บทที่ 4

ผลการศึกษา

4.1 แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ (Ranked Set Sampling)

แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ (Ranked Set Sampling) เป็นแผนแบบการสุ่มตัวอย่างที่สะดวกสำหรับการสุ่มตัวอย่าง นั่นคือ บางครั้งตัวอย่างที่ต้องการเก็บรวบรวมข้อมูลไม่สามารถวัดค่าจริงได้ เนื่องจากการวัดค่าจริงมีขั้นตอนในการวัดที่ยุ่งยากและมีค่าใช้จ่ายสูงหรือการวัดค่าจริงอาจทำให้หน่วยตัวอย่างเสียหายได้เช่น ในการศึกษาเกี่ยวกับการประมาณความสูงเฉลี่ยของต้นสัก การเก็บรวบรวมข้อมูล ด้วยการวัดค่าจริงสามารถทำได้ด้วยการตัดต้นสักที่ตกเป็นตัวอย่างแล้วจึงทำการวัดความสูงหรือ อาจจะใช้ฮอลิคอปเตอร์บินอยู่ในระดับเดียวกับความสูงของต้นสักเพื่อวัดค่าความสูงจากระดับพื้นดิน จะเห็นได้ว่าการทำเช่นนี้อาจทำให้สูญเสียหน่วยตัวอย่างโดยไม่จำเป็น อีกทั้งยังมีขั้นตอนการวัดที่ยุ่งยากและมีค่าใช้จ่ายสูงอีกด้วย ดังนั้นหากเก็บรวบรวมข้อมูลได้มาจากการโดยใช้วิจารณญาณ ความรู้ และประสบการณ์ของผู้ที่ทำการศึกษาประกอบแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับเป็นแผนแบบการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนาขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหา ในกรณีที่ประชากรที่สนใจศึกษามีลักษณะแตกต่างกันมากๆ เช่น การสำรวจระดับรายได้รายจ่ายของประชาชนในท้องที่ต่างๆ การสำรวจประชากรที่มีความแตกต่างกันในอาชีพระดับรายได้และการศึกษา ในกรณีประชากรที่สนใจศึกษามีมูลค่าสูงหรือหาได้ยากกล่าวคือ ในการศึกษาประชากรที่มีมูลค่าสูงนั้นไม่จำเป็นต้องมีราคาแพงแต่ประชากรนั้นมีคุณค่าในตัวเอง เช่น การประมาณความสูงเฉลี่ยของต้นสัก นอกจากนี้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับยังแก้ปัญหาในการศึกษาประชากรที่มีขั้นตอนในการวัดยุ่งยากหรือค่าใช้จ่ายสูง เช่น ในการประมาณปริมาณหญ้าสำหรับเลี้ยงสัตว์ในทุ่งหญ้ากว้างแห่งหนึ่ง การเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยการวัดจริงสามารถทำได้ ด้วยการตัดหญ้าในบริเวณที่ตกเป็นตัวอย่าง และนำหญ้าที่ตัดได้นั้นไปตากให้แห้งก่อนที่จะนำไปชั่งน้ำหนักเพื่อหาปริมาณหญ้า หากใช้การประมาณปริมาณหญ้าโดยใช้สายตาจะประหยัดเวลาและลดความยุ่งยากในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้ หน่วยตัวอย่างที่ได้จากการรวบรวมข้อมูลโดยวิธีของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับจะเป็นตัวแทนที่ดีของประชากรที่ศึกษาหรือไม่ บางครั้งขึ้นอยู่กับวิจารณญาณ ความรู้ และประสบการณ์เกี่ยวกับข้อมูลที่จะเก็บรวบรวมของผู้เลือกตัวอย่างเป็นสำคัญ ในกรณีที่ผู้เลือกมีความรู้และประสบการณ์เกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆมาก ความผิดพลาดในการเลือกตัวอย่างแบบนี้อาจจะน้อยกว่าการเลือกตัวอย่างแบบสุ่มอย่างง่ายมากได้เมื่อใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากัน อีกทั้งในกรณีที่ผู้เลือกมีความรู้และประสบการณ์เกี่ยวกับข้อมูลนั้นแล้ว สามารถประหยัดเวลา และค่าใช้จ่ายในการเก็บข้อมูลตลอดจน

อาจจะสามารถลดอันตรายในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการได้อีกด้วยเมื่อหน่วยตัวอย่างอยู่ในสถานที่ที่ห่างไกลและเป็นอันตรายในการเดินทางหรือการเก็บรวบรวมข้อมูล

4.2 กระบวนการสุ่มตัวอย่างในแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ

รูปแบบวิธีการของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ คิดค้นขึ้นโดย McIntyre มีขั้นตอนการพิจารณาดังนี้ กำหนดให้ N แทนประชากรทั้งหมดที่เราสนใจ

<u>ขั้นตอนที่หนึ่ง</u> ทำการสุ่มตัวอย่างขนาด k^2 จากประชากรทั้งหมดขนาด N

<u>ขั้นตอนที่สอง</u> ทำการจัดสรรตัวอย่างขนาด k^2 อย่างสุ่มโดยแบ่งตัวอย่างออกเป็น k กลุ่ม แต่ละกลุ่มมี k หน่วย

<u>ขั้นตอนที่สาม</u> ทำการเรียงลำดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่มจากน้อยไปหามาก

<u>ขั้นตอนที่สี่</u> ทำเลือกตัวอย่างด้วยการพิจารณาอันดับของตัวอย่าง โดยในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับหนึ่ง ในกลุ่มที่สองเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สอง กลุ่มที่สามเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม ทำการเลือกตัวอย่างเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนครบ k กลุ่ม สำหรับหน่วยตัวอย่างที่ไม่ได้รับการเลือกจะตัดทิ้งไป

<u>ขั้นตอนที่ห้า</u> ทำตามขั้นตอนที่หนึ่งถึงขั้นตอนที่สี่ m ครั้ง โดย m คือจำนวนวัฏจักรที่ทำการสุ่มตัวอย่าง ดังนั้นจำนวนอย่างที่ได้มาทั้งหมดจะมีขนาดเท่ากับ mk ซึ่ง มีค่าเท่ากับขนาดตัวอย่างในแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายที่มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ n นั่นคือ n = mk
ดังนั้น ถ้าทำการสุ่มตัวอย่าง ขนาด mk จากประชากร N จะมีขั้นตอนในแต่ละวัฏจักรเป็นดังนี้

<u>วัฏจักรที่ 1</u> สุ่มตัวอย่างขนาด k^2 จากประชากรทั้งหมดที่มีขนาดเท่ากับ N และจัดสรรตัวอย่างขนาด k^2 อย่างสุ่มโดยแบ่งเป็น k กลุ่มแต่ละกลุ่มมี k หน่วย และเรียงลำดับของตัวอย่างที่ได้มาในแต่ละกลุ่มจากน้อยไปหามาก และทำการเลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง (จากแผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(1)1}$) และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สอง(จากแผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(2)1}$) ทำการเลือกตัวอย่างแบบนี้ไปเรื่อยๆจนครบ k กลุ่ม(จาก แผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(k)1}$)

วัฏจักรที่ 1

$$
\begin{array}{ccccccccc}
X_{(1)11} & \leq & X_{(2)11} & \leq & \cdots & \leq & X_{(k)11} & \Rightarrow & X_{(1)1} \\
X_{(1)21} & \leq & X_{(2)21} & \leq & \cdots & \leq & X_{(k)21} & \Rightarrow & X_{(2)1} \\
X_{(1)31} & \leq & X_{(2)31} & \leq & \cdots & \leq & X_{(k)31} & \Rightarrow & X_{(3)1} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
X_{(1)k1} & \leq & X_{(2)k1} & \leq & \cdots & \leq & X_{(k)k1} & \Rightarrow & X_{(k)1}
\end{array}
$$

วัฏจักรที่ 2 ขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างจะทำเหมือนกับวัฏจักรที่หนึ่ง คือสุ่มตัวอย่างขนาด k^2 จากประชากรทั้งหมดที่มีขนาดเท่ากับ N และจัดสรรตัวอย่างขนาด k^2 อย่างสุ่มโดยแบ่งเป็น k กลุ่ม แต่ละกลุ่มมี k หน่วย และเรียงลำดับของตัวอย่างที่ได้มาในแต่ละกลุ่มจากน้อยไปหามาก และทำการเลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง (จากแผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(1)2}$) และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สอง(จากแผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(2)2}$) ทำการเลือกตัวอย่างแบบนี้ไปเรื่อยๆจนครบ k กลุ่ม(จาก แผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(k)2}$)
และจะเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนถึงวัฏจักรที่ m ซึ่งจะได้ขนาดตัวอย่างทั้งหมดเท่ากับ mk

วัฏจักรที่ 2

$$
\begin{array}{ccccccccc}
X_{(1)12} & \leq & X_{(2)12} & \leq & \cdots & \leq & X_{(k)12} & \Rightarrow & X_{(1)2} \\
X_{(1)22} & \leq & X_{(2)22} & \leq & \cdots & \leq & X_{(k)22} & \Rightarrow & X_{(2)2} \\
X_{(1)32} & \leq & X_{(2)32} & \leq & \cdots & \leq & X_{(k)32} & \Rightarrow & X_{(3)2} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
X_{(1)k2} & \leq & X_{(2)k2} & \leq & \cdots & \leq & X_{(k)k2} & \Rightarrow & X_{(k)2}
\end{array}
$$

วัฏจักรที่ m ขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างทำเหมือนกับวัฏจักรที่หนึ่งและสอง คือสุ่มตัวอย่างขนาด k^2 จากประชากรทั้งหมดที่มีขนาดเท่ากับ N และจัดสรรตัวอย่างขนาด k^2 อย่างสุ่มโดยแบ่งเป็น k กลุ่มแต่ละกลุ่มมี k หน่วย และเรียงลำดับของตัวอย่างที่ได้มาในแต่ละกลุ่มจากน้อยไปหามาก และทำการเลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง (จากแผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(1)m}$) และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สอง(จากแผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(2)m}$) ทำการเลือกตัวอย่างแบบนี้ไปเรื่อยๆจนครบ k กลุ่ม(จาก แผนภาพจะได้ตัวอย่างคือ $X_{(k)m}$)

วัฏจักรที่ m

$$
\begin{array}{ccccccccc}
X_{(1)1m} & \le & X_{(2)1m} & \le & \cdots & \le & X_{(k)1m} & \Rightarrow & X_{(1)m} \\
X_{(1)2m} & \le & X_{(2)2m} & \le & \cdots & \le & X_{(k)2m} & \Rightarrow & X_{(2)m} \\
X_{(1)32} & \le & X_{(2)3m} & \le & \cdots & \le & X_{(k)3m} & \Rightarrow & X_{(3)m} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
X_{(1)km} & \le & X_{(2)km} & \le & \cdots & \le & X_{(k)km} & \Rightarrow & X_{(k)m}
\end{array}
$$

ดังนั้นในแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับตัวอย่างที่ได้ทั้งหมดคือ

$$
\begin{array}{cccc}
X_{[1]1} & X_{[1]2} & \cdots & X_{[1]m} \\
X_{[2]1} & X_{[2]2} & \cdots & X_{[2]m} \\
X_{[3]1} & X_{[3]2} & \cdots & X_{[3]m} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
X_{[k]1} & X_{[k]2} & \cdots & X_{[k]m}
\end{array}
$$

เพื่อให้เกิดความเข้าใจต่อการนำแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับไปใช้จึงขอยกตัวอย่างดังต่อไปนี้เพื่ออธิบายกระบวนการของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ

ตัวอย่างที่ 1 ในการประมาณปริมาณหญ้าเฉลี่ยสำหรับเลี้ยงสัตว์ในทุ่งหญ้าขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง กำหนดให้ปริมาณหญ้ามีหน่วยเป็นกิโลกรัม ขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างทำได้ดังนี้คือ สมมติว่าการสุ่มตัวอย่างครั้งนี้ต้องการขนาดตัวอย่าง 12 หน่วยจากประชากรทั้งหมด 100 หน่วย(สมมติให้มีพื้นที่ทั้งหมด 100 ตารางเมตร) นั่นคือ การสุ่มตัวอย่างครั้งนี้จะกำหนดให้ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3 และจำนวนวัฏจักรเท่ากับ 4 กล่าวคือ ผู้ศึกษา จะแบ่งพื้นที่ที่ต้องการศึกษาออกเป็น 4 ส่วน คือ วัฏจักรที่ 1 จะทำการสุ่มตัวอย่างจากส่วนที่ 1 วัฏจักรที่ 2 จะทำการสุ่มตัวอย่างจากที่ 2 ทำอย่างนี้ไปเรื่อยๆจนครบ 4 ส่วน ดังนั้น ในแต่ละวัฏจักรมีวิธีการสุ่มตัวอย่างดังนี้

ขั้นตอนที่1 ประมาณพื้นที่ที่ตกเป็นตัวอย่างทั้งหมด 9 หน่วย

ขั้นตอนที่2 จัดสรรตัวอย่างขนาด 9 หน่วย อย่างสุ่มโดยแบ่งเป็น 3 กลุ่มแต่ละกลุ่มมี 3 หน่วย

ขั้นตอนที่ 3 เรียงลำดับของตัวอย่างที่ได้มาในแต่ละกลุ่มจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่4 ทำการเลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม โดยในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุด เป็นอันดับที่หนึ่ง และ ในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม

ตัวอย่างแสดงการประมาณปริมาณหญ้าเฉลี่ยสำหรับเลี้ยงสัตว์ในทุ่งหญ้า ขนาดใหญ่แห่งหนึ่งโดยใช้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ ขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างสามารถทำได้ดังนี้

วัฏจักรที่ 1

ขั้นตอนที่ 1 จะประมาณน้ำหนักหญ้าบริเวณที่ตกเป็นตัวอย่าง จากแผนภาพ ให้พื้นที่ที่ตกเป็นตัวอย่างคือ a ซึ่งในที่นี้มีทั้งสิ้น 9 พื้นที่ ตามแผนภาพต่อไปนี้

a		a		a					
	a		a						
			a						
a		a		a					

สมมติว่า ตัวอย่างที่ประมาณได้มีค่าดังนี้ (20 15 19 23 26 30 24 21 16)

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> จัดสรรตัวอย่างที่ได้จากขั้นตอนที่ 1อย่างสุ่ม โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 หน่วย จะได้ดังนี้

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
20	23	24
15	26	21
19	30	16

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เรียงลำดับตัวอย่างในแต่กลุ่ม จากน้อยไปมาก

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
15	23	16
19	**26**	21
20	30	**24**

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม ดังนั้น ตัวอย่างที่ได้ คือ 15,26,24

<u>วัฏจักรที่ 2</u>

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ประมาณน้ำหนักหญ้าบริเวณที่ตกเป็นตัวอย่าง จากแผนภาพ ให้พื้นที่ที่ตกเป็นตัวอย่างคือ พื้นที่ ๖

					b			b	b
						b			
					b		b		b
						b			
								b	

สมมติว่า ตัวอย่างที่ประมาณได้มีค่าดังนี้ (26 24 17 29 30 24 19 28 18)

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> จัดสรรตัวอย่างที่ได้จากขั้นตอนที่ 1อย่างสุ่ม โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 หน่วย จะได้ดังนี้

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
26	29	19
24	30	28
17	24	18

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เรียงลำดับตัวอย่างในแต่กลุ่ม จากน้อยไปมาก

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
17	24	18
24	**29**	19
26	30	**28**

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุด

เป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม ดังนั้น ตัวอย่างที่ได้ คือ 17,29,28

<u>วัฏจักรที่ 3</u>

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ประมาณน้ำหนักหญ้าบริเวณที่ตกเป็นตัวอย่าง จากแผนภาพ ให้พื้นที่ที่ตกเป็นตัวอย่างคือ พื้นที่ c

c				c					
	c		c						
c		c							
			c	c					
		c							

สมมติว่า ตัวอย่างที่ประมาณได้มีค่าดังนี้ (26 21 30 25 29 31 21 24 27)

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> จัดสรรตัวอย่างที่ได้จากขั้นตอนที่ 1อย่างสุ่ม โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 หน่วย จะได้ดังนี้

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
26	25	21
21	29	24
30	31	27

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เรียงลำดับตัวอย่างในแต่กลุ่ม จากน้อยไปมาก

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
21	25	21
26	**29**	24
30	31	**27**

ขั้นตอนที่ 4 เลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม ดังนั้น ตัวอย่างที่ได้ คือ 21,29,27

วัฏจักรที่ 4

ขั้นตอนที่ 1 ประมาณน้ำหนักหญ้าบริเวณที่ตกเป็นตัวอย่าง จากแผนภาพ ให้พื้นที่ที่ตกเป็นตัวอย่างคือ พื้นที่ d

					d		d		d
						d			
								d	
						d			d
					d		d		

สมมติว่า ตัวอย่างที่ประมาณได้มีค่าดังนี้ (17 25 14 22 24 26 24 17 20)

ขั้นตอนที่ 2 จัดสรรตัวอย่างที่ได้จากขั้นตอนที่ 1อย่างสุ่ม โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 หน่วย จะได้ดังนี้

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
17	22	24
25	24	17
14	26	20

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เรียงลำดับตัวอย่างในแต่กลุ่ม จากน้อยไปมาก

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
14	22	17
17	**24**	20
25	26	**24**

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม ดังนั้น ตัวอย่างที่ได้ คือ 14,24,24 ดังนั้นตัวอย่างที่ทำการสุ่มมาได้มีค่าเท่ากับ

วัฏจักรที่ 1	วัฏจักรที่ 2	วัฏจักรที่ 3	วัฏจักรที่ 4
15	17	21	14
26	29	29	24
24	28	27	24

ดังนั้น

$$\bar{x}_{rss} = \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m} x_{(r)m} = \frac{15+26+...+24+24}{12} = 22.33$$

นั่นคือ ในการประมาณปริมาณหญ้าเฉลี่ยสำหรับเลี้ยงสัตว์ในทุ่งหญ้าขนาดใหญ่แห่งนี้ มีปริมาณหญ้าเฉลี่ยเท่ากับ 22.33กิโลกรัม

$$\text{var}(\bar{x}_{rss}) = \frac{1}{mk^2}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m}\frac{(x_{(r)m} - \bar{x}_{(r)})^2}{m-1}$$

$$= \frac{(15-22.33)^2 + (26-22.33)^2 + ... + (24-22.33)^2}{3(16)(2)}$$

$$= \frac{318.07}{96} = 3.31$$

นั่นคือ ในการประมาณปริมาณหญ้าเฉลี่ยสำหรับเลี้ยงสัตว์ในทุ่งหญ้าขนาดใหญ่แห่งนี้ มีความแปรปรวนในการประมาณค่าเท่ากับ 3.31 กิโลกรัม

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> ในการประมาณปริมาณความสูงเฉลี่ยของต้นสักในป่าแห่งหนึ่ง กำหนดให้ความสูงของต้นสักมีหน่วยเป็นเมตร ขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างทำได้ดังนี้คือ สมมติว่า การสุ่มตัวอย่างครั้งนี้ต้องการขนาดตัวอย่าง 9 หน่วยจากประชากรทั้งหมด 100 หน่วย(สมมติให้มีต้นสักทั้งหมด 100 ต้น) นั่นคือ การสุ่มตัวอย่างครั้งนี้จะกำหนดให้ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3 และจำนวนวัฏจักรเท่ากับ 3 กล่าวคือ ผู้ศึกษา จะแบ่งพื้นที่ที่ต้องการศึกษาออกเป็น 3 ส่วน คือ วัฏจักรที่ 1 จะทำการสุ่มตัวอย่างจากส่วนที่ 1 วัฏจักรที่ 2 จะทำการสุ่มตัวอย่างในส่วนที่ 2 และวัฏจักรที่ 3 จะทำการสุ่มตัวอย่างในส่วนที่ 3 ดังนั้น ในแต่ละวัฏจักรมีวิธีการสุ่มตัวอย่างดังนี้

