บทที่ 2

ทฤษฎีและสถิติที่เกี่ยวข้อง

วัตถุประสงค์หลักในการทำวิจัยนี้ เพื่อคำนวณหามูลค่าความเสี่ยง (Value at risk : VaR) ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อลูกค้าที่มีมูลค่าความสูญเสียเท่ากันทั้งหมด แต่มีความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียแต่ละรายไม่เท่ากัน หรือกล่าวได้ว่าลูกค้าแต่ละรายมีการแจกแจงแบบเบอร์นูลี (Independent Bernoulli with not-all-equal probabilities of success) นั่นเอง หากนำลูกค้าแต่ละรายมาพิจารณาร่วมกันโดยมีเป้าหมายเพื่อคำนวณหามูลค่าความเสี่ยงจากจำนวนลูกค้าทั้งหมด จะกล่าวได้ว่าลูกค้าทั้งหมดมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินาม (Poisson-Binomail distribution) ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ดังที่ได้กล่าวไว้ในขอบเขตการวิจัยในบทที่ 1

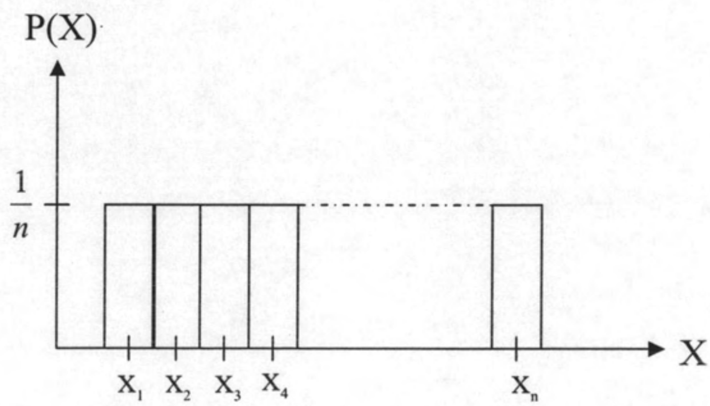
ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของทฤษฎีและการแจกแจงที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย โดยมีทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องดังนี้

2.1 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบยูนิฟอร์ม (Uniform probability distribution)

ถ้าตัวแปรสุ่ม X ซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้ต่างๆ กัน n ค่า คือ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ด้วยความน่าจะเป็นเท่าๆ กันแล้ว X จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงยูนิฟอร์มด้วยฟังก์ชันความน่าจะเป็น $\mathrm{P}(x;n)$ มีรูปแบบ ดังนี้

$$\mathrm{P}(X=x)=\mathrm{P}(x;n)=\frac{1}{n},\ x=x_1,x_2,\ldots,x_n$$

นั่นคือ $\mathrm{P}(X=x_1)=\mathrm{P}(X=x_2)=\ldots=\mathrm{P}(X=x_n)=\frac{1}{n}$ หรืออาจกล่าวได้ว่า โอกาสที่ X จะมีค่าเท่ากันนั่นเอง ดังรูป



รูปที่ 2.1 แสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบยูนิฟอร์ม

โดยมีค่าคาดหวังของ X ดังนี้

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = \mu = \sum_{k=1}^{n} x_k \mathrm{P}(X = x_k) = \sum_{k=1}^{n} x_k \left(\frac{1}{n}\right) = \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{n}$$

และมีค่าความแปรปรวนของ X ดังนี้

$$\mathrm{V}(\mathrm{X}) = \sigma^2 = \sum_{k=1}^{n} (x_k - \mu)^2 \mathrm{P}(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(x_k - \mu)^2}{n}$$

2.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเบอร์นูลี (Bernoulli probability distribution)

ถ้าผลของการทดลองที่เป็นไปได้ของการทดลองแต่ละครั้งมี 2 อย่าง คือ

1. สิ่งที่สนใจ (Success)
2. สิ่งที่ไม่สนใจ (Failure)

โดยที่ความน่าจะเป็นในการได้สิ่งที่สนใจจะคงที่ทุกๆ ครั้งของการทดลอง จะเรียกการทดลองแต่ละครั้งว่า การทดลองแบบเบอร์นูลี (Bernoulli experiment) ด้วยพารามิเตอร์[1] p

ให้ X เป็นจำนวนครั้งที่ได้สิ่งสนใจในการทดลองครั้งหนึ่งๆ ดังนั้นค่าของ X จะมีได้เพียง 2 ค่า คือ 0 หรือ 1 และให้ p เป็นความน่าจะเป็นในการได้สิ่งที่สนใจ ดังนั้น

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{ถ้าได้สิ่งที่สนใจ ด้วยความน่าจะเป็น } \mathrm{p} \\ 0 & \text{ถ้าได้สิ่งที่ไม่สนใจ ด้วยความน่าจะเป็น } 1-\mathrm{p} \end{cases}$$

การแจกแจงเบอร์นูลีมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น มีรูปแบบ ดังนี้

$$\mathrm{P}(X = x) = \mathrm{P}(x; p) = p(x) = p^x (1-p)^{1-x} \; ; \; x = 0,1; \; 0 \le p \le 1$$

ถ้า $\mathrm{X} = 1$ จะได้ $\mathrm{P}(X = 1) = p(1) = p^1 (1-p)^{1-1} = p$

ถ้า $\mathrm{X} = 0$ จะได้ $\mathrm{P}(X = 0) = p(0) = p^0 (1-p)^{1-0} = 1-p$

โดยมีค่าคาดหวังของ X ดังนี้

---

[1] พารามิเตอร์ (Parameter) คือ ค่าที่แสดงหรือบอกถึงลักษณะที่สำคัญของประชากรหรือตัวแปร เมื่อเป็นตัวแปรเบอร์นูลี ลักษณะที่สำคัญ คือ โอกาสที่จะได้สิ่งที่สนใจ p ว่ามีค่ามากหรือน้อยอย่างไร

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = \mu = \mathrm{p}$$

และมีค่าความแปรปรวนของ X ดังนี้

$$\mathrm{V}(\mathrm{X}) = \sigma^2 = pq$$

2.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบทวินาม (Binomial probability distribution)

เป็นการทดลองซึ่งมีลักษณะ ดังนี้

1. มีการทดลองซ้ำๆ กัน n ครั้ง ภายใต้สถานการณ์เดียวกัน (ข้อจำกัดเดียวกัน)
2. การทดลองแต่ละครั้งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ 2 อย่าง คือ สิ่งที่สนใจและสิ่งที่ไม่สนใจ
3. การทดลองแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน
4. ความน่าจะเป็นในการได้สิ่งที่สนใจจะมีค่าคงที่ทุกครั้งของการทดลองเท่ากับ p และความน่าจะเป็นการได้สิ่งที่ไม่สนใจในแต่ละครั้งของการทดลองเท่ากับ $1-\mathrm{p}=\mathrm{q}$
5. ตัวแปรสุ่ม X จะเป็นจำนวนครั้งของการทดลองที่ได้สิ่งที่สนใจจากการทดลองทั้งหมด n ครั้ง นั่นคือ $\mathrm{X} = 0,1,2,\ldots,n$

จะเรียกการทดลองที่มีลักษณะข้างต้นว่า การทดลองทวินาม (Binomial experiment) ซึ่งจำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการทดลอง n ครั้ง และได้สิ่งที่สนใจจำนวน X ครั้ง คือ $^{n}C_x = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ ดังนั้น ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ X คือ

$$\mathrm{P}(X=x) = \mathrm{P}(x;n,p) = {}^{n}C_x p^x (1-p)^{1-x} \; ; \; x = 0,1,\ldots,n; \; 0 \le p \le 1$$

ซึ่งมีพารามิเตอร์ n และ p โดยมีค่าคาดหวังของ X ดังนี้

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = \mu = \mathrm{np}$$

และมีค่าความแปรปรวนของ X ดังนี้

$$\mathrm{V}(\mathrm{X}) = \sigma^2 = \mathrm{n}pq$$

<u>ความสัมพันธ์ของตัวแปรสุ่มแบบทวินามและตัวแปรสุ่มแบบเบอร์นูลี</u>

การทดลองแบบทวินาม คือ การทำการทดลองแบบเบอร์นูลีซ้ำๆ กันหลายๆ ครั้ง หรืออาจกล่าวได้ว่า ตัวแปรสุ่มแบบทวินามเป็นผลบวกของตัวแปรสุ่มแบบเบอร์นูลี n ตัว

2.4 มูลค่าความเสี่ยง (Value at risk : VaR)

มูลค่าความเสี่ยงเกิดขึ้นจากแนวคิดของ Denis Weatherstone ซึ่งดำรงตำแหน่งประธานของบริษัท J.P. Morgan เนื่องจากบริษัทต้องการทราบการเปลี่ยนแปลงของราคาตลาดพร้อมทั้งการประมาณของตลาดว่าเคลื่อนไหวไปในทิศทางที่บริษัทจะขาดทุนหรือไม่ เป็นเงินสักเท่าใด และต้องคลอบคลุม J.P. Morgan ทุกสาขาทั่วโลกหลังตลาดปิดทุกวัน นับเป็นนวัตกรรมวิธีการตรวจวัดและบริหารความเสี่ยงล่าสุดที่ได้รับการพัฒนาและประยุกต์ใช้ในวงการเงินอย่างแพร่หลาย

มูลค่าความเสี่ยงได้มีผู้ให้คำจำกัดความไว้หลากหลายรูปแบบ ดังนี้

1. มูลค่าความเสี่ยง หมายถึง มูลค่าความสูญเสียที่คาดในช่วงเวลาหนึ่งภายใต้ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)\%$ ที่นักสงทุนยอมรับได้ ซึ่งสามารถชี้ถึงขนาดของความเสี่ยงจากการลงทุนที่ผู้ลงทุนสนใจ

2. มูลค่าความเสี่ยง หมายถึง มูลค่าความเสียหายสูงสุดในเชิงสถิติที่มีโอกาสเกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนด โดยใช้กระบวนการวิเคราะห์มูลค่าความเสียหายในแต่ละจำนวนกับโอกาสที่จะเกิดความเสียหายนั้น แล้วเลือกค่าความเสียหาย ณ จุดที่นักสถิติกำหนดค่าความเชื่อมั่นที่ต้องการเป็นหลักอ้างอิง นั่นคือการกำหนดค่าความเชื่อมั่น $(1-\alpha)\%$ หรือระดับนัยสำคัญ (α)

3. มูลค่าความเสี่ยง หมายถึง ตัวเลขที่วัดความเสี่ยงของการขาดทุนที่อาจเกิดขึ้นได้ ภายใต้ "ภาวะตลาดปกติ[2]" และ "ภายในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง[3]"

มูลค่าความเสี่ยง มีรูปแบบ ดังนี้

$$\alpha = \mathrm{Pb}\big(\mathrm{R} \le \mathrm{VaR}(\alpha)\big)$$

หรือจะได้ว่า

$$1-\alpha = \mathrm{Pb}\big(\mathrm{R} > \mathrm{VaR}(\alpha)\big)$$

เมื่อ α คือ ระดับนัยสำคัญ

---

[2] ภาวะตลาดปกติ หมายถึง ภายใต้การเคลื่อนไหวของราคาตลาดในภาวะปกติ ซึ่งในทางสถิติแล้ว จะประเมินโดยอาศัยความน่าจะเป็น หรือ ระดับความเชื่อมั่น

[3] ภายในช่วงระยะเวลาใดหนึ่ง หมายถึง ภายในระยะเวลาที่เราต้องการจะให้คลอบคลุม สำหรับการประเมินความเสี่ยงนั้นๆ

R คือ ผลตอบแทนที่เกิดขึ้นจริง

2.5 ฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม (Poisson – Binomial distribution function)

<u>นิยาม</u> กำหนดให้ $X_1,\ldots,X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเบอร์นูลี ซึ่งเป็นอิสระต่อกันด้วยความน่าจะเป็น $P(X_i=1)=p_i$ และ $P(X_i=0)=1-p_i$ เมื่อ $\boldsymbol{X}=(X_1,\ldots,X_N)$ และ $\boldsymbol{p}=(p_1,\ldots,p_N)$ แล้ว จะได้ว่า $S_X=X_1+\cdots+X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม ด้วยพารามิเตอร์ $\boldsymbol{p}$ ดังนั้น

$$P(S_X=n)=\left\{\prod_{i=1}^{N}(1-p_i)\right\}\sum_{i_1<\cdots<i_n} w_{i_1}\cdots w_{i_n},\ \ i=1,2,\ldots,N \tag{1}$$

หรือ มีรูปแบบดังนี้

<u>ทฤษฎีบท</u> กำหนดให้ $D^n=\{\boldsymbol{d}=(d_1,\ldots,d_N):d_i=0$ หรือ1, และ $d_1+\cdots+d_N=n\}$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}P(\mathbf{D}=\mathbf{d})&=P(S_X=n)\\&=\sum_{d\in D^n}\left(\prod_{i=1}^{N}w_i^{d_i}\right)\prod_{i=1}^{N}(1+w_i)^{-1},\ \ n=0,1,\ldots,N\end{aligned} \tag{2}$$

เมื่อ $\mathbf{D}$ คือ เวกเตอร์สุ่มของการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามบนสเปซ D^n

หรือ มีรูปแบบดังนี้

<u>ทฤษฎีบท</u> กำหนดให้ $S=\{1,\ldots,N\}$, $|\mathrm{A}|=$ จำนวนสามาชิกของ A และ $R(k,C)=\sum_{B\subset C,|B|=k}\left(\prod_{i=B}w_i\right)$ สำหรับ เซตที่ไม่เป็นเซตว่างใดๆของ $C\subset S$ และ $1\le k\le|C|$ เมื่อ $R(0,C)=1$ และ $R(k,C)=0$ สำหรับทุกๆ $k>|C|$ จะได้ว่า

$$P(S_X=n)=R(n,S)\prod_{i\in S}(1+w_i)^{-1},\ \ n=0,1,\ldots,N \tag{3}$$

โดยที่ $w_i=\dfrac{p_i}{1-p_i}$

จากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามดังกล่าว สามารถคำนวณหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนได้ดังนี้

$$E[S_X|p_i]=\mu=p_1+\cdots+p_N \text{ และ } Var[S_X|p_i]=\sigma^2=p_1q_1+\cdots+p_Nq_N$$

2.6 การประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง (The approximation of poisson – binomial by poisson distribution)

ทฤษฎีบท กำหนดให้ $X_1,\ldots,X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเบอร์นูลี ซึ่งเป็นอิสระต่อกันด้วยความน่าจะเป็น $P(X_i=1)=p_i$ และ $P(X_i=0)=1-p_i$ และกำหนดให้ $S_X=X_1+\cdots+X_N$ จะได้ว่า S_X คือ ตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม ในกรณี $p_i=p$ จะได้ว่า S_X คือ ตัวแปรสุ่มทวินาม $B(n,p)$ ให้ $\lambda=\sum_{i=1}^{N}p_i$ จะได้ว่า $P(Y=k)$ คือ ตัวแปรสุ่มปัวส์ซองด้วยพารามิเตอร์ λ เมื่อ p_i น้อยๆ และ N มากๆ จะได้ว่า สามารถประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองได้ดี จากกฎของเลขจำนวนน้อย (Law of small Number) ด้วยพารามิเตอร์ $\lambda=\sum_{i=1}^{N}p_i$ โดยที่ $P(Y=k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$, x=0,1,2,... เมื่อ $Y\sim \text{Poisson}(\lambda)$

Le Cam ได้หาค่าขอบเขตการลู่เข้าระหว่างความแตกต่างระหว่างความน่าจะเป็นที่ได้จากการคำนวณโดยตรงจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามและการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง ดังนี้

2.7 ทฤษฎีบทของ Le Cam

ทฤษฎีบท กำหนดให้ $X_1,\ldots,X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเบอร์นูลี ซึ่งเป็นอิสระต่อกันด้วยความน่าจะเป็น $P(X_i=1)=p_i$ และ $P(X_i=0)=1-p_i$ สำหรับ $i=1,2,3,\ldots$, $\lambda_n=p_1+\cdots+p_n$ และ $S_x=X_1+\cdots+X_n$ แล้ว จะได้ว่า

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left|P(S_X=k)-\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}\right|\le\frac{16}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}p_i^2$$

2.8 การประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน (The approximation of poisson – binomial by standard normal distribution)

ทฤษฎีบท กำหนดให้ $X_1,\ldots,X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเบอร์นูลี ซึ่งเป็นอิสระต่อกันด้วยความน่าจะเป็น $P(X_i=1)=p_i$ และ $P(X_i=0)=1-p_i$ และ $S_X=X_1+\cdots+X_N$ จะได้ว่า S_X คือ ตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม และสามารถประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน ดังต่อไปนี้

$$Z = \frac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}}, \quad k = 0,1,2,\ldots$$

ซึ่งกล่าวได้ว่า $Z = \dfrac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}} \sim N(0,1)$

K.Neammanee และ Volkova ได้หาค่าขอบเขตการลู่เข้าระหว่างความแตกต่างระหว่างความน่าจะเป็นที่ได้จากการคำนวณโดยตรงจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามและการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน ดังนี้

2.9 ทฤษฎีบทของ K.Neammanee

<u>ทฤษฎีบท</u> กำหนดให้ $X_1,\ldots,X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเบอร์นูลี ซึ่งเป็นอิสระต่อกันด้วยความน่าจะเป็น $P(X_i = 1) = p_i$ และ $P(X_i = 0) = 1 - p_i$ สำหรับ $i = 1,2,3,\ldots$, $S_X = X_1 + \cdots + X_n$ และ $Var(S_X) = \sigma^2 \geq 100$ แล้ว จะได้ว่า

$$\Delta_n = \sum_{k=0}^{\infty} \left| P(S_X = k) - \frac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}} \right| \leq \frac{0.1618}{\sigma^2}$$

2.10 ทฤษฎีบทของ Volkova

<u>ทฤษฎีบท</u> กำหนดให้ $X_1,\ldots,X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเบอร์นูลี ซึ่งเป็นอิสระต่อกันด้วยความน่าจะเป็น $P(X_i = 1) = p_i$ และ $P(X_i = 0) = 1 - p_i$ สำหรับ $i = 1,2,3,\ldots$, $S_X = X_1 + \cdots + X_n$ และ $0 < Var(S_X) = \sigma^2 < 100$ แล้ว จะได้ว่า

$$\Delta_n = \sum_{k=0}^{\infty} \left| P(S_X = k) - \frac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}} \right| \leq \frac{0.3056}{\sigma^2}$$

2.11 การจำลองแบบด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique)

เทคนิคมอนติคาร์โล เป็นการทดลองโดยใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ยังไม่แน่ใจในผลที่จะเกิดขึ้น เพราะเลขสุ่มมีประโยชน์หลายประการ คือ

1. ทำให้การเลือกตัวอย่างไม่มีความเอนเอียงในการสำรวจ หรือทดลองในเรื่องนั้น ๆ ทั้งนี้เพราะเลขสุ่มมาจากแนวคิดเกี่ยวกับการคำนวณความน่าจะเป็น
2. เลขสุ่มจะทำให้ได้มาซึ่งรูปแบบต่าง ๆ หรือวิธีการที่สลับซับซ้อน โดยการสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation)
3. การใช้เลขสุ่มอาจทำเพื่อศึกษาคุณสมบัติทางทฤษฎีของกระบวนการทางสถิติ ที่มีความสำคัญสำหรับการประมาณค่าตลอดจนนำไปสู่คำอธิบายเกี่ยวกับอำนาจการทดสอบทางสถิติ (Power of statistic test)
4. เพื่อหาคำตอบในปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจะพิจารณาจากการแจกแจงความน่าจะเป็นของปัญหานั้น ๆ

หลักการของเทคนิคมอนติคาร์โล คือ การนำเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่สนใจศึกษาถึงผลสรุปของปัญหานั้น ๆ โดยมีขั้นตอนสำคัญ 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างเลขสุ่ม (Generate random number) การสร้างเลขสุ่มจะกำหนดให้มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง [0,1] และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน จากนั้นนำเลขสุ่มนี้ไปสร้างตัวแปรตามลักษณะการแจกแจงที่ต้องการในปัญหาที่ศึกษา เพื่อเป็นข้อมูลปัญหานั้น ๆ

ขั้นตอนที่ 2 การประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่ม ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับปัญหาที่ศึกษา ซึ่งเป็นขั้นตอนที่นำเลขสุ่มมาใช้ในการหาค่าต่าง ๆ ตามปัญหาที่ต้องการตามสูตรการคำนวณในปัญหาที่ศึกษา

ขั้นตอนที่ 3 การทดลอง เมื่อประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่มแล้ว ขั้นตอนต่อไป คือ การทำวิธีการนั้นซ้ำ ๆ กัน (Replication) จำนวนหลายครั้ง โดยถือว่าการทำซ้ำ ๆ กันนั้นเป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีจำนวนมากเพื่อลดความไม่แน่นอนของคำตอบ

จากหลักการของเทคนิคมอนติคาร์โล การใช้เลขสุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของปัญหา เป็นวิธีการที่จะนำไปสู่แนวคิดในทางทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ โดยเฉพาะทฤษฎีความน่าจะเป็นที่จะนำไปสู่การอ้างอิงผลสรุปในสถานการณ์ของข้อมูลจริง เพราะไม่มีผลกระทบจากเรื่องอื่น ๆ เข้ามาเกี่ยวข้องในการทดลองเมื่อทำซ้ำ ๆ กันเป็นจำนวนมากแล้ว ความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์หาค่าต่าง ๆ ในแต่ละครั้งจะหมดไป (Counter Balance) จากขั้นตอนเทคนิคมอนติคาร์โล สามารถเขียนแผนผังได้ดังนี้

แผนผังที่ 2.1 แผนผังเทคนิคมอนติคาร์โล