

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์. การวิเคราะห์โครงสร้าง. พิมพ์ครั้งที่ 2, กรุงเทพมหานคร : วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์

### ภาษาอังกฤษ

ACI Committee 318, Building Code Requirement for Reinforced Concrete and ( ACI 318-89 ) ( Revised 1992 ) and Commentary - ACI 318R-89 ( Revised 1992 ) American Concrete Institute, Detroit, 1989.

Baker A.L.L and Amarakorn A.M.N. Inelastic Hyperstatic Frames Analysis. Proceeding of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete. ASCE-ACI Miami. ( Nov. 1964 ) : 85-142.

Bakoss S.L., Gilbert R.I., and Pulmonó V.A. Long-Term Behavior of Reinforced Concrete Frames. UNICIV REPORT no.R-212 (July 1983)

Bathe, K.J., and Wilson, E.L. Numerical Methods in Finite Element Analysis. New Jersey : Prentice-Hall, 1976.

Bertero V.V. and McClure G. Behavior of Reinforced Concrete Frames Subjected to Repeated Reversible Loads. ACI Journal ( Oct. 1964 ) : 1305 - 1329.

Carol I., and Murcia J. Nonlinear Time-dependent Analysis of Planar Frames using an Exact Formulation-I. Theory. Journal of Computer & Structure. Vol.33, No.1 1989 :79-87.

\_\_\_\_\_. Nonlinear Time-dependent Analysis of Planar Frames using an Exact Formulation -II. Computer Implementation for R.C. structures and Examples. Journal of computer & Structure, Vol.33, No.1 1989 : 89-102.

Carreira D.J., and Kuang-Han Chu. The Moment-Curvature Relationship of Reinforced Concrete Members. ACI Structural Journal. (March-April 1986) : 191-198.

- Chajes A., and Churchill E.J. Nonlinear Frame Analysis by Finite Element Method. Journal of Structural Engineering ASCE, 113 (June 1987) : 1221-1235.
- Chen,W.F., and Lui,E.M. Stability Design of Steel Frames. Florida : CRC Press, 1991.
- Cook R.D., Malkus D.S., and Plesha M.E. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 3rd ed., John Wiley & Sons, 1989.
- EI - Metwally S.E., and Chen W.F. Load - deformation Relations for Reinforced Concrete Sections. ACI Structural Journal. ( March - April , 1989 ) : 163 - 167.
- Ernst G.C., Smith G.M., Riveland A.R.,and Pierce D.N. Basic Reinforced Concrete Frame Performance Under Vertical and Lateral Loads. ACI Journal. ( April 1973 ) : 261 - 269.
- Pulmano V.A., and Young Sik Shin. Simplified Finite-Element Analysis of Deflections of Reinforced Concrete Beams. ACI Structural Journal. (July-August,1987) : 342-348.
- Seniwongse M. The deformation of reinforced concrete beams and frames up to failure. The Structural Engineer, Vol. 57, No. 4 ( Dec. 1979 ) : 77- 81.
- Tunwa Sirisreetreerux. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames. M.Eng. Thesis, Asian Institute of Technology, 1978.
- Yang , Y.B. Linear and Nonlinear Analysis of Space Frames with Nonuniform Torsion Using Interactive Computer Graphics. Doctoral Dissertation , Cornell University . 1984.
- Zienkiewicz O.C., and Taylor R.L. The Finite Element Method. 4th ed. Vol.1 London : McGrawhill, 1991.
- \_\_\_\_\_. The Finite Element Method. 4th ed. Vol.2 London : McGrawhill, 1991.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

การหาสติฟเนสเชิงเส้นดัดแปลงและไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต

จากสมการที่ (2.24)

$$\begin{aligned} [k_m] &= [k^a] + [k^b] \\ &= \int_0^L \left\{ \frac{dN_u}{dx} \right\} EA_e \left[ \frac{dN_u}{dx} \right] dx + \int_0^L \left\{ \frac{d^2 N_v}{dx^2} \right\} EI(x) \left[ \frac{d^2 N_v}{dx^2} \right] dx \end{aligned} \quad (2.24)$$

พิจารณาพจน์แรกของสมการ (2.24) คือ  $[k^a]$

$$[k^a] = \int_0^L \left\{ \frac{dN_u}{dx} \right\} EA_e \left[ \frac{dN_u}{dx} \right] dx \quad (ก.1)$$

$$\text{เมื่อ } \left\{ \frac{dN_u}{dx} \right\}^T = \left[ \frac{dN_u}{dx} \right] = \begin{bmatrix} -1/L & 1/L \end{bmatrix} \quad (ก.2)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} [k_a] &= EA_e \int_0^L \begin{bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/L & 1/L \end{bmatrix} dx \\ &= \frac{EA_e}{L^2} \int_0^L \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} dx \end{aligned}$$

$$[k_a] = \frac{EA_e}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (ก.3)$$

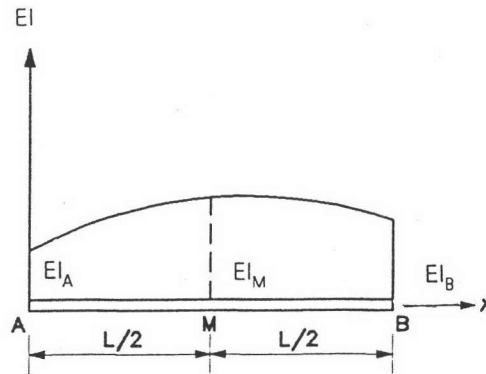
$$\text{เมื่อ } A_e = \frac{1}{6} [A_A + 4A_M + A_B]$$

สติฟเนสเมตริกซ์ในสมการ (ก.3) สัมพันธ์กับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลาย  $\{r\} = [d_1 \ d_4]^T$

พิจารณาพจน์ที่สองของสมการ (2.24) คือ  $[k^b]$

$$[k^b] = \int_0^L \left\{ \frac{d^2 N_v}{dx^2} \right\} EI(x) \left[ \frac{d^2 N_v}{dx^2} \right] dx \quad (ก.4)$$

จากสมมติฐานเบื้องต้นที่กำหนดให้ความสัมพันธ์ของสติเฟเนสตลอดความยาวขององค์อาคารเป็นแบบพาราโบลา ดังรูปที่ ก.1



รูปที่ ก.1 แสดงค่าสติเฟเนสขององค์อาคาร

เพราะฉะนั้น  $EI(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$  (ก.5)

โดย  $\beta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  เป็นค่าคงตัวหาได้จากเงื่อนไขที่จุดต่อ คือ

$$\begin{aligned} EI(x=0) &= EI_A \\ EI(x=L/2) &= EI_M \\ EI(x=L) &= EI_B \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์ดังกล่าวข้างต้น สามารถเขียนลักษณะการกระจายของสติเฟเนสให้อยู่ในรูปแบบสติเฟเนสที่จุดต่อ 3 จุดได้ดังนี้

$$EI(x) = EI_A + (-3EI_A + 4EI_M - EI_B) \frac{x}{L} + 2(EI_A - 2EI_M + EI_B) \left(\frac{x}{L}\right)^2 \quad (ก.6)$$

$$\text{และ } \left\{ \frac{d^2 N_v}{dx^2} \right\}^T = \left[ \frac{d^2 N_v}{dx^2} \right] = \left[ \left( \frac{-6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} \right) \quad \left( \frac{-4}{L} + \frac{6x}{L^2} \right) \quad \left( \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \right) \quad \left( \frac{-2}{L} + \frac{6x}{L^2} \right) \right] \quad (ก.7)$$

แทนค่า (ก.6) และ (ก.7) ลงใน (ก.4) จะได้

$$[k^b] = \int_0^L EI(x) \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & -\alpha_1 & -\alpha_5 \\ & \alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_6 \\ & & \alpha_1 & \alpha_5 \\ \text{SYM.} & & & \alpha_4 \end{bmatrix} dx \quad (\text{ก.8})$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{36}{L^4} - \frac{144x}{L^5} + \frac{144x^2}{L^6} \\ \alpha_2 &= \frac{16}{L^2} - \frac{48x}{L^3} + \frac{36x^2}{L^4} \\ \alpha_3 &= \frac{24}{L^3} - \frac{84x}{L^4} + \frac{72x^2}{L^5} \\ \alpha_4 &= \frac{4}{L^2} - \frac{24x}{L^3} + \frac{36x^2}{L^4} \\ \alpha_5 &= -\frac{12}{L^3} + \frac{60x}{L^4} - \frac{72x^2}{L^5} \\ \alpha_6 &= \frac{8}{L^2} - \frac{36x}{L^3} + \frac{36x^2}{L^4} \end{aligned}$$

อินทิเกรตสมการข้างต้นเราจะได้รับ

$$\begin{aligned} [k^b] &= A_1 \begin{bmatrix} 12/L^3 & 6/L^2 & -12/L^3 & 6/L^2 \\ & 4/L & -6/L^2 & 2/L \\ & & 12/L^3 & -6/L^2 \\ \text{SYM.} & & & 4/L \end{bmatrix} + A_2 \begin{bmatrix} 6/L^2 & 2/L & -6/L^2 & 4/L \\ & 1 & -2/L & 1 \\ & & 6/L^2 & -4/L \\ \text{SYM.} & & & 3 \end{bmatrix} \\ &+ A_3 \begin{bmatrix} 24/5L & 7/5 & -24/5L & 17/5 \\ & 8L/15 & -7/5 & 13L/15 \\ & & 24/5L & -17/5 \\ \text{SYM.} & & & 38L/15 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{ก.9})$$

โดยที่

$$\begin{aligned} A_1 &= EI_A \\ A_2 &= \frac{1}{L}(-3EI_A + 4EI_M - EI_B) \\ A_3 &= \left(\frac{2}{L^2}\right)(EI_A - 2EI_M + EI_B) \end{aligned}$$

สติฟเนสเมตริกซ์ในสมการ (ก.9) สัมพันธ์กับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลาย  $\{r\} = [d_2 \ d_3 \ d_5 \ d_6]^T$  โดยถ้าสมการ (ก.9) มีค่า  $I_A = I_M = I_B = I$  ดังนั้น  $A_2 = A_3 = 0$  เราจะได้สติฟเนสเมตริกซ์ของคานทั่วไปคือ

$$[k^b] = EI \begin{bmatrix} 12/L^3 & 6/L^2 & -12/L^3 & 6/L^2 \\ & 4/L & -6/L^2 & 2/L \\ & & 12/L^3 & -6/L^2 \\ SYM. & & & 4/L \end{bmatrix} \quad (\text{ก.10})$$

สามารถเขียนสติฟเนสเมตริกซ์เชิงเส้นดัดแปลงจากการรวม (ก.3) เข้ากับ (ก.9) ที่สัมพันธ์กับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลาย  $\{r\} = [d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6]^T$  ได้ดังสมการที่ (2.25)

จากสมการที่ (2.27)

$$[k_G] = \int_0^L \left\{ \frac{dN_v}{dx} \right\} P \left[ \frac{dN_v}{dx} \right] dx \quad (2.27)$$

เมื่อ

$$\left\{ \frac{dN_v}{dx} \right\}^T = \left[ \frac{dN_v}{dx} \right] = \left[ \left( \frac{-6x}{L^2} + \frac{6x^2}{L^3} \right) \quad \left( 1 - \frac{4x}{L} + \frac{3x^2}{L^2} \right) \quad \left( \frac{6x}{L^2} - \frac{6x^2}{L^3} \right) \quad \left( \frac{-2x}{L} + \frac{3x^2}{L^2} \right) \right] \quad (\text{ก.11})$$

ดังนั้น

$$[k_G] = \int_0^L P \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_3 & -\gamma_1 & -\gamma_5 \\ & \gamma_2 & -\gamma_3 & \gamma_6 \\ & & \gamma_1 & \gamma_5 \\ SYM. & & & \gamma_4 \end{bmatrix} dx \quad (\text{ก.12})$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{36x^2}{L^4} - \frac{72x^3}{L^5} + \frac{36x^4}{L^6} \\ \gamma_2 &= 1 - \frac{8x}{L} + \frac{22x^2}{L^2} - \frac{24x^3}{L^3} + \frac{9x^4}{L^4} \\ \gamma_3 &= \frac{-6x}{L^2} + \frac{30x^2}{L^3} - \frac{42x^3}{L^4} + \frac{18x^4}{L^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma_4 &= \frac{4x^2}{L^2} - \frac{12x^3}{L^3} + \frac{9x^4}{L^4} \\ \gamma_5 &= \frac{-12x^2}{L^3} + \frac{30x^3}{L^4} - \frac{18x^4}{L^5} \\ \gamma_6 &= \frac{-2x}{L} + \frac{11x^2}{L^2} - \frac{18x^3}{L^3} + \frac{9x^4}{L^4}\end{aligned}$$

อินทิเกรตสมการข้างต้นเราจะได้

$$[k_G] = \frac{P}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ & & 36 & -3L \\ \text{SYM} & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{ก.13})$$

สติเฟเนสมเมตริกซ์ในสมการ (ก.13) สัมพันธ์กับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลาย  $\{r\} = [d_2 \ d_3 \ d_5 \ d_6]^T$  ซึ่งสามารถเขียนสติเฟเนสมเมตริกซ์ไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตขององค์อาคารรับแรงดัดและแรงตามแนวแกนที่สัมพันธ์กับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลาย  $\{r\} = [d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6]^T$  ดังสมการที่ (2.28)



## ภาคผนวก ข

## ตัวอย่าง Input และ Output

:- Project Name : EX1\_1  
:- Coordinate Input Data

:-No of Node = 13

Node No:	X-Coor	Y-Coor	X-Bou	Y-Bou	Z-Bou
1	0.000	0.000	Fix	Fix	Fix
2	0.000	34.000			
3	0.000	60.000			
4	0.000	101.000			
5	0.000	102.000			
6	1.000	102.000			
7	51.000	102.000			
8	101.000	102.000			
9	102.000	102.000			
10	102.000	101.000			
11	102.000	60.000			
12	102.000	34.000			
13	102.000	0.000	Fix	Fix	Fix

:- Project Name : EX1\_1  
:- Element Connectivity Input Data

:- No of Element = 12

EleNo	Node1	Node2	Rigid 1	Rigid 2	Mat.No1	Mat.No2	Mat.No3
1	1	2	0.000	0.000	1	1	1
2	2	3	0.000	0.000	1	1	1
3	3	4	0.000	0.000	1	1	1
4	4	5	0.000	0.000	1	1	1
5	5	6	0.000	0.000	1	1	1
6	6	7	0.000	0.000	1	1	1
7	7	8	0.000	0.000	1	1	1
8	8	9	0.000	0.000	1	1	1
9	9	10	0.000	0.000	1	1	1
10	10	11	0.000	0.000	1	1	1
11	11	12	0.000	0.000	1	1	1
12	12	13	0.000	0.000	1	1	1

:- Project Name : EX1\_1  
 :- Material Property Input Data

:- No of Material = 1

Mat.No:	Ec	Es	fc'	fs	b	h	Sect.No
1	2.0679e+05	2.0600e+06	296.00	3394.00	7.30	10.20	1

:- No of Section = 1

Sect.No.	Area of steel	Distance from top face
1	0.633	1.800
2	0.633	8.400

:- Layers of Steel = 2

:- Project Name : EX1\_1  
 :- External Point Load Data

Node No:	X-Load	Y-Load	Moment	Type_X	Type_Y	Type_Z
5	700.000	0.000	0.000	Incre		
7	0.000	-700.000	0.000		Incre	

Project Name : EX1\_1  
 Load Factor= 1.243

EleNo:	Axial	Shear	Bending	Axial	Shear	Bending
1	5.7962e+01	4.1005e+02	2.4315e+04	-5.7962e+01	-4.1005e+02	-1.0353e+04
2	5.4874e+01	4.1047e+02	1.0353e+04	-5.4874e+01	-4.1047e+02	3.4248e+02
3	5.5422e+01	4.1040e+02	-3.4248e+02	-5.5422e+01	-4.1040e+02	1.7202e+04
4	5.7116e+01	4.1017e+02	-1.7202e+04	-5.7116e+01	-4.1017e+02	1.7613e+04
5	4.5984e+02	7.1088e+01	-1.7613e+04	-4.5984e+02	-7.1088e+01	1.7690e+04
6	4.6048e+02	6.6828e+01	-1.7690e+04	-4.6048e+02	-6.6828e+01	2.1157e+04
7	4.5535e+02	-8.0949e+02	-2.1157e+04	-4.5535e+02	8.0949e+02	-1.9446e+04
8	4.6037e+02	-8.0664e+02	1.9446e+04	-4.6037e+02	8.0664e+02	-2.0253e+04
9	7.9910e+02	4.7334e+02	2.0253e+04	-7.9910e+02	-4.7334e+02	-1.9768e+04
10	7.9681e+02	4.7719e+02	1.9768e+04	-7.9681e+02	-4.7719e+02	3.2215e+02
11	7.9618e+02	4.7823e+02	-3.2215e+02	-7.9618e+02	-4.7823e+02	1.3094e+04
12	7.9984e+02	4.7208e+02	-1.3094e+04	-7.9984e+02	-4.7208e+02	2.9432e+04

Project Name : EX1\_1  
 Load Factor= 1.243

Node No:	X-Disp	Y-Disp	Rotation
1	0.0000000e+00	0.0000000e+00	0.0000000e+00
2	4.8774400e-01	-1.2506000e-02	-2.0966999e-02
3	1.0581681e+00	-2.0104000e-02	-2.2306999e-02
4	1.9026300e+00	-3.0904001e-02	-1.6620001e-02
5	1.9190720e+00	-3.1243000e-02	-1.6264001e-02
6	1.9187911e+00	-4.7341999e-02	-1.5938999e-02
7	1.9091970e+00	-3.8491899e-01	4.3500001e-03
8	1.9044620e+00	-3.4818999e-02	5.6940001e-03
9	1.9041080e+00	-3.4109998e-02	-1.5509000e-02
10	1.8884079e+00	-3.3619002e-02	-1.5900999e-02
11	1.0467041e+00	-1.9259000e-02	-2.2257000e-02
12	4.7876701e-01	-1.1647000e-02	-2.0928999e-02
13	0.0000000e+00	0.0000000e+00	0.0000000e+00

### ประวัติผู้เขียน

นาย ขจรศักดิ์ มโนทรัพย์ศักดิ์ เกิดเมื่อวันที่ 16 ตุลาคม 2515 ที่จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2536 เข้าศึกษาหลักสูตรปริญญาโท สาขาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2537