หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 บททั่วไปและความเป็นมาของปัญหา

โครงสร้างเปลือกบางได้แก่ โครงสร้างที่มีมิติของความหนาน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาว และความกว้าง สามารถรับแรงกระทำได้โดยรูปร่างและลักษณะของโครงสร้างเป็นหลัก ซึ่งแตกต่างออกไปจากโครงสร้างอื่น ๆ ที่ต้องใช้ขนาดเป็นหลัก ในการออกแบบโครงสร้างเปลือกบางจึงมักจะออกแบบให้มีความหนาน้อยที่สุด แต่สามารถพาดช่วงได้ยาวกว่าเมื่อเทียบกับโครงสร้างพื้นธรรมดาที่มีความหนาเท่า ๆ กัน เนื่องจากอาศัยค่าสติฟเนสในแนวระนาบเป็นตัวลดค่าโมเมนต์ดัด

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างเปลือกบางเมื่อรับแรงภายนอกสามารถกระทำได้หลายวิธี โดยมีสมการพื้นฐานตามทฤษฎีกลศาสตร์บรรยายพฤติกรรมของโครงสร้างอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งจัดอยู่ในรูปของคณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากซับซ้อน การวิเคราะห์หาคำตอบแน่นอนของสมการชุดเหล่านี้ก็ทำได้ค่อนข้างยากถึงแม้จะวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็ตาม

วิธีไฟไนท์เอเลเมนต์เป็นวิธีหนึ่งในหลาย ๆ วิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างโดยประมาณ โดยมีหลักการเบื้องต้นคือโครงสร้างจริงจะถูกจำลองด้วยชิ้นส่วนย่อยเล็ก ๆ ทำการหาสติฟเนสของแต่ละชิ้นส่วนย่อย แล้วทำการรวมกันเข้าเป็นสติฟเนสโดยรวมของทั้งโครงสร้างที่เรียกว่าวิธี Direct Stiffness วิธีนี้สามารถวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยที่ความถูกต้องและความละเอียดของคำตอบจะขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของชิ้นส่วนย่อย และจำนวนชิ้นส่วนย่อยที่ใช้ในการจำลองโครงสร้าง

ในปัจจุบันการใช้ชิ้นส่วนย่อยเปลือกบาง ในโปรแกรมไฟไนต์เอเลเมนต์สำหรับไมโครคอมพิวเตอร์นับได้ว่ามีน้อยมาก เมื่อเทียบกับโปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้างอื่น ๆ เนื่องจากชิ้นส่วนย่อยชนิดนี้จะมีค่าระดับขั้นความเสรี (Degree of Freedom) มากกว่าชิ้นส่วนย่อยชนิดอื่น จำเป็นต้องให้หน่วยความจำค่อนข้างมาก อีกทั้งโปรแกรมของชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางที่ผ่านมามักจะเป็นชิ้นส่วนย่อยชนิด 3 ขั้วและ 4 ขั้ว สำหรับชิ้นส่วนย่อยชนิด 4 ขั้ว จะสามารถ

ใช้ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ได้ดีเมื่อรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยเองมีลักษณะใกล้เคียงกับสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรืออีกนัยหนึ่งไม่มีมุมใดมุมหนึ่งซึ่งเป็นมุมแหลมที่มีค่าน้อยกว่ามุมฉากมาก ๆ รวมทั้งขอบเขตของชิ้นส่วนย่อยก็ควรจะมีรูปร่างเกือบเป็นเส้นตรงด้วย ฉะนั้นเมื่อโครงสร้างหรือชิ้นส่วนย่อยมีรูปร่างผิดไปจากที่กล่าวนี้ ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ก็อาจจะคลาดเคลื่อน หรือผิดพลาดไปได้

ในงานวิจัยนี้ได้มีการพัฒนาชิ้นส่วนย่อยของโครงสร้างเปลือกบางที่มี 2 ขั้ว ซึ่งสามารถใช้ในการวิเคราะห์และให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าชนิด 4 ขั้ว เมื่อชิ้นส่วนย่อยมีลักษณะผิดไปจากสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือมีขอบเป็นเส้นโค้ง โดยจะพัฒนาให้ใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์ซึ่งมีหน่วยความจำหลักไม่มากนักให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาโครงสร้างขนาดใหญ่ ๆ ได้

1.2 <u>ทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</u>

ในการวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางโดยวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์นั้น ได้มีผู้เสนอชิ้นส่วนย่อยที่แตกต่างกันหลายรูปแบบ ทั้งแบบที่เป็นแผ่นราบ (Flat Element) และที่เป็นแผ่นโค้ง (Curved Element) ชิ้นส่วนย่อยทุก ๆ อันมีค่าฟังก์ชันแห่งการประมาณที่ใช้ขึ้นอยู่กับจำนวนขั้วในแต่ละชิ้นส่วนและจำนวนระดับขั้นความเสรีที่แต่ละขั้ว ชิ้นส่วนย่อยของโครงสร้างเปลือกบางส่วนใหญ่จะใช้ระบบขั้วอยู่ที่มุมของชิ้นส่วน และแต่ละขั้วมีระดับขั้นความเสรี 5 ค่า สำหรับชิ้นส่วนที่แต่ละขั้วถูกกำหนดให้ระดับขั้นความเสรีเป็น 6 ค่า คือการเคลื่อนที่ตามแกนที่ตั้งฉากกัน 3 ค่า และการหมุนรอบแกนที่ตั้งฉากกัน 3 ค่า (รูปที่ 2.1) ซึ่งการรวมสติฟเนส (Stiffness) ของชิ้นส่วนย่อยที่มีระดับขั้นความเสรี 6 ค่าเข้าด้วยกันจะเกิดความยุ่งยากขึ้นในกรณีที่ชิ้นส่วนย่อยเหล่านี้ต่อเชื่อมกันที่ขั้วหนึ่ง ๆ ต่างก็อยู่ในระนาบเดียวกัน ทั้งนี้เพราะการกำหนดสติฟเนสที่สอดคล้องกับแกนที่ตั้งฉากกับผิวกลาง (Mid Surface) ในระดับเฉพาะที่เป็นศูนย์ ค่าสติฟเนสในวงกว้างที่สอดคล้องกับการหมุนดังกล่าวได้มาจากผลของการหมุนของชิ้นส่วนย่อยข้างเคียงซึ่งไม่ได้อยู่ในระนาบเดียวกันก็จะทำให้มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ด้วย

ปี 2512 Olson และ Lindberg (1) ได้พัฒนาชิ้นส่วนย่อยรับแรงดัดในระนาบชนิดสามเหลี่ยมซึ่งมีลักษณะเหมือนส่วนของวงกลม (Circular Sector) ในการวิเคราะห์โครงสร้างที่มีผิวโค้งเป็นรูปวงกลม

ปี 2513 Smith และ Duncan (2) ได้พัฒนาชิ้นส่วนย่อยรับแรงดัดในระนาบ

(Plate Bending Element) โดยได้เพิ่มข้อจำกัด (Constraint) ให้มีความต่อเนื่องของการหมุนรอบแกน Z ในระหว่างรอยต่อของชิ้นส่วนย่อยเพื่อใช้ในการวิเคราะห์แผ่นพื้นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน จากการวิจัยพบว่าการเพิ่มข้อจำกัดดังกล่าวยังให้ประสิทธิภาพที่ไม่ดีพอ การเพิ่มขั้วที่กึ่งกลางแต่ละด้านน่าจะให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า

Edoardo (3) ได้พัฒนาชิ้นส่วนย่อยรับแรงดัดในระนาบชนิด 3 เหลี่ยมด้วยการใช้ตัวคูณลากรานจ์ (Lagrange Multipliers) ในการสร้างข้อจำกัดให้มีความต่อเนื่องของความลาด (Slope) ในระหว่างรอยต่อของชิ้นส่วนย่อย โดยใช้ในการวิเคราะห์แผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้า พบว่าให้ผลลัพธ์ได้เป็นที่น่าพอใจ

ในปีเดียวกัน Irons และ Zienkiewicz (4) ได้พัฒนาชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางไอโซพาราเมตริกชนิดที่เป็นแผ่นโค้ง โดยได้คิดผลของแรงเฉือนตามขวาง ทำให้สามารถใช้วิเคราะห์โครงสร้างที่มีความหนามากขึ้นได้

ปี 2514 Zienkiewicz และ Taylor (5) พบว่าชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางชนิดแผ่นโค้งที่ได้พัฒนาขึ้นนั้นจะใช้ได้ดีเมื่อแผ่นพื้นมีสัดส่วนของความหนาต่อความยาวค่อนข้างมาก เพราะเมื่อแผ่นพื้นมีลักษณะที่บางมากขึ้นจะมีสติฟเนสมากกว่าความเป็นจริงมาก จึงได้ใช้วิธีลดจำนวน Gauss Point ในการอินทิเกรตหาค่าสติฟเนสในส่วนของแรงเฉือนตามขวาง วิธีนี้สามารถเพิ่มประสิทธิภาพของชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางขึ้นเป็นอย่างมาก และได้มีผู้นำวิธีดังกล่าวไปใช้กับชิ้นส่วนย่อยอื่นๆในวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์อย่างแพร่หลาย

ปี 2515 Pawsey (6) ได้ทำการวิจัยวิธีการลดจำนวน Gauss Point ในการอินทิเกรตเพิ่มเติมและพบว่าเมื่อใช้วิธีดังกล่าวในการหาค่าสติฟเนสในส่วนของพฤติกรรมในระนาบด้วย ทำให้ชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางมีประสิทธิภาพที่ดีและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยใช้จำนวน Gauss Point เท่ากับ 2 x 2 จุดแทนการใช้ 3 x 3 จุดในทุกส่วนของค่าสติฟเนส

ในปีเดียวกัน Cowper และ Linberg (7) ได้ทำการวิจัยชิ้นส่วนย่อยรับแรงดัดในระนาบชนิดส่วนของวงกลมเพิ่มเติม โดยได้พัฒนาให้สามารถใช้ในการจำลองโครงสร้างผิวโค้งอื่นๆนอกเหนือจากวงกลมได้

ปี 2516 Cook (8) ได้ปรับปรุงชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางของ Zienkiewicz เพิ่มเติมด้วยการเพิ่มค่าระดับขั้นความเสรีภายในและขจัดออกไปขณะเมื่อทำการรวมค่าสติฟเนสในวงกว้าง โดยใช้ชิ้นส่วนย่อยดังกล่าวในการวิเคราะห์โครงสร้างชนิด Sandwich Panel

ปี 2520 Hughes, Taylor และ Kanoknukulchai (9) ได้ทำการพัฒนาชิ้นส่วนย่อยรับแรงดัดในระนาบชนิด 4 ขั้ว (Bilinear Degenerated Plate Bending Element) โดยใช้ฟังก์ชันเชิงเส้นคู่ในการสมมุติการเคลื่อนที่ และมีความต่อเนื่องเฉพาะการเคลื่อนที่ในระหว่างรอยต่อของชิ้นส่วนย่อย (Co-continuity) สามารถใช้วิเคราะห์ได้ดีกับชิ้นส่วนย่อยที่มีความหนาไม่มากนัก

ปี 2521 Hinton และ Zienkiewicz (10) ได้นำวิธีการลดจำนวน Gauss Point มาใช้กับชิ้นส่วนย่อยสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า (Quadrilateral Plate Bending) ให้สามารถใช้วิเคราะห์ทั้งแผ่นเพื่อที่หนาและบางได้

ในปีเดียวกัน ดร.วรศักดิ์ (11) ได้พัฒนาชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางชนิดไอโซพาราเมตริก 4 ขั้ว และได้ใช้หลักการของ Penalty Function และหลักการของพลังงานความเครียด (Strain Energy) ในการสร้างความสัมพันธ์ของการหมุนรอบแกน Z ในระดับเฉพาะที่กับการเคลื่อนที่ของผิวกลาง และสร้างสติฟเนสที่สอดคล้องกับการหมุนรอบแกนดังกล่าว ทำให้ชิ้นส่วนย่อยนี้สามารถวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางต่างๆ และให้ผลลัพธ์ที่ดีได้เมื่อรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยไม่ผิดไปจากสี่เหลี่ยมผืนผ้ามากนัก

ปี 2522 Olson และ Blarden (12) ได้พัฒนาประสิทธิภาพของชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางชนิดสามเหลี่ยม ซึ่งได้จากการรวมกันของชิ้นส่วนย่อยที่มีพฤติกรรมในและนอกระนาบ ชิ้นส่วนย่อยที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถลู่เข้าสู่ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง (Converge) เมื่อเพิ่มจำนวนชิ้นส่วนย่อยให้ละเอียดขึ้น แต่ก็ยังมีความคลาดเคลื่อนบ้างในบางกรณี เช่นเมื่อโครงสร้างจริงมีผิวโค้ง เป็นต้น

ปี 2523 ปรีดา (13) ได้ใช้วิธีการเพิ่มชุดสัมประสิทธิ์สติฟเนสของการหมุนเทียม (Fictitious Rotational Stiffness) ซึ่งเสนอโดย Zienkiewicz (14) มาแก้ปัญหาของค่าสติฟเนสที่สอดคล้องกับการหมุนรอบแกน Z โดยใช้กับชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางชนิด 4 ขั้วที่ได้จากการนำชิ้นส่วนย่อยซึ่งมีพฤติกรรมในระนาบ QM5 มารวมกับชิ้นส่วนย่อยสี่เหลี่ยมผืนผ้า ACM ซึ่งมีพฤติกรรมนอกระนาบ และ ดร.ทักษิน (15) ได้ใช้ชิ้นส่วนย่อยดังกล่าวนี้ในการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างสะพานรูปกล่อง-ตง (Boxed-Girder Bridge) ซึ่งให้ผลเป็นที่น่าพอใจ

ปี 2524 Shama (16) ได้ใช้ชิ้นส่วนย่อย BDS (11) ในการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างแผ่นพื้นเปลือกบางรูปไฮเปอร์โบลิกพาราโบลอยด์เมื่อมีลักษณะของสภาพขอบและที่รองรับต่างๆกัน พบว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องเป็นที่น่าพอใจเนื่องจากชิ้นส่วนย่อย BDS มีฟังก์ชัน

การเคลื่อนที่ในลักษณะของไฮเปอร์โบลิกพาราโบลอยด์อยู่แล้ว

ปี 2526 Shanmugarajah (17) ได้พัฒนาชิ้นส่วนย่อยรับแรงดัดในระนาบชนิด 3 เหลี่ยมซึ่งมี 6 ขั้วและ 21 ระดับขั้นความเสรี โดยได้ใช้ฟังก์ชันการเคลื่อนที่กำลังสองในทิศทางของความเครียดจากแรงเฉือนตามขวาง พบว่าชิ้นส่วนย่อยดังกล่าวจะให้ผลลัพธ์ได้ดีในกรณีของแผ่นเพลทบางเท่านั้น

ปี 2529 Kwong (18) ได้นำโปรแกรมการวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางด้วยชิ้นส่วนย่อย BDS ในโปรแกรม FEAP (19) ที่ใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์เมนเฟรมมาดัดแปลงให้สามารถใช้วิเคราะห์ด้วยไมโครคอมพิวเตอร์ 16 บิทได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งผู้เขียนเองก็ได้นำมาใช้ในงานวิจัยนี้เช่นกัน

1.3 วัตถุประสงค์และขอบเขตการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัยนี้ แบ่งได้เป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. พัฒนาชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางชนิด 8 ขั้ว
2. พัฒนาโปรแกรมการวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางโดยวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์เพื่อศึกษาพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง
3. ศึกษาประสิทธิภาพของชิ้นส่วนย่อยเปลือกบางที่ได้พัฒนาขึ้นนี้ในการวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางในกรณีต่าง ๆ โดยใช้ไมโครคอมพิวเตอร์
4. เปรียบเทียบผลลัพธ์กับโปรแกรมไฟไนต์เอเลเมนต์อื่น ๆ และจากทฤษฎี

สำหรับโครงสร้างเปลือกบางในงานวิจัยนี้ จะเป็นชนิดชิ้นส่วนย่อยไอโซพาราเมตริกกำลังสอง 8 ขั้ว แต่ละขั้วจะประกอบด้วยระดับขั้นความเสรีซึ่งได้จากการรวมกันของชิ้นส่วนย่อยรับแรงในระนาบ และชิ้นส่วนย่อยรับแรงดัด คือ การเคลื่อนที่ตามแกนที่ตั้งฉากกัน 3 ค่า การหมุนรอบแกนดังกล่าวอีก 3 ค่า รวมเป็น 6 ระดับขั้นความเสรี (รูปที่ 2.1) และจะทำการเพิ่มค่าสติฟเนสที่สอดคล้องกับการหมุนรอบแกนที่ตั้งฉากกับผิวกลางโดยวิธีเดียวกันกับที่ใช้ในเอกสารอ้างอิงที่ (4) ทั้งนี้เพราะสามารถทำได้ง่าย รวดเร็ว และให้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจ (สำหรับกรณีชิ้นส่วนย่อยชนิด 4 ขั้ว) สำหรับฟังก์ชันแห่งการประมาณค่าในช่วง (Interpolation Function) จะใช้ฟังก์ชันที่มีระดับสูงขึ้นแทนการใช้ฟังก์ชันเส้นตรงที่ใช้กับชิ้นส่วนย่อยที่มี 4 ขั้ว

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในขอบเขตของงานวิจัยนี้จะพิจารณาเฉพาะปัญหาด้านสถิตยศาสตร์โดยเนื้อวัสดุมีพฤติกรรมเชิงเส้น ไอโซทรอปิค และอีลาสติก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย