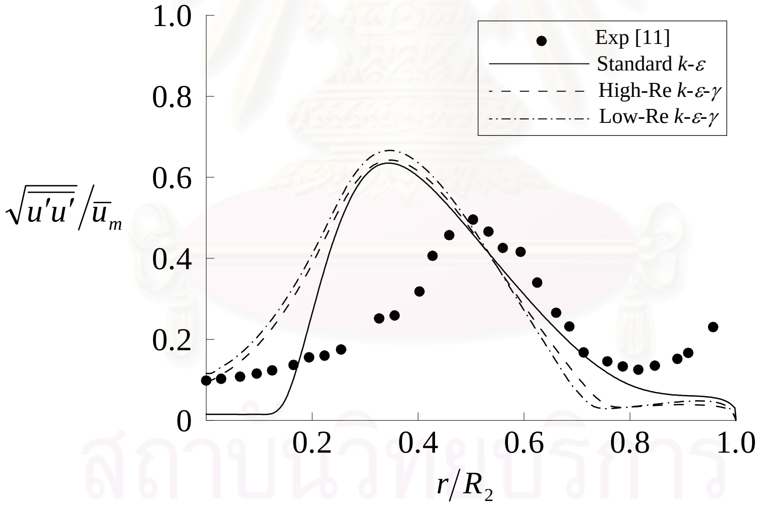
รูปที่ 5.11 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$ ที่ตำแหน่ง $x = 340\,R_2/3$



รูปที่ 5.12 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$ ที่ตำแหน่ง $x = 0$



(a)



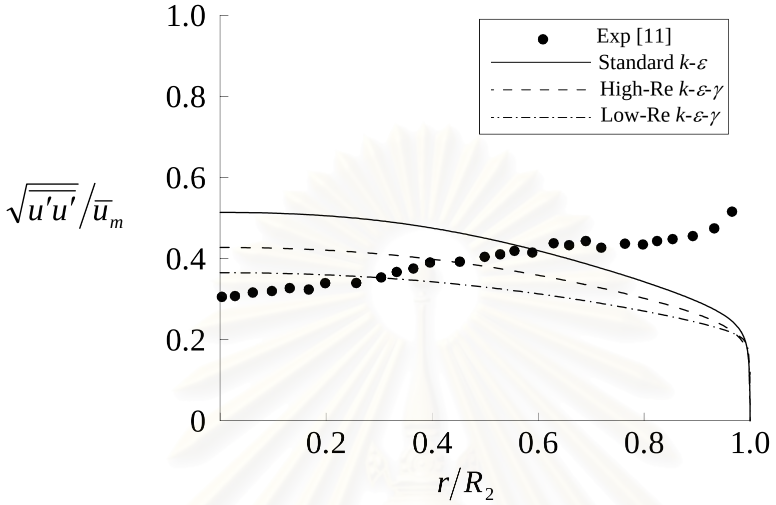
(b)

รูปที่ 5.13 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity

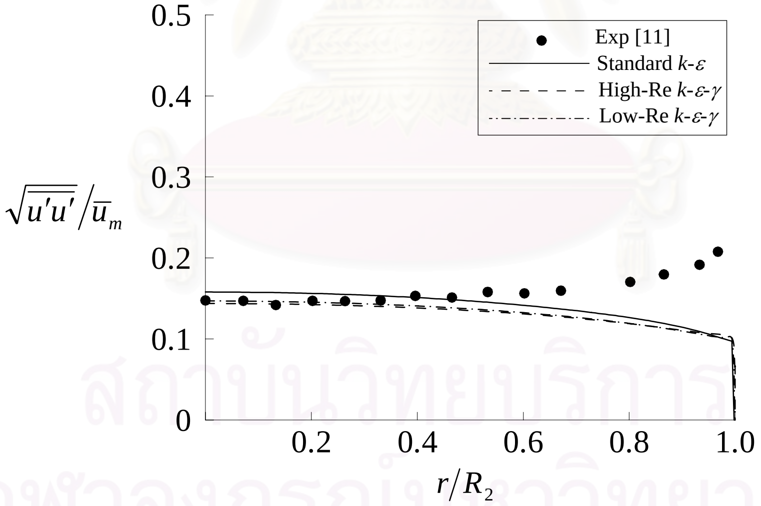
กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2/3$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2$



(a)



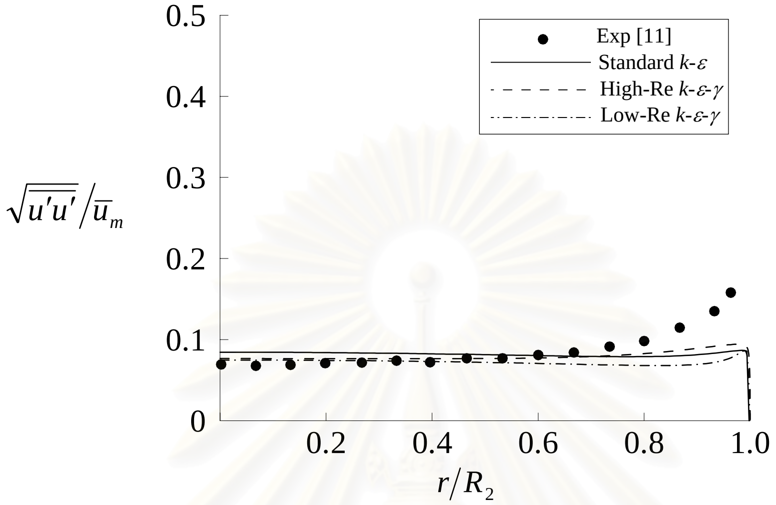
(b)

รูปที่ 5.14 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity

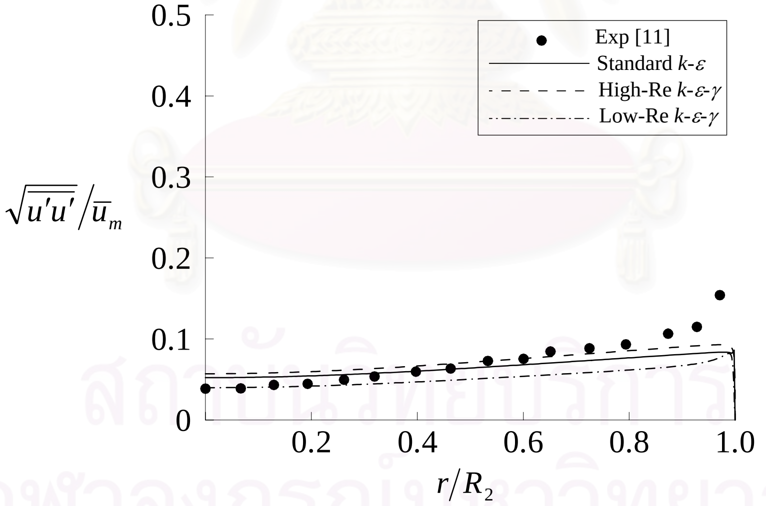
กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 10R_2$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 18R_2$



(a)



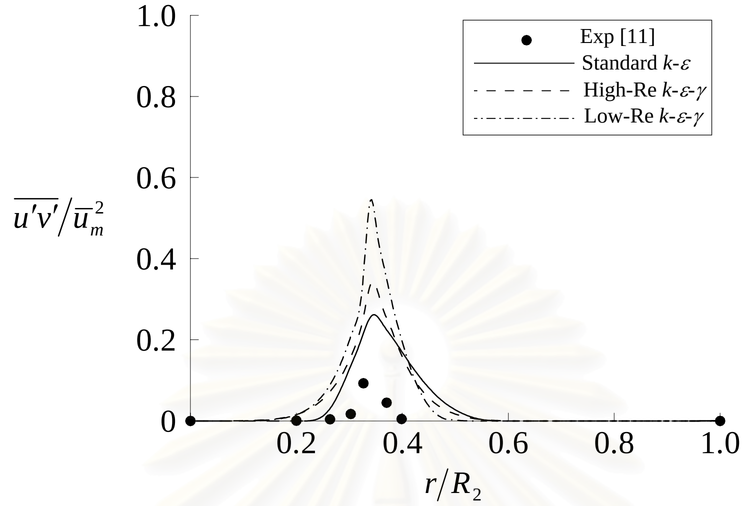
(b)

รูปที่ 5.15 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity

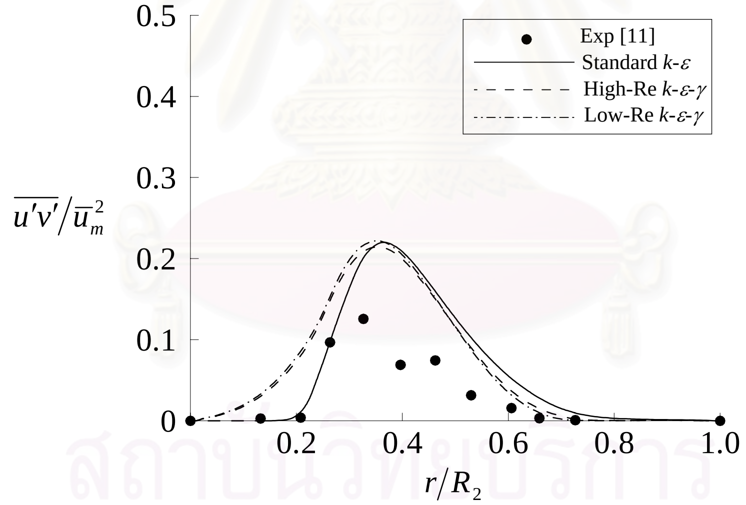
กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 30R_2$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 114R_2$



(a)

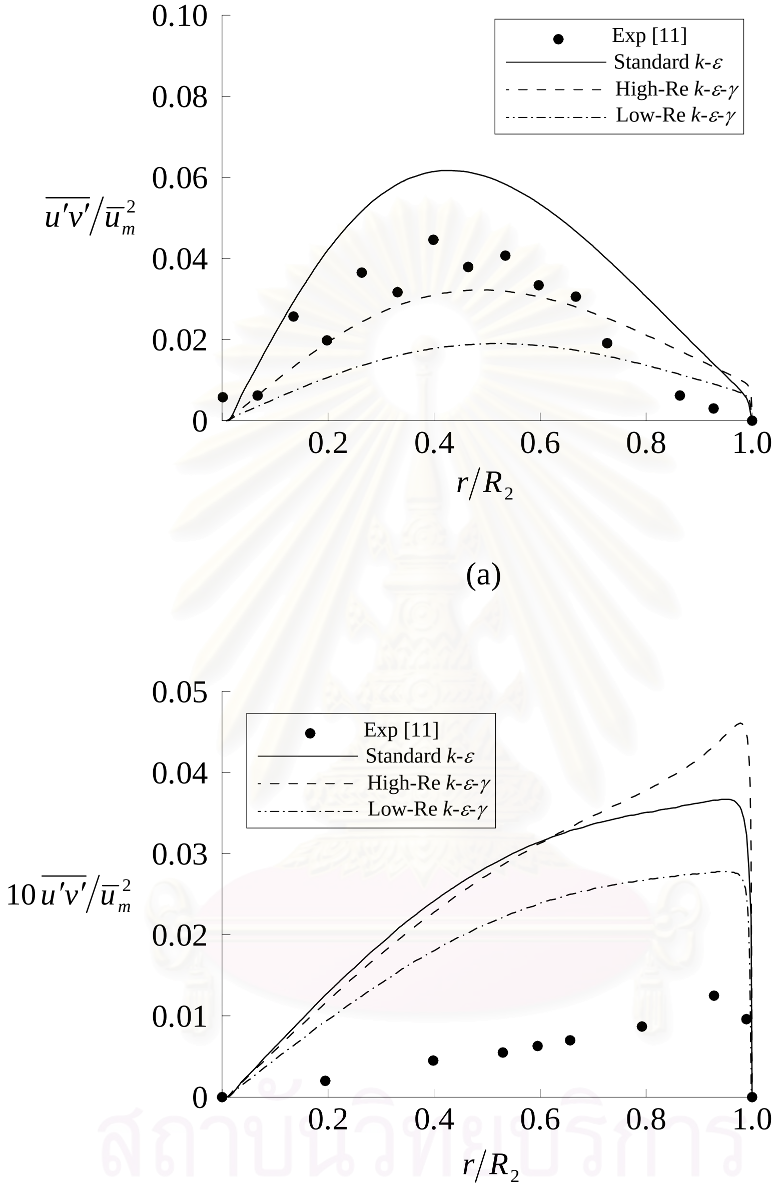


(b)

รูปที่ 5.16 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence shear stress กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2/3$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2$

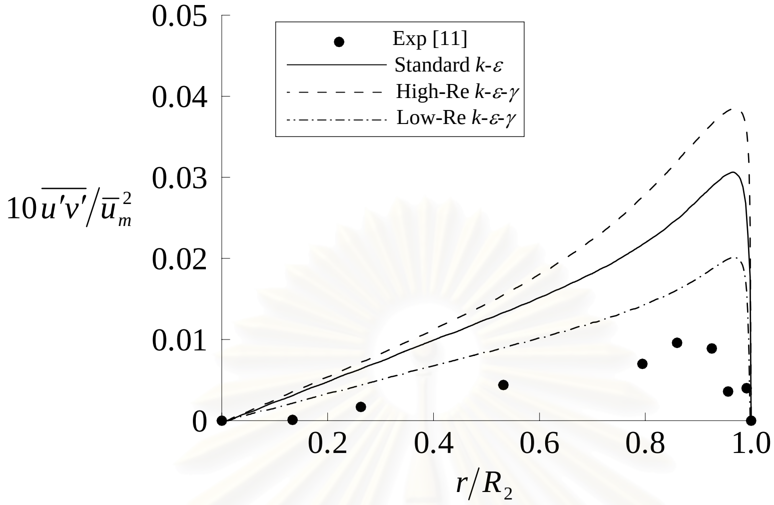


รูปที่ 5.17 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence shear stress กรณีที่

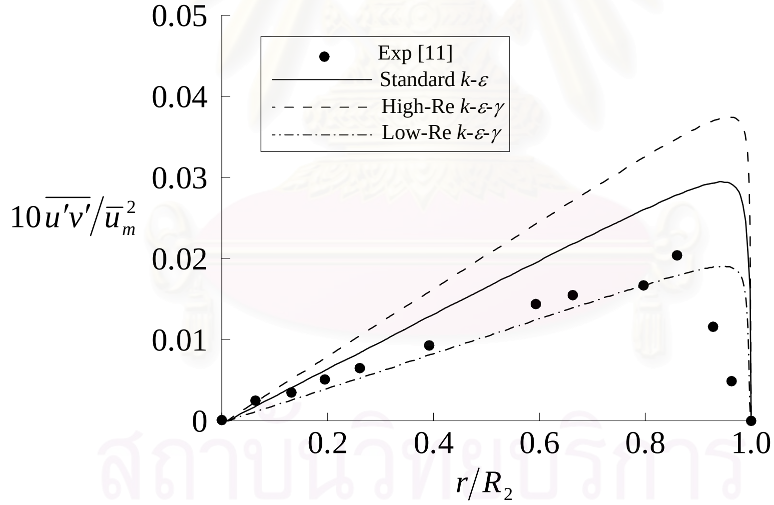
$R_2/R_1 = 3$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 10R_2$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 18R_2$



(a)

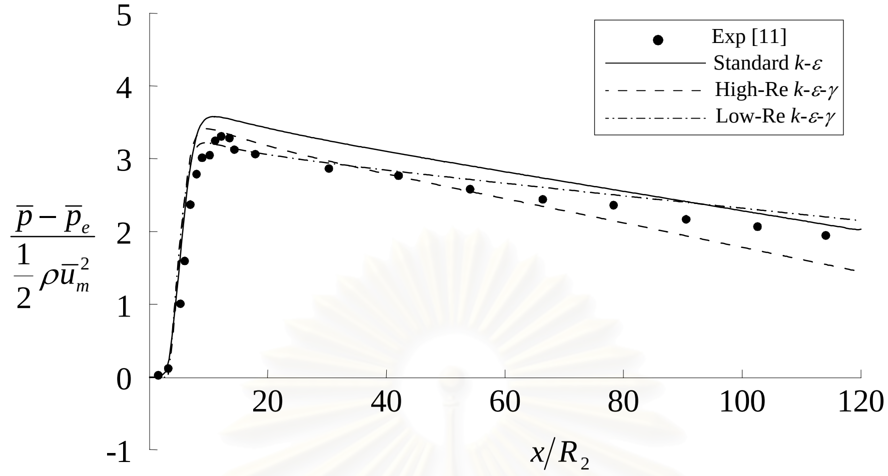


(b)

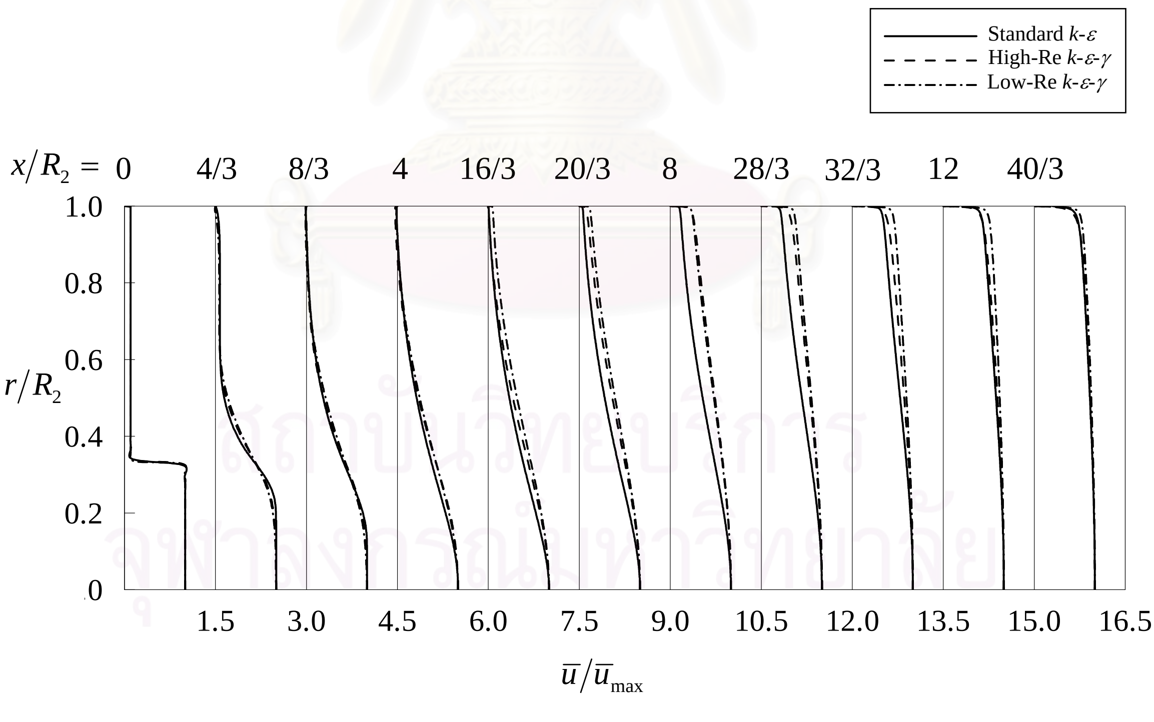
รูปที่ 5.18 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence shear stress กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 30R_2$

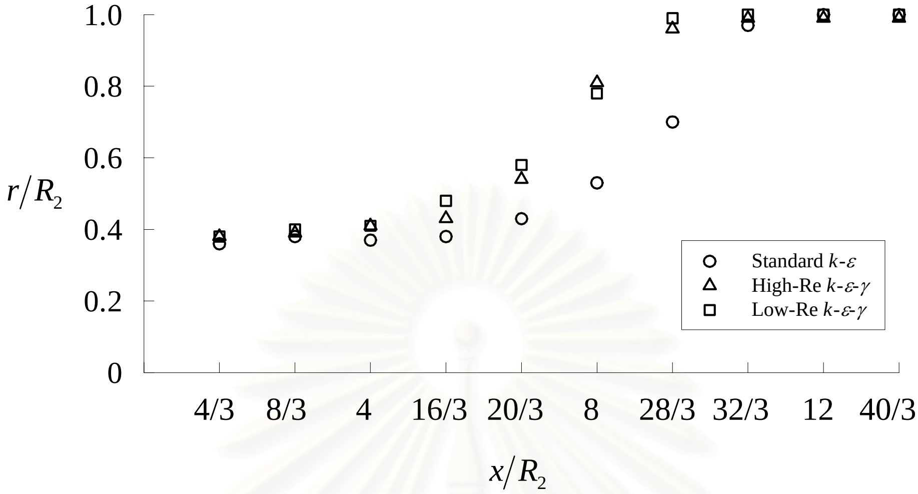
(b) ที่ตำแหน่ง $x = 114R_2$



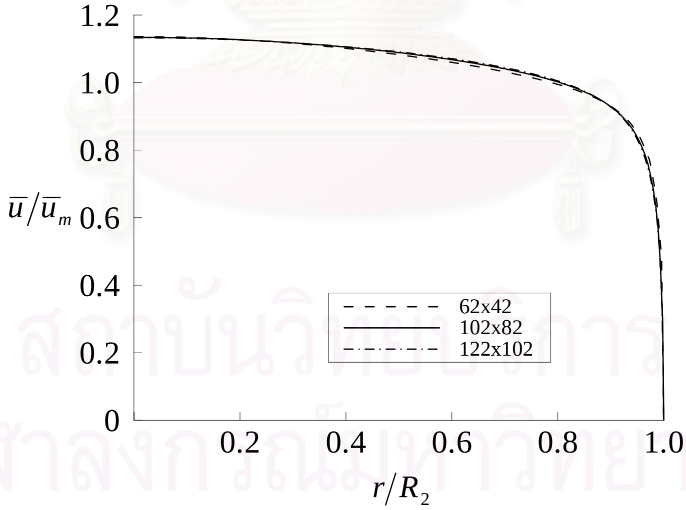
รูปที่ 5.19 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$



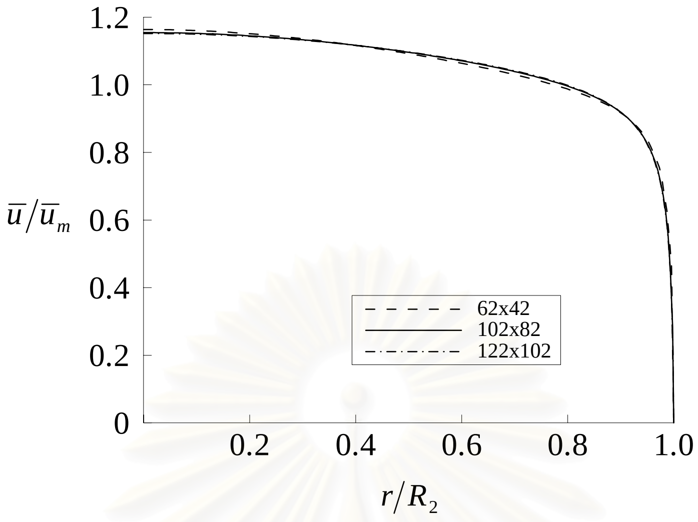
รูปที่ 5.20 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$



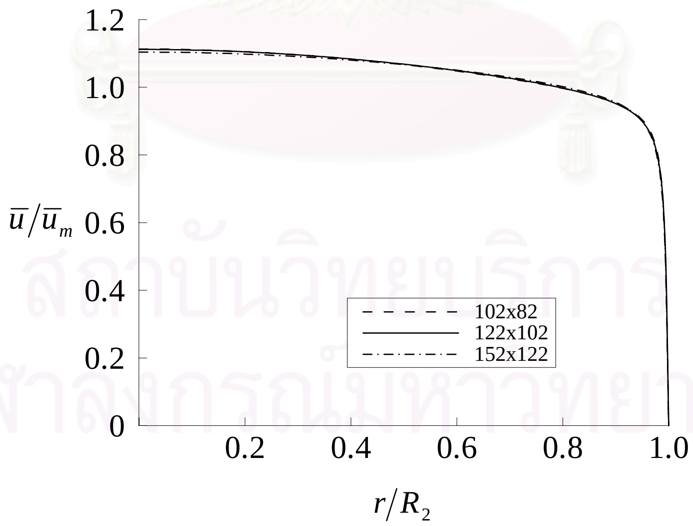
รูปที่ 5.21 ตำแหน่งที่เจ็ตมีความเร็วเท่ากับ $0.5\bar{u}/\bar{u}_{\max}$ กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 9.01\times10^4$



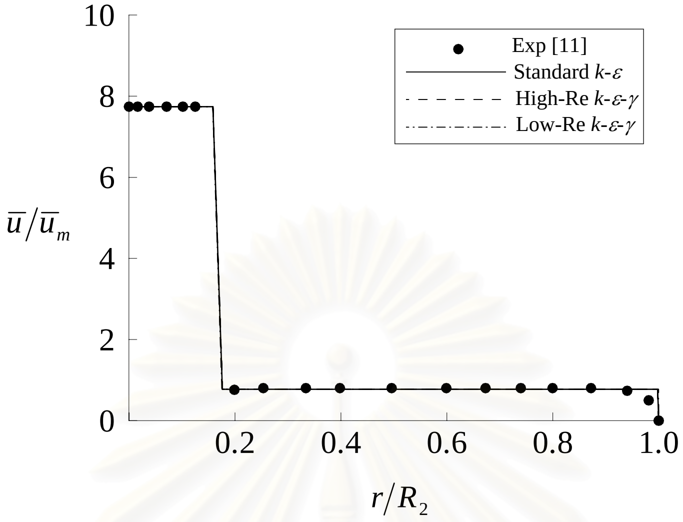
รูปที่ 5.22 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



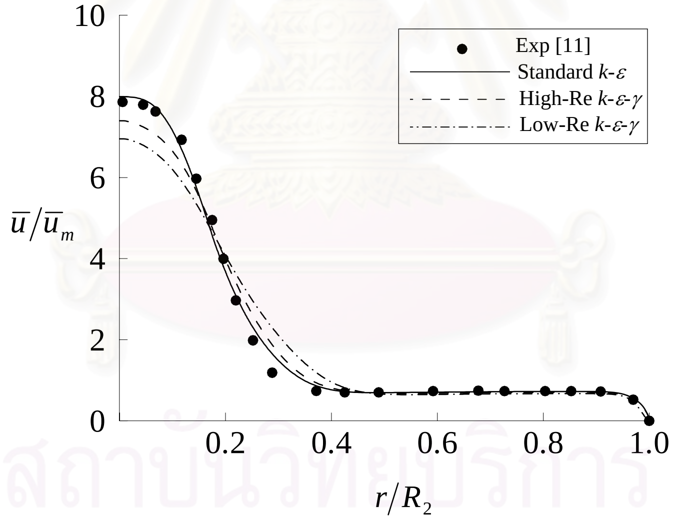
รูปที่ 5.23 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



รูปที่ 5.24 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



(a)

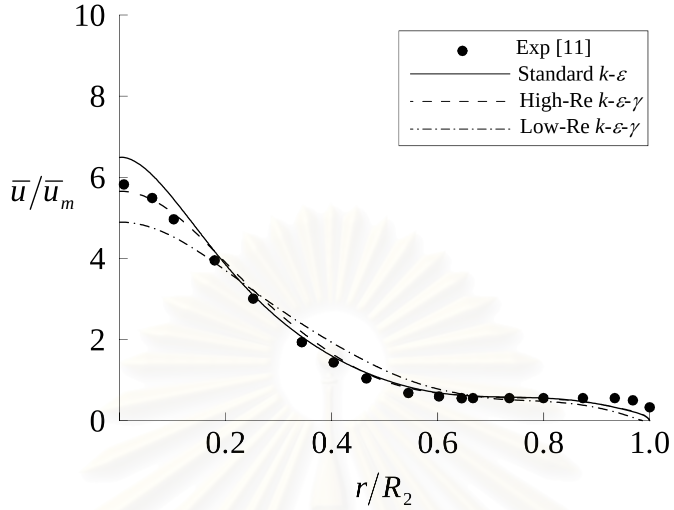


(b)

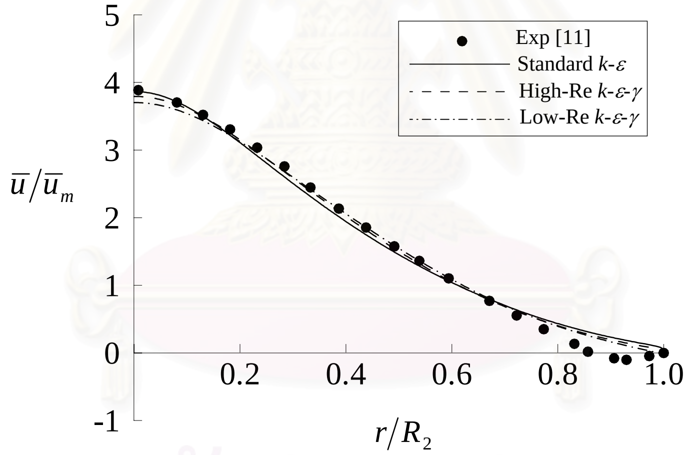
รูปที่ 5.25 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 0$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 4R_2/3$



(a)



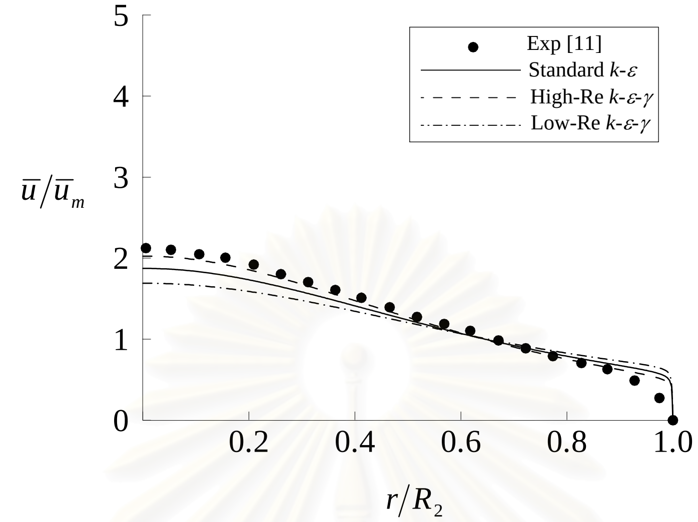
(b)

รูปที่ 5.26 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$,

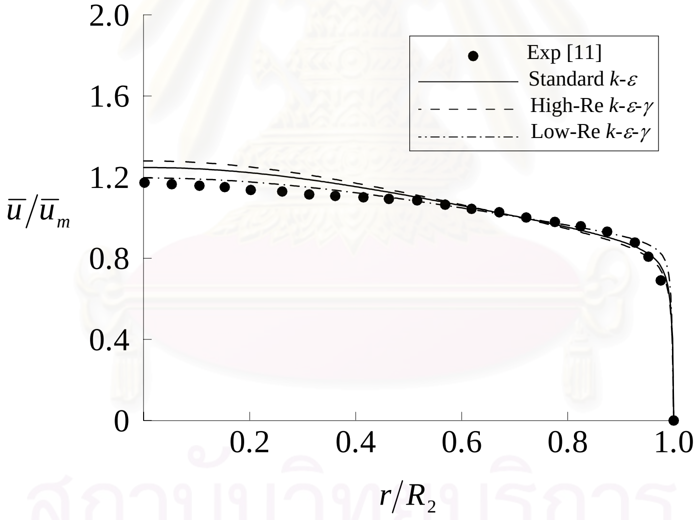
$\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 10R_2/3$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 16R_2/3$



(a)

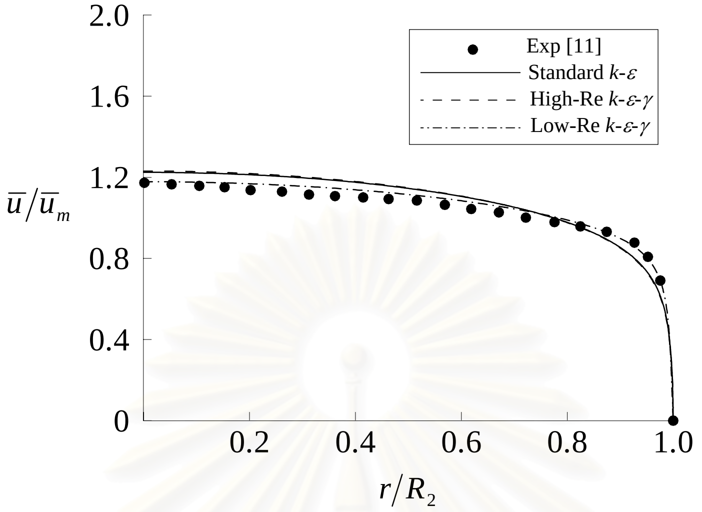


(b)

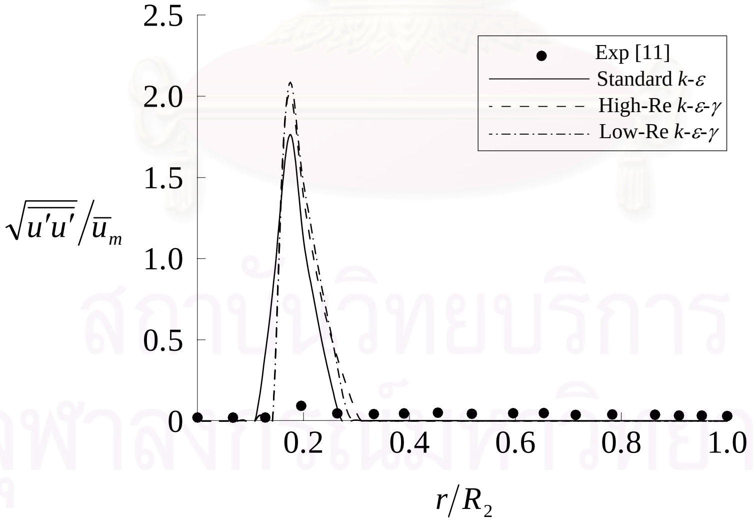
รูปที่ 5.27 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 28R_2/3$

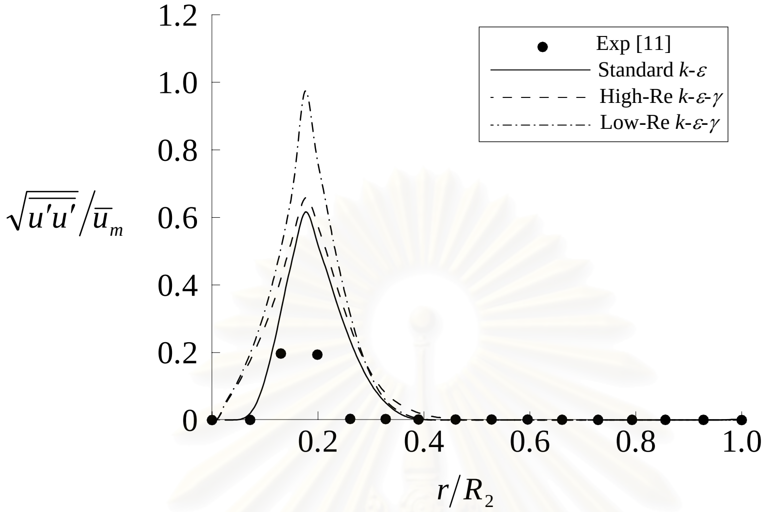
(b) ที่ตำแหน่ง $x = 40R_2/3$



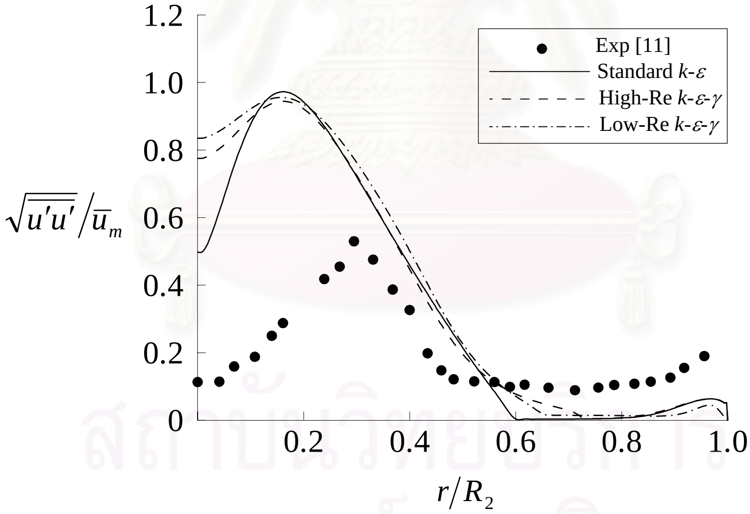
รูปที่ 5.28 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$ ที่ตำแหน่ง $x = 340\,R_2/3$



รูปที่ 5.29 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$ ที่ตำแหน่ง $x = 0$



(a)



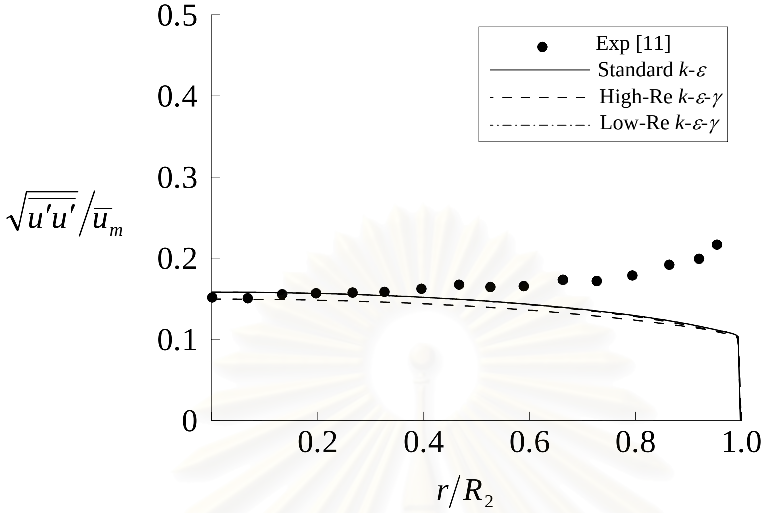
(b)

รูปที่ 5.30 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity

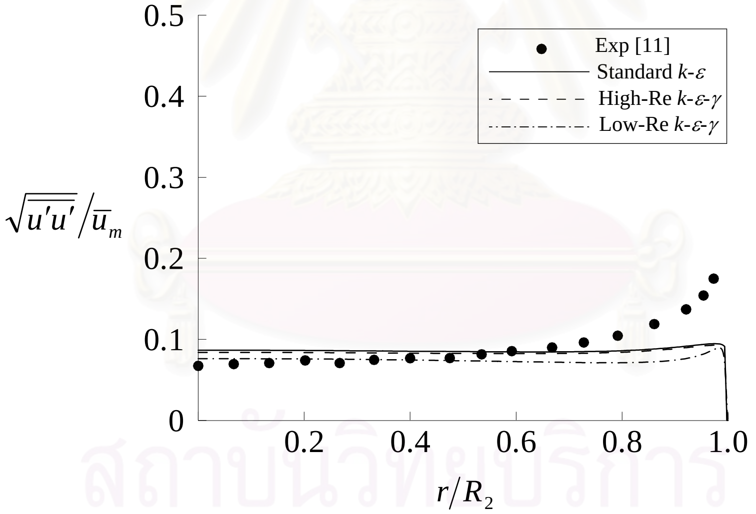
กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2/3$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2$



(a)



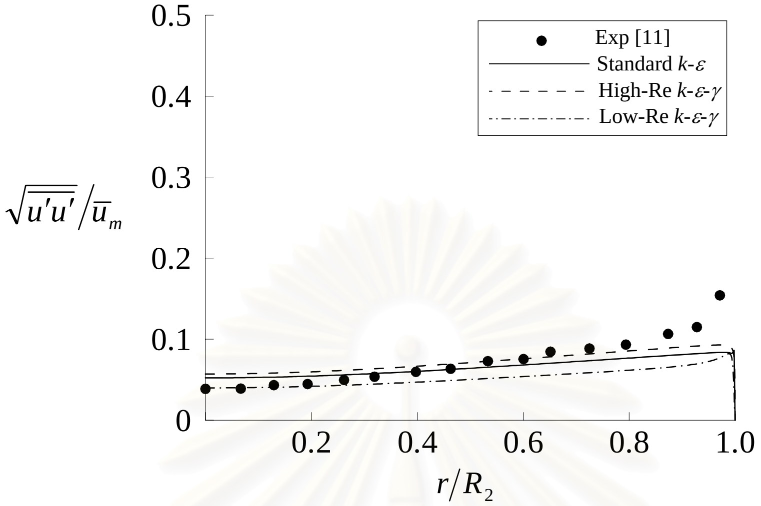
(b)

รูปที่ 5.31 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity

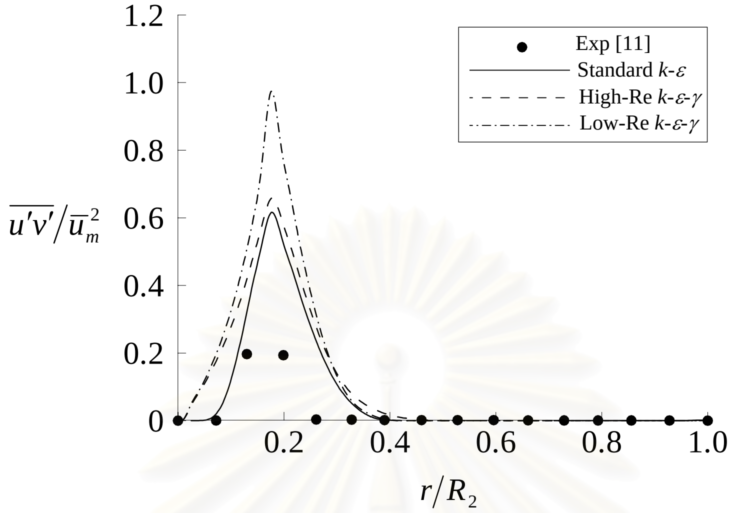
กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 18R_2$

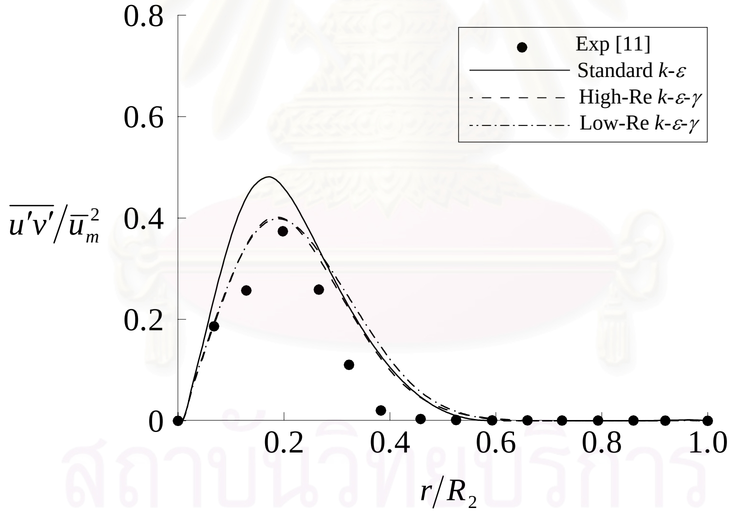
(b) ที่ตำแหน่ง $x = 30R_2$



รูปที่ 5.32 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Axial turbulence intensity กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$ ที่ตำแหน่ง $x = 114R_2$

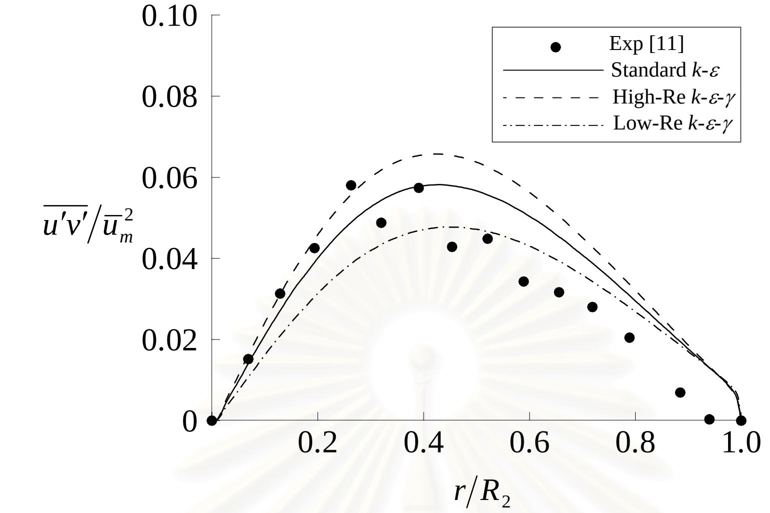


(a)

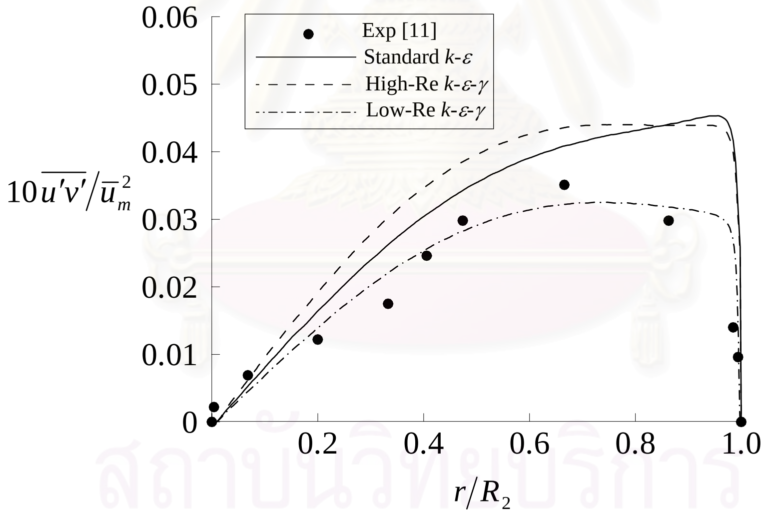


(b)

รูปที่ 5.33 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence shear stress
กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$
(a) ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2/3$
(b) ที่ตำแหน่ง $x = 2R_2$



(a)



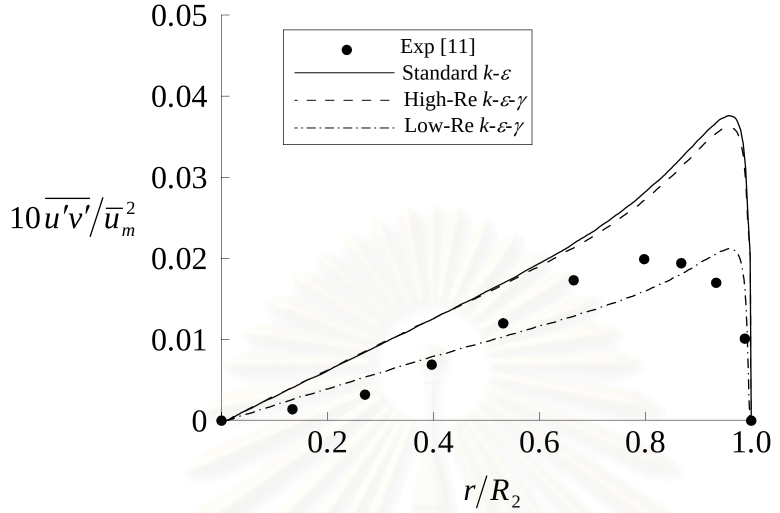
(b)

รูปที่ 5.34 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence shear stress

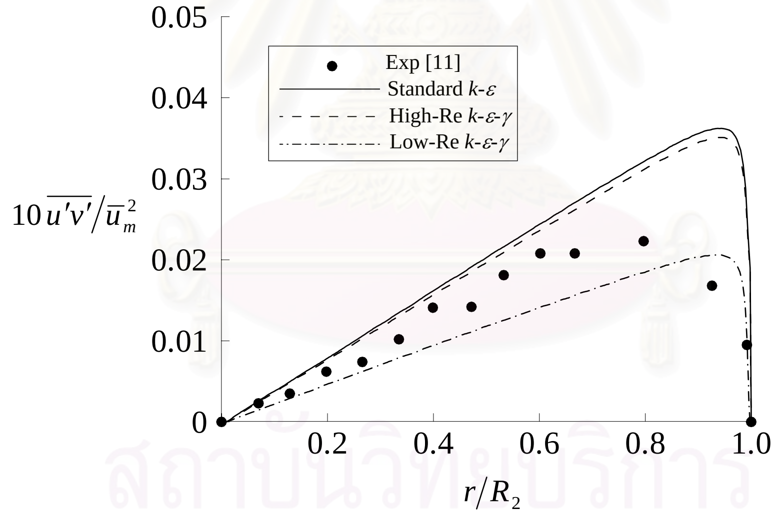
กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 10R_2$

(b) ที่ตำแหน่ง $x = 18R_2$



(a)



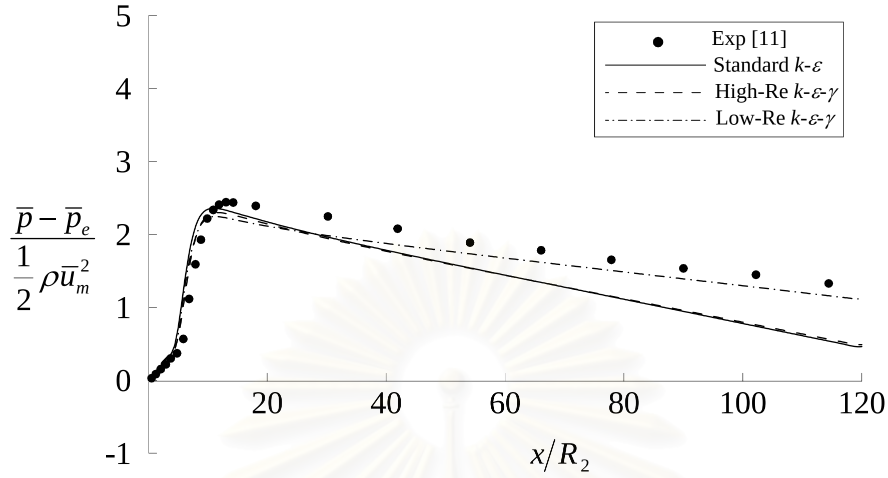
(b)

รูปที่ 5.35 ลักษณะการกระจายตัวของค่า Turbulence shear stress

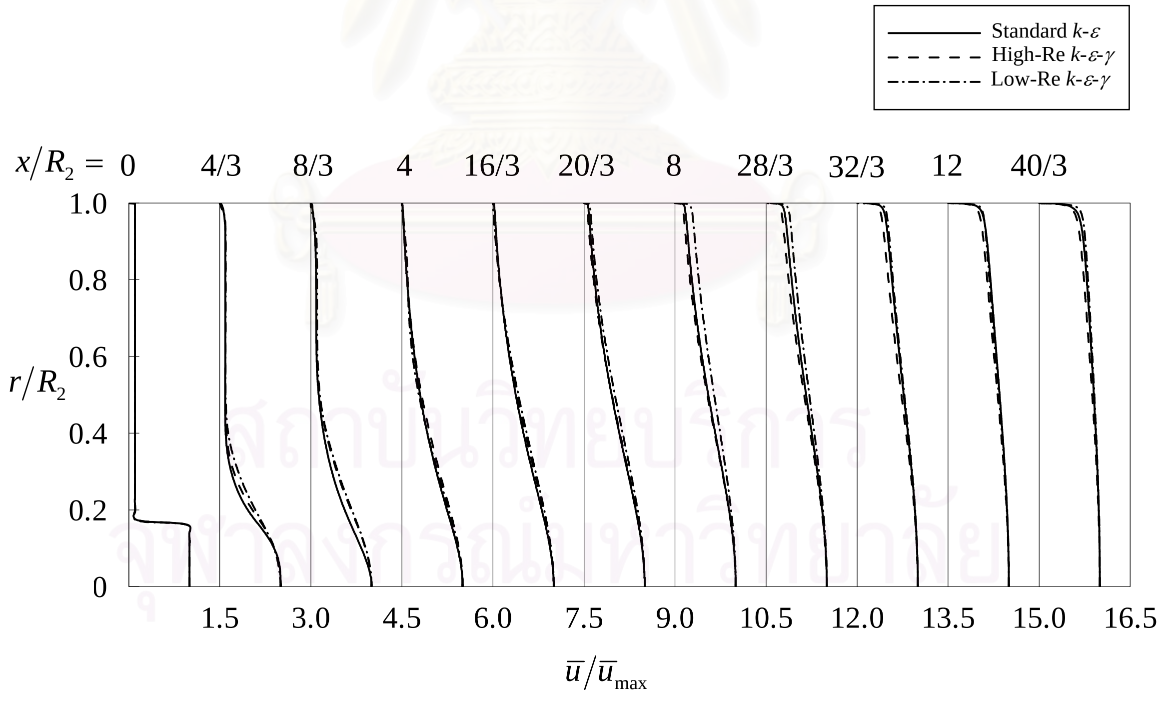
กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$

(a) ที่ตำแหน่ง $x = 30R_2$

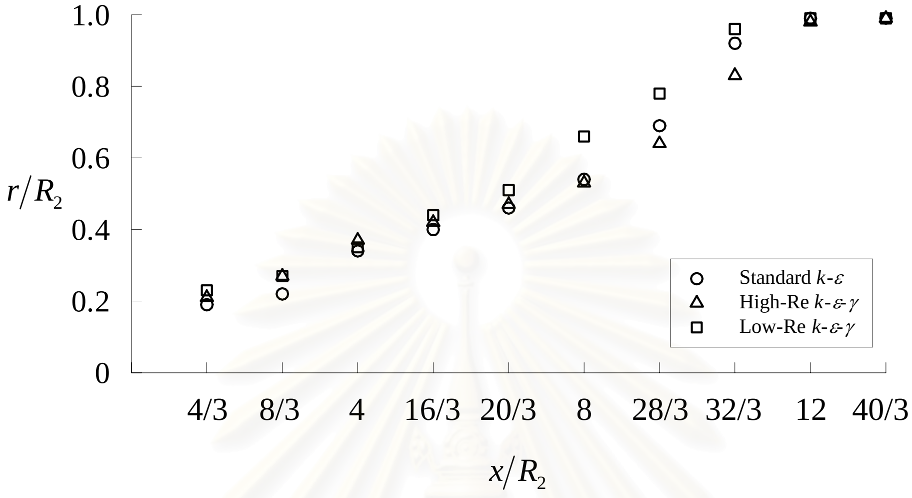
(b) ที่ตำแหน่ง $x = 114R_2$



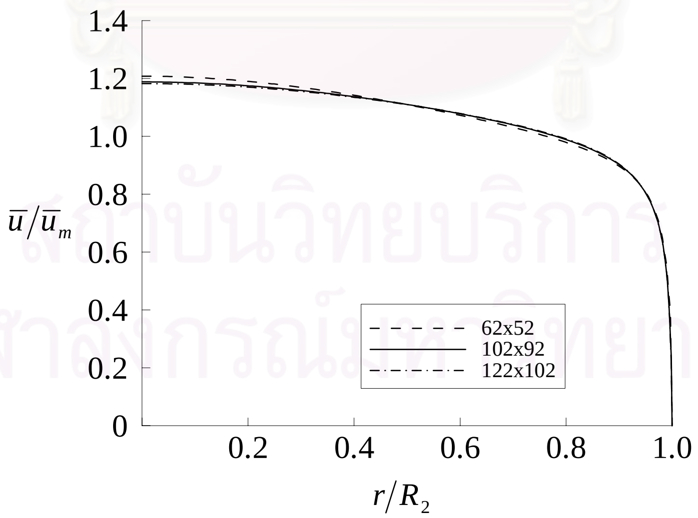
รูปที่ 5.36 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$ $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$



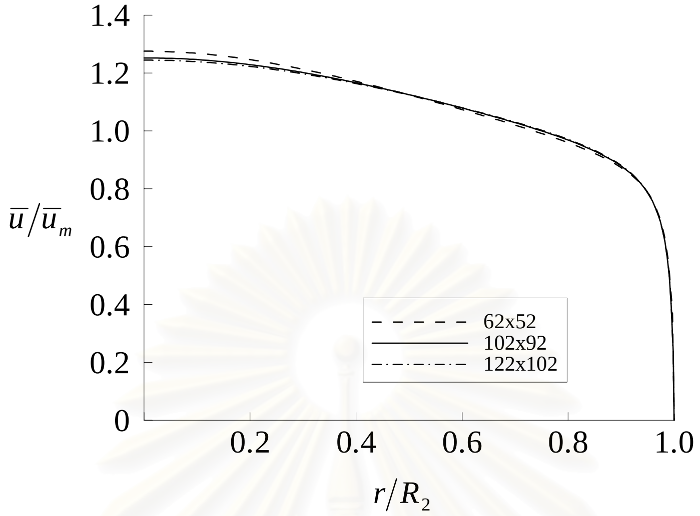
รูปที่ 5.37 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$



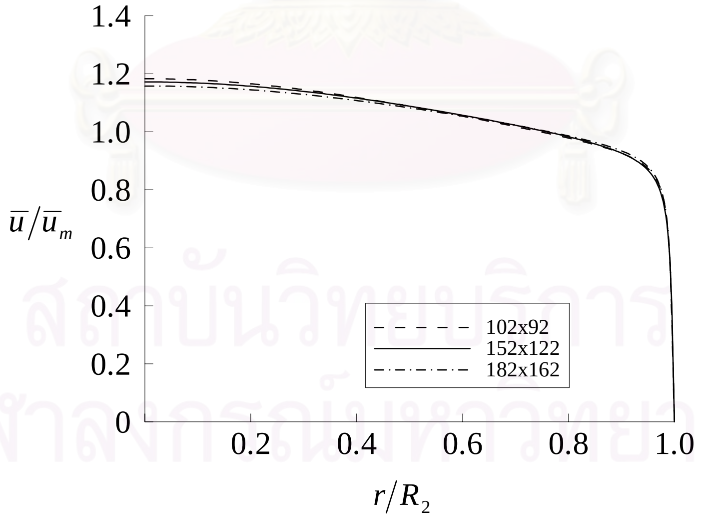
รูปที่ 5.38 ตำแหน่งที่เจ็ตมีความเร็วเท่ากับ $0.5\bar{u}/\bar{u}_{\max}$ กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 5.63\times10^4$



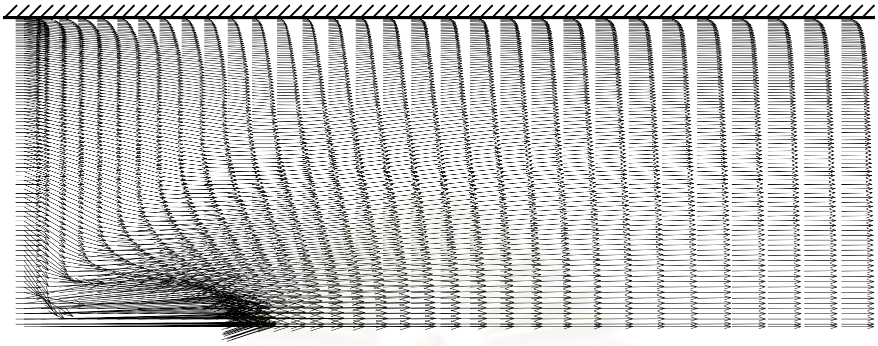
รูปที่ 5.39 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



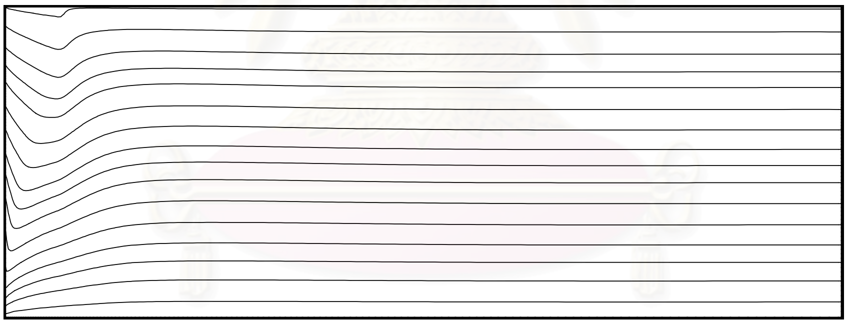
รูปที่ 5.40 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re *k*-ε-γ



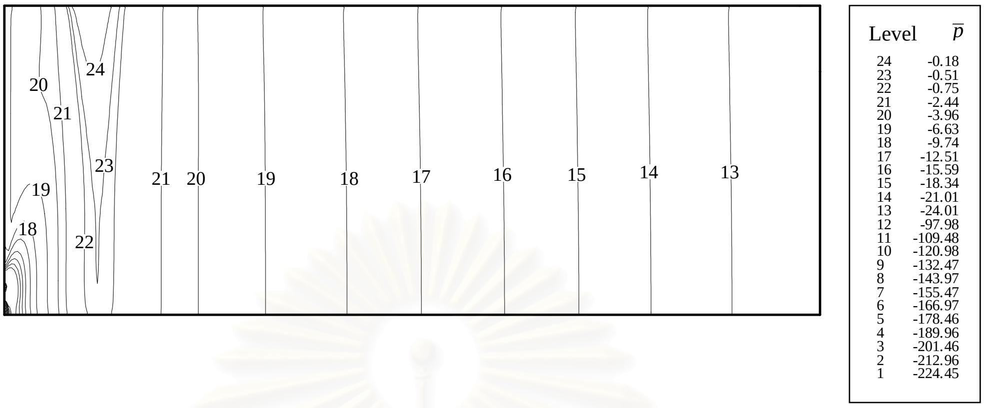
รูปที่ 5.41 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 15R_2$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re *k*-ε-γ



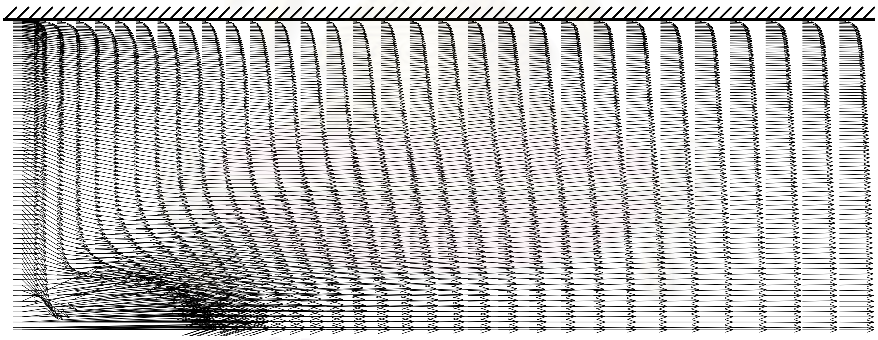
รูปที่ 5.42 เวกเตอร์ความเร็วของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79 \times 10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



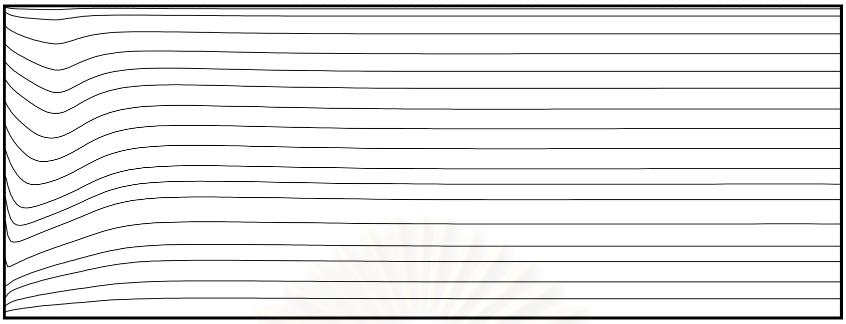
รูปที่ 5.43 เส้นกระแสการไหลของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79 \times 10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



รูปที่ 5.44 ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79 \times 10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε

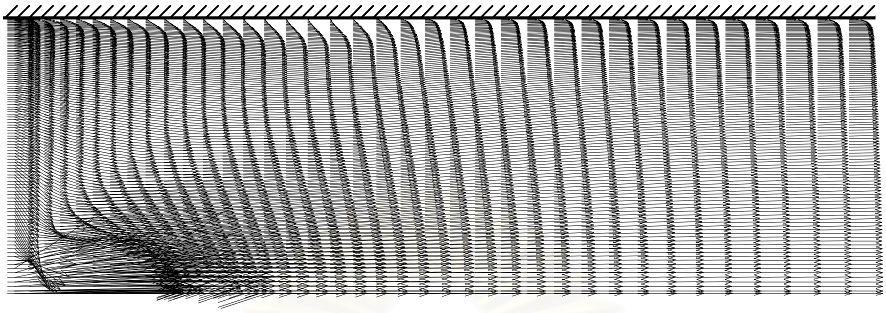


รูปที่ 5.45 เวกเตอร์ความเร็วของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79 \times 10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ

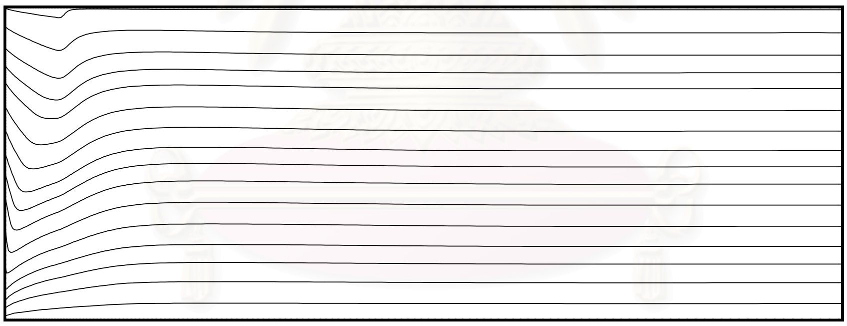


รูปที่ 5.46 เส้นกระแสการไหลของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79 \times 10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re *k*-ε-γ

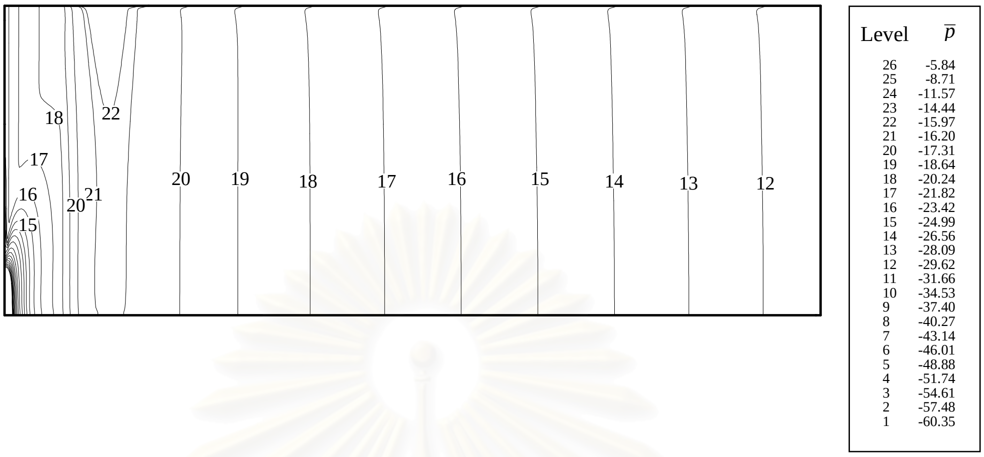
รูปที่ 5.47 ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79 \times 10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re *k*-ε-γ



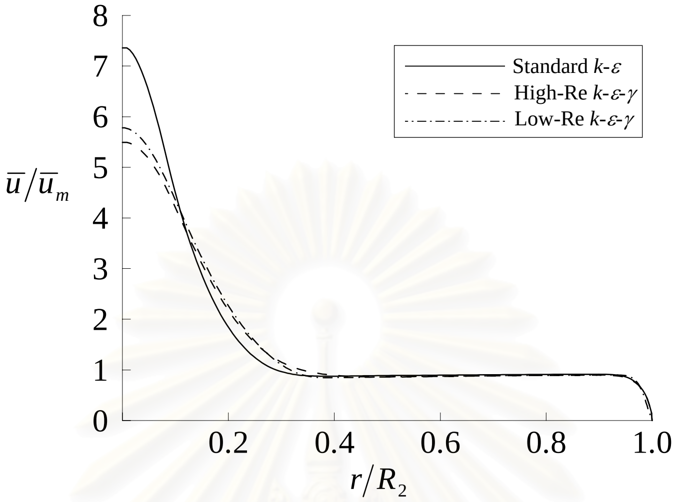
รูปที่ 5.48 เวกเตอร์ความเร็วของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



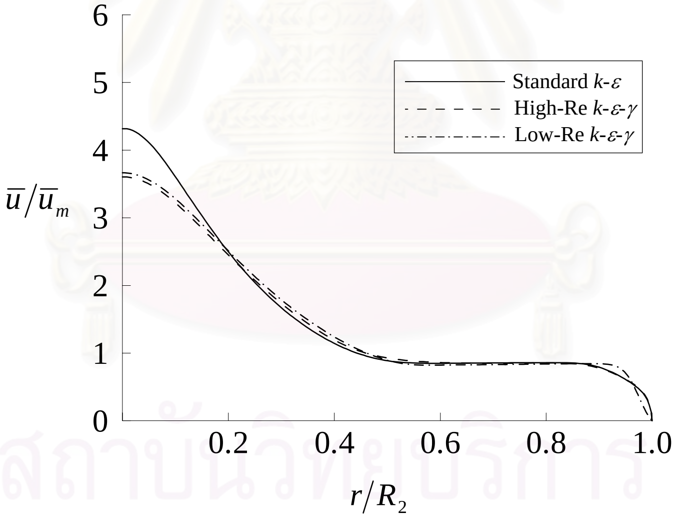
รูปที่ 5.49 เส้นกระแสการไหลของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



รูปที่ 5.50 ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลของ Confined coflow jet ในท่อ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ ($\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



(a)

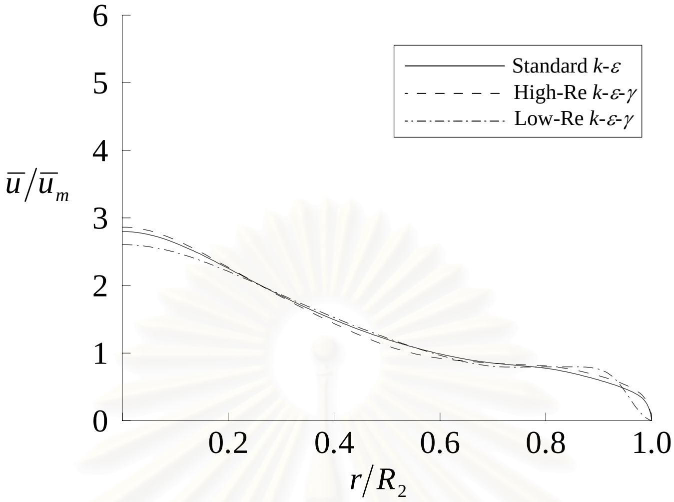


(b)

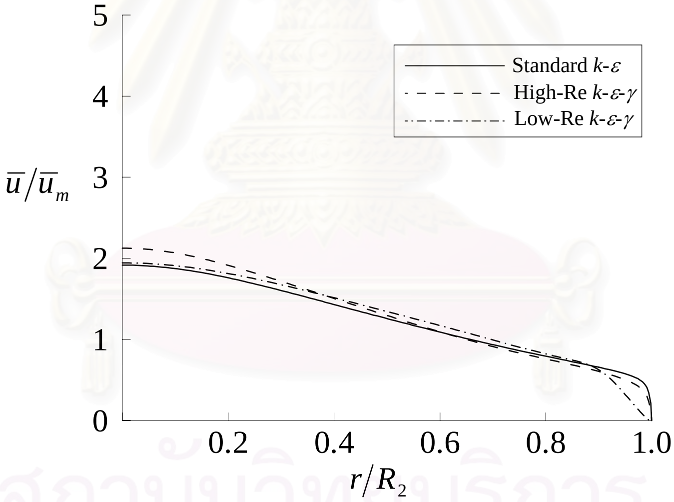
รูปที่ 5.51 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79 \times 10^4$

a) ที่ตำแหน่ง $x = 4R_2/3$

b) ที่ตำแหน่ง $x = 10\,R_2/3$



(a)



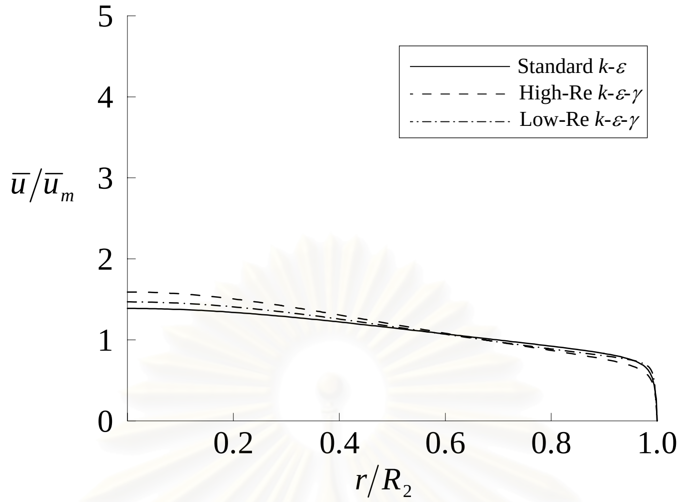
(b)

รูปที่ 5.52 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$

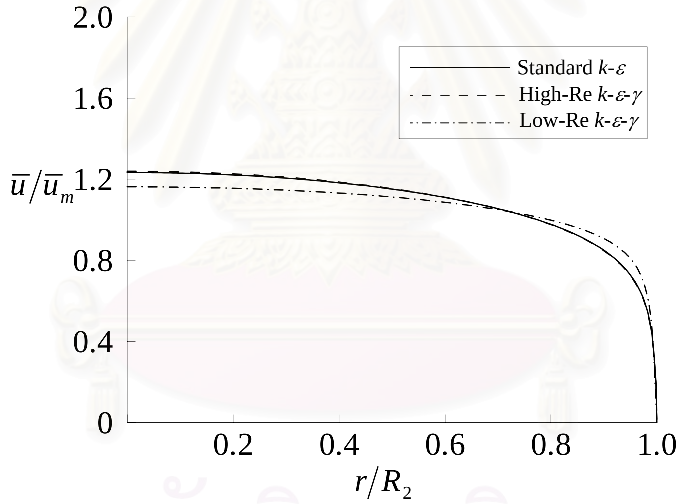
และ $\mathrm{Re} = 4.79 \times 10^4$

a) ที่ตำแหน่ง $x = 16R_2/3$

b) ที่ตำแหน่ง $x = 28\,R_2/3$



(a)

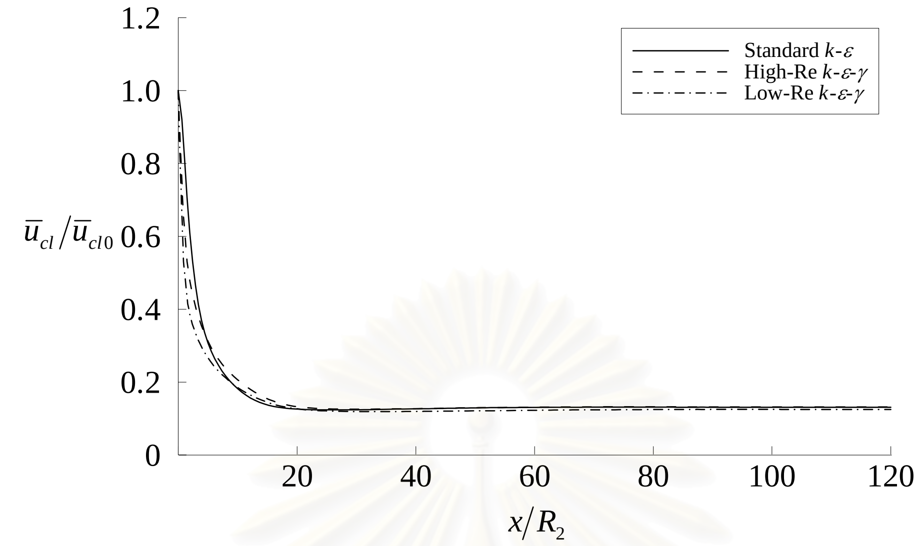


(b)

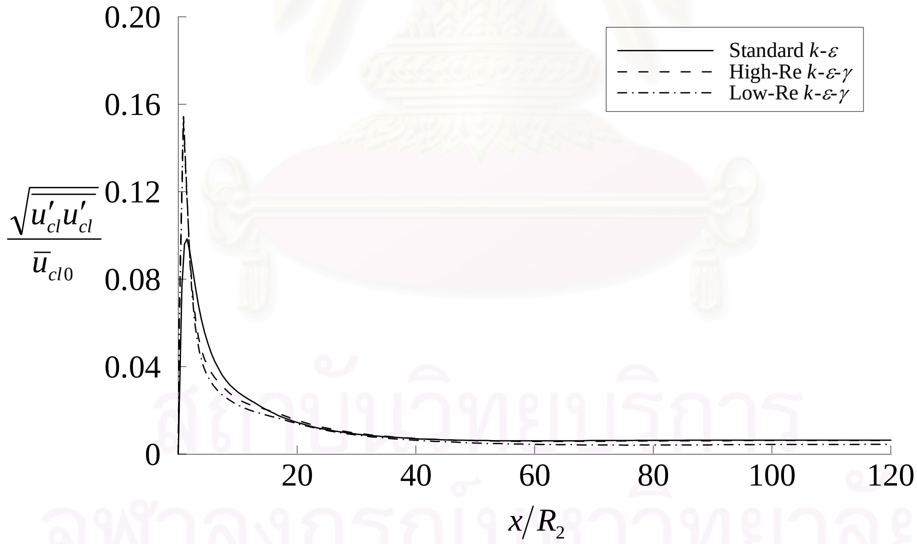
รูปที่ 5.53 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$

a) ที่ตำแหน่ง $x = 40R_2/3$

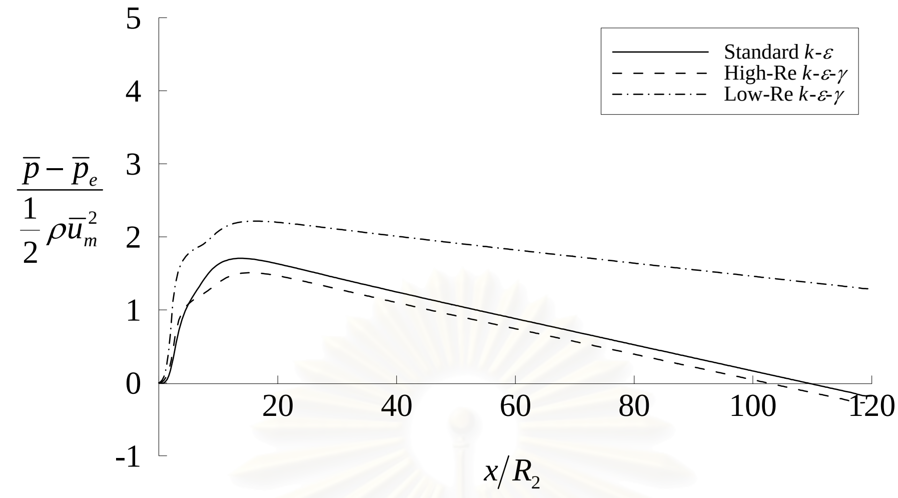
b) ที่ตำแหน่ง $x = 340\,R_2/3$



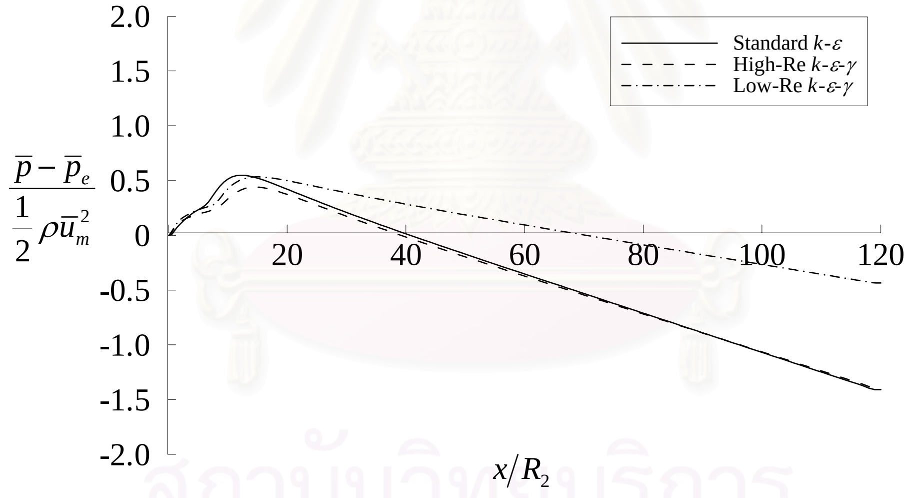
รูปที่ 5.54 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 12$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$



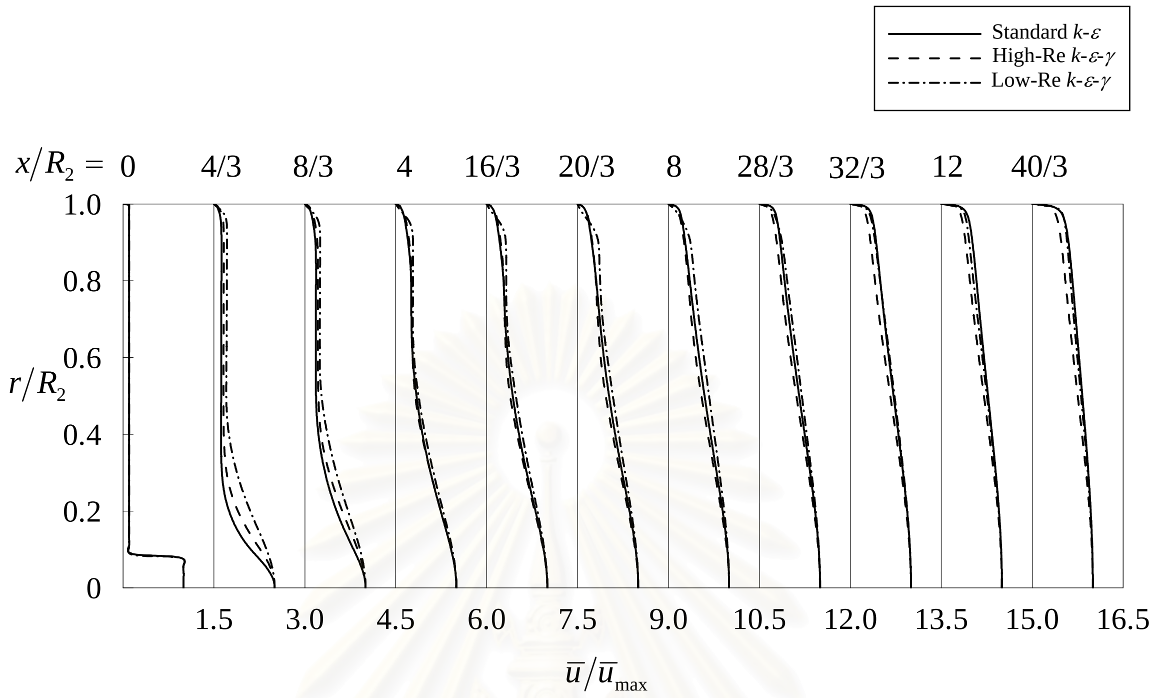
รูปที่ 5.55 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 12$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$



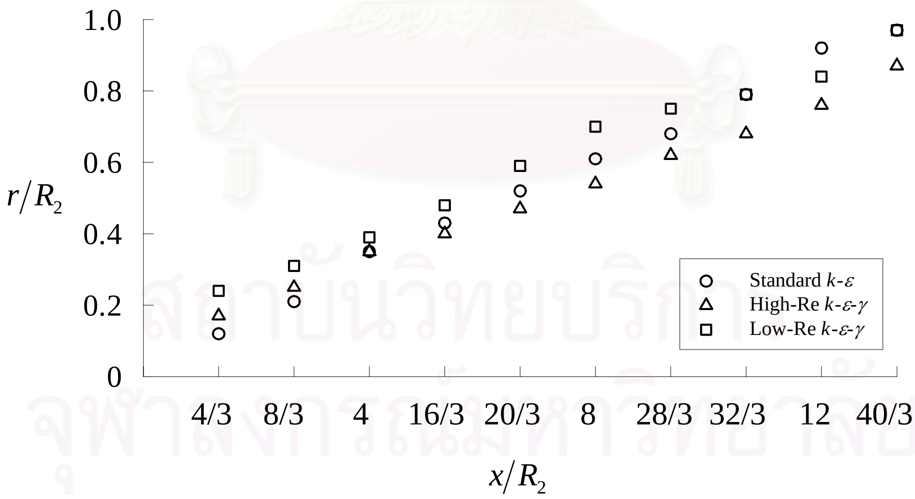
รูปที่ 5.56 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 12$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$



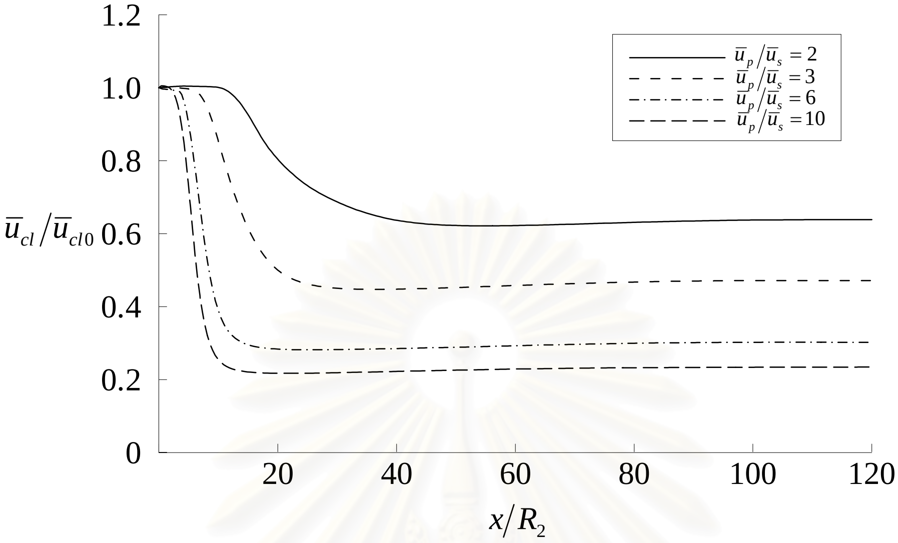
รูปที่ 5.57 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณี $R_2/R_1 = 12$, $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$



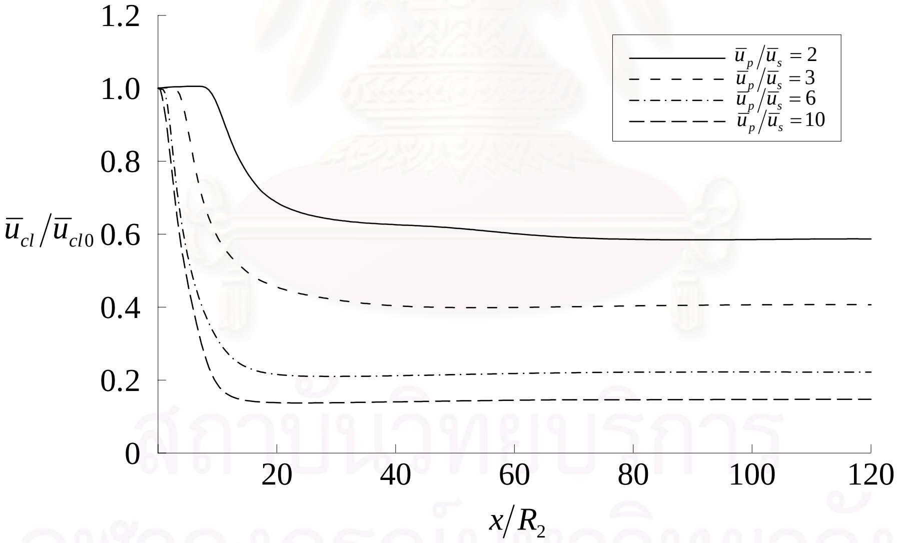
รูปที่ 5.58 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$



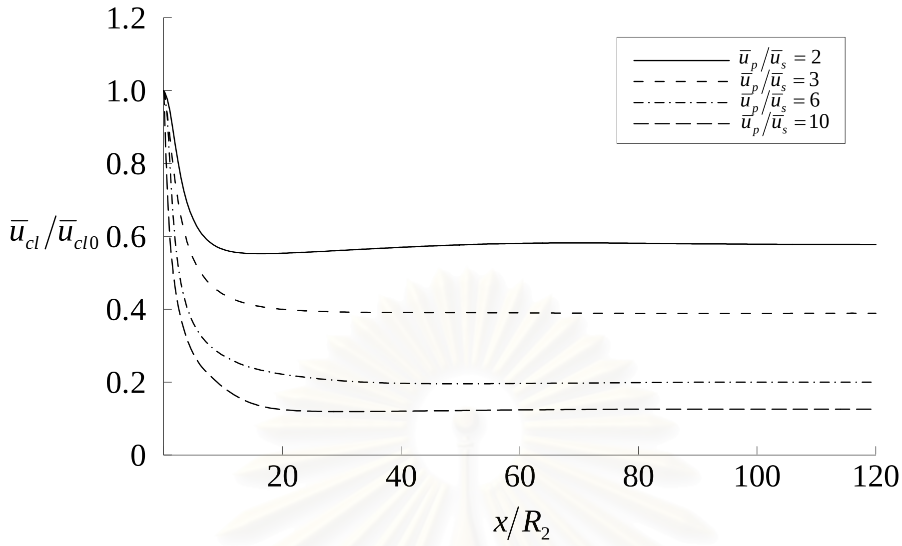
รูปที่ 5.59 ตำแหน่งที่เจ็ตมีความเร็วเท่ากับ $0.5\bar{u}/\bar{u}_{\max}$ กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$, $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$ และ $\mathrm{Re} = 4.79\times10^4$



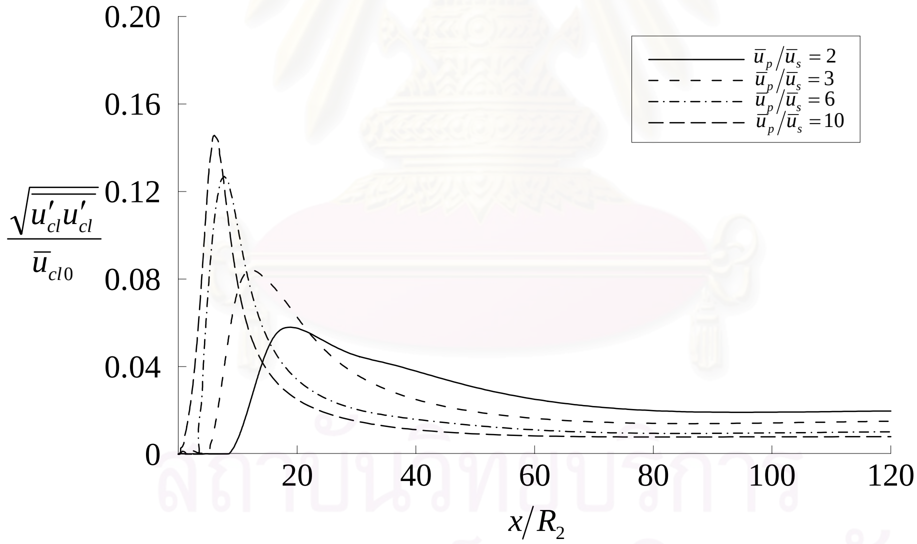
รูปที่ 5.60 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 3$



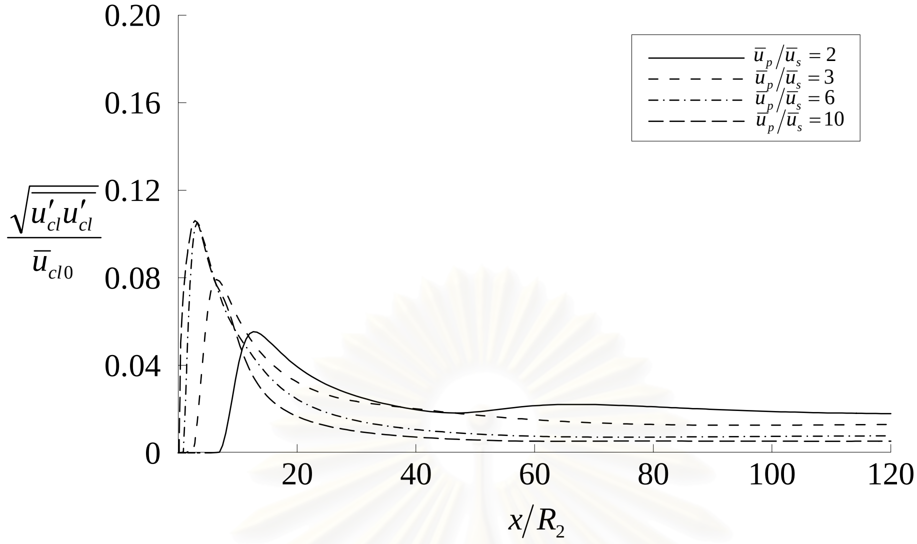
รูปที่ 5.61 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 6$



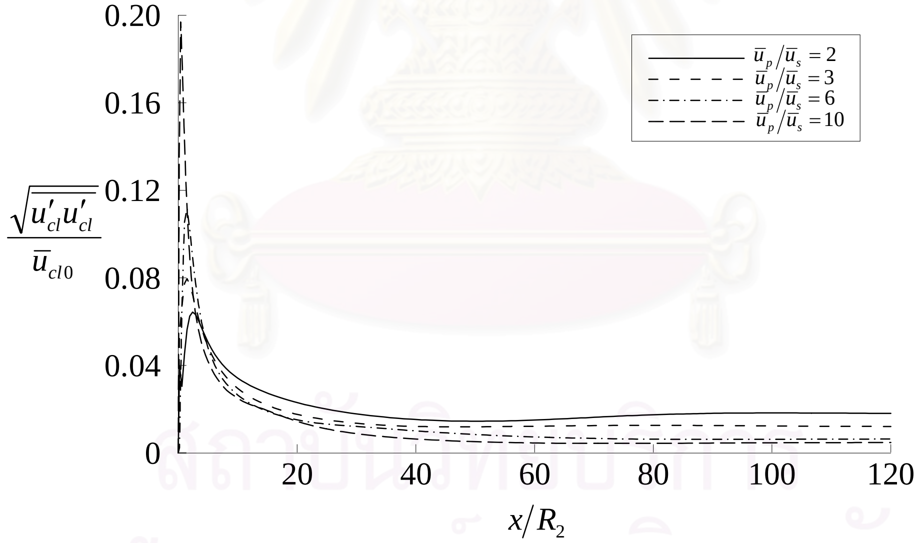
รูปที่ 5.62 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 12$



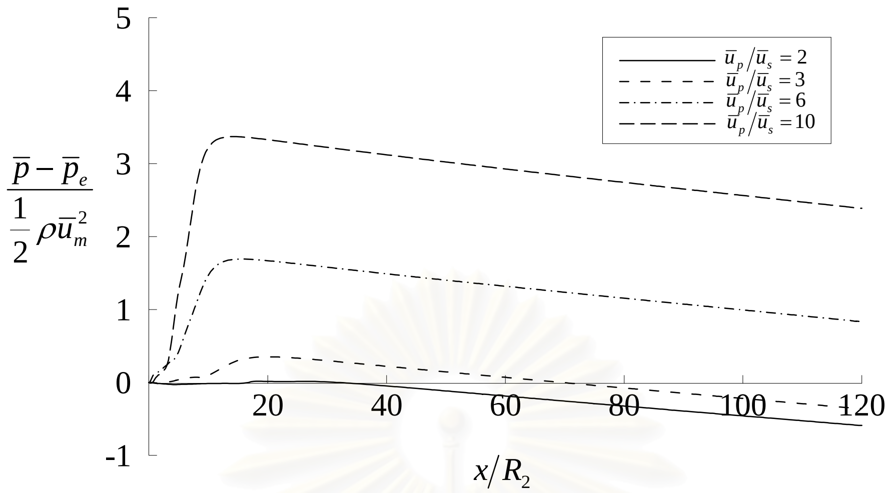
รูปที่ 5.63 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 3$



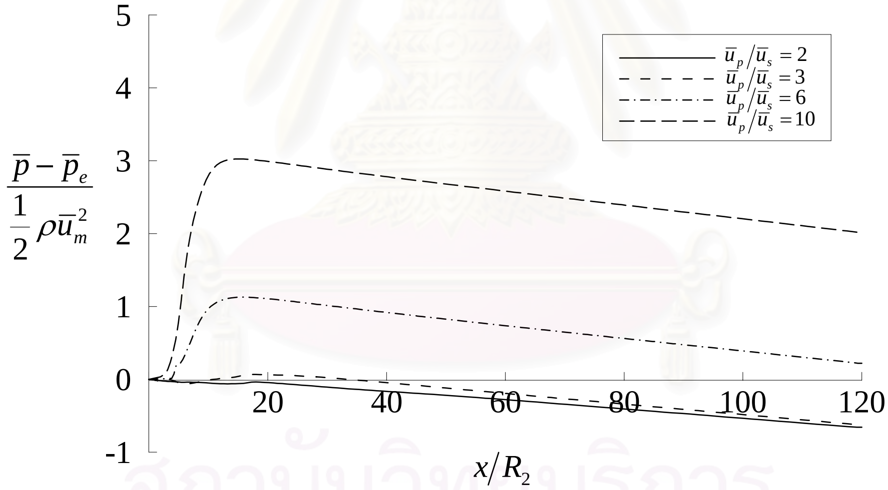
รูปที่ 5.64 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 6$



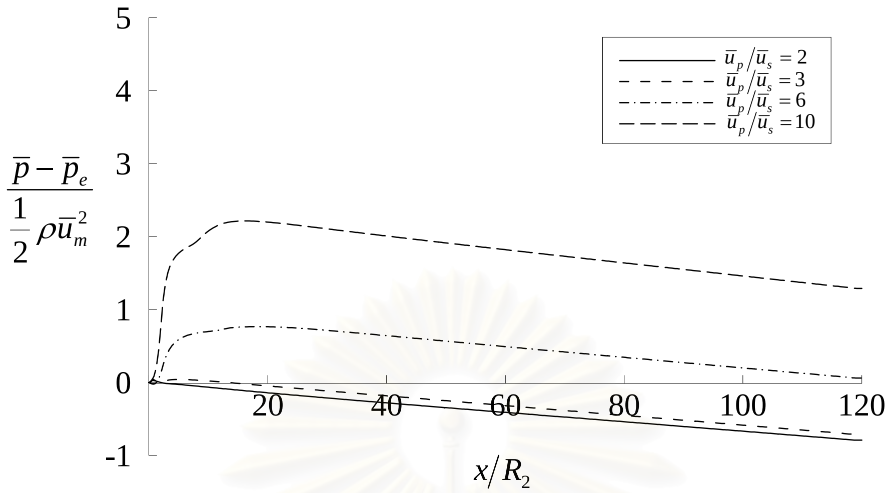
รูปที่ 5.65 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 12$



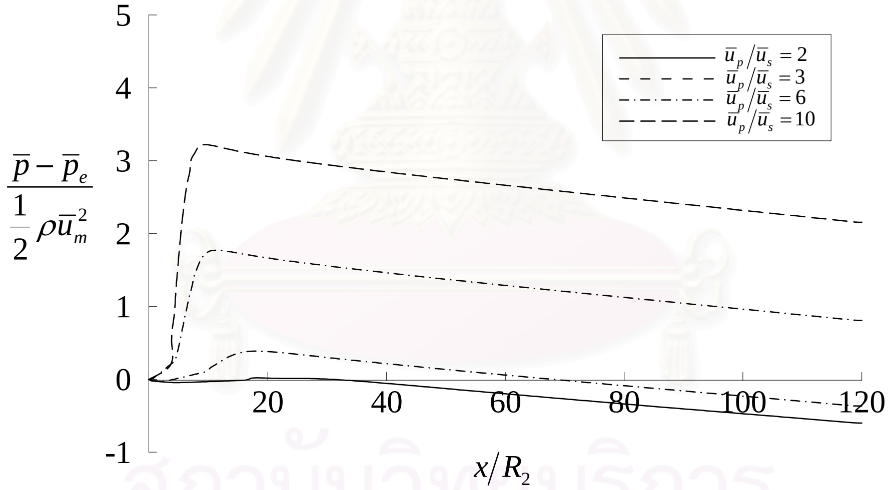
รูปที่ 5.66 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 3$



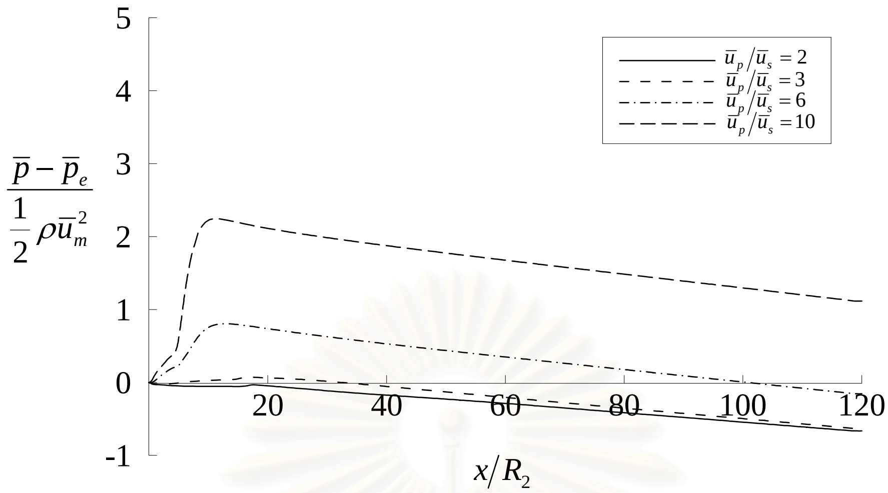
รูปที่ 5.67 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 6$



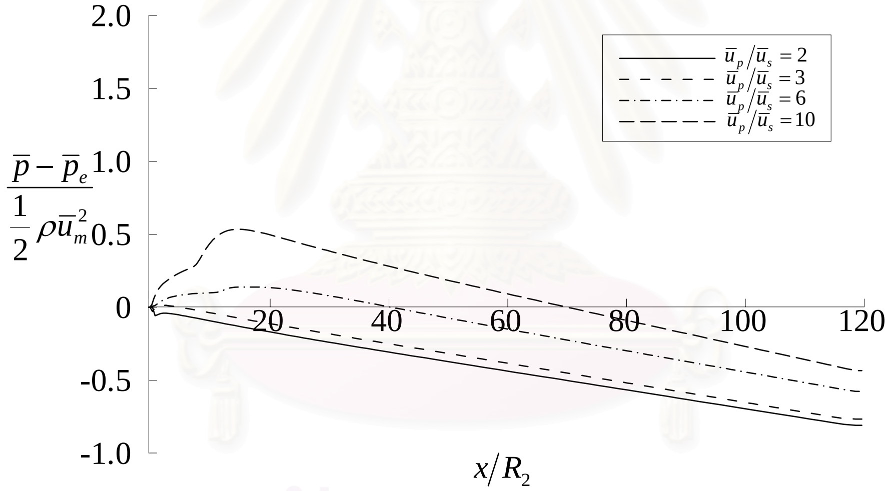
รูปที่ 5.68 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $R_2/R_1 = 12$



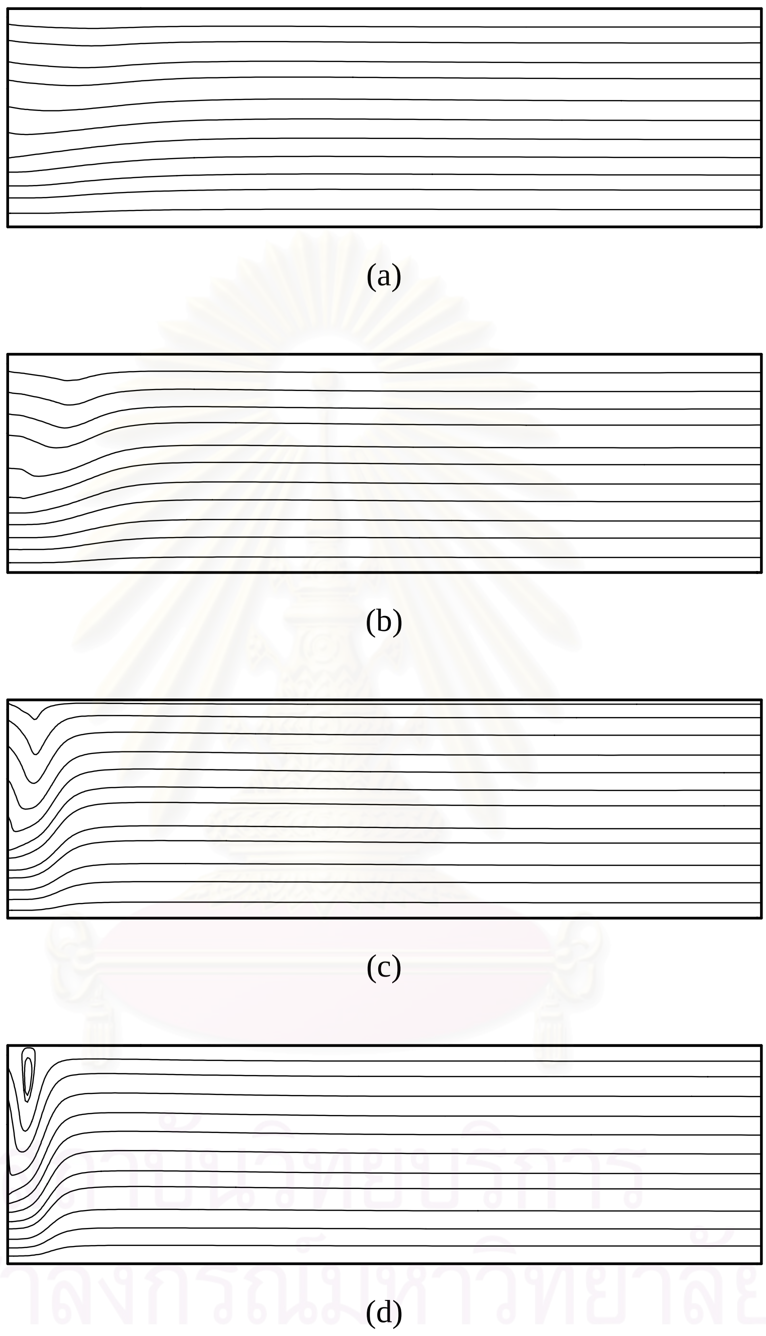
รูปที่ 5.69 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณี $R_2/R_1 = 3$



รูปที่ 5.70 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณี $R_2/R_1 = 6$



รูปที่ 5.71 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณี $R_2/R_1 = 12$



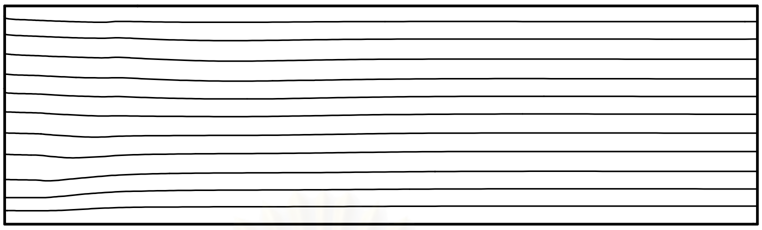
รูปที่ 5.72 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ กรณี $R_2/R_1 = 3$

(a) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$

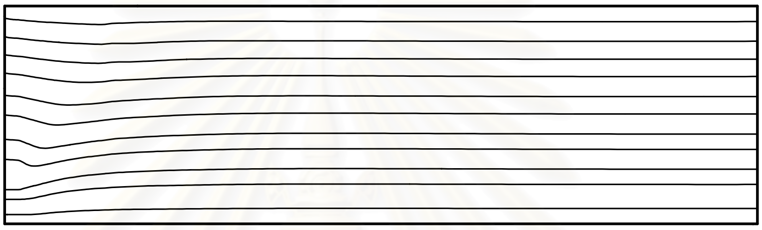
(b) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 3$

(c) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 6$

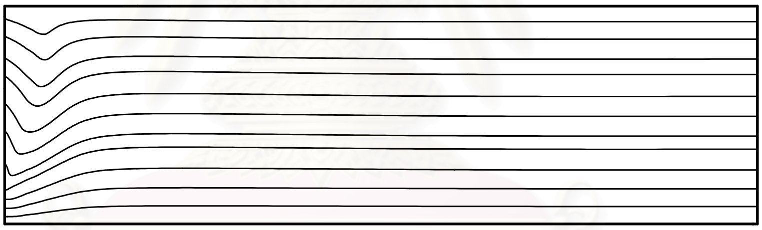
(d) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$



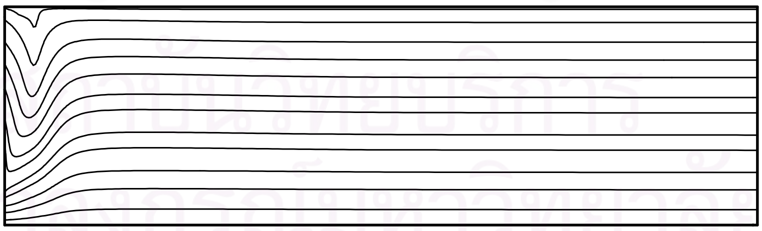
(a)



(b)



(c)



(d)

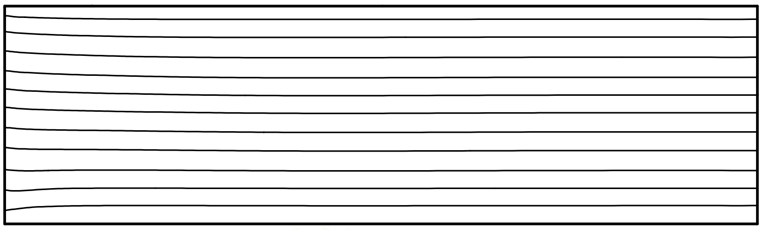
รูปที่ 5.73 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ กรณี $R_2/R_1 = 6$

(a) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$

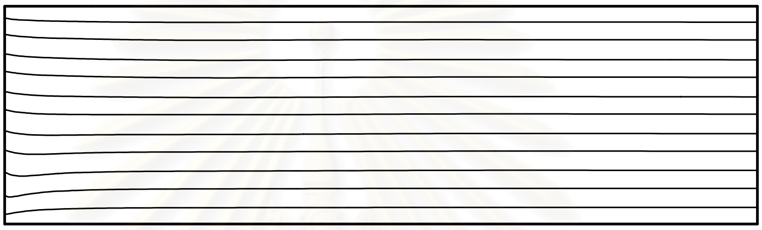
(b) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 3$

(c) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 6$

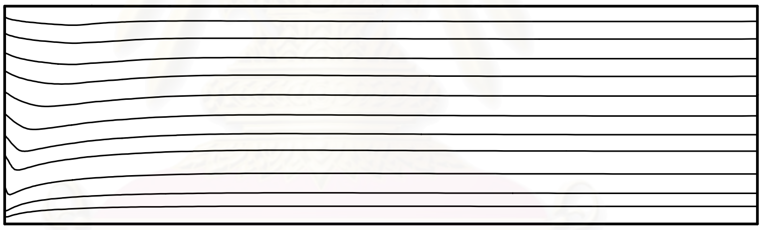
(d) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$



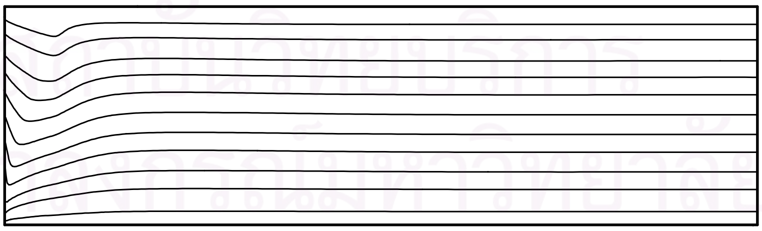
(a)



(b)



(c)



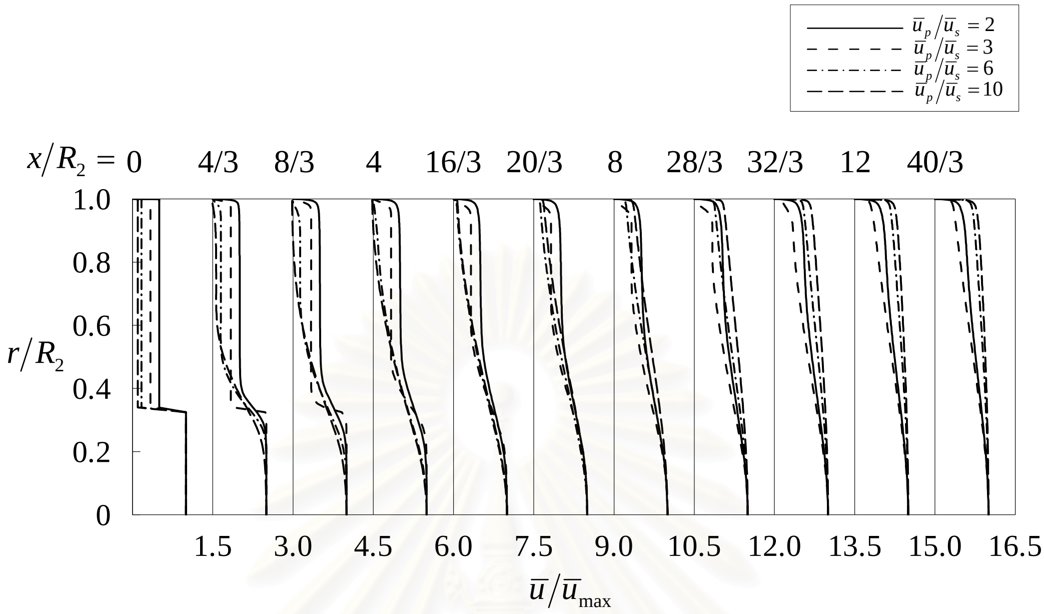
รูปที่ 5.74 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ กรณี $R_2/R_1 = 12$

(a) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$

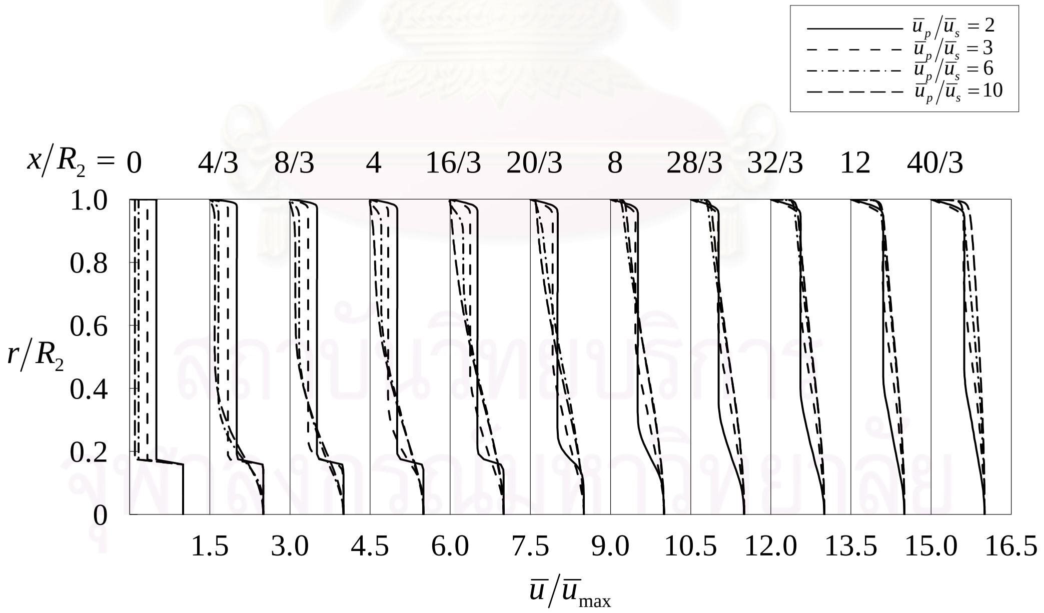
(b) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 3$

(c) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 6$

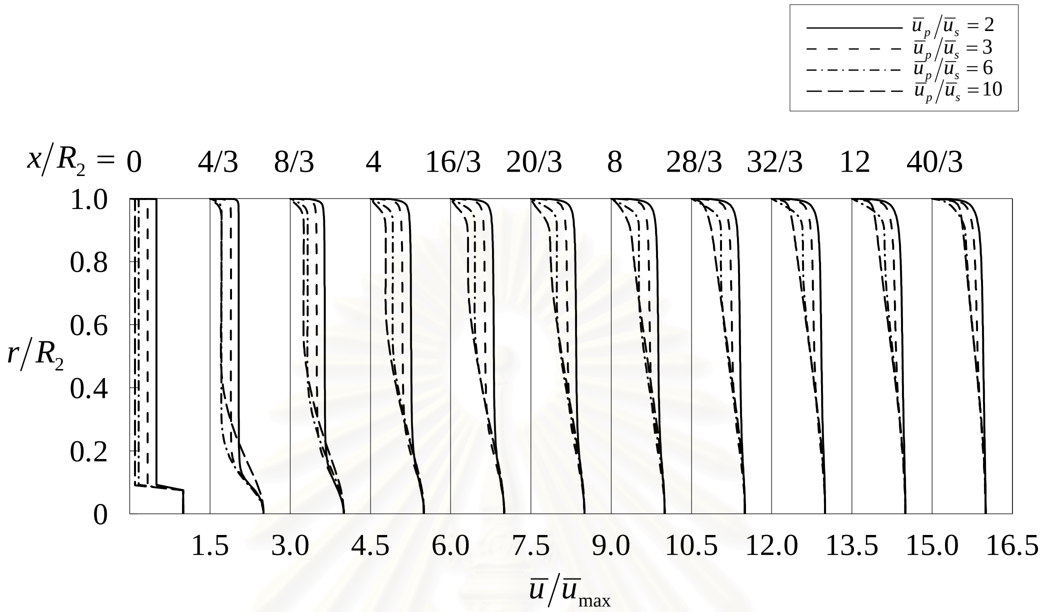
(d) ที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$



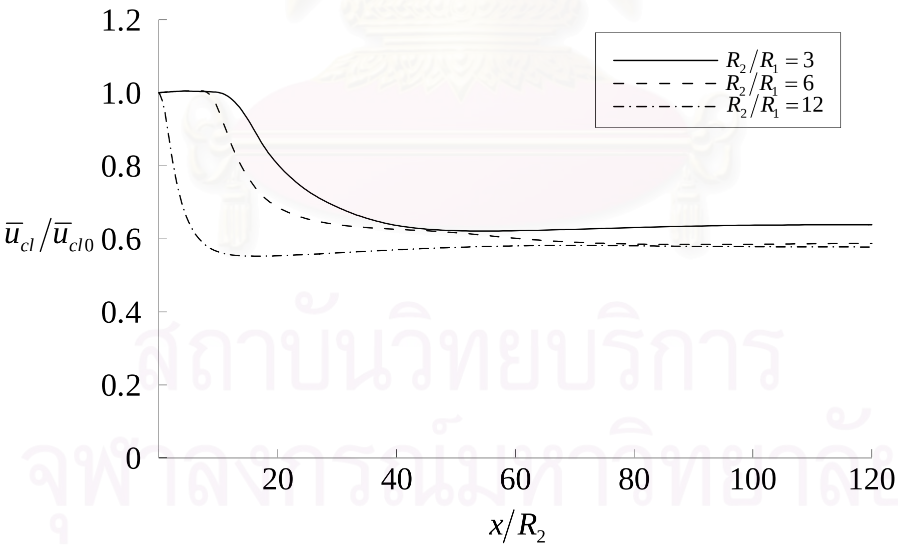
รูปที่ 5.75 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $R_2/R_1 = 3$



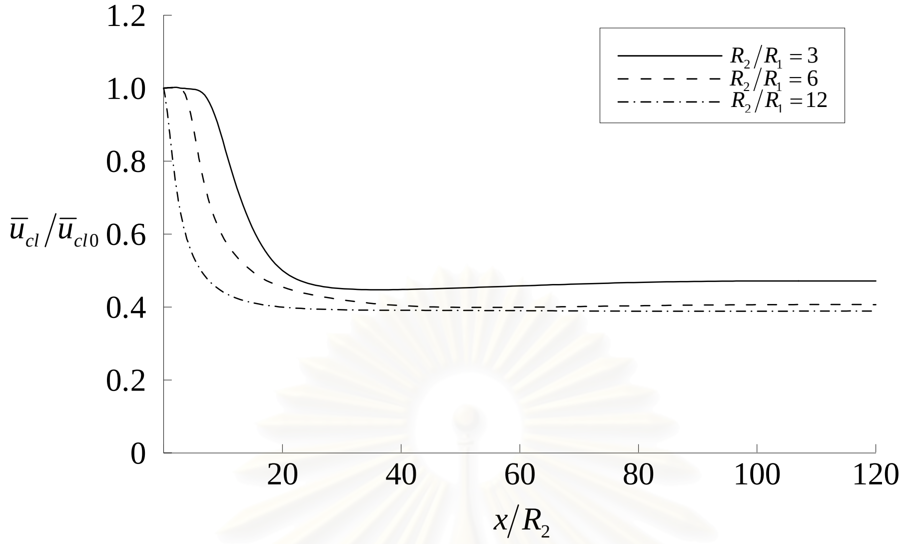
รูปที่ 5.76 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $R_2/R_1 = 6$



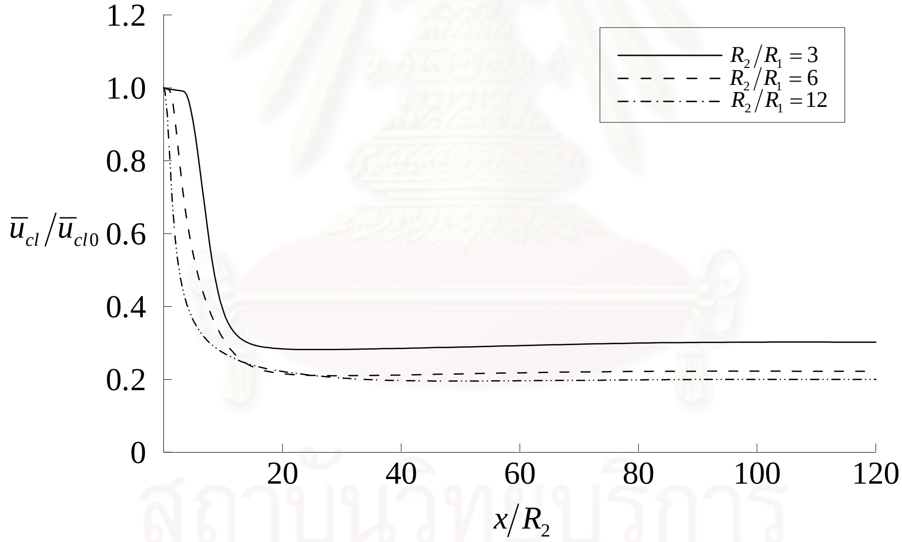
รูปที่ 5.77 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $R_2/R_1 = 12$



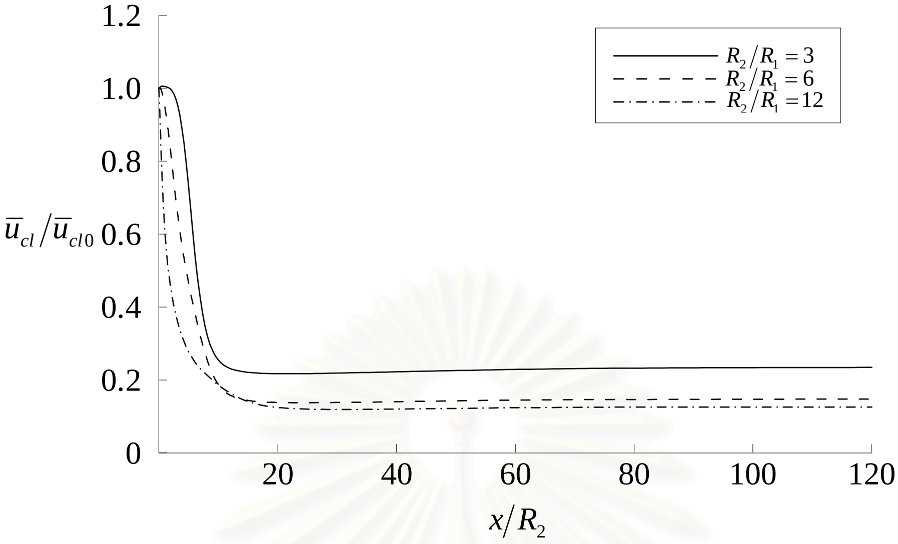
รูปที่ 5.78 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$



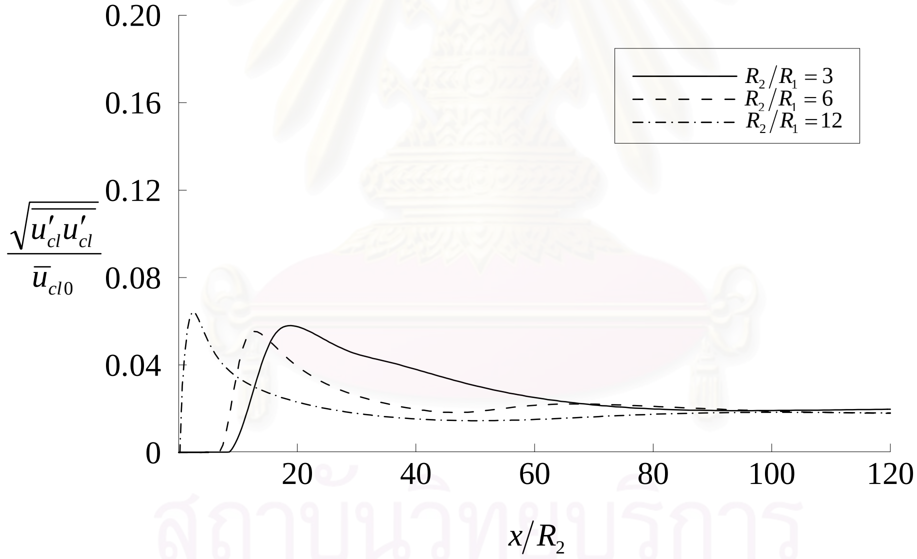
รูปที่ 5.79 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 3$



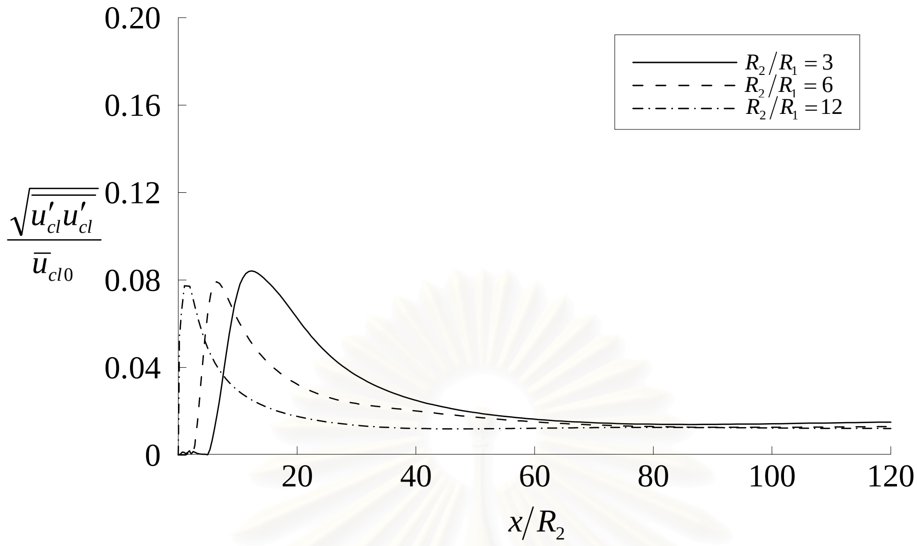
รูปที่ 5.80 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 6$



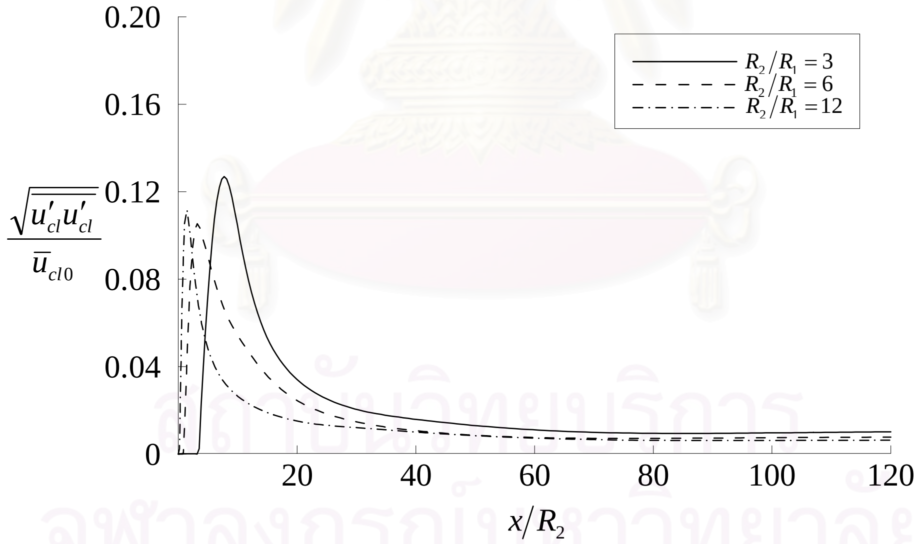
รูปที่ 5.81 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 10$



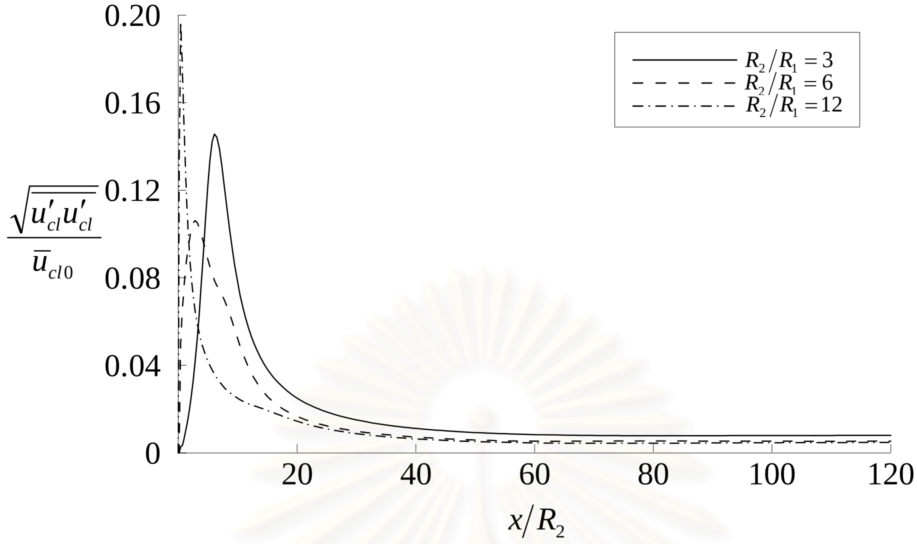
รูปที่ 5.82 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 2$



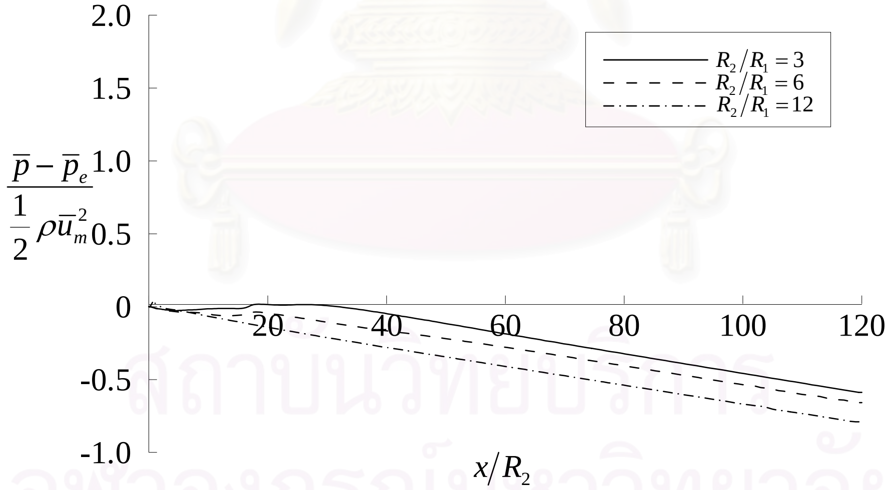
รูปที่ 5.83 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 3$



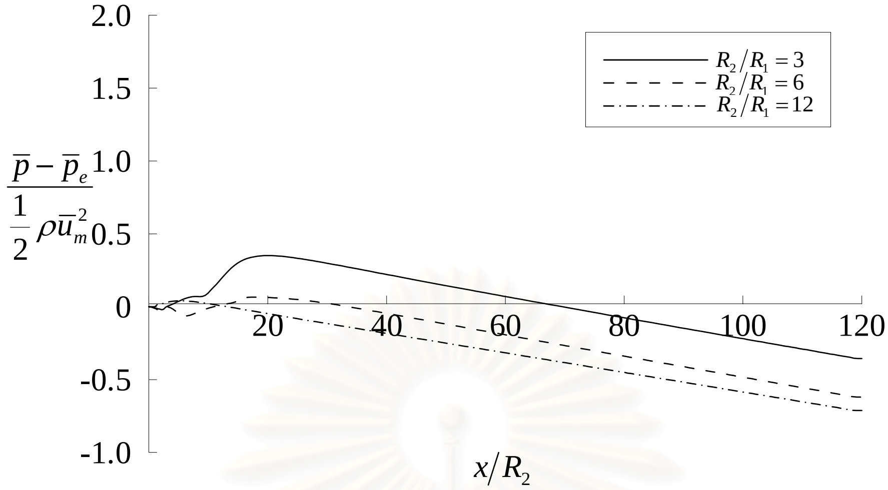
รูปที่ 5.84 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 6$



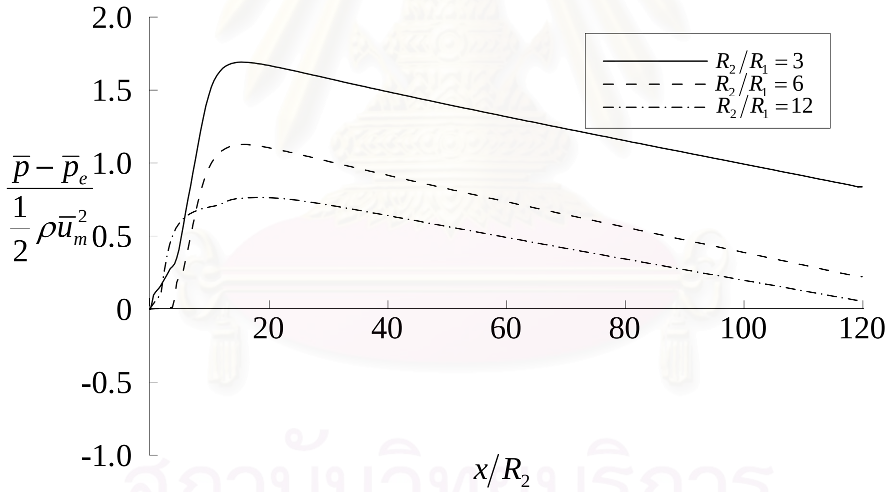
รูปที่ 5.85 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$



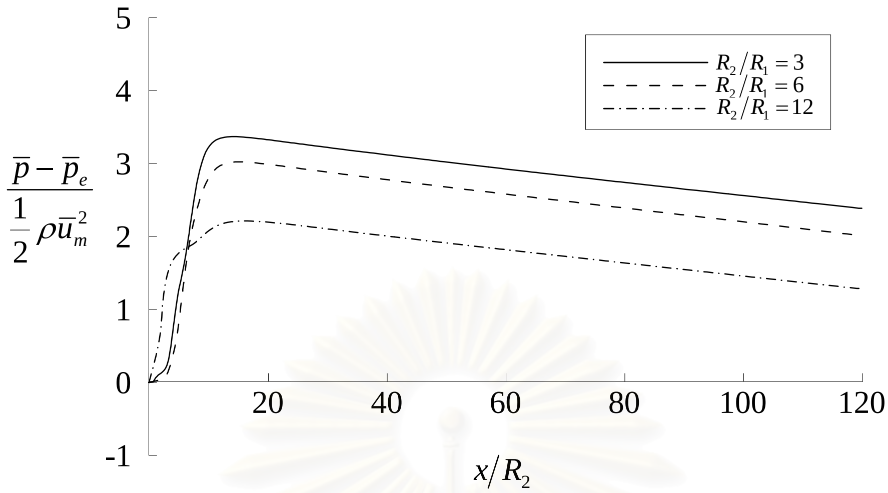
รูปที่ 5.86 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$



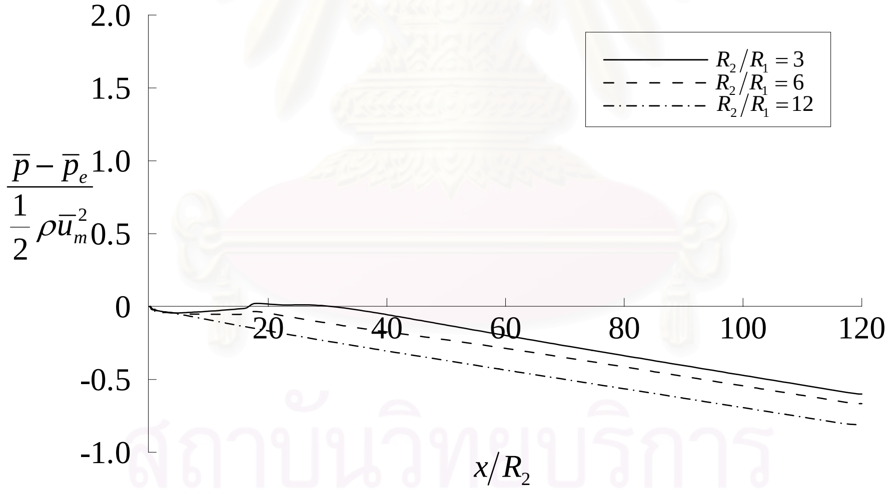
รูปที่ 5.87 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 3$



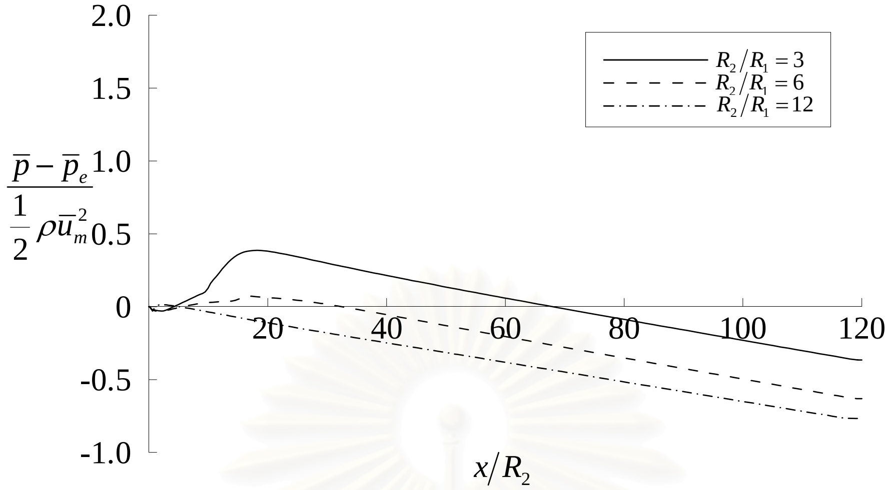
รูปที่ 5.88 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 6$



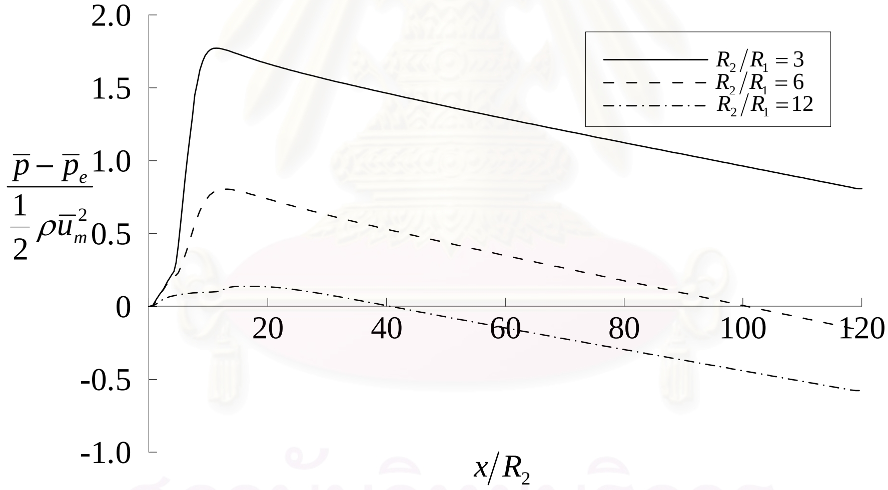
รูปที่ 5.89 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ
กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$



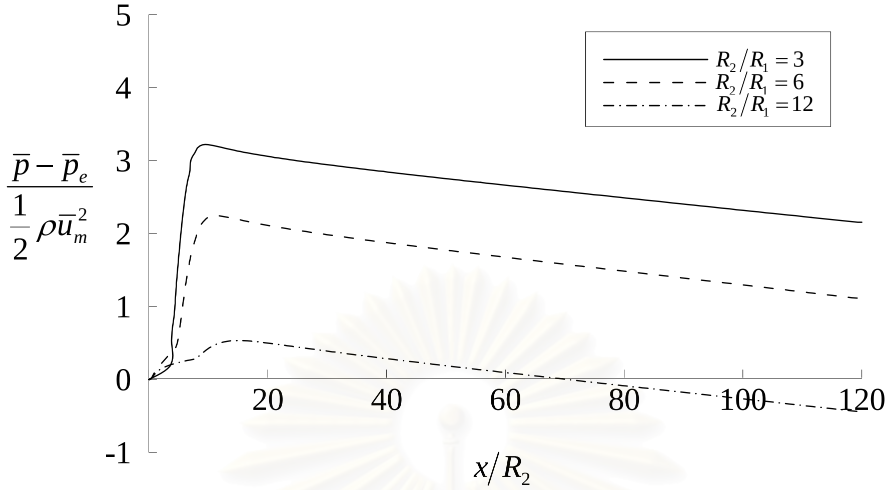
รูปที่ 5.90 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$



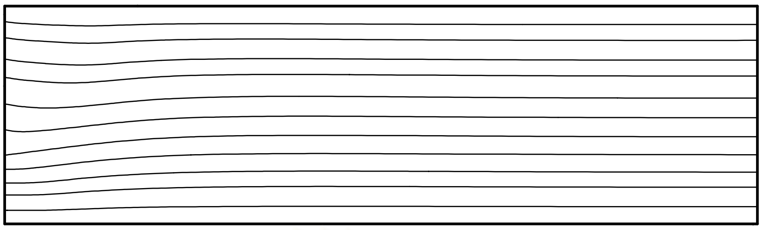
รูปที่ 5.91 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณี $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 3$



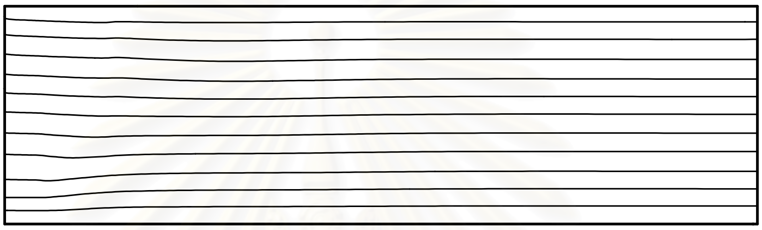
รูปที่ 5.92 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณี $\overline{u}_p/\overline{u}_s = 6$



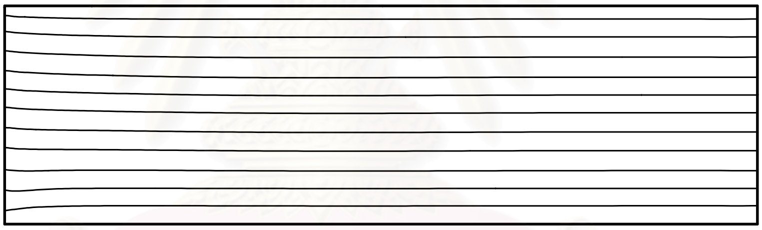
รูปที่ 5.93 ลักษณะการกระจายตัวของค่าความดันที่ผนัง กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s=10$



(a)



(b)



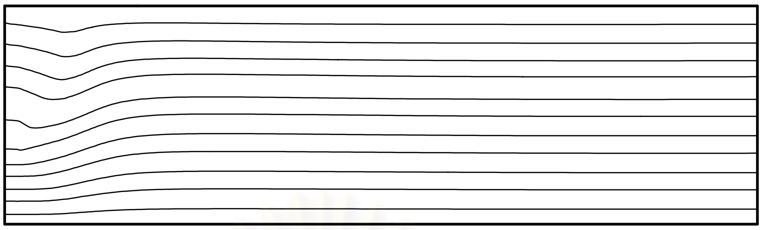
(c)

รูปที่ 5.94 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$

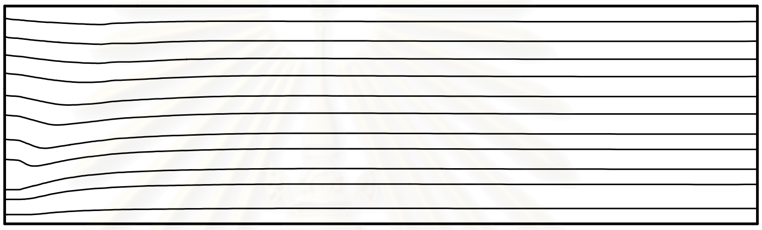
(a) ที่ $R_2/R_1 = 3$

(b) ที่ $R_2/R_1 = 6$

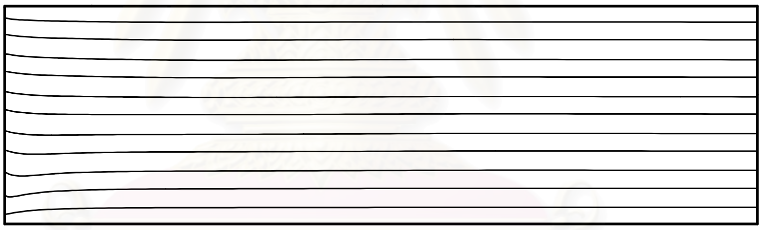
(c) ที่ $R_2/R_1 = 12$



(a)



(b)



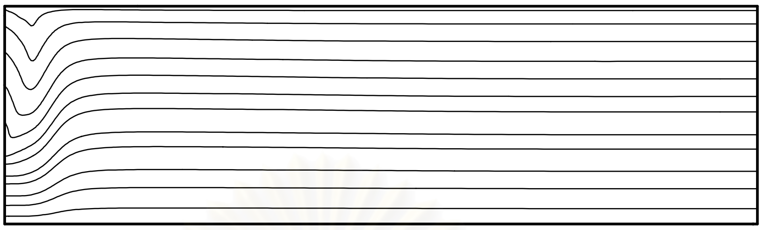
(c)

รูปที่ 5.95 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ กรณี $\bar{u}_p / \bar{u}_s = 3$

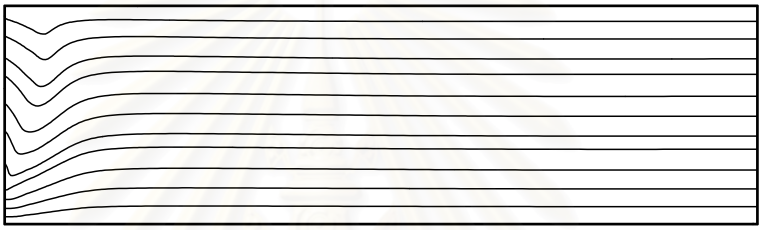
(a) ที่ $R_2/R_1 = 3$

(b) ที่ $R_2/R_1 = 6$

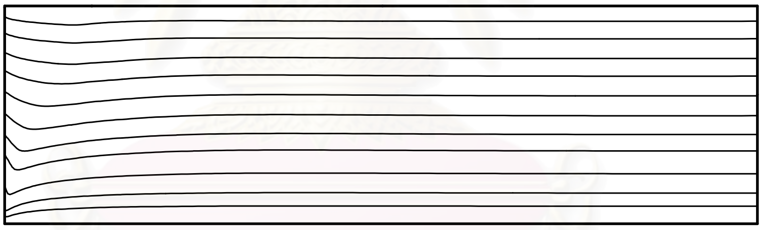
(c) ที่ $R_2/R_1 = 12$



(a)



(b)



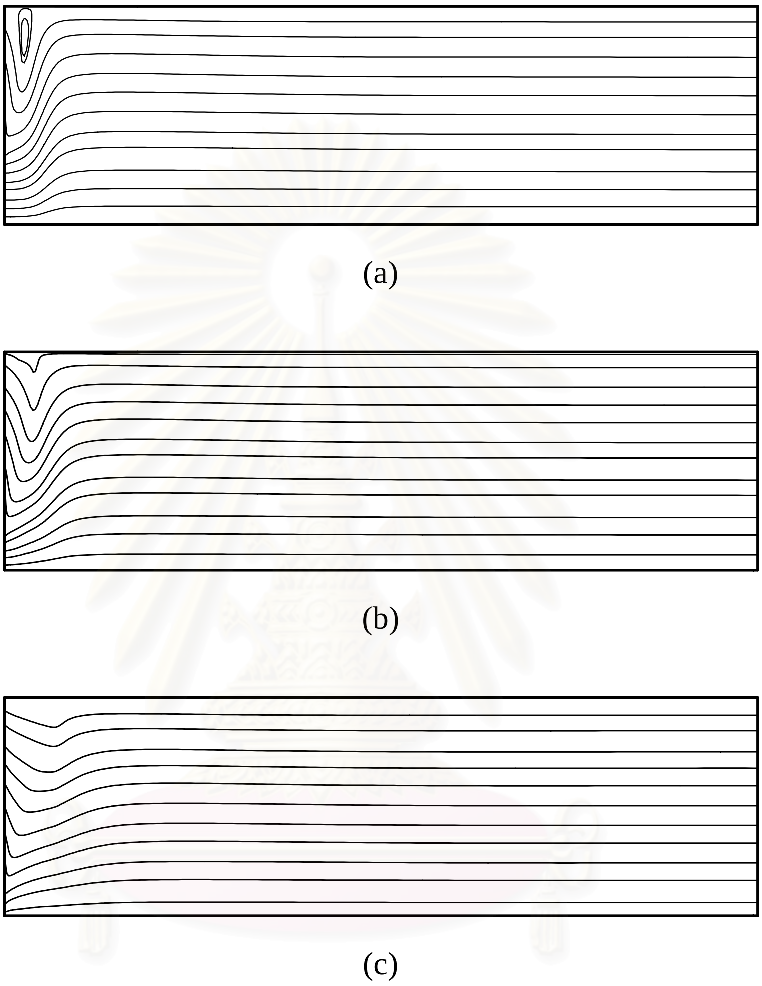
(c)

รูปที่ 5.96 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ กรณี $\bar{u}_p / \bar{u}_s = 6$

(a) ที่ $R_2/R_1 = 3$

(b) ที่ $R_2/R_1 = 6$

(c) ที่ $R_2/R_1 = 12$

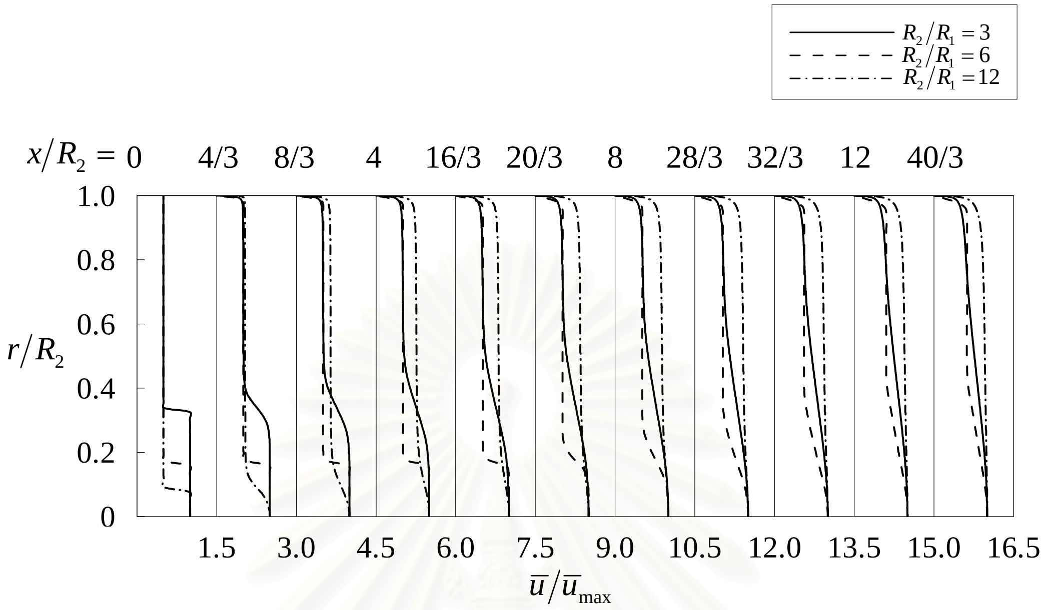


รูปที่ 5.97 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined coflow jet ในท่อ กรณี $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$

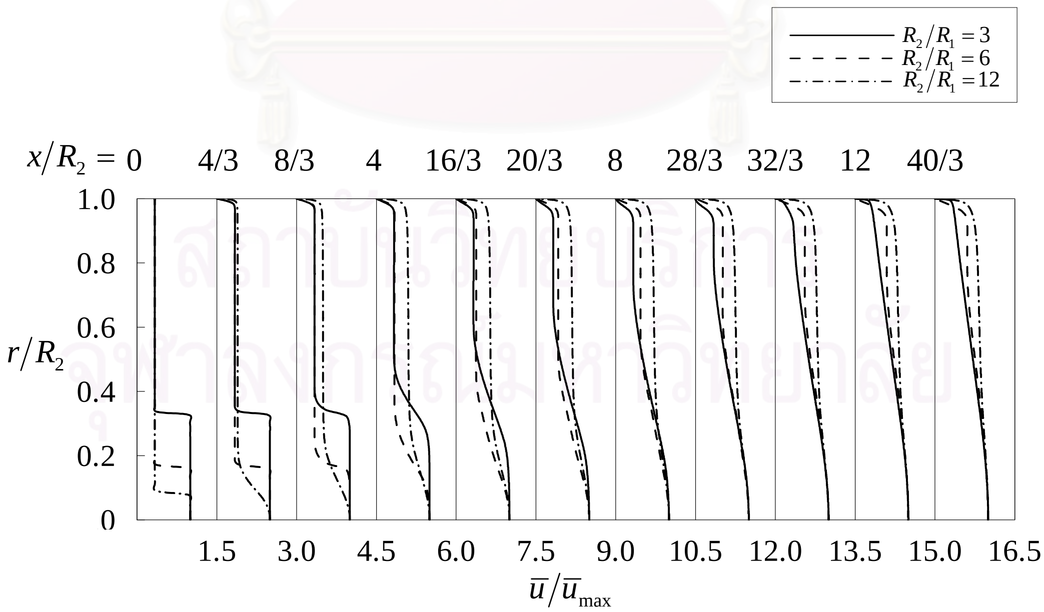
(a) ที่ $R_2/R_1 = 3$

(b) ที่ $R_2/R_1 = 6$

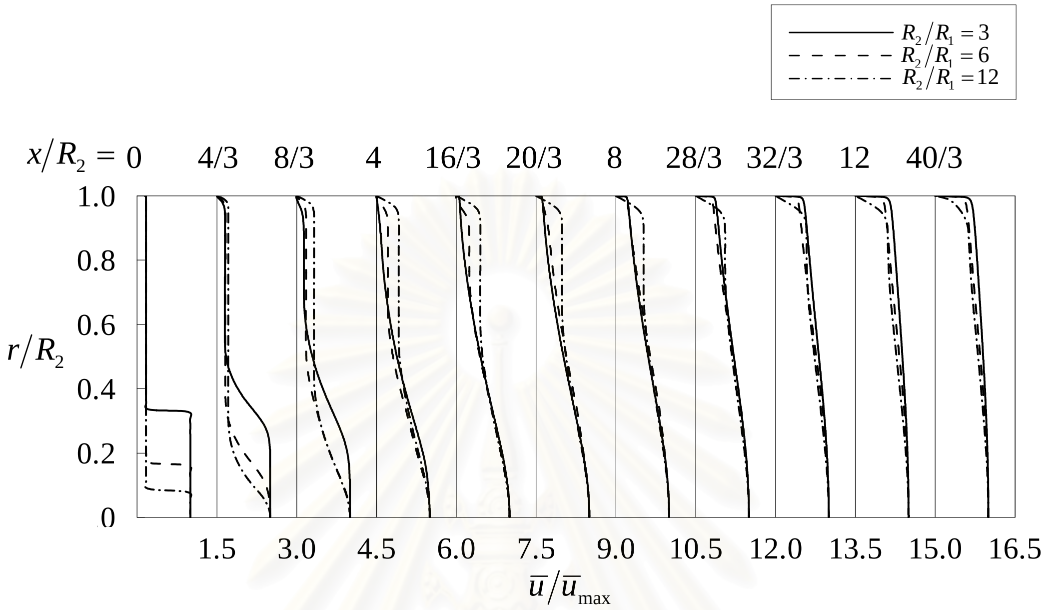
(c) ที่ $R_2/R_1 = 12$



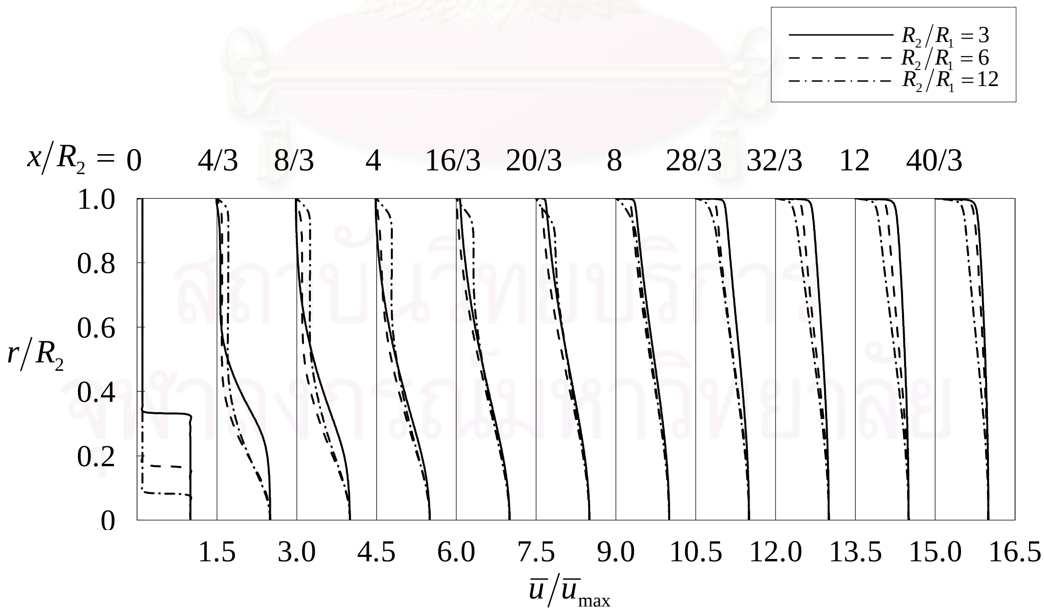
รูปที่ 5.98 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 2$



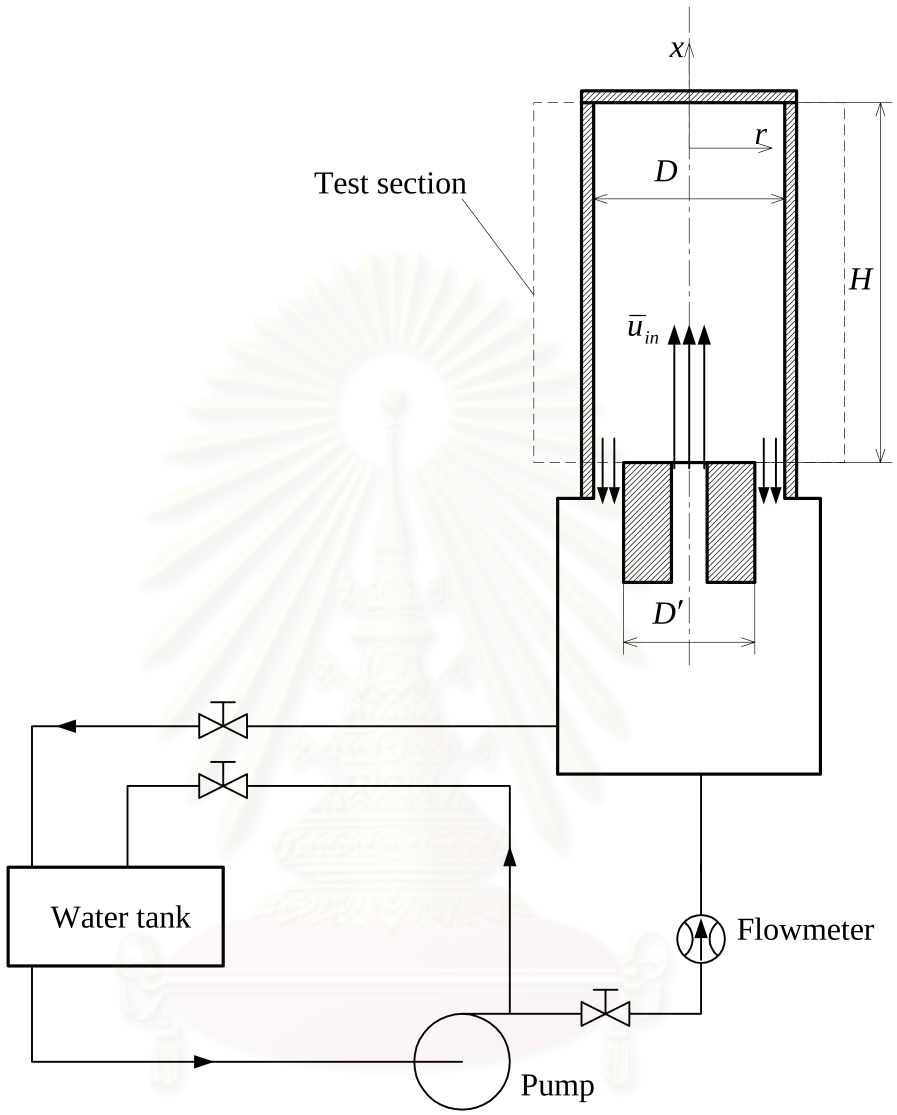
รูปที่ 5.99 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 3$



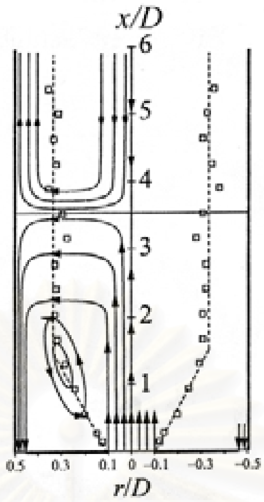
รูปที่ 5.100 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 6$



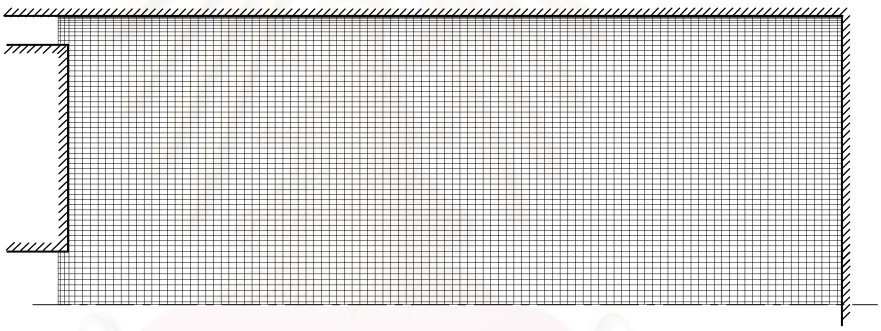
รูปที่ 5.101 การพัฒนาของเจ็ต กรณีที่ $\bar{u}_p/\bar{u}_s = 10$



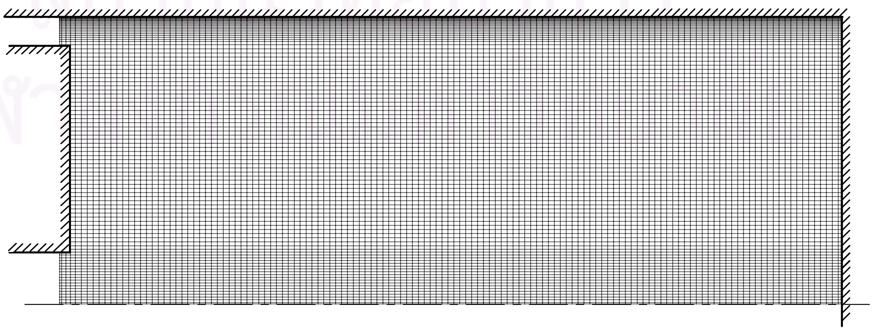
รูปที่ 5.102 อุปกรณ์การทดลอง Confined jet ภายในท่อปิดของ Risso and Fabre [13]



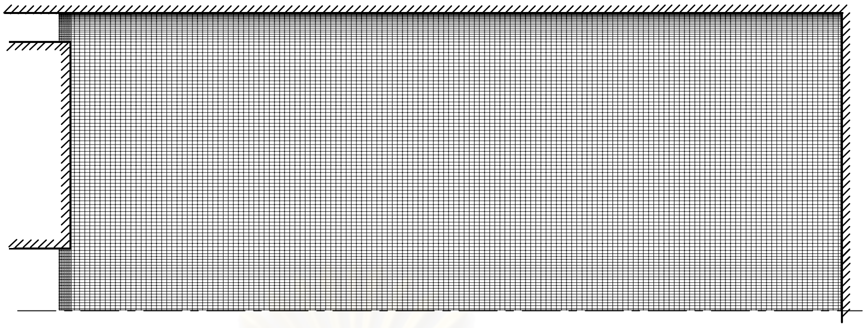
รูปที่ 5.103 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วภายในบริเวณทดสอบของ Risso and Fabre [13]



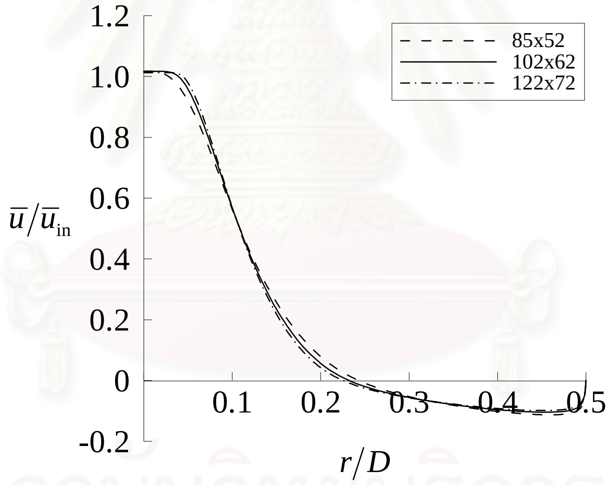
รูปที่ 5.104 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด กรณีที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε ที่ขนาดกริด 102×62 (Not to scale)



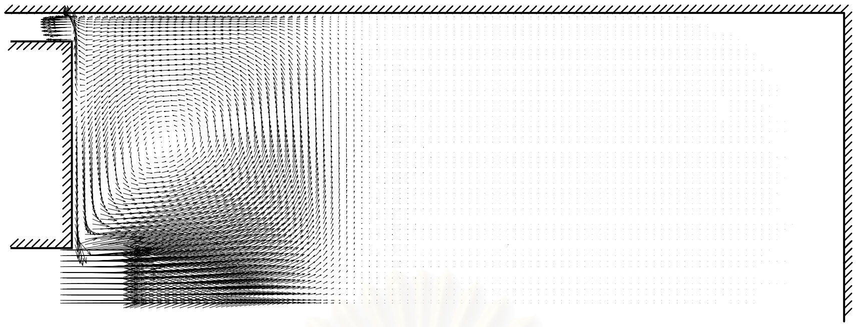
รูปที่ 5.105 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด กรณีที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ ที่ขนาดกริด 132×92 (Not to scale)



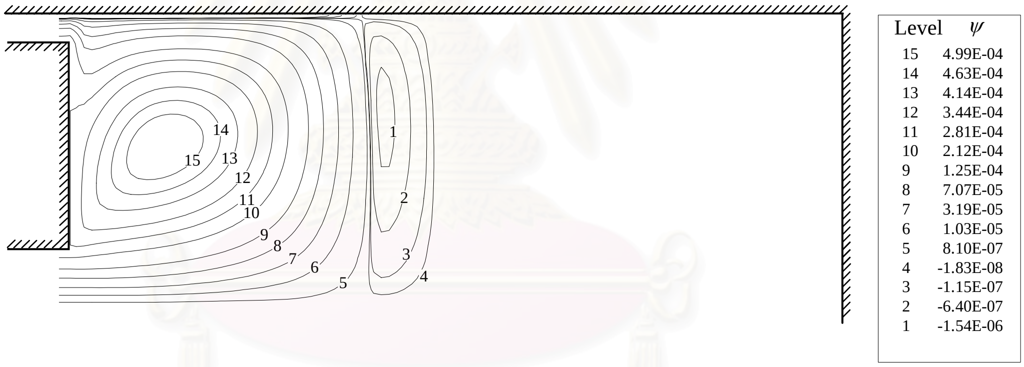
รูปที่ 5.106 การแบ่งโดเมนของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด กรณีที่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ ที่ขนาดกริด 152×102 (Not to scale)



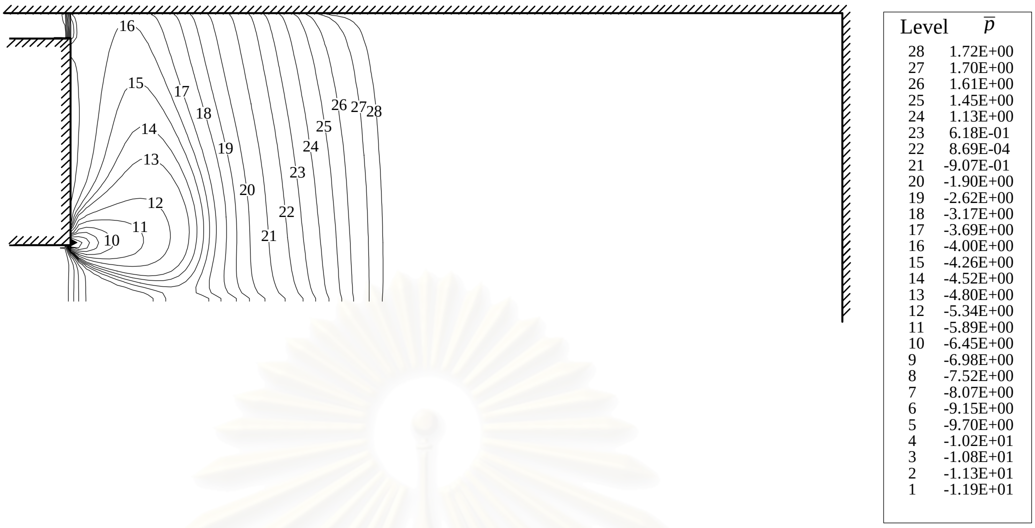
รูปที่ 5.107 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 0.4D$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $\text{Re} = 1.5\times10^5$ ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



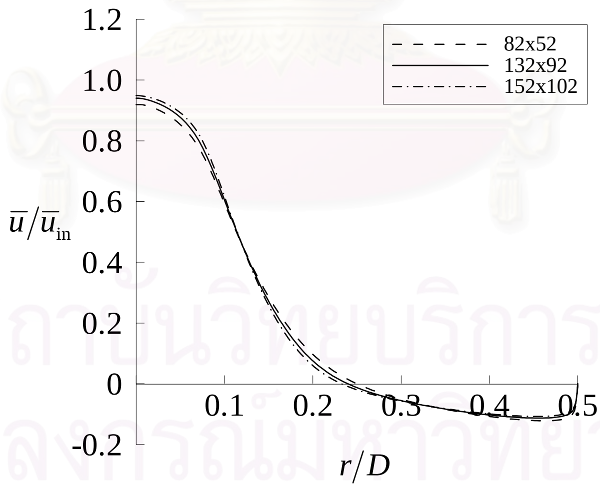
รูปที่ 5.108 เวกเตอร์ความเร็วของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^{5}$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k*-ε



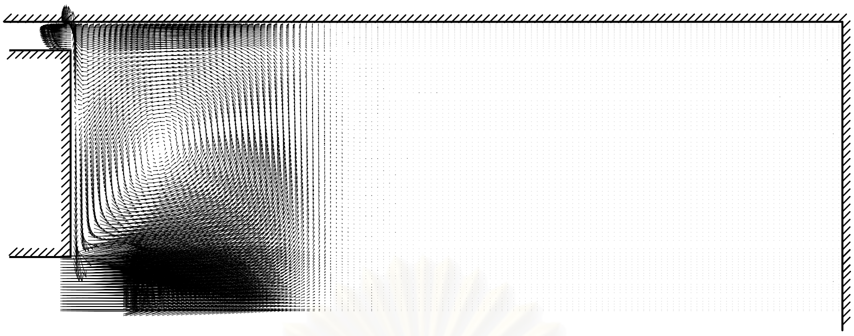
รูปที่ 5.109 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิดที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^{5}$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard *k*-ε



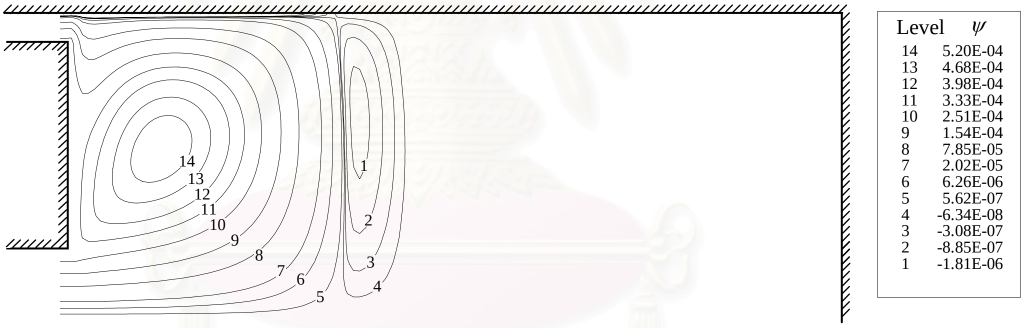
รูปที่ 5.110 ลักษณะการกระจายความดันของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε



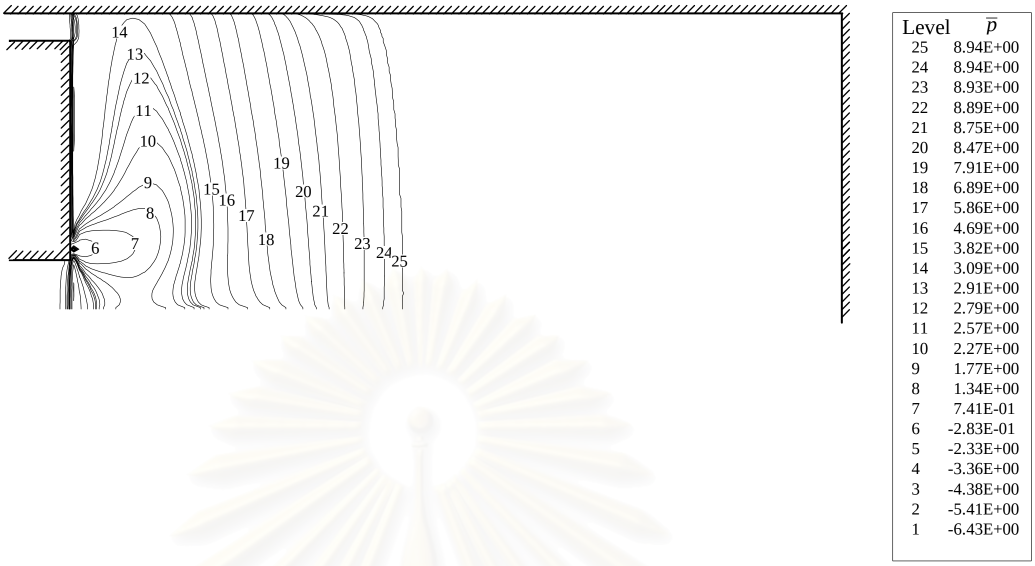
รูปที่ 5.111 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x=0.4D$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



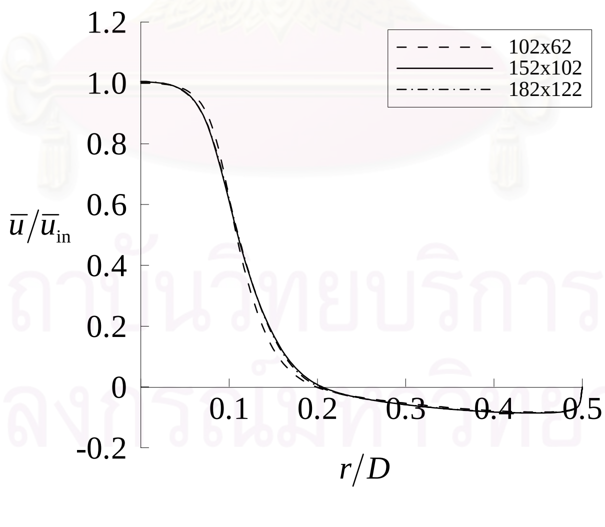
รูปที่ 5.112 เวกเตอร์ความเร็วของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$) ด้วยแบบจำลองวามปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



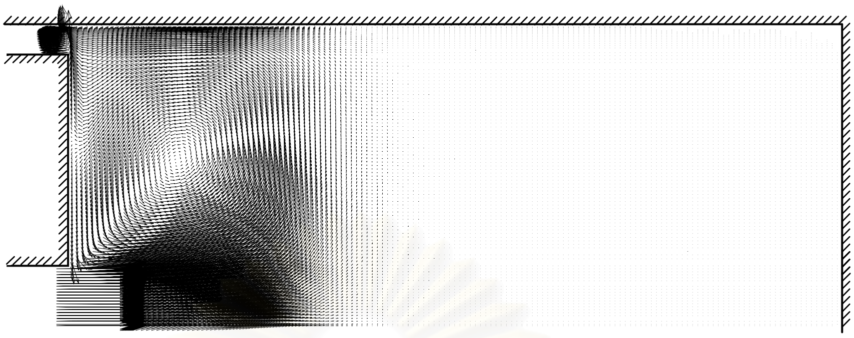
รูปที่ 5.113 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



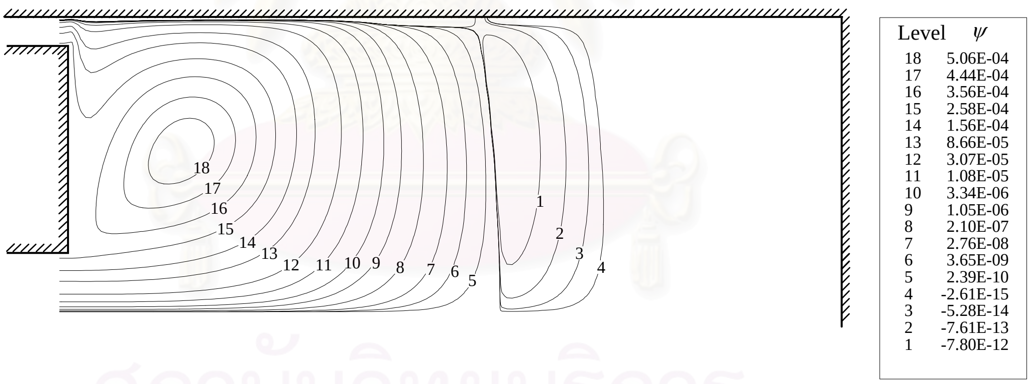
รูปที่ 5.114 ลักษณะการกระจายความดันของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re k-ε-γ



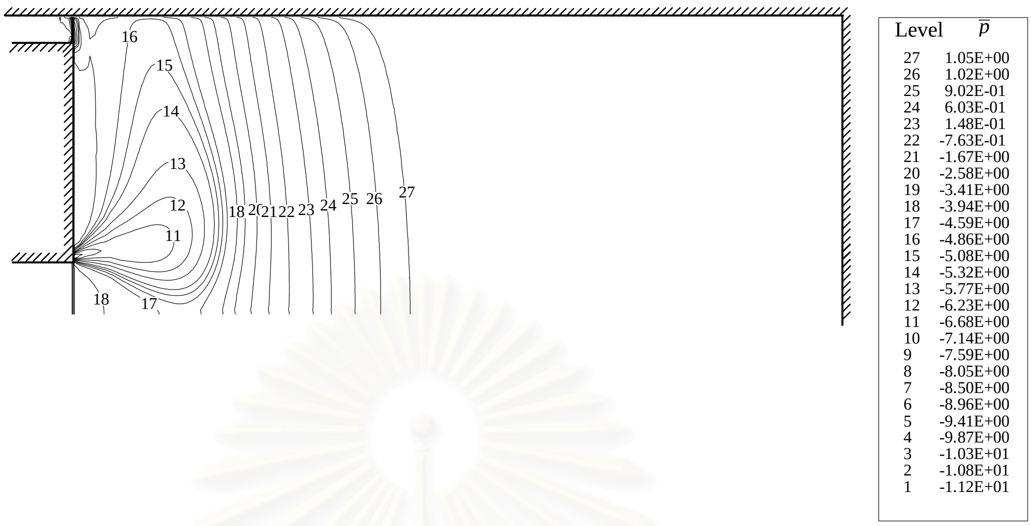
รูปที่ 5.115 การเปรียบเทียบผลการคำนวณการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x=0.4D$ ที่ได้จากการใช้จำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาดในกรณีที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



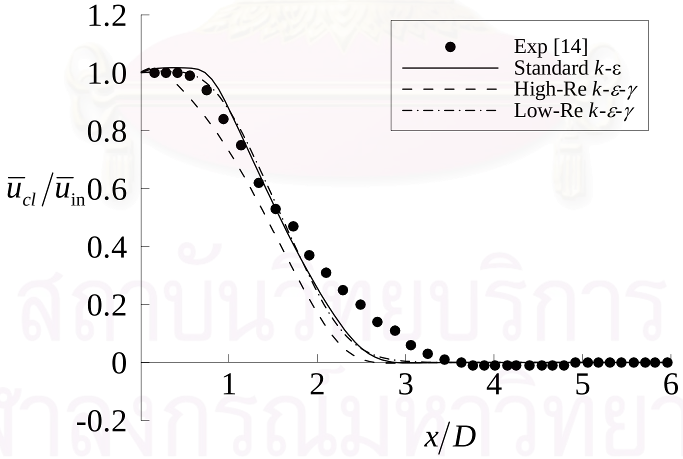
รูปที่ 5.116 เวกเตอร์ความเร็วของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



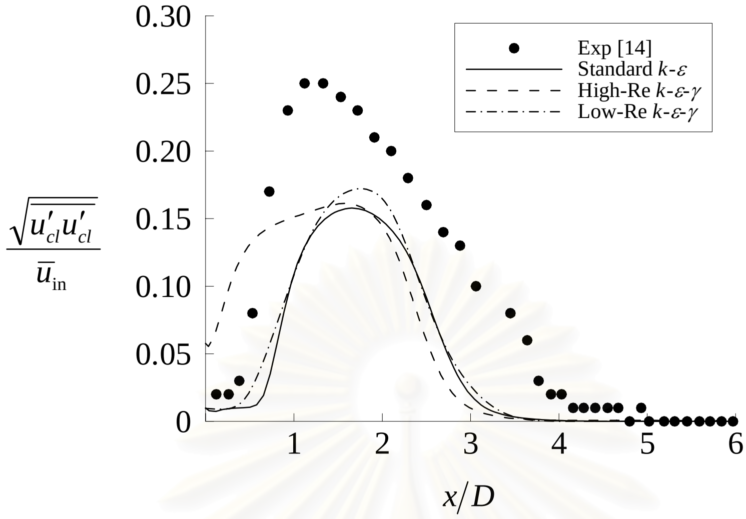
รูปที่ 5.117 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re k-ε-γ



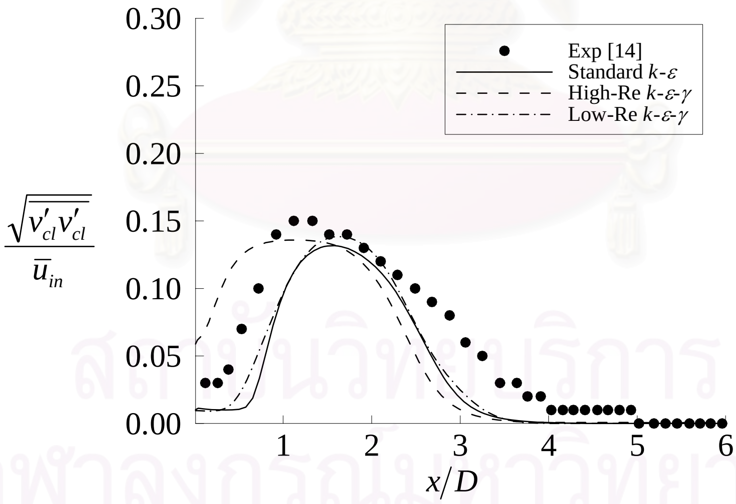
รูปที่ 5.118 ลักษณะการกระจายความดันของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re *k-ε-γ*



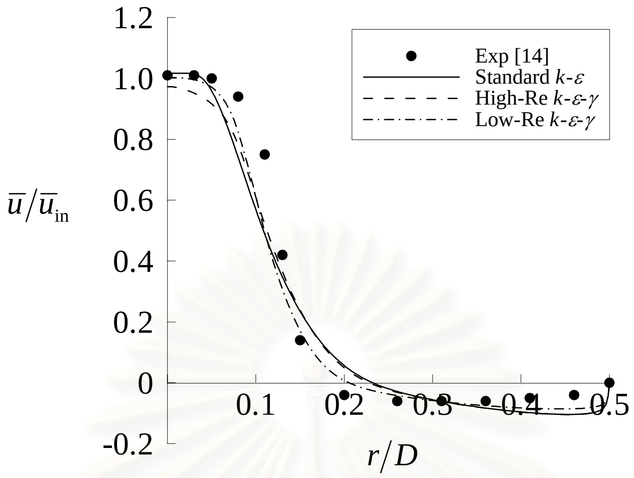
รูปที่ 5.119 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$, $\beta=0.22$ และ $\xi=7.7$)



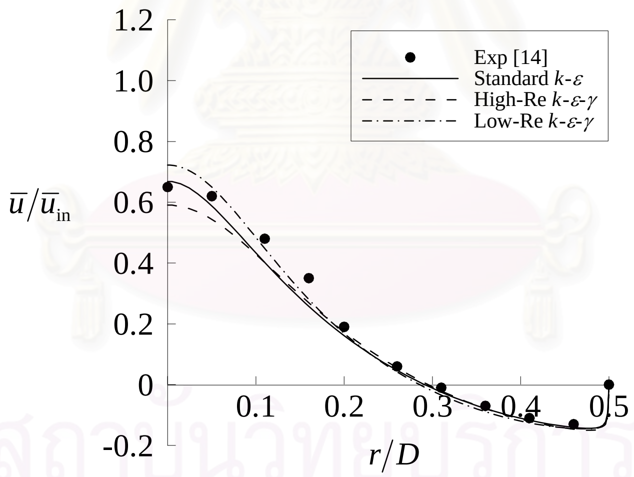
รูปที่ 5.120 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}\Big/\overline{u}_{\mathrm{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^{5}$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$)



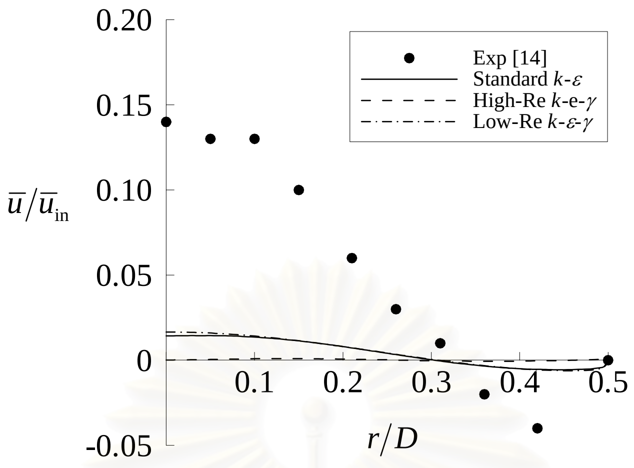
รูปที่ 5.121 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}\Big/\overline{u}_{\mathrm{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^{5}$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$)



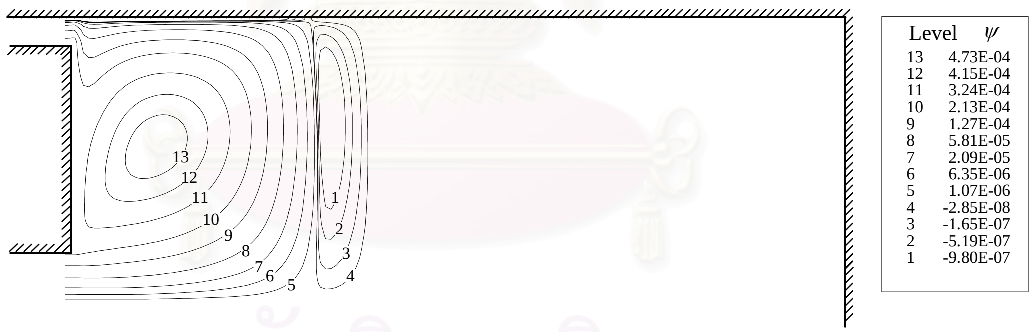
รูปที่ 5.122 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 0.4D$ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^{5}$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$)



รูปที่ 5.123 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 1.3D$ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^{5}$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$)

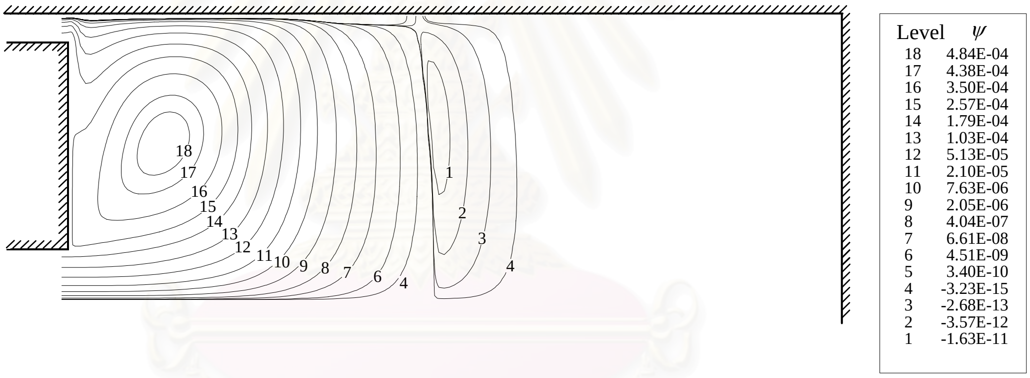


รูปที่ 5.124 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ตำแหน่ง $x = 2.7D$ ที่ $\text{Re} = 1.5\times10^5$ ($\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$)

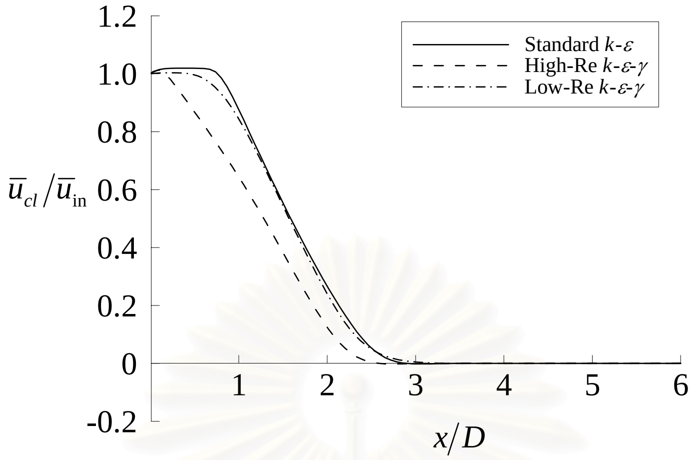


รูปที่ 5.125 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\text{Re} = 1.5\times10^5$ ($\alpha = 0.186$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 9.6$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-ε

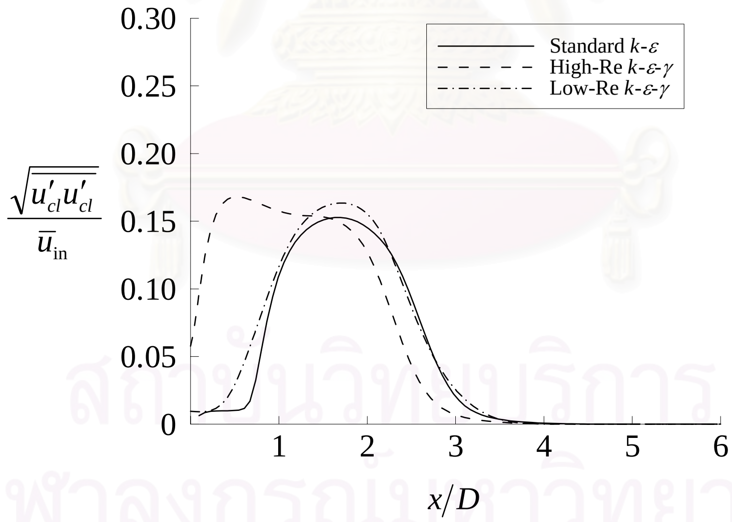
รูปที่ 5.126 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\alpha = 0.186$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 9.6$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re *k*-ε-γ



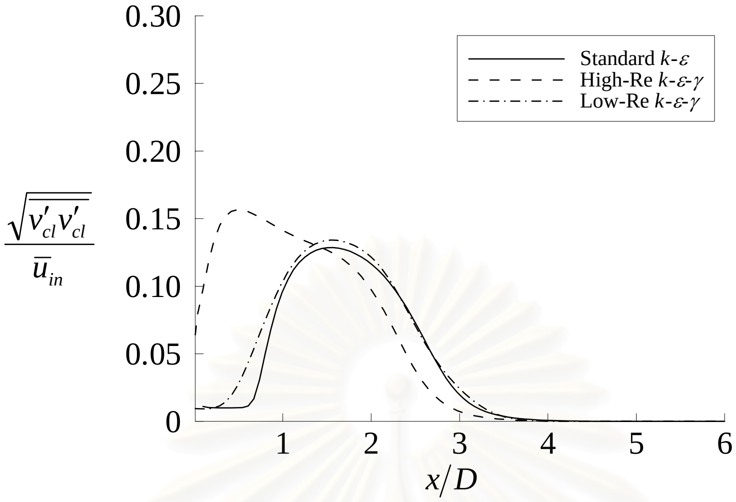
รูปที่ 5.127 สตรีมไลน์ของปัญหาการไหล Confined jet ภายในท่อปิด ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\alpha = 0.186$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 9.6$) ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re *k*-ε-γ



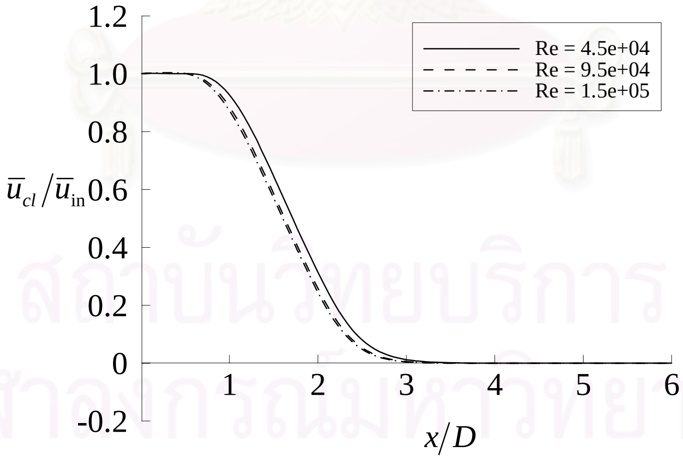
รูปที่ 5.128 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^5$ ($\alpha = 0.186$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 9.6$)



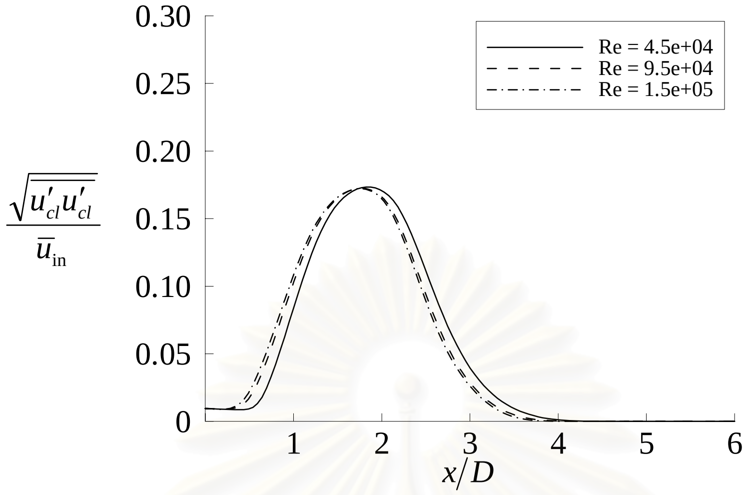
รูปที่ 5.129 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}\,/\bar{u}_{\text{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^5$ ($\alpha = 0.186$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 9.6$)



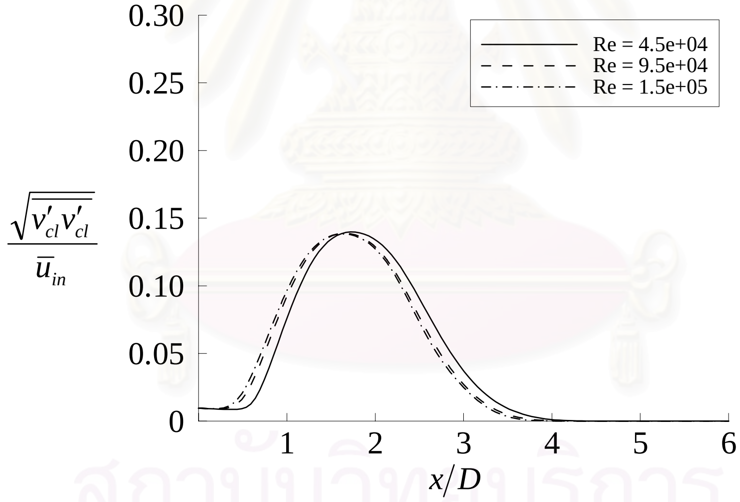
รูปที่ 5.130 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}/\bar{u}_{\mathrm{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5\times10^{5}$ ($\alpha = 0.186$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 9.6$)



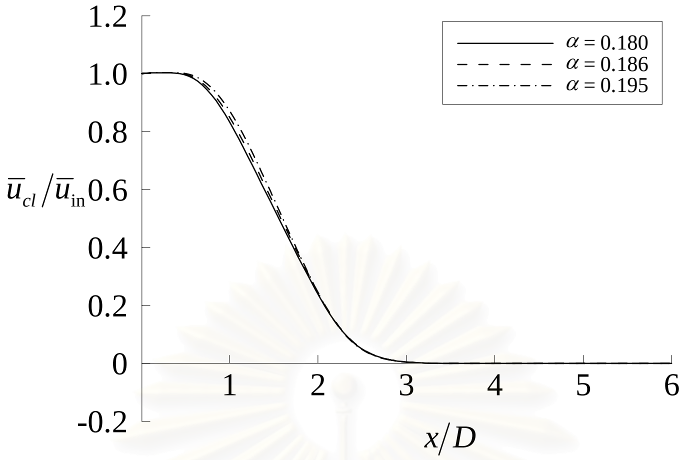
รูปที่ 5.131 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\alpha = 0.195$ $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$



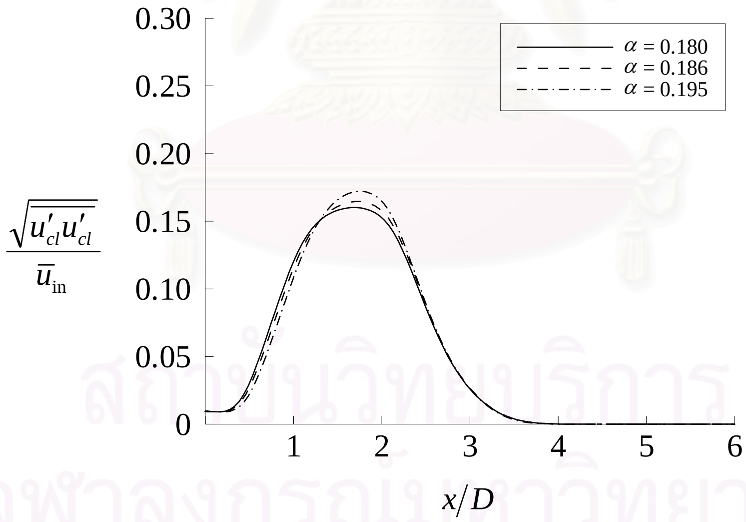
รูปที่ 5.132 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}\Big/\bar{u}_{\text{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$



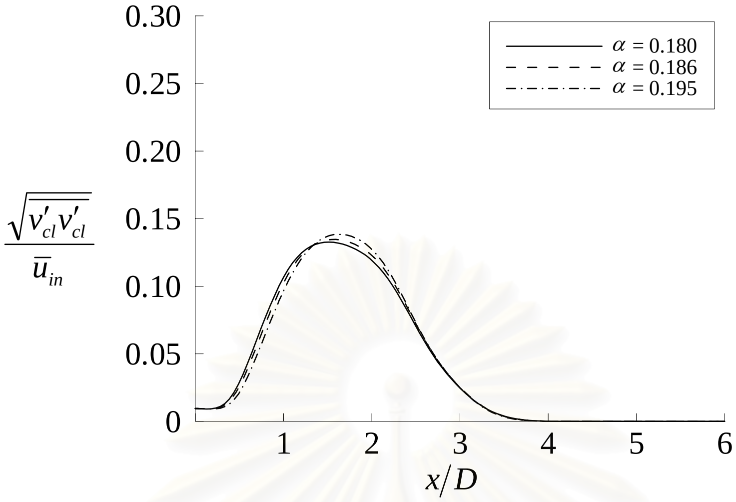
รูปที่ 5.133 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}\Big/\bar{u}_{\text{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\alpha = 0.195$, $\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$



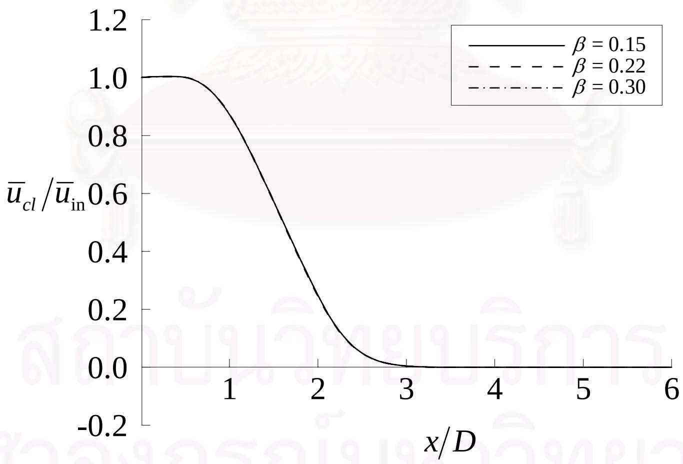
รูปที่ 5.134 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$)



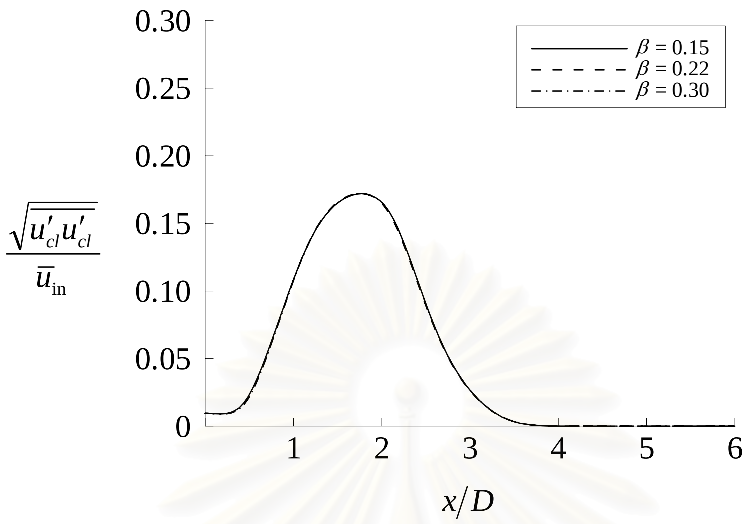
รูปที่ 5.135 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{u'_{cl} u'_{cl}}} / \bar{u}_{\mathrm{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\beta = 0.22$ และ $\xi = 7.7$)



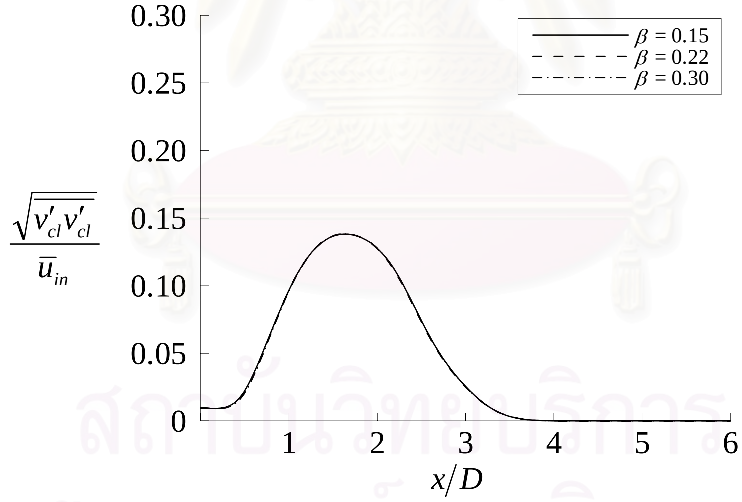
รูปที่ 5.136 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}/\bar{u}_{\mathrm{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\beta=0.22$ และ $\xi=9.6$)



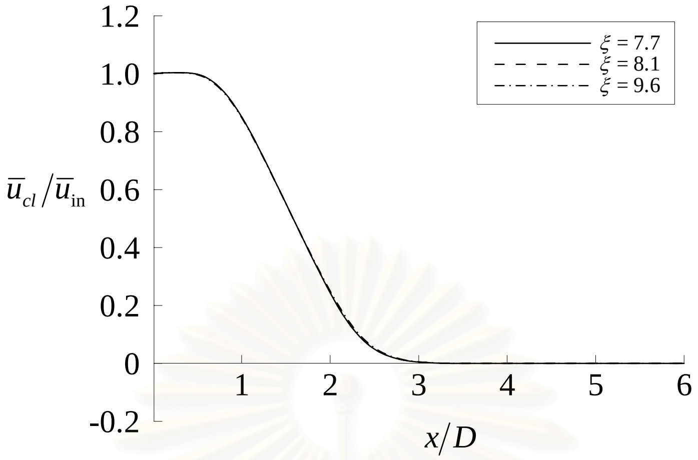
รูปที่ 5.137 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re}=1.5\times10^5$ ($\alpha=0.195$ และ $\xi=7.7$)



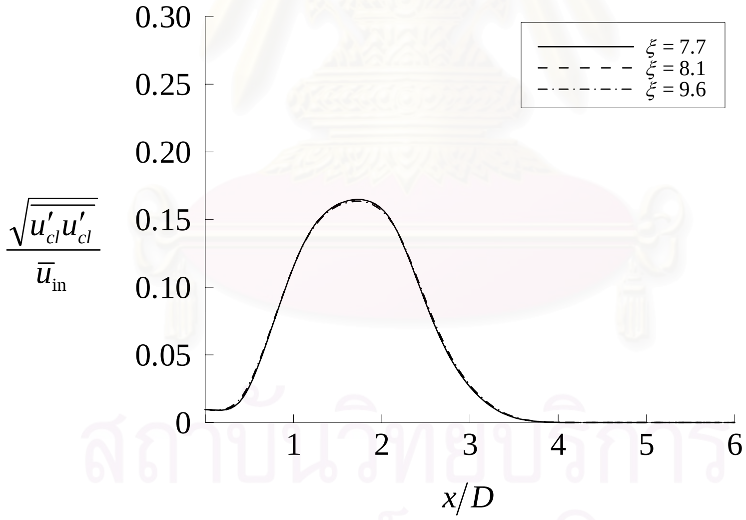
รูปที่ 5.138 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}\big/\bar{u}_{\text{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\text{Re} = 1.5\times10^5$ ($\alpha = 0.195$ และ $\xi = 7.7$)



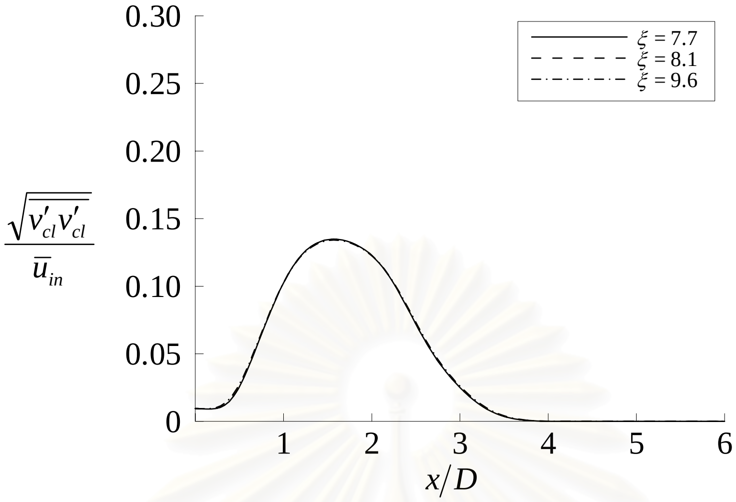
รูปที่ 5.139 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}\big/\bar{u}_{\text{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\text{Re} = 1.5\times10^5$ ($\alpha = 0.195$ และ $\xi = 7.7$)



รูปที่ 5.140 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\alpha = 0.186$ และ $\beta = 0.22$)



รูปที่ 5.141 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{u'_{cl}u'_{cl}}}\,/\overline{u}_{\rm in}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5$ ($\alpha = 0.186$ และ $\beta = 0.22$)



รูปที่ 5.142 ลักษณะการกระจายตัวของ Turbulence intensity, $\sqrt{\overline{v'_{cl}v'_{cl}}}\Big/\bar{u}_{\text{in}}$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ที่ $\text{Re} = 1.5\times10^5$ ($\alpha = 0.186$ และ $\beta = 0.22$)

รายการอ้างอิง

[1] Beer, J. M., and Chigier, N. A., (1972), Combustion Aerodynamics, Applied Science Publishers.

[2] Tripopsakul, S., (2001), Similarity Analysis of Swirling Laminar Jet in Nonswirling Coflow, Master Degree Thesis, Mechanical Engineering Department, Chulalongkorn University, Bangkok.

[3] Wangjiraniran, W., (2001), Effects of the Swirl Number on Mixing Characteristics of a Heated Swirling Jet in Crossflow, Master Degree Thesis, Mechanical Engineering Department, Chulalongkorn University, Bangkok.

[4] Uppathamnarakorn, P., (2001), Effects of the Swirl Number on Mixing Characteristics of a Heated Swirling Jet in Counterflow, Master Degree Thesis, Mechanical Engineering Department, Chulalongkorn University, Bangkok.

[5] Schlichting, (1960), Boundary-Layer Theory, 6^{th} edition, McGraw-Hill.

[6] Rajaratnam, N., (1976), Turbulent Jets, Elsevier Scientific Publishing Company, New York.

[7] Paullay, A. J., Melnik, R. E., Ruel, A., Rudman, S., and Siclari, M. J., (1985), "Similarity Solution for Plane and Radial Jets Using a $k-\varepsilon$ Turbulence Model," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 107, pp. 79-85.

[8] Ljuboja, M., and Rodi, W., (1980), "Calculation of Turbulent Wall Jets with an Algebraic Reynolds Stress Model," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 102, pp. 350-356.

[9] Antonia, R. A., and Bilger, R. W., (1973), "An Experimental Investigation of an Axisymmetric Jet in a Co-flowing Air Stream," *J. Fluid Mech.*, Vol. 61, pp. 805-822.

[10] Razinsky, E., and Brighton, J. A., (1972), "A Theoretical Model for Nonseparated Mixing of a Confined Jet," *J. Basic Eng.*, Series D, Vol. 93, No. 3, pp. 551-558.

[11] Razinsky, E., and Brighton, J. A., (1971), "Confined Jet Mixing for Nonseparated Conditions," *J. Basic Eng.*, Series D, Vol. 93, No. 3, pp. 333-349.

[12] Sarma, A. S. R., Sundararajan T., and Ramjee, V., (2000), "Numerical Simulation of Confined Laminar Jet Flows," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 33, pp. 609-626.

[13] Risso, F. D., and Fabre, J., (1997), "Diffusive Turbulence in a Confined Jet Experiment," *J. Fluid Mech.*, Vol. 337, pp. 233-261.

[14] Zhu, J., and Shih, T. H., (1994), "A Numerical Study of Confined Turbulence Jets," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 116, pp. 702-706.

[15] Zhu, J., and Shih, T. H., (1994), "Computation of Confined Coflow Jets with 3 Turbulence Models," *Int. J. Numer. Mech. Fluids* , Vol. 19, pp. 939-956.

[16] Cho, J. R., and Chung, M. K., (1992), "A k-ε-γ Equation Turbulence Model," *J. Fluid Mech.*, Vol. 237, pp. 301-322.

[17] Wang, Y. Q. and Derksen, R. W., (1999), "Prediction of Developing Turbulent Pipe Flow by a Modified k-ε-γ Model," *AIAA J.*, Vol. 37, No. 2, pp. 268-270.

[18] Chien, K. Y., (1982), "Prediction of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulent Model," *AIAA J.*, Vol. 20, No. 1, pp. 33-38.

[19] Dewan, A. and Arakeri, J. H., (2000), "Use of k-ε-γ Model to Predict Intermittency in Turbulent Boundary-layers," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 122, pp. 542-546.

[20] Nagano, Y. and Hishida, M., (1987), "Improved Form of the k-ε Model for Wall Turbulent Shear Flows," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 109, pp. 156-160.

[21] Wang, J. Priestman, G. H., and Wu, D., (2001), "An Analytical Solution for Incompressible Flow Through Parallel Multiple Jets," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 123, pp. 407-410.

[22] Anderson, E. A., and Spall, R. E., (2001), "Experimental and Numerical Investigation of Two-dimensional Parallel Jets," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 123, pp. 401-406.

[23] เมืองแก้ว ยุตัน, พงษ์เจต พรหมวงศ์, และ อุดม จันทร์จรัสสุข, (2545), "การศึกษาการไหลเชิงตัวเลขของการฉีดกระทบ," *การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย*, ครั้งที่ 16, หน้า 217-222, ภูเก็ต.

[24] นราธิป ศุขโข, อโนทัย สุขแสงพนมรุ้ง, อุดมเกียรติ นนทแก้ว, และ พงษ์เจต พรหมวงศ์, (2545), "Large Eddy Simulation สำหรับการไหลในช่องลมที่มีการฉีดทำมุมด้านข้าง," *การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย*, ครั้งที่ 16, หน้า 129-133, ภูเก็ต.

[25] ปราโมทย์ เดชะอำไพ, (2545), ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการคำนวณพลศาสตร์ของไหล, พิมพ์ครั้งที่ 1, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กทม.

[26] White, F. M., (1991), Viscous Fluid Flow, McGracw-Hill, Singapore.

[27] Fox, R. W., and Mcdonald, A. T., (1998), Introduction of Fluid Mechanics, 5th edition, John Wiley & Sons, New York.

[28] Blazek, J., (2001), Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications, 1st edition, Elsevier Science, UK.

[29] Launder, B. E., and Spalding, D. B., (1974), "The Numerical Computation of Turbulent Flows," *Comp. Meth. App. Mech. Eng.*, Vol. 3, pp. 269-289.

[30] Pope, S. B., (2000), Turbulent Flows, 1st edition, Cambridge University Press, UK.

[31] Chapman, D. R., and Kuhn, G. D., (1986), "The Limiting Behavior of Turbulence Near a Wall," *J. Fluid Mech.*, Vol. 70, pp. 265-292.

[32] Jones, W. P., and Launder, B. E., (1972), "The Prediction of Laminarization with a Two Equation Model of Turbulence," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 301-304.

[33] Byggstoyl, S., and Kollmann, W., (1981), "Closure Model for Intermittent Turbulent Flows," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 301-304

[34] Patankar, S. V., (1980), Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemishpere Publishing Corporation.

[35] Versteeg, H. K. and Malalasekera, W., (1995), An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Longman Scientific & Technical, England.

[36] Ferziger, J. H., and Peric, M., (1999), Computational Methods for Fluid Dynamics, 2nd edition, Springer, Germany.

[37] Melaaen, M. C., (1990), Analysis of Curvilinear Non-orthogonal Coordinates for Numerical Calculation of Fluid Flow in Complex Geometries, Dr. Ing. Thesis, Division of Thermodynamics, University of Trondheim, The Norwegian Institute of Technology, Norway.

[38] Rhie, C. M., and Chow, W. L., (1983), "Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Isolated Airfoil with Separation," *AIAA J.*, Vol. 17, No. 11, pp. 1525-1532.

[39] ปราโมทย์ เดชะอำไพ, (2538), ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม, พิมพ์ครั้งที่ 1, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กทม.

[40] Spalding, D. B., (1972), "A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivatives," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.4, pp. 551.

[41] Peric, M., (1985), Finite Volume Method for the Prediction of Three-Dimensional Flow Fluid Flow in Complex Ducts, Ph.D. Thesis, Imperial College, University of London.

[42] Klebanoff, P. S., (1955), "Characteristics of Turbulence in a Boundary Layer with Zero Pressure Gradient," *NACA Report* 1247.

[43] Willmarth, W. W., Winkel, R. E., and Sharma, L. K., (1976), "Axially Symmetric Turbulent Boundary Layers on Cylinders: Mean Velocity Profiles and Wall Pressure Fluctuations," *J. Fluid Mech.*, Vol. 76, pp. 35-64.

[44] Lueptow, R. W., and Haritonidis, J. H., (1987), "The Structure of the Turbulent Boundary Layer on a Cylinder in Axial Flow," *Phys. Fluids*, Vol. 30, No. 10, pp. 2993-3005.

[45] Lueptow, R. W., Leehey, P., and Stellinger, T., (1985), "The Thick, Turbulent Boundary Layer on a Cylinder: Mean and Fluctuating," *Phys. Fluids*, Vol. 28, No. 12, pp. 3495-3505.

[46] Lam, C. K. G., and Bremhorst, K. A., (1981), "Modified Form of the k-ε Model for Predicting Wall Turbulence," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 103, pp. 456-460.

[47] Laufer, J., (1954), "The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow," *NACA report* 1174.

[48] Barbin, A. J., and Jones, J. B., (1963), "Turbulent Flow in the Inlet Region of a Smooth Pipe," *J. Basic Eng. Series D*, Vol. 85, No. 1, pp. 29-34.

[49] Richman, J. W., and Azad, R. S., (1973), "Developing Turbulent Flow in Smooth Pipes," *Applied Science Research*, Vol. 28, No. 6, pp. 419-441

[50] Rodi, W., (1980), "Turbulence models and their applications in hydraulic," *Exp. and Math. Fluids Dynamics*.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายคมกฤษณ์ ชัยโย เกิดเมื่อวันที่ 29 เดือนธันวาคม พุทธศักราช 2520 จังหวัดนครปฐม สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิตจากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2543 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร มหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2544