<u>ขั้นตอนที่1</u> ประมาณต้นสักที่ตกเป็นตัวอย่างทั้งหมด 9 ต้น

<u>ขั้นตอนที่2</u> จัดสรรตัวอย่างขนาด 9 หน่วย อย่างสุ่มโดยแบ่งเป็น 3 กลุ่มแต่ละกลุ่มมี 3 หน่วย

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เรียงลำดับของตัวอย่างที่ได้มาในแต่ละกลุ่มจากน้อยไปหามาก

<u>ขั้นตอนที่4</u> ทำการเลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม โดยในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุด เป็นอันดับที่หนึ่ง และ ในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม

ตัวอย่างแสดงการประมาณปริมาณความสูงเฉลี่ยของต้นสักในป่าแห่งหนึ่ง โดยใช้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ ขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างสามารถทำได้ดังนี้

<u>วัฏจักรที่ 1</u>

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ประมาณความสูงของต้นสักที่ตกเป็นตัวอย่าง จากแผนภาพ ให้ต้นสักที่ตกเป็นตัวอย่างคือ a

a		a		a				a	
	a				a				a
			a				a		

สมมติว่า ตัวอย่างที่ประมาณได้มีค่าดังนี้ (3 8 10 15 9 11 12 6 14)

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> จัดสรรตัวอย่างที่ได้จากขั้นตอนที่ 1อย่างสุ่ม โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 หน่วย จะได้ดังนี้

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
3	11	9
8	10	15
6	12	14

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เรียงลำดับตัวอย่างในแต่กลุ่ม จากน้อยไปมาก

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
3	10	9
8	**11**	14
6	12	**15**

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม ดังนั้น ตัวอย่างที่ได้ คือ 3,11,15

<u>วัฏจักรที่ 2</u>

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ประมาณความสูงของต้นสักที่ตกเป็นตัวอย่าง จากแผนภาพ ให้ต้นสักที่ตกเป็นตัวอย่างคือ ๖

b			b		b		b		b
	b			b		b			
		b					b		

สมมติว่า ตัวอย่างที่ประมาณได้มีค่าดังนี้ (6 14 8 12 18 13 7 17 11)

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> จัดสรรตัวอย่างที่ได้จากขั้นตอนที่ 1อย่างสุ่ม โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 หน่วย จะได้ดังนี้

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
6	13	18
8	12	14
7	11	17

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เรียงลำดับตัวอย่างในแต่กลุ่ม จากน้อยไปมาก

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
6	11	14
7	**12**	17
8	13	**18**

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุด

เป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม ดังนั้น ตัวอย่างที่ได้ คือ 6,12,18

วัฏจักรที่ 3

ขั้นตอนที่ 1 ประมาณความสูงของต้นสักที่ตกเป็นตัวอย่าง จากแผนภาพ ให้ต้นสักที่ตกเป็นตัวอย่างคือ c

			c			c			
c		c							c
				c				c	
		c				c			

สมมติว่า ตัวอย่างที่ประมาณได้มีค่าดังนี้ (17 8 10 9 16 11 18 19 13)

ขั้นตอนที่ 2 จัดสรรตัวอย่างที่ได้จากขั้นตอนที่ 1อย่างสุ่ม โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 หน่วย จะได้ดังนี้

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
17	9	18
8	16	19
10	11	13

ขั้นตอนที่ 3 เรียงลำดับตัวอย่างในแต่กลุ่ม จากน้อยไปมาก

กลุ่มที่1	กลุ่มที่2	กลุ่มที่3
8	9	13
10	**11**	18
17	16	**19**

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เลือกตัวอย่างโดยพิจารณาอันดับของตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ในกลุ่มที่หนึ่งเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่หนึ่ง และในกลุ่มที่สองจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สองและในกลุ่มที่สามจะเลือกตัวอย่างที่มีอันดับน้อยที่สุดเป็นอันดับที่สาม ดังนั้น ตัวอย่างที่ได้ คือ 8,11,19

ดังนั้นตัวอย่างที่ทำการสุ่มมาได้มีค่าเท่ากับ

วัฏจักรที่ 1	วัฏจักรที่ 2	วัฏจักรที่ 3
3	6	8
11	12	11
15	18	19

ดังนั้น

$$\bar{x}_{rss} = \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m} x_{(r)m} = \frac{3+11+...+11+19}{9} = 11.44$$

นั่นคือ ในการประมาณความสูงเฉลี่ยของต้นสักในป่าแห่งหนึ่ง ต้นสักมีความสูงเฉลี่ยเท่ากับ 11.44 เมตร

$$\mathrm{var}(\bar{x}_{rss}) = \frac{1}{mk^2}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m}\frac{(x_{(r)m}-\bar{x}_{(r)})^2}{m-1}$$

$$= \frac{(3-11.44)^2+(11-11.44)^2+...+(19-11.44)^2}{3(9)(2)}$$

$$= \frac{226.22}{54} = 4.19$$

นั่นคือ ในการประมาณความสูงเฉลี่ยของต้นสักในป่าแห่งหนึ่ง มีความแปรปรวนในการประมาณค่าเท่ากับ 4.19 เมตร

จะเห็นได้ว่า จากตัวอย่าง การกำหนดขนาดตัวอย่าง จำนวนวัฏจักรที่ทำการสุ่ม ไม่ได้จำกัดหรือมีเงื่อนไขที่กำหนดแน่นอนทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ ความรู้ ประสบการณ์ของผู้ที่ทำการศึกษาว่าการกำหนดขนาดตัวอย่างหรือ จำนวนวัฏจักรที่ต้องใช้จะต้องมีค่าเท่าใด ดังนั้นถ้าหากผู้ที่ทำการศึกษามีความรู้ และประสบการณ์เกี่ยวกับข้อมูลที่จะรวบรวมนั้นๆมาก ความผิดพลาดในการเลือกตัวอย่างก็จะน้อยลง การใช้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับจะสามารถประหยัดเวลา และค่าใช้จ่ายในการเก็บข้อมูลตลอดจนอาจจะสามารถลดอันตรายในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการได้อีกด้วยเมื่อหน่วยตัวอย่างอยู่ในสถานที่ที่ห่างไกลและเป็นอันตรายในการเดินทางหรือการเก็บรวบรวมข้อมูล

4.3 ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ

กำหนดให้ $X_{[r]i}$ เป็นตัวแปรที่เป็นอิสระกันซึ่งกันและกันและมีฟังก์ชันการแจกแจงเหมือนกัน

$f_{r:k}(x)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่น

$F_{r:k}(X)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงของการแจกแจงโดยทั่วไปของ $X_{[r]i}$

ดังนั้น

ฟังก์ชันความหนาแน่นของสถิติลำดับที่ r ซึ่งมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ k คือ

$$f_{r:k}(x) = \frac{k!}{(r-1)!(k-r)!}[F(x)]^{r-1}[1-F(x)]^{k-r} f(x)$$

ซึ่งสามารถแสดงได้ด้วยการพิสูจน์ ดังต่อไปนี้

ให้ $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด k จากฟังก์ชันการแจกแจง F(x) และมีฟังก์ชันความหนาแน่น f(x)

ให้ $X_{(1)} = \min(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k) =$ X ที่ต่ำสุดในบรรดา $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k$

$X_{(2)} =$ X ที่มีค่าต่ำเป็นอันดับสองของค่า $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k$

$X_{(3)} =$ X ที่มีค่าต่ำเป็นอันดับสามของค่า $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k$

$\vdots$

$X_{(k)} = \max(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k) =$ X ที่มากสุดใน $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k$

ดังนั้นจะได้ว่า $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq X_{(3)} \leq \cdots \leq X_{(k)}$

เพราะฉะนั้น

$$F_{r:k}(X) = P(X_{r:k} \leq x)$$

$$= P(\#\{j : X_j \leq x\} \geq r)$$

กำหนดให้ $(\#\{j : X_j \leq x\})$ คือ i

$$F_{r:k}(X) = P(i \geq r)$$

$$= \sum_{i=r}^{k} f(i)$$

$$= \sum_{i=r}^{k} \binom{k}{i} [F(x)]^{i} [1-F(x)]^{k-i}$$

เพราะฉะนั้น

$$F_{r:k}(x) = \sum_{i=r}^{k} \binom{k}{i} [F(x)]^{i} [1-F(x)]^{k-i}$$

จาก $$\sum_{r=1}^{k} F_{r:k}(x) = \sum_{r=1}^{k} \sum_{i=r}^{k} \binom{k}{i} [F(x)]^{i} [1-F(x)]^{k-i}$$

$$= \sum_{r=1}^{k} [\binom{k}{1} [F(x)]^{1} [1-F(x)]^{k-1} + \binom{k}{2} [F(x)]^{2} [1-F(x)]^{k-2}$$

$$+ \binom{k}{3} [F(x)]^{3} [1-F(x)]^{k-3} + \cdots + \binom{k}{k} [F(x)]^{k} [1-F(x)]^{k-k}]$$

$$= [[\binom{k}{1} [F(x)]^{1} [1-F(x)]^{k-1} + \cdots + \binom{k}{k} [F(x)]^{k} [1-F(x)]^{k-k}]$$

$$+ [\binom{k}{2} [F(x)]^{2} [1-F(x)]^{k-2} + \cdots + \binom{k}{k} [F(x)]^{k} [1-F(x)]^{k-k}]$$

$$+ [\binom{k}{3} [F(x)]^{3} [1-F(x)]^{k-3} + \cdots + \binom{k}{k} [F(x)]^{k} [1-F(x)]^{k-k}]$$

$$+ \binom{k}{k} [F(x)]^{k} [1-F(x)]^{k-k}]$$

$$\sum_{r=1}^{k} F_{r:k}(x) = \binom{k}{1}[F(x)]^{1}[1-F(x)]^{k-1} + 2\binom{k}{2}[F(x)]^{2}[1-F(x)]^{k-2}$$

$$+3\binom{k}{3}[F(x)]^{3}[1-F(x)]^{k-3} + k\binom{k}{k}[F(x)]^{k}[1-F(x)]^{k-k}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} i\binom{k}{i}[F(x)]^{i}[1- F(x)]^{k-i}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} i\left(\frac{k!}{i!(k-i)!}\right)[F(x)]^{i}[1- F(x)]^{k-i}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{k!}{(i-1)!(k-i)!}\right)[F(x)]^{i}[1- F(x)]^{k-i}$$

กำหนดให้ $j=i-1$ เนื่องจาก $i=1,2,3,\cdots,k$ ดังนั้น $j=0,1,2,\cdots,k-1$

ดังนั้น

$$\sum_{r=1}^{k} F_{r:k}(x) = \sum_{j=0}^{k-1} \left(\frac{k(k-1)!}{j!(k-j-1)!}\right)[F(x)]^{j+1}[1- F(x)]^{k-j-1}$$

$$= k\cdot F(x)\sum_{j=0}^{k-1} \left(\frac{(k-1)!}{(i-1)!(k-i)!}\right)[F(x)]^{j}[1- F(x)]^{k-j-1}$$

จากทฤษฎีบทของการแจกแจกแบบทวินาม

$$(a+b)^{n} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^{i} b^{n-i}$$

ในที่นี้ $a = F(x), b = 1 - F(x), i = j$ และ $n = k - 1$

เพราะฉะนั้น

$$\sum_{r=1}^{k} F_{r:k}(x) = k \cdot F(x)\left(F(x) + 1 - F(x)\right)^{k-1}$$

$$= k \cdot F(x)$$

ดังนั้น จะได้ว่า $\sum_{r=1}^{k} F_{r:k}(x) = k \cdot F(x)$

จาก

$$f_{r:k}(x) = \frac{d}{dx} F_{r:k}(x)$$

$$= \frac{d}{dx} \sum_{i=r}^{k} \binom{k}{i} [F(x)]^{i} [1 - F(x)]^{k-i}$$

$$= \sum_{i=r}^{k} \binom{k}{i} \frac{d}{dx} [F(x)]^{i} [1 - F(x)]^{k-i}$$

$$= \sum_{i=r}^{k} \binom{k}{i} [[F(x)]^{i} (k-i)[1 - F(x)]^{k-i-1} (-f(x))$$

$$+ [1 - F(x)]^{k-i} (i)(F(x))^{i-1} f(x)]$$

$$= \sum_{i=r}^{k} \binom{k}{i} (i) f(x) [1 - F(x)]^{k-i} [F(x)]^{i-1}$$

$$- \sum_{i=r}^{k} \binom{k}{i} (k-i) f(x) [F(x)]^{i} [1 - F(x)]^{k-i-1}$$

จาก

$$\sum_{i=r}^{k}\binom{k}{i}(i)f(x)[1-F(x)]^{k-i}[F(x)]^{i-1} = \sum_{i=r}^{k}\frac{k!}{(i-1)!(k-i)!}[1-F(x)]^{k-i}[F(x)]^{i-1}f(x)$$

$$= \frac{k!}{(r-1)!(k-r)!}[1-F(x)]^{k-r}[F(x)]^{r-1}f(x) +$$

$$\sum_{i=r+1}^{k}\frac{k!}{(i-1)!(k-i)!}[1-F(x)]^{k-i}[F(x)]^{i-1}f(x)$$

จาก

$$\sum_{i=r}^{k}\binom{k}{i}(k-i)f(x)[F(x)]^{i}[1-F(x)]^{k-i-1} = \sum_{i=r}^{k}\frac{(k!)(k-i)}{i!(k-i)!}f(x)[F(x)]^{i}[1-F(x)]^{k-i-1}$$

$$= \sum_{i=r}^{k}\frac{k!}{i!((k-i-1)}f(x)[F(x)]^{i}[1-F(x)]^{k-i-1}$$

กำหนดให้ $j = i+1$ เนื่องจาก $i = r, r+1, r+2, \cdots, k-1$ ดังนั้น $j = r+1, r+2, \cdots, k$ เพราะฉะนั้น

$$\sum_{i=r}^{k}\binom{k}{i}(k-i)f(x)[F(x)]^{i}[1-F(x)]^{k-i-1} = \sum_{j=r+1}^{k}\frac{k!\,f(x)}{(j-1)!(k-j)!}[F(x)]^{j-1}[1-F(x)]^{k-j}$$

ดังนั้น

$$f_{r:k}(x) = \frac{k!}{(r-1)!(k-r)!}[1-F(x)]^{k-r}[F(x)]^{r-1}f(x)$$

$$+ \sum_{i=r+1}^{k} \frac{k!}{(i-1)!(k-i)!}[1-F(x)]^{k-i}[F(x)]^{i-1}f(x)$$

$$- \sum_{j=r+1}^{k} \frac{k!\,f(x)}{(j-1)!(k-j)!}[F(x)]^{j-1}[1-F(x)]^{k-j}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของสถิติลำดับที่ r ซึ่งมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ k คือ

$$f_{r:k}(x) = \frac{k!}{(r-1)!(k-r)!}[F(x)]^{r-1}[1-F(x)]^{k-r}f(x)$$

จากฟังก์ชันความหนาแน่นของสถิติลำดับที่ r ซึ่งมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ k คือ

$$f_{r:k}(x) = \frac{k!}{(r-1)!(k-r)!}[F(x)]^{r-1}[1-F(x)]^{k-r}f(x)$$

เราสามารถเขียนได้อีกแบบคือ

$$f(x) = \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k} f_{(r)}(x) \qquad \text{for all } x$$

ซึ่งสมการนี้เป็นสมการที่มีความสำคัญต่อกระบวนการของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับและจะมีความแม่นยำเพิ่มขึ้นเมื่อ

$$F(x) = \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k} F_{[r]}(x) \qquad \text{for all } x$$

ในการจัดอันดับที่ดีจะทำให้ค่าประมาณที่ได้มีความแม่นยำ เราจะอธิบายถึงวิธีการประมาณเพื่อให้เกิดความแม่นยำขึ้นดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> การจัดอันดับของตัวแปรที่สนใจไม่สมบูรณ์

เมื่อการจัดลำดับเกิดความคลาดเคลื่อน ฟังก์ชันความหนาแน่นของสถิติลำดับที่ r จะมีค่าไม่เท่ากับ f (r) อย่างไรก็ตามเราสามารถหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่คล้ายกันของ F(x) ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$f_r(x) = \sum_{s=1}^{k} p_{sr} F_{(s)}(x)$$

เมื่อ p_{sr} คือ ความน่าจะเป็นของสถิติลำดับที่ s ซึ่งมีลำดับเท่ากับ r

ถ้าความคลาดเคลื่อนความน่าจะเป็นเหมือนกับวัฏจักรของกรณี balanced ranked set sampling เราจะได้ว่า

$$\frac{1}{k}\sum_{s=1}^{k} p_{sr} = \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k} p_{sr} = 1 \qquad \text{จะได้ว่า}$$

$$\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k} F_{[r]}(x) = \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\sum_{s=1}^{k} p_{sr} F_{(s)}(x)$$

$$= \frac{1}{k}\sum_{s=1}^{k}\left(\sum_{r=1}^{k} p_{sr}\right) F_{(s)}(x)$$

$$= F(x)$$

<u>กรณีที่ 2</u> การจัดอันดับของตัวแปรมีความสัมพันธ์กัน

ในกรณีที่เป็นปัญหาเฉพาะ เมื่อตัวแปรที่เราสนใจ X ทำการวัดได้ยาก และทำการจัดลำดับได้ยาก แต่ตัวแปร Y เป็นตัวแปรที่สามารถวัดและจัดอันดับได้ง่าย เมื่อตัวแปรควบคู่ (Concomitant Variable) สามารถจัดอันดับของหน่วยตัวอย่างได้ วิธีแก้ปัญหาสำหรับกรณีนี้คือ ขั้นตอนแรกของกระบวนการสุ่มแบบอันดับ การหาค่าของตัวแปรควบคู่ (Concomitant Variable) จากหน่วยตัวอย่างที่ได้จากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายและจัดอันดับของหน่วยตัวอย่างตามค่าของตัวแปรควบคู่

(Concomitant Variable) ในขั้นตอนที่สอง หาค่าของ X โดยพิจารณาจากลำดับของตัวแปรควบคู่ Y ถ้า $Y_{[r]}$ คือ สถิติลำดับที่ r ของ Y's และ $X_{[r]}$ คือตัวแปรที่คล้ายกับ X

ถ้า $f_{X/Y_{[r]}}(x/y)$ คือ เงื่อนไขของฟังก์ชันความหนาแน่นของ X และให้ $Y_{[r]} = y$ และ $g_{(r)}(y)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นส่วนริมของ $Y_{[r]}$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$f_{[r]}(x) = \int f_{X/Y_{(r)}}(x/y)g_{(r)}(y)dy$$

หรือ เขียนได้อีกแบบคือ

$$f(x) = \int \sum_{r=1}^{k} \frac{1}{k} f_{X/Y}(x/y)g_{(r)}(y)dy$$

$$= \frac{1}{k} \sum_{r=1}^{k} f_{[r]}(x)$$

<u>กรณีที่ 3</u> กรณีที่มีหลายตัวแปร เราสามารถหาได้จากการเรียงลำดับของตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งจากตัวแปรที่เหลือ

ในกรณีที่นอกเหนือจากกรณีทั่วไป จะพิจารณาในกรณีของตัวแปรพหุ การหาค่าของตัวแปรจะหาจากการสร้างการแจกแจงร่วมของ X และ Y และจากนั้นหาค่าของตัวแปรได้ด้วยวิธีทั่วไปของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ ตัวแปรที่ได้จากการจัดอันดับของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งจะเรียกว่า Y ถ้า f(x ,y) เป็นฟังก์ชันการแจกแจงความหนาแน่นร่วมของ X และ Y และ $f_{(r)}(x,y)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงร่วมของ $X_{[r]}$ และ $Y_{[r]}$ เมื่อ

$$f_{[r]}(x,y) = f_{X/Y_{[r]}}(x/y)g_{[r]}(y)$$

หรือ

$$f(x,y) = \frac{1}{k} \sum_{r=1}^{k} f_{[r]}(x,y)$$

4.4 การประมาณค่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ

ในการประมาณค่าเฉลี่ยประชากรของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับนั้น จะพิจารณาคุณสมบัติของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร โดยจะพิจารณาคุณสมบัติของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ ซึ่ง จะทำการพิจารณาว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากรและ มีค่า ความแปรปรวนน้อยกว่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย ซึ่งวิธีการพิจารณานั้นจะแสดงด้วยการพิสูจน์ โดยจะกำหนดให้ x เป็นตัวแปรอิสระที่มีการแจกแจงใดแจกแจงหนึ่งซึ่งมีฟังก์ชันเป็น h(x) ซึ่ง $\overline{X}_h$ เป็นค่าเฉลี่ยของฟังก์ชัน h(x) หรือ $E(h(x)) = \overline{X}_h$

การพิสูจน์วิธีการนี้เป็นการพิจารณาจากรูปแบบโดยทั่วไปของตัวแปร ดังนั้นถ้าต้องการพิจารณารูปแบบเฉพาะรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง เราสามารถทำได้ด้วยการแทนค่ารูปแบบที่เราสนใจลงใน h(x) เช่น ถ้าต้องการพิจารณาค่าเฉลี่ยประชากร$(\overline{X})$ จะกำหนดให้

$$h(x) = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

ดังนั้น

$$E(h(x)) = E\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$$

กำหนดให้

$$a_i = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อหน่วย i ในประชากรอยู่ในตัวอย่าง} \\ 0 & \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

จะได้ว่า

$$Pr(a_i = 1) = \frac{n}{N}$$

ดังนั้น

$$E(h(x)) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} a_i x_i$$

จะได้ว่า

$$E(h(x)) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} E(a_i) x_i$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} \frac{n}{N} x_i$$

$$= \overline{X}$$

จะเห็นได้ว่า $\overline{X}_h$ และ $\overline{X}$ เป็นตัวเดียวกันจะต่างกันก็ตรงที่ $\overline{X}_h$ เป็นค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันซึ่งเกิดจากการพิจารณาจากรูปแบบทั่วไปและ $\overline{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยของประชากรซึ่งเกิดจากการพิจารณาจากรูปแบบเฉพาะของฟังก์ชันที่กำหนดให้ฟังก์ชัน h(x) มีค่าเท่ากับ $\bar{x}$

ดังนั้นจะทำการ ประมาณค่า $\overline{X}_h$ ด้วยวิธีการของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ นั่นคือ ถ้า $E(\bar{x}_{h.rss})$ มีค่าเท่ากับ $\overline{X}_h$ ก็สามารถบอกได้ว่าถ้า $E(\bar{x}_{rss})$ มีค่าเท่ากับ $\overline{X}$ แสดงว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากร($\overline{X}$)

4.4.1 ความไม่เอนเอียงของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ

ความไม่เอนเอียงของตัวประมาณ คือ การที่ตัวประมาณนั้นมีค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยของการแจกแจงตัวอย่างของตัวประมาณมีค่าเท่ากับค่าจริงพอดี สำหรับการหาความไม่เอนเอียงของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรสามารถทำได้ดังนี้ คือ

ในการแสดงว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ $\bar{x}_{rss} = \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m} x_{(r)m}$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากร($\bar{X}$) ดังนั้น ถ้า $E(\bar{x}_{h.rss}) = \bar{X}_h$ แสดงว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากร ซึ่งพบว่าเป็นจริงจากการพิสูจน์ดังนี้

$$E(\bar{x}_{h.rss}) = \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m} E\left(h(X_{[r]i})\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}\left(\sum_{i=1}^{m}\int h(X)dF_{[r]}(X)\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}\left(\int h(X)\,d[\sum_{i=1}^{m}F_{[r]}(X)\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}\left(\int h(X)\,d[mF(X)]\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}(m\int h(X)dF(X))$$

$$= \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(\int h(X)dF(X)$$

$$E(\bar{x}_{h.rss}) = \frac{1}{k}(k)\int h(x)dF(X)$$

$$= \int h(x)dF(X)$$

$$= \bar{X}_h$$

จากการพิสูจน์เห็นได้ว่า $E(\bar{x}_{h.rss}) = \bar{X}_h$ ดังนั้นสรุปได้ว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ $\bar{x}_{rss} = \frac{1}{mk}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m} x_{(r)m}$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากร$(\bar{X})$

4.4.2 ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ

ความแปรปรวนของตัวประมาณเป็นค่าที่ใช้วัดความเที่ยงตรงของตัวประมาณ ซึ่งในกลุ่มของตัวประมาณที่ไม่มีความเอนเอียง การเลือกตัวประมาณควรเลือกตัวประมาณที่มีความแปรปรวนต่ำที่สุด ดังนั้น ถ้าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ $Var(\bar{x}_{rss}) = \frac{1}{mk^2}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m}\frac{(x_{(r)m} - \bar{x}_{(r)})^2}{m-1}$ มีค่าน้อยกว่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย แสดงว่า ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับมีประสิทธิภาพและความแม่นยำมากกว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย

ดังนั้น ถ้า $Var(\bar{x}_{h.rss})$ มีค่าน้อยกว่า $Var(\bar{x}_{h.srs})$ แสดงว่า ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับมีค่าน้อยกว่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายพบว่าเป็นจริงจากการพิสูจน์ดังนี้

$$\mathrm{Var}(\bar{x}_{h.rss}) = \frac{1}{m^2k^2}\sum_{r=1}^{k}\sum_{i=1}^{m}\mathrm{Var}\Big(h(X_{[r]i})\Big)$$

$$= \frac{1}{mk^2}\sum_{r=1}^{k}\mathrm{Var}\Big(h(X_{[r]})\Big)$$

$$= \frac{1}{mk}\left(\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\Big(E[h(X_{[r]})]^2 - [E(h(X_{[r]}))]^2\Big)\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\left(\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}E[h(X_{[r]})]^2 \;-\; \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(E[h(X_{[r]})])^2\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\left(\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\int[h(X)]^2\,dF_{[r]}(X) \;-\; \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(E[h(X_{[r]})])^2\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\left(\int[h(X)]^2\,d\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}F_{[r]}(X) \;-\; \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(E[h(X_{[r]})])^2\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\left(\int[h(X)]^2\,dF(X) \;-\; \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(E[h(X_{[r]})])^2\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\left(E[h(X)]^2 \;-\; \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(E[h(X_{[r]})])^2\right)$$

$$= \frac{1}{mk}\left(m_{h2} - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]}))]^2\right)$$

เมื่อ m_{h2} คือ โมเมนต์อันดับที่สองของ h(x)

