

การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองพลวัตและการออกแบบตัวควบคุมคงทนสำหรับ  
การควบคุมกำลังการผลิตและความถี่

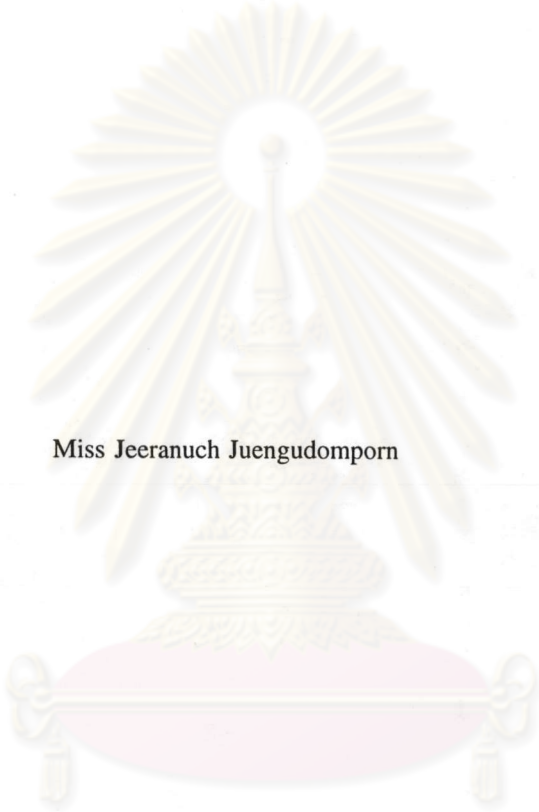
นางสาวจิรนุช จิ่งอุดมพร

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2547  
ISBN 974-17-6381-6  
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I21943242

ANALYSIS OF UNCERTAINTIES IN DYNAMICAL MODELS AND ROBUST CONTROLLER DESIGN  
FOR LOAD FREQUENCY CONTROL



Miss Jeeranuch Juengudomporn

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2004

ISBN 974-17-6381-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองพลวัตและการออกแบบตัวควบคุม คงทนสำหรับการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่
โดย	นางสาวจิรนุช จีงอุดมพร
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรเรเจตพงศ์ชัย

---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยอนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโท

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รองศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรเรเจตพงศ์ชัย)

..... กรรมการ  
(อาจารย์ ดร.แนบบุญ หุนเจริญ)

ศูนย์วิทยุโทรพยากรณ์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จีรนุช จีงอุตมพร: การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองพลวัตและการออกแบบตัวควบคุม  
 คงทนสำหรับการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ (ANALYSIS OF UNCERTAINTIES IN DY-  
 NAMICAL MODELS AND ROBUST CONTROLLER DESIGN FOR LOAD FREQUENCY  
 CONTROL), อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร. เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย, 78 หน้า, ISBN  
 974-17-6381-6

การควบคุมกำลังการผลิตและความถี่มีวัตถุประสงค์เพื่อให้การผลิตไฟฟ้าเพียงพอต่อความต้องการของ  
 ผู้ใช้และควบคุมความถี่ของแรงดันไฟฟ้าให้อยู่ในช่วงมาตรฐาน อย่างไรก็ตามปริมาณความต้องการใช้กำลัง  
 ไฟฟ้ามักจะเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา เป็นสาเหตุให้จุดทำงานของกระบวนการผลิตไฟฟ้าแปรเปลี่ยนใน  
 ช่วงกว้าง ทำให้สมรรถนะการผลิตไฟฟ้าเลวลงหรือบางครั้งอาจทำให้ขาดเสถียรภาพได้ วิทยานิพนธ์นี้  
 เสนอการวิเคราะห์ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงปริมาณความต้องการหรือจุดทำงานต่อแบบจำลองพลวัตและ  
 อธิบายความแตกต่างของพลวัตด้วยความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ค่าจริงที่มีขอบเขตพบว่าแบบจำลองปริภูมิ  
 สถานะมีพารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอนสองตัว ได้แก่ ค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์ และค่าสัมประสิทธิ์ซึ่งโคร  
 ไนซ์ทอร์ค หลังจากนั้นเป็นการนำเสนอการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน  $H_2$  สำหรับระบบการควบคุมกำลัง  
 การผลิตและความถี่เมื่อพารามิเตอร์บางตัวแปรเปลี่ยน แนวทางการออกแบบตัวควบคุมเป็นการประยุกต์  
 ใช้วิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนสำหรับระบบลูเรซึ่งพิจารณาความไม่แน่นอนเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นที่สอดคล้องกับเงื่อนไขเชกเตอร์ ตัวอย่างเชิงเลขแสดงให้เห็นว่าการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นในแบบ  
 จำลองพลวัตเป็นประโยชน์ต่อการออกแบบตัวควบคุมให้ทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงปริมาณความต้องการใช้  
 กำลังไฟฟ้า โดยเฉพาะอย่างยิ่งตัวควบคุมที่ได้สามารถประกันเสถียรภาพและสมรรถนะของระบบการควบ  
 คุมกำลังการผลิตและความถี่ภายใต้การไม่แน่นอนที่มีขอบเขต

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
 สาขาวิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
 ปีการศึกษา ..... 2547 .....

ลายมือชื่อนิสิต ..... จีรนุช จีงอุตมพร .....  
 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ..... เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย .....

##4570257021: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD : LOAD FREQUENCY CONTROL, UNCERTAINTY, DYNAMICAL MODEL, ROBUST CONTROLLER

JEERANUCH JUENGUDOMPORN: ANALYSIS OF UNCERTAINTIES IN DYNAMICAL MODELS AND ROBUST CONTROLLER DESIGN FOR LOAD FREQUENCY CONTROL  
 THESIS ADVISOR: DAVID BANJERDPONGCHAI, Ph.D., 78 pp., ISBN 974-17-6381-6

The load frequency control (LFC) aims to sufficiently generate electricity to meet users' demand and to maintain frequency in a standard range. However, the characteristic of power consumption is changing over time which leads to a large variation of working operation in power generation processes. This variation deteriorates the performance of power generation and sometimes causes instability. This thesis presents impact analysis of changing power consumption or working operation to dynamic models as well as describes the dynamic difference by means of bounded real parametric uncertainties. The study indicates that the state-space models consist of two uncertain parameters, namely, turbine time constant and synchronizing torque coefficient. In addition to the uncertainty analysis, the thesis presents robust  $H_2$  controller synthesis for LFC system subject real parametric uncertainty. The design approach employs the robust synthesis technique previously developed for Lur'e systems which consider each uncertainty as a nonlinear function satisfying sector condition. Numerical examples demonstrate an application of uncertainty analysis to the robust control design subject to changes in electrical power consumption. In particular, the designed controllers can guarantee stability and performance of LFC system under bounded uncertainty.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department .. Electrical Engineering  
 Field of study .. Electrical Engineering  
 Academic year ..... 2004 .....

Student's signature Jeeranuch Juengudomporn  
 Advisor's signature .. David Banjerdpongchai .....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ ด้วยความช่วยเหลือของ รองศาสตราจารย์ ดร. เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ซึ่งให้โอกาสผู้วิจัยเข้ามาเป็นนิสิตในที่ปรึกษา ให้กำลังใจ และให้อภัยในสิ่งที่ได้ทำผิดพลาดไป ให้คำแนะนำในการทำงานและการเรียนด้วยเจตนาดีเสมอมา จึงใคร่ขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และอาจารย์ ดร. แนนบุญ หุ่นเจริญ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำ เพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้พื้นฐานในวิชาทางระบบควบคุม อันเป็นพื้นฐานในการศึกษาและทำวิทยานิพนธ์นี้

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อบรรหาร จึงอุดมพร และคุณแม่วารุณี พงษ์ธาราชิกุลสำหรับความรัก ความห่วงใย กำลังใจ การดูแลเอาใจใส่ที่ดีเสมอมา

ขอขอบคุณความช่วยเหลือและมิตรภาพจาก ฐาปนา นามประดิษฐ์ และ สังวาล บกสุวรรณ ขอขอบคุณความช่วยเหลือเป็นอย่างดีจาก วัทธัญญ คล้ายสงคราม และจิตโกมุท สงศิริ ขอขอบคุณกำลังใจในการเรียน จาก พี่มานะชัย คำแย้ม และพลสิทธิ์ สันธพันธ์พัฒนกุล ขอขอบคุณความเป็นเพื่อนและกำลังใจจาก Addy Wayhudie, กิตติชัย รุจิราพันธ์, อนันต์ พันธุ์พัฒนไพบูลย์ และ อุบลวรรณ ตันตินุชวงศ์ ที่ทำให้การทำงานวิทยานิพนธ์เป็นช่วงเวลาที่ดี ขอขอบคุณกำลังใจและมิตรภาพที่ดีจาก อดุลย์ บำรุงวงศ์, อัศนัย ศรีสุวนันท์ และ กรรณวัฒน์ สมสังข์ ขอขอบคุณ พี่วฤต ศรีศิลป์กุล และ วุฒินันท์ ฐูปหอม สำหรับน้ำใจและความช่วยเหลือตลอดมา ขอขอบคุณ เชตต์ พิฑูรมานิต, กิตติพงศ์ เขียรจันทร์วงศ์, Pupus Adiwalyo, Tu Auh Do และ Lychee Keo สำหรับมิตรภาพในห้องวิจัย และ ขอขอบคุณเพื่อนที่ดีที่สุดในชีวิต ชาญชัย เตชะวัชรภักกุล สำหรับความเข้าใจ กำลังใจและความเชื่อมั่นที่มีให้ตลอดมา

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยสำหรับเงินอุดหนุนงานวิจัยส่วนหนึ่ง ซึ่งทำให้การทำงานวิจัยเป็นไปด้วยดี สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับทรัพยากรต่างๆ ในการศึกษา ค้นคว้าและวิจัย

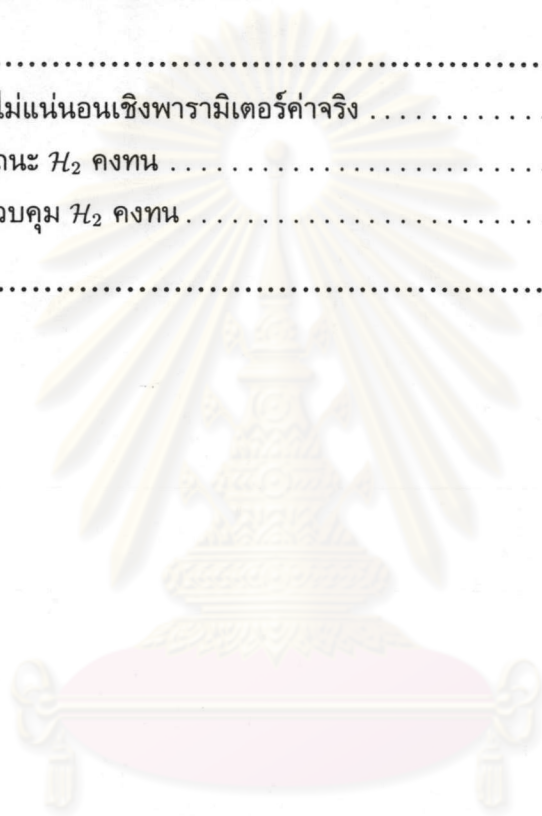
# สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ฉ
สารบัญ .....	ช
สารบัญตาราง .....	ญ
สารบัญภาพ .....	ฎ
คำอธิบายสัญลักษณ์ .....	ฐ
<b>1 บทนำ .....</b>	<b>1</b>
1.1 ความเป็นมา .....	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา .....	5
1.2.1 การควบคุมการผลิตและความถี่ .....	5
1.2.2 ระบบลูเร .....	5
1.3 วัตถุประสงค์ .....	6
1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ .....	6
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน .....	6
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	7
1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์ .....	7
<b>2 คณิตศาสตร์พื้นฐาน .....</b>	<b>8</b>
2.1 พีชคณิตเชิงเส้น .....	8
2.1.1 พีชคณิตพื้นฐาน .....	8
2.1.2 การแยกย่อยค่าเอกฐาน .....	9
2.2 อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น .....	11
2.3 อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นคู่ .....	12
2.4 นอร์ม $H_2$ .....	13
2.5 บทตั้งสำหรับอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น .....	14
2.6 บทสรุป .....	15
<b>3 แบบจำลองการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ .....</b>	<b>16</b>
3.1 บทนำ .....	16

3.2	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ .....	16
3.3	การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ในการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ .....	19
3.4	ผลการวิเคราะห์ความไม่แน่นอน .....	21
3.4.1	กรณีแปรค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์ .....	21
3.4.2	กรณีแปรค่าสัมประสิทธิ์เชิงโครไนซ์ทอร์ก .....	22
3.4.3	กรณีแปรค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์ในพื้นที่ และค่าสัมประสิทธิ์เชิงโครไนซ์ทอร์ก .....	25
3.5	สรุป .....	25
4	การวิเคราะห์สมรรถนะ $H_2$ คงทน .....	26
4.1	บทนำ .....	26
4.2	กำหนดปัญหา .....	26
4.3	การแปลงวงรอบ .....	27
4.4	ฟังก์ชันเลียปูนอฟ .....	28
4.5	เงื่อนไขสมรรถนะ $H_2$ คงทน .....	29
4.6	วิเคราะห์ผล .....	30
4.7	สรุป .....	31
5	การสังเคราะห์ตัวควบคุม $H_2$ คงทน .....	32
5.1	บทนำ .....	32
5.2	กำหนดปัญหา .....	32
5.3	ขั้นตอนการออกแบบ .....	35
5.3.1	การหาค่าเหมาะที่สุดของตัวคูณโปปอฟ .....	35
5.3.2	การหาค่าเหมาะที่สุดของตัวควบคุม .....	36
5.3.3	วิธีฮอมอโทปีและขั้นตอนการออกแบบ .....	38
5.4	วิเคราะห์ผล .....	41
5.5	สรุป .....	41
6	การสังเคราะห์ตัวควบคุมสำหรับการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ .....	42
6.1	บทนำ .....	42
6.2	ผลการออกแบบตัวควบคุม .....	42
6.2.1	กรณีแปรค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์ .....	42
6.2.2	กรณีแปรค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์และค่าสัมประสิทธิ์เชิงโครไนซ์ทอร์ก .....	46
6.3	ผลตอบสนองทางเวลาเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความต้องการกำลังไฟฟ้า .....	48
6.3.1	กรณีแปรค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์ .....	49
6.3.2	กรณีแปรค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์และค่าสัมประสิทธิ์เชิงโครไนซ์ทอร์ก .....	53
6.4	สรุป .....	57



7	บทสรุปและข้อเสนอแนะ .....	58
7.1	บทสรุป .....	58
7.2	ข้อเสนอแนะ .....	59
	รายการอ้างอิง .....	60
	ภาคผนวก .....	62
ก	แบบจำลองระบบควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ .....	63
ข	ชุดคำสั่งในการคำนวณ .....	65
ข.1	การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ค่าจริง .....	65
ข.2	การวิเคราะห์สมรรถนะ $H_2$ คงทน .....	68
ข.3	การสังเคราะห์ตัวควบคุม $H_2$ คงทน .....	70
	ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ .....	78



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญตาราง

3.1	ค่าพารามิเตอร์ในการควบคุมกำลังผลิตและความถี่ 2 พื้นที่ .....	21
6.1	ผลการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีการแปรค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์ .....	43
6.2	ผลการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีการแปรค่าคงตัวทางเวลาของเทอร์ไบน์และค่าชิงโครไนซ์ทอร์ก .....	47



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญญภาพ

1.1	แผนภาพเส้นแสดงการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ 2 พื้นที่	1
1.2	ระบบลูเร	3
1.3	ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น	4
2.1	โครงสร้างระบบสำหรับนิยามนอร์มของเมทริกซ์	9
3.1	ระบบควบคุมความเร็วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า	16
3.2	แผนภาพเส้นแสดงการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ 2 พื้นที่	17
3.3	แผนภาพบล็อกการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ 2 พื้นที่	18
3.4	เส้นโค้งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังไฟฟ้าและผลต่างมุมของโรเตอร์	23
4.1	แผนภาพบล็อกสำหรับปัญหาวิเคราะห์สมรรถนะ $H_2$ คงทน	26
4.2	พื้นที่ในส่วนแรงที่สมมูลกับอินทิกรัล	29
5.1	แผนภาพบล็อกสำหรับปัญหาสังเคราะห์ $H_2$ คงทน	33
6.1	ค่าสมรรถนะ $H_2$ กรณีเลวสุดสำหรับทุกการวนรอบสำหรับระบบที่มี $T_{T1}$ เปลี่ยนแปลง	44
6.2	เปรียบเทียบค่านอร์ม $H_2$ ของตัวควบคุม LQG และ ตัวควบคุม PCS 100% สำหรับการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่เมื่อระบบมีค่า $T_{T1}$ เปลี่ยนแปลง	45
6.3	ค่าสมรรถนะ $H_2$ กรณีเลวสุดสำหรับทุกการวนรอบของระบบที่มี $T_{T1}$ และ $T_{12}$ เปลี่ยนแปลง	47
6.4	เปรียบเทียบค่านอร์ม $H_2$ ของตัวควบคุม LQG และ ตัวควบคุม PCS 100% สำหรับการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่เมื่อระบบมีค่า $T_{T1}$ และ $T_{12}$ เปลี่ยนแปลง	48
6.5	ผลตอบสนองทางเวลาเมื่อ $1/T_{T1} = 3.125$ เป็นค่าที่สภาวะระบุ (เส้นทึบเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม LQG และ เส้นประเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม PCS 100%)	50
6.6	ผลตอบสนองทางเวลาเมื่อ $1/T_{T1} = 1.250$ เป็นค่าที่ขอบล่าง (เส้นทึบเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม LQG และ เส้นประเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม PCS 100%)	51
6.7	ผลตอบสนองทางเวลาเมื่อ $1/T_{T1} = 5$ เป็นค่าที่ขอบบน (เส้นทึบเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม LQG และ เส้นประเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม PCS 100%)	52
6.8	ผลตอบสนองทางเวลาของระบบเมื่อ $1/T_{T1} = 3.125$ และ $T_{12} = 3.223$ เป็นค่าที่สภาวะระบุ (เส้นทึบเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม LQG และ เส้นประเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม PCS 100%)	54

- 6.9 ผลตอบสนองทางเวลาของระบบเมื่อ  $1/T_{T1} = 1.250$  และ  $T_{12} = 1.223$  เป็นค่าที่ขอบล่าง (เส้นทึบเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม LQG และ เส้นประเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม PCS 100%) ..... 55
- 6.10 ผลตอบสนองทางเวลาของระบบเมื่อ  $1/T_{T1} = 5$  และ  $T_{12} = 5.224$  เป็นค่าที่ขอบบน (เมื่อ เส้นทึบเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม LQG และ เส้นประเป็นผลตอบที่ได้จากตัวควบคุม PCS 100%) ..... 56
- ก.1 แผนภาพบล็อกการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ 1 พื้นที่ ..... 63
- ก.2 แผนภาพบล็อกการควบคุมกำลังการผลิตและความถี่ 2 พื้นที่เมื่อมีการควบคุมเบื้องต้น ... 64



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## คำอธิบายสัญลักษณ์

$\mathbf{R}$	เซตของจำนวนจริง
$\mathbf{R}^m$	เซตของเวกเตอร์ค่าจริงมิติ $m$
$\mathbf{R}^{m \times n}$	เซตของปริภูมิเวกเตอร์ค่าจริงมิติ $m \times n$
$I_m$	เมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ $m \times m$ ซึ่งจะละสัญลักษณ์ $m$ ไว้ ในกรณีดังกล่าว สามารถทราบมิติของเมทริกซ์เอกลักษณ์ได้จากเมทริกซ์ที่มีขนาดสัมพันธ์กัน
$X^T$	เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ $X \in \mathbf{R}^{m \times n}$
$X^{-1}$	ตัวผกผันของ $X \in \mathbf{R}^{m \times n}$ นั่นคือ $XX^{-1} = I$
$\text{diag}(X_1, \dots, X_N)$	เมทริกซ์ทแยงมุมแบบบล็อกที่มีเมทริกซ์ในแนวทแยงเป็น $X_1, \dots, X_N$ นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & X_N \end{bmatrix}$$

$\text{Tr} X$	รอยเมทริกซ์ (ผลรวมในแนวทแยงมุม) ของเมทริกซ์ $X \in \mathbf{R}^{m \times n}$
$X_{\perp}$	ส่วนเติมเต็มเชิงตั้งฉากของ $X$ นั่นคือ $X^T X_{\perp} = 0$ และ $[X \ X_{\perp}]$ มีค่าลำดับชั้นเต็ม
$X > 0$ ( $X \geq 0$ )	เมทริกซ์สมมาตร $X$ เป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (กึ่งบวกแน่นอน) นั่นคือ $X = X^T$ และ $z^T X z > 0$ ( $z^T X z \geq 0$ ) สำหรับทุกค่า $z \in \mathbf{R}^n$ ที่ไม่เท่ากับศูนย์
$X > Y$ ( $X \geq Y$ )	เมทริกซ์สมมาตร $X$ และ $Y$ ที่สอดคล้องกับ $X - Y > 0$ ( $X - Y \geq 0$ )
$\mathbf{E}(x)$	ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม $x$
$\ \cdot\ _2$	นอร์ม $\mathcal{L}_2$ ของสัญญาณ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย