

## บทที่ 2

### วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณคดี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

#### 1. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.4 กระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
- 1.5 องค์ประกอบของการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

#### 2. การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
- 2.2 ความสำคัญของการศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
- 2.3 ลักษณะข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
- 2.4 เกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย
- 2.5 ปัจจัยที่ส่งผลต่อข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

#### 3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 3.1 งานวิจัยในประเทศ
- 3.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

## โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

### 1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

บรูคเนอร์ ( Bruckner, 1957 ) ได้กล่าวถึงปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า “ ผู้เรียนจะพบปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณ ซึ่งไม่สามารถตอบได้ทันทีและปัญหาสามารถแก้ไขได้ในเวลาต่อมา ”

แอนเดอร์สันและพินกรี ( Anderson and Pingry, 1973 ) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า “ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ โดยผู้แก้ปัญหาจะทำได้ต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ซึ่งต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป ”

อดัม อิลลิสและบีสัน ( Adam Ellis and Beeson, 1977 ) ได้ให้ความหมายว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือโจทย์ภาษา ( Word problem ) หรือโจทย์เชิงเรื่องราว ( Story problem ) หรือโจทย์เชิงสนทนา ( Verbal problem ) นั่นคือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำ หรือข้อความและตัวเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดแก้โจทย์ปัญหา

ชัยพร วิชาวุฒิ ( 2525 ) ได้ให้ความหมายว่า “ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาและโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวัน เกิดขึ้นเมื่อสภาพที่ต้องการแตกต่างจากสภาพที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน ความแตกต่างระหว่างสภาพที่ต้องการกับสภาพที่เป็นอยู่นี้คือปัญหา ”

ยุพิน พิพิธกุล ( 2530 ) ได้กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปว่า “ เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่จะถูกนำมาใช้ เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา ”

ประสาธ สอานวงศ์ ( 2536 ) ได้กล่าวไว้ว่า “ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ประกอบขึ้นด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ที่สำคัญดังนี้คือ การทำความเข้าใจกับข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ จัดข้อมูลวางลำดับขั้นในการแก้ปัญหา ทดลองแก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ ”

จากความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวมาแล้วข้างต้นสรุปได้ว่า หมายถึงสภาพปัญหาที่ประกอบด้วยภาษาและตัวเลขที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันซึ่งผู้แก้ปัญหามันจะต้องอาศัยความรู้ ทักษะและประสบการณ์ที่เกี่ยวข้อง มาประกอบการตัดสินใจวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเอง

## 2. ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

### 2.1 ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการจัดแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้กล่าวไว้ดังนี้

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตภัณฑุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ ( 2520 ) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน
2. ปัญหาซึ่งมาจากการอภิปรายในชั้นเกี่ยวกับเนื้อหา
3. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปที่มีผู้อื่นตั้งไว้
4. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ มาใช้
5. ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาใช้ในการแก้ปัญหา

สุพัตรา ผาติวิสันต์ ( 2534 ) สรุปไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ซึ่งในการแก้ปัญหาทั้งสองประเภทนี้ จำเป็นต้องเลือกกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมมาช่วยเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

ปรีชา เนาว์เย็นผล ( 2537 ) ได้กล่าวถึงการแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาที่สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทคือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามองประเมินความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

โพลยา ( Polya, 1957 ) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

รัสเซล ( Russel, 1961 ) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป

2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่ว ๆ ไป ในชีวิตประจำวัน

ครูลิคและเรส ( Krulik and Reys, 1980 ) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 5 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

## 2.2 โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาเสนอแนวคิดไว้ดังนี้

นิพนธ์ จิตต์ภักดี ( 2517 ) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
2. โจทย์ปัญหาสมมติ เพื่อเสริมทักษะ ผูกเชาวน์ และสมองเด็ก

แอสลอคและคณะ ( Ashlock et. al., 1983 ) แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือหรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ ( Standard textbook or translation problems ) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว ไม่ยุ่งยากมากนัก
2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ ( Process problems ) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่าง ๆ ซึ่งยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ชั้น คือ

- 2.1 ความเข้าใจปัญหา
- 2.2 การพัฒนาและการหากลวิธีในการแก้ปัญหา
- 2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

บาร์ดดี (Baroody, 1987) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ คือ

1. โจทย์ปัญหาปกติ (Routine problems) คือโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป ซึ่งมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง มีข้อมูลที่จำเป็นและมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว
2. โจทย์ปัญหาไม่ปกติ (Nonroutine problems) คือโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าโจทย์ปัญหาปกติ คือ มีข้อมูลมากทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือข้อมูลไม่เพียงพอ อาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เน้นการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นเหตุเป็นผล

จากรูปแบบในการจัดแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์และโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่าน สรุปได้ว่าสามารถแบ่งออกได้หลายประเภทตามหลักเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง จึงทำให้ได้ประเภทของปัญหาและโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันไป ตามลักษณะของเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการแบ่งประเภท

### 3. ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

จากการที่นักการศึกษาหลายท่าน ได้จัดแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์และโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็นประเภทต่าง ๆ ตามเกณฑ์ที่กำหนดขึ้นนั้น ทำให้ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความหลากหลายตามไปด้วย ดังแนวความคิดของนักการศึกษาต่อไปนี้

เจริญ แก้วประดิษฐ์ (2533) ได้เสนอความคิดเห็นว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจนั้น ควรจะเป็นโจทย์ปัญหาซึ่งแตกต่างไปจากปัญหาที่พบเห็นบ่อย ๆ ในบทเรียน และควรจะมีลักษณะดังนี้

1. เป็นปัญหาที่สัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหาและชีวิตประจำวัน
2. เป็นปัญหาที่ใช้ภาษาในลักษณะที่เข้าใจง่าย
3. เป็นปัญหาที่เหมาะสมกับระดับความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา
4. เป็นปัญหาที่มีความยากง่ายเหมาะสมกับผู้แก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่ให้โอกาสผู้แก้ปัญหาใช้ทักษะเบื้องต้นทั้งสิ้น คือ บวก ลบ คูณ หาร

สิริพร ทิพย์คง ( 2533 ) ได้ให้ความคิดเห็นว่า ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้ คือ

1. ภาษาที่ใช้สามารถเข้าใจง่าย
2. ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้น ๆ
5. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
6. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
7. สามารถใช้การวาดแผนภาพไดอะแกรมหรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
8. ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยจากประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว
9. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญทางความคิด
10. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

วาริ ศรีมิ่ง ( 2534 ) ได้สรุปว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรมีลักษณะ 4 ประการดังนี้ คือ

1. เป็นสภาพการณ์ที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวัน เหมาะสมกับวัย ความสามารถตลอดจนความรู้สึกรักคิดของนักเรียน
2. ข้อมูลที่ใช้ทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้จริง ซึ่งอาจเป็นปัญหาที่ครูแต่งขึ้นหรือให้นักเรียนช่วยกันแต่งก็ยิ่งดี
3. ภาษาที่ใช้เข้าใจง่ายไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ลักษณะโจทย์ที่จะให้แก้ปัญหานั้นควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่เคยเรียนมาประกอบการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลมากกว่าใช้ความจำเพียงอย่างเดียว

โพลยา ( Polya, 1957 ) ได้กล่าวถึงวิธีการสร้างคำถามซึ่งพอสรุปได้ว่า การกำหนดคำถามหรือข้อชวนคิดลงในตารางสำหรับใช้กับนักเรียนนั้น ครูควรมุ่งหมาย 2 ประการคือ ต้องช่วยนักเรียนในการแก้ปัญหาใกล้ตัวได้ และต้องพัฒนาความสามารถของนักเรียน เพื่อที่เขาจะได้แก้ปัญหาในอนาคตได้ด้วยตนเอง โดยเนื้อเรื่องที่น่ามาใช้สร้างคำถามนั้น ต้องมีลักษณะสอดคล้องกับสามัญสำนึกและความจริงโดยทั่ว ๆ ไป เมื่อครูฝึกให้นักเรียนได้แก้ปัญหาก็

คล้ายคลึงกันบ่อย ๆ จะทำให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต สามารถคิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง  
อย่างถูกต้อง

ไคลด์ ( Clyde, 1967 ) ได้กล่าวว่า “ ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรมี  
ความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวันและสถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือ  
บรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาไม่ประสบการณืมา ไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป ”

เฟอห์ ( Fehr, 1972 ) ได้กล่าวว่า “ เทคนิคหนึ่ง ที่จะช่วยในการทำให้ปัญหา  
คณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่น่าสนใจคือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง ”

ครูลิคและเรย์ ( Krulik and Reys, 1980 ) ได้กล่าวว่า “ ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจนั้น  
เป็นปัญหาที่นักเรียนพบไม่บ่อยในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของ  
ผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาและความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา ”

จากแนวความคิดของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
ควรมีลักษณะดังนี้

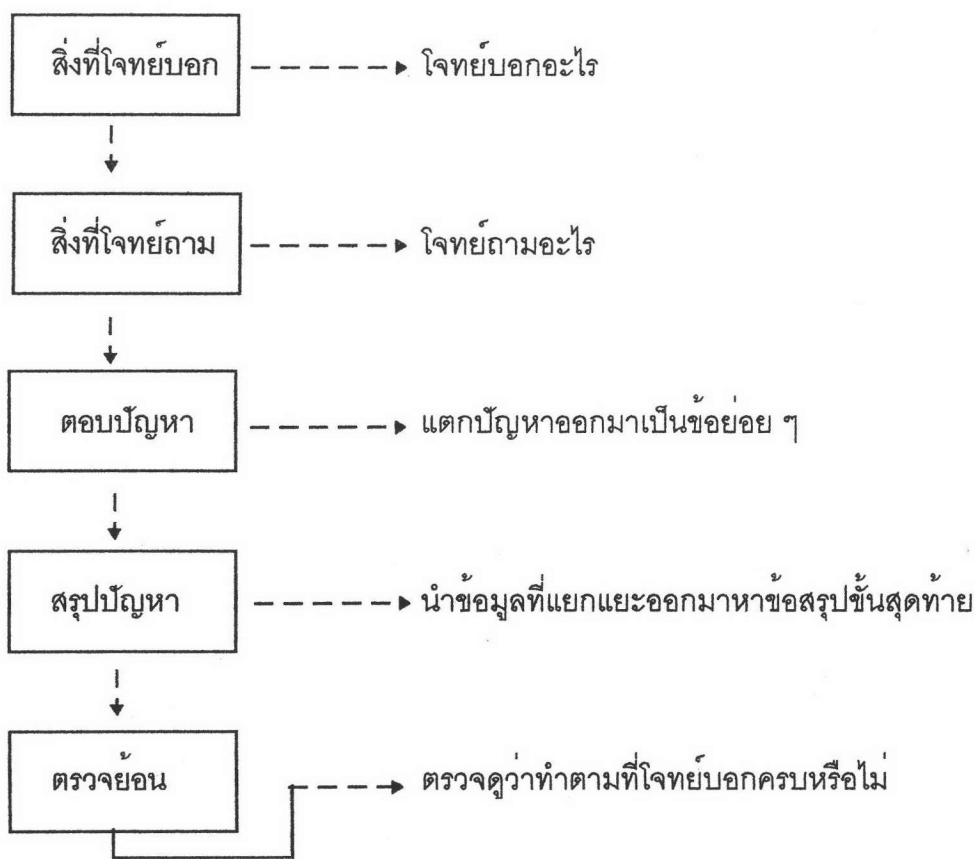
1. เป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในชีวิตประจำวัน
2. เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องนำความรู้พื้นฐานหลาย ๆ เรื่องมาใช้ประกอบกันเพื่อ  
แก้ปัญหา
3. เป็นโจทย์ปัญหาที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์หาวิธีการแก้ปัญหาตาม  
กระบวนการที่ถูกต้องมากกว่าการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว

#### 4. กระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสภาพปัญหาที่ประกอบด้วยสถานการณ์ ถ้อยคำหรือ  
ข้อความและตัวเลข โดยต้องการคำตอบเป็นปริมาณหรือตัวเลข ดังนั้น การแก้ปัญหาโจทย์  
คณิตศาสตร์จึงต้องดำเนินการให้เหมาะสมกับสภาพปัญหาเหล่านี้ ดังที่นักวิชาการหลายท่านได้  
เสนอแนะวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไว้เป็น  
ลำดับขั้นตอน ดังนี้



ยูพิน พิพิธกุล ( 2530 ) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังแผนภูมิ  
ดังนี้



แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของยูพิน พิพิธกุล

โพลยา ( Polya, 1957 ) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4  
ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือทำความเข้าใจคำที่มีอยู่ในปัญหานั้น แล้วสรุปปัญหานั้นออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ บอกได้ว่าปัญหาถามอะไร สิ่งที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง จากนั้นสามารถวาดภาพหรือเขียนแผนผังเพื่อช่วยให้เข้าใจปัญหานั้นได้

2. การวางแผนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ต้องพิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องทบทวนความรู้ต่าง ๆ ที่จะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

3. การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่นำวิธีที่เลือกไว้ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นผลสำเร็จ โดยใช้ทักษะทางการคำนวณเข้ามาช่วยในการหาคำตอบ

4. การตรวจสอบวิธีการและคำตอบ เพื่อความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง ซึ่งอาจจะทำให้เกิดความคิดที่จะตัดแปลงวิธีการแก้ปัญหาให้ง่าย สั้น และชัดเจนยิ่งขึ้น รวมทั้งอาจจะเกิดแนวความคิดที่จะนำไปสู่การตัดแปลงสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้

เลอบลานซ์ ( LeBlance, 1957 ) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าจะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดมาให้ และปัญหาถามอะไร
2. วางแผนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ที่จำเป็น มาช่วยในการแก้ปัญหา
3. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแผนที่วางไว้ ถ้าแผนที่วางไว้ไม่นำไปสู่คำตอบ ก็ต้องย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 2 เพื่อวางแผนใหม่
4. ทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และคำตอบที่ได้

ครูลิคและเวส ( Krulik and Weise, 1975 ) ได้เสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาไว้ โดยการ ใช้คำถามดังต่อไปนี้

1. ท่านเข้าใจปัญหาหรือไม่ โดยพิจารณาว่า
  - 1.1 โจทย์นี้ต้องการหาอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้
  - 1.2 เงื่อนไขใดที่จะนำไปใช้ได้บ้าง
  - 1.3 พอดีที่จะวาดภาพประกอบคำอธิบายที่เหมาะสมแสดงโจทย์ได้หรือไม่
2. ท่านสามารถคิดวางแผนแก้ปัญหาได้หรือไม่ โดยพิจารณาว่า
  - 2.1 เคยพบการแก้ปัญหาโจทย์คล้าย ๆ อย่างนี้หรือไม่
  - 2.2 สมมติว่าเคยแก้ปัญหานี้ที่ง่ายกว่านี้ลองวางแผนแก้ปัญหาได้หรือไม่ ลิสมารายละเอียดที่จำเป็นไปหรือไม่
3. ทำตามแผนที่กำหนดไว้ได้หรือไม่ โดยตรวจสอบว่าแต่ละขั้นที่วางแผนไว้ถูกต้องหรือไม่
4. เมื่อท่านได้แก้ปัญหาแล้ว ท่านได้ตรวจสอบคำตอบหรือไม่ โดยพิจารณาว่า
  - 4.1 ท่านได้ตรวจสอบว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่
  - 4.2 ท่านพอจะพบวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นที่สั้นกว่าวิธีนี้หรือไม่

4.3 ท่านลองคิดว่า ท่านพอจะนำวิธีการแก้ปัญหานี้ไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้อีกหรือไม่

เลสเตอร์ (Lester, 1978 อ้างถึงใน ยุพิน พิพิธกุล, 2530) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้ คือ

1. การรู้ถึงปัญหา จะต้องรู้ว่ามีปัญหาใดบ้าง
2. ความเข้าใจในปัญหา จะต้องทำความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างถ่องแท้
3. การวิเคราะห์เป้าหมาย จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นมีอย่างไร
4. การวางแผน เมื่อทราบเป้าหมายแล้วก็วางแผนออกมาว่าจะทำอย่างไร
5. การนำแผนมาใช้ ใช้แผนที่วางไว้ตามขั้นตอน
6. การดำเนินงาน ลงมือดำเนินงานตามแผน
7. การประเมินและแก้ไขปัญหา ลงมือทำเสร็จแล้วก็ต้องมีการประเมิน เมื่อมีข้อบกพร่อง หรือข้อขัดข้องบางประการก็แก้ไขปัญหานั้น

โยติสและโฮสติกกา (Yotis and Hosticka, 1980) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 8 ขั้นตอน ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. เลือกข้อมูลที่ได้ออกมาจากปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. จัดจำแนกข้อมูลออกเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง สำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. พิจารณาว่าข้อมูลที่จำเป็นข้อมูลใดที่ได้มาแล้วและข้อมูลใดที่ยังต้องการเก็บรวบรวมอีก
5. พิจารณาว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด
6. เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ
7. ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
8. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ

ซายแดม (Suydam, 1980) ได้กล่าวว่า ลักษณะของการแก้ปัญหาโดยทั่วไปประกอบด้วยขั้นตอนการ 4 ขั้นตอน คือ

1. การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ทำให้ทราบสถานการณ์ของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาควรดัดแปลงปัญหานั้นใหม่ด้วยตนเอง โดยการเขียน พุด หรือเพียงแต่คิดเท่านั้นก็ได้
2. วางแผนวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้คือ
  - 2.1 แดกปัญหาออกเป็นข้อย่อย ๆ โดยระบุว่าข้อมูลใดที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งใดที่ไม่ทราบค่า
  - 2.2 ระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้วว่า มีประเด็นใด ที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบจากโจทย์บ้าง
  - 2.3 ตั้งสมมติฐานหรือแนวความคิดที่จะนำไปสู่การหาคำตอบ
3. ดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนดังต่อไปนี้
  - 3.1 แปลงประโยคภาษาเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์หรือสร้างสิ่งที่ใช้แทนสถานการณ์ในปัญหานั้น
  - 3.2 วิเคราะห์ประโยคให้เป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อจะนำไปสู่การหาคำตอบได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น
  - 3.3 ค้นหาคำตอบตามที่วางแผนไว้
4. ตรวจสอบปัญหาและคำตอบว่าสอดคล้องกันหรือไม่โดยปฏิบัติดังนี้
  - 4.1 ตรวจสอบคำตอบที่ได้เทียบกับปัญหา
  - 4.2 พิสูจน์ว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง โดยคำตอบนี้ไม่ค้านกับสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือคำตอบที่คิดไว้อย่างคร่าว ๆ
  - 4.3 ค้นหาวิธีการอื่นในการหาคำตอบที่สั้นและสะดวกที่สุด

ครูลิก ( Krulik, 1987 ) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. การอ่านโจทย์ ( Read ) ประกอบด้วย การทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษาของตนเอง การบอกว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ และการเขียนข้อมูลที่สำคัญของโจทย์กำหนดมาให้
2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ( Explore ) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลใดจำเป็นหรือข้อมูลใดไม่จำเป็นต้องใช้ การวาดรูปหรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง
3. การเลือกวิธี ( Select a Strategy ) ประกอบด้วย การพิจารณาปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ในขั้นนั้น ๆ ว่า คล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่ การคาดคะเนว่าวิธีการใดจะนำมาใช้แก้ปัญหาได้ และการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหาในกรณีที่เป็นปัญหาสลับซับซ้อน

4. การลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน และการใช้ทักษะทางการคำนวณ

5. การพิจารณาคำตอบและการขยายผล (Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความของปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ และการอภิปรายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวความคิดของนักการศึกษาหลายท่านที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น จะเห็นได้ว่ามีจำนวนขั้นตอนที่แตกต่างกันออกไปแต่โดยส่วนใหญ่แล้ว มีวิธีการที่คล้ายคลึงกัน สามารถนำมาสรุปรวมเป็นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การศึกษาโจทย์ปัญหา วิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์ให้มา
2. วางแผนและหาทางเลือกในการแก้ปัญหาโจทย์
3. ดำเนินการแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้เพื่อให้ได้คำตอบ
4. การตรวจสอบวิธีการตามขั้นตอนและคำตอบที่ได้

ตามแนวความคิดดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยได้พิจารณาเห็นว่า กระบวนการเหล่านี้เป็นที่ยอมรับของนักการศึกษาอย่างแพร่หลายแล้วว่า สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ดังนั้น ในการศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยจึงเลือกใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya, 1957) ที่ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ตรงตามแนวคิดของนักการศึกษาเป็นส่วนใหญ่มาเป็นกรอบขอบเขตของการสร้างแบบสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

## 5. องค์ประกอบของการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ให้ประสบผลสำเร็จนั้น นอกจากจะเป็นไปตามกระบวนการหรือขั้นตอนของการแก้ปัญหาแล้ว นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอความเห็นว่ามีปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ สรุปได้เป็น 3 ประการ (Fleischner, Nuzum and Marzola, 1987) คือ

1. บุคคล
2. ลักษณะของโจทย์ปัญหา
3. กลวิธีการสอน

อดัม เอลลิสและบีสัน (Adams, Ellis and Beeson, 1977) กล่าวว่า การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ต้องอาศัยความสามารถ 3 ด้าน สรุปได้ดังนี้

1. สถิติปัญญา ได้แก่ องค์ประกอบทางปริมาณ (Quantitative factors) และองค์ประกอบทางด้านภาษา (Verbal factors)
2. การอ่าน โดยเฉพาะการอ่านแบบวิเคราะห์ (Analytical Reading)
3. ทักษะพื้นฐานของการคำนวณในเรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร

ไฮเมอร์และทรูบลัด (Heimer and Trueblood, 1977) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาหรือคำพูด สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษา ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ซาลิวสกี ( Zalewski, 1978 ) ได้พบว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 5 ประการคือ

1. ความสามารถในการเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความเข้าใจในการอ่าน ศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
4. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
5. ทักษะในการคำนวณ

จากผลการศึกษาและแนวความคิดของนักการศึกษาที่กล่าวมาแล้ว สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์นั้น ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีความสามารถทางสติปัญญา เพื่อคิดวิเคราะห์ วิจาร์ณ มีความสามารถในการอ่าน เพื่อใช้ในการทำความเข้าใจปัญหา มีความสามารถในการนำทักษะพื้นฐานมาใช้ในการคิดคำนวณ นอกจากนี้ ยังขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหา และกลวิธีการสอนอีกด้วย

อย่างไรก็ตามในแนวคิดของเวสต์ ( West, 1977 ) กล่าวว่า นักเรียนที่สามารถบอกคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง อาจจะไม่สามารถบอกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องก็ได้ กล่าวคือนักเรียนที่คิดด้วยวิธีการที่ผิดอาจจะได้คำตอบที่ถูกต้องก็ได้ และนอกจากนี้ยังชี้ให้เห็นถึงสาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถจะทำข้อสอบที่เป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องไว้ 3 ประการคือ

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจในข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. นักเรียนไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้

ดังนั้น ควรมีการศึกษาว่า ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยทั่วไป ยังมีความบกพร่อง คลาดเคลื่อนในกระบวนการหรือขั้นตอนใดบ้าง เพื่อนำมาศึกษาถึงสาเหตุและการแก้ไขที่ถูกต้องต่อไป

## การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

### 1. ความหมายของข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

Dictionary of Education ( 1956 ) ได้ให้ความหมายของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ดังนี้ “ การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน คือ การศึกษาที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาหรือค้นหา วิเคราะห์ จำแนกปัญหาแต่ละปัญหาหรือหลายปัญหา โดยศึกษาองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุของความบกพร่อง ”

บลูม ( Bloom, 1971 อ้างถึงใน พรหมพรรณ อุดมสิน, 2538 ) กล่าวถึงแบบสอบวินิจฉัยการเรียนว่าเป็นแบบสอบที่ใช้สำหรับค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนเกี่ยวกับทักษะพื้นฐานของนักเรียนและสาเหตุข้อบกพร่องนั้น ๆ เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนโดยประเมินเนื้อหาเป็นตอน ๆ ไป ซึ่งอาจเป็นไปได้ทั้งด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัยและทักษะพิสัย แบบสอบอาจเป็นทั้งแบบสอบที่เป็นมาตรฐานหรือครูสร้างขึ้นเอง โดยมีจำนวนข้อสอบมากข้อ แต่ละข้อมีค่าความยากง่าย 0.65 ขึ้นไป การประเมินผลใช้ได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์และอิงกลุ่ม แล้วรายงานคะแนนที่ได้จากการทำแบบสอบวินิจฉัยการเรียน ในรูปเส้นภาพ ( Profile ) ของคะแนนนักเรียนแต่ละคนในแต่ละทักษะย่อย

ดาร์ณี คำแหง ( 2533 ) ได้สรุปความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง “ ข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือไม่สามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ”

อรัญ ชูยกระเดื่อง ( 2533 ) ได้ทำการศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และให้ความหมายไว้ว่า “ ความคลาดเคลื่อนคือความผิดพลาด ความเชื่อที่ผิด ความคิดเห็นที่ผิด กระทำผิดหรือทำไม่ถูกต้องเกิดข้อผิดพลาด ”

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ หมายถึง การทำแบบทดสอบ ที่มีโจทย์เป็นการบรรยายสภาพการด้วยถ้อยคำหรือข้อความและตัวเลข โดย



ต้องการ คำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข แล้วเกิดความผิดพลาดหรือทำไม่ครบตามวิธีการและลำดับขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

## 2. ความสำคัญของการศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

การศึกษาข้อบกพร่องหรือความคลาดเคลื่อนหรือความผิดพลาด ในเรื่องกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ มีผู้ที่ให้ความสำคัญในเรื่องต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ไว้ดังนี้

ไชย (chai, 1987) กล่าวถึง การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนว่าเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และการศึกษาความคลาดเคลื่อนจะทำให้จัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของเด็กเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอนซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหา และสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใด นักเรียนไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่า เมื่อความคลาดเคลื่อนของนักเรียนได้แสดงออกมา ทำให้เห็นว่า การเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้มันคงขึ้นภายหลัง

ทองหล่อ วิภาวีน (2521) กล่าวว่าการใช้แบบสอบถามเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนให้ประโยชน์ทั้งครูและนักเรียนหลายประการ สรุปได้ดังนี้

ประโยชน์สำหรับนักเรียน

1. เมื่อผู้เรียนทราบล่วงหน้าว่าการเรียนจะมีการทดสอบ ผู้เรียนจะกลัวความล้มเหลวซึ่งจะเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดแรงจูงใจ ทั้งยังมีผลทางด้านจิตวิทยาทำให้ผู้เรียนเรียนดีขึ้น
2. ผลการสอบจะทำให้ผู้เรียนประเมินตัวเองได้ว่าเขาได้เรียนรู้เรื่องนี้มากน้อยเพียงใด และควรปรับปรุงอะไรบ้าง ทำให้นักเรียนรู้จักความสามารถของตนเองซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตร

3. แบบสอบถามจะเป็นเครื่องช่วยตัดสินใจ ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาหรือทักษะ ในเรื่องเหล่านั้น ตลอดจนมีความพร้อมที่จะเรียนต่อไปหรือยัง

ประโยชน์สำหรับครู

1. ช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนของครู เพื่อให้รู้ว่าครูควรสอนเรื่องอะไร และหัวข้อใดที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง

2. ช่วยให้ครูเตรียมบทเรียนได้ตามความต้องการของผู้เรียนโดยใช้เทคนิคได้เหมาะสมกับผู้เรียนในเนื้อหาแต่ละตอน

ดาร์ณี คำแหง ( 2533 ) ได้สรุปถึง ประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า “ ศึกษาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่การวัดผลและการประเมินผล เป็นส่วนที่จำเป็นและสำคัญส่วนหนึ่งในกระบวนการเรียนการสอน ดังนั้น การสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนจะเป็นผลที่ทำให้เกิดประโยชน์ทั้งต่อตัวผู้เรียน ผู้สอน และยังเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งสำหรับผู้พัฒนาหลักสูตรพิจารณาปรับปรุงแก้ไขหลักสูตร นอกจากนี้ ยังใช้ในการตัดสินผลการเรียนได้อีกด้วย ”

### 3. ลักษณะข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

ได้มีผู้ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง สรุปได้ดังนี้

นิวแมน ( Newman, 1980 Quoted in Dickson, Brown and Gibson, 1984 ) ได้ศึกษาว่าระหว่างที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา เกิดความคลาดเคลื่อนอะไรบ้าง โดยใช้โจทย์ปัญหาขั้นเดียว ( One - step ) ซึ่งพอสรุปความคลาดเคลื่อนว่ามาจากแหล่งใดต่อไปนี้

1. ความสามารถในการอ่าน ( Reading Ability )
2. ความเข้าใจ ( Comprehension ) คือเข้าใจโดยทั่วไปและเข้าใจในสัญลักษณ์และ

คำศัพท์เฉพาะ

3. การแปลง ( Transformation ) เป็นการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์

4. ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ( Process Skills )
5. การลงหน่วยในคำตอบ ( Encoding )
6. แรงจูงใจ ( Motivation ) ของนักเรียน
7. การขาดความระมัดระวัง ( Carelessness )
8. รูปแบบของคำถาม ( Question form )

คาเซย์ ( Casay ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิค การสอนเพื่อการแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้น ” แล้วสรุปสาเหตุของความคลาดเคลื่อนทางการ เรียน โดยขยายทฤษฎี นิวแมน ( Newman, 1983 Quoted in Truran, 1987 ) ไว้ 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากการขาดความ

ระมัดระวัง

9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมนักเรียน

แบลนโดและคณะ ( Blando et ; al., 1989 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การวิเคราะห์และ การหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต ” ได้สรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน เลขคณิต ไว้ 4 ด้านคือ

1. ความคลาดเคลื่อนในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับขั้นตอน
2. ความคลาดเคลื่อนในการทำผิดความหมาย
3. ความคลาดเคลื่อนอื่น ๆ คือ การปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
4. ความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีรูปแบบแน่นอน เนื่องจากการขาดความระมัดระวังในการ

คำนวณ

#### 4. เกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย

การนำแบบทดสอบแบบอัตนัยมาใช้ทดสอบในวิชาคณิตศาสตร์จะช่วยให้ทราบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในการแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นตอนใดบ้างซึ่งจะเป็นประโยชน์มาก สำหรับวิธีการแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เหล่านั้น ดังที่ โมวโซวิทซ์ - ฮาดาร์และคณะ ( Movshovits - Hadar and other, 1987 ) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า ข้อบกพร่องของนักเรียนจะเป็นแหล่งข้อมูลที่สำคัญ

ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จึงได้ศึกษาตามแนวคิดของ เฮช ราดัส (H. Radatz) ในเรื่อง การจัดกลุ่มของข้อบกพร่อง โดยได้ทำการวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนในวิชาพีชคณิต ได้สร้างเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่อง 6 ประการ คือ

1. การใช้ข้อมูลผิด ( Misused Data ) คือข้อบกพร่องจากการที่นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์ให้มาไปใช้ผิด ซึ่งการนำข้อมูลมาใช้ผิดนี้จะอยู่ในวิธีทำของนักเรียน อาจะอยู่ในตอนเริ่มต้นขณะที่นำข้อมูลมาแก้ปัญหาหรือในภายหลังจากที่ได้นำข้อมูลมาแก้ปัญหาแล้ว

ลักษณะที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการใช้ข้อมูลผิดคือนักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา และใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้อมาทดแทน ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง ต้องการในสิ่งที่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้หน่วยผิด ลอกโจทย์ผิด

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา ( Misinterpreted Language ) คือความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่เข้าใจในความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เขียนและอ่านกราฟไม่ถูกต้อง

3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ ( Logically Invalid Inference ) บกพร่องในการหาค่าความจริงของประพจน์ภายใต้เงื่อนไข ถ้า.....แล้ว..... สรุปการให้เหตุผลภายใต้เงื่อนไข ถ้า.....แล้ว.....ไม่ถูกต้อง ใช้วิธีบอกปริมาณในตำแหน่งไม่ถูกต้อง การอ้างหลักตรรกศาสตร์ที่ข้ามขั้นตอน

4. บิดเบือนทฤษฎี ฎ สสูตร และนิยาม ( Distorted Theorem or Definition ) ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ให้กฎไม่ถูกต้อง จำสูตรผิด นักเรียนประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข

5. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างแก้ปัญหา ( Unverified Solution ) ขั้นตอนไม่ถูกต้อง แต่คำตอบผิดไปจากโจทย์กำหนด ลักษณะของข้อบกพร่องในด้านนี้คือ ในแต่ละขั้นตอนที่นักเรียนจำมาจะถูกต้องหมดแต่จะผิดตรงคำตอบ ไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ต้องการ ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนไม่ได้มีการตรวจสอบในระหว่างที่ทำ

6. ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ ( Technical Error ) บกพร่องในการคิดคำนวณ บกพร่องในการใช้ข้อมูลจากตาราง บกพร่องในการใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตเบื้องต้น ใส่เครื่องหมายหน่วยผิด

## 5. ปัจจัยที่ส่งผลต่อข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

มีผู้ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้องสรุปได้ดังนี้

บรูคเนอร์และกรอสนิคเคิล ( Bruckner and Grossnickle, 1947 ) ได้กล่าวถึงอุปสรรคในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้คือ

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดมโนภาพที่จะพิจารณาสภาพของปัญหา
2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจโจทย์ว่ากำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำ และจัดระบบสิ่งซึ่งเขาได้อ่านมาเพื่อหารายละเอียดของเนื้อหา
3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณ ทั้งนี้ อาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลให้นักเรียนใช้วิธีเดาสุ่มตามวิธีการที่พอจะนึกออกเพื่อจะให้ได้คำตอบ
5. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องที่มีความสำคัญ ได้แก่ กฎ สูตร
6. นักเรียนขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนคำอธิบาย
7. นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงปริมาณวิเคราะห์ ทั้งนี้ มีสาเหตุจากการรู้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพียงจำนวนจำกัด หรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่าง ๆ
8. นักเรียนขาดความสนใจ เนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งมีความยาก ไม่สนใจ และไม่ได้รับอะไรเป็นการตอบสนอง
9. ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไป ที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา
10. นักเรียนขาดทักษะในการฝึกฝนทำโจทย์ปัญหา

ชายแดมและวีเวอร์ ( Suydam and Weaver, 1977 ) ได้กล่าวว่า “ สาเหตุที่นักเรียนทำโจทย์คณิตศาสตร์ผิด เนื่องมาจากนักเรียนมีเหตุผลที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง ขาดความรู้เกี่ยวกับหลักเกณฑ์ กฎและกระบวนการต่าง ๆ ขาดทักษะในการคำนวณ ขาดความเข้าใจ ทำให้ตีความหมายของคำศัพท์ที่ไม่ถูกต้อง ลืมเลวต่อการอ่านเพื่อเก็บรายละเอียดต่าง ๆ ”

เวสต์ ( West, 1977 ) ได้กล่าวว่า “ สาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถทำข้อสอบที่เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เนื่องจากเหตุผล 3 ประการคือ นักเรียนไม่เข้าใจในข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหา ไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ และไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้ ”

แคมเบลล์ ( Cambell, 1961 ) ได้แบ่งองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบภายใน ( Intrinsic Factors ) และองค์ประกอบภายนอก ( Extrinsic Factors )

องค์ประกอบภายใน ( Intrinsic Factors ) ประกอบด้วย

1. เนื้อหาของแบบทดสอบแต่ละข้อ ( Item Content ) ในด้านความซับซ้อน ความเป็นนามธรรม และความแปลกใหม่
2. ลักษณะโครงสร้างของแบบทดสอบ ( Item Structure ) หมายถึง วิธีการในการแสดงออกซึ่งเนื้อหานั้น

องค์ประกอบภายนอก ( Extrinsic Factors ) ประกอบด้วย

1. ความไม่คุ้นเคยต่อเนื้อหา ( Unfamiliarity ) คืออยู่นอกเหนือจากประสบการณ์ของผู้สอบ
2. สิ่งที่สัมพันธ์กับแบบทดสอบ ( Item Context ) เช่นแบบทดสอบข้อที่อยู่ใกล้เคียงกัน
3. ตัวแปรด้านบุคลิกภาพ ได้แก่ สภาพร่างกาย ลักษณะนิสัย และความตั้งใจของผู้สอบ

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อการขาดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมี 6 ประการดังนี้คือ

1. นักเรียนมีความบกพร่องในด้านการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ ไม่สามารถระบุได้ว่า โจทย์ต้องการหาอะไรและกำหนดสิ่งใดให้ ไม่ทราบว่าคุณสมบัติเรื่องใดที่จะนำมาใช้ในการหาคำตอบ

2. นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
3. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่อง กฎ นิยาม และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์
4. นักเรียนขาดทักษะในการคิดคำนวณ
5. นักเรียนไม่รู้จักรจัดระบบความคิดเกี่ยวกับการจัดเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
6. นักเรียนขาดประสบการณ์ในการฝึกแก้ปัญหาหลาย ๆ รูปแบบ

จากวรรณคดีและเอกสารต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาแล้ว จะเห็นได้ว่าในการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อการพัฒนาการเรียนคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และในปัจจุบันหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 ( ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533 ) เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น ( กรมวิชาการ, 2533 ) ทั้งนี้ให้เป็นไปตามกระบวนการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ดังนั้นการศึกษาว่านักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในขั้นตอนใดของกระบวนการคิดก็จะสามารถนำมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ พบว่า มีงานวิจัยที่สอดคล้องกันหลายเรื่อง ผู้วิจัยได้นำเสนอเรียงตามลำดับปีที่พิมพ์ สรุปได้ดังนี้

#### 1. งานวิจัยในประเทศ

กมล ชื่นทองคำ ( 2527 ) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลางมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ ( 2529 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6 ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรมในเขตการศึกษา 6 จำนวน 353 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ คือเรื่อง “ การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนจริง ” และเรื่อง “ โพลิโนเมียลและสมบัติเบื้องต้นเกี่ยวกับสมการ ” ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในด้านการหาผลบวกของเศษส่วนที่ส่วนไม่เท่ากัน และไม่อยู่ในรูปจำนวนคละ โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนสับสนกระบวนการในการหา ค.ร.น. ของส่วน

รองลงมาได้แก่ ด้านการหาผลหารของเศษส่วน โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องจากนักเรียนสับสนกระบวนการโดยการเปลี่ยนการหารเป็นการคูณแล้วไม่กลับเศษส่วน และนักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในด้านการหาผลต่างของพหุนาม โดยมีส่วนสำคัญเนื่องมาจาก นักเรียนสับสนเครื่องหมายในการคำนวณ รองลงมาได้แก่ ด้านการหาผลหารพหุนามหารด้วยโมนามหารด้วยหารลงตัว โดยมีสาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนสับสนกระบวนการโดยนำเลขชี้กำลังมาหารกันด้วย

ทัศนพร คลังแก้ว ( 2532 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การศึกษาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 70 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยเรื่อง “ ภาคตัดกรวยและฟังก์ชันตรีโกณมิติ ” การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ได้ใช้เกณฑ์ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องของแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของไม่วีโชวิทซ์ ฮาดาร์และคณะ ผลการวิจัยพบว่า จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรียงลำดับจากมากไปน้อย คือข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา การใช้ข้อมูลผิด บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตรและนิยาม และข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

ไตรรงค์ เจนการ ( 2532 ) ได้ศึกษาเรื่อง “ การพิสูจน์ร่องรอยกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ” โดยทดลองสอบเด็กด้วยปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 โรงเรียน รวมทั้งสิ้น 116 คน ผลการสอบสิ่งที่ได้มา คือ กระดาษคำตอบของนักเรียนทุกคนที่แสดงวิธีการจนได้คำตอบพร้อมกับร่องรอยการคิด ผู้วิจัยได้สอบถามเด็กเป็นรายบุคคลอีกครั้ง โดยอาศัยร่องรอยการคิด และการแสดงวิธีทำในแต่ละตอนของเด็กเกือบทุกคน เด็กทุกคนจะเล่าและแสดงกระบวนการคิดอีกครั้ง ตามลำดับจนได้คำตอบ ข้อค้นพบคือ รูปแบบการคิด 6 แบบ คือ

1. เด็กอ่านโจทย์เข้าใจ รู้วิธีทำ คิดคำนวณได้ถูกต้อง วิธีการได้คำตอบถูกต้อง
2. เด็กอ่านโจทย์เข้าใจ รู้วิธีทำว่าอย่างไร บอกถูกว่าทำอะไรก่อนหรือหลัง แต่ลงมือแล้วคำนวณไม่ถูกหรือถูกบางจุด เลยได้คำตอบผิด
3. เด็กอ่านโจทย์เข้าใจ แต่ไม่รู้วิธีทำที่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบที่ผิด แม้จะมีความ



สามารถในการคำนวณก็ตาม

4. เด็กเข้าใจเพียงโจทย์อย่างเดียว นอกนั้นทำไม่ได้
5. เด็กคิดคำนวณได้อย่างเดียว โจทย์ที่ให้อ่านไม่เข้าใจ
6. ไม่รู้อะไรเลย บางทีอ่านหนังสือไม่ออก

ดารณี คำแหง ( 2533 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 320 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็น แบบสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ชนิดเลือกตอบและชนิดความเรียง เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ลำดับและอนุกรม การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ใช้ลักษณะข้อบกพร่องซึ่งปรับปรุงมาจากลักษณะข้อบกพร่องของ แบลนโดและคณะ คาเซย์ และไมวโซวิทซ์ - ฮาดาร์และคณะ ผลการวิจัยจากแบบสอบชนิดเลือกตอบ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบางประการของกรุป และสมบัติการเท่ากัน ไปใช้พิสูจน์ข้อความที่กำหนดให้หรือวิจารณ์การพิสูจน์ได้ โดยข้อบกพร่องมีสาเหตุสำคัญเนื่องจาก นักเรียนประยุกต์ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้กับทฤษฎีไม่ถูกต้อง และจากแบบสอบชนิดความเรียง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการนำความรู้เรื่องการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้หาค่าตัวแปรพร้อมทั้งหาอินเวอร์สการบวกและอินเวอร์สการคูณได้ โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องจากนักเรียนจำนิยามอินเวอร์สการบวกและอินเวอร์สการคูณผิด

เบญญา เขียวสม ( 2533 ) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า แบบทดสอบที่วัดความสามารถในการแปลความหมายคำ หรือข้อความที่กำหนดความสามารถในการสร้างสมการ ความสามารถในการรวบรวมข้อมูล ความสามารถในการนำหลักการ กฎเกณฑ์ไปใช้ได้และความสามารถในการคิดคำนวณ ซึ่งมีคุณภาพ ดังนี้ ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.51 - 0.79 ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.28 - 0.70 ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบมีค่า 0.88, 0.91, 0.89, 0.96 และ 0.95 ตามลำดับ

เบญจวรรณ อินชัยวงศ์ ( 2533 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ ความผิดพลาดในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในจังหวัดพิษณุโลก ” กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ จำนวน 241 คน เครื่องมือที่ใช้ในการ

วิจัยคือ แบบทดสอบแสดงวิธีทำเพื่อหาความผิดพลาดในการแก้โจทย์สมการ ผลการวิจัยพบว่าระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมีความสัมพันธ์กับประเภทความผิดพลาดในการแก้โจทย์สมการ และการแก้โจทย์สมการที่เกิดความผิดพลาดประเภทต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กับเพศของนักเรียน

ประดิษฐ์ วิชัย ( 2533 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ ความผิดพลาดในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดกำแพงเพชร ” กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดกำแพงเพชร จำนวน 364 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนใน 3 ด้านคือ ความผิดพลาดด้านกระบวนการ ความผิดพลาดด้านคิดคำนวณ และความผิดพลาดด้านการประยุกต์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกระทำผิดพลาดตามที่คาดหวังไว้จำนวนมาก คือ ความผิดพลาดด้านคิดคำนวณ ความผิดพลาดด้านกระบวนการ และความผิดพลาดด้านการประยุกต์ ตามลำดับ

ยุรวุฒน์ คล้ายมงคล ( 2534 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การศึกษากระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร ” โดยใช้ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง จำนวน 102 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ประเภท คือ แบบวัดกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ( เอ็ม อี คิว ) แบบสังเกตกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา และแบบสัมภาษณ์การใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา เพียง 3 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา และการดำเนินการตามแผนแก้ปัญหา มีจำนวนน้อยที่ทำครบ 4 ขั้นตอน คือ มีการทบทวนคำตอบและแผนการแก้ปัญหา

อรัญ ชูกระเดื่อง ( 2534 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียน สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 374 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบทดสอบอัตนัยเรื่องโจทย์สมการกำลังสอง ซึ่งมีขั้นตอนการแก้

โจทย์สมการ 5 ชั้น ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามขั้นตอนการแก้โจทย์สมการ เรียงตามลำดับจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากมากไปน้อย คือ

- คลาดเคลื่อนในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนด
- คลาดเคลื่อนในการตอบคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ
- คลาดเคลื่อนในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า
- คลาดเคลื่อนในการแก้สมการหาคำตอบ
- และคลาดเคลื่อนในการตีความและการทำความเข้าใจโจทย์

สุพิศา แก้วสุวรรณ ( 2535 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การเปรียบเทียบกระบวนการคิดแก้โจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนช่วงอุตสาหกรรมระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ” โดยใช้ตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นปีที่ 1 ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ สังกัดกรมอาชีวศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 400 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบกระบวนการคิดแก้โจทย์คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน มีกระบวนการคิดแก้โจทย์คณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยที่นักเรียนกลุ่มเก่ง มีคะแนนกระบวนการคิดแก้โจทย์คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มปานกลางและกลุ่มอ่อนทุกขั้นตอน สำหรับนักเรียนกลุ่มปานกลางมีคะแนนกระบวนการคิดแก้โจทย์คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มอ่อนในขั้นตอนที่ 2 คือ ขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 3 คือ ขั้นตอนดำเนินการตามแผน และขั้นตอนที่ 4 คือ ขั้นตอนตรวจสอบวิธีการและคำตอบ สำหรับขั้นตอนที่ 1 คือ ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา ปรากฏว่านักเรียนกลุ่มอ่อนมีคะแนนกระบวนการคิดแก้โจทย์คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มปานกลาง

สมชาย บุญรักษา ( 2536 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและระบบสมการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 316 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยชนิดเติมค่าและแสดงวิธีทำเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาที่นักเรียนบกพร่องมากได้แก่กราฟของสมการที่ขนานกัน การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น

สองตัวแปรโดยวิธีกราฟ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นสองตัวแปร สาเหตุของข้อบกพร่องที่พบบ่อยได้แก่ ขาดความรอบคอบ เขียนจุดตัดบนแกน X ผิด เข้าใจโจทย์ผิด และเข้าใจว่า 0 เป็นจำนวนเต็มบวก

รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์ ( 2538 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2537 โรงเรียนมัธยมศึกษาในสังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดอ่างทอง จำนวน 335 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบอัตนัยเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ จำแนกตามขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ 5 ขั้นตอน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ คิดเป็นร้อยละ 72 และมีข้อ บกพร่องในทุกขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ โดยเรียงลำดับจำนวนนักเรียนที่มีความบกพร่องจากมากไปน้อย ดังนี้คือ อันดับ 1 บกพร่องในการเขียนอัตราส่วนและสัดส่วนแสดงความสัมพันธ์ อันดับ 2 บกพร่องในการตีความ อันดับ 3 บกพร่องในการตอบคำถามของโจทย์ อันดับ 4 บกพร่องในการแก้สมการหาคำตอบ และอันดับสุดท้าย บกพร่องในการทำความเข้าใจโจทย์ขั้นต้น

สมสว่าง ณะพานิชย์สกุล ( 2538 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การสร้างแบบทดสอบวัดกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2538 โรงเรียนกุนนทีรุทธaramวิทยาลัย จำนวน 40 คน ทำแบบทดสอบเพื่อศึกษาคุณภาพด้านภาษาความชัดเจนของข้อสอบและสร้างเกณฑ์ให้คะแนน ใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 70 คน ทำแบบทดสอบเพื่อศึกษาค่าความยากและอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อและใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 140 คน ทำแบบทดสอบเพื่อศึกษาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ และความเชื่อมั่นของผู้ตรวจให้คะแนน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบวัดกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 10 ข้อ ได้ผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ 11 ท่าน โดยมีค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา จากการประเมินเกณฑ์การให้คะแนน ค่าความยากรายข้อ ค่าอำนาจจำแนกรายข้อและค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ อยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม

## 2. งานวิจัยต่างประเทศ

เบโล ( Balow, 1964 ) ได้ทำการศึกษาถึงความสำคัญของความสามารถในการอ่าน และความสามารถในการคิดคำนวณ ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนและการควบคุมระดับสถิติปัญญากับนักเรียน จำนวน 468 คน ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะเพิ่มขึ้น ถ้าความสามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณเพิ่มขึ้น

ทักเคอร์ ( Tucker, 1975 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะเบื้องต้น ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ” โดยใช้ตัวอย่างประชากร จำนวน 80 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดเชาวน์ปัญญา แบบทดสอบวัดการวิเคราะห์เชิงปริมาณ ซึ่งใช้วัดทักษะการจัดรูปแบบของปัญหา และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาด้านรูปภาพและภาษา ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการจัดรูปแบบของปัญหามีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาลงกว่าทักษะทางการคำนวณและทักษะการอ่าน

เว็บบ ( Webb, 1975 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การสำรวจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ” โดยใช้ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถทางความรู้ความจำ ซึ่งได้แก่ ภาษา แบบการคิด มิติสัมพันธ์ เหตุผลและการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับสูง

ฮอลล์ ( Hall, 1977 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลของการสอนการวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ” โดยใช้ตัวอย่างประชากร จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่ม ๆ ละ 30 คน กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม อีกกลุ่มเป็นกลุ่มทดลอง โดยกลุ่มทดลองได้เรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์ 8 บทเรียน ๆ ละครึ่งชั่วโมง โดยทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการวิเคราะห์ และแบบทดสอบวัดความสามารถ

ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ

บานูการา ( Babugara, 1985 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การวิเคราะห์ข้อบกพร่องวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ” จำนวน 146 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ และเกณฑ์ข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นตามเกณฑ์ข้อบกพร่องของ เฮช ราดัทซ์ ( H. Radatz's Error ) ผลการวิจัยพบว่า มีความสัมพันธ์อย่างมากระหว่างรูปแบบของความบกพร่องที่แน่นอนกับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ คะแนนที่นักเรียนได้จากแบบทดสอบจะเทียบได้กับรูปแบบของข้อผิดพลาดในวิชาคณิตศาสตร์และอายุ อย่างไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 ความถี่ของข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิตกับเลขคณิตและเรขาคณิต อย่างมีนัยสำคัญ แต่ข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคนในวิชาเลขคณิตไม่สัมพันธ์กับเรขาคณิตที่ระดับ 0.01 และความแตกต่างของรูปแบบข้อผิดพลาดที่สำคัญยังคงมีอยู่ระหว่างกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุดและกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำสุด

เบอร์ตัน ( Burton, 1986 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ ผลของการใช้แบบทดสอบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาระดับวิทยาลัย ” กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็น นักศึกษาปีที่ 1 จำนวน 99 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองจำนวน 50 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 49 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบ ทดสอบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัยไม่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แต่เป็นการชี้แนะถึงผลในทางบวกอย่างสูง ในแง่ของความคงทนในการเรียน นักศึกษาที่ทำแบบทดสอบอัตนัยได้ดี จะได้รับผลประโยชน์อย่างมาก อันเนื่องจากการเขียนแบบทดสอบ ผู้ที่ทำแบบทดสอบได้ดีจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าพวกที่ทำไม่ได้หรือที่ทำไม่ได้เลย ผู้วิจัยกล่าวว่า การสร้างตัวแบบทดสอบ การอธิบาย การฝึกฝน และการให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย นับเป็นการสูญเสียเวลาอย่างมาก แต่ก็แนะนำครูคณิตศาสตร์ให้นำวิธีการนี้ไปใช้ เพราะจะเกิดผลดีในด้านความคงทนในการเรียนและเพิ่มพูนระดับความสนใจของนักเรียน

ไมวโซวิทซ์ - ฮาดาร์ และคณะ ( Movshovitz - Hadar and Other, 1987 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการนำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยในโรงเรียน

มัธยมศึกษา ประเทศอิสราเอล ” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ เกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย และแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องตามเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรียงลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยเป็น ดังนี้ การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม ( Distorted Theorem of Definition ) ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ ( Technical Error ) การใช้ข้อมูลผิด ( Misused Data ) ข้อผิดพลาดในการแปลความหมาย ( Misinterpreter Language ) การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ ( Logically Invalid Inference ) ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ( Unverified Solution )

อีโคโนโมพอลอส ( Economopoulos, 1987 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีการตัดสินใจ การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ และการคิดแบบอนกนัยของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาได้ดีเลิศ ” โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนที่เรียนดีเลิศทางคณิตศาสตร์ จำนวน 56 คน โดยจัดเป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม ๆ ละ 5 คน กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม จำนวน 26 คน กลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม ได้รับการสอนตามทฤษฎีการตัดสินใจ โดยกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนทฤษฎีเกม ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจอย่างกว้าง ๆ ซึ่งใช้เวลาในการสอน 15 ครั้ง ๆ ละ 75 นาที เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวฮิวริสติกและแบบวัดความคิดแบบอนกนัย ซึ่งความคิดแบบอนกนัยแบ่งเป็น 3 แบบคือ ความคิดแบบคล่องตัว ความคิดแบบยืดหยุ่นและความคิดแบบริเริ่ม ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนทฤษฎีเกม มีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจอย่างกว้าง ๆ แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจทั้งสองกลุ่ม มีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติและนักเรียนที่มีความคิดริเริ่มสูงเมื่อได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจ แล้วมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นมากกว่าอัตราการเพิ่มของกลุ่มที่มีความคิดริเริ่มต่ำ

แรนดา ( Randa, 1989 ) ได้ศึกษาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ประการ คืออิทธิพลของการสังเกต และการพิจารณาถึง สิ่งที่ยากลำบากเกี่ยวกับจำนวน ที่มีต่อกลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การใช้กลวิธีที่เฉพาะเจาะจงในการพิจารณาแก้ปัญหาง่าย ๆ ความแตกต่างระหว่าง

เพศในการวางแผนเกี่ยวกับจำนวนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และความแตกต่างระหว่างเพศในการใช้กลยุทธ์เฉพาะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 10 - 12 จำนวน 40 คน แยกเป็นเพศชายและเพศหญิงเท่า ๆ กัน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ โจทย์ปัญหา 8 ข้อ ให้นักเรียนตอบแล้วจดบันทึกไว้ในเทป ผลการวิจัยพบว่า การสังเกตและการพิจารณาถึงสิ่งที่ยากลำบากเกี่ยวกับจำนวน มีอิทธิพลต่อนักเรียนในการแปลความหมายของโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งพบว่า ความแตกต่างระหว่างเพศจะมีผลต่อผลลัพธ์และความถูกต้อง แต่ว่าจะไม่มีผลต่อกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

จากงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า นักวิจัยส่วนใหญ่ได้ให้ความสนใจกับการศึกษาข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์กันอย่างแพร่หลาย โดยเฉพาะในเรื่องความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไปแล้วว่า เป็นหัวใจของการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์