บทที่ 3

รูปแบบและการ estimate parameter ในสมการการผลิต

รูปแบบและคุณสมบัติของสมการการผลิตแบบ CES

รูปแบบสมการการผลิตแบบ CES นี้เกิดขึ้นจากการสังเกตุว่า "ผลผลิตต่อหัวจะเป็นฟังก์ชั่นของอัตราค่าจ้าง" นั่นคือ

(3.1) $Q/L = aW^{\lambda}$ โดยที่ a และ λ เป็นค่าคงที่

เปรียบเทียบกับ $Q/L = {}^{1}/\alpha W$ ในกรณีสมการการผลิตแบบ Cobb-Douglag ถ้า $\lambda = 1$ สมการทั้งสองจะไม่แตกต่างกัน แต่ถ้า $\lambda > 1$ ผลผลิตต่อหัว (Q/L)ก็จะเป็น increasing function ของอัตราค่าจ้าง)

Arrow, Chenery, Minhas และ Solow [1] ได้ศึกษาสมการดังกล่าวโดยอาศัยข้อมูลแบบ cross-section ของอุตสาหกรรม 24 ชนิด จากประเทศต่าง ๆ เพื่อสรุปผลเกี่ยวกับค่าในสมการข้างต้น ผลของการศึกษาโดยใช้ระดับความเชื่อมั่น 99% ปรากฏว่าค่า แตกต่างไปจาก 1 อย่างมีนัยยะสำคัญ

1.K.L Arrow, H.B. Chenery, B.S. Minhas and R.N. Solow, "Capital and Labor Substitution and Economic Efficiency", Review of Economic and Statistics, August (1961) อ้างแล้วใน David F Heath field, p.48 และอ้างใน "Manufacturing Production Functions in the United states, 1957" p. 30

จากสมการ (3.1) เมื่อเปลี่ยนเป็น logarithmic form จะได้

(3.2) $\log (Q/L) = \log a + \lambda \log w$

โดยมีข้อสมมติว่า

(1) มีการแข่งขันอย่างสมบูรณ์ทั้งในตลาดสินค้าและตลาดปัจจัยการผลิต

(2) ในกรณีทำการ estimate สมการ ข้อมูลที่ใช้ได้แสดงถึงสถานการณ์ของดุลยภาพ

(3) การผลิตเป็นลักษณะ constant return to scale

(4) ราคาของผลผลิตและราคาของปัจจัยการผลิตไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปในลักษณะมีความสัมพันธ์อย่างเป็นระบบกับอัตราค่าจ้าง

ดังนั้นแล้ว เราก็จะได้สมการการผลิตแบบ CES[2] คือ

(3.3) $$Q = \gamma(\delta k^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho})^{1/\rho}$$

โดยที่ $\gamma > 0 ; 0 < \delta < 1 ; \rho > -1$

Q = มูลค่าเพิ่มของผลผลิต

γ = สัมประสิทธิ์ที่แสดงประสิทธิภาพเทคนิคที่ใช้อยู่(efficiency parameter)

δ = สัมประสิทธิ์ที่แสดงการกระจาย(distributuon parameter)

คือเป็นตัวที่มีบทบาทในการกำหนดการกระจายผลผลิตระหว่างปัจจัยแรงงานและทุน

ρ = สัมประสิทธิ์ของการทดแทนของแต่ละปัจจัยการผลิต(substitution parameter)

คือเป็นตัวที่แสดงความยืดหยุ่นของปัจจัยการผลิตแต่ละชนิด

---

2. ดูรายละเอียดใน David F Heathfield อ้างแล้ว, หน้า 48-51 และใน "Manufacturing Production Functions in the United states, 1957" หน้า 30-31

เนื่องจากข้อสมมติว่าการผลิตเป็นแบบ constant returm to scale สมการจึงเป็นดังข้างบน ในกรณีที่เราจะเชื่อว่าการผลิตจะไม่เป็น constant return to scale รูปสมการการผลิตจะเป็นดังนี้

(3.4) $Q = \gamma (\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho})^{-\nu/\rho}$

โดยที่ ν = ตัวเลขแสดงถึง degree of homegeneity หรือ return to scale นั่นเอง

ถ้า $\nu = 1$ แสดงว่าเป็น constant return to scale
ถ้า $\nu > 1$ แสดงว่าเป็น increasing return to scale
ถ้า $\nu < 1$ แสดงว่าเป็น decreasing return to scale

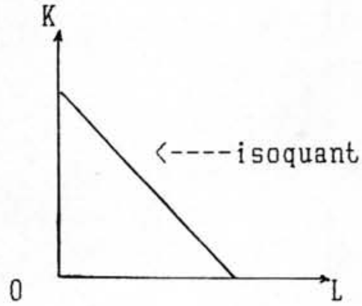
Elasticity of substitution ในสมการการผลิตแบบ CES จะเป็นค่าคงที่เช่นเดียวกับสมการการผลิตแบบ Cobb-Douglas โดยมีค่าความยืดหยุ่น
$\sigma = 1/1+\rho$ ซึ่งจะมีค่าเท่าใดก็ขึ้นอยู่กับ substitution parameter (ρ)

ในกรณี $\rho \to \infty$ $(\therefore \sigma \to 0)$ ซึ่งสมการการผลิตก็จะเป็นแบบFixed Coefficient
ในกรณี $\rho \to 0$ $(\therefore \sigma \to 1)$ รูปสมการก็จะเป็นแบบ Cobb-Douglas $(Q = AK^{\alpha}L^{\beta})$
และหาก $\nu = 1$ ด้วย รูปสมการก็จะเป็นดังสมการ $Q = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$
Marginal rate of substitution ในสมการการผลิตแบบ CES เป็นดังนี้

$$MRS_{K\ FOR\ L} = -dK\backslash dL = \partial Q\backslash\partial L \big/ \partial Q\backslash\partial K = 1-\delta/\delta\ .(K/L)^{1+\rho}$$

รูปแบบ isoquant (หรือค่าของ MRS)ขึ้นอยู่กับค่าของsubstitution parameter(ρ) และสัดส่วนของ K/L กล่าวคือ

ถ้า ρ = -1 ดังนั้นค่า MRS = $1-\delta/\delta$ isoquant จะเป็นเส้นตรงลาดจากซ้ายไปขวา โดยมีค่าความชันของเส้นเป็น $(1-\delta/\delta)$ ดังในรูปที่ 1



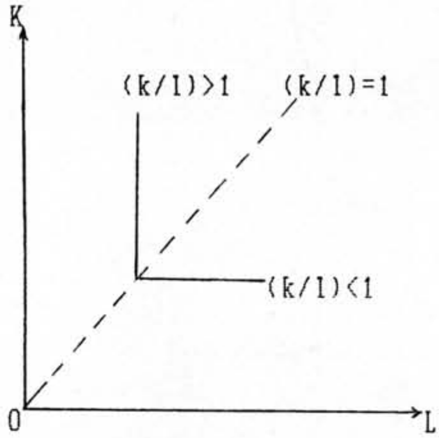
<u>รูปที่ 1</u> เส้น isoquant ของสมการการผลิตแบบ CES โดยที่ ρ = -1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าอัตราการทดแทนของปัจจัย K กับ L เป็น $-(1-\delta/\delta)$ เสมอ

- ถ้า ρ = 0 ดังนั้นค่า MRS = $(1-\delta/\delta)(K/L)$ ซึ่งก็จะเหมือนกับกรณี Cobb-Douglas นั่นเอง โดยมี isoquant เป็นเส้นโค้งลาดจากซ้ายไปขวาและโค้งเข้าหาจุด origin
- ถ้า ρ มีค่าสูงมาก ($\rho \rightarrow +\infty$) ลักษณะของ isoquant ก็จะขึ้นอยู่กับค่า K/L (capital-labour ratio) ดังได้แสดงไว้ในรูปที่ 2

-หาก K/L < 1, MRS $\rightarrow$ 0

-หาก K/L > 1, MRS $\rightarrow +\infty$

-หาก K/L = 1, MRS $\rightarrow [1-\delta/\delta]$



<u>รูปที่ 2</u> ลักษณะ isoquant ของสมการการผลิตแบบ CES ในกรณีที่ $\rho \rightarrow +\infty$ จะเห็นว่าปัจจัยการผลิตจะไม่สามารถทดแทนกัน ตรงกันข้าม ปัจจัย K กับ L ต้องใช้ประกอบกัน ดังนั้น การผลิตจะเกิดขึ้นที่มุม isoquant นั่นคือ ผลิตที่ K/L = 1

<u>ความก้าวหน้าทางเทคนิค</u>

จากสมการการผลิต Q = F(K,L) ซึ่งแสดงถึงเทคโนโลยีในช่วงเวลาหนึ่ง สมการดังกล่าวไม่สามารถแสดงถึงกรณีของการเปลี่ยนแปลงในเทคโนโลยี(ซึ่งอาจเป็นผลมาจากความก้าวหน้าทางเทคนิค เป็นต้น)ในช่วงเวลาต่างๆกัน ดังนั้น หากจะพิจารณาในกรณีมีความก้าวหน้าทางเทคนิค รูปสมการก็จะเป็น Q = F(K,L,t) โดยที่ Q,K,L ต่างก็เป็นฟังก์ชั่นของเวลา (t) และ t จะปรากฎอยู่ในสมการด้วยเพื่อแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงในเทคโนโลยีตามเวลากล่าวคือ หากมีความก้าวหน้าทางเทคนิคเส้นสมการการผลิตจะเลื่อนขึ้น

ความก้าวหน้าทางเทคนิคจะดำเนินไปในอัตราเท่าใด ย่อมขึ้นอยู่กับอัตราการเรียนรู้ (learning rate) และอัตราการเปลี่ยนปัจจัยทุน(หมายถึง อัตราการลงทุนใหม่) ความก้าวหน้าทางเทคนิคอันเนื่องมาจากการลงทุนใหม่นี้เรียกว่า embodied technical progress ซึ่งเกี่ยวข้องกับอายุการใช้งานของปัจจัยทุนต่างๆ(vintages of capital)ในทางตรงกันข้าม disembodied technical progress นั้นเป็นความก้าวหน้าทางเทคนิคซึ่งเกิดจากการเรียนรู้โดยไม่จำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงปัจจัยทุน การเรียนรู้อาจเกิดจากการค้นคว้าวิจัยและการพัฒนา[3] หรือเกิดจากประสบการณ์ที่เพิ่มขึ้น[4] สำหรับ disembodied technical progress นั้น จะพิจารณาถึง neutral-progress กล่าวคือ การเลื่อนขึ้นของเส้นสมการการผลิตจะเป็น

---

3. M. Brown and A.M. Conrad, "The Influence of Research and Education in CES Profuction Relations", See David F Heathfield of. cit., p.41

4. K.J. Arrow, "The Economic Implications of Learning by Doing", <u>Review of Economic Studies, XXIX (1962)</u>,See David F Heathfield op. cit., p.41

ไปในลักษณะที่ไม่มีผลกระทบต่อความสมดุลของปัจจัยทุน และแรงงานที่ใช้ในการผลิตในขณะนั้น (เช่น กรณีของสมการการผลิตแบบ Cobb-Douglas นั้น isoquant จะเลื่อนขึ้นแต่จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงในรูปลักษณะของ isoquant) จากสมการการผลิต Q =F(K,L) นั้น neutrality of disembodied technical progress จะเป็นไปได้ 3 แบบคือ แบบ Harrod-neutral Solow-neutral และ Hicks-neutral

Harrod-Neutral Technical Progress

ในกรณีของ Harrod-neutral นี้เกิดขึ้นจากการเพิ่มขึ้นในประสิทธิภาพของแรงงานโดยสมมติให้ประสิทธิภาพของแรงงานที่เพิ่มขึ้นนั้นเพิ่มในอัตราสัดส่วนคงที่กับแรงงาน ($\tilde{L}$ = aL หรือ $\tilde{L} = e^{mt}L$) ความก้าวหน้าทางเทคนิคแบบนี้ บางครั้งถูกเรียกว่าแบบ labour-augmenting (เนื่องจากว่าความก้าวหน้าทางเทคนิคแบบนี้เหมือนๆกับการเพิ่มในกำลังแรงงาน) ในสมการการผลิตแบบ CES ก็จะเป็นดังนี้ (ในกรณี constant return)

(3.5) $Q = \gamma[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)\tilde{L}^{-\rho}]^{-1/\rho}$ โดยที่ $\tilde{L} = e^{mt}L$

(3.6) $Q^{-\rho} = \gamma^{-\rho}[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)(Le^{mt})^{-\rho}]$

Solow-Neutral Technical Progress

ความก้าวหน้าทางเทคนิคแบบนี้ต่างกับแบบ Harrod-neutral ในแง่ที่ว่าเป็นความก้าวหน้าทางเทคนิคแบบ capital-augmenting ดังนั้น $\tilde{K} = e^{mt}K$ และรูปสมการแบบ CES จะเป็นดังนี้

