การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติซึ่งประยุกต์ใช้ใน
ระบบสี่ถัง

นายเปรมศักดิ์ ปูนทอง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี ภาควิชาวิศวกรรมเคมี
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2554
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

ROBUST MPC BASED ON NOMINAL PERFORMANCE COST WITH APPLICATION IN QUADRUPLE TANK SYSTEM

Mr. Pramesak Poontong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering Program in Chemical Engineering

Department of Chemical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2011

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติซึ่งประยุกต์ใช้ในระบบสี่ถัง
โดย	นายเปรมศักดิ์ ปูนทอง
สาขาวิชา	วิศวกรรมเคมี
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเทพ เขียวหอม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี วงศ์ศรี)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเทพ เขียวหอม)

.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อมรชัย อาภรณ์วิชานพ)

.... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ประกร รามกุล)

เปรมศักดิ์ ปูนทอง : การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติซึ่งประยุกต์ใช้ในระบบสี่ถัง. (ROBUST MPC BASED ON NOMINAL PERFORMANCE COST WITH APPLICATION IN QUADRUPLE TANK SYSTEM) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ.ดร.สุรเทพ เขียวหอม, 147 หน้า.

งานวิจัยนี้เสนอการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติในการควบคุมระบบสี่ถัง คณะผู้วิจัยได้ศึกษาพฤติกรรมของระบบสี่ถังทั้งในรูปแบบที่มีเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดโดยพิจารณาให้ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบเป็นตัวแปรที่มีความไม่แน่นอน

สมรรถนะของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมได้ถูกเปรียบเทียบกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว, ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม รูปแบบการกระจายตัวของค่าความไม่แน่นอนที่ใช้ในการเปรียบเทียบสมรรถนะประกอบด้วยรูปแบบการกระจายตัวแบบปกติ รูปแบบการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันและรูปแบบที่ค่าความไม่แน่นอนมีการประมาณเป็นค่าคงที่เท่ากับค่าตัวแปรปกติ จากการทดสอบสมรรถนะของตัวควบคุม ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติซึ่งใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟขึ้นกับตัวแปรเสริมมีสมรรถนะในการควบคุมที่ดีที่สุดไม่ว่ารูปแบบการกระจายตัวของความไม่แน่นอนจะเป็นแบบใด โดยจะเห็นผลได้ชัดขึ้นเมื่อค่าความไม่แน่นอนมีค่าเพิ่มขึ้นจาก $\pm 20\%$ เป็น $\pm 50\%$

ภาควิชา วิศวกรรมเคมี ลายมือชื่อนิสิต ....

สาขาวิชา วิศวกรรมเคมี ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ....

ปีการศึกษา 2554

5170684221 : MAJOR CHEMICAL ENGINEERING
KEYWORDS : ROBUST MODEL PREDICTIVE CONTROL / MODEL PREDICTIVE CONTROL / QUADRUPLE TANK SYSTEM / MULTIVARIABLE SYSTEM / NOMINAL PERFORMANCE COST

PRAMESAK POONTONG : ROBUST MPC BASED ON NOMINAL PERFORMANCE COST WITH APPLICATION IN QUADRUPLE TANK SYSTEM. ADVISOR: ASST. PROF.SOORATHEP KHEAWHOM, Ph.D., 147 pp.

This research presents an application of robust MPC based on nominal performance cost to the quadruple tank system. The behaviors of quadruple tank system including minimum phase and non-minimum phase are studied. The valve coefficients (Cv) are considered to be the parametric uncertainties.

The performance of robust MPC based on nominal performance cost using parameter-dependent Lyapunov function was compared with robust MPC based on nominal performance cost using a single Lyapunov function, robust MPC based on the worst-case performance cost using a single lyapunov function and robust MPC based on the worst-case performance cost using parameter-dependent Lyapunov function. The uncertainties generated are distributed in the form of normal distribution, uniform distribution and in the last case, they are assumed to be constant and equal to their nominal value. The results show that robust MPC based on nominal performance cost using parameter-dependent Lyapunov function gives the best control performance for all cases. Moreover, it shows superior control performance to other algorithms as the uncertainty ranges increase from $\pm 20\%$ to $\pm 50\%$.

Department : Chemical Engineering Student's Signature ....

Field of Study : Chemical Engineering Advisor's Signature ....

Academic Year : 2011

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับการให้คำแนะนำ ดูแล ตลอดจนข้อคิดเห็นในการแก้ไขปัญหาต่างๆ จากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเทพ เขียวหอม ผู้วิจัยขอขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

ขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี วงศ์ศรี ประธานในการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อมรชัย อาภรณ์วิชานพ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ประกร รามกุล กรรมการในสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาสละเวลาเพื่อให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์แก่งานวิจัยนี้

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ และประสบการณ์ทางวิชาชีพตลอดระยะเวลาที่ได้ศึกษาเล่าเรียนมา

ขอขอบคุณ คุณครู อาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้ ความเข้าใจในสรรพวิชา และอบรมสั่งสอนในเรื่องต่างๆ

ขอบคุณเพื่อนพ้องพี่น้องในห้องปฏิบัติการ รวมถึงบุคคลอื่นอีกมากมาย ที่คอยให้กำลังใจ ให้ความช่วยเหลือ และให้คำแนะนำที่ดีเสมอมา

ท้ายที่สุดนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ผู้มีพระคุณที่ทำให้ทำงานได้ประสบความสำเร็จและมีทุกวันนี้ได้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.. ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.. จ

กิตติกรรมประกาศ.. ฉ

สารบัญ.. ช

สารบัญตาราง... ฌ

สารบัญภาพ... ญ

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ... ฐ

บทที่ 1 บทนำ.. 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.. 1

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย... 3

1.3 ขอบเขตของการวิจัย.. 4

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ... 4

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.. 5

บทที่ 3 แบบจำลองระบบสี่ถังและการควบคุมแบบเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนแบบต่างๆ.. 9

3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสี่ถัง.. 10

3.2 การทดสอบเสถียรภาพของระบบ... 17

3.3 การทดสอบความสามารถควบคุมได้ของระบบ.. 18

3.4 การทดสอบสภาพเข้าถึงได้ของระบบแบบวิยุต 22

3.5 ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทน.. 24

บทที่ 4 ผลการจำลองและการวิเคราะห์ข้อมูล.. 34

4.1 ผลการจำลองระบบสี่ถังในสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด.................... 34

4.2 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนแบบต่างๆ.. 44

4.3 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุม.. 52

หน้า

4.4 รูปแบบความแปรปรวนของค่าความไม่แน่นอนกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติ........ 59
4.5 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนแบบต่างๆที่ค่าความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนในช่วง -50% ถึง 50%........ 69
4.6 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%........ 77
4.7 รูปแบบความแปรปรวนของค่าความไม่แน่นอนกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% จากค่าปกติ........ 81
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย........ 90
รายการอ้างอิง........ 95
ภาคผนวก........ 97
ภาคผนวก ก ชุดคำสั่งที่ใช้ในการควบคุมระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมต่างๆ........ 98
ก.1 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 98
ก.2 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2........ 101
ก.3 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2........ 119
ก.4 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2........ 122
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์........ 147

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
3.1	การไหลเข้าของน้ำที่เกิดจากปั้มน้ำทั้งสอง...	11
3.2	ค่าพารามิเตอร์ของสภาวะดำเนินงาน..	13
3.3	ความสูงของน้ำในถังแต่ละใบที่สภาวะคงตัว...	15
3.4	ค่าคงที่ต่างๆของกระบวนการ...	15
3.5	ค่าคงที่สำหรับสมการปรภูมิสถานะ..	17
4.1	ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ในสภาวะที่พฤติกรรมของระบบเป็นแบบเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด...............................	34
4.2	เวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมระบบสี่ถังกรณีความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20%..	58
4.3	เวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมระบบสี่ถังกรณีความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%..	80

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

3.1 ระบบสี่ถังและตัวแปรที่เกี่ยวข้อง.. 9
4.1 พฤติกรรมเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น.................. 35
4.2 พฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น............. 36
4.3 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นสภาวะเฟสต่ำสุด.. 37
4.4 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด.. 38
4.5 พฤติกรรมเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่อง.. 39
4.6 พฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่อง.. 40
4.7 พฤติกรรมเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต.. 41
4.8 พฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต.. 42
4.9 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตสภาวะเฟสต่ำสุด.. 43
4.10 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด.. 44
4.11 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในสภาวะเฟสต่ำสุด.. 45

ภาพที่ หน้า

4.12 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด.......... 47

4.13 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว.......... 48

4.14 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว.......... 48

4.15 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะเฟสต่ำสุด.......... 50

4.16 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด.......... 51

4.17 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม.......... 52

ภาพที่ หน้า

4.18 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม…………………………………………………………… 52

4.19 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะเฟสต่ำสุด……………………………………………………………...................... 54

4.20 ผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด………………………………………………………………......... 55

4.21 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด…………………………………………............................... 56

4.22 ผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด………………………………………………………………... 57

4.23 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด…………………………………………… 60

4.24 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด…………………... 60

4.25 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด……………………………………….. 61

4.26 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด……………… 62

4.27 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด…………………………………… 62

4.28 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด……….. 63

4.29 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด……………………………….. 64

ภาพที่		หน้า
4.30	พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด......	65
4.31	สมรรถนะการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20%...................................	65
4.32	พฤติกรรมการปรับที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20%...	66
4.33	สมรรถนะการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20%...................................	67
4.34	พฤติกรรมการปรับที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20%...................................	67
4.35	พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%...	68
4.36	พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%...	69
4.37	ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%...	70
4.38	พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%........	71

ภาพที่ หน้า

4.39 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% ในส่วนของพฤติกรรมในการปรับของตัวแปรปรับนั้นจะเห็นถึงความแตกต่างได้ดีขึ้นอีกเช่นกันดังภาพที่ 4.26 โดยจะยังคงเห็นถึงพฤติกรรมในการปรับที่เป็นไปอย่างราบเรียบเช่นเดิม........................ 72

4.40 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%........ 73

4.41 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%..................... 74

4.42 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%.. 75

ภาพที่		หน้า
4.43	ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%........	76
4.44	พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%..	76
4.45	ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%..	77
4.46	ผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%..	78
4.47	ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%..	79
4.48	ผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%..	80
4.49	สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด……………………………………………	81
4.50	พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด…………………..	82

ภาพที่		หน้า
4.51	สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด…………………………………………..	82
4.52	พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด………………	83
4.53	สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด……………………………………	84
4.54	พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด……..…	85
4.55	สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด………………………………..	86
4.56	พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด……	87
4.57	สมรรถนะการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50%...................................	87
4.58	พฤติกรรมการปรับที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50%...	88
4.59	สมรรถนะการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50%...................................	89
4.60	พฤติกรรมการปรับที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50%...................................	89

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

A	เมตริกซ์ตัวแปรสถานะ(state matrix)
A_i	พื้นที่หน้าตัดของถังที่ i
B	เมตริกซ์ขาเข้า(input matrix)
C	เมตริกซ์ขาออก(output matrix)
C_k	เมตริกซ์ความควบคุมได้
$C_{v,cvi}$	สัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วตัวที่ i
g	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
G	เมตริกซ์สมมาตรมีค่าเป็นบวก
G_f	ความถ่วงจำเพาะของของเหลว
h_i	ความสูงของน้ำในถังที่ i
I	เมตริกซ์เอกลักษณ์
J_∞	ฟังชันก์ต้นทุน(Cost function)
$k_{p,i}$	ค่าคงที่การไหลของปั้มตัวที่ i
P	เมตริกซ์สมมาตรมีค่าเป็นบวก
Q	เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก(weighting matrices)
$q_{out,i}$	อัตราการไหลของน้ำขาออกจากระบบถังที่ i
$\Re$	เซตของสถานะที่เข้าถึงได้
R	เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก(weighting matrices)
T	เวลาในการสุ่มตัวอย่าง (Sampling time)
t_f	เวลาสุดท้ายที่ต้องการควบคุม
u	ตัวแปรปรับ (Manipulated variable)
V_i	ปริมาตรของน้ำในถังที่ i
x	เวกเตอร์ของตัวแปรสถานะ (State vector)
y	เวกเตอร์ของสัญญาณขาออก (Output vector)

ตัวอักษรกรีก

ϕ_i	เส้นผ่านศูนย์กลางของถังที่ i
γ_i	ค่าคงที่ในการปรับวาล์วสามทางตัวที่ i
γ	ตัวแปรส่วนขาด(slack variable)
ρ	ความหนาแน่นของน้ำ
Ω	Convex hull

ตัวอักษรย่อ

GMC	Generic model control
LMI	Linear Matrix Inequalities
MPC	Model predictive control
PDLF	Parameter Dependent Lyapunov Function
PID	Proportional Integral Derivative control
SLF	Single Lyapunov Function

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เทคโนโลยีการควบคุมกระบวนการในปัจจุบันนี้ ได้มีการพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว และได้ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายสำหรับการควบคุมกระบวนการในโรงงานอุตสาหกรรมต่างๆ โดยเฉพาะอุตสาหกรรมเคมีและปิโตรเคมีจำเป็นต้องมีการควบคุมอัตโนมัติ เพื่อให้สามารถดำเนินการผลิตได้อย่างมีประสิทธิภาพตามที่ต้องการ จึงได้มีการพัฒนาการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองขึ้นมา ซึ่งการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง(Model predictive control, MPC) เป็นการควบคุมที่อาศัยแบบจำลองของระบบ ซึ่งจะสามารถควบคุมระบบที่มีตัวแปรควบคุมหลายตัว ระบบที่มีข้อจำกัดของการทำงานและมีตัวแปรรบกวน โดยมีหลักการคือทำนายการตอบสนองของระบบในอนาคตแล้วทำการคำนวณหาตัวแปรปรับสำหรับการควบคุม ซึ่งได้นำมาใช้งานในการควบคุมระบบหลากหลายโดยเฉพาะอย่างยิ่งในโรงงานอุตสาหกรรมเคมี เช่น การควบคุมหอกลั่น ควบคุมถังปฏิกรณ์ ควบคุมกระบวนการบำบัดน้ำเสียหรือควบคุมเครื่องจักรต่างๆ รวมไปถึงการใช้ในด้านชีวกระบวนการ เป็นต้น

ข้อเสียหลักของเทคนิคการออกแบบสำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองทั่วไป(nominal MPC)คือ ไม่สามารถรวมผลความไม่แน่นอนของแบบจำลองระบบได้[1] แต่ในปัจจุบันได้พัฒนาการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ซึ่งได้กำหนดปัญหาการออกแบบที่คำนึงถึงผลความไม่แน่นอนของแบบจำลองระบบ เรียกว่า การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทน (Robust MPC) โดยการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนนั้นได้ถูกพัฒนาสมรรถนะการควบคุมให้เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง[1-4] ด้วยเทคนิควิธีการต่างๆ เช่น การออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว(Single Lyapunov Function, SLF) เพื่อรับประกันเสถียรภาพในการควบคุมระบบ แต่ตัวควบคุมซึ่งใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้นมีสมรรถนะในการควบคุมต่ำ[1]จึงเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม(Parameter Dependent Lyapunov Function, PDLF) มาพัฒนาสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนให้ดียิ่งขึ้น[5,6] เป็นต้น แต่เดิมนั้นการออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนเป็นการพิจารณาปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด(optimization problem) บนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด(worst case)[1-3]ซึ่งตัวควบคุมที่ได้ยังคงมีสมรรถนะการควบคุมที่ไม่ดีมากนัก แต่เมื่อไม่นานมานี้ได้มีการศึกษาตัวควบคุมซึ่งใช้

ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติ(nominal case) แทนการพิจารณาบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด[4] เพื่อให้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนนั้นมีสมรรถนะการควบคุมระบบดีมากขึ้นแต่ยังคงใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมขึ้นมาภายในห้องวิจัยที่ผู้เขียนสังกัดได้พัฒนาตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทน ซึ่งใช้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมซึ่งให้สมรรถนะการควบคุมที่ดี

การศึกษาและวิจัยการควบคุมระบบสำหรับงานทางด้านวิศวกรรมเคมีที่ผ่านมาได้มีการใช้ระบบสี่ถังเป็นตัวแทนในการศึกษาการควบคุมด้วยวิธีการต่างๆ เช่น การควบคุมแบบสัดส่วนปริพันธ์อนุพันธ์หรือพีไอดี (Proportional Integral Derivative control, PID) ซึ่งเป็นการควบคุมกระบวนการอย่างง่ายโดยใช้หลักการของการควบคุมแบบป้อนกลับ (Feedback control) ที่ไม่ต้องอาศัยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ และการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง (Model predictive control, MPC) ซึ่งเป็นการควบคุมที่อาศัยแบบจำลองของระบบเป็นต้น โดยตัวแปรปรับของระบบนี้คือแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับปั้มน้ำ ซึ่งจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลของน้ำ และตัวแปรควบคุมคือระดับน้ำในถังสี่ใบ เนื่องจากระบบสี่ถังนั้นมีความน่าสนใจด้วยเหตุที่สามารถเป็นตัวแทนของระบบที่มีหลายตัวแปร และระบบมีความไม่แน่นอนแฝงอยู่ โดยความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังอาจมีสาเหตุดังนี้ เช่น 1)ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบซึ่งเป็นค่าคงที่แต่มีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วงหนึ่งภายใต้สภาวะดำเนินการของระบบและ 2)ความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบ เป็นต้น[7]

การพิจารณาสมรรถนะการควบคุมระบบสี่ถังของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนในงานวิจัยนี้ จะศึกษาระบบทั้งในสภาวะการดำเนินการที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะการดำเนินการที่ไม่มีเฟสต่ำสุด ซึ่งการเปลี่ยนสภาวะจากการมีเฟสต่ำสุดเป็นสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดนั้น เป็นผลจากการปรับสัดส่วนของวาล์วสามทางทั้งสองที่ทำการป้อนน้ำเข้าสู่ถังทั้งสี่ใบ โดยตำแหน่งของ zero บนระนาบเชิงซ้อนจะบ่งบอกถึงการตอบสนองลักษณะเฟสต่ำสุด (minimum phase) และไม่มีเฟสต่ำสุด(non-minimum phase) ของระบบสี่ถัง[8]ซึ่งเป็นสภาวะดำเนินงานที่ใช้ในการควบคุมในงานวิจัยนี้ ในงานวิจัยที่ผ่านมาได้พิจารณาปัญหาการควบคุมความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบสี่ถัง[9]เพียงอย่างเดียว สาเหตุที่พิจารณาเพียงความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบสี่ถัง เนื่องจากการคำนึงถึงความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในส่วนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบซึ่งเป็นค่าคงที่แต่มีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วงหนึ่งภายใต้สภาวะ

การดำเนินงานของระบบนั้นมีความยากในการทำนายและปัญหาความไม่แน่นอนของระบบนี้ส่งผลต่อสมรรถนะและความคงทนในการควบคุม[7]

เป้าหมายหลักของงานวิจัยนี้คือ เสนอวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นในกลุ่มวิจัย ในการควบคุมระบบสี่ถังซึ่งเป็นตัวแทนของระบบที่มีหลายตัวแปร โดยแบบจำลองของระบบสี่ถังนั้นแสดงพฤติกรรมของความไม่เป็นเชิงเส้น และระบบมีผลของความไม่แน่นอนในแบบจำลองซึ่งเป็นผลจากค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว(C_v)ใต้ถังทั้งสี่ใบซึ่งเป็นค่าคงที่แต่มีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วงหนึ่งภายใต้สภาวะการดำเนินงานของระบบ จากนั้นทำการเปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้งสามแบบคือ 1.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว 2.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและ 3.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. นำวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม มาประยุกต์การควบคุมกับระบบสี่ถังภายใต้สภาวะความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบ

2. เปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้งสี่แบบคือ 1)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม 2)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว 3)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและ 4)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1) สร้างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนแบบต่างๆ (Robust Model predictive control, RMPC) จากชุดคำสั่ง YALMIP ในโปรแกรม MATLAB

2) ตัวแปรที่ศึกษาถึงความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังคือ ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว(C_v)ใต้ถังทั้งสี่ใบซึ่งเป็นค่าคงที่แต่มีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วงหนึ่งภายใต้สภาวะการดำเนินของระบบ

3) ค่าความไม่แน่นอนของระบบจะอยู่ในรูปของโพลีโทปิค(Polytopic uncertainty) ภายในเมทริกซ์ A ซึ่งเป็นเมทริกซ์จากสมการปริภูมิสถานะในรูปแบบเวลาวิยุต(Discrete time)คือสมการ $x(k+1) = A(\theta)x(k) + Bu(k)$

4) ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้งสี่แบบที่ใช้เปรียบเทียบสมรรถนะคือ 1.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม 2.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว 3.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว และ 4.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถนำตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม มาใช้ในการควบคุมระบบสี่ถังภายใต้สภาวะความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การควบคุมด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเป็นการควบคุมที่ดีกว่าการควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดี เนื่องจากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นใช้แบบจำลองของกระบวนการในการควบคุมทำให้สามารถควบคุมกระบวนการที่มีความซับซ้อนได้เป็นอย่างดีโดยประสบความสำเร็จในการประยุกต์ใช้ในกระบวนการต่างๆ เนื่องจากความสามารถของตัวควบคุมในการจัดการกับปัญหาที่ต้องการการควบคุมหลายตัวแปร หลักการการควบคุมระบบของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นคือ จะทำการวัดค่าตัวแปรควบคุมของระบบที่แต่ละเวลา จากนั้นนำค่าตัวแปรควบคุมของระบบที่วัดได้ไปทำการทำนายค่าตัวแปรควบคุมในอนาคต จากนั้นนำค่าตัวแปรควบคุมในอนาคตที่วัดได้ไปแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเพื่อหาค่าตัวแปรปรับแล้วนำค่าที่ได้ไปควบคุมระบบโดยจะทำซ้ำไปเรื่อยๆจนกว่าค่าตัวแปรควบคุมจะเข้าสู่ค่าเป้าหมาย จากหลักการตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองดังที่กล่าวมานั้นเป็นการทำนายค่าในอนาคตเพื่อคำนวณค่าปรับแต่งระบบในเวลาปัจจุบัน

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองจำเป็นที่จะต้องสร้างแบบจำลองของกระบวนการซึ่งเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ โดยการสร้างแบบจำลองของกระบวนการนั้นเป็นสิ่งจำเป็นต้องทำสำหรับใช้เป็นโครงสร้างในการควบคุมระบบ เราอาจหาแบบจำลองด้วยวิธีการต่างๆได้ คือ วิธีการสร้างแบบจำลองพื้นฐานจากสมการทางคณิตศาสตร์ โดยการทำสมดุลมวลสาร โมเมนตัม และพลังงาน ซึ่งแบบจำลองของกระบวนการที่ทำการสร้างขึ้นนั้นส่วนใหญ่เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นจำเป็นต้องทำให้เป็นเชิงเส้น (linearization) ก่อน จากนั้นจึงนำไปทำการคำนวณค่าและทำการควบคุมระบบ

แต่ข้อเสียหลักของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นคือ ไม่สามารถรวมผลความไม่แน่นอนของแบบจำลองระบบได้[1] ซึ่งในปัจจุบันนี้ได้มีการเสนอวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนเพื่อใช้ในการควบคุมระบบที่มีการคำนึงถึงความไม่แน่นอนโดยพิจารณาความไม่แน่นอนของระบบในสองรูปแบบดังนี้ แบบแรกนั้นเป็นการพิจารณาในรูปของความไม่แน่นอนโพลีโทปิค(polytolic uncertainty) และแบบที่สองเป็นการพิจารณาในรูปแบบความไม่แน่นอนเชิงโครงสร้าง(structured uncertainty)[1] แต่ในงานวิจัยนี้ทำการศึกษาเฉพาะความไม่แน่นอนของระบบในรูปของความไม่แน่นอนโพลีโทปิค เนื่องจากผลของความไม่แน่นอนของระบบ

นั้นส่งผลต่อความคงทนในการควบคุม โดยในทางวิศวกรรมควบคุม[10] ความไม่แน่นอน (uncertainty) คือ ความแตกต่างระหว่างระบบจริงกับแบบจำลอง ความไม่แน่นอนนี้อาจเกิดได้จากหลายสาเหตุ โดยทั่วไป อาจแบ่งความไม่แน่นอนออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ความไม่แน่นอนเชิงซ้อน(complex uncertainty) ซึ่งเกิดจากการละเลยองค์ประกอบทางพลวัตบางส่วนของระบบจริงในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และความไม่แน่นอนจำนวนจริง(real uncertainty) นั่นคือ พารามิเตอร์ของระบบมีค่าเปลี่ยนแปลง เนื่องจากสภาพแวดล้อมที่แตกต่าง พารามิเตอร์เหล่านี้อาจเป็นมวล ค่าคงตัวของสปริง มิติทางกายภาพ(ความยาว ความกว้าง ความสูง) หรือค่าที่มีความหมายทางกายภาพ เช่น ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว ค่าความถี่ทางธรรมชาติ ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น เป็นต้น

การควบคุมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนนั้นเป็นการออกแบบการควบคุมที่คำนึงถึงผลของความไม่แน่นอนของระบบ[1] เมื่อเริ่มแรกนั้น Kothare และคณะ[1]ได้นำทฤษฎีเลียปูโนฟมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อรับประกันเสถียรภาพของระบบ โดยเป้าหมายการออกแบบคือ ที่แต่ละเวลากฎการป้อนกลับสถานะ(a state feedback control law) จะถูกทำให้มีค่าน้อยลง(minimize) กับฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบสถานการณ์เลวร้ายที่สุด(worst case objective function) และขึ้นกับเงื่อนไขบังคับ(constraint) บนสัญญาณควบคุมขาเข้า(control input)และสัญญาณขาออกของกระบวนการ(process output) ซึ่งขั้นตอนในการคำนวณเพื่อทำการควบคุมระบบนั้นมีการสร้างเซตยืนยง(Invariant set) ครอบคลุมระบบเพื่อแสดงให้เห็นถึงเสถียรภาพในการควบคุม ซึ่งหลักการการสังเคราะห์ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนวิธีนี้นั้นได้ถูกเรียกว่าฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว ต่อมา de Oliveira และคณะ[5]ได้พัฒนาหลักการในการสังเคราะห์ตัวควบคุมซึ่งเป็นการพัฒนาต่อจากฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวโดยเรียกวิธีการนี้ว่า ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมแต่ว่าหลักการนี้ถูกใช้กับระบบเชิงเส้นไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา(Linear Time Invariant, LTI) ถัดมาไม่นาน Daafouz และ Bernussou[6] พัฒนาหลักการ ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมให้สามารถใช้สังเคราะห์กับระบบเชิงเส้นเปลี่ยนแปลงตามเวลาได้(Linear time varying) ต่อมาหลักการฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นได้ถูกนำไปประยุกต์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนโดย Cuzzola และคณะ[2] เพื่อให้มีสมรรถนะในการควบคุมมากขึ้น แต่ Cuzzola และคณะ[2] นั้นได้นำเสนอถึงตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนำไปใช้ควบคุมระบบเชิงเส้นเปลี่ยนแปลงตามเวลา แต่วิธีการที่สังเคราะห์ตัวควบคุมขึ้นนั้นเป็นการสังเคราะห์ตัวควบคุมระบบเชิงเส้นไม่เปลี่ยนแปลงตาม

เวลา จึงได้มีการแก้ไขวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมขึ้นใหม่โดย Mao[3] ซึ่งได้แก้ไขให้สามารถใช้ควบคุมกับระบบเชิงเส้นเปลี่ยนแปลงตามเวลาได้ ซึ่งวิธีการควบคุมแบบนี้นั้นจะทำการสร้างเซตยืนยงไปที่แต่ละจุดยอด(vertice) เพื่อครอบคลุมระบบ ทำให้ขนาดของวงรี(ellipsoid)มีขนาดเล็กลงกว่าฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว ซึ่งทำให้สมรรถนะในการควบคุมดีขึ้นเนื่องจากส่งผลต่อการพิจารณาปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดเพื่อคำนวณหาค่าสัญญาณควบคุมขาเข้าเพื่อนำไปควบคุมระบบ

อย่างไรก็ตามงานวิจัยของ [1-3] ยังคงเป็นการพิจารณาปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดซึ่งสมรรถนะในการควบคุมระบบยังไม่ดีมากนัก แต่เมื่อไม่นานมานี้ Ding และคณะ[4] ได้มีการพิจารณาปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติ เพื่อให้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนนั้นมีสมรรถนะในการควบคุมระบบดีมากยิ่งขึ้นแต่ยังคงใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในการสังเคราะห์ตัวควบคุมขึ้นมาซึ่งทำให้สมรถนะในการควบคุมนั้นต่ำ ด้วยเหตุนี้ภายในกลุ่มวิจัยจึงได้มีการพัฒนาตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนซึ่งพิจารณาปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการสังเคราะห์ตัวควบคุมเพื่อเพิ่มสมรรถนะในการควบคุมให้ดียิ่งขึ้น

ในส่วนของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองกับการควบคุมระดับน้ำในถังสี่ใบ การควบคุมระดับน้ำในถังสี่ใบจะพิจารณาถึงระดับน้ำในถังที่มีการเปลี่ยนแปลงโดยแบ่งออกเป็นวงจรควบคุมสองวงจร(control loop) ซึ่งมีปฏิสัมพันธ์ภายในต่อกันทั้งสี่ถัง ได้มีผู้ทำการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องนี้ไว้ รวมถึงใช้เป็นอุปกรณ์สำหรับทดลองในห้องปฏิบัติการทางวิศวกรรมเคมี[7,8] โดยนำมาใช้เป็นตัวแทนในการศึกษาระบบการควบคุมที่กระบวนการมีหลายตัวแปร รวมถึงมีขอบเขตของการควบคุมที่ต้องพิจารณา[8] ในการควบคุมระดับน้ำของระบบสี่ถังได้แสดงตัวอย่างการควบคุมแบบหลายตัวแปรไว้ และได้มีการอธิบายการทำงานของระบบการควบคุมระดับน้ำสี่ถังไว้อย่างละเอียดใน[8] โดยได้ศึกษาว่าการตอบสนองของระบบสี่ถัง สามารถปรับเปลี่ยนได้จากการปรับสัดส่วนการไหลของน้ำผ่านวาล์วสามทางทั้งสองตัวซึ่งจะทำให้ค่าซีโร่(zero) ของระบบมีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นบนระนาบเชิงซ้อนซึ่งทำให้เกิดการตอบสนองสองรูปแบบที่สำคัญคือ เฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด ส่วนในงานวิจัยล่าสุด[9] ได้ทำการควบคุมระบบสี่ถังโดยใช้แบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นในการควบคุมและ

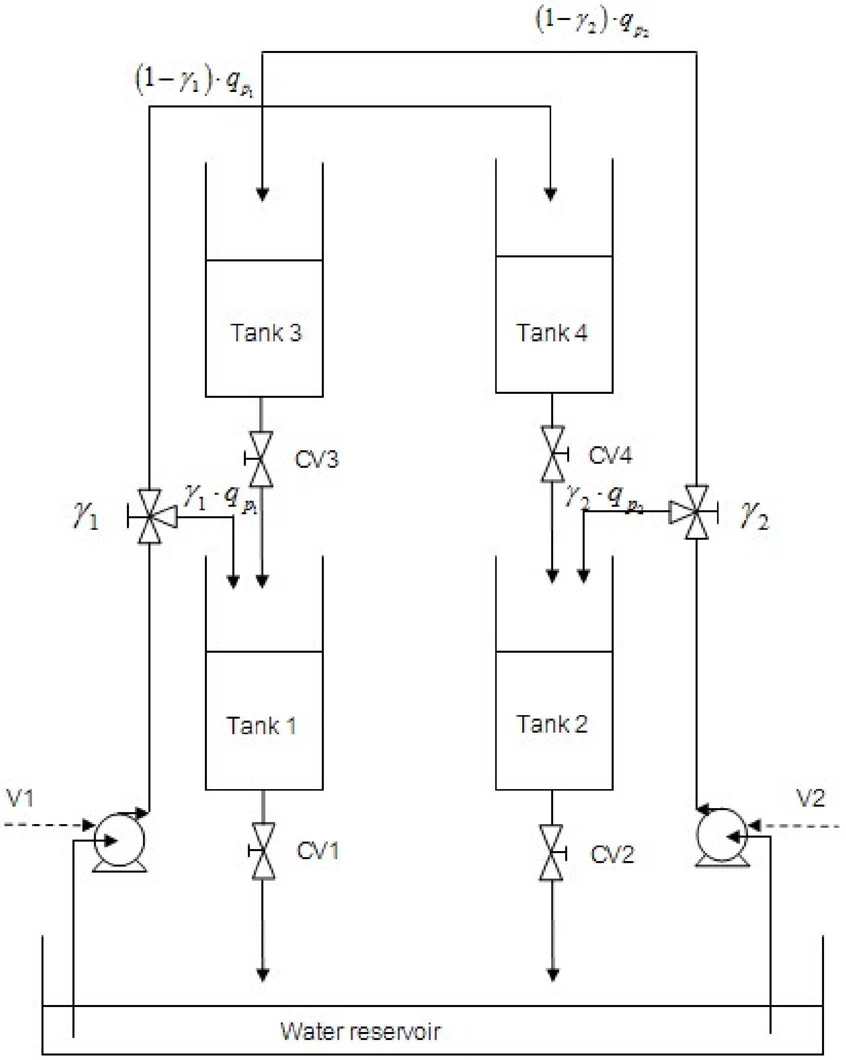
แบบจำลองระบบสี่ถังที่ใช้ในการควบคุมนั้นได้คำนึงถึงค่าสัมประสิทธิ์ของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบซึ่งเป็นค่าคงที่ แต่จากการทดลองเพื่อทำการหาค่าสัมประสิทธิ์ของวาล์วใต้ถังแต่ละใบนั้นไม่ได้คำนึงถึงความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์ของวาล์วใต้ถังแต่ละใบเนื่องจากมีความยากในการควบคุม

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้นำวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมประยุกต์ใช้ควบคุมระบบสี่ถัง[7] ภายใต้สภาวะความไม่แน่นอนจากความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบและจากค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบ ซึ่งเป็นค่าคงที่แต่มีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วงหนึ่งภายใต้สภาวะดำเนินการ จากนั้นทำการเปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้งสามแบบคือ 1.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว 2.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและ 3.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

บทที่ 3

แบบจำลองระบบสี่ถังและการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนแบบต่าง ๆ

ในบทนี้จะแสดงการสร้างแบบจำลองของระบบสี่ถังซึ่งเป็นการสร้างแบบจำลองจากทางทฤษฎี เพื่อนำแบบจำลองที่ได้ไปใช้เป็นแบบจำลองในการควบคุมระบบสี่ถังด้วยการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองโดยใช้ตัวควบคุมคงทนต่างๆ



ภาพที่ 3.1 ระบบสี่ถังและตัวแปรที่เกี่ยวข้อง

3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสี่ถัง

เป้าหมายของงานวิจัยนี้คือ การควบคุมระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ด้วยการควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนเข้าสู่ปั้มน้ำทั้งสอง ดังแสดงในภาพที่ 3.1 โดยสัญญาณขาเข้าของระบบคือ v_1 และ v_2 (แรงดันไฟฟ้าที่ป้อนเข้าสู่ปั้มทั้งสอง) และสัญญาณขาออกคือ y_1 และ y_2 (ระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2) ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสี่ถัง สามารถสร้างได้จากสมการสมดุลมวลเพื่อใช้แสดงความสัมพันธ์ของการไหลของน้ำในระบบที่เข้าสู่ถังแต่ละใบได้ดังจะอธิบายต่อไปนี้

3.1.1 สมการสมดุลมวล

มีการกำหนดสมมุติฐานต่างๆสำหรับกระบวนการขึ้นมาดังต่อไปนี้

1) อุณหภูมิของระบบไม่มีการเปลี่ยนแปลง
2) ความหนาแน่นของน้ำมีค่าคงที่ เท่ากับ 1000 kg/m^3
3) อัตราการไหลของน้ำที่ผ่านปั๊มตัวที่ 1 และ 2 เท่ากัน
4) ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกมีค่าคงที่โดยเท่ากับ 9.81 m/s^2
5) ในระหว่างการทดลองไม่มีการปรับวาล์วใต้ถัง
6) ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วงเดียวกัน

จากกฎการอนุรักษ์มวลสารจะได้ว่า

อัตราการสะสม มวลสารในระบบ	=	มวลสาร เข้าระบบ	–	มวลสารที่ ออกจากระบบ	+	มวลสารที่ เกิดในระบบ	–	มวลสารที่ หายไปในระบบ

เมื่อระบบไม่มีการเกิดสารเพิ่ม และไม่มีสารที่หายไปในระบบจะได้ว่า

$$\frac{d(\rho V_i)}{dt} = \rho q_{p\,in,i} - \rho q_{out,i} \tag{3.1}$$

กำหนดให้ $V_i = Ah_i$ (3.2)

และ $q_{p_{in,i}} = k_p \cdot v_i$ (3.3)

และอัตราการไหลของน้ำขาออกจากก้นถังที่ผ่านวาล์วใต้ถังต่างๆอธิบายได้ด้วยสมการต่อไปนี้

$$q_{out,i} = C_{v,cvi}\sqrt{\frac{\rho g h_i}{G_f}} \tag{3.4}$$

โดยตารางที่ 3.1 จะแสดงถึงการไหลเข้าของน้ำที่เกิดจากปั้มทั้งสองโดยที่ γ_1 และ γ_2 แสดงถึงสัดส่วนของวาล์วสามทางที่ใช้ในการปรับสัดส่วนของน้ำเพื่อป้อนเข้าสู่ถังทั้งสี่ใบ

ตารางที่ 3.1 การไหลเข้าของน้ำที่เกิดจากปั้มน้ำทั้งสอง

	ถังใบที่ 1	**ถังใบที่ 2**	**ถังใบที่ 3**	**ถังใบที่ 4**
ปั้มน้ำ 1	$\gamma_1 k_p \cdot v_1$	-	-	$(1-\gamma_1)k_p \cdot v_1$
ปั้มน้ำ 2	-	$\gamma_2 k_p \cdot v_2$	$(1-\gamma_2)k_p \cdot v_2$	-

สำหรับถังที่ 1 จากสมการที่ 3.1 ถึง 3.4 จะได้ว่า

$$\rho A\frac{d(h_1)}{dt} = \rho q_{out,3} + \rho q_{p_{in,1}} - \rho q_{out,1} \tag{3.5}$$

จัดรูปได้เป็น

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A}\left(C_{v3}\sqrt{\frac{\rho g h_3}{G_f}} + \gamma_1 k_p \cdot v_1 - C_{v1}\sqrt{\frac{\rho g h_1}{G_f}}\right) \tag{3.6}$$

สำหรับถังที่ 2 จากสมการที่ 3.4 จะได้ว่า

$$\rho A\frac{d(h_2)}{dt} = \rho q_{out,4} + \rho q_{p_{in,2}} - \rho q_{out,2} \tag{3.7}$$

จัดรูปได้เป็น

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{A}\left(C_{v4}\sqrt{\frac{\rho g h_4}{G_f}} + \gamma_2 k_p \cdot v_2 - C_{v2}\sqrt{\frac{\rho g h_2}{G_f}}\right) \tag{3.8}$$

สำหรับถังที่ 3 จากสมการที่ 3.4 จะได้ว่า

$$\rho A\frac{d(h_3)}{dt} \quad = \quad \rho q_{p\,in,3} - \rho q_{out,3} \tag{3.9}$$

จัดรูปได้เป็น

$$\frac{dh_3}{dt} = \frac{1}{A}\left(\left(1-\gamma_2\right)k_p \cdot v_2 - C_{v3}\sqrt{\frac{\rho g h_3}{G_f}} \right) \tag{3.10}$$

สำหรับถังที่ 4 จากสมการที่ 3.4 จะได้ว่า

$$\rho A\frac{d(h_4)}{dt} \quad = \quad \rho q_{p\,in,4} - \rho q_{out,4} \tag{3.11}$$

จัดรูปได้เป็น

$$\frac{dh_4}{dt} = \frac{1}{A}\left(\left(1-\gamma_1\right)k_p \cdot v_1 - C_{v4}\sqrt{\frac{\rho g h_4}{G_f}} \right) \tag{3.12}$$

สรุปสมการสมดุลมวลของระบบกระบวนการสี่ถังจากสมการที่ (3.6), (3.8), (3.10) และ (3.12)

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A}\left(C_{v3}\sqrt{\frac{\rho g h_3}{G_f}} + \gamma_1 k_p \cdot v_1 - C_{v1}\sqrt{\frac{\rho g h_1}{G_f}} \right) \tag{3.6}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{A}\left(C_{v4}\sqrt{\frac{\rho g h_4}{G_f}} + \gamma_2 k_p \cdot v_2 - C_{v2}\sqrt{\frac{\rho g h_2}{G_f}} \right) \tag{3.8}$$

$$\frac{dh_3}{dt} = \frac{1}{A}\left(\left(1-\gamma_2\right)k_p \cdot v_2 - C_{v3}\sqrt{\frac{\rho g h_3}{G_f}} \right) \tag{3.10}$$

$$\frac{dh_4}{dt} = \frac{1}{A}\left(\left(1-\gamma_1\right)k_p \cdot v_1 - C_{v4}\sqrt{\frac{\rho g h_4}{G_f}} \right) \tag{3.12}$$

โดยที่ ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำ

V_i คือ ปริมาตรของน้ำในถังที่ i

A_i คือ พื้นที่หน้าตัดของถังที่ i

h_i คือ ความสูงของน้ำในถังที่ i

$q_{p\,in,i}$ คือ อัตราการไหลของน้ำขาเข้าระบบถังที่ i

$q_{out,i}$ คือ อัตราการไหลของน้ำขาออกจากระบบถังที่ i

F_i คือ อัตราการไหลของน้ำที่เข้าสู่ถังที่ i

$C_{v,i}$ คือ สัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วตัวที่ i

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

G_f คือ ความถ่วงจำเพาะของของเหลว

V_i คือ ปริมาตรของน้ำในถังที่ i

A_i คือ พื้นที่หน้าตัดของถังที่ i

γ_i คือ สัดส่วนการปรับวาล์วสามทางตัวที่ i

$k_{p\,i}$ คือ ค่าคงที่การไหลของปั้มตัวที่ i

v_i คือ แรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับปั้มตัวที่ i

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการควบคุมของระบบสี่ถังเป็นการศึกษาภายใต้สภาวะการดำเนินงานสองรูปแบบคือ P- แสดงถึงสภาวะการดำเนินงานที่ระบบสี่ถังมีพฤติกรรมเฟสต่ำสุดและ P+ แสดงถึงสภาวะดำเนินงานของระบบสี่ถังมีพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุด โดยค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่สอดคล้องกับสภาวะดำเนินงานทั้งสองแสดงดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 ค่าพารามิเตอร์ของสภาวะดำเนินงาน

	P-	P+
$\left(h_1^0, h_2^0\right)[cm]$	(14.985, 14.985)	(14.96, 14.96)
$\left(h_3^0, h_4^0\right)[cm]$	(0.599, 0.599)	(7.345, 7.345)
$\left(v_1^0, v_2^0\right)[V]$	(9.25, 9.25)	(9.25, 9.25)
$\left(k_1, k_2\right)\left[cm^3 / Vs\right]$	(3.3, 3.3)	(3.3, 3.3)
$\left(\gamma_1, \gamma_2\right)$	(0.8, 0.8)	(0.3, 0.3)

3.1.2 สัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังของกระบวนการระบบสี่ถัง

จากสมการแบบจำลองอธิบายระบบ สมการที่ (3.6), (3.8), (3.10) และ (3.12) พบว่ายังมีค่าคงที่ระบุไม่ครบถ้วน โดยมีทั้งค่าคงที่ที่ทราบค่าได้แก่ ความหนาแน่นของน้ำ (ρ), พื้นที่หน้าตัดของถัง (A), ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (g), ความถ่วงจำเพาะของของเหลว (G_f) และค่าที่ต้องหาจากการทดลองคือสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว ($C_{cv,i}$) ใต้ถังใบต่างๆซึ่งในงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว [8] C_{cv1}, C_{cv2}, C_{cv3}, และ C_{cv4} สามารถหาได้จากสมการที่ (3.4) ดังยกมาแสดง

$$q_{out,i} = C_{cvi}\sqrt{\frac{\rho g h_i}{G_f}} \quad (3.4)$$

$$y = mx + c \quad (3.13)$$

เมื่อเทียบรูปแบบสมการที่ (3.4) กับสมการเชิงเส้นในพจน์ความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y ที่มีความชันเป็น m และจุดตัดแกน y เป็น c ดังสมการที่ (3.13) พบว่าเมื่อเราสร้างสมการเชิงเส้นโดยกำหนดให้ $q_{out,i}$ เป็นแกน y และ $\sqrt{h}$ เป็นแกน x ดังสมการ (3.14) จะได้สมการสำหรับหา C_{cv} ที่อยู่ในพจน์ของความชันดังสมการที่ (3.15) ซึ่งสามารถสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลของน้ำและค่า $\sqrt{h}$ ของวาล์วใต้ถังแต่ละตัวได้ดังสมการที่แสดง

$$q_{out,i} = m\sqrt{h_i} \quad (3.14)$$

$$m = C_{cvi}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f}} \quad (3.15)$$

แต่ในงานวิจัยนี้ได้กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังแต่ละใบมีค่าปกติเท่ากับ 0.2517 $gpm/\sqrt{psi}$ และมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง +20% และ -20% จากค่าปกติภายใต้สภาวะดำเนินงาน

ตารางที่ 3.3 ความสูงของน้ำในถังแต่ละใบที่สภาวะคงตัว

ถังที่	ความสูงของน้ำที่สภาวะคงตัว (เซนติเมตร)
1	15
2	15
3	0.006
4	0.006

ตารางที่ 3.4 ค่าคงที่ต่างๆของกระบวนการ

	สัญลักษณ์	ค่าคงที่	หน่วย
พื้นที่หน้าตัดของถัง	A	15.52	cm^2
ความถ่วงจำเพาะของของเหลว	G_f	1	-
ความหนาแน่นของน้ำ	ρ	1	g/cm^3
ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก	g	981	cm/s^2
ค่าคงที่การไหลของปั้มแต่ละตัว	k_p	3.3	cm^3/sV

3.1.3 การสร้างสมการปริภูมิสถานะ (State space equation)

ก่อนการสร้างสมการปริภูมิสถานะต้องแปลงสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นเสียก่อน ด้วยวิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นรอบจุดที่ภาวะคงที่ค่าหนึ่งๆ ซึ่งสมการที่ใช้สำหรับวิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นของแบบจำลองนี้เป็นดังสมการที่ (3.16)

$$\dot{x}_i = \dot{h}_i \approx f\left(\bar{h}_i, \bar{v}_i\right) + \left.\frac{\partial f\left(h_i, v_i\right)}{\partial h_i}\right|_{h_i=\bar{h}_i} \cdot \left(h_i - \bar{h}_i\right) + \left.\frac{\partial f\left(h_i, v_i\right)}{\partial v_i}\right|_{v_i=\bar{v}_i} \cdot \left(v_i - \bar{v}_i\right) \qquad (3.16)$$

จะทำให้ได้สมการที่ (3.6), (3.8), (3.10) และ (3.12) ดังแสดงต่อไปนี้

$$\dot{x}_1\left(k\right) = \bar{x}_1 + \frac{1}{A}\left(-C_{v_1}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_1}} \cdot x_1 + C_{v_3}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_3}} \cdot x_3 + \gamma_1 k_p \cdot u_1\right) \qquad (3.17)$$

$$\dot{x}_2\left(k\right) = \bar{x}_2 + \frac{1}{A}\left(-C_{v_2}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_2}} \cdot x_2 + C_{v_4}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_4}} \cdot x_4 + \gamma_2 k_p \cdot u_2\right) \qquad (3.18)$$

$$\dot{x}_3\left(k\right) = \bar{x}_3 + \frac{1}{A}\left(-C_{v_3}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_3}} \cdot x_3 + \left(1-\gamma_2\right) k_p \cdot u_2\right) \qquad (3.19)$$

$$\dot{x}_4\left(k\right) = \bar{x}_4 + \frac{1}{A}\left(-C_{v_4}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_4}} \cdot x_4 + \left(1-\gamma_1\right) k_p \cdot u_1\right) \qquad (3.20)$$

โดยที่สมการที่ (3.17), (3.18), (3.19) และ (3.20) นี้เราจะนำไปทดสอบเสถียรภาพของระบบดังแสดงในหัวข้อที่ 3.2 ซึ่งสมการจะถูกจัดให้อยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะ ดังสมการที่ 3.21 ที่แสดงนี้

$$\dot{x}(k) = Ax + Bu \qquad (3.21)$$

เมื่อ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}$

และ x คือ เวกเตอร์ขนาด 4 ของปริภูมิสถานะ

u คือ เวกเตอร์ขนาด 2 ของตัวแปรปรับตามลำดับ

โดยที่เมตริกซ์ A จะถูกนำใช้ในการทดสอบเสถียรภาพของระบบและความสามารถควบคุมได้ของระบบดังแสดงในหัวข้อ 3.2 และ 3.3 ต่อไปนี้ ในที่นี้จะแทนค่าค่าคงที่ให้อยู่ในรูปตัวแปร a_{ij}, b_{ij} และ c_{ij} สำหรับค่าคงที่ในเมตริกซ์ A, B และ C ค่าคงที่เหล่านี้จะแสดงอยู่ในตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.5 ค่าคงที่สำหรับสมการปริภูมิสถานะ

ตัวแปร		ตัวแปร	
a_{11}	8.239E04	a_{13}	4.119E05
b_{11}	0.001701	b_{32}	0.0004253
a_{22}	8.239E04	a_{24}	4.119E05
a_{33}	4.119E05	a_{44}	4.119E05
b_{22}	0.001701	b_{41}	0.0004253

3.2 การทดสอบเสถียรภาพของระบบ

ในการจะทราบว่าระบบมีเสถียรภาพหรือไม่ ทำได้โดยการตรวจสอบว่าค่าโพล (Poles) ของระบบเปิด (Open loop system) ที่ยังไม่มีการควบคุมว่ามีค่าเท่าใด หากค่าโพลที่หามามีค่าเป็นลบ (อยู่ทางซ้ายของแกนจินตภาพ) แสดงว่าระบบมีความเสถียร แต่ถ้าค่าโพลเป็นบวก (อยู่ทางขวาของแกนจินตภาพ) แสดงว่าไม่มีเสถียรภาพของระบบ ค่าโพลของระบบหาได้จากสมการ (3.33) ดังนี้

$$\det(A - \lambda I) = 0 \qquad (3.33)$$

เมื่อ I คือ เมตริกซ์เอกลักษณ์

λ คือ ค่าโพลของระบบ

$$A \text{ คือ } \begin{bmatrix} -8.239E+04 & 0 & 4.119E+05 & 0 \\ 0 & -8.239E+04 & 0 & 4.119E+05 \\ 0 & 0 & -4.119E+05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4.119E+05 \end{bmatrix}$$

คำนวณได้ λ_1 = -82390

λ_2 = -82390

λ_3 = -411900

λ_4 = -411900

ค่าโพลที่หาได้มีค่าเป็นลบ แสดงให้เห็นว่ากระบวนการนี้มีเสถียรภาพ

3.3 การทดสอบความสามารถควบคุมได้ของระบบ

ทำการทดสอบความสามารถในการควบคุมได้ (Controllability) เพื่อให้ทราบว่าระบบนี้สามารถถูกควบคุมให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายภายในระยะเวลาหนึ่งๆได้หรือไม่ โดยเมตริกซ์ความควบคุมได้ของระบบนี้เป็นดังแสดงในสมการที่ (3.34) ซึ่งการทดสอบความสามารถในการควบคุมได้ของระบบสี่ถังในที่นี้เป็นการทดสอบที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีค่าปกติ โดยระบบสี่ถังจะสามารถควบคุมได้ก็ต่อเมื่อแต่ละแถวใดๆของเมตริกซ์ไม่สามารถแทนกันหรือเทียบเท่ากันได้ เมื่อแทนค่าเมตริกซ์ A และ B ลงไปจะได้สมการที่ (3.35)

$$\text{เมตริกซ์ความควบคุมได้} = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B] \qquad (3.34)$$

เมตริกซ์ความควบคุมได้ =

$$\begin{bmatrix} 0.0017 & 0 & -140.1454 & 175.1811 & 1.1547e+7 & -8.6590e+7 & -9.5132e+11 & 3.6856e+13 \\ 0 & 0.0017 & 175.1811 & -140.1454 & -8.6590e+7 & 1.1547e+7 & 3.6856e+13 & -9.5132e+11 \\ 0 & 4.2530e-4 & 0 & -175.1811 & 0 & 7.2157e+7 & 0 & -2.9722e+13 \\ 4.2530e-4 & 0 & -175.1811 & 0 & 7.2157e+7 & 0 & -2.9722e+13 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

สมการที่ (3.34) เป็นเมตริกซ์ขนาด 4 แถว 8 หลัก โดยแถวที่ 1 เป็นตัวแทนของถังที่ 1, แถวที่ 2 เป็นตัวแทนของถังที่ 2, แถวที่ 3 เป็นตัวแทนของถังที่ 3 และแถวที่ 4 เป็นตัวแทนของถังที่ 4 เมื่อพิจารณากรณีควบคุมน้ำในถังที่ 1 และ 4 พบว่า แถวที่ 1 หลักที่ 2 และแถวที่ 4 หลักที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0 เหมือนกันสามารถแทนกันได้ แสดงให้เห็นว่าการควบคุมระดับของน้ำถังที่ 1 และถังที่ 4 ไม่สามารถควบคุมพร้อมกันได้ ในทำนองเดียวกันพิจารณากรณีของถังที่ 2 และถังที่ 3 พบว่า แถวที่ 2 หลักที่ 1 และแถวที่ 3 หลักที่ 1 มีค่าเป็น 0 จึงสามารถแทนกันได้ แสดงว่าการควบคุมระดับของน้ำถังที่ 2 และถังที่ 3 ไม่สามารถควบคุมพร้อมกันได้

สามารถสรุปกรณีที่สามารถควบคุมได้ดังแสดง ซึ่งเป็นการควบคุมระดับน้ำในถัง 2 ใบ โดยการปรับกระแสไฟฟ้าที่ใช้ในการควบคุมอัตราการไหลของปั้มทั้ง 2 ตัว

1) การควบคุมระดับน้ำของถังที่ 1 และถังที่ 2
2) การควบคุมระดับน้ำของถังที่ 1 และถังที่ 3
3) การควบคุมระดับน้ำของถังที่ 4 และถังที่ 2
4) การควบคุมระดับน้ำของถังที่ 4 และถังที่ 3

หลังจากนำสมการที่ (3.17), (3.18), (3.19) และ (3.20) ไปทดสอบเสถียรภาพของระบบและความสามารถควบคุมได้ของระบบเรียบร้อยแล้ว จากนั้นสมการทั้งสี่จะถูกทำให้อยู่ในรูปของสมการวิยุต เพื่อการทำนายค่าการควบคุมในอนาคตโดยใช้วิธีการ Euler's Forward Differential ซึ่งมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\dot{x}(t_k) \approx \frac{x(t_{k+1}) - x(t_k)}{\Delta T} \quad (3.22)$$

และทำการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปของตัวแปรเบี่ยงเบนดังสมการที่ (3.23)

$$x_i = h_i - \bar{h}_i \, , u_j = v_i - \bar{v}_i \tag{3.23}$$

โดยที่ x_i และ u_j คือรูปตัวแปรเบี่ยงเบน ส่วน $\bar{h}_i$,$\bar{v}_i$ และ $\bar{x}_i$ คือตัวแปรในสภาวะคงที่ ที่ i = 1,2,3,4 , j = 1,2 ตามลำดับ ทำให้ได้สมการระบบสี่ถังซึ่งอยู่ในรูปแบบสมการวิยุต ดังแสดงต่อไปนี้

$$x_1(k+1) = -\frac{C_{v_1}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_1}} \cdot x_1(k)\Delta t + x_1(k) + \frac{C_{v_3}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_3}} \cdot x_3(k)\Delta t + \frac{\gamma_1 k_p}{A} \cdot u_1 \Delta t \tag{3.24}$$

$$x_2(k+1) = -\frac{C_{v_2}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_2}} \cdot x_2(k)\Delta t + x_2(k) + \frac{C_{v_4}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_4}} \cdot x_4(k)\Delta t + \frac{\gamma_2 k_p}{A} \cdot u_2 \Delta t \tag{3.25}$$

$$x_3(k+1) = -\frac{C_{v_3}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_3}} \cdot x_3(k)\Delta t + x_3(k) + \frac{(1-\gamma_2)k_p}{A} \cdot u_2 \Delta t \tag{3.26}$$

$$x_4(k+1) = -\frac{C_{v_4}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_4}} \cdot x_4(k)\Delta t + x_4(k) + \frac{(1-\gamma_1)k_p}{A} \cdot u_1 \Delta t \tag{3.27}$$

เมื่อทำการแปลงสมการแบบจำลองระบบสี่ถังให้อยู่ในรูปแบบสมการวิยุตแล้ว นำสมการที่ได้นี้จัดรูปให้อยู่ในรูปแบบจำลองของสมการปริภูมิสถานะดังสมการที่ (3.28) โดยที่แบบจำลองของระบบสี่ถังที่แสดงนี้ได้มีการวัดสัญญาณขาออกของระบบ $y(k)$ ซึ่ง A, B และ C เป็นเมตริกซ์ค่าคงที่โดยที่เมตริกซ์ A จะนำไปใช้ในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองโดยใช้หลักการ

ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ซึ่งใช้แบบจำลองในรูปสมการปริภูมิสถานะแบบวิยุตในการคำนวณ

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \tag{3.28}$$

$$y(k) = Cx(k) \tag{3.29}$$

เมื่อ $y(k)$ คือ ตัวแปรสัญญาณขาออกและ C เป็นเมทริกซ์ค่าคงที่ดังแสดงด้านล่างนี้

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

โดยสมการแบบจำลองระบบสี่ถังสามารถจัดรูปให้อยู่ในรูปแบบจำลองของสมการปริภูมิสถานะแบบวิยุต ดังเมทริกซ์ที่แสดงในสมการที่ (3.31) และ (3.32) ด้านล่างนี้

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{C_{v_1}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_1}}\Delta t - 1\right) & 0 & \frac{C_{v_3}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_3}}\Delta t & 0 \\ 0 & -\left(\frac{C_{v_2}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_2}}\Delta t - 1\right) & 0 & \frac{C_{v_4}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_4}}\Delta t \\ 0 & 0 & -\left(\frac{C_{v_3}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_3}}\Delta t - 1\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{C_{v_4}}{2A}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f \bar{h}_4}}\Delta t - 1\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_p}{A}\Delta t & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_p}{A}\Delta t \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_p}{A}\Delta t \\ \frac{(1-\gamma_1)k_p}{A}\Delta t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \tag{3.32}$$

3.4 การทดสอบสภาพเข้าถึงได้ของระบบแบบวิยุต

หลังจากที่ทดสอบความสามารถควบคุมได้ของระบบที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องไปแล้วนั้น ได้ทำการเปลี่ยนระบบจากระบบที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องให้เป็นระบบที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต หลังจากนั้นทำการทดสอบอีกครั้งเพื่อตรวจสอบระบบเชิงเส้นแบบวิยุต ที่จะนำไปใช้กับตัวควบคุมจาก [18]ได้อธิบายสภาพเข้าถึงได้ของระบบที่เชิงเส้นแบบวิยุตไว้ดังนี้

พิจารณาระบบเชิงเส้นแบบวิยุตของระบบสี่ถังตามสมการที่ (3.28) โดยที่ $x(k) \in R^n, u(k) \in R^m$

$$x(k) = C_k \begin{bmatrix} u(k-1) \\ \vdots \\ u(0) \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

เมื่อ $C_k = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{k-1}B \end{bmatrix}$ จะเห็นว่าเซตเข้าถึงได้ของระบบเชิงเส้นแบบวิยุตในเวลา k

$$\Re_k = range(C_k) \tag{3.34}$$

โดยนิยามเซตเข้าถึงได้ (reachable set) นั้นแสดงดังสมการที่ (3.35) โดย $\Re$ คือเซตของสถานะที่เข้าถึงได้

$$\Re = \bigcup_{k \geq 0} \Re_k \tag{3.35}$$

จากทฤษฎีบทเคย์เลย์-แฮมิลตัน อาจเขียน A^t สำหรับ $t \geq n$ เป็นผลรวมเชิงเส้นของ $A^0, \ldots, A^{n-1}$ ฉะนั้น เมื่อ $k \geq n$ จะเห็นว่า

$$range(C_k) = range(C_n) \tag{3.36}$$

ดังนั้น
$$\Re_k = \begin{cases} range(C_k) & k < n \\ range(C) & k \geq n \end{cases} \tag{3.37}$$

โดยที่ $C = C_n$ ซึ่งก็คือ เมตริกซ์ความควบคุมได้ (Controllability matrix) ดังที่เราได้ทดสอบความสามารถในการควบคุมได้ของระบบสี่ถังในหัวข้อที่ 3.3 ข้างต้น จะเห็นว่าระบบสี่ถังที่เราได้ทำการเปลี่ยนจากระบบที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องให้เป็นระบบเชิงเส้นแบบวิยุต นั้นสามารถควบคุมได้ (Controllable) หรือเข้าถึงได้ (Reachable) ก็ต่อเมื่อ $Rank(C) = n$ โดยที่ n คือ สถานะ

เนื่องจากระบบมีค่าความไม่แน่นอนจากค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถัง (C_{vi}) แต่ละใบซึ่งได้กำหนดให้เป็นค่าคงที่ไม่แน่นอน(uncertain constant) ในแบบจำลองสมการปริภูมิสถานะแบบวิยุต ดังที่ได้แสดงในสมการ (3.31) ด้านบน โดยค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังนั้นมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วงหนึ่งภายใต้สภาวะการดำเนินงานของระบบซึ่งทำให้สมการปริภูมิสถานะสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(\theta)x(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \tag{3.38}$$

กำหนดให้ θ แสดงถึงค่าคงที่ไม่แน่นอนในช่วง $\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$

เมื่อได้สมการปริภูมิสถานะแบบวิยุตเพื่อใช้เป็นโครงสร้างหลักในการควบคุมเรียบร้อยแล้ว ในหัวข้อถัดไปจะกล่าวถึงวิธีการนำสมการปริภูมิสถานะแบบวิยุตที่หาได้นี้ไปใช้กับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนดังในหัวข้อต่อไปนี้

3.5 **ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทน** (Robust Model Predictive Control)

สมการปริภูมิสถานะแบบวิยุตของระบบสี่ถังที่ได้ถูกสร้างขึ้นนั้น จะถูกนำมาใช้เป็นโครงสร้างหลักในการควบคุม ดังจะแสดงต่อไปนี้จากสมการ

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) \tag{3.38}$$

โดยที่ $\left[A(\theta)\right] \in \Omega$

เมื่อ $x(k) \in \Re^{n_x}, u(k) \in \Re^{n_u}, y(k) \in \Re^{n_y}$ และ Ω คือ โพลีโทปิค

เนื่องจากเป็นเซตโพลีโทปิคดังนั้นเซต Ω จึงสามารถเขียนได้ดังแสดงต่อไปนี้

$$\Omega = Co\{[A_1],[A_2],...,[A_L]\}$$

เมื่อ Co หมายถึง Convex hull หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือถ้า $\left[A(\theta)\right] \in \Omega$ ฉะนั้นผลรวมของจำนวนใดๆที่ไม่เป็นลบ $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_L$ จะต้องเท่ากับหนึ่ง ดังแสดงข้างล่างนี้

$$A := \left\{ A(\theta) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j A_j, \sum_{j=1}^{N} \alpha_j = 1, \alpha_j \geq 0, \forall j \in [1, N] \right\} \tag{3.39}$$

ถัดมา $x(k+i|k)$ แสดงถึงปริภูมิสถานะที่เวลา $k+i$ ซึ่งเป็นการทำนายค่าปริภูมิสถานะที่ทำการควบคุมในอนาคตโดยขึ้นกับการวัดค่าที่เวลา k ซึ่งเป็นเวลาในปัจจุบันของการควบคุม ในส่วน $x(k|k)$ และ $y(k|k)$ แสดงถึงปริภูมิสถานะและสัญญาณขาออกที่ทำการวัดที่เวลา k นอกจากนี้ $u(k+i|k)$ แสดงถึงสัญญาณควบคุมทางด้านขาเข้าที่เวลา $k+i$ ซึ่งทำการคำนวณที่เวลา k และ $u(k|k)$ เป็นสัญญาณควบคุมทางด้านขาเข้าที่ได้มีการนำไปควบคุมที่เวลา k

3.5.1 กำหนดปัญหาการควบคุม

ในการควบคุมระบบสี่ถังนั้นให้กำหนดสถานะเริ่มต้นที่ $x(0)$ และออกแบบกฎการป้อนกลับสถานะโดย a) minimize γ ที่แต่ละเวลา k และ b) ประกันเสถียรภาพการควบคุมของระบบปิดภายใต้ข้อจำกัดดังแสดงข้างล่างนี้

$$\min_{u(k+i|k),i\geq 0} \max_{[A(k+i)\ B(k+i)]\in\Omega,\, i\geq 0} J_{\infty}(k) \tag{3.40}$$

โดยที่ $$J_{\infty}(k)=\sum_{i=0}^{\infty}\left(x(k+i|k)^{T}Q_{1}x(k+i|k)+u(k+i|k)^{T}Ru(k+i|k)\right) \tag{3.41}$$

จาก (3.40) $\max_{[A(k+i)\ B(k+i)]\in\Omega,\, i\geq 0} J_{\infty}(k)$ คือ ค่าสถานการณ์เลวร้ายที่สุด(worst case value) โดยฟังก์ชันที่ (3.41) นี้เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ปกติภายใต้ข้อจำกัดบนตัวแปรสถานะ $x(k+i)$ และตัวแปรปรับ $u(k+i)$ ที่ Q>0 และ R>0 เป็นเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก (weighting matrices) ถัดมาอสมการที่ (3.42) เป็นอสมการข้อจำกัดสัญญาณขาเข้า(input constraints) และอสมการที่ (3.43) เป็นอสมการข้อจำกัดสัญญาณขาออกดังแสดงด้านล่างนี้ตามลำดับ

$$\left|u(k+i|k)\right|\leq u_{\max},\quad \forall k\geq 0,\quad \forall i\geq 0,\quad j=1,2,...,n_{u} \tag{3.42}$$

$$\left|y(k+i|k)\right|\leq y_{\max},\ \forall k\geq 0, \forall i\geq 1,\quad j=1,2,...,n_{n} \tag{3.43}$$

ซึ่งอสมการที่ (3.42) และ (3.43) นั้นจะเป็นอสมการที่ใช้ประกันถึงเสถียรภาพของการควบคุมในกรณีที่มีข้อจำกัดในการควบคุมสัญญาณทั้งทางด้านขาเข้าและขาออกของระบบ และกฎการควบคุมแบบป้อนกลับสามารถแสดงดังสมการต่อไปนี้

$$u(k+i|k)=F(k)x(k+i|k),\quad \forall i\geq 0 \tag{3.44}$$

โดยที่ $F(k)=YQ^{-1}$ จากนั้นดำเนินการตามอสมการดังที่แสดงนี้

$$J_{\infty}(k)<V(k|k)\leq\gamma \tag{3.45}$$

$$\left|u\left(k+i\middle|k\right)\right| \le u_{\max}, \quad \forall i \ge 0 \tag{3.46}$$

$$\left|y\left(k+i\middle|k\right)\right| \le y_{\max}, \quad \forall i \ge 1 \tag{3.47}$$

ที่ $V(k+i|k) := x(k+i|k)^T P(\theta(k+i))x(k+i|k), P(k+i) := \sum_{j=1}^{L} \alpha_j(k+i)P_j,\ P_j := \gamma Q_j^{-1}$ โดยอัลกอริทึมตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้งสี่แบบคือ 1.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว 2.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม 3.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและ 4.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นในกลุ่มวิจัยสามารถแสดงได้ดังหัวข้อต่อไปนี้

3.5.2 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

ในงานวิจัยของ Kothare และคณะ[1] ได้พัฒนาข้อจำกัดของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองโดยที่เกี่ยวข้องกับอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น(Linear Matrix Inequalities, LMI) ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนเป็นการคำนึงผลของความไม่แนนอนในแบบจำลอง โดยเป้าหมายเป็นการออกแบบกฎการป้อนกลับสถานะนั้นเป็นการหาค่าต่ำสุด (minimizes) ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในกรณีที่ผิดพลาดที่สุด(a worst case objective function) ซึ่งเป็นปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่แต่ละเวลาโดยการทำให้ค่าที่ได้ลู่เข้าสู่ค่าที่เหมาะสมดังต่อไปนี้

$$\min_{\gamma,Y,Q} \gamma$$

$$\text{s.t.}\begin{bmatrix} 1 & x(k/k)^T \\ x(k/k) & Q \end{bmatrix} \geq 0 \tag{3.48}$$

$$\begin{bmatrix} Q & * & * & * \\ A_jQ + B_jY & Q & * & * \\ \Theta^{\frac{1}{2}}Q & 0 & \gamma I & * \\ R^{\frac{1}{2}}Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, \forall j = 1,2,...,L \tag{3.49}$$

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \geq 0,\ X_{hh} \leq u_{h,\max}^2,\ h = 1,2,...,n_u \tag{3.50}$$

$$\begin{bmatrix} S & * \\ (A_jQ + B_jY)^T C^T & Q \end{bmatrix} \geq 0, \\ S_{rr} \leq y_{r,\max}^2, r = 1,2,..n_y \forall j = 1,2,...,L \tag{3.51}$$

เมื่อเริ่มต้นจะทำการหาขอบเขตบน(upper bound)ด้วยการหาค่าต่ำสุดของ γ โดยอสมการที่ (3.48) เป็นการสร้างวงรียืนยง(invariant ellipsoid) ครอบคลุมระบบเพื่อเป็นการประกันสถานะลู่เขาสู่ศูนย์ซึ่งแสดงถึงเสถียรภาพของระบบ ส่วนอสมการที่ (3.49) เป็นการประกันเสถียรภาพของระบบด้วยฟังชันเลียปูโนฟเดียว ถัดมาอสมการที่ (3.50) เป็นอสมการที่ประกันข้อจำกัดสัญญาณเข้าของระบบที่ต้องการและสุดท้ายอสมการที่ (3.51) เป็นอสมการที่ประกันข้อจำกัดสัญญาณขาออกของกระบวนการที่ต้องการ รายละเอียดการพิสูจน์ดูจาก[1]

อัลกอริทึมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

ขั้นตอนที่ 1 : วัดค่า $x(k|k)$

ขั้นตอนที่ 2 : คำนวณ $\min_{\gamma,Y,Q} \gamma$ ภายใต้สมการที่ (3.48)-(3.51) และคำนวณค่า $F(k) = YQ^{-1}$

ขั้นตอนที่ 3 : ประยุกต์ค่า $u(k) = F(k)x(k)$ สู่ระบบการควบคุม

ขั้นตอนที่ 4 : $k \leftarrow k+1$ และกลับเข้าสู่ขั้นตอนที่ 1

3.5.3 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

งานวิจัยของ Mao[3] ได้ทำการแก้ไขงานวิจัยของ Cuzzola และคณะ[2] ซึ่งได้พัฒนาตัวควบคุมต่อจาก Kothare และคณะ[1] โดยเป้าหมายเป็นการเพิ่มสมรรถนะในการควบคุมโดยการลดขนาดของวงรียืนยงให้มีขนาดเล็กลง โดยเป็นการสร้างไปครอบคลุมที่แต่ละจุกยอดแทน ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนนั้นจึงเลือกใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมแทนฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว ซึ่งส่งผลให้สมรรถนะในการควบคุมเพิ่มขึ้นดังแสดงต่อไปนี้

$$\min_{\gamma,Y,G,Q_j} \gamma$$

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^T \\ x(k|k) & Q_j \end{bmatrix} > 0,\ \forall j = 1,2,...,L \tag{3.52}$$

$$\begin{bmatrix} G+G^T-Q_j & G^T A_j^T + Y^T B^T & G^T Q^{\frac{1}{2}} & Y^T R^{\frac{1}{2}} \\ A_j G + BY & Q_l & 0 & 0 \\ Q^{\frac{1}{2}} G & 0 & \gamma I & 0 \\ R^{\frac{1}{2}} Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} > 0$$

$$\forall j = 1,2,...,L \text{ และ } \forall l = 1,2,...,L \tag{3.53}$$

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & Y \\ Y^T & G + G^T - Q_j \end{bmatrix} \geq 0,\ \forall j = 1,2,...,L \tag{3.54}$$

$$\begin{bmatrix} y_{\max}^2 I & (A_j G + BY)C \\ (A_j G + BY)^T C^T & G + G^T - Q_j \end{bmatrix} \geq 0,\ \forall j = 1,2,...,L \tag{3.55}$$

อสมการที่ (3.52) เป็นการสร้างวงรียืนยงเพื่อครอบคลุมระบบแต่มีขนาดที่เล็กกว่าแบบฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวเนื่องจากเป็นการสร้างไปที่แต่ละจุดยอด ส่วนอสมการที่ (3.53) เป็นการประกันเสถียรภาพของระบบด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟ ถัดมาอสมการที่ (3.54) เป็นอสมการที่ประกันข้อจำกัดสัญญาณเข้าของระบบที่ต้องการและสุดท้ายอสมการที่ (3.55) เป็นอสมการที่ประกันข้อจำกัดสัญญาณออกของระบบที่ต้องการ รายละเอียดการพิสูจน์ดูจาก[2,3]

อัลกอริทึมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

ขั้นตอนที่ 1 : วัดค่า $x(k|k)$

ขั้นตอนที่ 2 : คำนวณ $\min_{Y,G,Q_j} \gamma$ ภายใต้สมการที่ (3.52)-(3.55) และคำนวณค่า $F(k) = YG^{-1}$

ขั้นตอนที่ 3 : ประยุกต์ค่า $u(k) = F(k)x(k)$ สู่ระบบการควบคุม

ขั้นตอนที่ 4 : $k \leftarrow k+1$ และกลับเข้าสู่ขั้นตอนที่ 1

3.5.4 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

ในงานวิจัยของ Dingและคณะ[4] ได้พัฒนาสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนขึ้นโดยไม่ได้พิจารณาการควบคุมในกรณีในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด(worst case) แต่เป็นการพิจารณาในกรณีปกติ(nominal case) ซึ่งให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีขึ้น โดยการ

หาค่าต่ำสุดในสถานการณ์ปกติจาก $\min_{u(k+i|k),i\geq 0} J_{\infty}(k)$ ซึ่งต่างจากใน (3.40) เป็นการหาค่าต่ำสุดในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด(worst case value) โดยโครงสร้างของตัวควบคุมสามารถแสดงดังต่อไปนี้

$$\min_{\gamma,Y,Q} \gamma$$

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} 1 & * \\ x(k/k) & Q \end{bmatrix} \geq 0 \tag{3.56}$$

$$\begin{bmatrix} Q & * & * & * \\ \hat{A}G + \hat{B}Y & Q & * & * \\ \Theta^{\frac{1}{2}}Q & 0 & \gamma I & * \\ R^{\frac{1}{2}}Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0 \tag{3.57}$$

$$\begin{bmatrix} Q & * \\ A_j G + B_j Y & Q \end{bmatrix} \geq 0 \text{ , } \forall j = 1,2,...,L \tag{3.58}$$

$$\begin{bmatrix} X & * \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \geq 0,\ X_{hh} \leq u^2_{h,\max}, h = 1,2,...,n_u \tag{3.59}$$

$$\begin{bmatrix} S & * \\ (A_j Q + B_j Y)^T C^T & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad S_{rr} \leq y^2_{r,\max}, r = 1,2,..n_y \forall j = 1,2,...,L \tag{3.60}$$

อสมการที่ (3.56) เป็นการสร้างวงรียืนยงเพื่อครอบคลุมระบบโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว ส่วนอสมการที่ (3.57) เป็นการประกันเสถียรภาพของระบบด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและเมทริกซ์ $\hat{A}, \hat{B}$ แสดงถึงเมทริกซ์ค่าปกติซึ่งเป็นเงื่อนไขที่สำคัญ ถัดมาอสมการที่ (3.58) เป็นอสมการที่

เป็นส่วนหนึ่งของ (3.49) แสดงถึงค่าสูงสุด-ต่ำสุดของระบบซึ่งเป็นอสมการที่ได้ทำการออกแบบเพิ่มขึ้นของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกตินี้ ขณะที่อสมการ (3.59) เป็นอสมการที่ประกันข้อจำกัดสัญญาณเข้าของระบบที่ต้องการและสุดท้ายอสมการที่ (3.60) เป็นอสมการที่ประกันข้อจำกัดสัญญาณออกที่ต้องการ รายละเอียดการพิสูจน์ดูใน[4]

อัลกอริทึมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติ ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว
ขั้นตอนที่ 1 : วัดค่า $x(k\|k)$
ขั้นตอนที่ 2 : คำนวณ $\min_{Y,G,Q_j} \gamma$ ภายใต้สมการที่ (3.56)-(3.60) และคำนวณค่า $F(k) = YQ^{-1}$
ขั้นตอนที่ 3 : ประยุกต์ค่า $u(k) = F(k)x(k)$ สู่ระบบการควบคุม
ขั้นตอนที่ 4 : $k \leftarrow k+1$ และกลับเข้าสู่ขั้นตอนที่ 1

3.5.4 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

ในงานวิจัยนี้ได้นำตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติ ซึ่งได้มีการพัฒนาสมรรถนะการควบคุมขึ้นในกลุ่มวิจัยโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมดังแสดงต่อไปนี้

$$\min_{\gamma,Y,G,Q_j} \gamma$$

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} 1 & * \\ x(k/k) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \forall j = 1,2,\ldots,L \qquad (3.61)$$

$$\begin{bmatrix} G+G^T-Q_j & * & * & * \\ \hat{A}G+\hat{B}Y & Q_l & * & * \\ \Theta^{\frac{1}{2}}G & 0 & \gamma I & * \\ R^{\frac{1}{2}}Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, \forall j=1,2,...,L, \forall l=1,2,...,L \tag{3.62}$$

$$\begin{bmatrix} G+G^T-Q_j & * \\ A_jG+B_jY & Q_l \end{bmatrix} \geq 0\ , \forall j=1,2,...,L,\ \forall l=1,2,...,L \tag{3.63}$$

$$\begin{bmatrix} X & * \\ Y^T & G+G^T-Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j=1,\ 2...L, X_{hh} \leq u_{h,\max}^2, h=1,2,...,n_u \tag{3.64}$$

$$\begin{bmatrix} S & * \\ (A_jG+B_jY)^T C^T & G+G^T-Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j=1,2,...,L, S_{rr} \leq y_{r,\max}^2, r=1,2,...,n_y \tag{3.65}$$

อสมการที่ (3.61) เป็นการสร้างวงรียืนยงเพื่อครอบคลุมระบบไปที่แต่ละจุดยอด ทำให้มีขนาดที่เล็กกว่าแบบฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวเช่นเดียวกับตัวควบคุมแบบของ W. J. Mao[5] ส่วนอสมการที่ (3.62) เป็นการประกันเสถียรภาพของระบบด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและเมทริกซ์ $\hat{A}, \hat{B}$ แสดงถึงเมทริกซ์ค่าปกติซึ่งเป็นเงื่อนไขที่สำคัญ ถัดมาอสมการที่ (3.63) เป็นอสมการที่เป็นส่วนหนึ่งของ (3.53) แสดงถึงค่าสูงสุด-ต่ำสุดของระบบ ซึ่งเป็นอสมการที่ได้ทำการออกแบบเพิ่มขึ้นของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกตินี้ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมเพื่อประกันเสถียรภาพการควบคุม ขณะที่อสมการ (3.64) เป็นอสมการที่ประกันข้อจำกัดสัญญาณเข้าของระบบที่ต้องการและสุดท้ายอสมการที่ (3.65) เป็นอสมการที่ประกันข้อจำกัดสัญญาณออกที่ต้องการ

อัลกอริทึมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

ขั้นตอนที่ 1 : วัดค่า $x(k|k)$

ขั้นตอนที่ 2 : คำนวณ $\min_{Y,G,Q_j} \gamma$ ภายใต้สมการที่ (3.61)-(3.65) และคำนวณค่า $F\left(k\right) = YG^{-1}$

ขั้นตอนที่ 3 : ประยุกต์ค่า $u(k) = F\left(k\right)x(k)$ สู่ระบบการควบคุม

ขั้นตอนที่ 4 : $k \leftarrow k+1$ และกลับเข้าสู่ขั้นตอนที่ 1

บทที่ 4

ผลการจำลองและการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 ผลการจำลองระบบสี่ถังในสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด

การควบคุมระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 มีการพิจารณาในสภาวะดำเนินงานที่สำคัญ 2 สภาวะคือ 1) เฟสต่ำสุดและ 2) ไม่มีเฟสต่ำสุดซึ่งเป็นพฤติกรรมที่สำคัญที่เกิดขึ้นภายในระบบสี่ถัง โดยค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่มีการกำหนดใช้ในทั้งสองสภาวะสามารถสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ในสภาวะที่พฤติกรรมของระบบเป็นแบบเฟสต่ำสุดและแบบไม่มีเฟสต่ำสุด

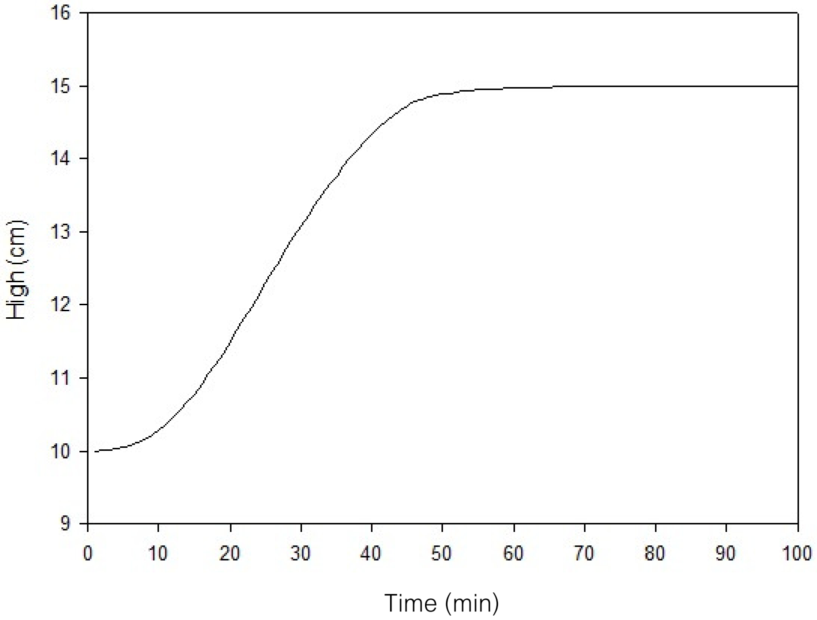
	ไม่มีเฟสต่ำสุด	เฟสต่ำสุด
h1s, h2s	14.96 cm	14.985 cm
h3s, h4s	7.345 cm	0.599 cm
v1s, v2s	9.25 cm	9.25 cm
kp	3.3 cm	3.3 cm
gamma	0.3 cm	0.8 cm

โดยการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ในระบบสี่ถังนั้น ได้ทำการกำหนดให้ขนาดของถังทั้งสี่ใบมีขนาดเท่ากัน การปรับวาล์วสามทางตัวที่ 1 และตัวที่ 2 มีการปรับเท่ากัน แรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับปั้มทั้งสองตัวมีขนาดเท่ากันและระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 มีระดับน้ำเริ่มต้นที่ 10 เซนติเมตรเท่ากัน แต่ระบบสี่ถังที่ใช้ควบคุมในงานวิจัยนี้ได้คำนึงถึงความไม่แน่นอนในส่วนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบมีการแกว่งของค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติ ซึ่งพฤติกรรมของระบบในสภาวะเฟสต่ำสุดและ

ไม่มีเฟสต่ำสุด รวมไปถึงพฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบนั้นสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

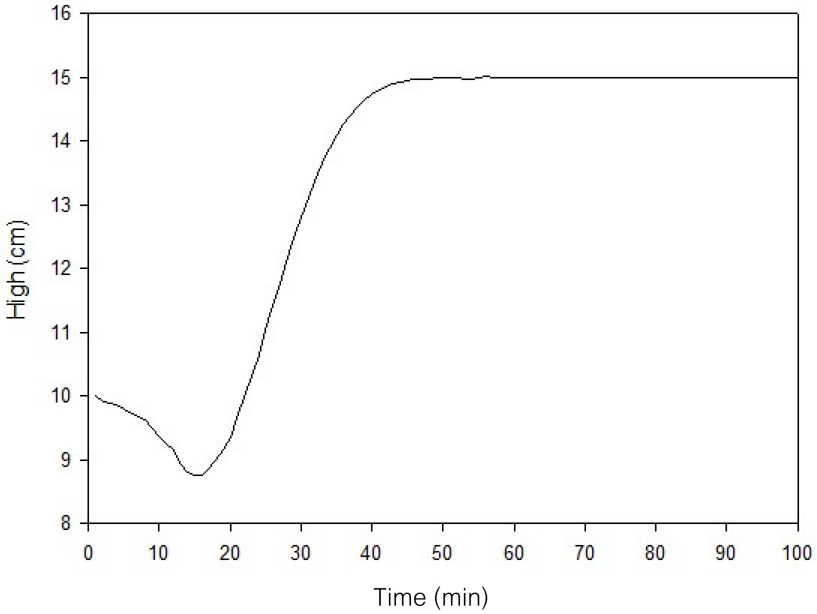
4.1.1 พฤติกรรมของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น

แบบจำลองของระบบสี่ถังนั้นสามารถหาได้จากการทำสมดุลมวลสารและสมดุลพลังงานจะเห็นว่าสมการที่ได้มีความไม่เป็นเชิงเส้นดังในสมการที่ (3.6),(3.8),(3.10) และ (3.12) โดยพฤติกรรมของระบบสี่ถังในสภาวะเฟสต่ำสุดแสดงดังภาพที่ 4.1



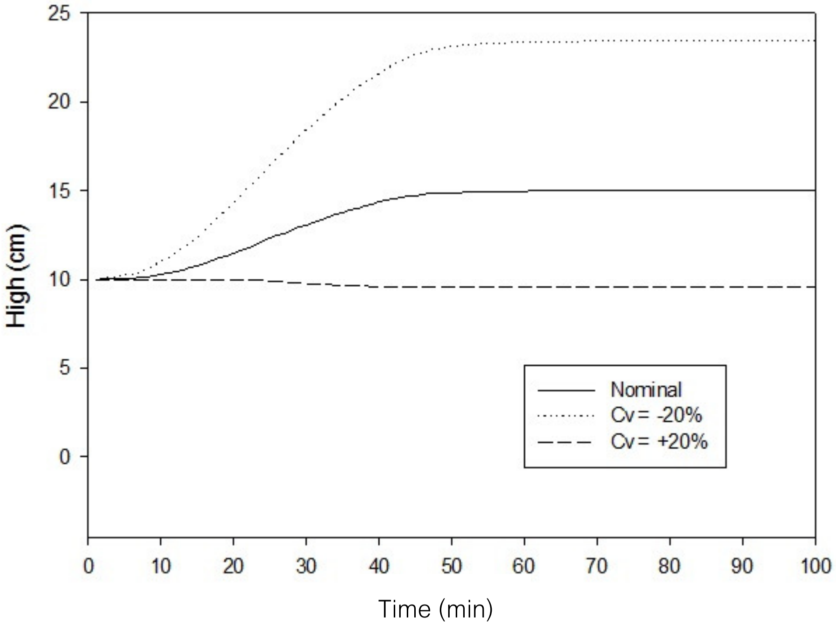
ภาพที่ 4.1 พฤติกรรมเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น

พฤติกรรมเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังที่แสดงนี้เป็นระดับน้ำของถังใบที่ 1 และใบที่ 2 ซึ่งเป็นถังสองใบที่อยู่ด้านล่าง โดยพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของระดับน้ำในถังสองใบด้านล่างนี้นั้นเป็นผลมาจากการปรับวาล์วสามทาง (γ_i) ให้เป็นไปตามอสมการคือ $1<\gamma_1+\gamma_2<2$ แสดงให้เห็นถึงการไหลของน้ำเข้าสู่สองถังล่างมากกว่าสองถังบน ถัดมาในส่วนของพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดสามารถแสดงดังภาพที่ 4.2



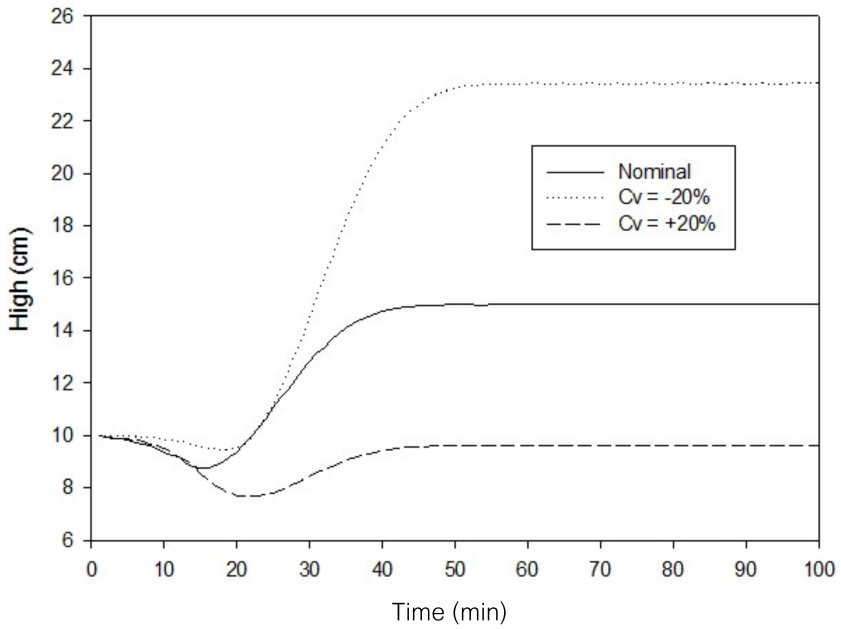
ภาพที่ 4.2 พฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น

ส่วนพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังนั้นเป็นผลมาจากการปรับค่าวาล์วสามทางให้เป็นไปตามอสมการคือ $0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$ จะเห็นว่าน้ำไหลเข้าสู่ถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ซึ่งเป็นถังด้านล่างน้อยกว่าสองถังด้านบนคือถังใบที่ 3 และถังใบที่ 4 ก่อนเข้าสู่สถาวะคงตัวดังแสดงในภาพที่ 4.2 ซึ่งจากรูปจะเห็นว่าระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 นั้นได้ลดลงก่อนที่จะเพิ่มขึ้น ซึ่งแตกต่างจากกรณีเฟสต่ำสุดที่น้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ที่จะทำการควบคุมนั้นเพิ่มขึ้นทันทีโดยเรียกพฤติกรรมนี้ว่าการตอบสนองตรงกันข้าม(inverse response) แต่เนื่องจากแบบจำลองของระบบสี่ถังที่ใช้ในการควบคุมนั้นได้รวมผลความไม่แน่นอนของระบบโดยกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบมีการแกว่งของค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติโดยแสดงดังภาพที่ 4.3 และภาพที่ 4.4 ต่อไปนี้



ภาพที่ 4.3 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นสภาวะเฟสต่ำสุด

พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังซึ่งเป็นผลจากการกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบมีการแกว่งของค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติโดยในภาพที่ 4.3 นี้เส้นจุดด้านบนแสดงถึงค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีค่าเท่ากับ -20% จากค่าปกติทำให้การไหลของน้ำที่ออกจากถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 น้อยลงกว่าปกติ ส่งผลให้ระดับน้ำในถังทั้งสองใบสูงเพิ่มขึ้นมากเมื่อเปรียบเทียบกับระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ที่ค่าสัมประสิทธ์การไหลของวาล์วมีค่าปกติ(เส้นทึบ) ซึ่งต่างจากเส้นปะในภาพที่ 4.3 ที่แสดงถึงค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วแตกต่างจากค่าปกติ +20% ส่งผลให้การไหลของน้ำที่ออกจากถังใบที่ 1 และใบที่ 2 มากขึ้นเมื่อเทียบกับค่าปกติซึ่งจะเห็นว่าความไม่แน่นอนจากค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์นั้นมีผลต่ออัตราขยาย(gain)และพฤติกรรมพลวัตของระบบสี่ถัง คือทำให้สถานะคงตัวของน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังที่จะทำการควบคุมนั้นมีการแกว่งอยู่ในขอบเขตของสถานะคงตัวสูงสุด-ต่ำสุดดังแสดงในภาพ ถัดไปเป็นพฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบสี่ถังในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดแสดงดังภาพที่ 4.4



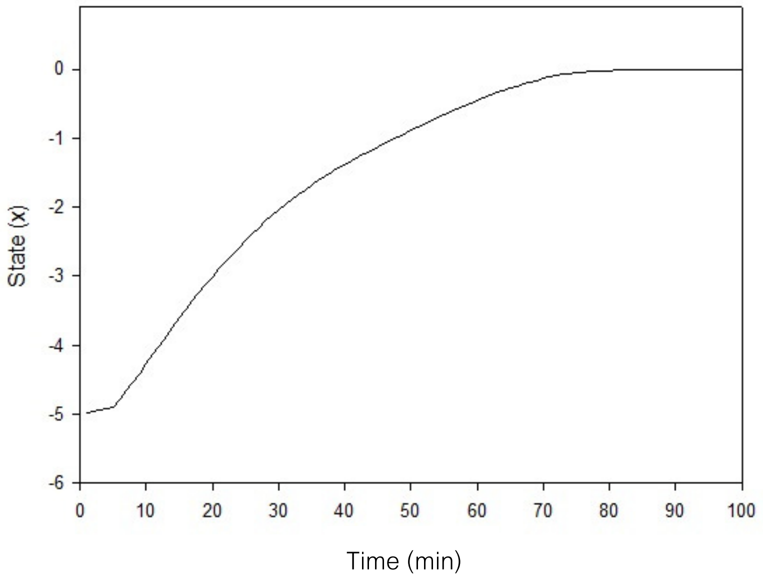
ภาพที่ 4.4 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

ในส่วนพฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในสภาวะ ไม่มีเฟสต่ำสุดดังภาพที่ 4.4 นั้น เส้นจุดแสดงถึงค่าสัมประสิทธ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบมีค่าต่างจากค่าปกติ -20% และเส้นปะแสดงค่าสัมประสิทธ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบมีค่าต่างจากค่าปกติ +20% โดยค่าสัมประสิทธ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบที่มีค่าปกตินั้นแสดงดังเส้นทึบ จะเห็นว่าค่าสัมประสิทธ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบนั้นไม่ว่าจะมีค่าแตกต่างจากค่าปกติในด้านบวกหรือลบนั้นจะยังคงแสดงถึงพฤติกรรมในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดเช่นเดิม ในส่วนการไหลของน้ำที่ออกจากถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 นั้นผลกระทบจากความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบยังคงเป็นไปในลักษณะเดียวกันกับเฟสต่ำสุด คือสถานะคงตัวของน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 มีการแกว่งอยู่ในขอบเขตของค่าสูงสุด-ต่ำสุดดังที่แสดง และพฤติกรรมการตอบสนองนั้นที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหล์ของวาล์วปกติและที่ได้รับผลความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหล์ของวาล์วทางด้าน +20% นั้นเป็นพฤติกรรมการตอบสนองตรงกันข้าม รวมทั้งน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ที่แสดงผลความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหล์ของวาล์วทางด้าน -20% ด้วยเช่นกันแต่กรณีนี้เรียกว่า โอเวอร์ชู้ต(overshoot) แต่พฤติกรรมทั้งสามนี้ต่างก็เป็นการตอบสนองใน

กรณีไม่มีเฟสต่ำสุดเนื่องจากค่าซีโร่ของระบบสี่ถังอยู่ทางขวาของระนาบเชิงซ้อนเนื่องจากการปรับสัดส่วนของวาล์วสามทาง

4.1.2 พฤติกรรมของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่อง

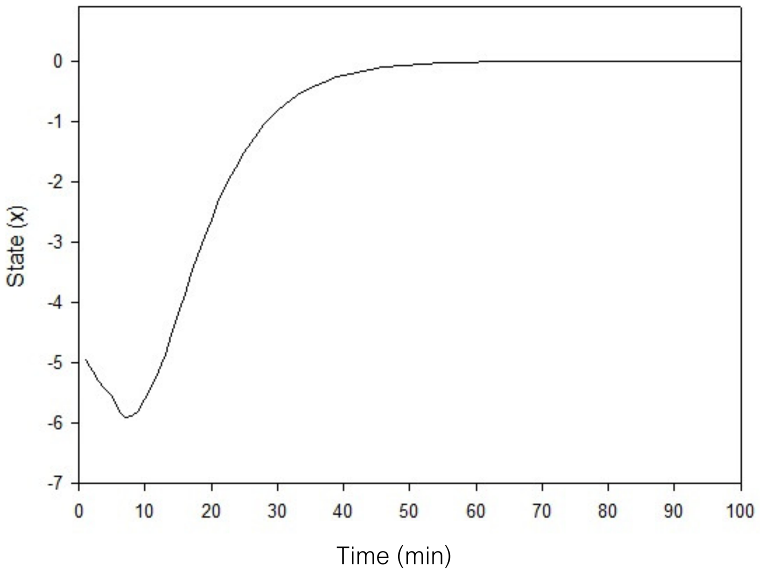
จากแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นดังแสดงในหัวข้อด้านบนนั้น ได้ทำการเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องดังสมการที่ (3.17) – (3.20) เพื่อนำไปจัดให้อยู่ในรูปแบบปริภูมิสถานะแล้วนำไปทดสอบความควบคุมได้ ซึ่งเป็นขั้นกลางก่อนนำแบบจำลองระบบสี่ถังไปเปลี่ยนให้เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตเพื่อนำไปใช้ในการควบคุม โดยทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองจากการพิจารณาพฤติกรรมของระบบสี่ถังจากสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดดังแสดงในภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 4.5 พฤติกรรมเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่อง

จากภาพที่ 4.5 จะเห็นว่าแบบจำลองของระบบสี่ถังหลังจากเปลี่ยนเป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องแล้วนั้นยังคงรักษาพฤติกรรมเฟสต่ำสุดไว้เป็นอย่างดี ซึ่งชี้ให้เห็นถึงความถูกต้องจากการเปลี่ยนรูปแบบของแบบจำลอง การที่สถานะซึ่งเป็นค่าระดับความสูงของน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 นั้นลู่เข้าสู่ค่าศูนย์เป็นผลมาจากการจัดภาพสมการให้อยู่ในรูปแบบของความเบี่ยงเบน เมื่อค่าสถานะลู่เข้าสู่ค่าศูนย์แสดงถึงระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 นั้นเข้าสู่

สถานะคงตัว(steady state) แต่เพื่อให้แน่ชัดถึงความถูกต้องของแบบจำลองจึงทำการทดสอบจำลองในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดด้วยดังแสดงในภาพที่ 4.6

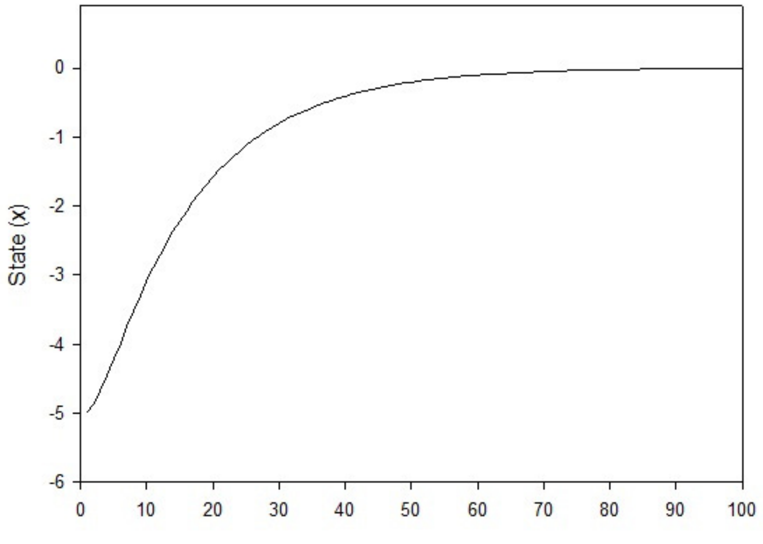


ภาพที่ 4.6 พฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่อง

พฤติกรรมของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องทั้งเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดนั้น เป็นการพิจารณาระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 เห็นได้ว่าการเปลี่ยนรูปแบบของแบบจำลองของระบบสี่ถังจากแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องนั้นมีความถูกต้องเนื่องจากสามารถรักษาพฤติกรรมของระบบสี่ถังไว้ได้เป็นอย่างดี

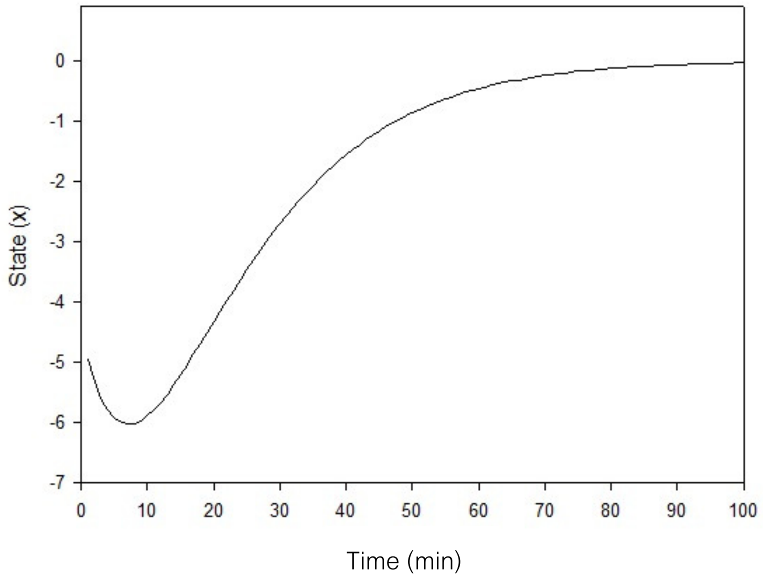
4.1.3 พฤติกรรมของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต

แบบจำลองของระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตนี้ เป็นการเปลี่ยนจากแบบจำลองของระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องซึ่งแสดงดังสมการที่ (3.24) – (3.27) โดยแบบจำลองของระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต จะถูกนำไปใช้ในการควบคุมจึงจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง ซึ่งพฤติกรรมของระบบสี่ถังในสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดในแบบจำลองของระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต สามารถแสดงดังภาพที่ 4.7 และภาพที่ 4.8 ต่อไปนี้ตามลำดับ



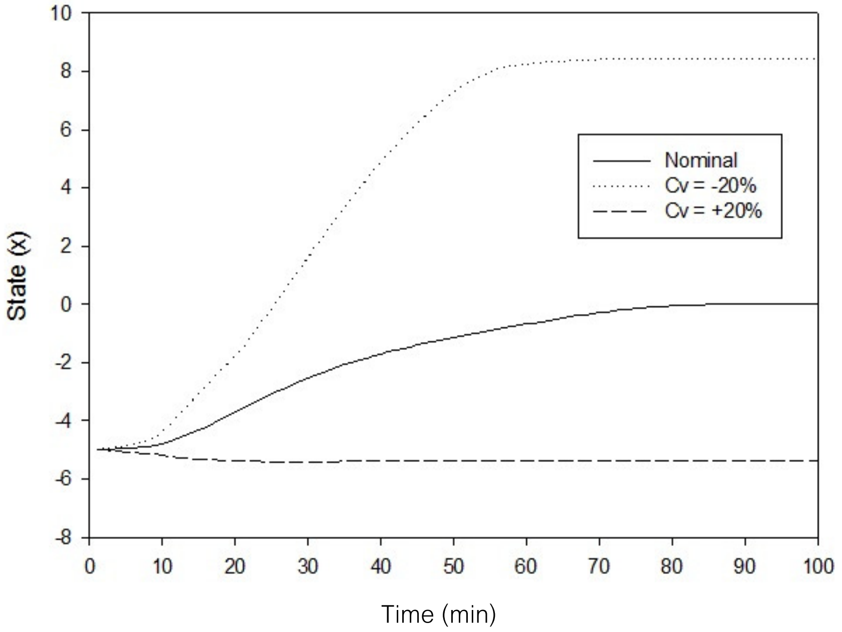
ภาพที่ 4.7 พฤติกรรมเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต

พฤติกรรมเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตดังแสดงในภาพที่ 4.7 นั้น จะเห็นว่าเป็นลักษณะเดียวกันกับแบบจำลองของระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่อง เนื่องจากถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบของตัวแปรเบี่ยงเบนเช่นเดียวกันและยังคงรักษาพฤติกรรมสภาวะเฟสต่ำสุดไว้เป็นอย่างดี เพื่อให้แน่ชัดในความถูกต้องของแบบจำลองจึงทำการทดสอบจำลองในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดอีกครั้งดังแสดงในภาพที่ 4.8



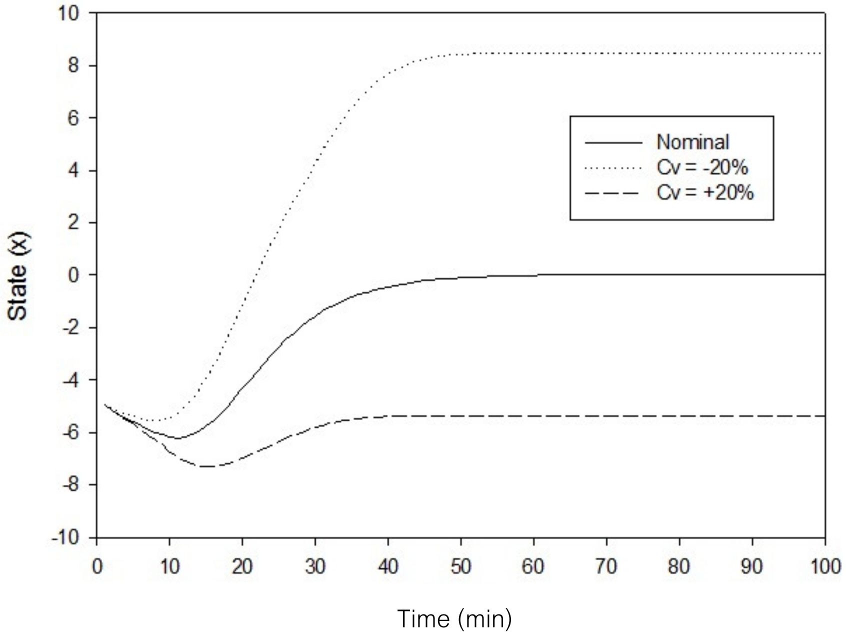
ภาพที่ 4.8 พฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังบนแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต

ผลจากการจำลองแบบจำลองระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดพบว่ายังคงรักษาพฤติกรรมของระบบไว้ได้เป็นอย่างดี จากนั้นทำการกำหนดค่าความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังเนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบที่มีการแกว่งค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติลงไปแล้วทำการจำลองอีกครั้งในสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดซึ่งผลที่ได้นั้นแสดงดังต่อไปนี้



ภาพที่ 4.9 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตสภาวะเฟสต่ำสุด

จะเห็นว่าพฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตสภาวะเฟสต่ำสุดนั้นเหมือนกันกับที่เกิดขึ้นในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อให้แน่ชัดถึงความถูกต้องจึงตรวจสอบอีกครั้งในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดดังภาพที่ 4.10 ต่อไปนี้



ภาพที่ 4.10 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

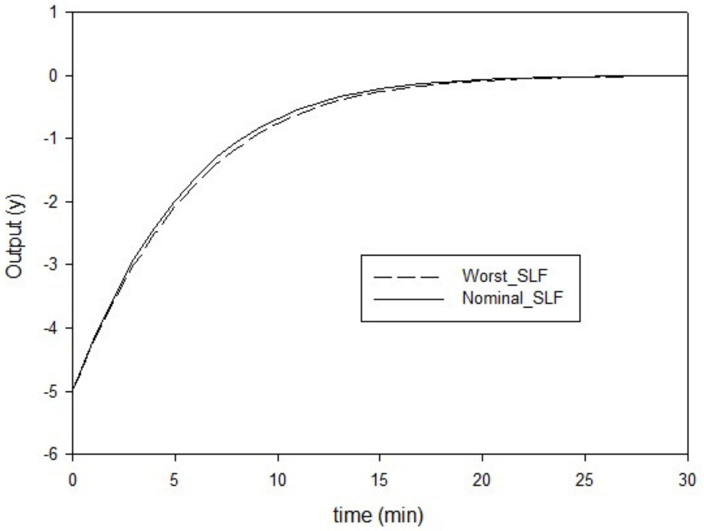
ผลการจำลองของแบบจำลองของระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดนั้น พฤติกรรมของระบบยังคงเหมือนกันกับแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อแบบจำลองของระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต มีความถูกต้องสมบูรณ์แล้วนั้นจะถูกนำไปใช้ในการควบคุม ซึ่งผลการควบคุมระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมนั้นดังแสดงในหัวข้อถัดไป

4.2 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนแบบต่าง ๆ

ในหัวข้อนี้จะแสดงถึงผลของการนำแบบจำลองของระบบสี่ถังที่เป็นเชิงเส้นแบบวิยุต มาใช้ในการควบคุมด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนแบบต่างๆในสภาวะการณ์ดำเนินงานทั้งสอง คือ สภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด และแสดงการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมดังต่อไปนี้

4.2.1 การควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระบบสี่ถังระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

การควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้น ได้ทำการแบ่งการควบคุมออกเป็น 2 สภาวะหลักคือ เฟสต่ำสุดและ ไม่มีเฟสต่ำสุดโดยผลการควบคุมนั้นแสดงดังภาพต่อไปนี้

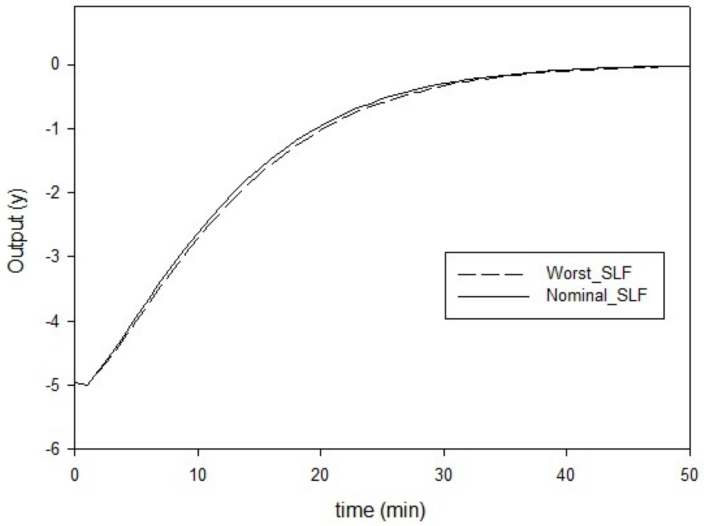


ภาพที่ 4.11 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในสภาวะเฟสต่ำสุด

ในการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังนั้น ในสภาวะเฟสต่ำสุด จากภาพที่ 4.11 เส้นประแสดงถึงการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว และเส้นทึบแสดงถึงการควบคุมระดับน้ำ

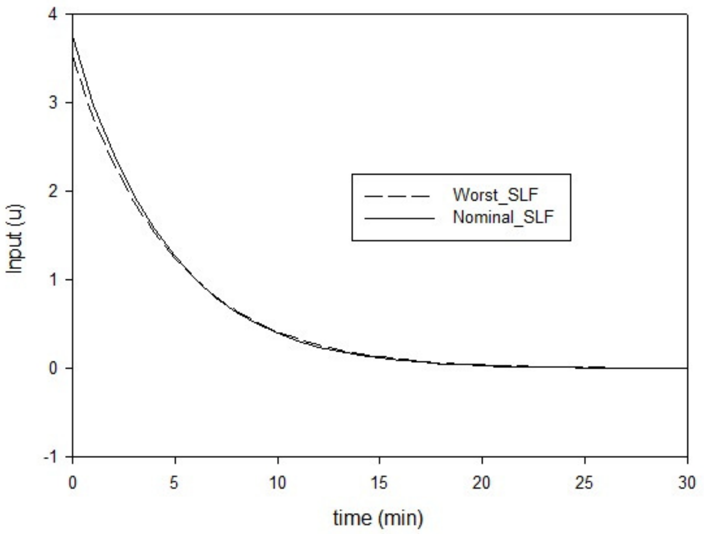
ภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว จะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้และทำการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายได้เป็นอย่างดีแต่จะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้นสามารถควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายได้เร็วกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

สำหรับในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดจากภาพที่ 4.12 จะเห็นว่าการควบคุมด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้น ถึงแม้จะสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังทั้งสี่ใบมีการแกว่งค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติได้เป็นอย่างดี แต่ยังไม่สามารถจัดการกับผลของพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังซึ่งยังแสดงพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังให้เห็นอยู่เล็กน้อยและยังคงควบคุมระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายได้เช่นเดียวกับการควบคุมในสภาวะเฟสต่ำสุด แต่จะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้นสามารถควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายได้เร็วกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวเช่นเดียวกับที่สภาวะเฟสต่ำสุด

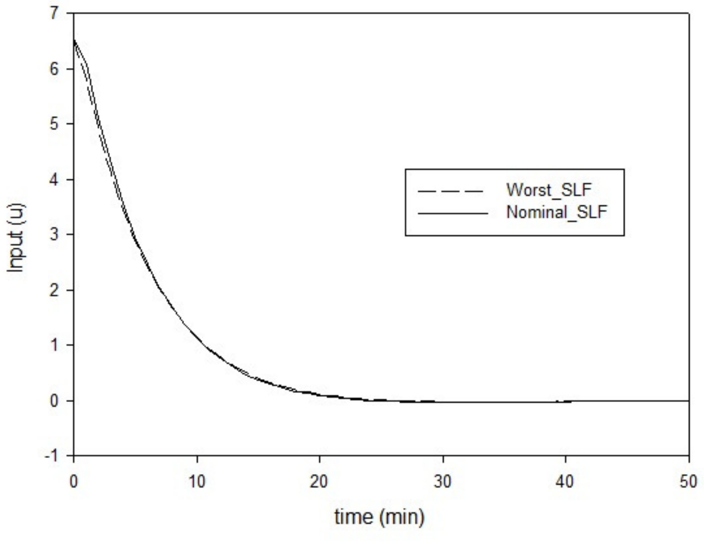


ภาพที่ 4.12 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

ถัดมาในภาพที่ 4.13 และภาพที่ 4.14 เป็นพฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวตามลำดับ โดย u แสดงถึงแรงดันไฟฟ้าซึ่งเป็นตัวแปรปรับและ/หรือสัญญาณควบคุมขาเข้าของระบบสี่ถังในงานวิจัยนี้ที่ป้อนเข้าสู่ปั้มตัวที่ 1 และปั้มตัวที่ 2 จากภาพเส้นทึบแสดงถึงสัญญาณเข้าควบคุมที่ทำการควบคุมโดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว และเส้นประแสดงถึงสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ทำการควบคุมโดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว จะเห็นว่าสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ทำการควบคุมโดยตัวควบคุมทั้งสองนั้นทั้งในสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด ต่างมีค่าสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนเข้าสู่ระบบที่แต่ละเวลานั้นมีความราบเรียบมาก ซึ่งค่าสัญญาณควบคุมขาเข้าถูกกำหนดค่าเริ่มต้นไว้ต่างจากค่าที่สถานะคงตัว +9.25 โวลต์(V) จะเห็นว่าเมื่อระดับน้ำของถังใบที่ 1 และใบที่ 2 เริ่มเข้าสู่สถานะคงตัวค่าสัญญาณควบคุมขาเข้าก็จะเข้าสู่ค่าที่สถานะคงตัวเช่นกัน



ภาพที่ 4.13 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว



ภาพที่ 4.14 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชัน

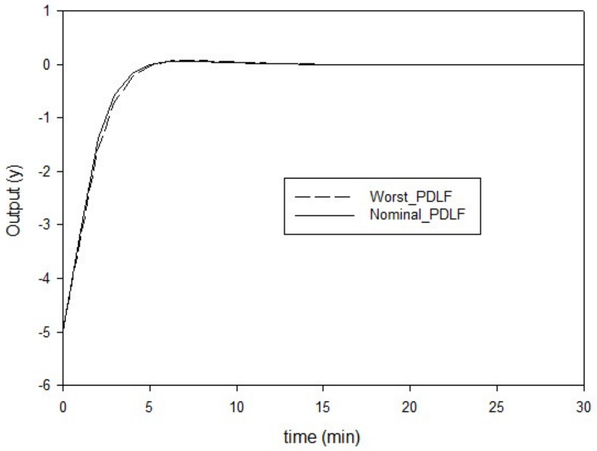
เลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

4.2.2 การควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระบบสี่ถังระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

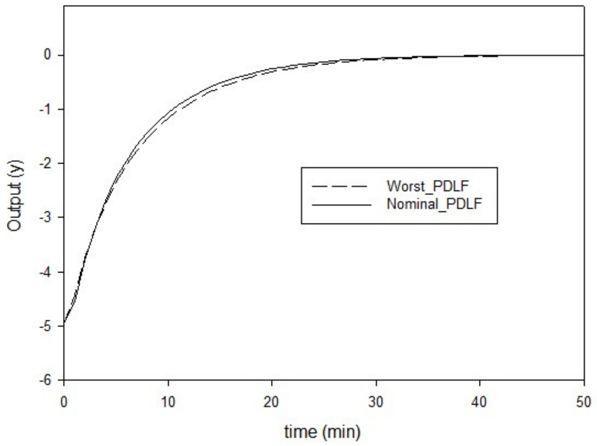
ผลการควบคุมระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะเฟสต่ำสุดนั้น จากภาพที่ 4.15 เส้นทึบแสดงถึงระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ถูกควบคุมโดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และเส้นประแสดงถึงระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ถูกควบคุมโดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม จะเห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถจัดการกับผลของความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้อย่างดีและสามารถควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายอย่างรวดเร็ว แต่ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นภายในกลุ่มวิจัยนั้นสามารถควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ และถังใบที่ 2 ให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายได้เร็วกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ซึ่งแสดงถึงสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นภายในกลุ่มวิจัย

ส่วนการควบคุมระบบสี่ถังในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดนั้น ตัวควบคุมทั้งสองนอกจากสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้แล้ว ยังสามารถจัดการกับพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังได้เป็นอย่างดี แต่อย่างไรก็ตามในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 นั้น จะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสามารถควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2เข้าสู่ค่าเป้าหมายได้ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐาน

ต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ซึ่งบ่งบอกถึงสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั่นเอง



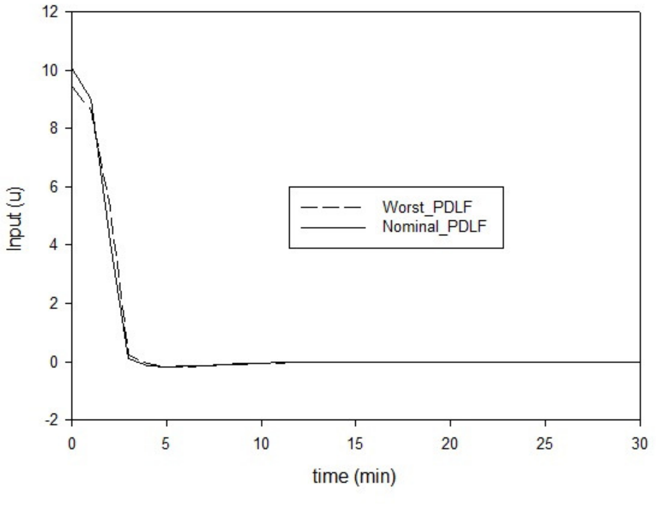
ภาพที่ 4.15 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะเฟสต่ำสุด



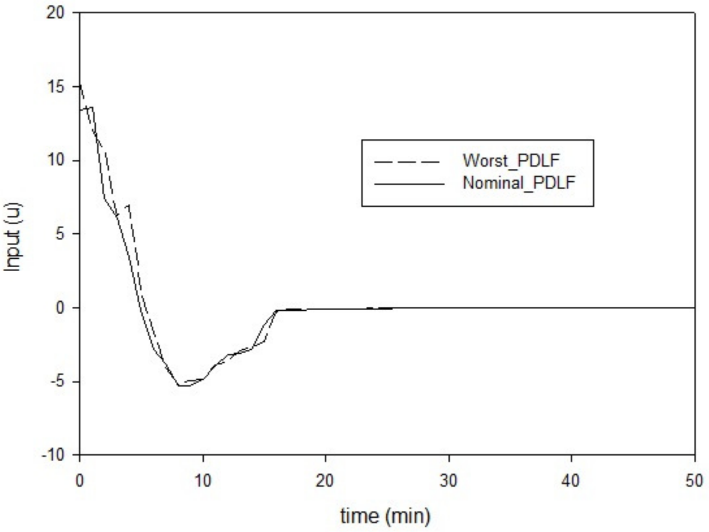
ภาพที่ 4.16 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด

ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

ทางด้านของพฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้า ที่ควบคุมโดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ทั้งในสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด สามารถแสดงดังภาพที่ 4.17 และภาพที่ 4.18 ตามลำดับดังนี้ เห็นได้ว่าพฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ถูกปรับค่าเพื่อนำไปควบคุมอัตราการไหลของปั๊มของตัวควบคุมทั้งสองนั้น มีพฤติกรรมในการปรับสัญญาณควบคุมขาเข้าซึ่งเป็นแรงดันไฟฟ้านั้นรวดเร็วทั้งที่สภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด



ภาพที่ 4.17 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม



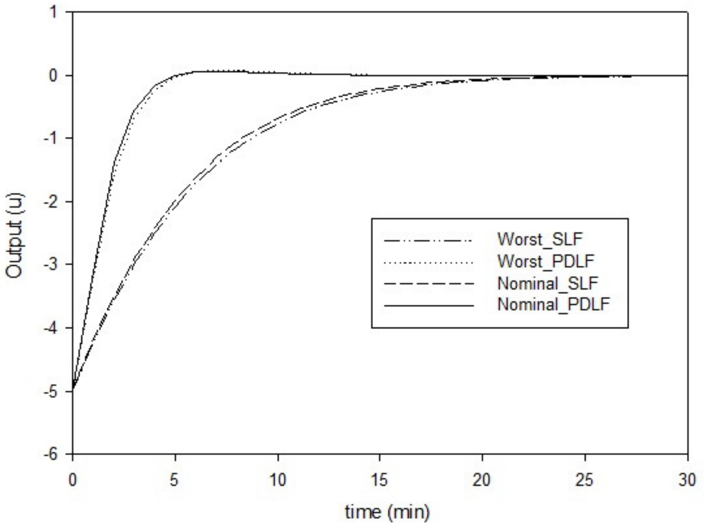
ภาพที่ 4.18 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

4.3 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุม

จากหัวข้อที่ผ่านมาได้แสดงผลการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังพร้อมทั้งเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุม โดยแบ่งเป็น 2 ส่วน ดังนี้ ส่วนแรกเป็นการแสดงผลการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังพร้อมทั้งเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวระหว่างต้นทุนสมรรถนะปกติกับต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด ที่สภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถัง และส่วนที่สองเป็นการแสดงผลการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังพร้อมทั้งเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมระหว่างต้นทุนสมรรถนะปกติกับต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด ที่สภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถัง

เมื่อสมรรถนะในการควบคุมนั้นเป็นการพิจารณาจากเวลาในการควบคุมตัวแปรควบคุมให้เข้าสู่ค่าเป้าหมาย ซึ่งถ้าตัวควบคุมสามารถควบคุมตัวแปรควบคุมให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายได้อย่างรวดเร็วนั้นแสดงถึงสมรรถนะที่ดีของตัวควบคุมตัวนั้น โดยในงานวิจัยนี้ทำการพิจารณาสมรรถนะของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมจากการใช้เวลาในการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถัง ซึ่งเป็นตัวแปรควบคุมภายใต้สภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดเปรียบเทียบกับตัวควบคุมทั้งสามแบบ คือ 1) ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว 2) ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและ 3) ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะสามารถพิจารณาได้จากภาพที่ 4.19 และภาพที่ 4.21 ตามลำดับดังนี้

4.3.1 เปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมในสภาวะเฟสต่ำสุด



ภาพที่ 4.19 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะเฟสต่ำสุด

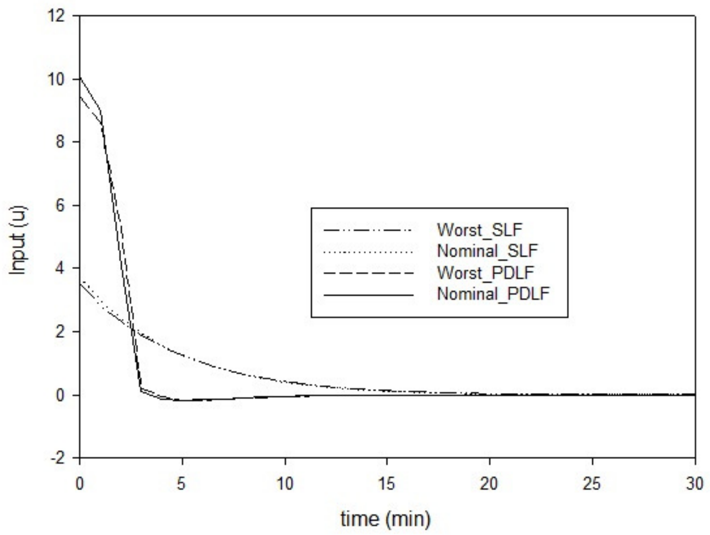
ในการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะเฟสต่ำสุดนั้น จากภาพที่ 4.19 สามารถอธิบายผลการเปรียบเทียบได้ดังนี้

กรณีแรกทำการเปรียบเทียบต้นทุนสมรรถนะปกติกับต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด จะเห็นได้อย่างชัดเจนถึงสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งสองแบบ ไม่ว่าจะเป็นตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวหรือตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นในกลุ่มวิจัยนั้น ให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวหรือตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม เนื่องจากในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับซึ่งในงานวิจัยนี้คือ แรงดันไฟฟ้าที่ป้อนเข้าสู่ปั้มเพื่อสร้างอัตราการไหลของน้ำ ในกรณีต้นทุนสมรรถนะปกตินั้นจะคำนึงถึงค่ากลางหรือค่าปกติของระบบ ทำให้ค่าตัวแปรปรับที่คำนวณได้นั้นดีกว่ากรณีต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดซึ่งไม่คำนึงถึง

กรณีที่สองเป็นการเปรียบเทียบระหว่างใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม จะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติหรือตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นจะมีสมรรถนะการควบคุมที่ดีกว่าใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว เนื่องจากการใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้นเป็นการสร้างวงรียืนยงขนาดใหญ่วงเดียวครอบคลุมตัวแปรสถานะเพื่อประกันเสถียรภาพในการควบคุมระบบ ทำให้การคำนวณหาค่าตัวแปรปรับได้ค่าที่ดีน้อยกว่าการใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม เพราะการใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นทำการสร้างวงรียืนยงเพื่อครอบคลุมตัวแปรสถานะหลายขนาด ซึ่งขนาดของวงรียืนยงนั้นขึ้นกับเมทริกซ์ Q_j ที่คำนวณได้ในแต่ละรอบการควบคุม ส่งผลให้ค่าตัวแปรปรับที่คำนวณได้ดีตามไปด้วย

กรณีที่สามจะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้งสี่แบบสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้เป็นอย่างดี

ยิ่งไปกว่านั้นในผลเปรียบเทียบในสภาวะเฟสต่ำสุด เห็นได้ชัดว่าตัวควบคุมที่มีสมรรถนะในการควบคุมที่ดีสุดคือ ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นในกลุ่มวิจัย



ภาพที่ 4.20 ผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะเฟสต่ำสุด

ทางด้านพฤติกรรมในการปรับแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนเข้าสู่ปั้มตัวที่ 1 และปั้มตัวที่ 2 ของตัวควบคุมทั้งสี่ สามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.20 จากภาพจะเห็นว่าพฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้น มีความรวดเร็วในการปรับมากกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

4.3.2 เปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

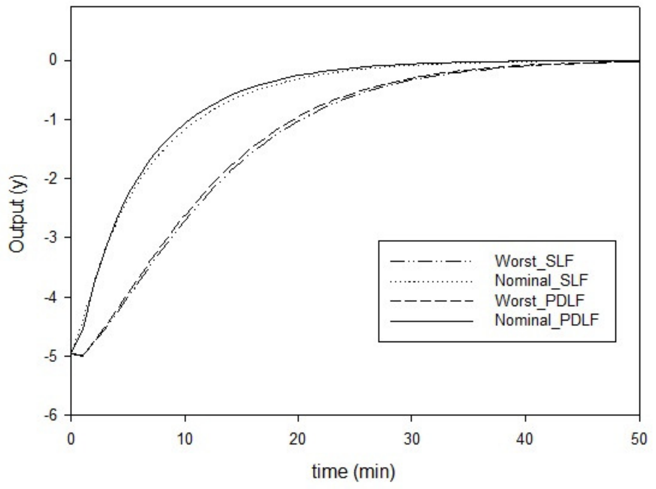
ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังนั้นสามารถเห็นสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมแต่ละตัวได้ชัดเจนมากขึ้นโดยสามารถอธิบายเป็นกรณีได้ดังนี้

กรณีแรกจะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้งสี่แบบสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้เป็นอย่างดี

กรณีที่สองนั้นเห็นได้ว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดนั้น ถึงแม้จะจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้แต่ไม่สามารถจัดการกับพฤติกรรมการตอบสนองของระบบสี่ถังที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดได้

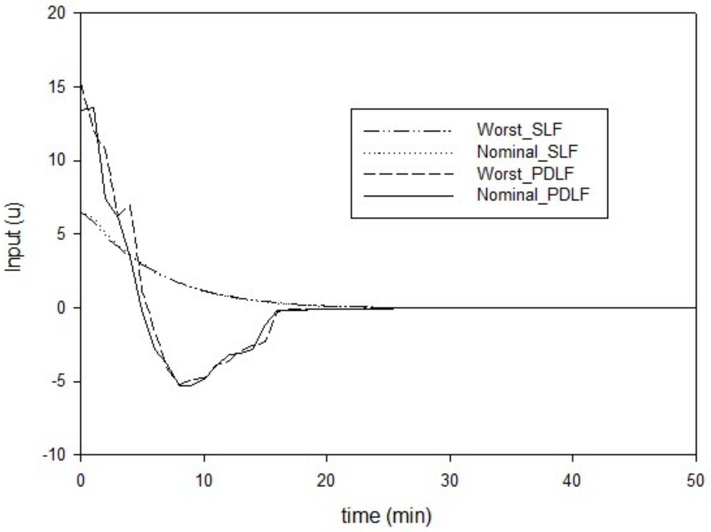
กรณีที่สามจะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดนั้น นอกจากจะจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้แล้วยังสามารถจัดการกับพฤติกรรมการตอบสนองของระบบสี่ถังที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดได้อีกด้วย และที่สำคัญให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

สุดท้ายตัวควบคุมที่ให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีที่สุด คือ ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นในกลุ่มวิจัย



ภาพที่ 4.21 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

ส่วนพฤติกรรมในการปรับของตัวแปรปรับนั้น ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดนั้น มีพฤติกรรมในการปรับเป็นไปอย่างรวดเร็ว โดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นมีความราบเรียบกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ซึ่งต่างจากพฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดที่ยังคงมีพฤติกรรมในการปรับเป็นไปอย่างราบเรียบเช่นเดียวกับที่สภาวะเฟสต่ำสุด



ภาพที่ 4.22 ผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

เวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังของตัวควบคุมทั้งสี่แบบสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 4.2 ต่อไปนี้

ตารางที่ 4.2 เวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมระบบสี่ถังกรณีความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20%

	ไม่มีเฟสต่ำสุด	เฟสต่ำสุด
Worst SLF	0.5140 sec	0.3900 sec
Nominal SLF	0.5300 sec	0.4840 sec
Worst PDLF	0.7180 sec	0.6390 sec
Nominal PDLF	1.1860 sec	1.0760 sec

จากตารางที่ 4.2 สามารถสรุปได้ว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นมากกว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด เพราะตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นมีจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนมากกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว ซึ่งพิจารณาได้จากทฤษฎีเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม $x^T \sum\left(\theta_j\right) P_j x$ จะเห็นว่าเมทริกซ์ P ของทฤษฎีเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นขึ้นกับความไม่แน่นอน เมื่อทำการออกแบบตัวควบคุมจึงทำให้จำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นมีจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนมากขึ้นตามไปด้วยทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด ซึ่งต่างจากตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว จากทฤษฎีเลียปูโนฟเดียว $x^T Px$ จะเห็นว่าเมทริกซ์ P ของทฤษฎีเลียปูโนฟเดียวไม่ขึ้นกับความไม่แน่นอน จึงส่งผลให้ในการออกแบบตัวควบคุมนั้น จำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนของตัวควบคุมที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดมีน้อยกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ส่งผลให้เวลาในการคำนวณเพื่อทำการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและ

บนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดนั้นน้อยกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมตามไปด้วย และเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกตินั้นมากกว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด สาเหตุจากจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกตินั้นมากกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด ซึ่งจำนวนสมการของตัวควบคุมแต่ละตัวสามารถพิจารณาได้ดังนี้

1)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว มีจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนเท่ากับ $2+2L$

2)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว มีจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนเท่ากับ $3+2L$

3)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม มีจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนเท่ากับ $3L+L^2$

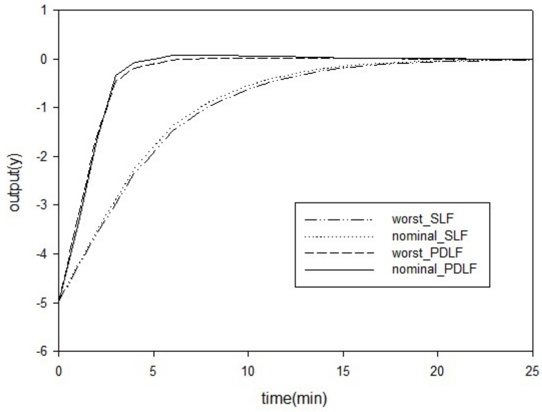
4)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม มีจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนเท่ากับ $3L+2L^2$

โดย L คือ จำนวนจุดยอดของระบบ เมื่อคำนวณออกมาจะได้จำนวนของเงื่อนไขบังคับคงทนทั้งหมดที่ใช้ในการควบคุมของตัวควบคุมแต่ละตัว จะเห็นว่าจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนของตัวควบคุมมากขึ้นจะส่งผลให้เวลาในการคำนวณเพื่อทำการควบคุมมากขึ้นตามไปด้วย สามารถพิจารณาได้จากโครงสร้างของตัวควบคุมทั้งสี่แบบดังแสดงในบทที่ 3

4.4 รูปแบบความแปรปรวนของค่าความไม่แน่นอนกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติ

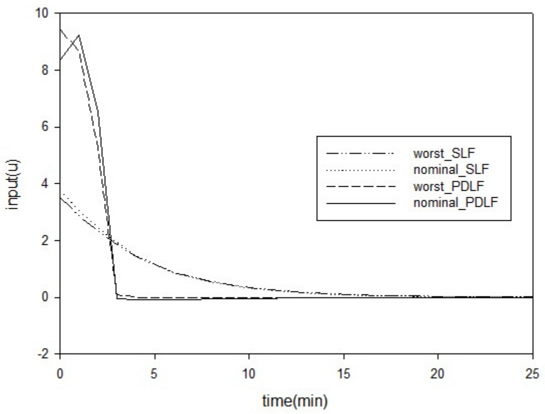
ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาถึงรูปแบบความแปรปรวนของค่าความไม่แน่นอนนอกจากรูปแบบความแปรปรวนแบบสุ่มที่ใช้ในการควบคุมดังที่แสดงเบื้องต้น เนื่องจากส่งผลต่อความชัดเจนในการแสดงสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุม ซึ่งในงานวิจัยนี้มีการศึกษาด้วยกัน 3 รูปแบบ คือ 1)การกระจายตัวแบบปกติ(normal distribution) 2)การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกัน(uniform distribution) และ 3)ค่าปกติของระบบ(nominal) ซึ่งทำการศึกษาทั้งที่สภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด โดยผลจากการศึกษาสามารถอธิบายได้ดังนี้

4.4.1 การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติ



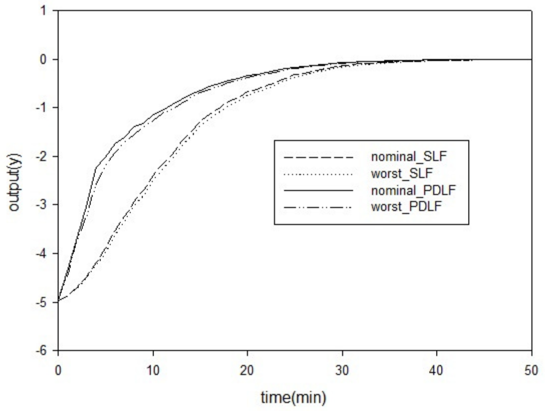
ภาพที่ 4.23 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด

จากภาพที่ 4.23 จะเห็นได้ชัดว่าที่การกระจายตัวของความไม่แน่นอนแบบปกติในช่วง -20% ถึง +20% นั้น การแสดงผลสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่นั้นดูเหมือนไม่มีความแตกต่างกันเลยที่สภาวะเฟสต่ำสุดแต่สามารถเห็นถึงความแตกต่างได้มากกว่ากรณีค่าความไม่แน่นอนกระจายตัวแบบสุ่ม ส่วนพฤติกรรมในการปรับของกรณีค่าความแปรปรวนกระจายตัวแบบปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.24 ต่อไปนี้



ภาพที่ 4.24 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด

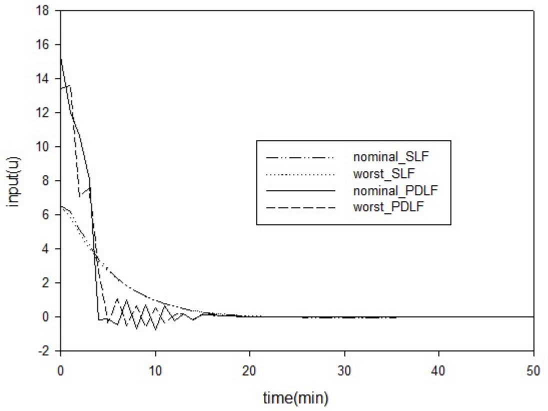
ทางด้านพฤติกรรมในการปรับก็เช่นกัน เห็นความแตกต่างในการแสดงผลของการปรับเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น โดยถัดไปที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.25 ด้านล่างนี้



ภาพที่ 4.25 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

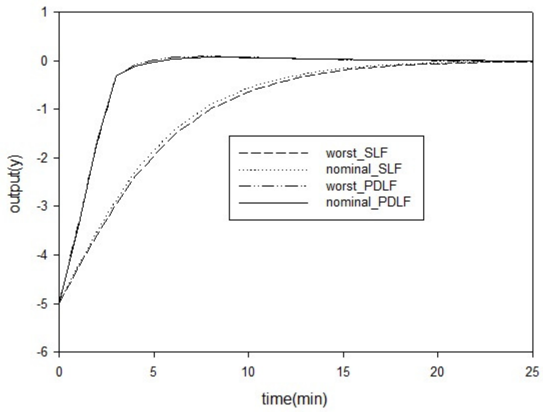
จะเห็นว่าที่สภาวะไม่มีเฟสผลที่ได้เป็นไปในลักษณะเดียวกันกับที่สภาวะเฟสต่ำสุดทั้งการแสดงผลของสมรรถนะการควบคุมและพฤติกรรมการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบคือสามารถเห็นถึงความแตกต่างได้มากกว่ากรณีค่าความไม่แน่นอนกระจายตัวแบบสุ่มเพียงเล็กน้อย

เท่านั้น โดยพฤติกรรมการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่ในกรณีการกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.26 ต่อไปนี้



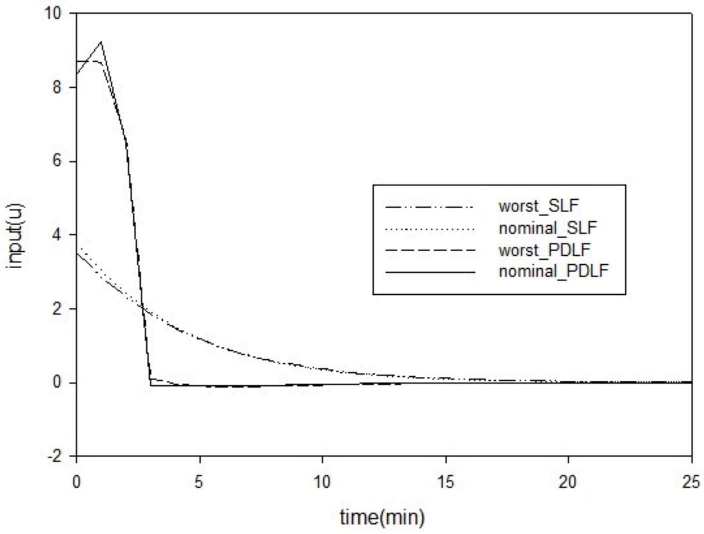
ภาพที่ 4.26 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

4.4.2 การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% จากค่าปกติ



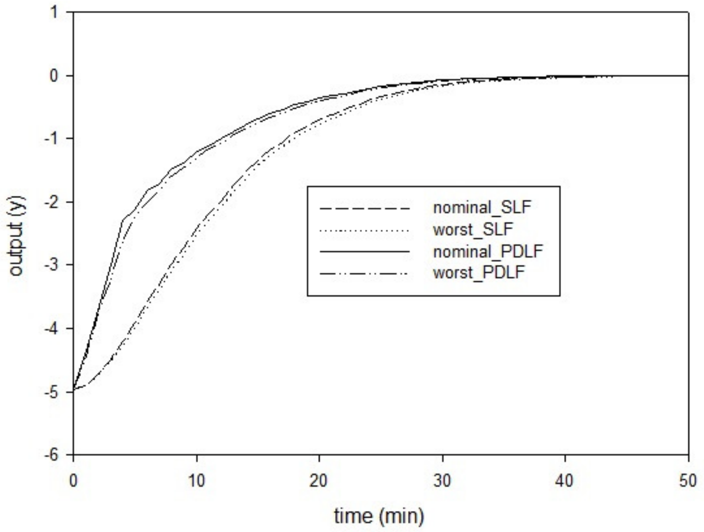
ภาพที่ 4.27 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด

ถัดมาที่กรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% โดยเริ่มที่สภาวะเฟสต่ำสุดเช่นกัน ซึ่งจากภาพที่ 4.27 จะเห็นว่าการแสดงผลสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบนั้นไม่แตกต่างกันเลย ผิดกับกรณีการกระจายตัวแบบปกติที่ยังเห็นถึงความแตกต่างบ้างแม้เพียงเล็กน้อยก็ตาม โดยพฤติกรรมในการปรับกรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.28 ต่อไปนี้



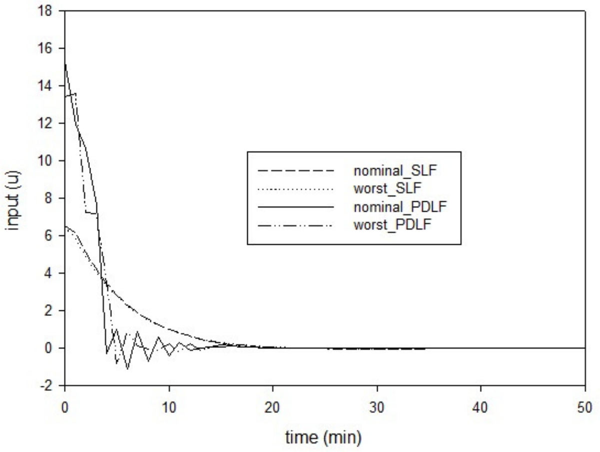
ภาพที่ 4.28 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด

การแสดงผลพฤติกรรมการปรับในกรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะเฟสต่ำสุดเช่นกัน จะเห็นว่าพฤติกรรมในการปรับไม่แตกต่างกันของตัวควบคุมทั้งสี่แบบ โดยถัดไปเป็นเป็นการแสดงผลกรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดดังภาพที่ 4.29 ต่อไปนี้



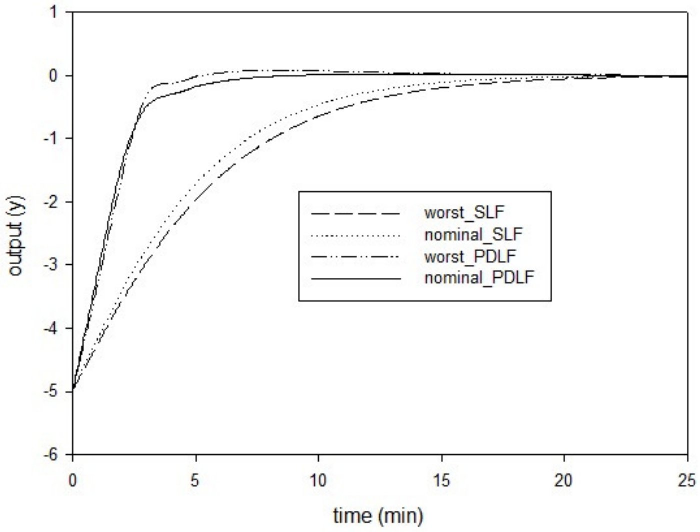
ภาพที่ 4.29 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

จากภาพที่แสดงนี้จะเห็นว่าผลที่ได้เป็นไปในรูปแบบเดียวกับที่สภาวะเฟสต่ำสุด คือ ไม่มีความแตกต่างกันเลย ซึ่งพฤติกรรมในการปรับของกรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดก็เช่นเดียวกันดังแสดงในภาพที่ 4.30 ต่อไปนี้



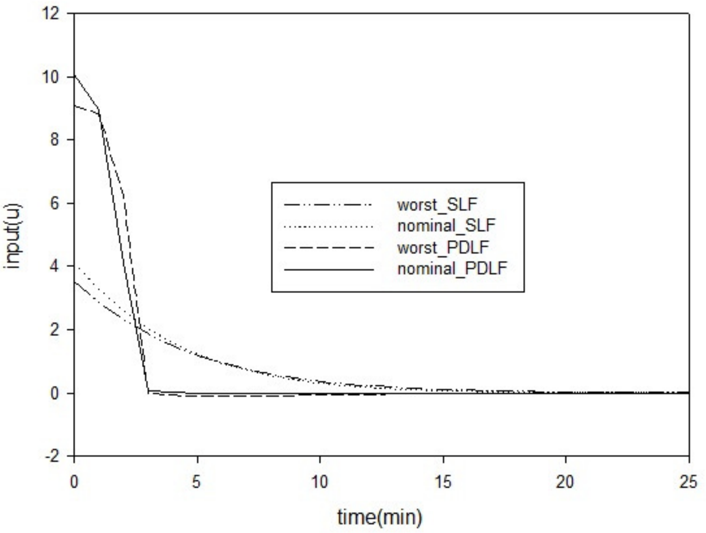
ภาพที่ 4.30 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

4.4.3 ค่าปกติของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว



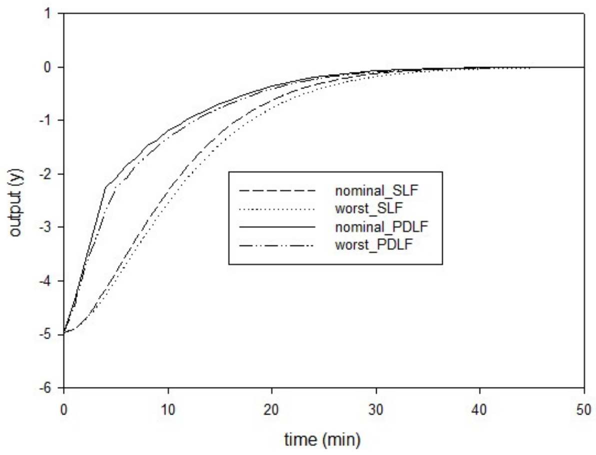
ภาพที่ 4.31 สมรรถนะการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20%

จากภาพที่ 4.31 จะเห็นได้ถึงความแตกต่างของสมรรถนะการควบคุมอย่างชัดเจนเมื่อระบบไม่มีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว ซึ่งทำให้เห็นถึงสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม เนื่องจากฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกตินั้นคำนึงถึงค่าปกติในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับจึงส่งผลให้สมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นดีตามไปด้วย จึงทำให้การแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมแต่ละตัวนั้นเห็นถึงความแตกต่างอย่างชัดเจน ทางด้านพฤติกรรมการปรับสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้



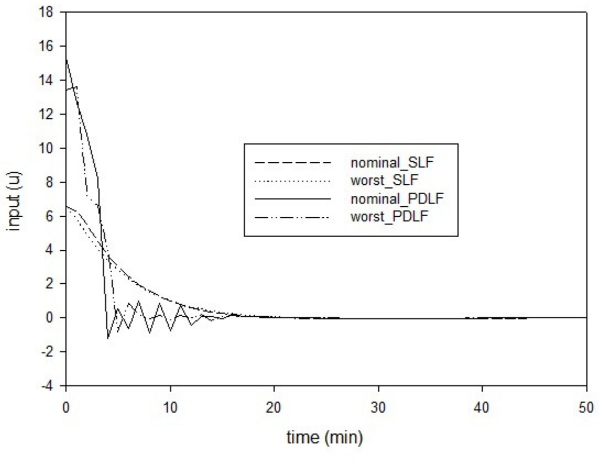
ภาพที่ 4.32 พฤติกรรมการปรับที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20%

ส่วนพฤติกรรมการปรับก็เช่นกันจะเห็นถึงความแตกต่างในการปรับของตัวควบคุมแต่ละตัวได้ชัดขึ้นกว่าทั้งสองกรณีที่ได้แสดงไปข้างต้น โดยถัดไปเป็นการแสดงผลที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดในกรณีเดียวกันนี้ดังภาพที่ 4.33 ต่อไปนี้



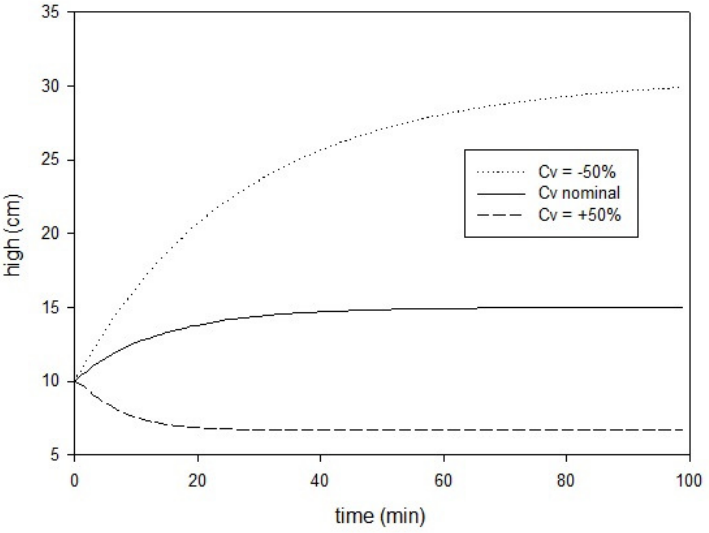
ภาพที่ 4.33 สมรรถนะการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด กรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20%

การแสดงผลสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดกรณีค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกตินั้น ความแตกต่างของผลที่แสดงนั้นอาจจะไม่เท่ากับที่สภาวะเฟสต่ำสุดแต่เมื่อเทียบกับกรณีทั้งสองที่ผ่านมาแล้วนั้นชัดเจนกว่าพอสมควร โดยพฤติกรรมในการปรับสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.34 ต่อไปนี้



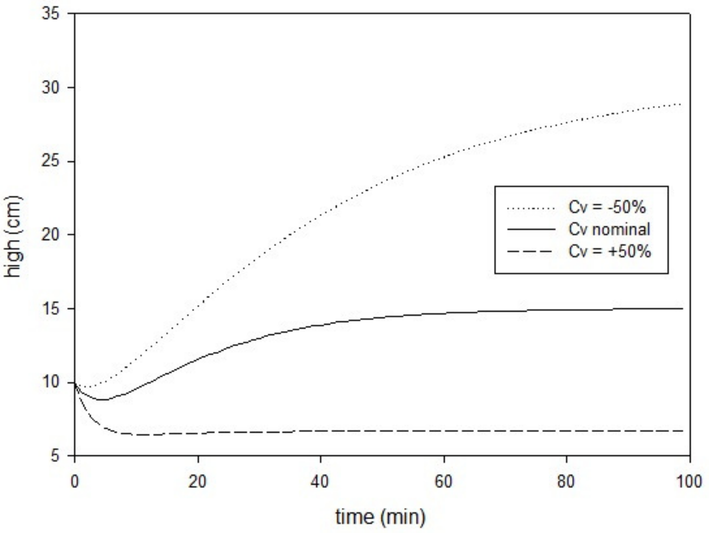
ภาพที่ 4.34 พฤติกรรมการปรับที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด กรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20%

จากผลการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังพบว่าสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้น ยังเห็นไม่ชัดเจนเนื่องจากค่าความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังของระบบสี่ถังนั้นมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% จึงได้ทำการทดสอบการควบคุมระบบสี่ถังที่มีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังเพิ่มขึ้นโดยกำหนดให้มีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% โดยพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้รับผลของความไม่แน่นอนจากค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% แสดงได้ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 4.35 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

จากภาพที่ 4.35 และภาพที่ 4.36 จะเห็นว่าสถานะคงตัวของระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 มีการเปลี่ยนแปลงไปแต่พฤติกรรมของระบบโดยรวมยังคงเป็นเช่นดียวกับกรณีแรก สาเหตุที่สถานะคงตัวของระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 มีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีช่วงความแปรปรวนของค่าในช่วงที่กว้างมากขึ้น จึงทำให้สถานะคงตัวของระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 มีค่าสูงขึ้นและต่ำลงดังภาพที่แสดง



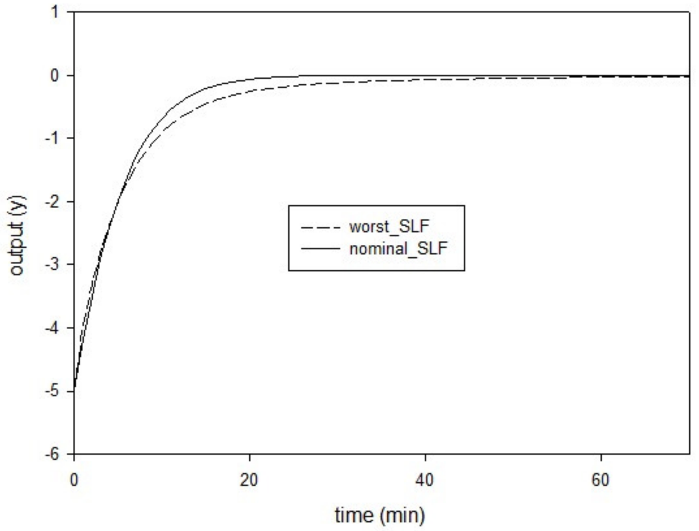
ภาพที่ 4.36 พฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบสี่ถังในแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

4.5 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนแบบต่าง ๆที่ค่าความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนในช่วง -50% ถึง +50%

การควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% ซึ่งทำการควบคุมที่สภาวะการตอบสนองของระบบสี่ถังทั้ง 2 สภาวะคือ เฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดเช่นเดียวกับกรณีแรกดังแสดงได้ต่อไปนี้

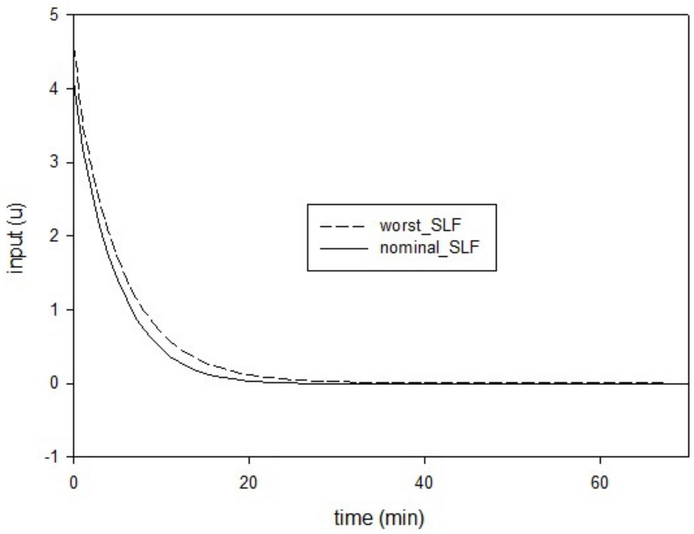
4.5.1 การควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระบบสี่ถังระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว

ระดับน้ำภายในถังใบ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังซึ่งทำการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% ภายใต้สภาวะเฟสต่ำสุด โดยเริ่มการควบคุมใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว(เส้นประ)กับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว(เส้นทึบ) นั้น ผลที่ได้จากการควบคุมจะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้นให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว และสามารถเห็นสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวได้ชัดเจนขึ้นดังแสดงในภาพที่ 4.37



ภาพที่ 4.37 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

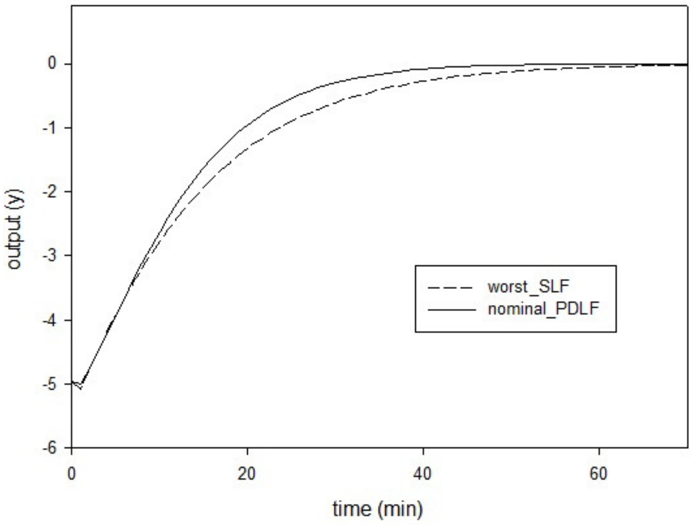
โดยพฤติกรรมในการปรับของตัวแปรปรับนั้นสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.38 จะเห็นได้ชัดเจนขึ้นถึงผลต่างของการปรับระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว แต่ยังคงเห็นถึงพฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสองที่เป็นไปอย่างราบเรียบเช่นเดิม โดยจะเห็นว่าพฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้นมีพฤติกรรมในการปรับเข้าสู่สภาวะคงตัวได้เร็วกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว



ภาพที่ 4.38 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

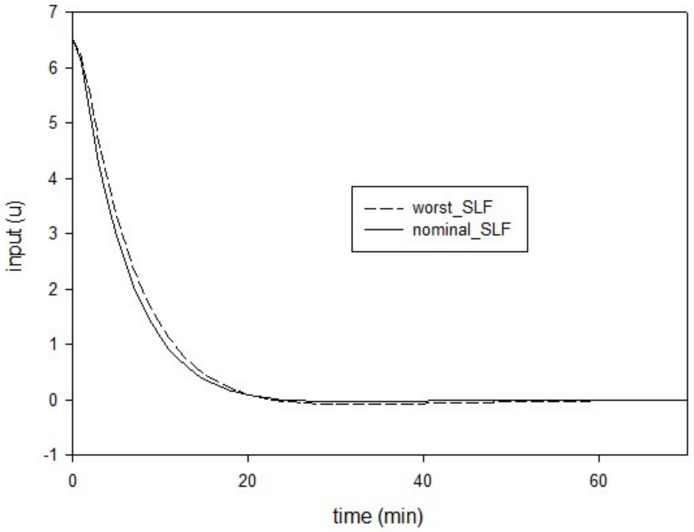
ถัดมาที่การควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดซึ่งสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.39 จะเห็นถึงความชัดเจนมากขึ้นในความต่างของสมรรถนะในการควบคุม โดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้

ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้นให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวเช่นเดิม



ภาพที่ 4.39 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

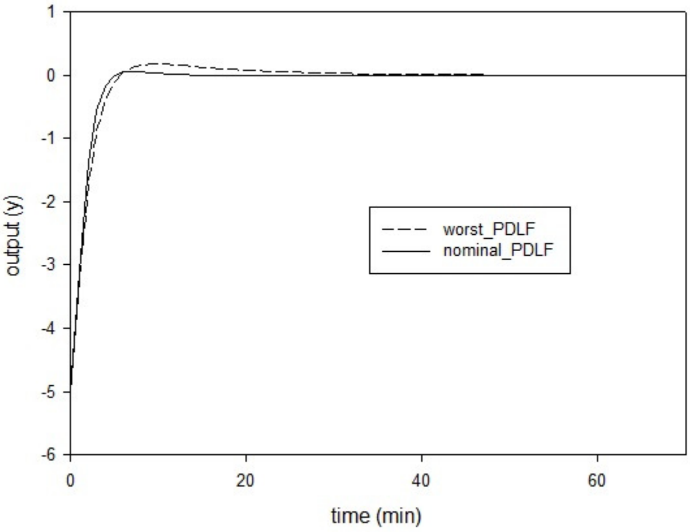
ในส่วนของพฤติกรรมในการปรับของตัวแปรปรับนั้นจะเห็นถึงความแตกต่างได้ดีขึ้นอีกเช่นกันดังภาพที่ 4.40 โดยจะยังคงเห็นถึงพฤติกรรมในการปรับที่เป็นไปอย่างราบเรียบเช่นเดิม



ภาพที่ 4.40 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

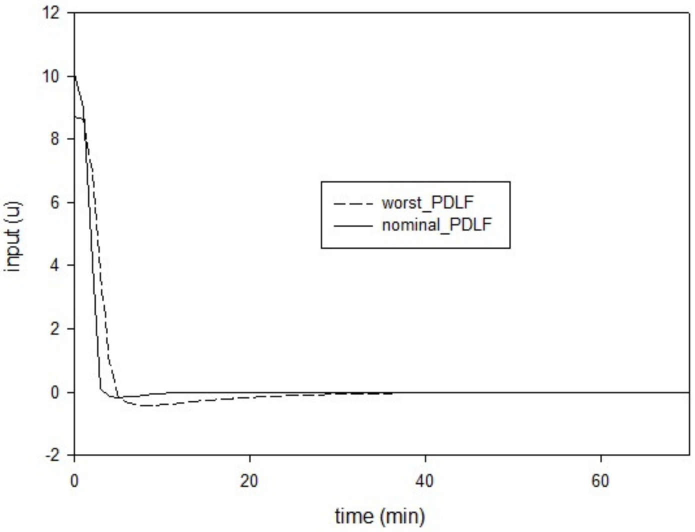
4.5.2 การควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระบบสี่ถังระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

ส่วนการควบคุมระดับน้ำภายในภังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ได้ทำการทดสอบการควบคุมที่สภาวะทั้ง 2 คือ เฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด ของระบบสี่ถังเช่นกันดังแสดงต่อไปนี้



ภาพที่ 4.41 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

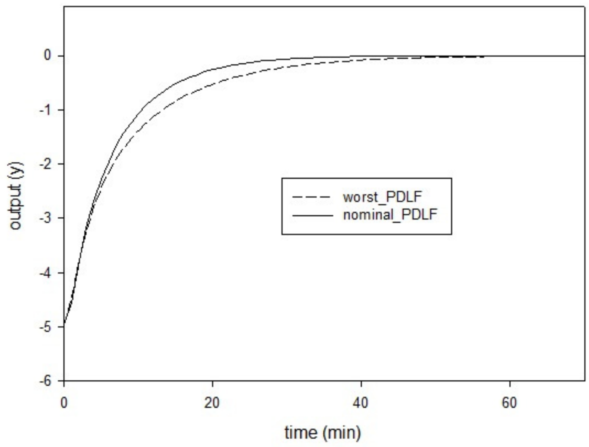
จากภาพที่ 4.41 จะเห็นว่าผลการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังที่สภาวะเฟสต่ำสุดด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม(เส้นประ)กับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม(เส้นทึบ)นั้น สามารถเห็นถึงผลความแตกต่างของสมรรถนะในการควบคุมมากขึ้นเช่นกัน โดยพฤติกรรมในการปรับของตัวแปรปรับที่ทำการควบคุมโดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.42 ต่อไปนี้



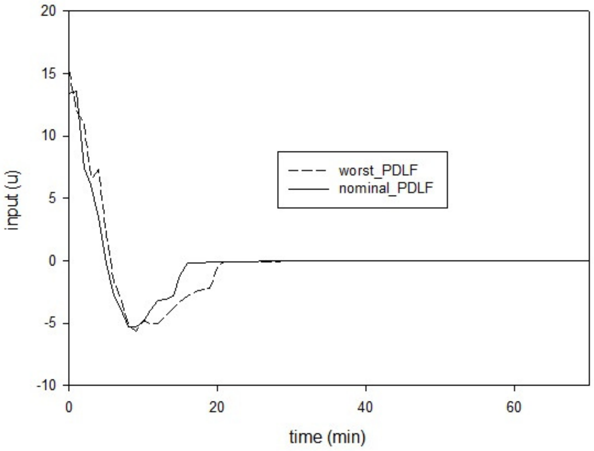
ภาพที่ 4.42 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสองนั้นมีความแตกต่างที่เห็นได้ชัดเจนขึ้นที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% ซึ่งสามารถบอกได้ถึงสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ในการควบระบบที่มีค่าความไม่แน่นอนแปรปรวนอยู่ในช่วงที่กว้างขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

ถัดมาที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดจากภาพที่ 4.43 จะเห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองนอกจากจะจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้แล้วยังสามารถจัดการกับพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังได้เหมือนเดิม แต่แสดงถึงความแตกต่างของสมรรถนะในการควบคุมได้ชัดเจนขึ้นซึ่งตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมยังคงให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าเช่นเดิม ทางด้านพฤติกรรมในการปรับของตัวแปรปรับนั้นสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.44



ภาพที่ 4.43 ผลการควบคุมระบบสี่ถังและการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%



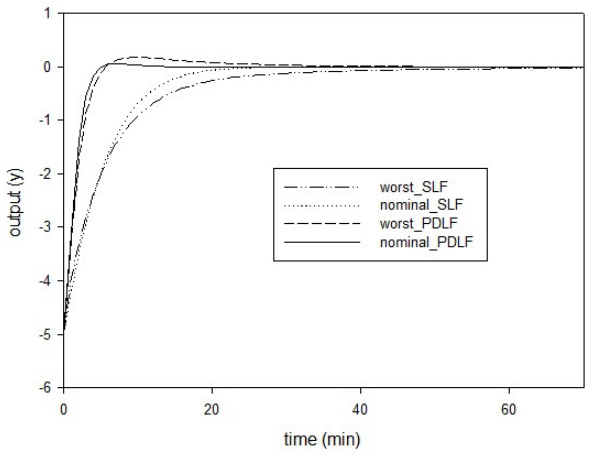
ภาพที่ 4.44 พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมขาเข้าในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

ทางด้านพฤติกรรมในการปรับจะเห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้น มีพฤติกรรมในการปรับค่าเข้าสู่สภาวะคงตัวได้เร็วกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมชัดเจนขึ้น

4.6 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

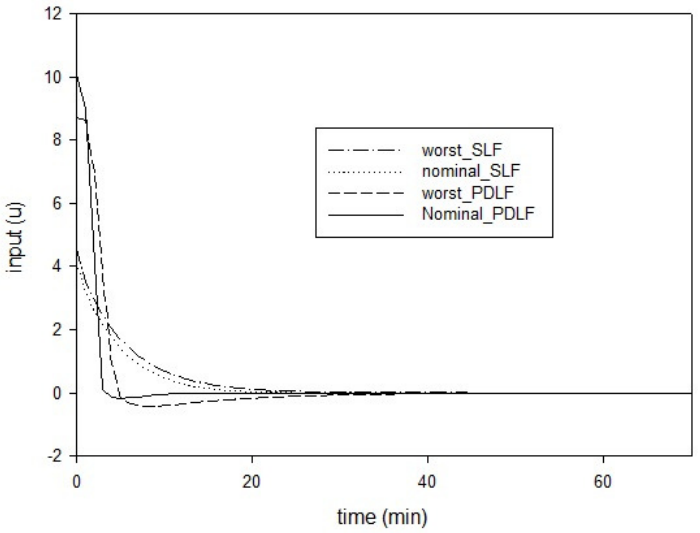
ในส่วนนี้เป็นการนำผลการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังที่ควบคุมคุมโดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้ง 4 แบบนั้นมาแสดงการเปรียบเทียบถึงสมรรถนะในการควบคุมในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนเพิ่มขึ้นจาก -20% ถึง +20% เป็น -50% ถึง +50% เพื่อเป็นการยืนยันถึงสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ด้วยความแตกต่างของการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้ง 4 แบบที่ชัดเจนขึ้นทั้งที่สภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถัง

4.6.1 เปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมในสภาวะเฟสต่ำสุด



ภาพที่ 4.45 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

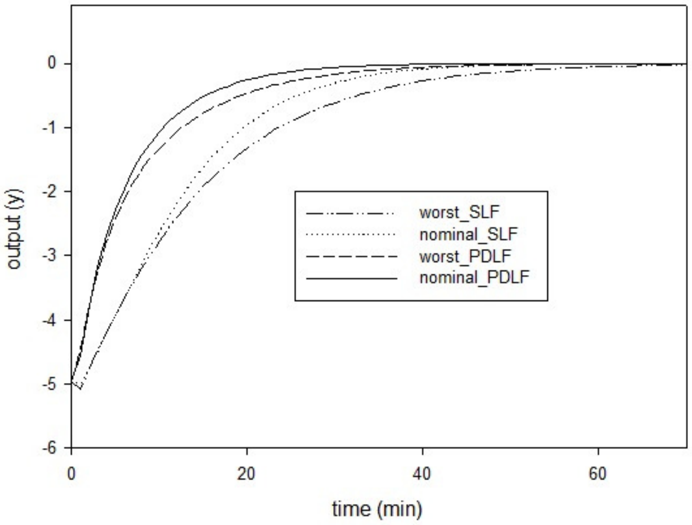
จากภาพที่ 4.45 จะเห็นว่าผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้ง 4 แบบที่สภาวะเฟสต่ำสุดนั้น แสดงถึงความแตกต่างของสมรรถนะในการควบคุมได้ชัดเจนมากขึ้นโดยการพิจารณาในกรณีต่างๆนั้นเหมือนกับกรณีการควบคุมระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% โดยการเปรียบเทียบพฤติกรรมในการปรับของตัวแปรปรับนั้นสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.46



ภาพที่ 4.46 ผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

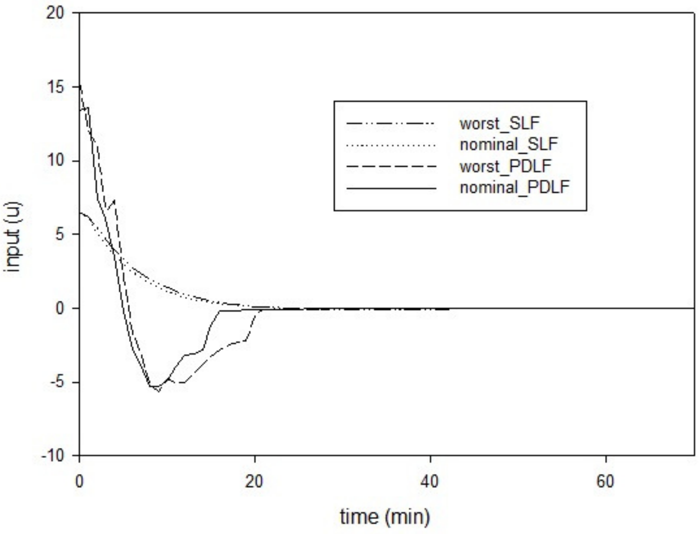
4.6.2 เปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

กรณีการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้ง 4 แบบที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.47 ต่อไปนี้



ภาพที่ 4.47 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

การพิจารณาในกรณีต่างๆนั้นยังคงเป็นไปเช่นเดียวกับกรณีการควบคุมระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% แต่สิ่งที่เห็นได้ชัดจากกรณีการควบคุมระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% นั้นคือ ความแตกต่างของสมรรถนะในการควบคุมที่ชัดเจนขึ้นซึ่งเป็นการยืนยันถึงสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชั่นเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมทางด้านพฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้ง 4 แบบที่สภาวะไม่เฟสต่ำสุดนั้นสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.48 ต่อไปนี้ ซึ่งจะเห็นว่าพฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้ง 4 แบบนั้น ยังคงเป็นไปในรูปแบบเดียวกับกรณีการควบคุมระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% แต่สามารถเห็นถึงความแตกต่างในการปรับตัวแปรปรับให้เข้าสู่ค่าคงตัวของตัวควบคุมแต่ละตัวได้ชัดเจนขึ้น



ภาพที่ 4.48 ผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสี่แบบในสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดมีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

ตารางที่ 4.3 เวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมระบบสี่ถังกรณีความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -50% ถึง +50%

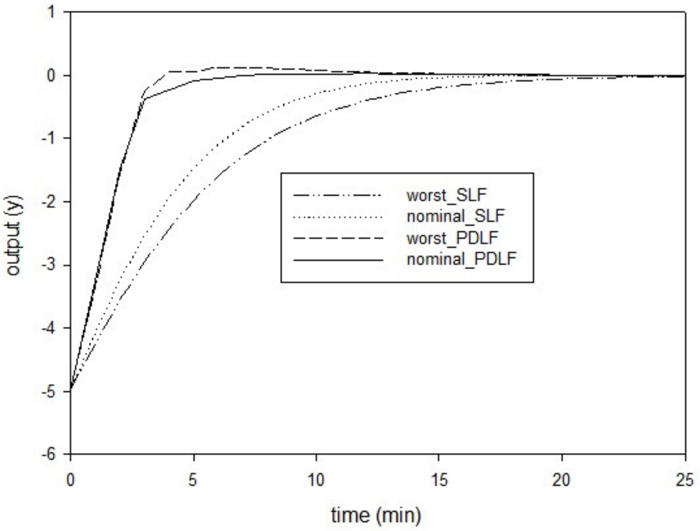
	ไม่มีเฟสต่ำสุด	เฟสต่ำสุด
Worst SLF	0.5150 sec	0.4170 sec
Nominal SLF	0.6140 sec	0.5450 sec
Worst PDLF	0.9710 sec	0.7290 sec
Nominal PDLF	1.4190 sec	1.2640 sec

จากตารางที่ 4.3 จะเห็นว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมระบบสี่ถังเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเนื่องจากช่วงของความไม่แน่นอนที่เพิ่มขึ้นแต่เมื่อพิจารณาโดยรวมแล้ว เป็นไปในทิศทางเดียวกับตารางที่ 4.2 จึงสามารถสรุปได้เช่นเดียวกันดังที่ได้กล่าวไปแล้ว

4.7 รูปแบบความแปรปรวนของค่าความไม่แน่นอนกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% จากค่าปกติ

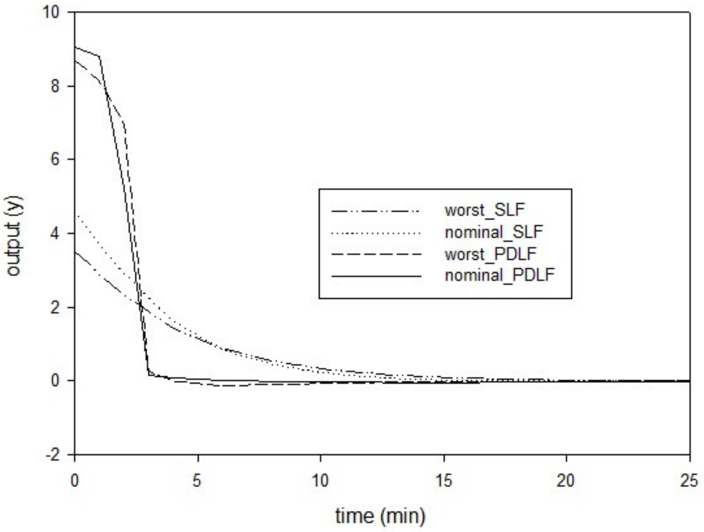
จากนั้นทำการศึกษาถึงรูปแบบความแปรปรวนของค่าความไม่แน่นอนอีกครั้งโดยทำการพิจารณาทั้ง 3 รูปแบบเช่นเดิม คือ 1)การกระจายตัวแบบปกติ(normal distribution) 2)การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกัน(uniform distribution) และ 3)ค่าปกติของระบบ(nominal) ซึ่งทำการศึกษาทั้งที่สภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด เช่นเดียวกับกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -20% ถึง +20% โดยผลจากการศึกษาสามารถอธิบายได้ดังนี้

4.7.1 การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% จากค่าปกติ



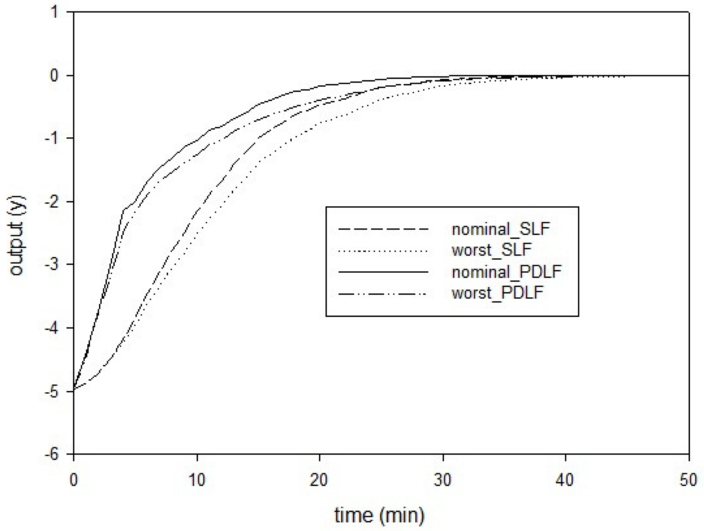
ภาพที่ 4.49 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด

จากภาพที่ 4.49 จะเห็นได้ชัดว่าที่การกระจายตัวของความไม่แน่นอนแบบปกติในช่วง -50% ถึง +50% นั้น การแสดงผลสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนทั้งสี่แบบนั้นดูแตกต่างกันจนเห็นได้ชัดที่สภาวะเฟสต่ำสุด เช่นเดียวกับกรณีค่าความไม่แน่นอนกระจายตัวแบบสุ่ม ส่วนพฤติกรรมในการปรับของกรณีค่าความแปรปรวนกระจายตัวแบบปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.50 ต่อไปนี้



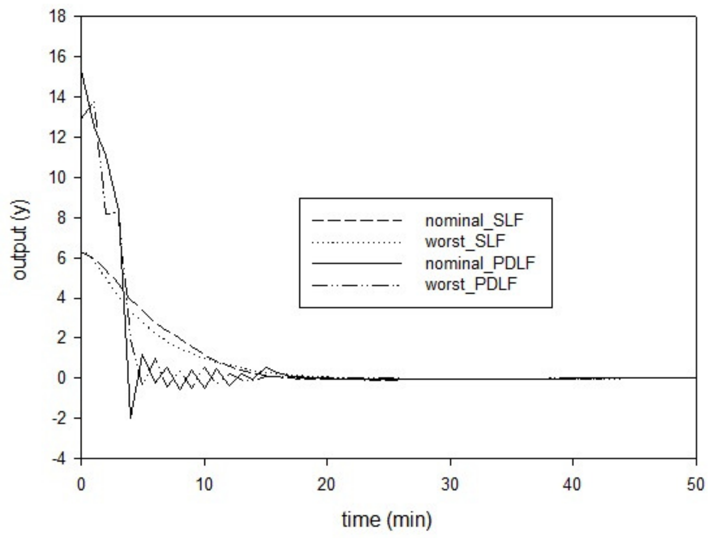
ภาพที่ 4.50 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด

ทางด้านพฤติกรรมในการปรับก็เช่นกัน เห็นความแตกต่างในการแสดงผลของการปรับได้ชัดเจนมากขึ้น โดยถัดไปที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.51 ด้านล่างนี้



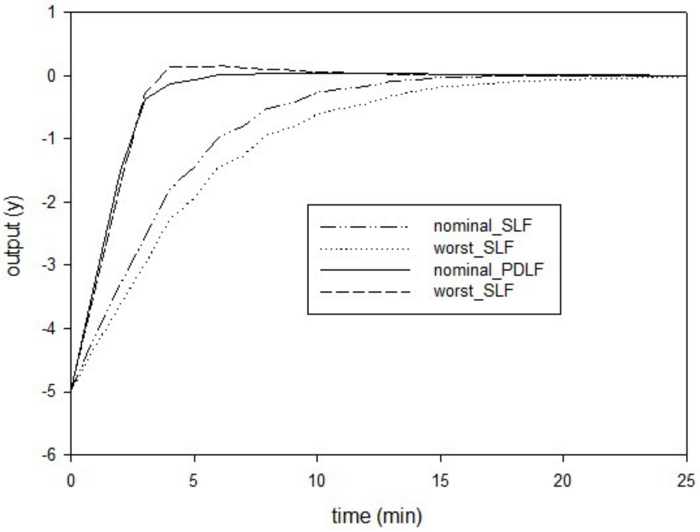
ภาพที่ 4.51 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

จะเห็นว่าที่สภาวะไม่มีเฟสผลที่ได้เป็นไปในลักษณะเดียวกันกับที่สภาวะเฟสต่ำสุดทั้งการแสดงผลของสมรรถนะการควบคุมและพฤติกรรมการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบคือสามารถเห็นถึงความแตกต่างชัดเจนเช่นเดียวกรณีค่าความไม่แน่นอนกระจายตัวแบบสุ่ม โดยพฤติกรรมการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่ในกรณีการกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.52 ต่อไปนี้



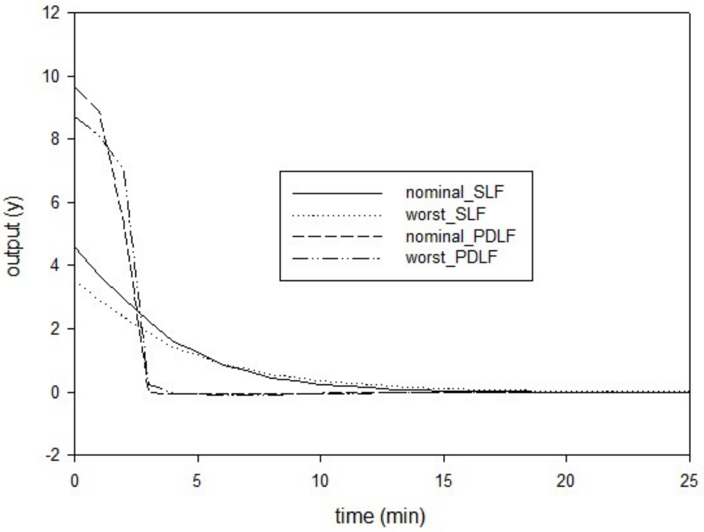
ภาพที่ 4.52 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบปกติของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

4.7.2 การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% จากค่าปกติ



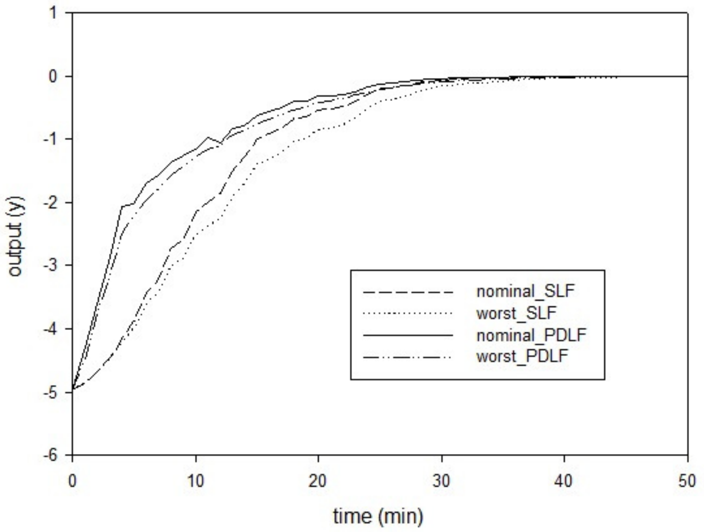
ภาพที่ 4.53 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด

ถัดมาที่กรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% โดยเริ่มที่สภาวะเฟสต่ำสุดเช่นกัน ซึ่งจากภาพที่ 4.53 จะเห็นว่าการแสดงผลสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบนั้นสามารถเห็นได้ชัดถึงความแตกต่างของสมรรถนะการควบคุมเช่นกันแต่ไม่ดีเท่ากับกรณีการกระจายตัวแบบปกติที่เห็นถึงความแตกต่างได้ชัดเจนกว่า โดยพฤติกรรมในการปรับกรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุดสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.54 ต่อไปนี้



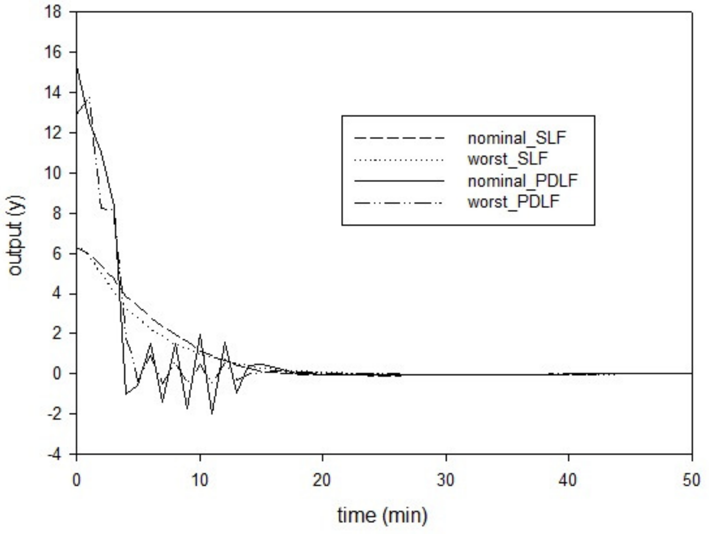
ภาพที่ 4.54 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุด

การแสดงผลพฤติกรรมการปรับในกรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะเฟสต่ำสุดเช่นกัน จะเห็นว่าพฤติกรรมในการปรับมีความแตกต่างกันมากขึ้นของตัวควบคุมทั้งสี่แบบ โดยถัดไปเป็นเป็นการแสดงผลกรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดดังภาพที่ 4.55 ต่อไปนี้



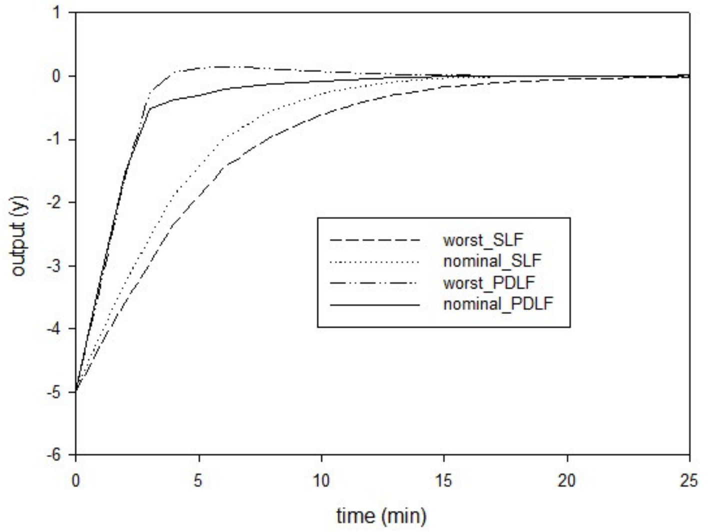
ภาพที่ 4.55 สมรรถนะการควบคุมที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

จากภาพที่แสดงนี้จะเห็นว่าผลที่ได้เป็นไปในรูปแบบเดียวกับที่สภาวะเฟสต่ำสุด คือ มีความแตกต่างที่สามารถเห็นได้ชัดแต่ไม่เท่ากับกรณีการกระจายตัวแบบปกติ ซึ่งพฤติกรรมในการปรับของกรณีการกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดก็เช่นเดียวกันดังแสดงในภาพที่ 4.56 ต่อไปนี้



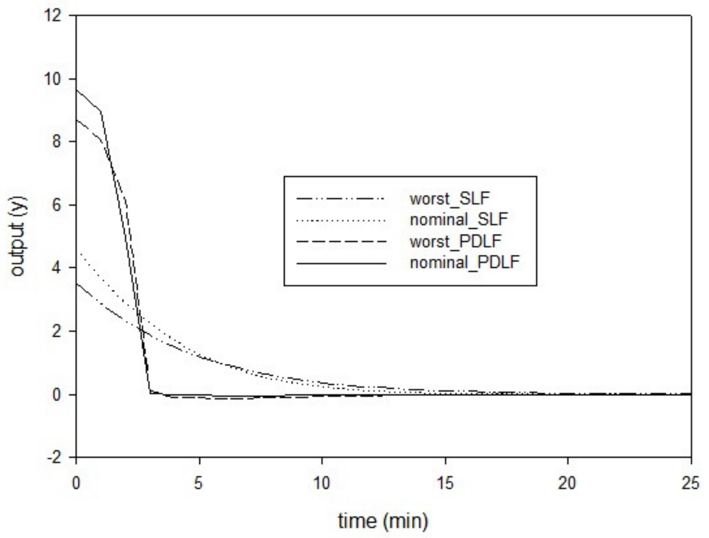
ภาพที่ 4.56 พฤติกรรมในการปรับของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกันของค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50% ที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

4.7.3 ค่าปกติของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว



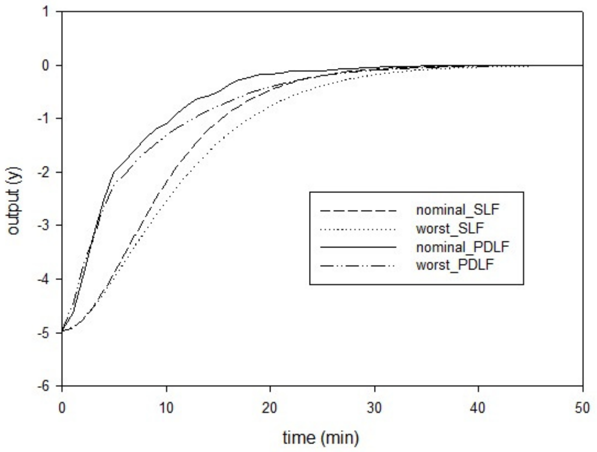
ภาพที่ 4.57 สมรรถนะการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50%

จากภาพที่ 4.57 จะเห็นได้ถึงความแตกต่างของสมรรถนะการควบคุมอย่างชัดเจนเมื่อระบบไม่มีความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว ซึ่งทำให้เห็นถึงสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม เช่นเดียวกับกรณีค่าความไม่แน่นอนแปรปรวนในช่วง -20% ถึง +20% จึงทำให้เห็นการแสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมแต่ละตัวนั้นมีความแตกต่างอย่างชัดเจน ทางด้านพฤติกรรมการปรับสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้



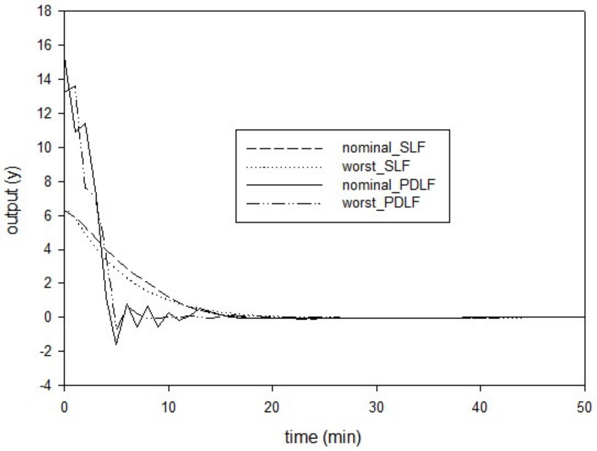
ภาพที่ 4.58 พฤติกรรมการปรับที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะเฟสต่ำสุดกรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50%

ส่วนพฤติกรรมการปรับก็เช่นกันจะเห็นถึงความแตกต่างในการปรับของตัวควบคุมแต่ละตัวได้ชัดขึ้นกว่าทั้งสองกรณีที่ได้แสดงไปข้างต้นดังภาพที่ 4.58 โดยถัดไปเป็นการแสดงผลที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดในกรณีเดียวกันนี้ดังภาพที่ 4.59 ต่อไปนี้



ภาพที่ 4.59 สมรรถนะการควบคุมที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด กรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50%

การแสดงผลสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดกรณีค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกตินั้น ความแตกต่างของผลที่แสดงนั้นมีความชัดเจนเช่นเดียวกับที่สภาวะเฟสต่ำสุดและเมื่อเทียบกับกรณีทั้งสองที่ผ่านมาแล้วนั้นชัดเจนกว่าพอสมควร โดยพฤติกรรมในการปรับสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.60 ต่อไปนี้



ภาพที่ 4.60 พฤติกรรมการปรับที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วปกติที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด กรณีค่าความไม่แน่นอนในช่วง -50% ถึง +50%

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

5.1 สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการควบคุมระดับน้ำในระบบสี่ถัง โดยทำการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ซึ่งระบบสี่ถังเป็นตัวแทนของระบบที่มีความซับซ้อน คือ มีตัวแปรปรับและตัวแปรควบคุมหลายตัว และระบบสี่ถังมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นแต่จำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนให้เป็นเชิงเส้นแบบวิยุตเพื่อใช้ในการควบคุม โดยในงานวิจัยนี้ได้คำนึงถึงผลความไม่แน่นอนของแบบจำลองซึ่งเป็นผลจากค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วใต้ถังแต่ละใบมีความแปรปรวนของค่าอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% ภายใต้สภาวะดำเนินงาน โดยตัวแปรปรับของกระบวนการนี้คือ แรงดันไฟฟ้าซึ่งจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลของน้ำ และตัวแปรควบคุมคือระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 โดยได้ศึกษาการควบคุมในสภาวะเฟสต่ำสุดและไม่มีเฟสต่ำสุด ซึ่งการควบคุมระบบสี่ถังได้ประยุกต์การควบคุมด้วยตัวควบคุมสี่แบบ คือ 1.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นภายในกลุ่มวิจัย 2.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว 3.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและ 4.ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม โดยผลการจำลองในสภาวะต่างๆสรุปได้ดังต่อไปนี้

5.1.1 การควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังสภาวะเฟสต่ำสุด

การควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังที่สภาวะเฟสต่ำสุดนั้นได้แบ่งการพิจารณาออกเป็นสองกรณีหลักคือ กรณีแรกเป็นการพิจารณาการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังและทำการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระบบสี่ถังระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว และกรณีที่สองนั้นเป็นการพิจารณาการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังและทำการ

เปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมระบบสี่ถังระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

โดยกรณีแรกนั้น พบว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวให้สมรรถนะในการควบคุมดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว และตัวควบคุมทั้งสองสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้

ส่วนกรณีที่สอง พบว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นภายในกลุ่มวิจัยให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และตัวควบคุมทั้งสองสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้เช่นเดียวกับกรณีแรก

5.1.2 การควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

ในการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดนี้ก็เช่นกัน ได้แบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 กรณีเช่นเดียวกับหัวข้อที่ผ่านมา

โดยกรณีแรกนั้น พบว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวให้สมรรถนะในการควบคุมดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว และตัวควบคุมทั้งสองสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้แต่ไม่สามารถจัดการกับพฤติกรรมการตอบสนองที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดได้

ส่วนกรณีที่สอง พบว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นภายในกลุ่มวิจัยให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะใน

สถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และตัวควบคุมทั้งสองนอกจากจะสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้แล้วยังสามารถจัดการกับพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุดของระบบสี่ถังได้อีกด้วย

5.1.3 การเปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังสภาวะเฟสต่ำสุด

การควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังกรณีเฟสต่ำสุดนั้น กรณีแรกตัวควบคุมทั้งสี่แบบสามารถทำการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายรวมถึงจัดการกับพฤติกรรมความไม่แน่นอนของระบบได้เป็นอย่างดี

กรณีที่สองตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติให้สมรรถนะในการควบคุมที่กว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดไม่ว่าจะใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวหรือใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

กรณีที่สามตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติหรือตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้น มีสมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด

5.1.4 การเปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังสภาวะไม่มีเฟสต่ำสุด

การควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ของระบบสี่ถังกรณีไม่มีเฟสต่ำสุดนั้น กรณีที่แรกตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติให้สมรรถนะในการควบคุมที่กว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดไม่ว่าจะใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวหรือใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

กรณีที่สองตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติหรือตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะใน

สถานการณ์เลวร้ายที่สุดที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวนั้น สามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้แต่ไม่สามารถจัดการกับพฤติกรรมการตอบสนองของระบบสี่ถังที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดได้

กรณีที่สามตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติหรือตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้น นอกจากจะสามารถจัดการกับผลความไม่แน่นอนของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วได้แล้ว ยังสามารถจัดการกับพฤติกรรมการตอบสนองของระบบสี่ถังที่สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดได้อีกด้วย รวมถึงให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวทั้งบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติและบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด

ทางด้านเวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นสามารถสรุปได้ว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมกรณีเฟสต่ำสุดนั้นจะน้อยกว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมกรณีไม่มีเฟสต่ำสุด เนื่องจากกรณีเฟสต่ำสุดนั้นปัญหาที่ส่งผลต่อสมรรถนะในการควบคุมมีเพียงผลของความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วเท่านั้น แต่กรณีไม่มีเฟสต่ำสุดนั้นปัญหาที่ส่งผลต่อสมรรถนะในการควบคุมมีถึงสองปัญหาหลัก คือ ผลของความไม่แน่นอนของค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วและพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุด ส่วนเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นมากกว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว เพราะตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นจำเป็นต้องคำนวณหาขนาดของวงรียืนยงในแต่ละรอบการคำนวณด้วยจึงทำให้เวลาในการคำนวณเพื่อทำการควบคุมนั้นเพิ่มขึ้นไปด้วย และเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกตินั้นมากกว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด สาเหตุจากเงื่อนไขบังคับคงทนของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกตินั้นมากกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด

แต่เนื่องจากการควบคุมระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% นั้นแสดงผลการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบ

ที่ 2 ของระบบสี่ถังที่ดีกว่าโดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมเมื่อทำการเปรียบเทียบสมรรถนะในการควบคุมไม่ชัดเจน จึงได้ทำการทดสอบควบคุมระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% เพื่อศึกษาถึงสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมทั้ง 4 แบบ เพื่อเป็นการยืนยันถึงความถูกต้องและดีกว่าของสมรรถนะในการควบคุมด้วยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

เมื่อทำการควบคุมระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -50% ถึง +50% พบว่าผลการควบคุมระดับน้ำภายในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 ในทุกกรณีนั้นมีผลเป็นเช่นเดียวกันกับการควบคุมระบบสี่ถังที่ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วมีความแปรปรวนอยู่ในช่วง -20% ถึง +20% แต่เห็นความแตกต่างของสมรรถนะการควบคุมได้ชัดเจนขึ้น

นอกจากนี้งานวิจัยนี้ยังได้ทำการศึกษาถึงรูปแบบการกระจายตัวของค่าความไม่แน่นอนทั้งในช่วง -20% ถึง +20% จากปกติและในช่วง -50% ถึง +50% จากค่าปกตินอกเหนือจากการกระจายตัวแบบสุ่มที่ได้ทำการควบคุม โดยแบ่งเป็น 3 รูปแบบคือ 1)การกระจายตัวแบบปกติ 2)การกระจายตัวแบบเท่าเทียมกัน และ 3)ค่าปกติของสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์ว พบว่าการแสดงผลสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมทั้งสี่แบบจะเห็นความแตกต่างได้ชัดเจนเมื่อไม่มีการกระจายตัวของค่าความไม่แน่นอนหรือไม่มีความแปรปรวนของค่าไม่แน่นอน โดยสมรรถนะในการควบคุมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติทั้งที่ใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมนั้นดีกว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด เนื่องจากในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกตินั้นคำนึงถึงค่าปกติของระบบจึงทำให้ได้ค่าตัวแปรปรับที่ดีกว่าซึ่งส่งผลโดยตรงต่อสมรรถนะในการควบคุม

โดยสรุปแล้ว ตัวควบคุมที่ให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีที่สุดนั้นคือ ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พัฒนาขึ้นภายในกลุ่มวิจัย

รายการอ้างอิง

[1] Kothare, M.V., Balakrishnan, V., and Morari, M. *Robust Constrained Model Predictive Control using Linear Matrix Inequalities*. Automatica, 1996. 32(10): 1361-1379.

[2] Cuzzola, F.A., Geromel, J.C., and Morari, M. *An improved approach for constrained robust model predictive control*. Automatica, 2002. 38: 1183-1189.

[3] Mao, W.J. *Robust stabilization of uncertain time-varying discrete systems and comments on "an improved approach for constrained robust model predictive control"*. 2003. 39: 1109-1112.

[4] Ding, B.C., Xi, Y.G., Cychowski, M.T., O'Mahony, T. *Improving off-line approach to robust MPC based-on nominal performance cost*. Automatica, 2007. 43: 158-163.

[5] de Oliveira, M.C., Bernussou, J., and Geromel, J.C. *A new discrete-time robust stability condition.* System and Control Letters, 1999. 37: 261-265.

[6] Daafouz, J., and Bernussou, J. *Parameter-dependent Lyapunov function for discrete time system with time varying parametric uncertainties*. System and Control Letters, 2001. 43: 355-359.

[7] Morari, M. and Lygeros J. *IfA Fachpraktikum – Experiment 3.4:Quad Tanks*. in Automatic Control Laboratory, ETH Zürich.

[8] Johansson, K.H. *The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2000. 8(3): 456-465.

[9] ธรรม์กมล คำนูณเศรษฐ์, *การประยุกต์ใช้ตัวควบคุมแบบโมเดลพรีดิกทีฟแบบไม่เป็นเชิงเส้นของระบบสี่ถัง*, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2553.

[10] เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย, *ระบบควบคุมพลวัต การวิเคราะห์ การออกแบบ และการประยุกต์*. พิมพ์ครั้งที่ 1, กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์, 2551.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
ชุดคำสั่งที่ใช้ในการควบคุมระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมต่าง ๆ

ในหัวข้อนี้จะแสดงตัวอย่างชุดคำสั่งที่ใช้ในการควบคุมระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมทั้งสี่แบบคือ 1)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว 2)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม 3)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวและ 4)ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

ก.1 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2

```
yalmip('clear')
clear all
% Structured Quadruple tank
a = 15.52;  % cross-section of the tanks[cm^2]
rho = 1;    % density of water[g/cm^3]

g = 981;    % gravity force[cm/s^2]
% Minimumphase :[14.985, 0.599]
% Nonminimum phase : [14.96, 7.345]
h1s = 14.96;   % steady state water level of tank 1[m]
h2s = h1s;   % steady state water level of tank 2[m]
h3s = 7.345;  % steady state water level of tank 3[m]
h4s = h3s;  % steady state water level of tank 4[m]
% Minimumphase : gamma = 0.8
% Nonminimumphase : gamma = 0.3
gamma1 = 0.3;  % ratio of the flows (0 to 1)[minimumphase]
gamma2 = gamma1;  % ratio of the flows (0 to 1)[minimumphase]

kp=3.3;

% cvmin = 0.20136 = -20%, cvmax = 0.314625 = +20%
cvmin = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cvmax = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]

dT=1;

% amin
cv1n= -((((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
cv3n= (((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
cv2n= -((((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
cv4n= (((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
```

```
cv3nn= -((((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
cv4nn= -((((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% amax
cv1x= -((((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
cv3x= (((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
cv2x= -((((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
cv4x= (((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
cv3xx= -((((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
cv4xx= -((((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% Matrix B
b11 = ((gamma1*kp)/a)*dT;
b22 = ((gamma2*kp)/a)*dT;
b32 = (((1-gamma2)*kp)/a)*dT;
b41 = (((1-gamma1)*kp)/a)*dT;

% initial state
% Minimumphase :[-4.985, -0.599]
% Nonminimum phase : [-4.96, -7.345]
x0= [-4.96;-4.96;-7.345;-7.345];
x=x0;
% Number of prediction loop
f=10;
N=f/0.1;

%
n=4;    % number of states
p=2;    % number of inputs

% Collect data for plot graph
output=zeros(N,4);
input=zeros(N,2);

% pump voltages
u=9.25;

%Tuning parrameter
QQ= [1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
R=[1 0;0 1];

% vertices
A1 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A2 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A3 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A4 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A5 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A6 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A7 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A8 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A9 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A10 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A11 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A12 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A13 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A14 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
```

```
A15 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A16 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
B=[b11 0; 0 b22; 0 b32; b41 0];
 for i = 1:N

% Declare variable
G=sdpvar(1,1);
Y=sdpvar(p,n);
Q=sdpvar(n,n);
%
I1=eye(n);  % number of states identity mactrix
I2=eye(p);  % number of inputs identity mactrix
% Derived constraints
F=[Q>0];
F=[F,[Q (A1*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A1*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A2*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A2*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A3*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A3*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A4*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A4*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A5*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A5*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A6*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A6*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A7*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A7*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A8*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A8*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A9*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A9*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A10*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A10*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A11*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A11*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A12*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A12*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A13*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A13*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A14*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A14*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[Q (A15*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A15*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[Q (A16*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A16*Q+B*Y) Q
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
% Invariant ellipsoid
F=[F,[1 x0';x0 Q]>0];
%input constraint
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' Q]>0];
% solve
solvesdp(F,G);
% state feedback gain
K=double(Y)*inv(double(Q))  ;
% Simulation
alpha =0;
while alpha<cvmin
    alpha =cvmax*rand; % uncertain parameter
end
cv(i)=alpha;
% Dynamic matrix of system
A = [-((((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1) 0
(((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT) 0;0 -
((((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1) 0
(((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);0 0 -
((((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1) 0;0 0 0 -
((((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1)];
As=(A+B*K);
%Collect data for plot graph
output(i,1)=x(1);
output(i,2)=x(2);
output(i,3)=x(3);
output(i,4)=x(4);
input(i,1)=K(1,:)*x(:,1);
input(i,2)=K(2,:)*x(:,1);

% update state
x = As*x ;
x0=x;
 end
t=[0:0.1:f-0.1];
plot(t,output(:,1),'-',t,output(:,2),'-
.',t,output(:,3),'.',t,output(:,4),'--')
%plot(t,input(:,1),'-',t,input(:,2),'-.')
```

ก.2 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะในสถานการณ์เลวร้ายที่สุดใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2

```
yalmip('clear')
clear all
% Structured Quadruple tank
a = 15.52;  % cross-section of the tanks[cm^2]
rho = 1;    % density of water[g/cm^3]

g = 981;    % gravity force[cm/s^2]
```

```
% Minimumphase :[14.985, 0.599]
% Nonminimum phase : [14.96, 7.345]
h1s = 14.985;   % steady state water level of tank 1[m]
h2s = h1s;   % steady state water level of tank 2[m]
h3s = 0.599;  % steady state water level of tank 3[m]
h4s = h3s;  % steady state water level of tank 4[m]
% Minimumphase : gamma = 0.8
% Nonminimumphase : gamma = 0.3
gamma1 = 0.8;  % ratio of the flows (0 to 1)[minimumphase]
gamma2 = gamma1;  % ratio of the flows (0 to 1)[minimumphase]

kp=3.3;
% cvnominal = 0.2517
% cvmin = 0.20136 = -20%, cvmax = 0.314625 = +20%
cvmin = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cvmax = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]

dT=1;

% amin
cv1n= -((((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
cv3n= (((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
cv2n= -((((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
cv4n= (((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
cv3nn= -((((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
cv4nn= -((((cvmin/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% amax
cv1x= -((((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
cv3x= (((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
cv2x= -((((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
cv4x= (((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
cv3xx= -((((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
cv4xx= -((((cvmax/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% Matrix B
b11 = ((gamma1*kp)/a)*dT;
b22 = ((gamma2*kp)/a)*dT;
b32 = (((1-gamma2)*kp)/a)*dT;
b41 = (((1-gamma1)*kp)/a)*dT;

% initial state
% Minimumphase :[-4.985, -0.599]
% Nonminimum phase : [-4.96, -7.345]
x0= [-4.985;-4.985;-0.599;-0.599];
x=x0;
% Number of prediction loop
f=10;
N=f/0.1;

%
n=4;    % number of states
p=2;    % number of inputs

% Collect data for plot graph
output=zeros(N,4);
```

```
input=zeros(N,2);

% pump voltages
u=9.25;

%Tuning parrameter
QQ= [1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
R=[1 0;0 1];

% vertices
A1 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A2 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A3 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A4 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A5 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A6 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A7 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A8 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A9 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A10 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A11 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A12 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A13 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A14 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A15 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A16 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
B=[b11 0; 0 b22; 0 b32; b41 0];

for i = 1:N

G=sdpvar(1,1);
I1=eye(n);  % number of states identity mactrix
I2=eye(p);  % number of inputs identity mactrix
%
g=sdpvar(n,n);
%
Y=sdpvar(p,n);
%
Q1=sdpvar(n,n);
Q2=sdpvar(n,n);
Q3=sdpvar(n,n);
Q4=sdpvar(n,n);
Q5=sdpvar(n,n);
Q6=sdpvar(n,n);
Q7=sdpvar(n,n);
Q8=sdpvar(n,n);
Q9=sdpvar(n,n);
Q10=sdpvar(n,n);
Q11=sdpvar(n,n);
Q12=sdpvar(n,n);
Q13=sdpvar(n,n);
Q14=sdpvar(n,n);
Q15=sdpvar(n,n);
Q16=sdpvar(n,n);
%c=[1 0;0 1];
F=[Q1>0];
F=[F,Q2>0];
```

```
F=[F,Q3>0];
F=[F,Q4>0];
F=[F,Q5>0];
F=[F,Q6>0];
F=[F,Q7>0];
F=[F,Q8>0];
F=[F,Q9>0];
F=[F,Q10>0];
F=[F,Q11>0];
F=[F,Q12>0];
F=[F,Q13>0];
F=[F,Q14>0];
F=[F,Q15>0];
F=[F,Q16>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A1*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A2*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
```

```
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A3*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A4*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A5*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A6*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A7*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A8*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A9*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q1 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q2 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q3 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q4 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q5 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q6 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q7 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q8 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q9 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q10 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q11 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q12 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q13 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q14 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q15 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A10*g+B*Y)
Q16 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q1 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q2 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q3 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q4 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q5 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q6 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q7 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q8 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q9 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q10 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q11 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q12 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q13 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q14 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q15 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A11*g+B*Y)
Q16 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q1 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q2 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q3 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q4 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q5 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q6 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q7 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q8 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q9 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q10 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q11 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q12 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q13 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q14 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q15 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A12*g+B*Y)
Q16 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q1 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q2 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q3 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q4 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q5 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q6 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q7 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q8 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q9 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q10 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q11 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q12 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q13 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q14 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q15 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A13*g+B*Y)
Q16 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q1 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q2 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q3 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q4 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q5 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q6 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q7 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q8 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q9 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q10 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q11 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q12 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q13 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q14 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q15 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A14*g+B*Y)
Q16 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q1 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q2 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q3 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q4 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q5 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q6 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q7 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q8 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q9 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q10 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q11 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q12 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q13 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q14 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q15 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A15*g+B*Y)
Q16 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
%
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q1 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q2 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q3 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q4 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q5 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q6 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q7 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q8 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q9 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q10 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q11 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q12 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q13 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q14 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q15 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A16*g+B*Y)
Q16 zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[1 x0';x0 Q1]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q2]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q3]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q4]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q5]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q6]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q7]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q8]>0];
```

```
F=[F,[1 x0';x0 Q9]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q10]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q11]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q12]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q13]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q14]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q15]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q16]>0];
%
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q1]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q2]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q3]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q4]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q5]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q6]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q7]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q8]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q9]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q10]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q11]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q12]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q13]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q14]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q15]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q16]>0];
%


%F=[F,[1 Y1;Y1' g1+(g1')-Q1]>0];
%F=[F,[1 Y2;Y2' g2+(g2')-Q2]>0];
%F=[F,[4 Y;Y' Q]>0];
%F=[F,c'*Q*c<[0.0225 0;0 0.0225]];
solvesdp(F,G);
K=double(Y)*inv(double(g));
% Simulation
if i==1
As=(A16+B*K);
end
if i==2
As=(A1+B*K);
end
if i==3
As=(A15+B*K);
end
if i==4
As=(A2+B*K);
end
if i==5
As=(A14+B*K);
end
if i==6
As=(A3+B*K);
end
if i==7
As=(A13+B*K);
end
if i==8
As=(A4+B*K);
```

```
end
if i==9
As=(A12+B*K);
end
if i==10
As=(A5+B*K);
end
if i==11
As=(A11+B*K);
end
if i==12
As=(A6+B*K);
end
if i==13
As=(A10+B*K);
end
if i==14
As=(A7+B*K);
end
if i==15
As=(A9+B*K);
end
if i==16
As=(A8+B*K);
end

output(i,1)=x(1);
output(i,2)=x(2);
output(i,3)=x(3);
output(i,4)=x(4);
input(i,1)=K(1,:)*x(:,1);
input(i,2)=K(2,:)*x(:,1);
x = As*x ;
x0=x;
 end
 t=[0:0.1:f-0.1];
 plot(t,output(:,1),'-',t,output(:,2),'-
.',t,output(:,3),'.',t,output(:,4),'--')
%plot(t,input(:,1),t,input(:,2))
```

ก.3 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2

```
yalmip('clear')
clear all
% Structured Quadruple tank
a = 15.52;  % cross-section of the tanks[cm^2]
rho = 1;    % density of water[g/cm^3]
%kp = 0.0000033;   % pump flow constant[cm^3/sV]
g = 981;    % gravity force[cm/s^2]
h1s = 14.96;   % steady state water level of tank 1[m]
h2s = h1s;   % steady state water level of tank 2[m]
h3s = 7.345;  % steady state water level of tank 3[m]
h4s = h3s;  % steady state water level of tank 4[m]
%v1s = 9.253397;     % steady state pump voltages 1[V]
%v2s = 9.253397;     % steady state pump voltages 2[V]
```

```
gamma1 = 0.3;  % ratio of the flows (0 to 1)[minimumphase]
gamma2 = gamma1;  % ratio of the flows (0 to 1)[minimumphase]
cv = 0.2517;
kp=3.3;
% cvmin = -20%, cvmax = +20%, cvnominal = 0.2517
cvmid = 0.2517; % nominal valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
% cvmin = 0.20136 = -20%, cvmax = 0.314625 = +20%
cv1min = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv1max = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv2min = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv2max = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv3min = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv3max = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv4min = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv4max = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
dT=1;

% amin
cv1n= -((((cv1min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
cv3n= (((cv3min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
cv2n= -((((cv2min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
cv4n= (((cv4min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
cv3nn= -((((cv3min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
cv4nn= -((((cv4min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% amax
cv1x= -((((cv1max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
cv3x= (((cv3max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
cv2x= -((((cv2max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
cv4x= (((cv4max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
cv3xx= -((((cv3max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
cv4xx= -((((cv4max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% amid
amid11= -((((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
amid13= (((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
amid22= -((((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
amid24= (((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
amid33= -((((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
amid44= -((((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% Matrix B
b11 = ((gamma1*kp)/a)*dT;
b22 = ((gamma2*kp)/a)*dT;
b32 = (((1-gamma2)*kp)/a)*dT;
b41 = (((1-gamma1)*kp)/a)*dT;

% Robust_PDLF
x0= [-4.96;-4.96;-7.345;-7.345];
x=x0;


% Input voltages
u=9.25;
```

```
QQ= [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 0 0; 0 0 0 0];
R=[1 0; 0 1];

% nominal matrix
A =[amid11 0 amid13 0;0 amid22 0 amid24;0 0 amid33 0;0 0 0 amid44];
% vertices
A1 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A2 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A3 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A4 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A5 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A6 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A7 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A8 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A9 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A10 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A11 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A12 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A13 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A14 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A15 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A16 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
B=[b11 0; 0 b22; 0 b32; b41 0];
%
n=4;    % number of states
p=2;    % number of inputs
%
f=10;
N=f/0.1;
output=zeros(N,4);
input=zeros(N,2);
 for i = 1:N

% Declare variable
G=sdpvar(1,1);
Y=sdpvar(p,n);
Q=sdpvar(n,n);
%
I1=eye(n);  % number of states identity mactrix
I2=eye(p);  % number of inputs identity mactrix
% Derived constraints
F=[Q>0];
F=[F,[Q (A*Q+B*Y)' ((QQ^0.5)*Q)' ((R^0.5)*Y)';(A*Q+B*Y) Q zeros(n,n)
zeros(n,p);((QQ^0.5)*Q) zeros(n,n) G*I1 zeros(n,p);((R^0.5)*Y)
zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];

% Lyapunov function
F=[F,[Q (A1*Q+B*Y)';(A1*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A2*Q+B*Y)';(A2*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A3*Q+B*Y)';(A3*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A4*Q+B*Y)';(A4*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A5*Q+B*Y)';(A5*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A6*Q+B*Y)';(A6*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A7*Q+B*Y)';(A7*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A8*Q+B*Y)';(A8*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A9*Q+B*Y)';(A9*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A10*Q+B*Y)';(A10*Q+B*Y) Q]>0];
```

```
F=[F,[Q (A11*Q+B*Y)';(A11*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A12*Q+B*Y)';(A12*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A13*Q+B*Y)';(A13*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A14*Q+B*Y)';(A14*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A15*Q+B*Y)';(A15*Q+B*Y) Q]>0];
F=[F,[Q (A16*Q+B*Y)';(A16*Q+B*Y) Q]>0];
% Invariant ellipsoid
F=[F,[1 x0';x0 Q]>0];
%input constraint
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' Q]>0];
% solve
solvesdp(F,G);
% state feedback gain
K=double(Y)*inv(double(Q))  ;
% Simulation
alpha =0.2517;
while alpha<0.20136
    alpha =0.314625*rand; % uncertain parameter
end
cv(i)=alpha;
% Dynamic matrix of system
As = [-((((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1) 0
(((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT) 0;0 -
((((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1) 0
(((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);0 0 -
((((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1) 0;0 0 0 -
((((cv(i)/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1)];
Ass=(As+B*K);
%Collect data for plot graph
output(i,1)=x(1);
output(i,2)=x(2);
output(i,3)=x(3);
output(i,4)=x(4);
input(i,1)=K(1,:)*x(:,1);
input(i,2)=K(2,:)*x(:,1);

% update state
x = Ass*x ;
x0=x;
 end
t=[0:0.1:f-0.1];
plot(t,output(:,1),'-',t,output(:,2),'-
.',t,output(:,3),'.',t,output(:,4),'--')
%plot(t,input(:,1),'-',t,input(:,2),'-.')
```

ก.4 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนบนพื้นฐานต้นทุนสมรรถนะปกติใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2

```
yalmip('clear')
clear all
% Structured Quadruple tank
a = 15.52;  % cross-section of the tanks[cm^2]
rho = 1;    % density of water[g/cm^3]
```

```
%kp = 0.0000033;   % pump flow constant[cm^3/sV]
g = 981;    % gravity force[cm/s^2]
h1s = 14.96;   % steady state water level of tank 1[m]
h2s = h1s;   % steady state water level of tank 2[m]
h3s = 7.345;  % steady state water level of tank 3[m]
h4s = h3s;  % steady state water level of tank 4[m]
%v1s = 9.253397;     % steady state pump voltages 1[V]
%v2s = 9.253397;     % steady state pump voltages 2[V]


gamma1 = 0.3;  % ratio of the flows (0 to 1)[minimumphase]
gamma2 = gamma1;  % ratio of the flows (0 to 1)[minimumphase]

kp=3.3;
% cvmin = -20%, cvmax = +20%, cvnominal = 0.2517
cvmid = 0.2517; % nominal valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
% cvmin = 0.20136 = -20%, cvmax = 0.314625 = +20%
cv1min = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv1max = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv2min = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv2max = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv3min = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv3max = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv4min = 0.20136;   % +20% minimum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
cv4max = 0.314625;  % -20% maximum valve coefficience[gpm/sqrt(psi)]
dT=1;

% amin
cv1n= -((((cv1min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
cv3n= (((cv3min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
cv2n= -((((cv2min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
cv4n= (((cv4min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
cv3nn= -((((cv3min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
cv4nn= -((((cv4min/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% amax
cv1x= -((((cv1max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
cv3x= (((cv3max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
cv2x= -((((cv2max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
cv4x= (((cv4max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
cv3xx= -((((cv3max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
cv4xx= -((((cv4max/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% amid
amid11= -((((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h1s)))*dT)-1);
amid13= (((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT);
amid22= -((((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h2s)))*dT)-1);
amid24= (((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT);
amid33= -((((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h3s)))*dT)-1);
amid44= -((((cvmid/(2*a))*(sqrt((rho*g)/h4s)))*dT)-1);

% Matrix B
b11 = ((gamma1*kp)/a)*dT;
b22 = ((gamma2*kp)/a)*dT;
b32 = (((1-gamma2)*kp)/a)*dT;
b41 = (((1-gamma1)*kp)/a)*dT;
```

```
% Robust_PDLF
x0= [-4.96;-4.96;-7.345;-7.345];
x=x0;


% Input voltages
u=9.25;

QQ= [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 0 0; 0 0 0 0];
R=[1 0; 0 1];

% nominal matrix
A =[amid11 0 amid13 0;0 amid22 0 amid24;0 0 amid33 0;0 0 0 amid44];
% vertices
A1 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A2 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A3 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A4 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A5 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A6 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A7 =[cv1n 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A8 =[cv1n 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A9 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A10 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A11 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A12 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2n 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
A13 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4nn];
A14 =[cv1x 0 cv3n 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3nn 0;0 0 0 cv4xx];
A15 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4n;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4nn];
A16 =[cv1x 0 cv3x 0;0 cv2x 0 cv4x;0 0 cv3xx 0;0 0 0 cv4xx];
B=[b11 0; 0 b22; 0 b32; b41 0];
%
n=4;     % number of states
p=2;     % number of inputs
%
f=10;
N=f/0.1;
output=zeros(N,4);
input=zeros(N,2);
for i = 1:N

G=sdpvar(1,1);
I1=eye(n);  % number of states identity mactrix
I2=eye(p);  % number of inputs identity mactrix
%
g=sdpvar(n,n);
%
Y=sdpvar(p,n);
%
Q1=sdpvar(n,n);
Q2=sdpvar(n,n);
Q3=sdpvar(n,n);
Q4=sdpvar(n,n);
Q5=sdpvar(n,n);
Q6=sdpvar(n,n);
Q7=sdpvar(n,n);
```

```
Q8=sdpvar(n,n);
Q9=sdpvar(n,n);
Q10=sdpvar(n,n);
Q11=sdpvar(n,n);
Q12=sdpvar(n,n);
Q13=sdpvar(n,n);
Q14=sdpvar(n,n);
Q15=sdpvar(n,n);
Q16=sdpvar(n,n);
%c=[1 0;0 1];
F=[Q1>0];
F=[F,Q2>0];
F=[F,Q3>0];
F=[F,Q4>0];
F=[F,Q5>0];
F=[F,Q6>0];
F=[F,Q7>0];
F=[F,Q8>0];
F=[F,Q9>0];
F=[F,Q10>0];
F=[F,Q11>0];
F=[F,Q12>0];
F=[F,Q13>0];
F=[F,Q14>0];
F=[F,Q15>0];
F=[F,Q16>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
%
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
```

```
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q1
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q2
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q3
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q4
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q5
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q6
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q7
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q8
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q9
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q10
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q11
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q12
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q13
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q14
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q15
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q16 (A*g+B*Y)' ((QQ^0.5)*g)' ((R^0.5)*Y)';(A*g+B*Y) Q16
zeros(n,n) zeros(n,p);((QQ^0.5)*g) zeros(n,n) G*I1
zeros(n,p);((R^0.5)*Y) zeros(p,n) zeros(p,n) G*I2]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q1 (A1*g+B*Y)';(A1*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q2 (A2*g+B*Y)';(A2*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q3 (A3*g+B*Y)';(A3*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q3]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q4 (A4*g+B*Y)';(A4*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q5 (A5*g+B*Y)';(A5*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q6 (A6*g+B*Y)';(A6*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q10]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q7 (A7*g+B*Y)';(A7*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q8 (A8*g+B*Y)';(A8*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q9 (A9*g+B*Y)';(A9*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q10 (A10*g+B*Y)';(A10*g+B*Y) Q16]>0];
%
```

```
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q11 (A11*g+B*Y)';(A11*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q12 (A12*g+B*Y)';(A12*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q13 (A13*g+B*Y)';(A13*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q7]>0];
```

```
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q14 (A14*g+B*Y)';(A14*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q15 (A15*g+B*Y)';(A15*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q1]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q2]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q3]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q4]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q5]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q6]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q7]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q8]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q9]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q10]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q11]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q12]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q13]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q14]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q15]>0];
F=[F,[g+(g')-Q16 (A16*g+B*Y)';(A16*g+B*Y) Q16]>0];
%
F=[F,[1 x0';x0 Q1]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q2]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q3]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q4]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q5]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q6]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q7]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q8]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q9]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q10]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q11]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q12]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q13]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q14]>0];
```

```
F=[F,[1 x0';x0 Q15]>0];
F=[F,[1 x0';x0 Q16]>0];

F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q1]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q2]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q3]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q4]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q5]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q6]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q7]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q8]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q9]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q10]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q11]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q12]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q13]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q14]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q15]>0];
F=[F,[[u^2 0;0 u^2] Y;Y' g+g'-Q16]>0];
%
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A1*g+B*Y);(A1*g+B*Y)' g+g'-
Q1]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A2*g+B*Y);(A2*g+B*Y)' g+g'-
Q2]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A3*g+B*Y);(A3*g+B*Y)' g+g'-
Q3]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A4*g+B*Y);(A4*g+B*Y)' g+g'-
Q4]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A5*g+B*Y);(A5*g+B*Y)' g+g'-
Q5]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A6*g+B*Y);(A6*g+B*Y)' g+g'-
Q6]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A7*g+B*Y);(A7*g+B*Y)' g+g'-
Q7]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A8*g+B*Y);(A8*g+B*Y)' g+g'-
Q8]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A9*g+B*Y);(A9*g+B*Y)' g+g'-
Q9]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A10*g+B*Y);(A10*g+B*Y)'
g+g'-Q10]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A11*g+B*Y);(A11*g+B*Y)'
g+g'-Q11]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A12*g+B*Y);(A12*g+B*Y)'
g+g'-Q12]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A13*g+B*Y);(A13*g+B*Y)'
g+g'-Q13]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A14*g+B*Y);(A14*g+B*Y)'
g+g'-Q14]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A15*g+B*Y);(A15*g+B*Y)'
g+g'-Q15]>=0];
F=[F,[[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1] (A16*g+B*Y);(A16*g+B*Y)'
g+g'-Q16]>=0];
%
%F=[F,[1 Y1;Y1' g1+(g1')-Q1]>0];
%F=[F,[1 Y2;Y2' g2+(g2')-Q2]>0];
%F=[F,[4 Y;Y' Q]>0];
%F=[F,c'*Q*c<[0.0225 0;0 0.0225]];
solvesdp(F,G);
```

```
K=double(Y)*inv(double(g));
% Simulation
if i==1
As=(A16+B*K);
end
if i==2
As=(A1+B*K);
end
if i==3
As=(A15+B*K);
end
if i==4
As=(A2+B*K);
end
if i==5
As=(A14+B*K);
end
if i==6
As=(A3+B*K);
end
if i==7
As=(A13+B*K);
end
if i==8
As=(A4+B*K);
end
if i==9
As=(A12+B*K);
end
if i==10
As=(A5+B*K);
end
if i==11
As=(A11+B*K);
end
if i==12
As=(A6+B*K);
end
if i==13
As=(A10+B*K);
end
if i==14
As=(A7+B*K);
end
if i==15
As=(A9+B*K);
end
if i==16
As=(A8+B*K);
end

output(i,1)=x(1);
output(i,2)=x(2);
output(i,3)=x(3);
output(i,4)=x(4);
input(i,1)=K(1,:)*x(:,1);
input(i,2)=K(2,:)*x(:,1);
x = As*x ;
```

```
x0=x;
 end
 t=[0:0.1:f-0.1];
 plot(t,output(:,1),'-',t,output(:,2),'-
.',t,output(:,3),'.',t,output(:,4),'--')
%plot(t,input(:,1),t,input(:,2))
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายเปรมศักดิ์ ปูนทอง เกิดวันที่ 30 กันยายน พ.ศ. 2528 มีภูมิลำเนาอยู่ในจังหวัดระยอง สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนระยองวิทยาคมนิคมอุสาหกรรม จากนั้นได้เข้าศึกษาต่อในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาวิชาไฟฟ้ากำลัง แผนกช่างไฟฟ้า วิทยาลัยเทคนิคสัตหีบ ต่อจากนั้นได้เข้าศึกษาในระดับปริญญาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ โดยสำเร็จการในปีการศึกษา 2550 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2551