บทที่ 4
สรุป วิจารณ์ และ ข้อเสนอแนะ

4.1 สรุปและวิจารณ์

ผลของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะเห็นได้ว่า ทั้งกรณีที่ 1 และ 2 การโก่งงอไม่ได้เกิดขึ้นที่รูปร่างของแผ่นวงแหวนเป็นรูปสมมาตรตามแนวรัศมีเสมอไป และทั้งสองกรณีผลที่ได้ก็แสดงว่าแรงโก่งงอที่น้อยที่สุด ไม่ได้เกิดที่รูปร่างสมมาตรนั้นเลย ดังนั้น ในการสมมุติว่าการโก่งงอจะเกิดขึ้นแบบมีสมมาตรทั้งสองกรณีจึงไม่ให้ค่าแรงโก่งงอที่แท้จริง เพราะผลที่ได้แสดงว่าเกิดการโก่งงอโดยมีรูปร่างเป็นคลื่นตามแนวเส้นรอบวง และจำนวนคลื่นที่เกิดขึ้นในแต่ละขนาดของรูก็ไม่แน่นอน กล่าวคือ เมื่อขนาดของรูเปลี่ยนไปโดยมีค่า a/b เพิ่มขึ้น การโก่งงอจะเกิดขึ้นที่ค่า n เท่าเดิมหรือไม่ก็มากกว่าเดิม แต่จะไม่มีค่าลดลงจากเดิม และเช่นเดียวกันเมื่อ a/b เพิ่มค่าของแรงวิกฤตจะเพิ่มขึ้นตาม หมายความว่า ถ้ารูกว้างขึ้น จะทำให้โก่งงอ ต้องใช้แรงกดมากกว่า และให้จำนวนคลื่นเท่ากันหรือมากกว่าเมื่อรูแคบกว่า

ทั้งสองกรณี Vijayakumar [11] ได้หาค่าออกมาโดยการสมมุติการโก่งงอแบบมีสมมาตร และหาค่าแรงโก่งงอที่อัตราส่วน a/b เท่ากับ 0.5 และเมื่อนำค่าที่ได้ของ Vijayakumar ที่จุดนี้มาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากวิทยานิพนธ์นี้ที่ n = 0 และ a/b = 0.5 เดียวกันนี้ เราพบว่าค่าที่ได้จากวิทยานิพนธ์นี้สูงกว่าประมาณ 18% และต่ำกว่า 6% (โดยยึดค่าของ Vijayakumar เป็นหลัก) สำหรับกรณีที่ 1, 2 ตามลำดับ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับการโก่งงอที่แท้จริงสำหรับวิทยานิพนธ์นี้ จะได้ว่าการโก่งงอที่ a/b = 0.5 เกิดขึ้น n = 7, λ = 126.93 และ n = 4, λ = 84.52 นั่นคือ ค่าที่ได้จากวิทยานิพนธ์นี้ต่ำกว่าของ Vijayakumar ประมาณ 42 และ 44 เปอร์เซนต์ สำหรับกรณีที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

เมื่อเทียบผลที่ได้กับของ Yamaki [12] ที่มีเงื่อนไขของการรองรับที่ขอบแบบเดียวกัน แต่เขาทำการวิจัยแผ่นวงแหวนที่มีแรงกดทั้งขอบนอกและขอบในเท่า ๆ กัน ผลของ Yamaki ก็ไม่ได้การโก่งงอแบบมีสมมาตรเลย สำหรับกรณีที่ 1 และค่า n เพิ่มขึ้นเมื่อ a/b เพิ่มขึ้นเช่นกัน แต่สำหรับกรณีที่ 2 Yamaki จะได้ค่าแรงโก่งงอเกิดขึ้นแบบมีสมมาตรยกเว้นในกรณี a/b น้อยกว่า 0.3

ดังจะเห็นได้ว่า จากการสมมุติว่าเกิดการโก่งงอแบบมีสมมาตรจะให้ค่าที่แตกต่างกับแรงโก่งงอที่แท้จริงมาก เป็นที่น่าเสียดายที่คำตอบที่ถูกต้องจริง ๆ ยังหาค่าไม่ได้เพราะสมการที่ควบคุมกลไกของการโก่งงอยังยุ่งยากมากที่จะหาคำตอบออกมาให้ตรง ๆ ผู้วิจัยที่แล้ว ๆ มาต่างพยายามหาค่าเหล่านี้ออกมา และส่วนมากใช้วิธีของ Rayleigh - Ritz จากค่าของ Vijayakumar ที่นำมาเปรียบเทียบนั้น เขาใช้วิธีของ Rayleigh - Ritz เช่นกันโดยใช้ polynomial กับ function $(1 - \frac{r}{b})^2(1- \frac{r}{a})^2$ และ $(1 - \frac{r}{b})^2(1 - \frac{r}{a})$ สำหรับกรณีที่ 1 และ 2 ตามลำดับ และทั้งวิธีของ Rayleigh - Ritz และวิธีของ Galerkin ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ก็เป็นวิธีที่หาคำตอบโดยประมาณ ค่าที่หาได้จะสูงกว่าค่าที่ถูกต้อง เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อนจะมากน้อยก็ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของ function ที่สมมุติ และจำนวนเทอมที่ใช้ใน polynomial ของ function เท่านั้นด้วย (ในที่นี้เราใช้จำนวนเทอม 1 เทอมใน polynomial, $F(r) \sum_{i=1}^{n} C_i f_i(r)$ เพราะเมื่อใช้มากเทอมคำตอบก็ยิ่งใกล้คำตอบที่แท้จริงแต่ความยุ่งยากก็เพิ่มเป็นทวีคูณ)

ข้อเสียของวิธี Galerkin ก็คือการหา function ที่เหมาะสมซึ่งสามารถสอดคล้องกับ boundary conditions ได้พร้อม ๆ กันหมดทุก ๆ ข้อได้ยากโดยเฉพาะกรณีที่ 2 function ที่สมมุติในวิทยานิพนธ์นี้ไม่สอดคล้องกับ boundary conditions ทั้งหมดทีเดียว โดยที่ค่าของ moment ที่ขอบในไม่เท่ากับศูนย์ตามเงื่อนไข แต่ข้อดีของวิธี Galerkin ก็คือสามารถนำไปใช้แก้สมการ GDE ที่ยุ่งยากกว่าได้ง่ายกว่าวิธีอื่น

ดังได้กล่าวมาแล้ว วิธีเหล่านี้จะให้ค่าสูงกว่าค่าที่แท้จริง ฉะนั้นสำหรับการนำไปปฏิบัติจริง ๆ เพื่อใช้ในการออกแบบชิ้นส่วนงานสำคัญ ๆจึงต้องอาศัยการเปรียบเทียบจากวิธีอื่นๆ หรือผลของการทดลองและอาศัยประสพการณ์มาพิจารณาหาค่าที่คาดว่าปลอดภัยมาใช้ หรือใช้ค่าความปลอดภัย (safety factor) ให้พอเหมาะ

Limitation : ค่า $\frac{a}{b}$ ควรจะไม่ทำให้แผ่นวงแหวนบางกลายเป็นวงแหวนบาง (ring) เพราะจะทำให้ใช้ทฤษฎีของ plate ไม่ได้

อย่างไรก็ดี วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ก็เป็นเพียงผลอันหนึ่งที่จะรอการเปรียบเทียบกับวิธีการอื่น ๆ หรือรอผลจากการทดลองมายืนยันก่อนที่ไปใช้ในงานจริง ๆ เท่านั้น

4.2 ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยของ Yamaki [12] ที่แสดงให้เห็นว่าการโก่งงอไม่จำเป็นจะต้องเกิดแบบสมมาตรเสมอไป และผลของ Majumdar [3] ที่ทำไว้ในกรณีขอบนอกถูกยึดแน่น ขอบในเป็นอิสระ กับผลของวิทยานิพนธ์ครั้งนี้ในกรณีที่ทั้งขอบในและขอบนอกถูกยึดแน่น และกรณีที่ขอบในรองรับแบบธรรมดา ขอบนอกถูกยึดแน่นนั้น ก็แสดงให้เห็นว่าโอกาสที่จะเกิดการโก่งงอแบบมีสมมาตรนั้นน้อยมาก และเมื่ออัตราส่วน a/b ใหญ่ขึ้น จะไม่ได้การโก่งงอแบบมีสมมาตรเลย ทั้ง 3 กรณี ดังนั้นสำหรับการวิจัยเกี่ยวกับการโก่งงอของแผ่นวงแหวนต่อไปน่าจะเป็นดังต่อไปนี้

1) หาแรงวิกฤต ในกรณีอื่น ๆ สำหรับ isotropic material

2) หาแรงวิกฤต ในกรณีต่าง ๆ สำหรับ orthotropic material

3) ทำการทดลองกรณีต่าง ๆ มาเปรียบเทียบ

โดยข้อที่ 1, 2 สมมุติการโก่งงอแบบไม่มีสมมาตรแล้วทำการทดลอง เพื่อตรวจผลในกรณีต่าง ๆ ตามข้อที่ 3