(3.7) $Q^{-\rho} = \gamma^{-\rho}[\delta(Ke^{mt})^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]$

Hicks-Neutral Technical Progress

ความก้าวหน้าทางเทคนิคแบบนี้มักพิจารณาเกี่ยวเนื่องกับ efficiency parameter ของสมการการผลิต ถ้าเราสมมติว่าอัตราการเรียนรู้เพิ่มในอัตราสัดส่วนคงที่รูปแบบสมการ CES จะเป็นดังนี้

(3.8) $Q = \gamma e^{nt} [\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$

แต่สำหรับสมการการผลิตแบบ CES รูปแบบความก้าวหน้าทางเทคนิคทั้ง 3 มีความแตกต่างกัน

การ estimate parameters ในสมการการผลิตแบบCES

เนื่องจากสมการการผลิตแบบ CES เป็นแบบ nonlinear ประเภท intrinsically nonlinear[5] ดังนั้นถึงแม้จะเปลี่ยนสมการเป็น logarithmic form แล้วก็ยังคงเป็น nonlinear ดังนั้นการใช้วิธี การ linear regression โดยตรงนั้นกระทำไม่ได้ แต่อาจใช้วิธีการ regression มาทำการ estimate ค่า parameters โดยประมาณได้

จากสมการการผลิต

---

[5] เป็น nonliear ประเภท intrinsically linear กล่าวคือตัวแปรในสมการเป็นแบบ nonlinear แต่ตัว parameter ที่จะทำการ estimate เป็นแบบ linear ดูเพิ่มเติมใน Jan Kmenta Elements of Ecometrics , Macmillan p. 451 - 458

$$(3.9) \qquad Q_i = \gamma\,[\delta K_i^{-\rho} + (1-\delta)L_i^{-\rho}]^{-\upsilon/\rho} e^{\varepsilon_i}$$

โดยการ take natural logarithm จะได้

$$(3.10) \qquad \log Q_i = \log \gamma - \upsilon/\rho\ \log[\delta K_i^{-\rho} + (1-\delta)L_i^{-\rho}] + \varepsilon_i$$

ซึ่งยังคงเป็นnonlinear โดยการใช้สูตรของ Taylor's series ทำการกระจาย log Q_i รอบๆ ρ = 0 และตัดพจน์ที่ ρ มีกำลังมากกว่า 1 ทิ้งไป เราก็จะได้

$$(3.11) \qquad \log Q_i = \log \gamma + \upsilon\delta \log K_i + (1-\delta)\log L_i - 1/2\,\rho\upsilon\delta(1-\delta)[\log K_i - \log L_i]^2 + \varepsilon_i$$

สมการ (3.11) เขียนใหม่ได้เป็น

$$(3.12) \qquad \log Q_i = \beta_1 + \beta_2 \log K_i + \beta_3 \log L_i + \beta_4 (\log K_i - \log L_i)^2 + \varepsilon_i$$

ซึ่งโดยวิธี OLS จะได้ parameter β_1 , β_2 , β_3 , β_4

เนื่องจากเราทำการ estimate สมการ (3.11)จากสมการ (3.12) ดังนั้นสมการที่ (3.11) จึงเป็นสมการที่ถูกจำกัด (restricted) ในขณะที่สมการ(3.12) คือ สมการที่ไม่ถูกจำกัด (unrestricted) เมื่อเปรียบเทียบ restricted coefficientsในสมการ (3.11) กับ unrestricted parametersในสมการ (3.12) จะเห็นว่า

$$\beta_1 = \log \gamma$$

$$\beta_2 = \nu\delta$$

$$\beta_3 = \nu(1-\delta)$$

$$\beta_4 = -1/2\rho\nu\delta(1-\delta)$$

ดังนั้นจะได้

$$\gamma = \text{antilog } \beta_1$$

$$\delta = \frac{\beta_2}{(\beta_2+\beta_3)}$$

$$\nu = \beta_2+\beta_3$$

$$\rho = \frac{-2\beta_4(\beta_2+\beta_3)}{\beta_2\beta_3}$$

กรณีเช่นนี้จึงเป็นกรณี exact identification ซึ่งแสดงว่าเรา estimate ค่า γ, δ, ν และ ρ ได้แต่ละตัวจะมีเพียงค่าเดียวเท่านั้น และเนื่องจาก ν มีความสัมพันธ์กับ unrestricted parameters ในลักษณะความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง ดังนั้นคุณสมบัติต่างๆเกี่ยวกับการกระจายของ β ก็ยังคงถ่ายทอดไปยัง ν ด้วย ค่าความแปรปรวนของ $\hat{\nu}$ ก็จะ estimate ได้จาก variance และ covariance ของ $\hat{\beta}$ ดังนี้

$$\text{Var } (\hat{\nu}) = \text{Var } (\hat{\beta}_2) + \text{Var } (\hat{\beta}_3) + 2 \text{ Cov } (\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)$$

สำหรับ δ และ ρ นั้น เนื่องจาก δ และ ρ มีความสัมพันธ์ที่ไม่ใช่เชิงเส้นตรงกับ β ดังนั้นคุณสมบัติเกี่ยวกับการกระจายของ β จะถ่ายทอดไปยัง δ และ ρ เฉพาะคุณสมบัติด้าน asymptotic properties เท่านั้นซึ่งเป็นกรณี large-sample แต่ในกรณี small-sample

คุณสมบัติเกี่ยวกับ unbiasedness ของ β ไม่สามารถถ่ายทอดไปยัง δ และ ρ ได้ ค่าความแปรปรวนของ δ และ ρ จึงหาได้โดยใช้สูตรประมาณการ[6]

การ estimate สมการการผลิตแบบ CES ที่กล่าวมานี้เป็นการ estimate ค่า parameters โดยประมาณจากสมการที่ (3.11) โดยวิธีการเปลี่ยนสมการ (3.11) ให้อยู่ในรูป unrestricted form (3.12)

การ estimate สมการการผลิตแบบ CES อาจทำได้โดยวิธีอื่นเช่นวิธี linkelihood, วิธี nonlinear least squares และวิธีแบบขั้นตอน (stages) ในที่นี้จะกล่าวถึงวิธีแบบขั้นตอนเพิ่มอีกวิธีหนึ่ง

จากสมการ (3.3) จะทำการ estimate เป็น 3 ขั้นตอนคือ estimate ค่า ρ , δ และ σ ตามลำดับ

<u>ขั้นตอนที่ 1 : estimate ค่า ρ</u>

จากสมการ (3.3) หา partial differentiation with respect to labour

---

6ในกรณีทั่วไปเมื่อ $\hat{\alpha} = f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3 \ldots\ldots, \hat{\beta}_k)$ ดังนั้นค่าความแปรปรวนโดยประมาณของ $\hat{\alpha}$ สำหรับ large-sample ก็หาได้โดยการใช้ Taylor expansion ทำการกระจาย $f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \ldots\hat{\beta}_k)$ รอบๆ $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \ldots\hat{\beta}_k$ แล้วตัดพจน์ที่มี order มากกว่าหรือเท่ากับ 2 ทิ้งไป ก็จะสามารถใช้สมการที่ประมาณโดย Taylor expansion นี้มาทำการประมาณค่าความแปรปรวนของ α ต่อไป สูตรการประมาณค่าความแปรปรวนในกรณีทั่วไปจึงเป็นดังนี้ $var(\hat{\alpha}) \approx \Sigma_k \left|\frac{\partial f}{\partial \hat{\beta}}\right|^2 var(\hat{\beta}_k) + 2\, \Sigma_{j<k} \left|\frac{\partial f}{\partial \hat{\beta}_j}\right| \left|\frac{\partial f}{\partial \hat{\beta}_k}\right| cor(\hat{\beta}_j)$ (j,k=1,2,3...k;j<1)

จะได้ $\partial Q / \partial L = \gamma^{-\rho}(1-\delta)\,(L/Q)^{-(1+\rho)}$

ซึ่งหากเราสมมติว่าผลตอบแทนหน่วยสุดท้ายของแรงงานเท่ากับอัตราค่าจ้าง (นั่นคือ $\partial Q / \partial L = W$ เมื่อ W เป็นอัตราค่าจ้าง) เราก็จะได้

$$(3.13) \quad W = \gamma^{-\rho}(1-\delta)\,(Q/L)^{(1+\rho)}$$

และ linear form ของ(3.13) คือ

$$(3.14) \quad \log W = -\rho \log \gamma + \log(1-\delta) + (1+\rho)\log(Q/L)$$

โดยวิธี OLS ในสมการ(3.14) คือ regress $\log W_i$ on $\log(Q_i/L_i)$ ก็จะได้ค่า estimate ของ $(-\rho \log \gamma + \log(1-\delta))$ และ $(1+\rho)$ ซึ่งอันแรก ไม่สามารถแยกค่าได้ ดังนั้นในขั้นตอนที่ 1 นี้จึงได้แต่ค่า $\hat{\rho}$ เท่านั้น

<u>ขั้นตอนที่ 2: estimate ค่า</u> δ

จากสมการ(3.3) หา partial differentiation with respect to capital และสมมติว่าผลตอบแทนหน่วยสุดท้ายของปัจจัยทุนเท่ากับอัตราดอกเบี้ย (I)ดังนั้น

$$(3.15) \quad \partial Q / \partial K = I = Q^{-\rho}\delta(K/Q)^{-(1+\rho)}$$

หารสมการ(3.13) ด้วยสมการ(3.15) จะได้

$$(3.16) \quad W/I = 1-\delta/\delta(K/L)^{(1+\rho)}$$

โดยการแทนค่า $\hat{\rho}$ ซึ่งได้จากขั้นตอนที่ 1 ลงในสมการ(3.16)และใช้วิธี OLS ในสมการดังกล่าว คือ regress(W_i/I_i) on $(K_i/L_i)^{(1+\hat{\rho})}$ โดยมีprior restriction คือค่า intercept เป็น 0 โดยวิธีการดังกล่าวก็จะได้ค่า $1-\hat{\delta}/\hat{\delta}$ ซึ่งก็จะทำให้หาค่า $\hat{\delta}$ ได้

ขั้นตอนที่ 3: estimate ค่า γ

จากสมการ(3.3)

$$Q = \gamma[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

เนื่องจากเราทราบค่า $\hat{\rho}$, $\hat{\delta}$, Q_t , K_t , L_t ดังนั้นโดยการแทนค่าเหล่านี้ลง ในสมการ เราก็สามารถ estimate ค่า γ ได้โดยมี prior information คือ ค่า interceptเป็น 0 การ estimate แบบขั้นตอนดังที่ได้กล่าวมานั้นเหมาะสำหรับสมการการผลิตแบบ CES ที่เป็น constant return-to-scale และภายใต้สมมติฐาน 2 ข้อ ซึ่งได้กล่าวมาแล้ว

การ estimate technical progress

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการ estimate technical progress ในสมการการผลิตแบบ CES (ในกรณี constant return-to-scale) โดยศึกษาเฉพาะ disembodied technical progress ทั้ง 3 แบบ ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในภาคทฤษฎีเท่านั้น

เนื่องจากได้กล่าวแล้วว่า ในกรณีของ CES ความก้าวหน้าทางเทคนิคทั้ง 3 แบบมีความแตกต่างกัน ดังนั้น การ estimate จึงต้องแยกเป็นความก้าวหน้าแต่ละแบบ

Estimate Technical Progress ในสมการการผลิตแบบ CES

Hicks-neutral ในกรณีนี้ก็คือรูปแบบสมการ(3.8)

$$(3.17) \qquad Q = \gamma e^{nt}[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

และจากการ estimate สมการการผลิตแบบ CES โดยวิธีแบบขั้นตอนซึ่งได้ค่า $\hat{\rho}$ และ $\hat{\delta}$

ในขั้นตอนที่ 1 และ 2 ตามลำดับ ดังนั้นโดยการแทนค่า Q_i, K_i, L_i, $\hat{\rho}$ และ $\hat{\delta}$ ลงในสมการและเขียนสมการใหม่ ดังนี้

(3.18) $Q = \gamma e^{nt} Z$

โดยที่ $Z = [\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$

ซึ่งการ estimate ค่า γ และ n นั้นก็จะทำได้จากสมการ

(3.19) $\log Q - \log Z = \log \gamma + nt$

Harrod-neutral ในกรณีนี้ก็คือรูปสมการ(3.6)

(3.20) $Q^{-\rho} = \gamma^{-\rho}[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)(Le^{mt})^{-\rho}]$

โดยการหา partial differentiation with respect to labour จะได้

$-\rho Q^{-(\rho+1)} \partial Q/\partial L = -\rho \gamma^{-\rho}(1-\delta)(e^{mt}L)^{-\rho} L^{-1}$

ดังนั้น $\partial Q/\partial L = \gamma^{-\rho(1-\delta)} e^{-\rho mt} (L/Q)^{-(\rho+1)}$

เมื่อสมมติว่า $\partial Q/\partial L$ = อัตราค่าจ้าง (W) และโดยการเปลี่ยนเป็นรูป linear form จะได้

(3.21) $\log W = -\rho \log \gamma + \log (1-\delta) - \rho mt$
$-(\rho+1)\log(L/Q)$

จากสมการ เมื่อใช้วิธี OLS โดย regress $\log W_t$ on t, $\log (L_t/Q_t)$ จะได้ค่า estimates ของ $[-\rho\log\gamma + \log(1-\delta)]$; $-\rho m$; $-(\rho+1)$ ซึ่งจากค่า $-\rho$ และ $-(\rho+1)$ จะทำให้สามารถแยกค่า ρ และ m ได้

Solow-neutral ในกรณีนี้คือสมการ(3.7) ดังนั้นโดยวิธีการที่คล้ายกับ Harrod-neutral กล่าวคือ หา $\partial Q/\partial K$ และสมมติว่า $\partial Q/\partial K = I$ โดยที่ I เป็นอัตราดอกเบี้ย และเปลี่ยนสมการให้เป็น linear form จะได้

(3.22) $\log I = -\rho\log\gamma + \log\delta - \rho mt - (\rho+1)\log (K/Q)$

จากสมการ (3.22) เมื่อใช้วิธี OLS โดยวิธี regress $\log I_t$ on t, $\log K_t/Q_t$ จะได้ค่า estimates ของ $[-\rho\log\gamma + \log\delta; -\rho m; -(\rho+1)$ จะทำให้หาค่า ρ และ m ได้

ในการกะประมาณเราจะใช้วิธีการกะประมาณแบบ nonlinear ประเภท intrinsically nonlinear เนื่องจากลักษณะของข้อมูลที่จัดเก็บเราจัดเก็บอยู่ในรูปของผลผลิต ปัจจัยทุน แรงงาน และวัตถุดิบนำเข้าซึ่งเรามิได้จัดเก็บอัตราค่าจ้าง และ อัตราดอกเบี้ย เนื่องจากอัตราดอกเบี้ยโดยทั่วไปของอุตสาหกรรมมีความแตกต่างกันตั้งแต่ 1.5%-6.5% เนื่องจากในทางปฏิบัติแต่ละอุตสาหกรรมมีการเข้าถึงแหล่งเงินทุนแตกต่างกันซึ่งมีผลทำให้อัตราค่าจ้างแตกต่างกันออกไปอีกด้วย อนึ่ง ได้ทำการสำรวจข้อมูลแล้วกลุ่มอุตสาหกรรมมิได้ให้ข้อมูลค่าจ้าง และอัตราดอกเบี้ย

ประเด็นที่สำคัญอีกประการหนึ่งที่ควรจะคำนึงในเรื่องสิทธิประโยชน์ทางภาษีอากรได้แก่ ระยะเวลา ในการวิเคราะห์จึงควรมีเวลา(t) เป็นเครื่องกำกับเพื่อแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงในทางเทคโนโลยีตามช่วงเวลาต่างๆ กล่าวคือ กลุ่มอุตสาหกรรมต้องมีความกล่าวหน้าทางเทคนิคทางการผลิตควบคู่กับสิทธิประโยชน์ทางภาษี แต่ในทางปฏิบัติเราจะไม่นำฟังก์ชันเวลา

เข้ามาในการวิเคราะห์ ผลเนื่องจากกลุ่มอุตสาหกรรมแต่ละกลุ่มชนิดอุตสาหกรรมได้มีการปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงเทคโนโลยีทางการผลิตอยู่ตลอดเวลาเพื่อแข่งขันในเชิงการค้า ซึ่งจะดูการเปลี่ยนแปลงได้จากแนวโน้มการนำเข้าเครื่องจักรเพื่อผลิตสินค้าส่งออก และการเปลี่ยนแปลงสูตรการผลิตแต่ละกลุ่มแต่ละชนิดสินค้า เพื่อจะได้ดูผลทางภาษีศุลกากรได้ชัดเจน

ซึ่งในบทต่อไปจะนำเสนอผลการศึกษากลุ่มอุตสาหกรรมประเภทต่างๆ 9 ประเภท