จาก ทฤษฎีของ Caushy - Schwarz Inequality จะได้ว่า ถ้า X และ Y เป็นโมเมนต์อันดับที่สองจะได้

$$\left(E[XY]^2\right) = |E[XY]|^2 \leq E[X]^2 E[Y]^2$$

เพราะฉะนั้น

$$\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(E(h(X_{[r]}))\right)^2 \geq \left(\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(E(h(X_{[r]}))\right)\right)^2 = \overline{X}_h^2$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
Var(\bar{x}_{h.rss}) &= \frac{1}{mk}\left(m_{h2} - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]}))]^2\right) \\
&\leq \frac{1}{mk}\left(m_{h2} - \left(\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]}))]\right)^2\right) \\
&\leq \frac{1}{mk}\left(m_{h2} - \overline{X}_h{}^2\right) \\
&\leq \frac{1}{mk}\left(E[h(X)]^2 - [E(h(X))]^2\right) \\
&\leq \frac{S_h^2}{mk} \\
&\leq Var(\bar{x}_{h.srs})
\end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า $Var(\bar{x}_{h.rss})$ มีค่าน้อยกว่า $Var(\bar{x}_{h.srs})$ ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ มีค่าน้อยกว่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย

4.5 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับกับแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของค่าประมาณของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับกับแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย เป็นการเปรียบเทียบค่าความแปรปรวนของค่าประมาณสองค่าที่ใช้ในการประมาณค่าประชากรเดียวกัน เมื่อค่าประมาณทั้งสองค่าต่างเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของประชากรเดียวกัน ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าค่าประมาณที่มีความแปรปรวนต่ำกว่าย่อมมีคุณภาพดีกว่าตัวประมาณอีกตัวหนึ่ง โดยในการศึกษาครั้งนี้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับกับแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย โดยเปรียบเทียบจากการพิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative efficiency) ซึ่ง

$$\text{ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์} = \frac{\text{ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย}}{\text{ความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้มาจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ}}$$

$$\text{ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์} = \frac{\mathrm{Var}(\bar{x}_{srs})}{\mathrm{Var}(\bar{x}_{rss})}$$

ดังนั้นถ้าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่ามากกว่า 1 แสดงว่าแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย และถ้าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่าแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับ

จาก

$$S^2_{h\cdot rss} = \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k} S^2_{h[r]}$$

$$S^2_{h\cdot rss} = \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\Big(E[h(X_{[r]})]^2 - [E(h(X_{[r]})]^2\Big)$$

$$= \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}E[h(X_{[r]})]^2 - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2$$

$$= \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\int[h(X)]^2\,dF_{[r]}(X) - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2$$

$$= \int[h(X)]^2\,d\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}F_{[r]}(X) - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2$$

$$= \int[h(X)]^2\,dF(X) - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2$$

$$= E[h(X)]^2 - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2$$

$$= E[h(X)]^2 - \overline{X}_h^2 + \overline{X}_h^2 - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2$$

$$= [E[h(X)]^2 - \overline{X}_h^2] + [\overline{X}_h^2 - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2]$$

$$= S_h^2 + [\overline{X}_h^2 - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2]$$

$$= S_h^2 + [\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\overline{X}_h^2 - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}[E(h(X_{[r]})]^2]$$

$$
\begin{aligned}
S^2_{h\cdot rss} &= S^2_h + \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}^2_h - [E(h(X_{[r]})]^2\right) \\
&= S^2_h + \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}^2_h - \overline{X}^2_{h(r)}\right) \\
&= S^2_h - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}^2_{h(r)} + \overline{X}^2_h - 2\overline{X}^2_h\right) \\
&= S^2_h - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}^2_{h(r)} + \overline{X}^2_h - 2\overline{X}_h\cdot\overline{X}_h\right) \\
&= S^2_h - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}^2_{h(r)} + \overline{X}^2_h\right) + \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}2\overline{X}_h\cdot\overline{X}_h \\
&= S^2_h - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}^2_{h(r)} + \overline{X}^2_h\right) + 2\overline{X}_h\cdot\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\overline{X}_{h[r]} \\
&= S^2_h - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}^2_{h(r)} + \overline{X}^2_h\right) + 2\overline{X}_h\cdot\overline{X}_{h[r]} \\
&= S^2_h - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}^2_{h(r)} + \overline{X}^2_h - 2\overline{X}_h\cdot\overline{X}_{h[r]}\right) \\
&= S^2_h - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}\left(\overline{X}_{h[r]} - \overline{X}_h\right)^2
\end{aligned}
$$

ดังนั้นจาก ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $= \dfrac{Var(\bar{x}_{h.srs})}{Var(\bar{x}_{h.rss})}$

จะได้ว่า

$$R.E. = \frac{S_h^2}{S_h^2 - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{X}_{h[r]} - \bar{X}_h)^2}$$

$$= \left[\frac{S_h^2 - \frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{X}_{h[r]} - \bar{X}_h)^2}{S_h^2}\right]^{-1}$$

$$= \left[1 - \frac{\frac{1}{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{X}_{h[r]} - \bar{X}_h)^2}{S_h^2}\right]^{-1}$$

จากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์จะเห็นได้ว่า ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์จะมีค่าเท่ากับหนึ่งก็ต่อเมื่อ ค่าเฉลี่ยของฟังก์ชัน $h(X_{[r]})$ มี ค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของฟังก์ชัน $h(X)$ นอกเหนือจากนี้จะเห็นได้ว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มากกว่าหนึ่งเสมอ และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์จะมีค่ามากกว่าหนึ่งแค่ไหนนั้น ขึ้นอยู่กับ ลักษณะประชากรว่า มีความหลากหลายมากแค่ไหน กล่าวคือ ถ้าประชากรมีลักษณะแตกต่างกันมากเท่าไหร่ ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย และอาจกล่าวได้อีกนัยหนึ่ง คือ ถ้าประชากรมีลักษณะแตกต่างกันมากเท่าไหร่ การนำแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายมาใช้ก็จะมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าลักษณะประชากรด้อยลงและไม่มีความน่าเชื่อถือเนื่องจากการที่ประชากรมีลักษณะแตกต่างกันมากจึงทำให้บางส่วนของประชากรที่สนใจศึกษาไม่ได้ถูกนำมาใช้เป็นตัวอย่างด้วยเหตุนี้ทำให้ตัวประมาณที่ใช้มีความแปรปรวนมากจนทำให้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายไม่เหมาะสมกับลักษณะประชากรที่สนใจศึกษาและการแก้ปัญหา

โดยทั่วไปมักจะแก้ปัญหาด้วยการเพิ่มขนาดตัวอย่างให้ใหญ่ขึ้นซึ่งการเพิ่มขนาดตัวอย่างอาจทำให้ความแปรปรวนลดลงต่ำลงมากในระดับหนึ่งแต่เมื่อถึงระดับหนึ่งแล้วอาจเป็นไปได้ว่า การเพิ่มขนาดตัวอย่างขึ้นอีกอาจไม่มีผลในการลดความแปรปรวน ดังนั้นวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดก็คือเลือกแผนแบบการสุ่มตัวอย่างที่มีความเหมาะสมกับลักษณะประชากรมากที่สุดและในกรณีเช่นนี้จะเห็นได้ว่าการเลือกใช้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับสามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ดังนั้นจากการศึกษาสรุปได้ว่าแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบอันดับมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย