

การตรวจหาความเสียหายของโครงสร้างจากคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์



นาย วีรพร พงศ์ติณบุตร

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-53-2976-2

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DAMAGE DETECTION OF STRUCTURES FROM DYNAMIC PROPERTIES



Mr. Weeraporn Phongtinnaboot

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2005

ISBN 974-53-2976-2

วีรพร พงศ์ตินบุตร : การตรวจหาความเสียหายของโครงสร้างจากคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์
(DAMAGE DETECTION OF STRUCTURES FROM DYNAMIC PROPERTIES)
อ. ที่ปรึกษา : อาจารย์ ดร.ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี, 170 หน้า. ISBN 974-53-2976-2.

ในปัจจุบันมีงานวิจัยจำนวนมากที่ใช้ข้อมูลการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติทางด้านพลศาสตร์ของโครงสร้างในการตรวจหาความเสียหายในโครงสร้าง ซึ่งแต่ละวิธีมีแนวทางการวิจัย ทฤษฎี ข้อดี ข้อเสีย และข้อจำกัดแตกต่างกันออกไป วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหายประเภทต่างๆ 4 วิธี ซึ่งได้แก่ วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ วิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสเนทริกซ์ วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด และวิธีการเปลี่ยนแปลงเฟลทจิบิลิตีเมทริกซ์ เพื่อศึกษาว่าในกรณีที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดแล้ว วิธีการตรวจหาความเสียหายประเภทใดที่สามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยพิจารณาทั้งทางด้านจำนวนข้อมูลเบื้องต้นและจำนวนโหมดที่ต้องใช้ในการคำนวณ ซึ่งจากผลการศึกษาปรากฏว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยที่สุด แต่จำเป็นต้องใช้ข้อมูลเบื้องต้นในการคำนวณความเสียหายมากที่สุด ซึ่งในวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหากนำวิธี NNLS (Non-negative least-squares) มาใช้กับระบบสมการเชิงเส้นสามารถได้คำตอบที่ถูกต้อง ถึงแม้ว่าระบบสมการเชิงเส้นนั้นจะมีจำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (under-determined system) ในหลายกรณี วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเสนอวิธีการช่วยตรวจสอบคำตอบสำหรับลักษณะปัญหาแบบ under-determined system ซึ่งได้ตั้งสมมติฐานขึ้น 2 สมมติฐานคือ (1) เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น ถ้าคำตอบที่ได้รับจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS ทั้งก่อนและหลังเพิ่มจำนวนโหมดตรงกัน คำตอบนั้นน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง และ (2) ไม่ต้องเพิ่มจำนวนโหมดในการคำนวณ แต่นำวิธีแก้สมการที่เสนอขึ้นใหม่มาตรวจสอบใช้ร่วมกับวิธี NNLS โดยถ้าคำตอบจากทั้งสองวิธีตรงกัน คำตอบนั้นน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจากผลการทดสอบสมมติฐานทั้งสอง โดยใช้แบบจำลองโครงข้อแข็ง 2 มิติที่มีจำนวนชิ้นส่วน 13 ชิ้นและ 60 ชิ้นใน 17 กรณีศึกษา ปรากฏว่าทั้งสองสมมติฐานสามารถช่วยตรวจสอบคำตอบในกรณี under-determined system ได้

ในทางปฏิบัติการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดของโครงสร้างอาจมีความคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่แท้จริง ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากสัญญาณรบกวนจากสภาพแวดล้อมหรือจากตัวเครื่องมือที่ใช้วัดเอง วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงศึกษามลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหรืออย่างใดอย่างหนึ่งต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีทั้ง 4 ประเภทข้างต้น ซึ่งจากผลการศึกษาโดยใช้แบบจำลองโครงข้อแข็ง 2 มิติ ปรากฏว่า ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหมด วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติยังคงสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้อย่างถูกต้อง แต่จะต้องใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติในการคำนวณค่อนข้างมาก คือ อย่างน้อยต้องเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเสนอวิธีลดจำนวนโหมดที่ต้องใช้ในการคำนวณให้น้อยลง โดยแบ่งการทำนายความเสียหายเป็น 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนแรกทำการทำนายตำแหน่งเพื่อบ่งชี้ชิ้นส่วนที่น่าจะเกิดความเสียหาย ทำให้สามารถลดจำนวนชิ้นส่วนที่ต้องทำนายระดับความเสียหายจากนั้นในขั้นตอนที่สอง จึงทำนายระดับความเสียหายในชิ้นส่วนที่คาดว่าจะเกิดความเสียหาย ซึ่งจากผลการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง 2 มิติทั้ง 4 กรณี ปรากฏว่าวิธีที่เสนอสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติน้อยกว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติแบบเดิมทุกกรณี

ภาควิชา..... วิศวกรรมโยธา
สาขาวิชา..... วิศวกรรมโยธา
ปีการศึกษา..... 2548

ลายมือชื่อนิสิต..... พงษ์ศักดิ์ตินบุตร
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี

4670502921 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORD: DAMAGE DETECTION / DAMAGE IDENTIFICATION / DYNAMIC PROPERTIES

WEERAPORN PHONGTINNABOOT : DAMAGE DETECTION OF STRUCTURES FROM DYNAMIC PROPERTIES. THESIS ADVISOR : CHATPAN CHINTANAPAKDEE, Ph.D. 170 pp. ISBN 974-53-2976-2.

Numerous methods to determine location and intensity of damage in structures from dynamic properties have been proposed in the literature. They were derived from different approaches; thus, having different advantages and limitations. This study compares the efficiency of four methods, which utilize information about natural frequency change, stiffness change, both natural frequency and mode shape change, and flexibility change, respectively, and compares types of required structural parameters. The efficiency is measured by the number of modes needed in the calculation to obtain the correct damage location and severity. It is found that the method using changes of natural frequencies and mode shapes requires the least number of modes, but the largest number of structural parameters. In this method, use of non-negative least-squares (NNLS) technique to solve under-determined system of linear equations can give the correct solutions in many cases, while it is well known that the solutions of under-determined system is not always the correct one. To verify the solution obtained, this thesis proposes two assumptions that the solution should be correct if (1) the solutions obtained before and after increasing number of modes in calculation are the same, and (2) the newly proposed method to solve under-determined system gives the same solution as NNLS. These two assumptions were tested and are valid in all 17 studied cases so they could be used to verify the solution of under-determined system of linear equations.

In practical application of damage detection method, the natural frequencies and mode shapes of real structures can not be measured accurately, so this thesis investigates the effects of errors in measuring natural frequencies or mode shapes, and both. It is found that the accuracy of damage detection deteriorates when such error is present; however, the method of change in natural frequency is not affected by errors in measuring mode shapes, but this method requires a large number of modal natural frequencies in the calculation, i.e., no less than number of unknowns to obtain the correct damage detection. Therefore, this thesis proposes that the number of unknowns be reduced by identifying the possibly damaged structural members using method of change in natural frequency and mode shape prior to determining the damage severity by method of change in natural frequency. Investigation in four cases shows that the proposed method is effective and the number of modal natural frequencies in calculation can be reduced to less than that required in the existing method of change in natural frequency.

Department..... CIVIL ENGINEERING
 Field of study..... CIVIL ENGINEERING
 Academic year 2005

Student's signature *W. Phongtinnaboot*
 Advisor's signature *Chatpan Chintanapakdee*

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้ความกรุณาสละเวลารับฟัง และเปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่ พร้อมทั้งให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางการแก้ไขปัญหาต่างๆ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ทศพล ปิ่นแก้ว ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธัญวัฒน์ โพธิศิริ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุชาติ ลิ้มกตัญญู ที่ได้กรุณาตรวจสอบและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณผู้แต่งหนังสือทุกเล่ม และผู้แต่งบทความทุกฉบับที่ได้จุดประกายแนวความคิดในการทำวิจัยครั้งนี้

และขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่คอยอยู่เคียงข้างให้กำลังใจ จนทำให้สามารถฝ่าฟันปัญหาและอุปสรรคต่างๆ มาได้ตลอดระยะเวลา 3 ปีที่ผ่านมา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
สัญลักษณ์.....	ท

บทที่ 1 บทนำ

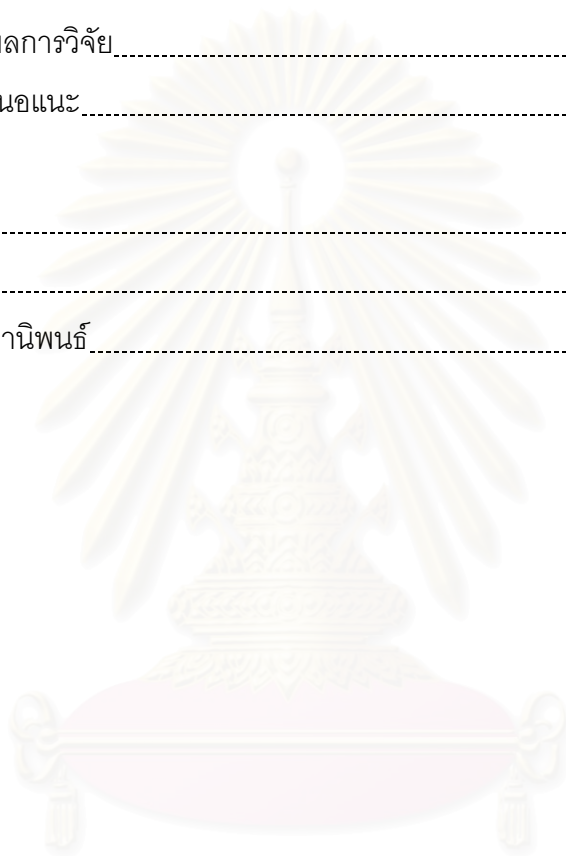
1.1 ความเป็นมาของการวิจัย.....	1
1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตรวจหาความเสียหายของโครงสร้างจาก คุณสมบัติเชิงพลศาสตร์.....	2
1.2.1 การใช้การเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ.....	2
1.2.2 การใช้การเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสมเมทริกซ์.....	5
1.2.3 การใช้การเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	6
1.2.4 การใช้การเปลี่ยนแปลงของรูปร่างโหมด.....	9
1.2.5 การใช้การเปลี่ยนแปลงของเฟลคซิบิลิตีเมทริกซ์.....	10
1.2.6 การใช้เวกเตอร์แรงคงค้าง.....	10
1.2.7 การใช้ Optimal Matrix Update Methods.....	11
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	11
1.4 ขอบเขตการวิจัย.....	11

บทที่ 2 หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 การตรวจหาความเสียหายโดยวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ.....	13
2.2 การตรวจหาความเสียหายโดยวิธีการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสมเมทริกซ์.....	20
2.3 การตรวจหาความเสียหายโดยวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	22
2.4 การตรวจหาความเสียหายโดยวิธีการเปลี่ยนแปลงของเฟลคซิบิลิตีเมทริกซ์.....	24

บทที่ 3 การเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหายของโครงสร้างจากคุณสมบัติเชิง พลศาสตร์	
3.1 แบบจำลองโครงข้อแข็ง.....	29
3.2 ข้อมูลที่ต้องใช้ในการตรวจหาความเสียหาย.....	30
3.3 การเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหาย.....	32
3.4 ผลการเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหาย.....	33
3.4.1 กรณีศึกษาที่ 1.....	33
3.4.2 กรณีศึกษาที่ 2.....	39
3.4.3 กรณีศึกษาที่ 3.....	43
3.4.4 กรณีศึกษาที่ 4.....	47
3.4.5 สรุปผลการเปรียบเทียบ.....	51
3.5 การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย.....	52
บทที่ 4 การศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดต่อผลการทำนายความเสียหาย	
4.1 ผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติ.....	114
4.1.1 กรณีศึกษาที่ 1.....	114
4.1.2 กรณีศึกษาที่ 2.....	118
4.2 ผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมด.....	123
4.2.1 กรณีศึกษาที่ 1.....	123
4.2.2 กรณีศึกษาที่ 2.....	127
4.2.3 กรณีศึกษาที่ 3.....	131
4.2.4 กรณีศึกษาที่ 4.....	135
4.3 ผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมด.....	140
4.3.1 กรณีศึกษาที่ 1.....	140
4.3.2 กรณีศึกษาที่ 2.....	144
4.4 สรุปผล.....	148

4.5 การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิด ความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างใหม่ด.....	149
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	163
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	166
รายการอ้างอิง.....	167
ภาคผนวก.....	170
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	173



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตาราง		หน้า
ตารางที่ 3.1	ข้อมูลที่เหมาะสมวิธีการต่าง ๆ ต้องใช้ในการทำนายความเสียหาย.....	30
ตารางที่ 3.2	แสดงการกำหนดค่าความเสียหายในชั้นส่วนต่างๆ.....	32
ตารางที่ 3.3	กรณีการเกิดความเสียหายแบบต่างๆ.....	55
ตารางที่ 3.4	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอ (proposed solver) เมื่อใช้ 2 โหมด ในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อ ไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	68
ตารางที่ 3.5	ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 7 เมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาด เคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	72
ตารางที่ 3.6	ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 8 เมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาด เคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	76
ตารางที่ 3.7	ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 9 เมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาด เคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	80
ตารางที่ 3.8	ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 10 เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาด เคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	83
ตารางที่ 3.9	ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 11 เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาด เคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	87
ตารางที่ 3.10	ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 12 เมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาด เคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	90

ตาราง	หน้า
ตารางที่ 3.11	ผลการพิสูจน์สมมุติฐานทั้ง 2 ตั้งแต่กรณีศึกษาที่ 1 ถึงกรณีศึกษาที่ 17..... 109
ตารางที่ 4.1	กรณีการเกิดความเสียหายที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย..... 114
ตารางที่ 4.2	กรณีการเกิดความเสียหายที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างใหม่ดหลังเสียหาย..... 123
ตารางที่ 4.3	กรณีการเกิดความเสียหายที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ดหลังเสียหาย..... 140
ตารางที่ 4.4	แสดงผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000) ตั้งแต่กรณีศึกษาที่ 1 ถึง 4 ในหัวข้อที่ 4.2 การศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างใหม่ดหลังเสียหายต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างใหม่ด 1 เปอร์เซ็นต์..... 151
ตารางที่ 4.5	กรณีการเกิดความเสียหาย ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างใหม่ดหลังเสียหาย..... 153
ตารางที่ 4.6	แสดงผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000) ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดรูปร่างใหม่ดหลังเสียหายเท่ากับ 2 เปอร์เซ็นต์..... 162

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 2.1	ขั้นตอนการคำนวณหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธี Gauss-Newton Least-Squares..... 19
รูปที่ 3.1	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการตรวจสอบความเสียหาย..... 29
รูปที่ 3.2	ขั้นตอนการคำนวณหาข้อมูลที่ต้องใช้ในการทำนายความเสียหาย..... 31
รูปที่ 3.3	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในกรณีศึกษาที่ 1..... 33
รูปที่ 3.4	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1..... 33
รูปที่ 3.5	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในกรณีศึกษาที่ 2..... 39
รูปที่ 3.6	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2..... 39
รูปที่ 3.7	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในกรณีศึกษาที่ 3..... 43
รูปที่ 3.8	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 3..... 43
รูปที่ 3.9	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในกรณีศึกษาที่ 4..... 47
รูปที่ 3.10	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 4..... 47
รูปที่ 3.11	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด 60 ชิ้นที่ใช้ตรวจหาความเสียหาย..... 54
รูปที่ 3.12	แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 1 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด..... 56
รูปที่ 3.13	ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 1 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด..... 57
รูปที่ 3.14	แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 2 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด..... 58
รูปที่ 3.15	ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 2 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด..... 59

ภาพประกอบ

หน้า

รูปที่ 3.43	ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 16 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	103
รูปที่ 3.44	แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 17 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	105
รูปที่ 3.45	ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 17 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด.....	106
รูปที่ 4.1	ขั้นตอนการสร้างความถี่ธรรมชาติหลังเสียหายและที่มีความคลาดเคลื่อนสำหรับกรณีศึกษา.....	112
รูปที่ 4.2	ขั้นตอนการสร้างรูปร่างโหมดหลังเสียหายและที่มีความคลาดเคลื่อนสำหรับกรณีศึกษา.....	113
รูปที่ 4.3	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหายต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1.....	114
รูปที่ 4.4	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์.....	116
รูปที่ 4.5	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2.....	118
รูปที่ 4.6	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์.....	120

ภาพประกอบ

หน้า

รูปที่ 4.7	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1.....	123
รูปที่ 4.8	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์	125
รูปที่ 4.9	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2.....	127
รูปที่ 4.10	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์	128
รูปที่ 4.11	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 3.....	131
รูปที่ 4.12	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 3 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์	132
รูปที่ 4.13	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 4.....	135
รูปที่ 4.14	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 4 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์	137
รูปที่ 4.15	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1.....	140

ภาพประกอบ

หน้า

รูปที่ 4.16	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์.....	142
รูปที่ 4.17	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2.....	144
รูปที่ 4.18	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์.....	145
รูปที่ 4.19	ขั้นตอนการตรวจหาความเสียหายของวิธีที่เสนอขึ้นมา สำหรับกรณีมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมด.....	150
รูปที่ 4.20	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษา การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ในกรณีศึกษาที่ 1.....	153
รูปที่ 4.21	แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งเหมือนกับรูปที่ 4.8 ในหัวข้อที่ 4.2.1.....	154
รูปที่ 4.22	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) ในกรณีศึกษาที่ 1.....	154
รูปที่ 4.23	แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษา การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหายในกรณีศึกษาที่ 2.....	155
รูปที่ 4.24	แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งเหมือนกับรูปที่ 4.10 ในหัวข้อที่ 4.2.2.....	156
รูปที่ 4.25	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) ในกรณีศึกษาที่ 2.....	156

ภาพประกอบ

หน้า

รูปที่ 4.26	แบบจำลองโครงข่ายที่ใช้ในการศึกษา การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหา ความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่าง ใหม่หลังเสียหาย ในกรณีศึกษาที่ 3.....	157
รูปที่ 4.27	แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งเหมือนกับรูปที่ 4.12 ในหัวข้อที่ 4.2.3.....	158
รูปที่ 4.28	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) ในกรณีศึกษาที่ 3.....	158
รูปที่ 4.29	แบบจำลองโครงข่ายที่ใช้ในการศึกษา การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหา ความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่าง ใหม่หลังเสียหาย ในกรณีศึกษาที่ 4.....	159
รูปที่ 4.30	แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งเหมือนกับรูปที่ 4.14 ในหัวข้อที่ 4.2.4.....	160
รูปที่ 4.31	ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) ในกรณีศึกษาที่ 4.....	160
รูปที่ 4.32	แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000) เมื่อมีความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดรูปร่างใหม่ หลังเสียหายเท่ากับ 2 เปอร์เซ็นต์ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อใช้ 13 โหมดในการ คำนวณ.....	161

สัญลักษณ์

C_{ik}	=	mode participation factor
e_{\max}	=	ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด หลังเกิดความเสียหาย
\mathbf{F}	=	เฟลกซ์บิลิตีเมทริกซ์ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย
\mathbf{F}_D	=	เฟลกซ์บิลิตีเมทริกซ์ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย
\mathbf{I}	=	เมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix)
\mathbf{K}	=	สติเฟเนสเมทริกซ์ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย
\mathbf{K}_D	=	สติเฟเนสเมทริกซ์ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย
\mathbf{K}_e	=	สติเฟเนสเมทริกซ์ของชิ้นส่วนที่ e
\mathbf{M}	=	เมทริกซ์มวลของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย
\mathbf{M}_D	=	เมทริกซ์มวลของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย
m	=	จำนวนของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดก่อนเกิดความเสียหายที่จะใช้ในการ คำนวณ
N	=	จำนวนระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) หรือจำนวนโหมดทั้งหมด
NC	=	จำนวนรูปร่างโหมดก่อนเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ
NE	=	จำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง
NEQ	=	จำนวนสมการทั้งหมด
NL	=	จำนวนโหมดที่ทราบค่าของความถี่ธรรมชาติและหลังเสียหายที่ใช้ในการ คำนวณ
n	=	จำนวนของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเกิดความเสียหายที่จะใช้ในการ คำนวณ
\mathbf{R}	=	เวกเตอร์แรงคงค้าง (residual force vector)
x_n	=	เวกเตอร์ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วนคือ α_e และ C_{ik}
\bar{x}_n	=	เวกเตอร์คำตอบของระบบสมการที่ (2.29)
y	=	นอร์ม (norm) ของระบบสมการที่ (2.29)
α_e	=	ระดับความรุนแรงของความเสียหาย (scalar damage) ของชิ้นส่วนที่ e
$\Delta\mathbf{F}$	=	การเปลี่ยนแปลงของเฟลกซ์บิลิตีเมทริกซ์

$\Delta \mathbf{K}$	=	การเปลี่ยนแปลงของสติเฟนสเมทริกซ์
$\Delta \mathbf{M}$	=	การเปลี่ยนแปลงของเมทริกซ์มวล
$\Delta \phi_i$	=	การเปลี่ยนแปลงเวกเตอร์รูปร่างโหมด (mode shape) ในโหมดที่ i
$\Delta \lambda_i$	=	การเปลี่ยนแปลงของค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ในโหมดที่ i
ε	=	ค่าความคลาดเคลื่อนของการลู่อเข้าที่ยอมรับได้ (convergence tolerance)
Φ	=	เมทริกซ์รูปร่างโหมดขนาด $N \times N$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $[\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N]$
$\phi_{D_{error}}$	=	เวกเตอร์รูปร่างโหมด (mode shape) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหายที่มีความคลาดเคลื่อน
ϕ_{D_i}	=	เวกเตอร์รูปร่างโหมด (mode shape) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย
ϕ_i	=	เวกเตอร์รูปร่างโหมด (mode shape) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย
λ_{D_i}	=	ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย โดยที่ $\lambda_{D_i} = \omega_{D_i}^2$
λ_i	=	ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าของความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ i ยกกำลังสอง ($\lambda_i = \omega_i^2$)
Ω	=	เมทริกซ์ทแยงมุมที่ประกอบด้วยสมาชิก $\omega_1^2 < \omega_2^2 < \omega_3^2 < \dots < \omega_N^2$
ω_{D_i}	=	ความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ i ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย
$\omega_{D_{i,error}}$	=	ความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ i ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหายที่มีความคลาดเคลื่อน
ω_i	=	ความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ i ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย
ζ	=	ค่าที่ได้จากการสุ่มด้วยคอมพิวเตอร์ที่มีการแจกแจงที่สม่ำเสมอ (uniform) ที่มีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง 1

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาของการวิจัย

คำถามหนึ่งที่มีมักจะเกิดขึ้นเสมอทั้งจากสาธารณชนหรือแม้กระทั่งตัววิศวกรโครงสร้างเอง นั่นก็คือภายหลังจากโครงสร้างได้รับความเสียหายทั้งจากอัคคีภัย แผ่นดินไหว หรือแม้กระทั่งสึนามิ โครงสร้างที่ยังคงสภาพอยู่ได้โดยไม่เกิดการพังทลายลงมา หรือโครงสร้างที่มองดูจากลักษณะภายนอกว่าเกิดความเสียหายไม่มากนักนั้น แท้จริงแล้วโครงสร้างเหล่านั้นเกิดความเสียหายหรือมีความมั่นคงปลอดภัยมากน้อยเพียงใด รวมทั้งยังคงสามารถใช้งานได้ตามปกติหรือไม่ เพื่อประเมินสภาพความเสียหายของโครงสร้าง และที่สำคัญยังเป็นการป้องกันอันตรายหรือโศกนาฏกรรมที่อาจจะเกิดขึ้นอีกครั้ง อันเนื่องมาจากการพังทลายลงมาของโครงสร้างที่ได้รับความเสียหาย จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องมีวิธีการตรวจสอบความเสียหายที่มีประสิทธิภาพ

วิธีการตรวจสอบความเสียหายด้วยสายตา (visual inspection) เป็นวิธีที่ทำได้ง่าย สะดวก และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด แต่มีข้อจำกัดที่ใช้ตรวจสอบความเสียหายได้เฉพาะพื้นผิวของโครงสร้างหรือในบริเวณที่สายตาของมนุษย์มองเห็นได้เท่านั้น ส่วนวิธีการทดสอบด้วยคลื่นความถี่สูง (Ultrasonic Testing, UT), วิธีการทดสอบโดยกระแสไหลวน (Eddy Current Testing) และวิธีการทดสอบโดยใช้ออกุสติกอิมิชัน (Acoustic Emission Testing, AE) เป็นต้น วิธีเหล่านี้เป็นวิธีการตรวจสอบความเสียหายที่ทำได้เฉพาะที่ (local inspection) กล่าวคือ ใช้ตรวจสอบความเสียหายได้เฉพาะตำแหน่งที่ทำการทดสอบเท่านั้น จึงไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ตรวจสอบความเสียหายของโครงสร้างที่มีลักษณะค่อนข้างใหญ่และซับซ้อนโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับโครงสร้างทางด้านวิศวกรรมโยธา

วิธีที่ใช้ข้อมูลการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติทางด้านพลศาสตร์ของโครงสร้างเป็นวิธีหนึ่งที่มีความเหมาะสมสำหรับนำมาใช้ตรวจสอบความเสียหายของโครงสร้างทางด้านวิศวกรรมโยธา เนื่องจากข้อมูลทางด้านพลศาสตร์ เช่น ความถี่ธรรมชาติ รูปร่างโหมด และอัตราส่วนความหน่วง เป็นต้น เป็นข้อมูลที่บ่งบอกคุณสมบัติโดยรวมของโครงสร้างและสามารถทำการตรวจวัดได้ ในปัจจุบันมีงานวิจัยจำนวนมากที่ใช้ข้อมูลการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติดังกล่าวในการทำนายความเสียหายของโครงสร้าง ซึ่งแต่ละวิธีมีทฤษฎีหรือแนวทางการวิจัยแตกต่างกันไป จึงจำเป็นต้องทำการศึกษาเพื่อทำให้ทราบถึงข้อดี ข้อเสีย และข้อจำกัดของวิธีเหล่านั้น รวมทั้งยังช่วยทำให้เกิดแนวทางที่จะพัฒนาปรับปรุงวิธีที่ดีอยู่แล้วให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้การตรวจสอบความเสียหายของโครงสร้างมีประสิทธิภาพมากขึ้นตามไปด้วย

1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตรวจหาความเสียหายของโครงสร้างจากคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์

Rytter (1993) ได้แบ่งระดับ (level) ของวิธีการตรวจสอบความเสียหายภายในโครงสร้างเป็น 4 ระดับ คือ

- | | |
|------------|--|
| ระดับที่ 1 | ระบุได้เพียงว่ามีความเสียหายเกิดขึ้นภายในโครงสร้างเท่านั้น |
| ระดับที่ 2 | สามารถระบุตำแหน่งของความเสียหายภายในโครงสร้างได้ |
| ระดับที่ 3 | สามารถประเมินระดับความรุนแรงของความเสียหายได้ |
| ระดับที่ 4 | สามารถระบุอายุการใช้งานของโครงสร้างนั้น ๆ ได้ |

อย่างไรก็ตาม งานวิจัยที่ได้สรุปไว้โดยย่อในบทนี้จัดอยู่ในประเภทระดับที่ 1 ระดับที่ 2 หรือระดับที่ 3 เท่านั้น เพราะว่างานวิจัยเหล่านี้อาศัยหลักการทฤษฎีของการวิเคราะห์โครงสร้างพลศาสตร์ (Structural dynamics) ซึ่งต่างจากความสามารถในการระบุความเสียหายและอายุการใช้งานที่เหลืออยู่ในระดับที่ 4 ที่ต้องอาศัยทฤษฎีเกี่ยวกับกลศาสตร์ของการแตกหัก (Fracture mechanics) การวิเคราะห์หาอายุใช้งานที่เหลือโดยคำนึงถึงการล้า (Fatigue life analysis) และการประเมินการออกแบบโครงสร้าง (Structural design assessment) เป็นต้น

วิธีการตรวจสอบความเสียหายที่เกิดขึ้นในโครงสร้างมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี โดยสามารถสรุปรายละเอียดได้ดังต่อไปนี้

1.2.1 การใช้การเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ

การตรวจหาความเสียหายที่ใช้การเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติมีอยู่ด้วยกัน 2 ประเภท คือ ปัญหาฟอร์เวิร์ด (The Forward Problem) และปัญหาอินเวิร์ส (The Inverse Problem)

1.2.1.1 ปัญหาฟอร์เวิร์ด (The Forward Problem)

Cawley และ Adams (1979) มีการเสนอว่าอัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติของ 2 โหมดที่พิจารณาเป็นฟังก์ชันกับตำแหน่งของความเสียหาย รวมทั้งยังได้เสนอฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน (error function) เพื่อช่วยในการระบุตำแหน่งความเสียหายให้ดีขึ้น โดยตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจะมีค่าฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อนต่ำสุด แต่อย่างไรก็ตามวิธีนี้ไม่สามารถใช้ได้ในการกรณีที่โครงสร้างเกิดความเสียหายพร้อมกันหลายๆ จุด

Brownjohn (1988) ได้ใช้วิธีของ Cawley และ Adams ในการทำนายตำแหน่งของความเสียหายในคานเหล็กและคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ปรากฏว่าต้องใช้โหมดในการคำนวณอย่างน้อยที่สุด 9 โหมด จึงทำให้ผลการทำนายตำแหน่งความเสียหายมีความถูกต้องสูง

Fox (1992) ได้ทำการทดลองในห้องปฏิบัติการพร้อมทั้งสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคาน ปรากฏว่าการตรวจสอบความเสียหายโดยอาศัยการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ ทำได้ไม่ดีนัก (poor indicator)

Srinivasan และ Kot (1992) ได้ทำการศึกษาความไว (sensitivity) ของโครงสร้างแผ่นโค้งบาง (shell structure) ต่อโมดอลพารามิเตอร์ (modal parameters) เช่น รูปร่างโหมด (mode shape) และความถี่ธรรมชาติ ปรากฏว่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นโค้งบาง มีความไวต่อความเสียหายค่อนข้างต่ำ (insensitive)

Meneghetti และ Maggiore (1994) เสนอวิธีการสำหรับหาตำแหน่งรอยแตกร้าว (crack location) ในคานจากจุดตัด (intersection) ของเส้นกราฟ 2 เส้น โดยกราฟเส้นแรกคือเส้นกราฟที่ได้จากการวิเคราะห์ตามสมการที่เสนอโดย Meneghetti และ Maggiore โดยอาศัยหลักการที่ว่า การเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติเป็นฟังก์ชันกับตำแหน่งของรอยแตกร้าว ส่วนกราฟเส้นที่สองคือเส้นกราฟที่ได้จากการวัดค่าการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติในหลายๆ โหมด

Silva และ Gemoes (1994) เสนอสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติกับตำแหน่งและความลึกของรอยร้าว (crack depth) โดยวิธีนี้ต้องใช้อย่างน้อย 2 โหมดในการคำนวณ และผลการทำนายจะมีความถูกต้องมากขึ้นเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณมากขึ้น

1.2.1.2 ปัญหาอินเวิร์ส (The Inverse Problem)

Stubbs และ คณะ (1990) ได้มีการเสนอสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติกับการเปลี่ยนแปลงสติฟเนส (stiffness), มวลและความหน่วงของโครงสร้าง และใช้วิธีซูโดอินเวิร์ส (pseudo-inverse) ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อคำนวณหาตำแหน่งและขนาดของความเสียหาย ปรากฏว่าสามารถทำนายตำแหน่งของความเสียหายได้ถูกต้อง แต่ถ้าจำนวนของรูปร่างโหมด (mode shape) ที่ใช้ในการคำนวณน้อยกว่าจำนวนของชิ้นส่วนโครงสร้างมากๆ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งจำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปรมากๆ คำตอบที่ได้จะมีปัญหาของสภาวะการล้มเหลว (solutions of ill-conditioned problem)

Hearn และ Testa (1991) เสนอวิธีการทำนายตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยการสมมติว่ามวล (mass) มีค่าคงที่ทั้งก่อนและหลังความเสียหาย และไม่คิดผลของ second-order terms ทำให้สามารถเสนอสมการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนส (stiffness) ของแต่ละชิ้นส่วนในโครงสร้างได้ โดยมีข้อมูลที่ต้องทราบในการคำนวณได้แก่ รูปร่างโหมด (mode shape) ที่ยังไม่เกิดความเสียหาย สติฟเนสก่อนเสียหายของแต่ละชิ้นส่วน ความถี่ธรรมชาติทั้งก่อนและหลังเสียหาย และมวลของทั้งโครงสร้าง ผลการศึกษาปรากฏว่า วิธีที่ Hearn และ Testa เสนอสามารถทำนายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและความรุนแรงของความเสียหายถ้าความเสียหายไม่มากนัก

Richardson และ Mannan (1992) ได้เสนอสมการในการทำนายทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหายคล้ายกับ Hearn และ Testa (1991) แต่ต่างกันตรงที่ Richardson และ Mannan ทำการนอร์มอลไลซ์ (normalize) เมทริกซ์รูปร่างโหมด เทียบกับเมทริกซ์มวล (mass matrix) ให้เท่ากับเมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) ทำให้ไม่ต้องนำเมทริกซ์มวลของทั้งโครงสร้างมาใช้ในการคำนวณ ผลการคำนวณด้วยวิธีดังกล่าวปรากฏว่า ถ้าความเสียหายมีความรุนแรงน้อย จะสามารถทำนายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย

Bicanic และ Chen (1997) มีการเสนอสมการโดยอาศัยการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติในการทำนายตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยมีข้อมูลที่ต้องทราบในการคำนวณได้แก่ สติฟเนสก่อนเสียหายของแต่ละชิ้นส่วน ความถี่ธรรมชาติทั้งก่อนและหลังเสียหาย และรูปร่างโหมด (mode shape) ก่อนเสียหาย โดยทั่วไปแล้วรูปร่างโหมดหลังเสียหายจะเป็นค่าที่ได้จากการวัด (measurement) แต่ Bicanic และ Chen ได้เสนอพารามิเตอร์ที่เรียกว่า mode participation factor เพื่อใช้ในการคำนวณรูปร่างโหมดหลังเกิดความเสียหาย และได้ทำการทดสอบความถูกต้องของวิธีการที่ได้นำเสนอ โดยทดลองใช้วิธีดังกล่าวทำนายความเสียหายในโครงสร้างสมมุติ ซึ่งได้แก่ โครงข้อแข็ง 2 มิติ (frame) และโครงสร้างผสม (composite structure) ปรากฏว่าสามารถทำนายตำแหน่งและความรุนแรงของความเสียหายได้ถูกต้อง แต่ข้อเสียของวิธีนี้คือ ต้องใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมาก

Bicanic และ Chen (2000) ได้มีการเสนอวิธีการคำนวณเพิ่มเติมคือ MRF (Minimisation of residual forces) และ MRE (Minimisation of residual energy) เพื่อใช้ในการคำนวณหาความเสียหายใน continuum structures และได้ทำการจำลอง cantilever plate เพื่อทดสอบความถูกต้องของวิธีดังกล่าว ปรากฏว่าสามารถทำนายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย

1.2.2 การใช้ในการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนเมทริกซ์

Peterson และ คณะ (1993) ได้เสนอว่าการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนเมทริกซ์ สามารถประมาณระดับความรุนแรงของความเสียหายในโครงสร้างได้

Topole และ Stubbs (1995) ได้เสนอวิธีการทำนายทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยการสร้างชุดสมการที่อาศัยหลักการระบบเสรีที่ไม่มีความหน่วง (undamped free vibration) และคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonality condition) ของสตีเฟนเมทริกซ์ ($\phi_i^T \mathbf{K} \phi_j = 0, i \neq j$) พร้อมทั้งได้ทำการจำลองอาคารรับแรงเฉือน 10 ชั้นและทำการวิเคราะห์แบบ 2 มิติ โดยกำหนดให้มีความเสียหายที่แต่ละชั้นส่วนต่างๆ กัน แล้วใช้วิธีการที่ได้นำเสนอ ปรากฏว่าสามารถทำนายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยความถูกต้องจะมากขึ้นหากใช้จำนวนโหมดในการคำนวณมากขึ้น

ข้อดีของวิธีนี้ คือ ไม่จำเป็นต้องทราบข้อมูลของรูปร่างโหมด (mode shape) ก่อนเกิดความเสียหาย ทำให้ไม่ต้องใช้ MAC (Modal Assurance Criterion) ในขั้นตอนการคำนวณ ซึ่งทำให้ประหยัดเวลาในการคำนวณมากขึ้น แต่อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ ค่าของสตีเฟนเมทริกซ์และเมทริกซ์มวลของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหายที่ได้จากแบบจำลองจะคลาดเคลื่อนจากโครงสร้างจริงที่ถูกก่อสร้างขึ้น จึงทำให้ Topole และ Stubbs ศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนของค่าดังกล่าวต่อการทำนายความเสียหาย ปรากฏว่า ความคลาดเคลื่อนของการทำนายความเสียหายมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง (linear) กับความคลาดเคลื่อนในสตีเฟนเมทริกซ์และเมทริกซ์มวล โดยความคลาดเคลื่อนของการทำนายความเสียหายจะมีความไว (sensitivity) ต่อความคลาดเคลื่อนในสตีเฟนเมทริกซ์ (stiffness matrix) มากกว่าในเมทริกซ์มวล (mass matrix) แต่การทำนายความเสียหายจะมีความคลาดเคลื่อนน้อยลง ถ้าใช้จำนวนโหมดในการคำนวณมากขึ้น

Araujo dos Santos และคณะ (2000a) นำทฤษฎีและวิธีการที่เสนอโดย Topole และ Stubbs (1995) มาใช้ในการทำนายความเสียหายของ plate structures พร้อมทั้งได้เสนอวิธี SVD (Singular Value Decomposition) ร่วมกับกระบวนการทำซ้ำ (iterative process) เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหากรณีที่ระบบสมการเป็น under-determined system ซึ่งเป็นกรณีที่จำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns)

กระบวนการทำซ้ำ (iterative process) มีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะกำจัดตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) ที่มีการบ่งชี้ว่าขึ้นส่วนภายในโครงสร้างมีการเพิ่มขึ้นของสตีเฟนเมทริกซ์ (เพราะว่าเมื่อโครง

สร้างเกิดความเสียหายจะทำให้สตีเฟนส์มีค่าลดลง จึงไม่น่าจะมีสตีเฟนส์เพิ่มขึ้น) ของทุกรอบของการคำนวณด้วยวิธี SVD (Singular Value Decomposition) จนกระทั่งระบบสมการนี้มีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (determined system) หรือจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (over-determined system)

1.2.3 การใช้การเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

Araujo dos Santos และคณะ (2000b) สามารถที่จะเพิ่มจำนวนสมการนอกเหนือจากที่ Topole และ Stubbs (1995) เสนอได้อีก mn สมการ โดยที่ m และ n คือจำนวนของความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) และรูปร่างโหมด (mode shape) ก่อนและหลังเสียหายที่จะใช้ในการคำนวณตามลำดับ และเมื่อรวมกับชุดสมการที่อาศัยคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonality conditions) ของสตีเฟนส์เมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs ซึ่งมีอยู่ $n(n+1)/2$ สมการ จะทำให้มีจำนวนสมการทั้งสิ้น $n(n+2m+1)/2$ สมการ ซึ่งถ้าในกรณีที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด วิธีนี้จะมีสมการที่สามารถนำมาใช้ในการทำนายความเสียหายได้ทั้งสิ้น $n(n+2m+1)/2$ สมการ

แต่อย่างไรก็ตามเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อน (error) ในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (mode shape) จะทำให้สมการชุดที่อาศัยคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonality Conditions) ของสตีเฟนส์เมทริกซ์ไม่เป็นจริง ดังนั้นในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด วิธีนี้จะมีสมการที่สามารถใช้ในการทำนายความเสียหายได้เพียง mn สมการเท่านั้น

ในงานวิจัยนี้ Araujo dos Santos และคณะ ได้ใช้วิธี NNLS (Non-negative least-squares) และ BVLS (Bounded-variable least-squares) ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นทั้งกรณี under-determined system (กรณีที่จำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า) และกรณี over-determined system (กรณีที่จำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า)

Ren และ Roeck (2002a) ได้นำวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) ไปทำนายความเสียหายกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคานช่วงเดี่ยวธรรมดา (simple beam) และคานต่อเนื่อง (continuous beam) ปรากฏว่าสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง ทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย พร้อมทั้งได้เสนอวิธี SVD-R ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสำหรับกรณีที่ไม่สามารถใช้วิธี NNLS แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหาคำตอบได้

Ren และ Roeck (2002b) ได้ทำการทดลองจริงกับคานคอนกรีตเสริมเหล็ก (reinforced concrete beam) และได้้นำวิธี Static expansions ซึ่งอ้างอิงมาจากวิธีของ Guyan (1965) มาช่วยในการหารูปปร่างโหมดให้ครบทุก DOF เพราะว่าในทางปฏิบัติแล้วเครื่องมือที่จะใช้ในการตรวจวัดรูปปร่างโหมด (mode shape) มักจะมีจำนวนน้อยกว่า DOFs ทั้งหมดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผลการทดลองปรากฏว่า การที่จะนำวิธีที่เป็นไปได้ในทางทฤษฎีมาใช้ปฏิบัติงานจริงในการทำนายความเสียหายของโครงสร้างยังเป็นสิ่งที่ท้าทาย เพราะมีปัจจัยหลายอย่างที่มีผลต่อความสำเร็จในการนำวิธีการคำนวณไปใช้งานจริง เช่น ความไม่แน่นอน (uncertainty) เนื่องจากความคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง (modeling error) จากโครงสร้างจริงที่ถูกก่อสร้างขึ้น, ความไม่แน่นอนเนื่องจากการวัดที่ไม่ถูกต้องทางด้านเรขาคณิต (geometry) ของโครงสร้างและคุณสมบัติของวัสดุ (material properties) และความไม่แน่นอนเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติและรูปปร่างโหมด รวมทั้งการที่ไม่สามารถตรวจวัดรูปปร่างโหมดได้ครบทุกระดับชั้นความเสรี (degrees of freedom, DOF)

เนื่องจากวิธีการทำนายความเสียหายที่เสนอโดย Araujo dos Santos และคณะ (2000) จะสามารถทำนายความเสียหายได้อย่างมีประสิทธิภาพ ก็ต่อเมื่อทราบค่าของรูปปร่างโหมด (mode shape) ที่ครบทุกระดับชั้นความเสรี (degrees of freedom, DOF) สำหรับแต่ละโหมด ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วเป็นไปได้ยากที่จะสามารถวัดรูปปร่างโหมด (mode shape) ได้ที่ทุก DOF เพราะการวัดรูปปร่างโหมดที่ Rotational DOF ทำได้ยาก ดังนั้นในขั้นตอนของการนำไปใช้งานจริง จึงต้องมีการประมาณค่ารูปปร่างโหมดจากค่าที่วัดได้บาง DOF ในแต่ละโหมดไปสู่ค่าประมาณที่ครบทุก DOF ในโหมดนั้น ๆ (expansion of mode shape) ซึ่งรูปปร่างโหมดที่ได้จากการ expansion นี้อาจคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่แท้จริง ดังนั้น Araujo dos Santos และ คณะ (2003) จึงได้ศึกษาผลกระทบของ mode shape expansion ต่อการทำนายความเสียหาย โดยเลือกใช้

- 1) วิธี Dynamic expansions ซึ่งเสนอโดย Kidder (1973)
- 2) วิธี Static expansions ซึ่งเสนอโดย Guyan (1965)
- 3) การแทนที่ DOF ของรูปปร่างโหมดหลังเสียหายที่ไม่ได้วัดค่าด้วย DOF ของรูปปร่างโหมดก่อนเสียหาย

ปรากฏว่าใน 3 วิธีนี้ วิธี Dynamic expansions (Kidder, 1973) ให้คำตอบที่ถูกต้องมากที่สุด รองลงมาคือ วิธี Static expansions (Guyan, 1965) และถูกต้องน้อยที่สุดคือวิธีที่ 3) การแทนที่ DOF ของรูปปร่างโหมดหลังเสียหายที่ไม่ได้วัดค่าด้วย DOF ของรูปปร่างโหมดก่อนเสียหาย

แต่อย่างไรก็ตามวิธี Dynamic expansions (Kidder, 1973) ยังมีข้อเสียอยู่ที่ต้องอาศัยข้อมูลของสติฟเนสเมทริกซ์ (stiffness matrix) ของทั้งโครงสร้าง มาใช้ในการทำ mode shape expansion ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วเป็นไปได้ยากที่จะทราบค่าสติฟเนสเมทริกซ์ของโครงสร้างที่เกิดความเสียหายแล้ว จึงต้องใช้ค่าประมาณโดยใช้สติฟเนสเมทริกซ์ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหายแทน ดังนั้นถ้าโครงสร้างเสียหายเพียงเล็กน้อย วิธี Dynamic expansions (Kidder, 1973) จะให้คำตอบที่มีความถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ แต่ถ้าโครงสร้างเสียหายมาก วิธีนี้จะให้คำตอบที่มีความผิดพลาดค่อนข้างมาก

นอกจากนี้ Araujo dos Santos และ คณะ (2003) ยังแสดงให้เห็นอีกว่า

- กรณีเมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายเพียงเล็กน้อย ผลจากความคลาดเคลื่อน (error) ในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด จะมีผลกระทบต่อการทำนายความเสียหายมากกว่าผลจากการวัดรูปร่างโหมดไม่ครบทุก DOF
- กรณีเมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายมาก ผลจากการวัดไม่ครบทุก DOF จะมีผลกระทบต่อการทำนายความเสียหาย มากกว่าผลจากความคลาดเคลื่อน ในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

Araujo dos Santos และ คณะ (2005) ใช้วิธี FRF (Frequency Response Functions) ในการสร้างชุดสมการเชิงเส้น (linear equations) เพื่อใช้ในการทำนายความเสียหายของแบบจำลอง laminated rectangular plate และใช้วิธี BVLS (Bounded-variable least-squares) ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อคำนวณหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าซึ่งได้แก่ความเสียหายในแต่ละชิ้นส่วนของโครงสร้างปรากฏว่าวิธี FRF สามารถทำนายความเสียหาย ได้ดีกว่าวิธีที่เสนอไปในปี 2003 เพราะว่าวิธีที่เสนอในปี 2003 นั้นจะเป็นลักษณะของกรณี under-determined system (จำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า) ส่วนวิธี FRF จะเป็นลักษณะของกรณี over-determined system (จำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า) พร้อมกันนี้ Araujo dos Santos และ คณะ ยังได้เสนออีกว่า เมทริกซ์ FRF ควรจะถูกคำนวณโดยใช้จำนวนความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดเป็น 3 เท่าของจำนวนโหมดที่มีความถี่ธรรมชาติอยู่ในช่วงความถี่ที่สนใจ

1.2.4 การใช้ในการเปลี่ยนแปลงของรูปร่างโหมด

Mazurek และ Dewolf (1990) ได้ทำการจำลองรถและสะพานขึ้นมาในห้องปฏิบัติการ เพื่อศึกษาผลกระทบต่างๆ ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (mode shape) ซึ่งได้แก่ น้ำหนักรถ ความเร็วรถ ความขรุขระบนผิวสะพาน และรอยแตกร้าว (crack) หรือ ความเสียหายบนคานสะพาน ปรากฏว่าการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติแปรผันตรงกับความลึกของรอยแตกร้าว (crack depth) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง เมื่อความลึกของรอยร้าวเพิ่มขึ้น การเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติก็เพิ่มขึ้นด้วย แต่อย่างไรก็ตาม การเปลี่ยนแปลงของรูปร่างโหมดจะมีความไว (sensitivity) ต่อการเกิดรอยแตก หรือความเสียหายมากกว่าการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ จึงได้มีการเสนอให้ใช้ในการเปลี่ยนแปลงของรูปร่างโหมด ในการทำนายตำแหน่งของความเสียหาย

Rizos และ คณะ (1990) เสนอสมการโดยมีเทอมของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (mode shape) เป็นฟังก์ชันกับตำแหน่งของรอยร้าว (crack) และความยาวของรอยร้าว (crack length) จากนั้นได้ทำการทดลองโดยให้ไม้แรงมากกระทำกับคาน ซึ่งความถี่ของแรงที่มากกระทำตรงกับความถี่ธรรมชาติของคาน แล้ววัดการเคลื่อนที่ของจุด 2 จุดบนคาน ทำให้สามารถใช้สมการที่เสนอทำนายความเสียหายได้ และใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) ในการแก้ระบบสมการเพื่อคำนวณหาทั้งตำแหน่งและขนาดของความเสียหาย แต่วิธีนี้มีข้อเสียคือ ถ้าความเสียหายที่เกิดขึ้นมีค่าไม่มาก จะทำนายความเสียหายได้ไม่ดีนัก

Salane and Baldwin (1990) ได้ทำการศึกษาผลกระทบของโมดอลพารามิเตอร์ (modal parameters) เช่น ความถี่ธรรมชาติ รูปร่างโหมด (mode shape) และความหน่วง (damping) ต่อความเสียหายของสะพาน ปรากฏว่า การเปลี่ยนแปลงของสติฟเนส (stiffness) และรูปร่างโหมดสามารถบอกได้ว่ามีความเสียหายเกิดขึ้นในโครงสร้าง และการเปลี่ยนแปลงของรูปร่างโหมดเป็นพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดในการระบุว่ามีความเสียหายเกิดขึ้นในโครงสร้าง

Kam และ Lee (1992) เสนอสมการสำหรับหาตำแหน่งของรอยแตกร้าว (crack) และความยาวของรอยแตกร้าว (crack length) โดยสมการที่ใช้หาตำแหน่งรอยร้าวใช้หลักการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์อันดับที่ 1 (First-order Taylor series expansion) โดยทำการกระจายโมดอลพารามิเตอร์ (modal parameters) เช่น ความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (mode shape) ในรูปของสติฟเนส (stiffness) ส่วนสมการที่ใช้คำนวณหาความยาวของรอยร้าว ใช้หลักการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียด (strain energy) ที่เป็นผลเนื่องมาจากการเกิดรอยร้าว และใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) ในการแก้ระบบสมการเพื่อคำนวณหาทั้งตำแหน่งและความยาวของรอยร้าว

Srinivasan และ Kot (1992) กล่าวว่า การเปลี่ยนแปลงรูปร่างโหมด (mode shape) ของโครงสร้างแผ่นโค้งบาง (shell structure) จะมีความไว (sensitivity) ต่อความเสียหายมากกว่าการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ

Lam และคณะ (1995) ได้เสนอพารามิเตอร์ที่เรียกว่า Damage Signature ในการทำนายตำแหน่งของความเสียหาย แต่อย่างไรก็ตาม วิธีนี้ไม่สามารถทำนายระดับความรุนแรงของความเสียหายได้

1.2.5 การใช้การเปลี่ยนแปลงของเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์

Pandey และ Biswas (1994) ได้เสนอวิธีการทำนายตำแหน่งและระดับของความเสียหายโดยอาศัยการเปลี่ยนแปลงของเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ และได้ทำการทดลองกับทั้งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการทดลองจริงกับคาน ปรากฏว่าผลการทดลองทั้ง 2 แบบ ได้ผลตรงกันว่า วิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้โดยการใช้เพียง 2 โหมดแรก

Pandey และ Biswas (1995) ได้ทำการทดสอบวิธีการดังกล่าวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงข้อหมุน (truss) 6 ชั้นส่วน และโครงข้อหมุน 51 ชั้นส่วน ปรากฏว่าสามารถทำนายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่ง และระดับความรุนแรงของความเสียหาย

Zhao และ Dewolf (1999) ได้ทำการศึกษาความไว (sensitivity) ของค่าความถี่ธรรมชาติ รูปร่างโหมด (mode shape) และเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ (flexibility matrix) ต่อความเสียหายของโครงสร้างอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนส (stiffness) ปรากฏว่า เฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์มีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสมากที่สุด รองลงมาคือ ความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

1.2.6 การใช้เวกเตอร์แรงคงค้าง (Residual force vector)

Kosmatka และ Ricles (1992) ได้เสนอวิธีการทำนายความเสียหายโดยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนการตรวจหาตำแหน่งของความเสียหาย และขั้นตอนการตรวจหาระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยที่ขั้นตอนการตรวจหาตำแหน่งของความเสียหาย คำนวณได้จากค่าของ **R** (Residual force vector) โดยค่า **R** จะมีค่ามากตรงบริเวณระดับขั้นความเสรี (Degree of freedom) ของชิ้นส่วนที่เกิดความเสียหาย และค่า **R** จะเท่ากับศูนย์สำหรับชิ้นส่วนที่ไม่เกิดความเสียหาย ส่วนขั้นตอนการตรวจหาระดับความรุนแรงของความเสียหาย สามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด กับมวลและสติฟเนสของโครงสร้างทั้งก่อน

และหลังการเกิดความเสียหาย พร้อมกันนี้ Kosmatka และ Ricles ได้ทำการทดสอบความถูกต้องของวิธีการที่ได้นำเสนอ โดยทำการจำลองโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของโครงข้อหมุน (truss) 2 มิติ ปรากฏว่าสามารถทำนายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย

Kosmatka และ Ricles (1999) ได้ทำการจำลองโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของโครงข้อหมุน (truss) 3 มิติ เพื่อทดสอบวิธีการที่ได้นำเสนอ ปรากฏว่าสามารถทำนายตำแหน่งและความรุนแรงของความเสียหายได้ถูกต้องเช่นเดียวกัน

1.2.7 การใช้ Optimal Matrix Update Methods

Baruch และ Bar Itzhack (1978) ได้เสนอสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อปรับแก้ให้รูปร่างใหม่ที่ได้จากการตรวจวัด (field measurement) มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonality condition) เพราะตามปกติแล้วรูปร่างใหม่ที่ได้จากการวัดจะมีความคลาดเคลื่อน (error) เนื่องจากสัญญาณมารบกวน (noise) ในขณะทำการตรวจวัด ทำให้รูปร่างใหม่ที่ได้ไม่มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก พร้อมกันนี้ Baruch และ Bar Itzhack ได้เสนอวิธีการนำรูปร่างใหม่ ที่ผ่านการปรับแก้ให้มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากแล้ว ไปใช้คำนวณหาสถิติเฟสเมทริกซ์ของทั้งโครงสร้าง

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ จำนวน 4 วิธี ซึ่งได้แก่ วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ วิธีการเปลี่ยนแปลงสถิติเฟสเมทริกซ์ วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ และวิธีการเปลี่ยนแปลงเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ ในด้านประสิทธิภาพในการทำนายตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย และเปรียบเทียบประเภทของข้อมูลคุณสมบัติของโครงสร้างที่จำเป็นต้องใช้ในการคำนวณในแต่ละวิธี
2. เพื่อศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ต่อผลการทำนายความเสียหาย
3. เพื่อพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายที่มีอยู่ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น กล่าวคือ ลดจำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติหรือรูปร่างใหม่ที่ต้องใช้ในการทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้อย่างถูกต้องให้น้อยลง

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1. วิธีที่ทำการศึกษานในงานวิจัยนี้จัดอยู่ในประเภทที่สามารถระบุได้ทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย
2. แบบจำลองที่ใช้ในการทดลองตรวจหาความเสียหายเป็นแบบจำลองโครงข้อแข็ง (frame) โดยพิจารณาเป็น 2 มิติ
3. พิจารณาให้แบบจำลองโครงข้อแข็งมีพฤติกรรมเป็นวัสดุอีลาสติกเชิงเส้นที่สภาวะก่อนและหลังเสียหายแล้วซึ่งไม่ได้พิจารณาพฤติกรรมขณะเกิดความเสียหาย
4. พิจารณาให้ความเสียหายที่เกิดขึ้นมีผลทำให้สติฟเนสของชิ้นส่วนในโครงสร้างลดลงเท่านั้น
5. สมมติให้มวลและรูปทรงเชิงเรขาคณิตของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหายยังคงเหมือนเดิมก่อนการเสียหาย
6. การจำลองสติฟเนสเมทริกซ์และเมทริกซ์มวลของโครงสร้างเริ่มต้นก่อนเกิดความเสียหายสามารถทำได้โดยไม่มีความคลาดเคลื่อน
7. ประสิทธิภาพของวิธีการตรวจหาความเสียหายที่ทำการเปรียบเทียบและปรับปรุง บ่งชี้โดยจำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติหรือรูปร่างโหมดหลังเสียหายที่ต้องใช้ในการคำนวณ กล่าวคือ วิธีการตรวจหาความเสียหายมีประสิทธิภาพสูง หากใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อย

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

จากบทที่ 1 จะเห็นได้ว่าวิธีการตรวจหาความเสียหายมีอยู่ด้วยกันหลายประเภท ซึ่งส่วนใหญ่แล้ว สามารถตรวจหาความเสียหายได้ถึงระดับที่ 3 คือสามารถระบุได้ทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย ไม่ว่าจะเป็น ประเภทที่ใช้การเปลี่ยนแปลงของรูปร่างโหมด (mode shape) ใช้การเปลี่ยนแปลงของเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ ใช้การเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสเมทริกซ์ ใช้เวกเตอร์แรงคงค้าง และใช้การเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ (ชนิด Inverse Problem) มีเพียงส่วนน้อยเท่านั้นที่สามารถระบุได้เพียงระดับที่ 1 คือระบุได้เพียงว่ามีความเสียหายเกิดขึ้นภายในโครงสร้างเท่านั้น ซึ่งได้แก่ประเภทที่ใช้การเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ (ชนิด Forward Problem)

ดังนั้นการที่จะทราบได้ว่าวิธีประเภทหนึ่งดีกว่าอีกประเภทหนึ่งอย่างไร หรือแต่ละวิธีมีจุดเด่นจุดด้อยตรงไหนอย่างไร จะต้องทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหายเหล่านั้น จึงจะทำให้ทราบได้ว่าวิธีใดมีประสิทธิภาพในการตรวจหาความเสียหายได้ดีที่สุด อีกทั้งยังทำให้สามารถที่จะพัฒนาปรับปรุงวิธีที่ดีอยู่แล้วให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2.1 การตรวจหาความเสียหายโดยวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ

วิธีนี้เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) โดยเริ่มต้นพิจารณาจาก eigenvalue problem ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย (derive มาจากสมการระบบเสรีที่ไม่มีความหน่วง (undamped free vibration) ของโครงสร้างที่ยังไม่เกิดความเสียหาย)

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \phi_i = \mathbf{0} \quad (2.1)$$

เมื่อ \mathbf{K} และ \mathbf{M} คือ สติฟเนสเมทริกซ์และเมทริกซ์มวลของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย, λ_i และ ϕ_i คือ ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) และเวกเตอร์รูปร่างโหมด (mode shape) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย โดย eigenvalue ในโหมดที่ i มีค่าเท่ากับค่าของความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ i ยกกำลังสอง ($\lambda_i = \omega_i^2$)

ทำนองเดียวกับสมการที่ (2.1) eigenvalue problem ของโครงสร้างหลังเสียหาย

$$(\mathbf{K}_D - \lambda_{D,i} \mathbf{M}_D) \phi_{D,i} = \mathbf{0} \quad (2.2)$$

เมื่อ \mathbf{K}_D และ \mathbf{M}_D คือ สติฟเนสเมทริกซ์และเมทริกซ์มวลของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย λ_{D_i} และ ϕ_{D_i} คือค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) และรูปร่างโหมด (mode shape) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย โดยที่ $\lambda_{D_i} = \omega_{D_i}^2$

ด้วยสมมติฐานที่ว่า การเกิดความเสียหายในโครงสร้าง ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของหน้าตัดชิ้นส่วนโครงสร้างและสติฟเนสเมทริกซ์ โดยที่มวลของโครงสร้างไม่มีการเปลี่ยนแปลงระหว่างเกิดความเสียหาย ($\Delta \mathbf{M} = \mathbf{0}$) จึงสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathbf{K}_D = \mathbf{K} + \Delta \mathbf{K} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{M}_D = \mathbf{M} \quad (2.4)$$

เมื่อ $\Delta \mathbf{K}$ คือการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสเมทริกซ์ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสเมทริกซ์นี้จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) และรูปร่างโหมด (mode shape) ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) และรูปร่างโหมด สามารถเขียนได้ว่า

$$\Delta \lambda_i = \lambda_{D_i} - \lambda_i \quad (2.5)$$

$$\Delta \phi_i = \phi_{D_i} - \phi_i \quad (2.6)$$

สมมติว่าการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสของโครงสร้างเนื่องจากความเสียหาย ไม่ทำให้เกิดการสลับลำดับที่ของโหมด แทนค่าสมการที่ (2.3), (2.4) และ (2.6) ลงในสมการที่ (2.2) แล้วจัดพจน์ใหม่จะได้

$$\Delta \phi_i = -\phi_i - (\mathbf{K} - \lambda_{D_i} \mathbf{M})^{-1} \Delta \mathbf{K} (\phi_i + \Delta \phi_i) \quad (2.7)$$

สมมติว่ารูปร่างโหมดได้ถูกนอร์มอลไลซ์ (normalize) เทียบกับเมทริกซ์มวลแล้ว ซึ่ง $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$ โดยที่ \mathbf{I} คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) หรือในทำนองเดียวกัน $\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i = 1$ และจากทฤษฎีบทของการแยกองค์ประกอบเชิงสเปกตรัม (spectral decomposition) เทอม $(\mathbf{K} - \lambda_{D_i} \mathbf{M})^{-1}$ สามารถเขียนได้เป็น

$$(\mathbf{K} - \lambda_{D_i} \mathbf{M})^{-1} = \sum_{k=1}^N \frac{\phi_k \phi_k^T}{\lambda_k - \lambda_{D_i}} \quad (2.8)$$

เมื่อ N คือจำนวนโหมดทั้งหมด จากนั้นแทนค่าสมการที่ (2.8) ลงในสมการที่ (2.7) แล้วจัดพจน์ใหม่ จะได้

$$\Delta\phi_i = -\phi_i + \frac{\phi_i^T \Delta\mathbf{K}(\phi_i + \Delta\phi_i)}{\Delta\lambda_i} \phi_i + \sum_{k=1, k \neq i}^N \frac{\phi_k^T \Delta\mathbf{K}\phi_i + \phi_k^T \Delta\mathbf{K}\Delta\phi_i}{\lambda_{D_i} - \lambda_k} \phi_k \quad (2.9)$$

แทนค่าสมการที่ (2.3), (2.4), (2.5) และ (2.6) ลงในสมการที่ (2.2) แล้วทำการจัดพจน์ใหม่ จะได้

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M})\Delta\phi_i + \Delta\mathbf{K}(\phi_i + \Delta\phi_i) = \Delta\lambda_i \mathbf{M}\phi_i + \Delta\lambda_i \mathbf{M}\Delta\phi_i \quad (2.10)$$

คูณ ϕ_i^T ตลอดสมการที่ (2.10) แล้วจัดพจน์ใหม่จะได้ว่า

$$\phi_i^T \Delta\mathbf{K}(\phi_i + \Delta\phi_i) = \Delta\lambda_i + \Delta\lambda_i \phi_i^T \mathbf{M}\Delta\phi_i \quad (2.11)$$

หากไม่คิดผลเนื่องจากพจน์ที่มีอันดับสูง (higher-order term) สมการที่ (2.11) จะกลายเป็น

$$\phi_i^T \Delta\mathbf{K}(\phi_i + \Delta\phi_i) \cong \Delta\lambda_i \quad (2.12)$$

แทนค่าสมการที่ (2.12) ลงในสมการที่ (2.9) จะได้ว่า

$$\Delta\phi_i \cong \sum_{k=1, k \neq i}^N \frac{\phi_k^T \Delta\mathbf{K}\phi_i + \phi_k^T \Delta\mathbf{K}\Delta\phi_i}{\lambda_{D_i} - \lambda_k} \phi_k \quad (2.13)$$

สมการที่ (2.13) คือค่าประมาณของการเปลี่ยนแปลงของรูปร่างโหมดที่สามารถหาได้จากผลรวมเชิงเส้น (linear combination) ของรูปร่างโหมดก่อนเกิดความเสียหาย อย่างไรก็ตามในการคำนวณเพื่อหาความเสียหายภายในโครงสร้างนั้นอาจไม่มีข้อมูลคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ครบทุกโหมด จึงแทนที่จำนวนโหมดทั้งหมด (N) ด้วยจำนวนโหมดที่ต้องการใช้ในการคำนวณ (NC) และแทนที่ค่าของ k ด้วย l จะสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\Delta\phi_i \cong \sum_{k=1, k \neq i}^N C_{ik} \phi_k \cong \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} C_{il} \phi_l \quad (2.14)$$

เมื่อ C_{ik} คือ mode participation factor ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$C_{ik} = \frac{\phi_k^T \Delta\mathbf{K}\phi_i + \phi_k^T \Delta\mathbf{K}\Delta\phi_i}{\lambda_{D_i} - \lambda_k} \quad (2.15)$$

คูณ $(\lambda_{D_i} - \lambda_k)$ ตลอดสมการที่ (2.15) แล้วจัดพจน์ใหม่

$$\phi_k^T \Delta\mathbf{K}\phi_i + \phi_k^T \Delta\mathbf{K}\Delta\phi_i + \lambda_k C_{ik} - \lambda_{D_i} C_{ik} = 0 \quad (2.16)$$

แทนค่า $\Delta\phi_i$ จากสมการที่ (2.14) ลงในพจน์ที่สองในสมการที่ (2.16) จะได้ว่า

$$\phi_k^T \Delta \mathbf{K} \phi_i + \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} C_{il} \phi_k^T \Delta \mathbf{K} \phi_l + \lambda_k C_{ik} - \lambda_{D_i} C_{ik} = 0 \quad (2.17)$$

แทนค่าในสมการที่ (2.14) ลงในสมการที่ (2.11) และอาศัยคุณสมบัติตั้งฉาก (orthogonality conditions) ของรูปร่างโหมดที่ยังไม่เกิดความเสียหาย จะได้ว่า

$$\phi_i^T \Delta \mathbf{K} \phi_i + \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} C_{il} \phi_i^T \Delta \mathbf{K} \phi_l - \Delta \lambda_i = 0 \quad (2.18)$$

$\Delta \mathbf{K}$ คือการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสเมทริกซ์โดยรวมเป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงสติฟเนสของแต่ละชิ้นส่วน ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\Delta \mathbf{K} = \sum_{e=1}^{NE} \alpha_e \mathbf{K}_e \quad (2.19)$$

โดยที่ α_e คือระดับความรุนแรงของความเสียหาย (scalar damage) ของชิ้นส่วนที่ e มีค่าระหว่าง -1 ถึง 0 , \mathbf{K}_e คือสติฟเนสเมทริกซ์ของชิ้นส่วนที่ e และ NE คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง เมื่อแทนค่าสมการที่ (2.19) ลงในสมการที่ (2.18) จะได้

$$\sum_{e=1}^{NE} \phi_i^T \mathbf{K}_e \phi_i \alpha_e + \sum_{e=1}^{NE} \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} C_{il} \phi_i^T \mathbf{K}_e \phi_l \alpha_e - \Delta \lambda_i = 0 \quad (2.20)$$

หรือสามารถเขียนอีกแบบได้ว่า

$$\sum_{e=1}^{NE} a_{iei} \alpha_e + \sum_{e=1}^{NE} \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} C_{il} a_{iel} \alpha_e - \Delta \lambda_i = 0 \quad (2.21)$$

เมื่อ $a_{iei} = \phi_i^T \mathbf{K}_e \phi_i$ และ $a_{iel} = \phi_i^T \mathbf{K}_e \phi_l$ ตามลำดับ แทนค่าในสมการที่ (2.19) ลงในสมการที่ (2.17) จะได้ว่า

$$\sum_{e=1}^{NE} \phi_k^T \mathbf{K}_e \phi_i \alpha_e + \sum_{e=1}^{NE} \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} \phi_k^T \mathbf{K}_e \phi_l C_{il} \alpha_e - (\lambda_{D_i} - \lambda_k) C_{ik} = 0 \quad (2.22)$$

หรือสามารถเขียนอีกแบบได้ว่า

$$\sum_{e=1}^{NE} a_{kei} \alpha_e + \sum_{e=1}^{NE} \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} a_{kel} C_{il} \alpha_e - (\lambda_{D_i} - \lambda_k) C_{ik} = 0 \quad (2.23)$$

เมื่อ $a_{kei} = \phi_k^T \mathbf{K}_e \phi_i$ และ $a_{kel} = \phi_k^T \mathbf{K}_e \phi_l$ ตามลำดับ

วิธีการที่เสนอโดย Bicanic และ Chen จะมีสมการหลัก 2 สมการ คือ สมการที่ (2.21) และสมการที่ (2.23) ซึ่งทั้งสองสมการมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 2 ตัวแปร คือ α_e และ C_{ik} โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$f_m(\alpha_e, C_{ik}) = 0 \quad (2.24)$$

ระบบสมการที่ (2.24) มีจำนวนสมการทั้งหมด (NEQ) เท่ากับ $NL \times NC$ สมการ ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วน คือส่วนที่เป็นของสมการที่ (2.21) ที่มีจำนวนสมการ NL สมการ, และส่วนที่เป็นของสมการที่ (2.23) ที่มีจำนวนสมการ $NL \times NC - \min(NL, NC)$ สมการ ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว $NL < NC$ เสมอ จึงทำให้มีจำนวนสมการเท่ากับ $NL \times NC - NL$ สมการ, หรืออีกนัยหนึ่งสมการที่ (2.21) มีค่าของ m ตั้งแต่ $m = 1, 2, 3, \dots, NL$ และสมการ (2.23) มีค่าของ m ตั้งแต่ $m = NL + 1, \dots, NEQ$ โดยที่ NL คือจำนวนโหนดที่ทราบค่าของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายและ NC จำนวนรูปร่างโหนดก่อนเสียหายที่ใช้ในการคำนวณตามลำดับ

เนื่องจากทั้งระบบสมการที่ (2.21) และสมการที่ (2.23) เป็นระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear equations) ทำให้สมการที่ (2.24) เป็นระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นตามไปด้วย ในการแก้ระบบสมการนี้จะต้องใช้ค่าอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง (first-order derivative) ของสมการที่ (2.24) เทียบกับตัวแปร α_e และ C_{ik} ตามลำดับ

สำหรับส่วนแรกของสมการที่ (2.24) $m = 1, 2, 3, \dots, NL$ อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของสมการที่ (2.24) เทียบกับ α_e มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\partial f_m}{\partial \alpha_r} = a_{iri} + \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} a_{irl} C_{il} \quad (2.25)$$

โดยที่ $r = 1, 2, 3, \dots, NE$ และ $i = m$, เมื่อ NE คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง และอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของสมการที่ (2.24) เทียบกับ C_{st} มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\partial f_m}{\partial C_{st}} = \begin{cases} \sum_{e=1}^{NE} a_{iet} \alpha_e, & s = i \\ 0, & s \neq i \end{cases} \quad (2.26)$$

โดยที่ $s = 1, 2, 3, \dots, NL$ และ $t = 1, 2, 3, \dots, NC$ (โดยที่ $s \neq t$) และ $i = m$

สำหรับส่วนที่สองของสมการที่ (2.24) $m = NL + 1, NL + 2, \dots, NEQ$ อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของสมการที่ (2.24) เทียบกับ α_r มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\partial f_m}{\partial \alpha_r} = a_{kri} + \sum_{l=1, l \neq i}^{NC} a_{krl} C_{il} \quad (2.27)$$

เมื่อ $r = 1, 2, 3, \dots, NE$ และ $m = (i-1)NC + k$ (โดยที่ $i \neq k$), และอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของสมการที่ (2.24) เทียบกับ mode participation factor C_{st} มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\partial f_m}{\partial C_{st}} = \begin{cases} \sum_{e=1}^{NE} a_{ket} \alpha_e, & s = i, t \neq k \\ \sum_{e=1}^{NE} a_{kek} \alpha_e - (\lambda_{D_i} - \lambda_k), & s = i, t = k \\ 0, & s \neq i \end{cases} \quad (2.28)$$

เมื่อ s มีค่าตั้งแต่ 1, 2, 3, ..., NL และ t มีค่าตั้งแต่ 1, 2, 3, ..., NC (โดยที่ $s \neq t$) และ $m = (i-1)NC + k$ (โดยที่ $i \neq k$)

วิธีการคำนวณเพื่อแก้สมการหาค่าตัวแปร (α_e และ C_{ik}) จะใช้วิธีการทำซ้ำของเกาส์-นิวตัน (Gauss-Newton iteration method) และ วิธีการกำลังสองน้อยสุด (Least-squares techniques) รวมเข้าด้วยกัน หรือที่เรียกว่า Gauss-Newton least-squares (GNLS) โดยเริ่มจากการเขียนสมการที่ (2.24) ใหม่ จะได้ว่า

$$f_m(x_n) = 0 \quad (2.29)$$

เมื่อ $m = 1, 2, 3, \dots, NEQ$ และ $n = 1, 2, 3, \dots, NV$ โดยที่ NEQ คือ จำนวนสมการทั้งหมด ส่วน NV คือ จำนวนตัวแปรทั้งหมดและมีค่าเท่ากับ $NE + NL \times NC - \text{minimum}(NL, NC)$ ซึ่งตามปกติแล้ว $NL < NC$ เสมอ ส่วน NE คือ จำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง และ x_n คือ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ซึ่งสามารถเขียนได้ว่า

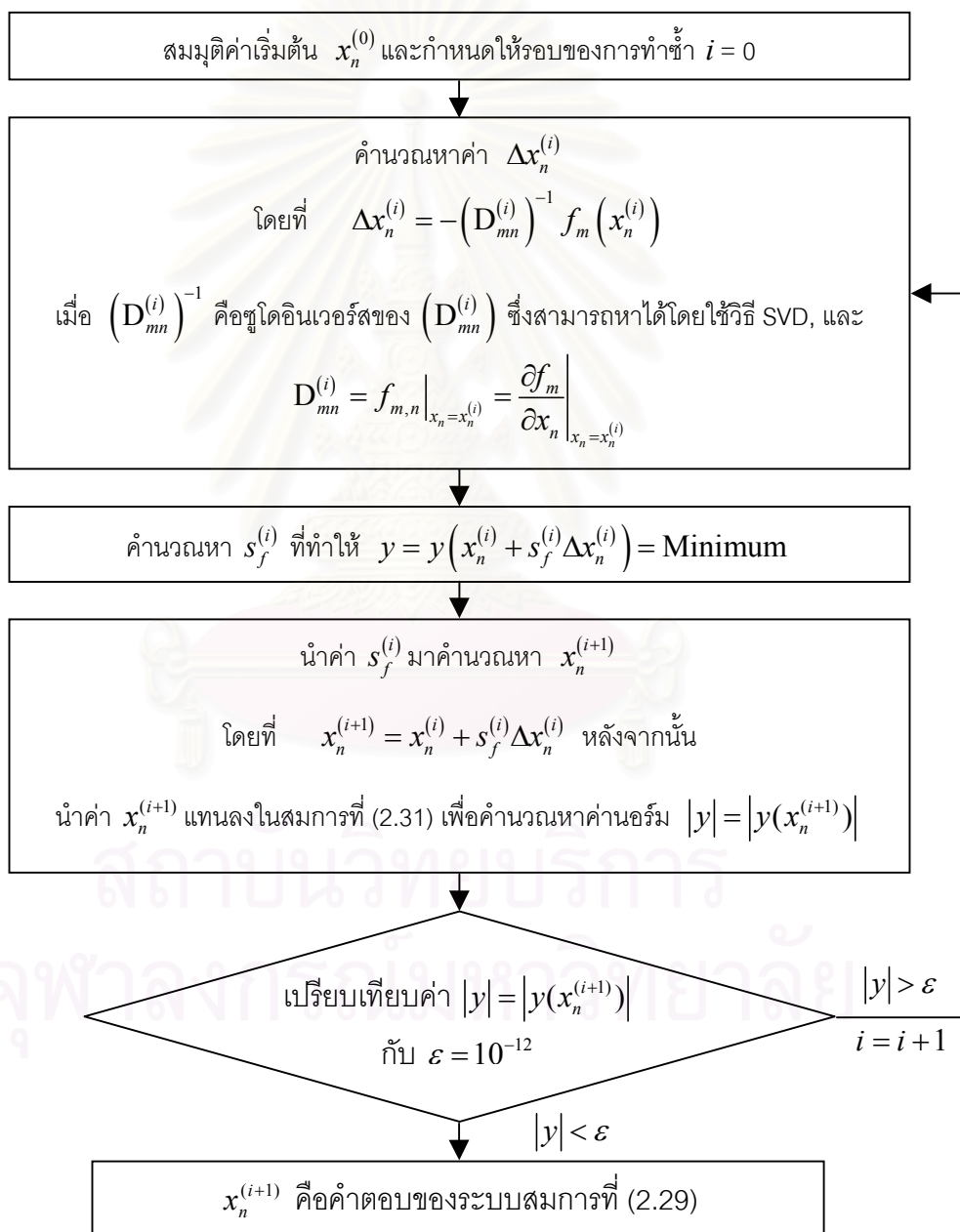
$$x_n = \begin{bmatrix} \alpha_e \\ C_{ik} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

โดยที่ค่าของตัวแปร x_n จะแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรก $x_n = \alpha_e$ โดยที่ $n = e$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, NE$ และจะทำให้ทราบได้ทันทีว่า $e = 1, 2, 3, \dots, NE$ ต่อมาในส่วนที่สอง $x_n = C_{ik}$ โดย $n = NE + 1, NE + 2, \dots, NV$ ส่วน $i = 1, 2, 3, \dots, NL$ และ $k = 1, 2, 3, \dots, NC$ (โดยที่ $i \neq k$) หรือจะได้ว่า $n = (i-1) \times NC + k$ (โดยที่ $i \neq k$)

ค่าบรรทัดฐาน (Norm) ของระบบสมการที่ (2.29) ซึ่งเขียนแทนด้วย y คำนวณจาก

$$y = y(x_n) = \sum_{m=1}^{NEQ} f_m^2(x_n) \tag{2.31}$$

และถ้า $|y| = |y(\bar{x}_n)| < \varepsilon$ เมื่อ ε คือค่าความคลาดเคลื่อนของการลู่อเข้าที่ยอมรับได้ (convergence tolerance) แล้ว \bar{x}_n จะเป็นคำตอบของระบบสมการที่ (2.29) โดย Bicanic และ Chen กำหนดให้ค่า $\varepsilon = 10^{-12}$ โดยลำดับขั้นตอนการคำนวณแสดงไว้ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ขั้นตอนการคำนวณหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธี Gauss-Newton least-squares

2.2 การตรวจหาความเสียหายโดยวิธีการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสเมทริกซ์

วิธีนี้เสนอโดย Topole และ Stubbs (1995) โดยเริ่มพิจารณาจาก eigenvalue problem ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย (derive มาจากสมการระบบเสรีที่ไม่มีความหน่วง (undamped free vibration) ของโครงสร้างที่ยังไม่เกิดความเสียหาย)

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M})\phi_i = \mathbf{0} \quad (2.32)$$

โดยที่ \mathbf{K} และ \mathbf{M} คือสติฟเนสเมทริกซ์และเมทริกซ์มวลของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย ส่วน λ_i และ ϕ_i คือค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) และรูปร่างโหมด (mode shape) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย โดย eigenvalue ในโหมดที่ i มีค่าเท่ากับค่าของความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ i ยกกำลังสอง ($\lambda_i = \omega_i^2$) และเมื่อคูณด้วย ϕ_i^T ตลอดสมการที่ (2.32) จะได้

$$\frac{\phi_i^T \mathbf{K} \phi_i}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} = \lambda_i \quad (2.33)$$

และในทำนองเดียวกับสมการที่ (2.33) ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ในโหมดที่ i ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหายแล้ว สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{\phi_{D_i}^T \mathbf{K}_D \phi_{D_i}}{\phi_{D_i}^T \mathbf{M}_D \phi_{D_i}} = \lambda_{D_i} \quad (2.34)$$

หากเวกเตอร์ของรูปร่างโหมดหลังเกิดความเสียหายถูกนอร์มอลไลซ์เทียบกับเมทริกซ์มวลหลังเกิดความเสียหายแล้ว จะได้ว่า $\phi_{D_i}^T \mathbf{M}_D \phi_{D_i} = 1$ ซึ่งแทนลงในสมการที่ (2.34) จะได้

$$\phi_{D_i}^T \mathbf{K}_D \phi_{D_i} = \lambda_{D_i} \quad (2.35)$$

แทน $\mathbf{K}_D = \mathbf{K} + \Delta\mathbf{K}$ ลงในสมการที่ (2.35) แล้วจัดพจน์ใหม่ จะได้

$$\phi_{D_i}^T \Delta\mathbf{K} \phi_{D_i} = \lambda_{D_i} - \phi_{D_i}^T \mathbf{K} \phi_{D_i} \quad (2.36)$$

เมื่อ $\Delta\mathbf{K}$ คือ การเปลี่ยนแปลงสติฟเนสเมทริกซ์ของโครงสร้าง ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสในชิ้นส่วนต่าง ๆ สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\Delta\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{NE} \alpha_e \mathbf{K}_e \quad (2.37)$$

โดยที่ α_e คือ คือระดับความรุนแรงของความเสียหาย (scalar damage) ของชิ้นส่วนที่ e ส่วน NE คือ จำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง และ \mathbf{K}_e คือ สติฟเนสเมทริกซ์ของแต่ละชิ้นส่วนใน

โครงสร้างก่อนเสียหาย, แทนค่า $\Delta\mathbf{K}$ จากสมการที่ (2.37) ลงในสมการที่ (2.36) แล้วจัดพจน์ใหม่ จะได้

$$\frac{\sum_{e=1}^{NE} \phi_{D_i}^T \mathbf{K}_e \phi_{D_i} \alpha_e}{\phi_{D_i}^T \mathbf{K} \phi_{D_i}} = \frac{\lambda_{D_i}}{\phi_{D_i}^T \mathbf{K} \phi_{D_i}} - 1 \quad (2.38)$$

คุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonality conditions) ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย สามารถเขียนได้ว่า

$$\phi_k^T \mathbf{K} \phi_l = 0, \quad k \neq l \quad (2.39)$$

ในการทำงานเดียวกับสมการที่ (2.39) คุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonality conditions) ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย เขียนได้ว่า

$$\phi_k^T \mathbf{K}_D \phi_l = 0, \quad k \neq l \quad (2.40)$$

แทน $\mathbf{K}_D = \mathbf{K} + \Delta\mathbf{K}$ ลงในสมการที่ (2.40) แล้วจัดพจน์ใหม่ จะได้

$$\phi_k^T \Delta\mathbf{K} \phi_l = -\phi_k^T \mathbf{K} \phi_l, \quad k \neq l \quad (2.41)$$

แทนค่า $\Delta\mathbf{K}$ จากสมการที่ (2.37) ลงในสมการที่ (2.41) แล้วจัดพจน์ใหม่ จะได้

$$\frac{\sum_{e=1}^{NE} \phi_{D_k}^T \mathbf{K}_e \phi_{D_l} \alpha_e}{\phi_{D_k}^T \mathbf{K} \phi_{D_l}} = -1, \quad k \neq l \quad (2.42)$$

สมการที่ (2.38) มีจำนวนสมการทั้งหมด n สมการ และสมการที่ (2.42) มีจำนวนสมการทั้งหมด $(n-1)n/2$ สมการ ดังนั้นจะมีจำนวนสมการที่เป็นอิสระจากกัน (independent equations) และสามารถใช้ในการคำนวณได้ทั้งสิ้น $(n+1)n/2$ สมการ เมื่อ n คือจำนวนโหนดหลังเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ และมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) คือ α_e โดยมีจำนวนเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง (NE)

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น มีวิธีการคำนวณหาค่าตัวแปรไม่ทราบค่าอยู่ด้วยกัน 3 วิธีดังต่อไปนี้

1. กรณีที่จำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่า ระบบสมการนี้จะมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว และจะใช้วิธี Gauss-Jordan Elimination ในการคำนวณหาค่าตัวแปรไม่ทราบค่า

2. กรณีที่จำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปร (over-determined system) ระบบสมการนี้อาจจะมีหรือไม่มีคำตอบที่ถูกต้องก็ได้ ในการแก้สมการจะใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least-squares techniques) เพื่อให้ความคลาดเคลื่อนมีขนาดน้อยที่สุด

3. กรณีที่จำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปร (under-determined system) ระบบสมการนี้จะมีคำตอบได้หลายคำตอบที่สอดคล้องกับระบบสมการ แต่อย่างไรก็ตาม ยังคงสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดออกมาได้ โดยการใช้วิธีซูโดอินเวอร์ส (pseudo-inverse technique) หรือใช้วิธีการหาค่าเหมาะที่สุด (optimization) โดยการกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function) ร่วมกับการกำหนดเงื่อนไขบังคับ (constraints)

เมื่อทำการแก้สมการ หาค่าตัวแปร α_c ของแต่ละชั้นส่วนได้ ก็จะสามารถทำนายทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหายได้ เช่นถ้า α_c มีค่าเป็นศูนย์แสดงว่าชั้นส่วนนั้นไม่มีความเสียหายเกิดขึ้น แต่ถ้ามีค่าเท่ากับ -1 แสดงว่าชั้นส่วนนั้นเกิดความเสียหายขึ้น 100 เปอร์เซ็นต์

2.3 การตรวจหาความเสียหายโดยวิธีการเปลี่ยนแปลงของควมถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

วิธีนี้เสนอโดย Araujo dos Santos และคณะ (2000b) โดยเริ่มพิจารณาจาก eigenvalue problem ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย (derive มาจากสมการระบบเสรีที่ไม่มีความหน่วง (undamped free vibration) ของโครงสร้างที่ยังไม่เกิดความเสียหาย)

$$(\mathbf{K} - \lambda_j \mathbf{M}) \phi_j = \mathbf{0} \quad (2.43)$$

เมื่อ \mathbf{K} และ \mathbf{M} คือ สติฟเนสเมทริกซ์และเมทริกซ์มวลของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย ส่วน λ_j และ ϕ_j คือค่าลักษณะเฉพาะและรูปร่างโหมดในโหมดที่ j ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย โดย $j = 1, 2, \dots, m$ โดยที่ m คือจำนวนของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดก่อนเกิดความเสียหายที่จะใช้ในการคำนวณ

และในการทำงานเดียวกับสมการที่ (2.43) eigenvalue problem ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหายแล้ว สามารถเขียนได้เป็น

$$(\mathbf{K}_D - \lambda_{D_i} \mathbf{M}_D) \phi_{D_i} = \mathbf{0} \quad (2.44)$$

เมื่อ \mathbf{K}_D และ \mathbf{M}_D คือ สติฟเนสเมทริกซ์และเมทริกซ์มวลของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหาย ส่วน λ_{D_i} และ ϕ_{D_i} คือค่าลักษณะเฉพาะและรูปร่างโหมดในโหมดที่ i ของโครงสร้างหลังเกิด

ความเสียหายตามลำดับ โดยที่ $i = 1, 2, \dots, n$ โดย n คือจำนวนของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่หลังจากเกิดความเสียหายที่จะใช้ในการคำนวณ

สมมติว่าการเกิดความเสียหายทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงเฉพาะสติฟเนสเมทริกซ์เท่านั้น (สติฟเนสเมทริกซ์มีค่าลดลง) โดยมวลและเมทริกซ์มวลของโครงสร้างไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง ($\Delta \mathbf{M} = \mathbf{0}$) ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathbf{K}_D = \mathbf{K} + \Delta \mathbf{K} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{M}_D = \mathbf{M} \quad (2.46)$$

เมื่อ $\Delta \mathbf{K}$ คือการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสเมทริกซ์ ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสในชิ้นส่วนต่าง ๆ สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\Delta \mathbf{K} = \sum_{e=1}^{NE} \alpha_e \mathbf{K}_e \quad (2.47)$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (2.46) ลงในสมการที่ (2.44) จะได้ว่า

$$(\mathbf{K}_D - \lambda_{D_i} \mathbf{M}) \phi_{D_i} = \mathbf{0} \quad (2.48)$$

คูณ ϕ_j^T ตลอดสมการที่ (2.48) จะได้ว่า

$$\phi_j^T \mathbf{K}_D \phi_{D_i} = \lambda_{D_i} \phi_j^T \mathbf{M} \phi_{D_i} \quad (2.49)$$

สลับเปลี่ยน (transpose) สมการที่ (2.49) จะได้ว่า

$$\phi_{D_i}^T \mathbf{K}_D \phi_j = \lambda_{D_i} \phi_{D_i}^T \mathbf{M} \phi_j \quad (2.50)$$

แทนค่าสมการที่ (2.45) ลงในสมการที่ (2.50) จะได้ว่า

$$\phi_{D_i}^T \mathbf{K} \phi_j + \phi_{D_i}^T \Delta \mathbf{K} \phi_j = \lambda_{D_i} \phi_{D_i}^T \mathbf{M} \phi_j \quad (2.50a)$$

คูณ $\phi_{D_i}^T$ ตลอดสมการ (2.43) จะได้

$$\phi_{D_i}^T \mathbf{K} \phi_j = \lambda_j \phi_{D_i}^T \mathbf{M} \phi_j \quad (2.51)$$

แทนค่าสมการที่ (2.51) ลงในสมการที่ (2.50a) แล้วจัดพจน์ใหม่จะได้

$$\phi_{D_i}^T \Delta \mathbf{K} \phi_j = (\lambda_{D_i} - \lambda_j) \phi_{D_i}^T \mathbf{M} \phi_j \quad (2.52)$$

แทนค่าสมการที่ (2.47) ลงในสมการที่ (2.52) จะได้

$$\sum_{e=1}^{NE} \phi_{D_i}^T \mathbf{K}_e \phi_j \alpha_e = (\lambda_{D_i} - \lambda_j) \phi_{D_i}^T \mathbf{M} \phi_j \quad (2.53)$$

โดยอาศัยสมการที่ (2.38) และ สมการที่ (2.42) ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs

$$\frac{\sum_{e=1}^{NE} \phi_{D_i}^T \mathbf{K}_e \phi_{D_i} \alpha_e}{\phi_{D_i}^T \mathbf{K} \phi_{D_i}} = \frac{\lambda_{D_i}}{\phi_{D_i}^T \mathbf{K} \phi_{D_i}} - 1 \quad (2.54)$$

$$\frac{\sum_{e=1}^{NE} \phi_{D_k}^T \mathbf{K}_e \phi_{D_i} \alpha_e}{\phi_{D_k}^T \mathbf{K} \phi_{D_i}} = -1, k \neq l \quad (2.55)$$

สมการที่ (2.53) จะมีจำนวนสมการทั้งหมด mn สมการ และเมื่อรวมกับสมการที่ (2.54) และ (2.55) ที่มีจำนวนสมการ n สมการ และ $(n-1)n/2$ สมการ ตามลำดับ จะทำให้มีจำนวนสมการที่เป็นอิสระจากกัน (independent equations) และสามารถใช้ในการคำนวณได้ทั้งสิ้น $(n+2m+1)n/2$ สมการ เมื่อ m และ n คือจำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (mode shape) ก่อนและหลังเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ ตามลำดับ และมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) คือ α_e ที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง (NE)

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น Araujo dos Santos และคณะ (2000b) ใช้วิธี NNLS (Non-negative least-squares) หรือ BVLS (Bounded-variable least-squares) ซึ่งทั้งสองวิธีนี้สามารถใช้แก้ระบบสมการเชิงเส้นได้ทั้งกรณี under-determined system และ over-determined system

2.4 การตรวจหาความเสียหายโดยวิธีการเปลี่ยนแปลงของเฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์

วิธีนี้เสนอโดย Pandey และ Biswas (1995) โดยเริ่มพิจารณาจาก eigenvalue problem ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย (derive จากสมการระบบเสรีที่ไม่มีความหน่วง (undamped free vibration) ของโครงสร้างที่ยังไม่เกิดความเสียหาย)

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \phi_i = \mathbf{0} \quad (2.56)$$

คูณ ϕ_i^T ตลอดทั้งสองข้างของสมการที่ (2.56) จะได้

$$\phi_i^T \mathbf{K} \phi_i - \omega_i^2 \phi_i^T \mathbf{M} \phi_i = \mathbf{0} \quad (2.57)$$

หรือสามารถเขียนสมการที่ (2.57) ได้อีกแบบคือ

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi - \Omega^2 \Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{0} \quad (2.58)$$

$$\text{โดยที่ } \Omega^2 = \text{diag}(\omega_i^2) = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_N^2 \end{bmatrix}, \Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_N]$$

และ N คือจำนวนระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) หรือจำนวนโหมดทั้งหมด

ทำการนอร์มอลไลซ์ (normalize) เมทริกซ์รูปร่างโหมดเทียบกับเมทริกซ์มวล จะได้ $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$ โดยที่ \mathbf{I} คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) ทำให้สามารถเขียน สมการที่ (2.58) ได้ใหม่เป็น

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Omega^2 \quad (2.59)$$

อินเวอร์สสมการที่ (2.59) จะได้

$$\Phi^{-1} \mathbf{K}^{-1} (\Phi^T)^{-1} = (\Omega^2)^{-1} \quad (2.60)$$

คูณสมการที่ (2.60) ทางด้านหน้า (pre-multiply) ด้วย Φ และคูณทางด้านหลัง (post-multiply) ด้วย Φ^T จะได้

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-1} = \Phi (\Omega^2)^{-1} \Phi^T \quad (2.61)$$

กระจายเทอม Φ , Ω^{-1} และ Φ^T ลงในสมการที่ (2.61) จะได้

$$\mathbf{F} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_N] \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\omega_N^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \\ \vdots \\ \phi_N^T \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

ดังนั้น เฟลคซิบิลิตีเมทริกซ์ของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย (\mathbf{F}) จะมีค่าเป็น

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T \quad (2.63)$$

และในทำนองเดียวกันกับสมการที่ (2.63) เฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ของโครงสร้างหลังเกิดความเสียหายแล้ว (\mathbf{F}_D) จะมีค่า

$$\mathbf{F}_D = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\omega_{D_i}^2} \phi_{D_i} \phi_{D_i}^T \quad (2.64)$$

การเปลี่ยนแปลงของเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์และสติฟเนสเมทริกซ์ สามารถเขียนได้เป็น

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{F}_D - \mathbf{F} \quad (2.65)$$

$$\Delta \mathbf{K} = \mathbf{K}_D - \mathbf{K} \quad (2.66)$$

ทำการจัดพจน์ใหม่ จะได้ว่า

$$\mathbf{F}_D = \mathbf{F} + \Delta \mathbf{F} \quad (2.67)$$

$$\mathbf{K}_D = \mathbf{K} + \Delta \mathbf{K} \quad (2.68)$$

เนื่องจากเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์เป็นส่วนกลับของสติฟเนสเมทริกซ์ ดังนั้นสามารถเขียนได้ว่า

$$\mathbf{K}_D \mathbf{F}_D = \mathbf{I} \quad (2.69)$$

แทนค่าในสมการที่ (2.67) และ (2.68) ลงในสมการที่ (2.69) จะได้ว่า

$$(\mathbf{K} + \Delta \mathbf{K})(\mathbf{F} + \Delta \mathbf{F}) = \mathbf{I} \quad (2.70)$$

ทำการจัดพจน์ในสมการที่ (2.70) จะได้ว่า

$$\mathbf{K}\mathbf{F} + \Delta \mathbf{K}\mathbf{F} + (\mathbf{K} + \Delta \mathbf{K})\Delta \mathbf{F} = \mathbf{I} \quad (2.71)$$

จากสมการที่ (2.68) $\mathbf{K}_D = \mathbf{K} + \Delta \mathbf{K}$ และอาศัยความสัมพันธ์ในสมการที่ (2.69) จะได้ว่า $\mathbf{K}\mathbf{F} = \mathbf{I}$ ดังนั้นสมการที่ (2.71) จะกลายเป็น

$$\mathbf{K}_D \Delta \mathbf{F} = -\Delta \mathbf{K}\mathbf{F} \quad (2.72)$$

คูณด้วย \mathbf{F}_D ตลอดสมการที่ (2.72) จะได้ว่า

$$\Delta \mathbf{F} = -\mathbf{F}_D \Delta \mathbf{K}\mathbf{F} \quad (2.73)$$

แทน $\Delta \mathbf{K} = \sum_{e=1}^{NE} \alpha_e \mathbf{K}_e$ ลงในสมการที่ (2.73) จะได้ว่า

$$-\Delta \mathbf{F} = \sum_{e=1}^{NE} \mathbf{F}_D \mathbf{K}_e \mathbf{F} \alpha_e \quad (2.74)$$

กระจายเทอมที่อยู่ในสมการที่ (2.74) จะได้ว่า

$$(-1) \begin{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{F}_1 \\ \Delta \mathbf{F}_{11} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{F}_{N1} \end{bmatrix}}^{\Delta \mathbf{F}_1} & \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{F}_2 \\ \Delta \mathbf{F}_{12} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{F}_{N2} \end{bmatrix}}^{\Delta \mathbf{F}_2} & \cdots & \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{F}_N \\ \Delta \mathbf{F}_{1N} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{F}_{NN} \end{bmatrix}}^{\Delta \mathbf{F}_N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{F}_D \mathbf{K}_1 \mathbf{F}] & [\mathbf{F}_D \mathbf{K}_2 \mathbf{F}] & \cdots & [\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{NE} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

โดยที่ $\Delta \mathbf{F}$ คือเมทริกซ์ที่มีขนาด $N \times N$ ส่วนเทอม $\Delta \mathbf{F}_N$ คือเวกเตอร์ที่มีขนาด $N \times 1$ ที่อยู่ในสดมภ์ (column) ที่ N ของเมทริกซ์ $\Delta \mathbf{F}$ และ $\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F}$ คือเมทริกซ์ที่มีขนาด $N \times N$ เมื่อ N คือจำนวนระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) และ NE คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง

กำหนดให้ $\mathbf{B}_{NE} = \mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F}$ ดังนั้นเมทริกซ์ \mathbf{B}_{NE} จะมีขนาด $N \times N$ และสามารถเขียนสมการที่ (2.75) ให้อยู่ในรูปร่างง่าย จะได้ว่า

$$(-1) [\Delta \mathbf{F}_1 \quad \Delta \mathbf{F}_2 \quad \cdots \quad \Delta \mathbf{F}_N]_{N \times N} = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{B}_{NE}]_{1 \times NE} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{NE} \end{bmatrix}_{NE \times 1} \quad (2.76)$$

จากสมการที่ (2.76) สามารถคำนวณหาค่า $\Delta \mathbf{F}_1, \Delta \mathbf{F}_2, \dots$, และ $\Delta \mathbf{F}_{NE}$ ได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} -\Delta \mathbf{F}_1 &= \mathbf{B}_1^{\text{Col.1}} \alpha_1 + \mathbf{B}_2^{\text{Col.1}} \alpha_2 + \cdots + \mathbf{B}_{NE}^{\text{Col.1}} \alpha_{NE} \\ -\Delta \mathbf{F}_2 &= \mathbf{B}_1^{\text{Col.2}} \alpha_1 + \mathbf{B}_2^{\text{Col.2}} \alpha_2 + \cdots + \mathbf{B}_{NE}^{\text{Col.2}} \alpha_{NE} \\ &\vdots \\ -\Delta \mathbf{F}_N &= \mathbf{B}_1^{\text{Col.N}} \alpha_1 + \mathbf{B}_2^{\text{Col.N}} \alpha_2 + \cdots + \mathbf{B}_{NE}^{\text{Col.N}} \alpha_{NE} \end{aligned} \right\} \quad (2.77)$$

แสดงสมการที่ (2.77) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์จะได้ว่า

$$(-1) \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{F}_1 \\ \Delta \mathbf{F}_2 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{F}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^{\text{Col.1}} & \mathbf{B}_2^{\text{Col.1}} & \cdots & \mathbf{B}_{NE}^{\text{Col.1}} \\ \mathbf{B}_1^{\text{Col.2}} & \mathbf{B}_2^{\text{Col.2}} & \cdots & \mathbf{B}_{NE}^{\text{Col.2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}_1^{\text{Col.N}} & \mathbf{B}_2^{\text{Col.N}} & \cdots & \mathbf{B}_{NE}^{\text{Col.N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{NE} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

จะเห็นได้ว่า ในสมการที่ (2.78) สามารถที่จะแก้สมการหาค่าตัวแปร (α_j) ได้แล้ว และเมื่อแทนค่าเมทริกซ์ \mathbf{B} จากที่นิยามไว้ข้างต้น ลงในสมการที่ (2.78) จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_1 \mathbf{F})_{11} & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_2 \mathbf{F})_{11} & \cdots & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F})_{11} \\ (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_1 \mathbf{F})_{21} & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_2 \mathbf{F})_{21} & \cdots & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F})_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_1 \mathbf{F})_{N1} & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_2 \mathbf{F})_{N1} & \ddots & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F})_{N1} \\ (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_1 \mathbf{F})_{12} & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_2 \mathbf{F})_{12} & \ddots & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F})_{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_1 \mathbf{F})_{NN} & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_2 \mathbf{F})_{NN} & & (\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F})_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{NE} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{F}_{11} \\ \Delta \mathbf{F}_{21} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{F}_{N1} \\ \Delta \mathbf{F}_{12} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{F}_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

โดยที่ NE คือ จำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด, N คือจำนวนระดับชั้นความเสรี (degrees of freedom) ส่วน $(\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F})_{1N}$ คือ ค่าที่ตำแหน่งแถวที่ 1 สดมภ์ที่ N ของผลคูณของเมทริกซ์ $\mathbf{F}_D \mathbf{K}_{NE} \mathbf{F}$ และ $\Delta \mathbf{F}_{1N}$ คือผลต่างของเฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์หลังเกิดความเสียหาย (\mathbf{F}_D) กับเฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์ก่อนเกิดความเสียหาย (\mathbf{F}) (ดังแสดงในสมการที่ 2.65) ที่ตำแหน่งแถวที่ 1 สดมภ์ที่ N

สมการที่ (2.79) เป็นสมการเชิงเส้น (linear equations) ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้คือ

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (2.80)$$

จะสังเกตได้ว่าในสมการที่ (2.79) หรือสมการที่ (2.80) มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปร (α_e) อยู่เสมอ (over-determined system) ซึ่งตามปกติแล้ว ถ้าเมทริกซ์ \mathbf{A} มีขนาดของค่าลำดับชั้นที่เต็ม (full rank) จะต้องใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least-squares techniques) ในการแก้ระบบสมการ แต่เนื่องจากเมทริกซ์ \mathbf{A} มักจะมีค่าลำดับชั้นไม่เต็ม (deficient rank) ดังนั้นจึงต้องใช้วิธีชู้โดอินเวอร์ส (pseudo-inverse) ในการแก้ระบบสมการเพื่อคำนวณหาค่าตัวแปร α_e

โดย α_e แสดงถึงระดับความเสียหายที่เกิดขึ้นในแต่ละชิ้นส่วน เช่น ถ้า α_e มีค่าเป็นศูนย์ แสดงว่าชิ้นส่วนนั้นไม่มีความเสียหายเกิดขึ้น แต่ถ้ามีค่าเท่ากับ -1 แสดงว่าชิ้นส่วนนั้นเกิดความเสียหายขึ้น 100 เปอร์เซ็นต์

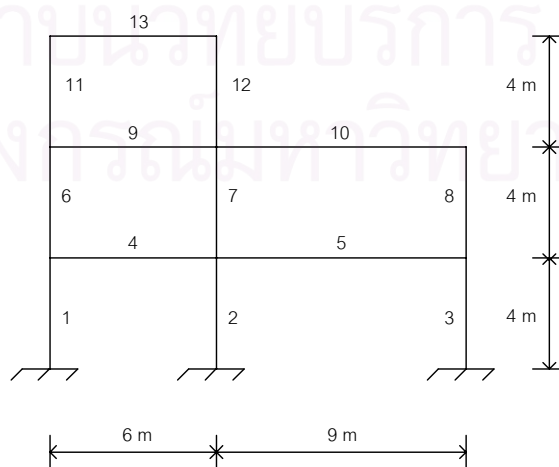
บทที่ 3

การเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหายของโครงสร้าง จากคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์

ในการเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหาย ขั้นตอนแรกจะต้องทำการสร้างแบบจำลองโครงสร้างเพื่อใช้ในการตรวจสอบความเสียหายขึ้นมาก่อน หลังจากนั้นจึงทำการกำหนดค่าความเสียหายขึ้นในโครงสร้างนั้นๆ โดยการกำหนดให้สตีเฟนของชิ้นส่วนภายในโครงสร้างมีค่าลดลง แล้วจึงนำทฤษฎีและหลักการของวิธีการประเภทต่าง ๆ ตามที่ได้นำเสนอในบทที่ 2 มาใช้ในการตรวจสอบความเสียหาย แล้วทำการพิจารณาเปรียบเทียบในด้านประสิทธิภาพในการทำนายตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย ส่วนการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดต่อผลการทำนายความเสียหายจะอยู่ในบทที่ 4

3.1 แบบจำลองโครงข้อแข็ง

แบบจำลองของโครงสร้างที่ใช้ในตรวจหาความเสียหาย เป็นแบบจำลองโครงข้อแข็งที่วิเคราะห์แบบ 2 มิติ โดยพิจารณาถึงผลของการเสียรูปในแนวแกน (axial deformation) แต่ไม่พิจารณาผลของการเสียรูปแบบเฉือน (neglecting shear deformation) ซึ่งประกอบด้วยจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด 13 ชิ้นส่วน (members), 11 จุดต่อ (nodes) และมีจำนวนของระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) เท่ากับ 24, โดยทุกชิ้นส่วนมีขนาดพื้นที่หน้าตัด (cross-sectional area) $A = 0.092 \text{ m}^2$, โมเมนต์ที่สองของพื้นที่หน้าตัด (second moment of cross-sectional area) $I = 4.52 \times 10^{-5} \text{ m}^4$, โมดูลัสของความยืดหยุ่น (modulus of elasticity, or Young 's modulus) $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ และความหนาแน่น (density) $\rho = 7800 \text{ kgm}^{-3}$ โดยลักษณะของแบบจำลองโครงข้อแข็งแสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการตรวจสอบความเสียหาย

แบบจำลองโครงข้อแข็งดังรูปที่ 3.1 อ้างอิงมาจากแบบจำลองของ Bicanic และ Chen (1997) เพราะต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจสอบความเสียหายของวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) กับวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997)

3.2 ข้อมูลที่ต้องใช้ในการตรวจหาความเสียหาย

จากบทที่ 2 จะเห็นได้ว่าทฤษฎีและหลักการของแต่ละประเภทวิธีการตรวจสอบความเสียหายจะมีความแตกต่างกันไป ซึ่งจะส่งผลให้ขั้นตอนและความสามารถในการทำนายความเสียหายแตกต่างกันไปด้วย โดยในขั้นตอนการทำนายความเสียหาย วิธีการต่าง ๆ เหล่านี้จำเป็นต้องอาศัยข้อมูลเบื้องต้นมาใช้ในการคำนวณความเสียหาย อาทิเช่น ความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดทั้งก่อนและหลังความเสียหาย เมทริกซ์มวลของทั้งโครงสร้าง (ซึ่งมีค่าเท่ากันทั้งก่อนและหลังความเสียหาย) สติฟเนสเมทริกซ์ของแต่ละชิ้นส่วนและของทั้งโครงสร้างทั้งก่อนและหลังความเสียหาย เป็นต้น ซึ่งแต่ละประเภทวิธีการจะอาศัยข้อมูลเหล่านี้แตกต่างกันไป ดังตารางที่ 3.1

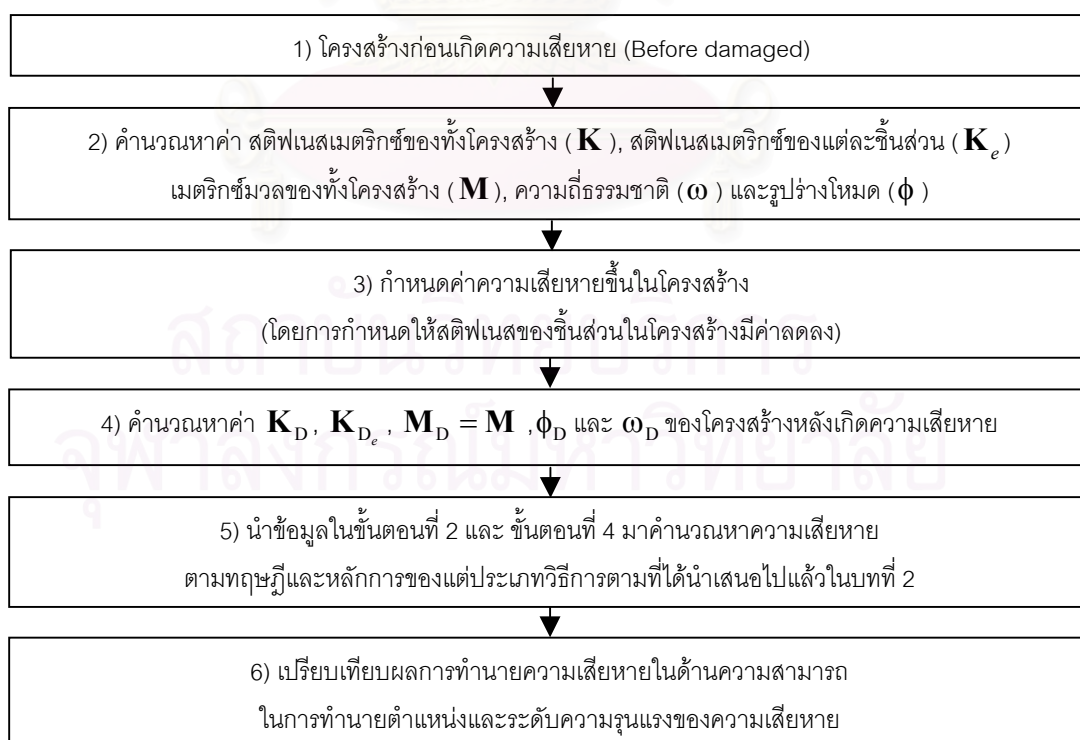
ตารางที่ 3.1 ข้อมูลที่ประเภทวิธีการต่าง ๆ ต้องใช้ในการทำนายความเสียหาย

ข้อมูลที่ต้องใช้ในการทำนายความเสียหาย	ประเภทวิธีการต่าง ๆ			
	วิธีความถี่ธรรมชาติ	วิธีเฟลคซิบลิตีเมทริกซ์	วิธีสติฟเนสเมทริกซ์	วิธีความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด
ω	•	•		•
ω_D	•	•	•	•
ϕ	•	•		•
ϕ_D		•	•	•
M				•
K_e	•	•	•	•
ชนิดของสมการ	Approximate	Approximate	Exact	Exact
จำนวนสมการ	$NL \times NC$	N^2	$(n+1)n/2$	$(n+2m+1)n/2$

หมายเหตุ เมื่อ NL คือ จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติและหลังเสียหายที่ใช้คำนวณ NC คือ จำนวนของรูปร่างโหมดก่อนเสียหายที่ใช้คำนวณ ส่วน N คือ จำนวนระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) ของการวิเคราะห์โครงสร้างแบบพลศาสตร์, m และ n คือ จำนวนโหมดที่ใช้ในการคำนวณก่อนและหลังเสียหายตามลำดับ วิธีแม่นยำ (Exact) คือ วิธีที่ไม่ได้ใช้การประมาณค่าใดๆ ในการสร้างชุดสมการซึ่งหากใช้จำนวนโหมดของข้อมูลทางด้านพลศาสตร์เช่น

ความถี่ธรรมชาติหรือรูปร่างโหมดเพียงพอในการสร้างชุดสมการที่เป็นอิสระจากกันและมีจำนวนมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแล้ว คำตอบของชุดสมการจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ส่วนวิธีที่จัดว่าเป็นแบบประมาณ (Approximate) หมายถึง วิธีที่ถึงแม้จะมีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่าก็ยังไม่สามารถให้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งมีสาเหตุมาจากการใช้การประมาณในการสร้างชุดสมการ ยกตัวอย่างเช่น ในวิธีความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) มีการตัดพจน์ทางขวาสุดในสมการที่ (2.11) หรือในวิธีเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ที่เสนอโดย Pandey และ Biswas (1995) มีการประมาณค่าเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ก่อนและหลังเสียหายด้วยสมการที่ (2.63) และ (2.64) ตามลำดับ ซึ่งเมทริกซ์ที่ได้เป็นเพียงค่าประมาณหากใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าจำนวนของระดับชั้นความถี่ทั้งหมด

โดยข้อมูลทางด้านพลศาสตร์ของโครงสร้างที่ยังไม่เกิดความเสียหาย เช่น ความถี่ธรรมชาติ (ω) รูปร่างโหมด (ϕ) และสติฟเนสเมทริกซ์ของแต่ละชั้นส่วน (\mathbf{K}_e) และของทั้งโครงสร้าง (\mathbf{K}) เป็นต้น สามารถคำนวณได้จากลักษณะทางกายภาพของโครงสร้างก่อนเกิดความเสียหาย และในทำนองเดียวกันข้อมูลของโครงสร้าง เช่น ความถี่ธรรมชาติ รูปร่างโหมด และสติฟเนสเมทริกซ์ของแต่ละชั้นส่วนและของทั้งโครงสร้างที่เกิดความเสียหายแล้ว ($\omega_D, \phi_D, \mathbf{K}_D$ และ \mathbf{K}_D) สามารถคำนวณได้จากลักษณะทางกายภาพโครงสร้างหลังเกิดความเสียหายแล้วเช่นเดียวกันโดยขั้นตอนการคำนวณข้อมูลเหล่านี้ แสดงไว้ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ขั้นตอนการคำนวณหาข้อมูลที่ต้องใช้ในการทำนายความเสียหาย

3.3 การเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหาย

จะทำการเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหาย ในด้านความสามารถในการทำนายตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยขั้นตอนแรกจะต้องทำการกำหนดค่าความเสียหายในชั้นส่วนต่าง ๆ ภายในโครงสร้างก่อน หลังจากนั้นจึงนำทฤษฎีและหลักการของวิธีการประเภทต่าง ๆ ตามที่ได้นำเสนอในบทที่ 2 มาใช้ในการทำนายความเสียหาย แล้วนำผลที่ได้มาแสดงในรูปภาพแท่งเพื่อเปรียบเทียบกันว่าวิธีใดที่ใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยที่สุด แล้วยังสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย

เนื่องจากแบบจำลองของโครงสร้างที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ มีการอ้างอิงมาจากแบบจำลองโครงข้อแข็งของ Bicanic และ Chen (1997) ดังนั้นเพื่อให้เกิดความสอดคล้องกันทั้งแบบจำลองและการกำหนดค่าความเสียหาย จึงกำหนดค่าความเสียหายภายในชั้นส่วนต่างๆ ของโครงข้อแข็งตาม Bicanic และ Chen โดยแบ่งเป็น 4 กรณีศึกษา ดังแสดงในตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 การกำหนดค่าความเสียหายในชั้นส่วนต่าง ๆ

กรณีศึกษาที่	ชั้นส่วนที่เสียหาย	เปอร์เซ็นต์ความเสียหาย	จำนวนโหมดที่ใช้ในการคำนวณ
1	7	10	1 → 13
2	2, 4, 5, 7	10, 10, 10, 10	1 → 13
3	2, 7, 12	30, 20, 10	1 → 13
4	2, 5, 9, 12	10, 30, 20, 10	1 → 13

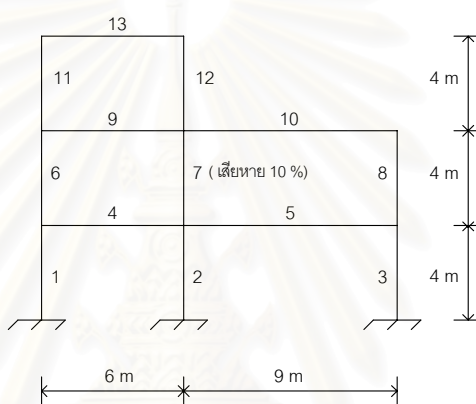
ในกรณีศึกษาที่ 1 ได้กำหนดให้เกิดความเสียหายขึ้นภายในชั้นส่วนของโครงสร้างเพียงชั้นส่วนเดียวเท่านั้น โดยมีความเสียหายเกิดขึ้น 10 เปอร์เซ็นต์ ต่อมาในกรณีศึกษาที่ 2 จึงได้เพิ่มจำนวนชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายให้มากขึ้น โดยมีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายถึง 4 ชั้นส่วนด้วยกันและทั้ง 4 ชั้นส่วนมีระดับความรุนแรงของความเสียหายเท่ากันทุกชั้นส่วน แต่เนื่องจากแบบจำลองของโครงสร้างที่เกิดความเสียหายทั้งในกรณีศึกษาที่ 1 และกรณีศึกษาที่ 2 ถือได้ว่าเป็นลักษณะของโครงสร้างที่ยังเกิดความเสียหายไม่มากนัก (เพราะมีความเสียหายเพียงแค่ 10 เปอร์เซ็นต์และยังมีความเสียหายเท่ากันทุกชั้นส่วน ซึ่งถือว่าไม่ซับซ้อนมากนักในด้านการทำนายความเสียหาย) ดังนั้นในกรณีศึกษาที่ 3 และกรณีศึกษาที่ 4 จึงได้กำหนดให้โครงสร้างมีความเสียหายมากขึ้นและยังกำหนดให้ชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายมีระดับความรุนแรงของความเสียหายแตกต่างกันทั้งหมด โดยในกรณีศึกษาที่ 3 ได้กำหนดให้ชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายมีระดับความรุนแรงของความเสียหายแตกต่างกัน 3 ชั้นส่วน และเพิ่มเป็น 4 ชั้นส่วนในกรณีศึกษาที่ 4

3.4 ผลการเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหาย

ในการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหาย จะศึกษาดูว่าวิธีประเภทใดที่ใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยที่สุด แล้วยังสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง (ระบุได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของเสียหาย) โดยจะทำการกำหนดค่าความเสียหายที่แตกต่างกันไปในส่วนต่าง ๆ กันภายในโครงสร้าง ซึ่งเริ่มตั้งแต่กรณีศึกษาที่ 1 ถึง 4 ดังต่อไปนี้

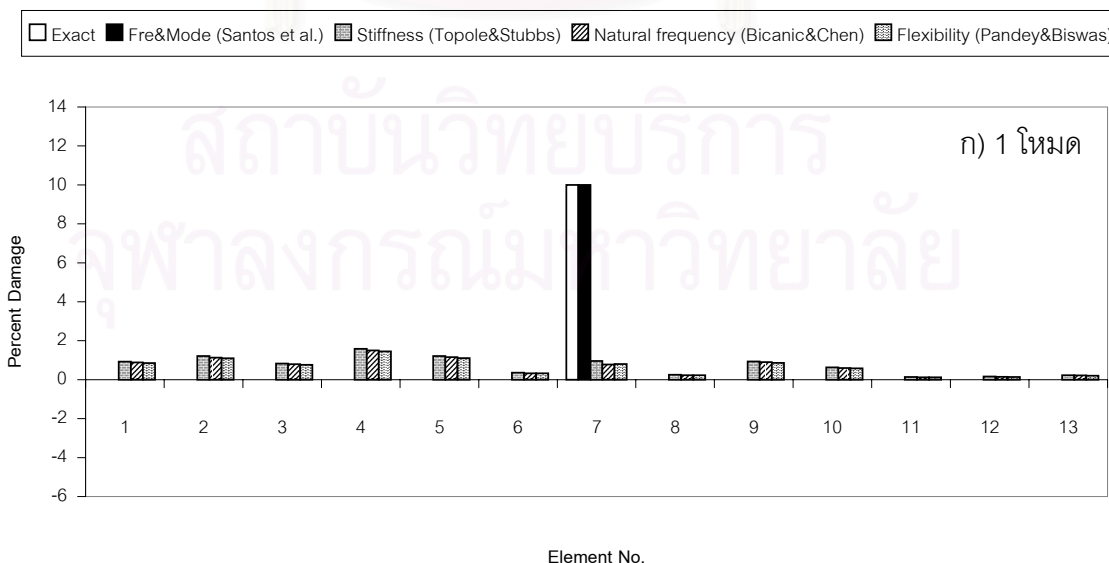
3.4.1 กรณีศึกษาที่ 1

กำหนดให้เกิดความเสียหายขึ้นภายในชิ้นส่วนของโครงสร้างเพียงชิ้นเดียวเท่านั้นคือชิ้นส่วนที่ 7 ซึ่งมีความเสียหายเกิดขึ้น 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.3

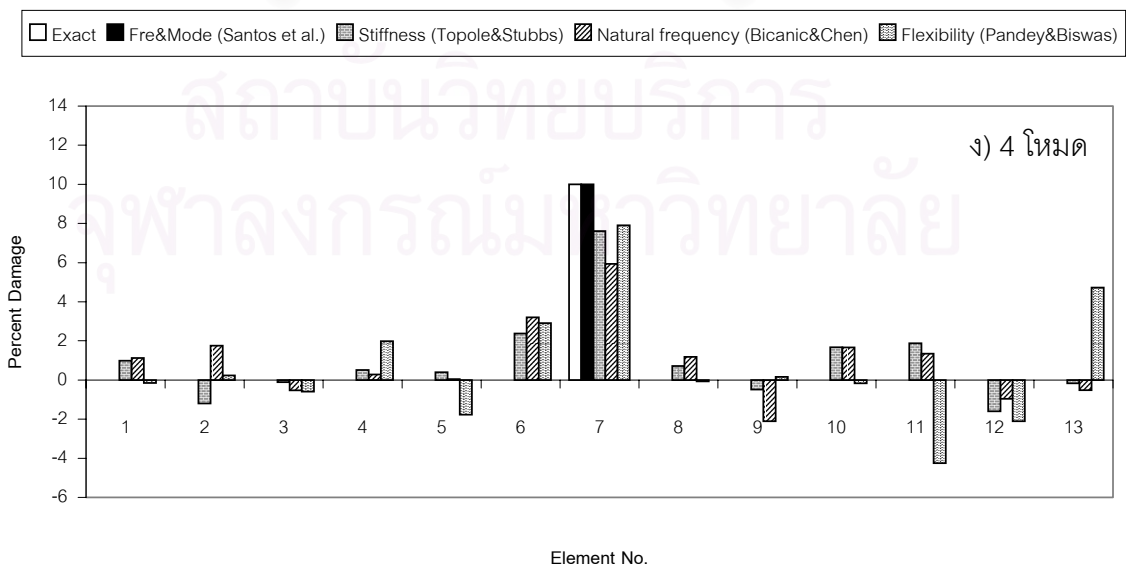
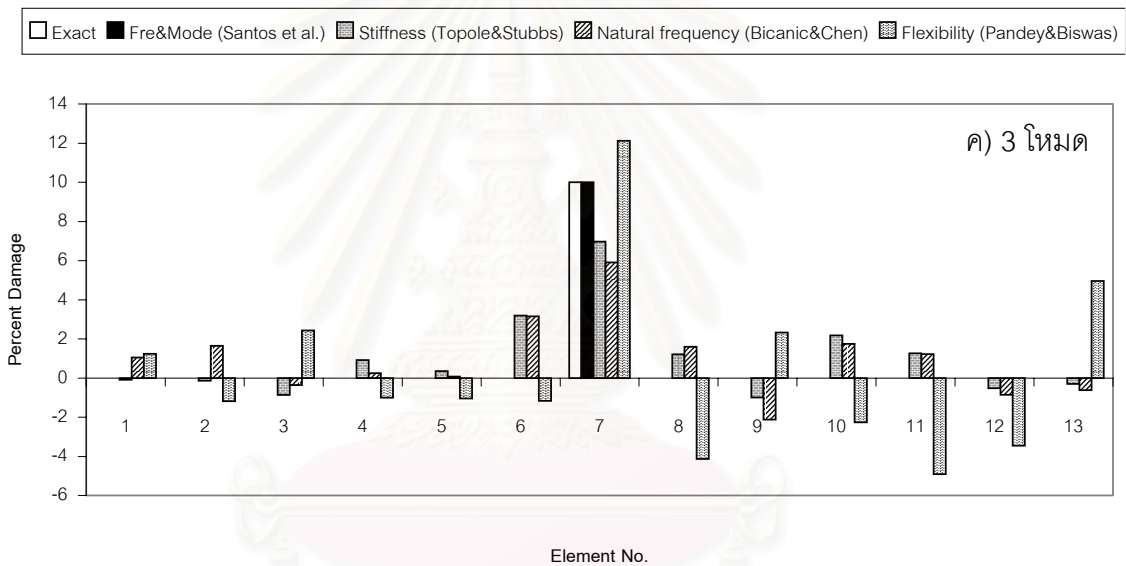
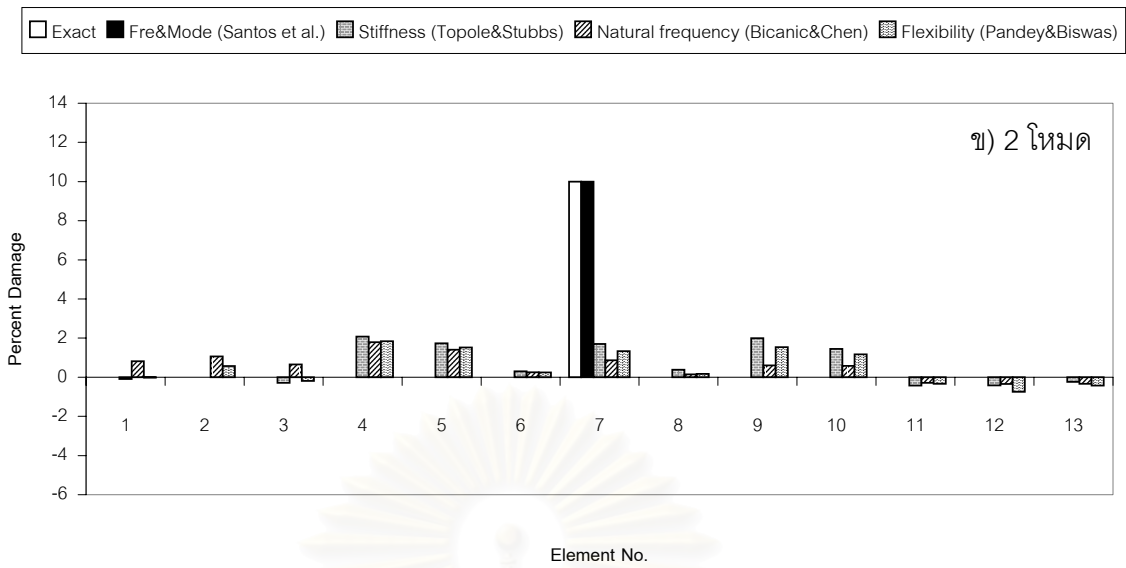


รูปที่ 3.3 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในกรณีศึกษาที่ 1

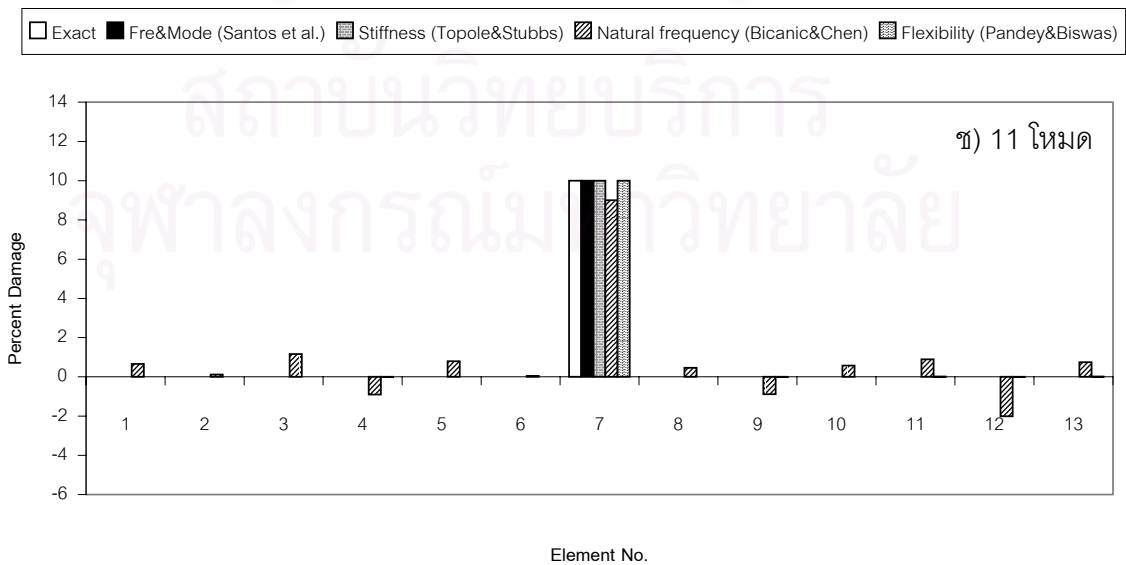
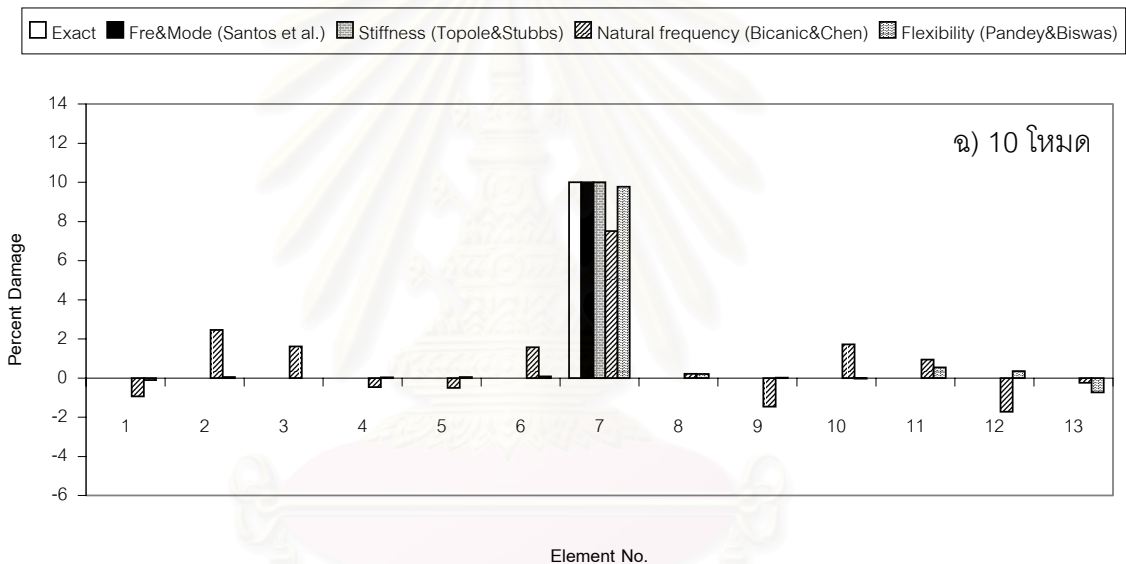
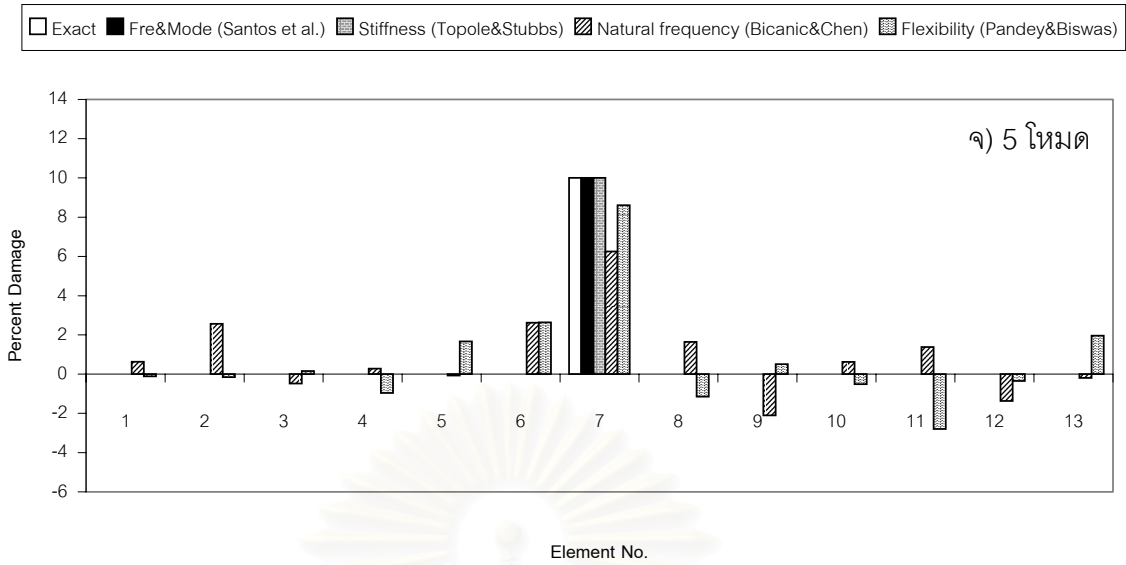
ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ปรากฏดังต่อไปนี้



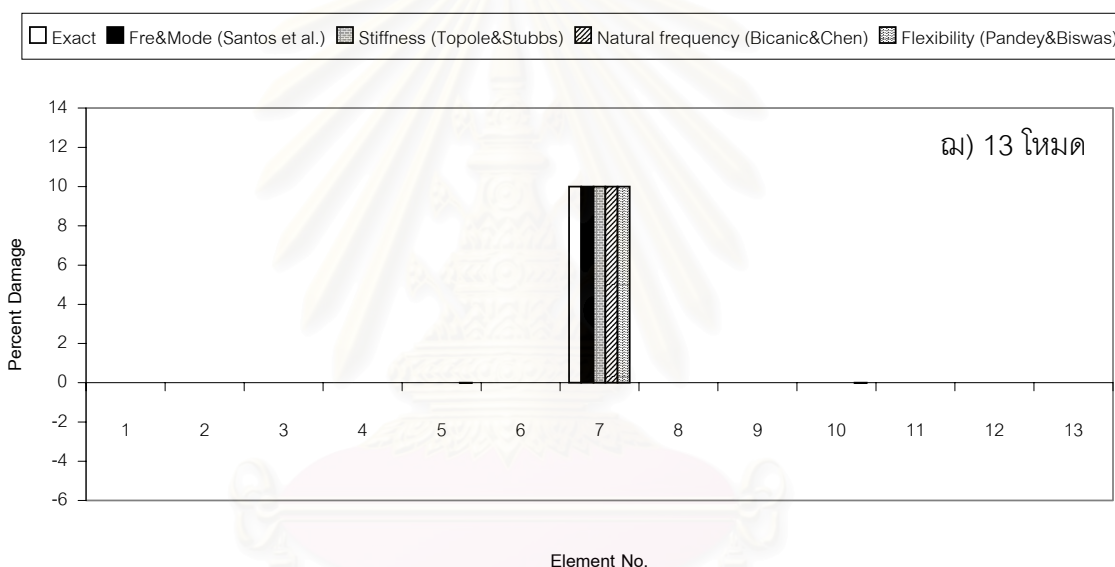
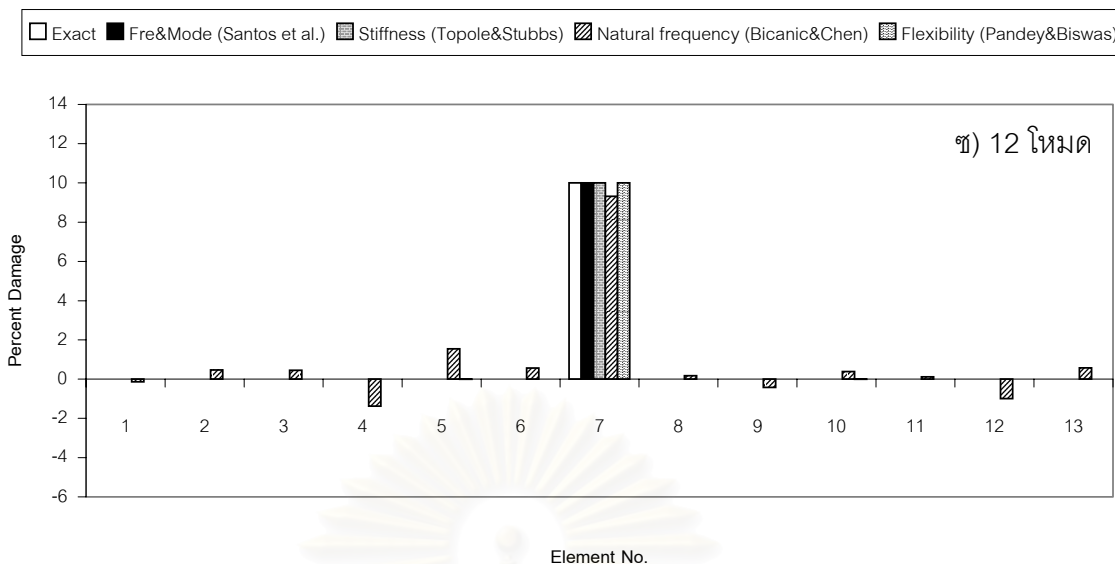
รูปที่ 3.4 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 1



รูปที่ 3.4 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 1



รูปที่ 3.4 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 1



รูปที่ 3.4 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 1

จากผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 1 พบว่า วิธีการตรวจหาความเสียหายประเภทที่ใช้การเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) สามารถตรวจพบความเสียหายได้อย่างถูกต้อง (ทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย) โดยการใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพียง 1 โหมดเท่านั้น ($m = n = 1$ โดยที่ m คือจำนวนของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดก่อนเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ ส่วน n คือจำนวนของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ)

ตามปกติแล้ว ในกรณีที่โครงสร้างมีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด 13 ชิ้น วิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) จะ

สามารถทำนายความเสียหายได้อย่างถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณตั้งแต่ 3 โหนดขึ้นไป ($m = n = 3, 4, 5, \dots, 13$) เพราะว่าเมื่อจำนวนโหนดที่ใช้ในการคำนวณเท่ากับ 3 โหนด จะทำให้มีจำนวนสมการทั้งสิ้น 15 สมการซึ่งมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) ซึ่งก็คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง (NE) ที่มีอยู่ 13 ชิ้นส่วน แต่จากผลของการทำนายความเสียหายในรูปที่ 3.4(ก) กลับปรากฏว่าวิธีนี้สามารถทำนายความเสียหายได้อย่างถูกต้อง เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพียง 1 โหนดเท่านั้น ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่า Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) นำวิธี NNLS (Non-negative least-squares) หรือ BVLS (Bounded-variable least-squares) มาใช้ในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น ซึ่งทั้งสองวิธีนี้อาศัยการ optimization (จึงทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ทั้งกรณี over-determined system และ under-determined system) เมื่อผนวกกับในกรณีศึกษาที่ 1 ที่เป็นลักษณะของโครงสร้างที่เกิดความเสียหายเพียงเล็กน้อยแล้ว จึงทำให้สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้องเมื่อใช้เพียง 1 โหนดเท่านั้น ($m = n = 1$)

ส่วนวิธีประเภทที่ใช้การเปลี่ยนแปลงของสติเฟนสมเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs (1995) เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณตั้งแต่ 5 โหนดขึ้นไป ($m = 0, n = 5, 6, \dots, 13$) ก็สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่าเมื่อจำนวนโหนดที่ใช้ในการคำนวณเท่ากับ 5 โหนด จะทำให้วิธีการเปลี่ยนแปลงของสติเฟนสมเมทริกซ์ มีจำนวนสมการทั้งสิ้น 15 สมการซึ่งมากกว่าจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง (NE) ที่มีอยู่ 13 ชิ้นส่วน จึงทำให้วิธีประเภทที่ใช้การเปลี่ยนแปลงของสติเฟนสมเมทริกซ์ สามารถทำนายความเสียหายได้อย่างถูกต้อง (หมายเหตุ-วิธีการเปลี่ยนแปลงของสติเฟนสมเมทริกซ์มีจำนวนสมการทั้งหมด $NEQ = (n+1)n/2$ สมการ เมื่อ n คือจำนวนของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนดหลังเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ ส่วน m คือจำนวนของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนดก่อนเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ)

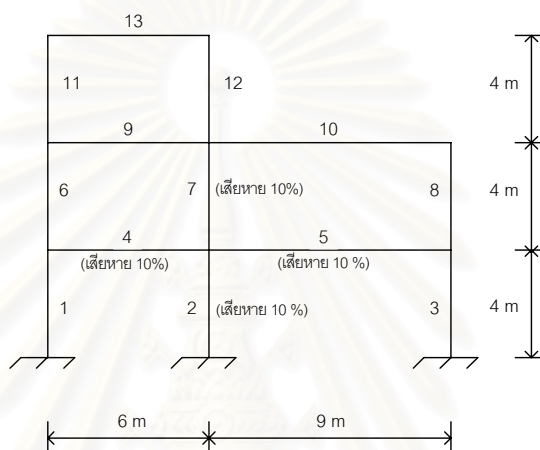
วิธีประเภทที่ใช้การเปลี่ยนแปลงของเฟลคซิบิลิตีเมทริกซ์ที่เสนอโดย Pandey และ Biswas (1995) ตามปกติแล้ววิธีนี้ ถึงแม้ว่าจะใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเท่าไรก็ตาม จะมีจำนวนสมการทั้งหมดเท่ากับ N^2 เสมอ ($NEQ = N^2$ เมื่อ N คือระดับขั้นความเสรี หรือ degrees of freedom) ดังนั้นระบบสมการนี้จึงมีจำนวนสมการทั้งหมดมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) ซึ่งก็คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง (NE) ที่มีอยู่ 13 ชิ้นส่วนอยู่เสมอ ซึ่งจัดว่าเป็นลักษณะของกรณี over-determined system ดังนั้นจึงน่าจะตรวจพบความเสียหายเมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณตั้งแต่ 1 โหนดแล้ว แต่กลับกลายเป็นว่าต้องใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเท่ากับ 11 โหนด ($m = n = 11$) จึงจะสามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรง

ของความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง และเมื่อใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด ($m = n = 13$) วิธีนี้ก็ยังไม่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์อยู่ดี (แต่จะสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณจนครบทุกโหมด ซึ่งเท่ากับระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) หรือ $m = n = N$) ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่า condition number ของเมทริกซ์ \mathbf{A} ในสมการที่ (2.79) จะขึ้นอยู่กับจำนวนโหมดที่ใช้ในการคำนวณ โดยถ้าจำนวนโหมดที่ใช้ในการคำนวณน้อยเกินไป condition number ของเมทริกซ์ \mathbf{A} จะมีค่ามาก หรือเมทริกซ์ \mathbf{A} จะเป็นเมทริกซ์เอกฐาน (singular matrix) และ condition number ของเมทริกซ์ \mathbf{A} จะมีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ดังนั้นเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น วิธีนี้ก็สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้องมากขึ้น

วิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) ใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหาย (NL) และจำนวนของรูปร่างโหมดก่อนเสียหาย (NC) ในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด และ 24 โหมด ตามลำดับ ($NL = 13, NC = 24$) จึงจะตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) 2 ตัวแปรคือ α_e และ C_{ik} โดยที่ α_e คือระดับความรุนแรงของความเสียหาย (Scalar damage) ซึ่งจะมีจำนวนเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง (NE) และ C_{ik} คือ Mode participation factor ซึ่งมีความเกี่ยวข้องโดยตรงกับรูปร่างโหมด (mode shape) และเนื่องจากว่าวิธีนี้มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 2 ตัว ดังนั้นจึงต้องมีสมการที่เป็นอิสระจากกัน (independent equations) 2 สมการคือ สมการที่ (2.20) และ (2.22) ตามลำดับ, ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าในสมการที่ (2.20) คือ α_e (ซึ่งเกี่ยวข้องกับ NE) และ C_{il} หรือ C_{ik} (ซึ่งเกี่ยวข้องกับ NC), และจำนวนของสมการที่ (2.20) จะขึ้นอยู่กับจำนวนโหมดของค่าความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ (NL) ดังนั้นวิธีนี้จะสามารถคำนวณหาค่าตัวแปร α_e ได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ อย่างน้อยที่สุดแล้ว $NL = NE$ และ $NC = N$ หรือจำนวนของค่าความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ (NL) ต้องเท่ากับจำนวนของชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง (NE) และจำนวนของรูปร่างโหมดก่อนเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ (NC) ต้องเท่ากับ จำนวนของ degrees of freedom (N) (หมายเหตุ-เนื่องจากตามทฤษฎีและหลักการของวิธีที่เสนอโดย Bicanic และ Chen ต้องใช้ NC อย่างต่ำตั้งแต่ 2 โหมดขึ้นไป ดังนั้นในการศึกษาวิจัยครั้งนี้จึงใช้ $NC = 24$ ในทุกๆ รูปของการแสดงผลการทำนายความเสียหาย)

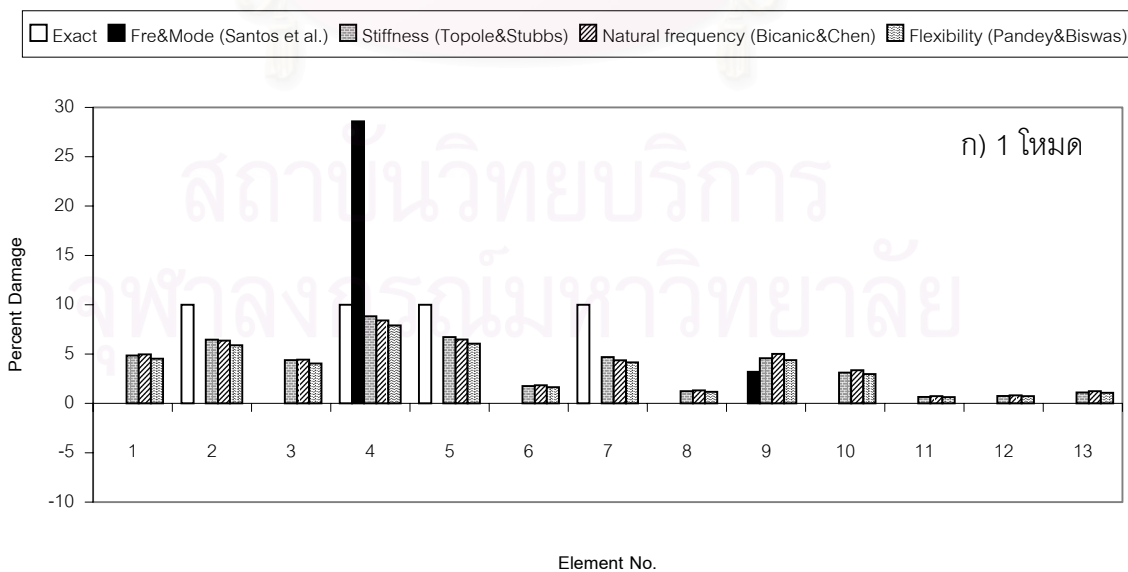
3.4.2 กรณีศึกษาที่ 2

ในกรณีศึกษาที่ 1 มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายเพียงชั้นเดียวเท่านั้น ดังนั้นในกรณีศึกษาที่ 2 นี้ ต้องการที่จะศึกษาว่า หากเกิดความเสียหายเท่าๆ กันในหลายชั้นส่วน วิธีการตรวจหาความเสียหายตามแต่ละประเภท จะสามารถตรวจพบความเสียหายได้หรือไม่ โดยได้กำหนดให้เกิดความเสียหายขึ้นภายในชั้นส่วนของโครงสร้างจำนวน 4 ชั้นด้วยกัน คือ ชั้นส่วนที่ 2, 4, 5, และชั้นส่วนที่ 7 โดยทุกชั้นส่วนมีระดับความเสียหายเท่ากันทั้งหมด คือ 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.5

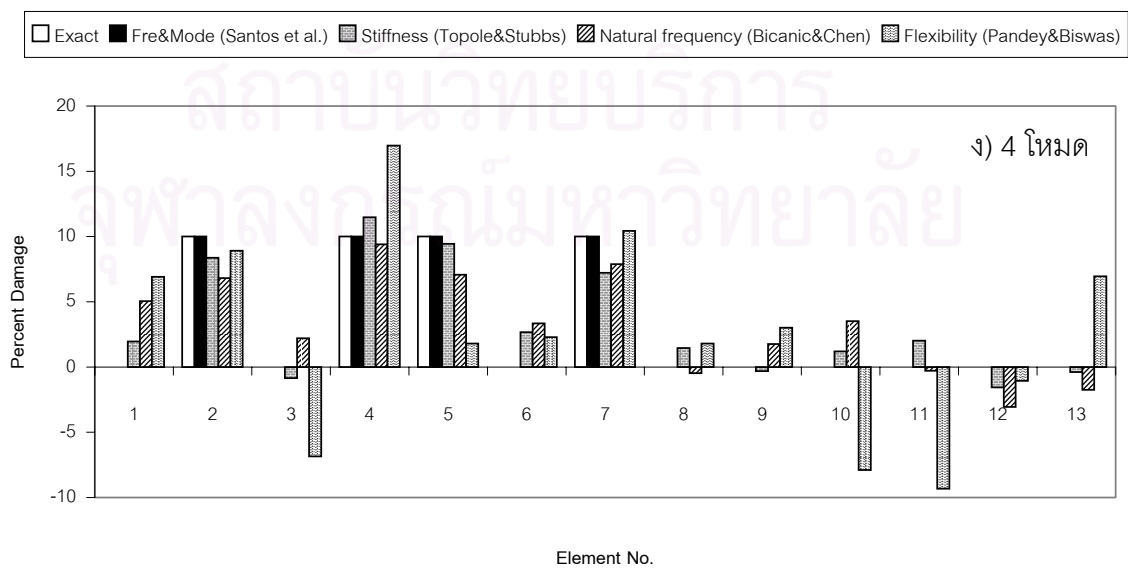
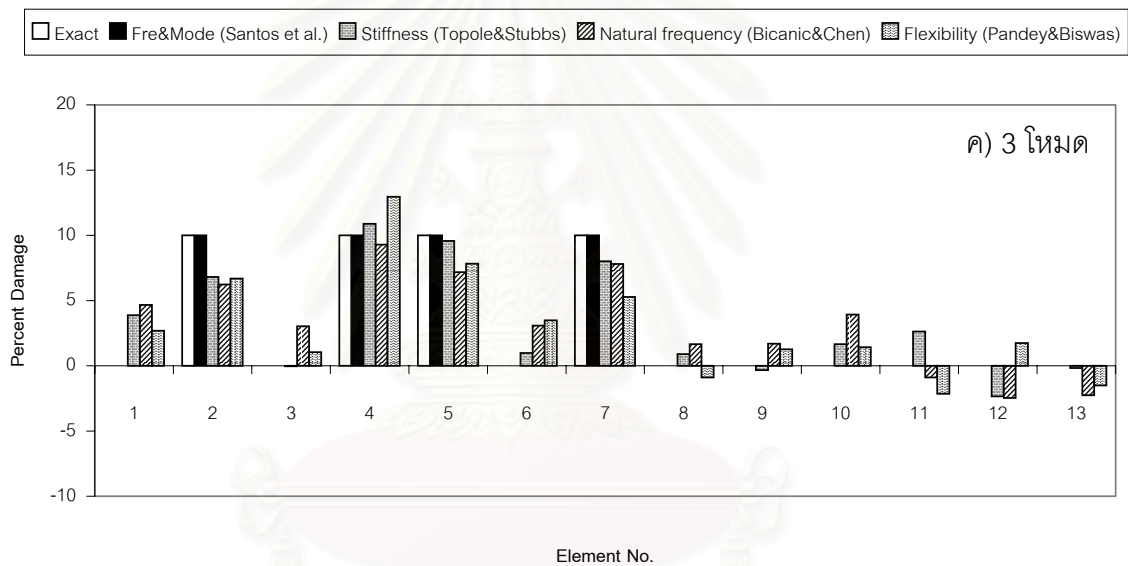
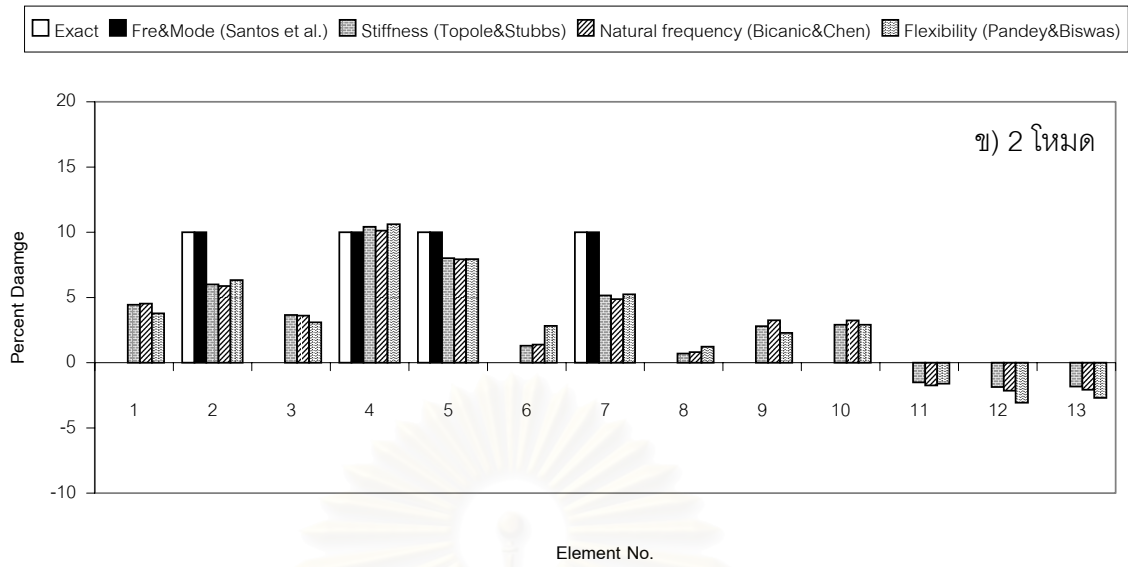


รูปที่ 3.5 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในกรณีศึกษาที่ 2

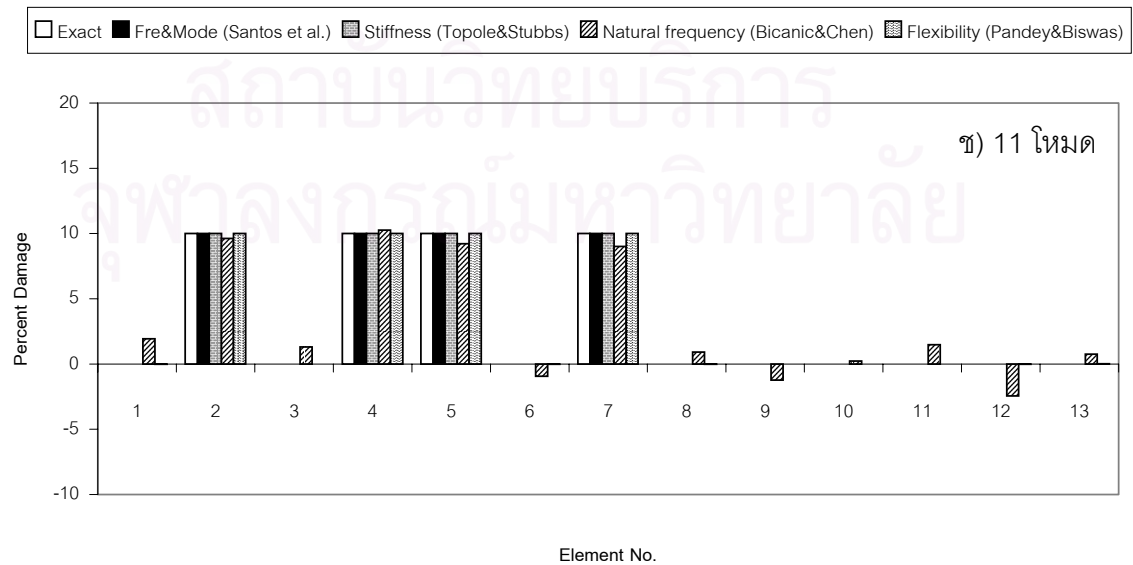
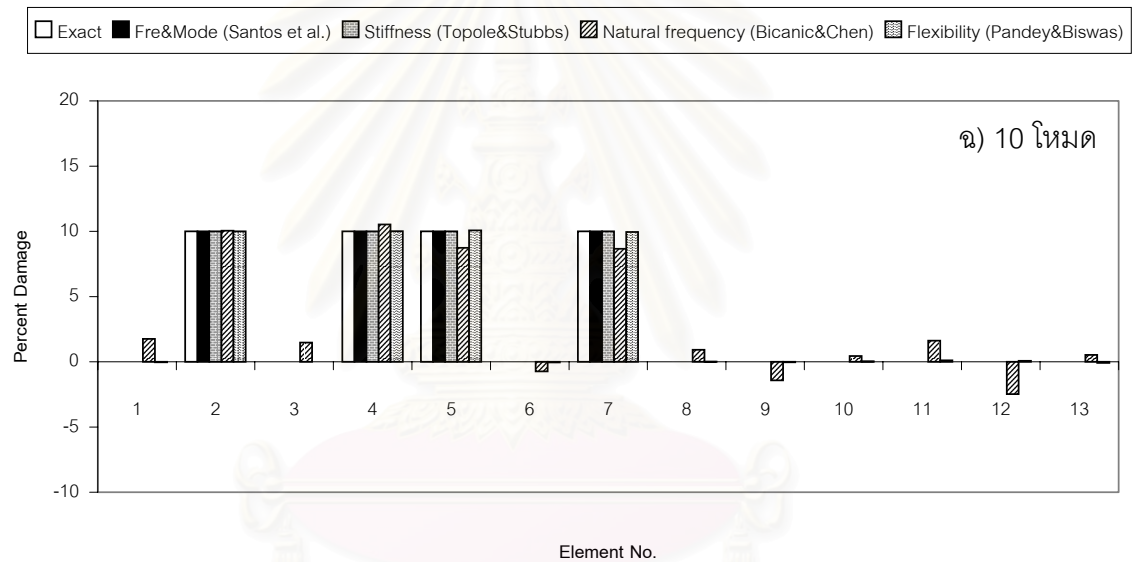
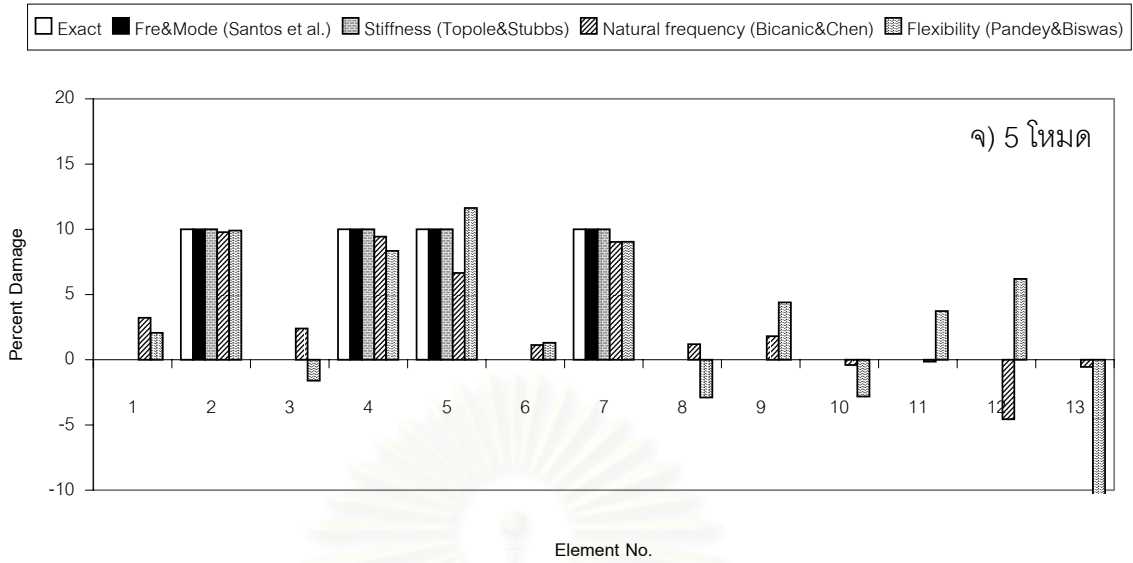
ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ ปรากฏดังต่อไปนี้



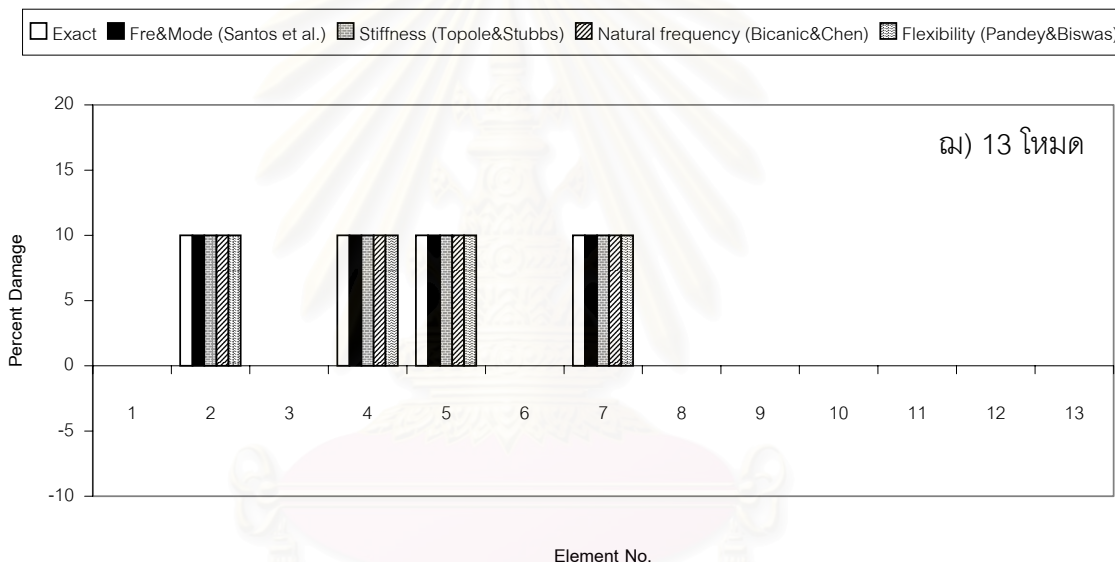
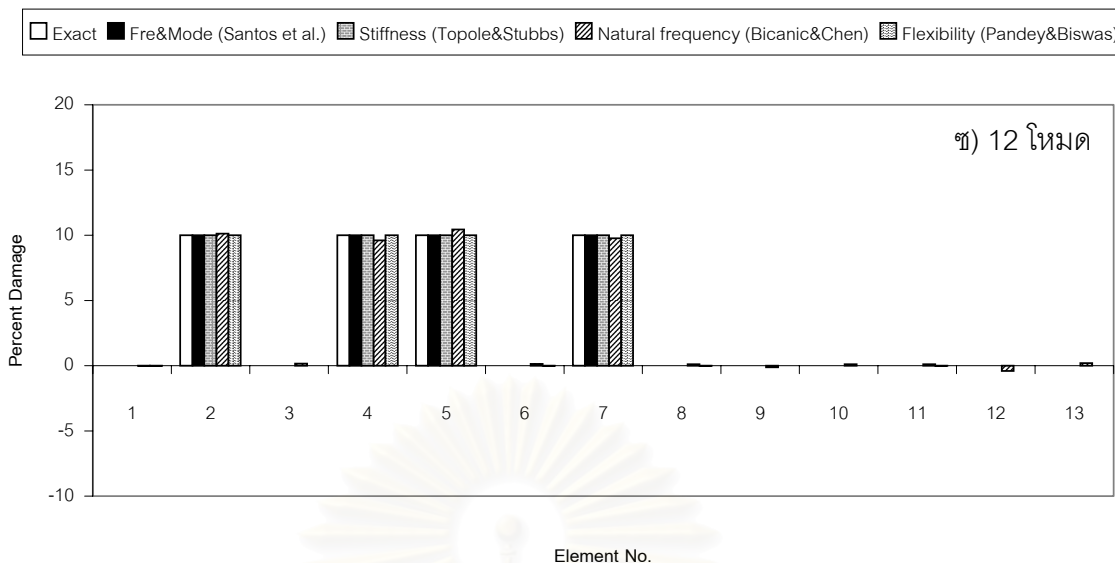
รูปที่ 3.6 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 2



รูปที่ 3.6 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 2



รูปที่ 3.6 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 2



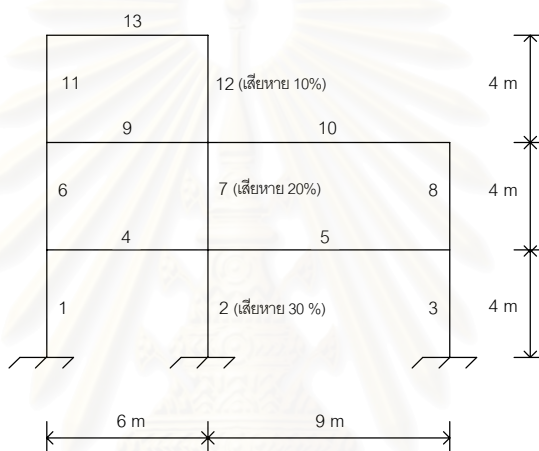
รูปที่ 3.6 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 2

จากผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 2 พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณอย่างน้อย 2 โหมด ซึ่งแตกต่างจากกรณีศึกษาที่ 1 ที่ใช้เพียง 1 โหมดเท่านั้น ที่เป็นเช่นนี้ เพราะว่า ในกรณีศึกษาที่ 2 เป็นลักษณะของโครงสร้างที่เกิดความเสียหายมากขึ้น จึงทำให้ต้องใช้จำนวนโหมดในการทำนายความเสียหายเพิ่มขึ้น ส่วนผลจากการทำนายความเสียหายที่เหลืออีก 3 ประเภท ได้ผลตรงกันทั้งจากกรณีศึกษาที่ 1 และ 2 คือวิธีการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสเมทริกซ์ และวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ ใช้จำนวนโหมดในการคำนวณอย่างน้อยที่สุด 5 โหมด ($m = 0, n = 5$) และ 13 โหมด ($NL = 13, NC = 24$) ตามลำดับ จึงจะตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและขนาดของความเสียหาย ส่วนวิธีการเปลี่ยนแปลงเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์

สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณตั้งแต่ 11 โหมดขึ้นไป ($m = n = 11$)

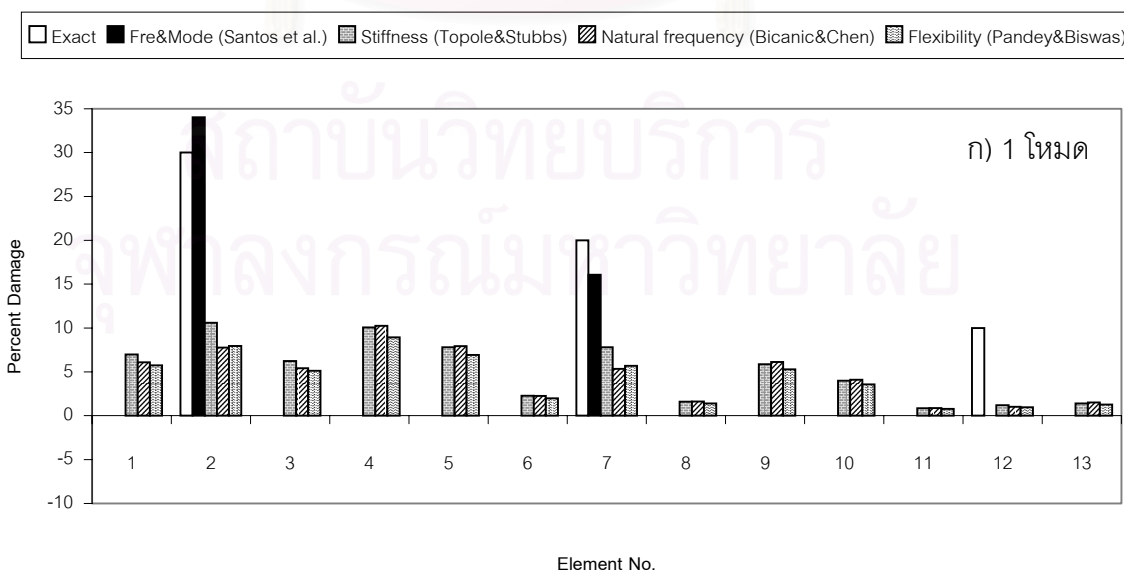
3.4.3 กรณีศึกษาที่ 3

ในกรณีศึกษาที่ 1 และ 2 ที่ได้กำหนดให้ชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย มีระดับความรุนแรงของความเสียหายเท่ากันทั้งหมดทุกชั้น ดังนั้นในกรณีศึกษาที่ 3 นี้ จึงได้ทำการกำหนดให้ชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย มีระดับความรุนแรงของความเสียหายแตกต่างกันไป โดยกำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, ชั้นส่วนที่ 7, และชั้นส่วนที่ 12 มีความเสียหาย 30 เปอร์เซ็นต์, 20 เปอร์เซ็นต์ และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.7

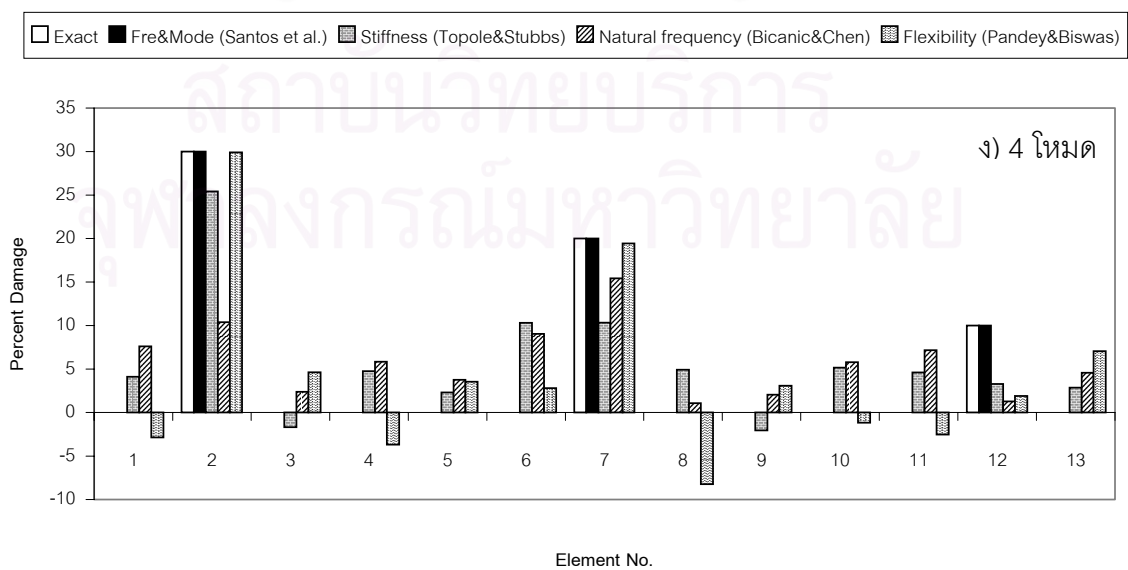
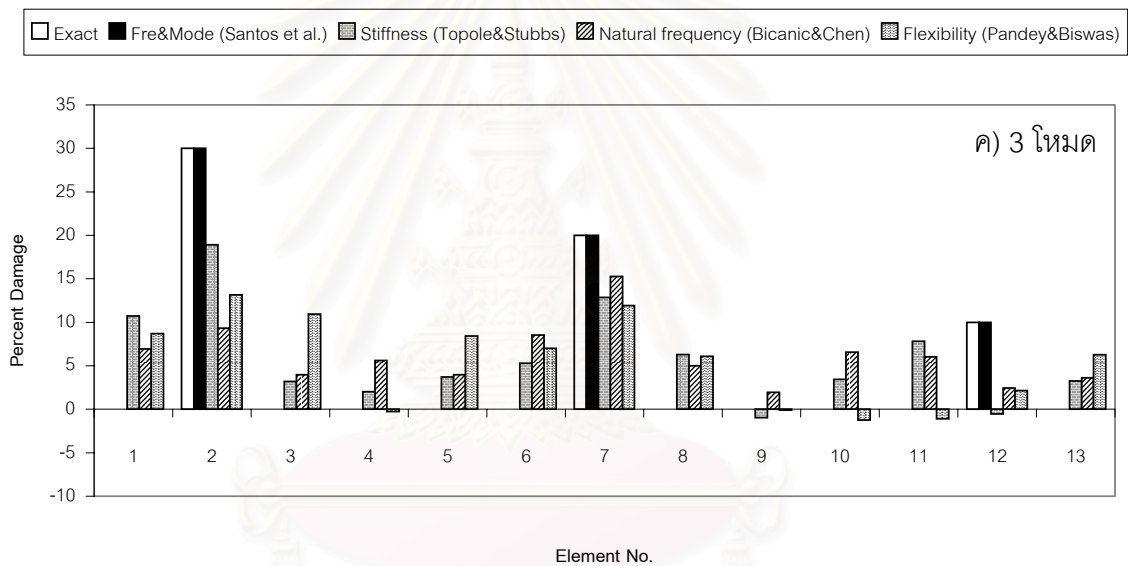
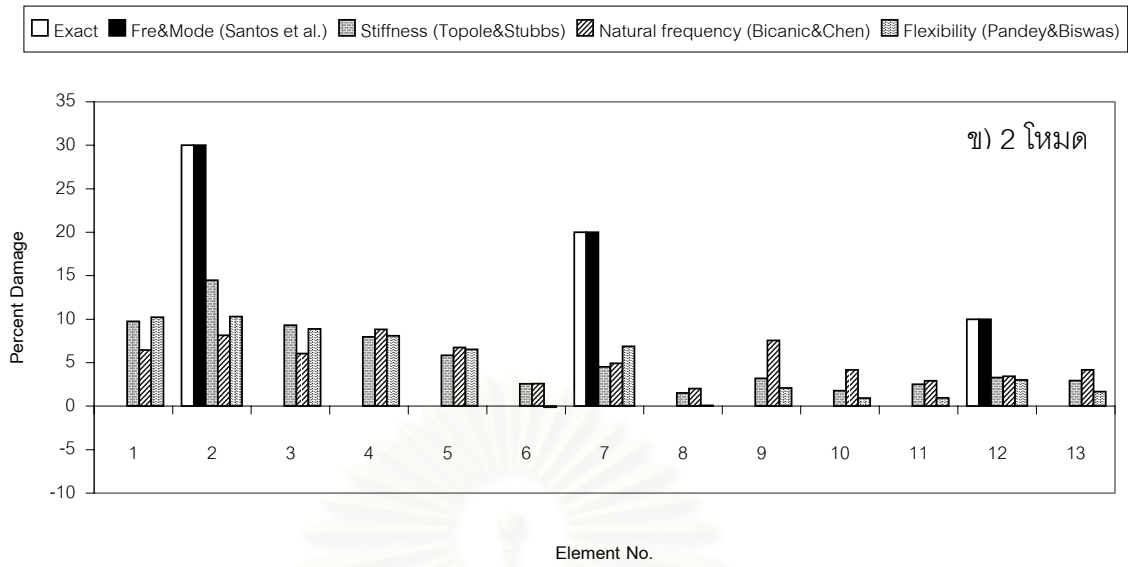


รูปที่ 3.7 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในกรณีศึกษาที่ 3

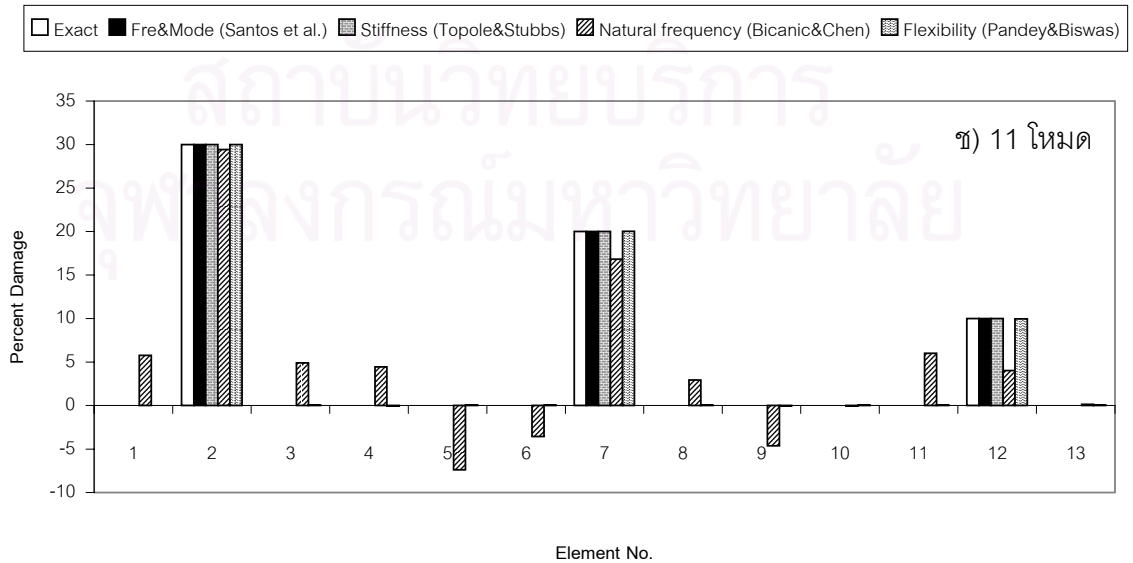
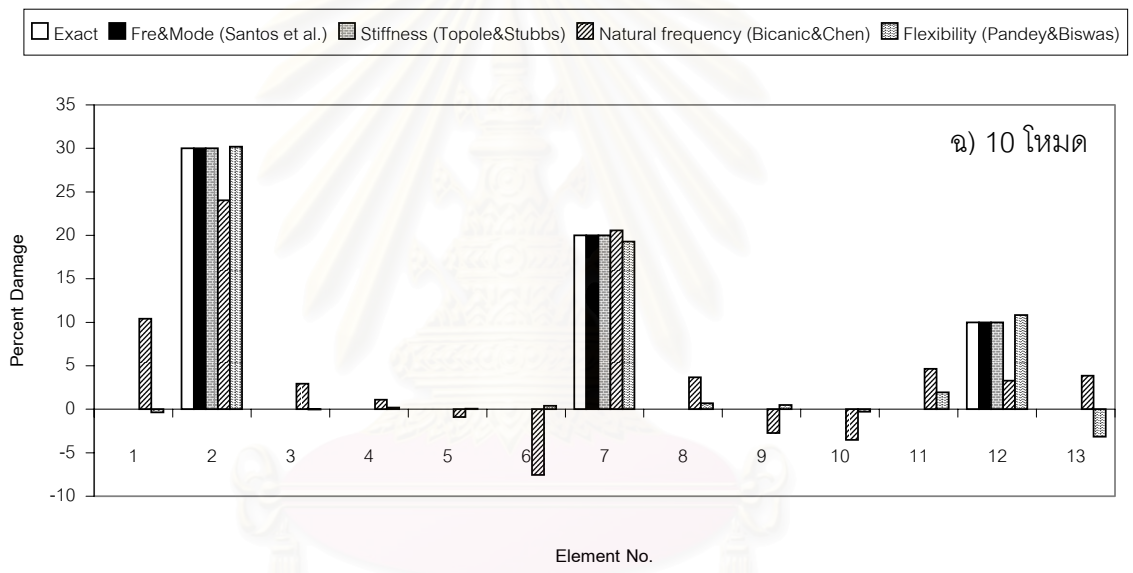
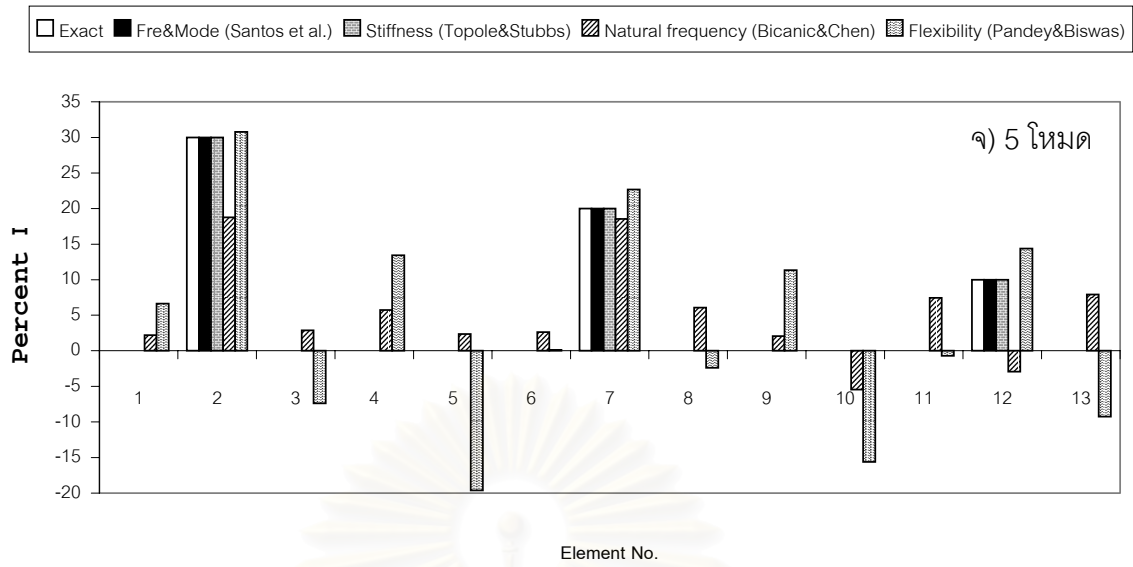
ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ ปรากฏดังต่อไปนี้



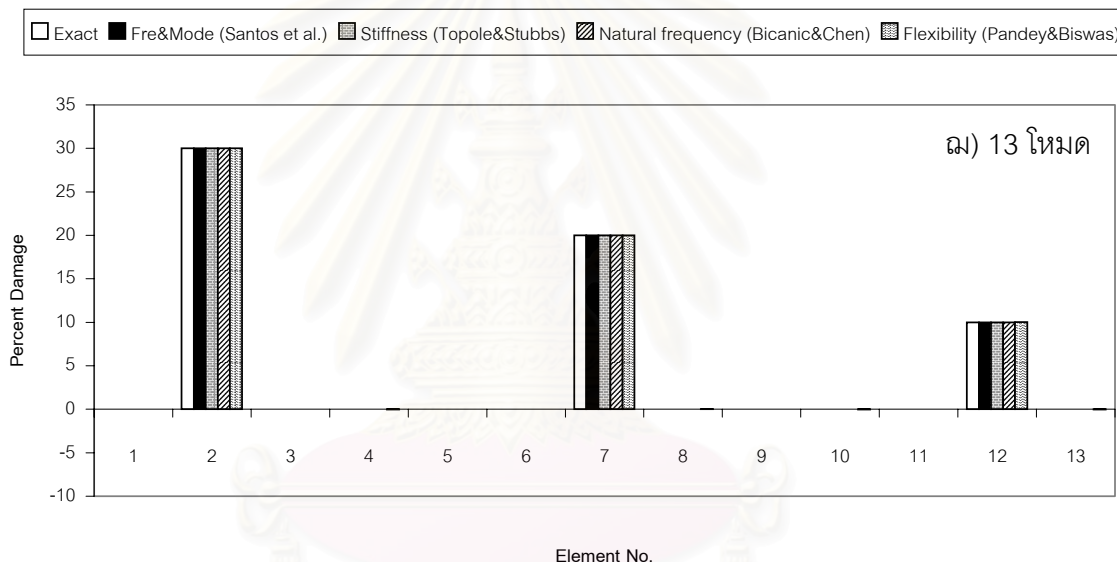
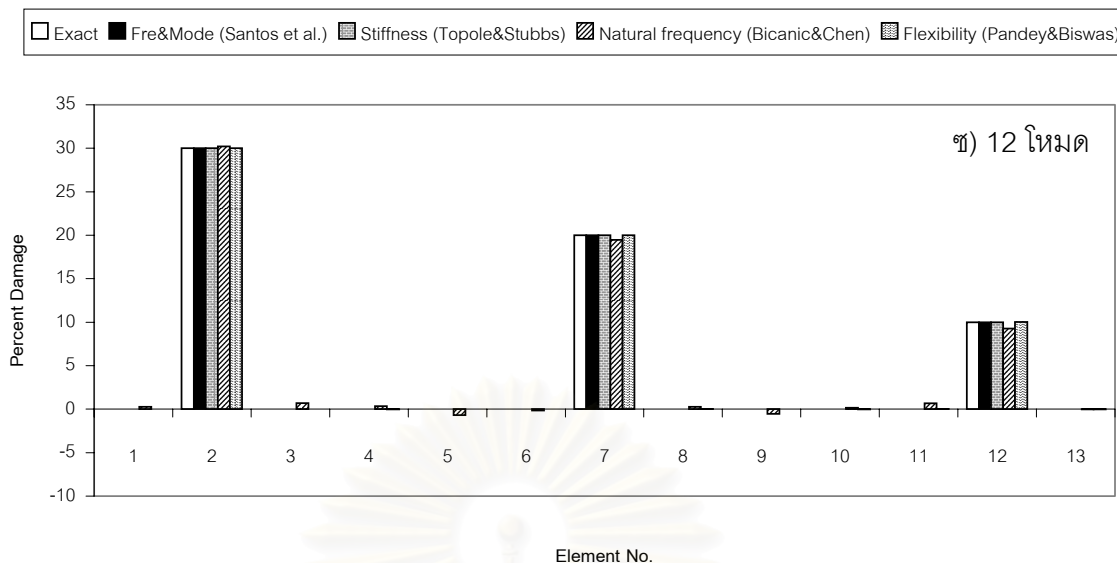
รูปที่ 3.8 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 3



รูปที่ 3.8 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 3



รูปที่ 3.8 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 3



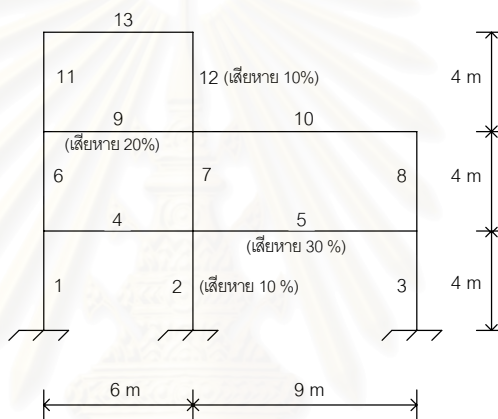
รูปที่ 3.8 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 3

จากผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 3 พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง โดยการใช้จำนวนโหมดในการคำนวณอย่างน้อยที่สุด 2 โหมด ($m = n = 2$) ซึ่งได้ผลตรงกับกรณีศึกษาที่ 2 แต่ต่างกับกรณีศึกษาที่ 1 ที่ใช้เพียง 1 โหมด ส่วนวิธีการทำนายความเสียหายที่เหลืออีก 3 ประเภท ปรากฏว่าได้ผลตรงกันทั้งกรณีศึกษาที่ 1, 2 และ 3 คือ วิธีการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสมเมทริกซ์ และวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ ใช้จำนวนโหมดในการคำนวณอย่างน้อยที่สุด 5 โหมด ($m = 0, n = 5$) และ 13 โหมด ($NL = 13, NC = 24$) ตามลำดับ จึงสามารถตรวจพบทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหายได้ถูกต้อง ส่วนวิธีการเปลี่ยนแปลงของเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง เมื่อใช้

จำนวนโหนดในการคำนวณตั้งแต่ 11 โหนด ($m = n = 11$) และจะสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเท่ากับ 24 โหนด

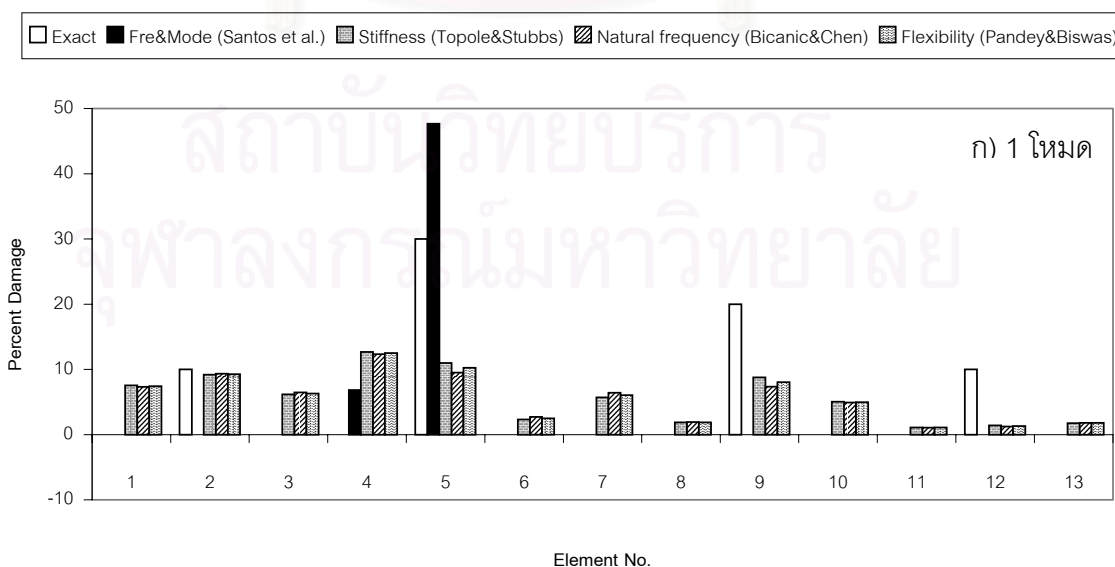
3.4.4 กรณีศึกษาที่ 4

ในกรณีศึกษาที่ 3 ได้กำหนดให้ชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายมีระดับความรุนแรงของความเสียหายแตกต่างกัน แต่ก็มีจำนวนชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายเพียง 3 ชั้นเท่านั้น ดังนั้นในกรณีศึกษาที่ 4 จึงได้ทำการเพิ่มจำนวนชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายให้มากขึ้น เพื่อศึกษาดูว่า วิธีการตรวจหาความเสียหายตามแต่ละประเภท จะสามารถตรวจพบความเสียหายได้อีกหรือไม่ โดยกำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, ชั้นส่วนที่ 5, ชั้นส่วนที่ 9 และชั้นส่วนที่ 12 มีความเสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์, 30 เปอร์เซ็นต์, 20 เปอร์เซ็นต์ และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.9

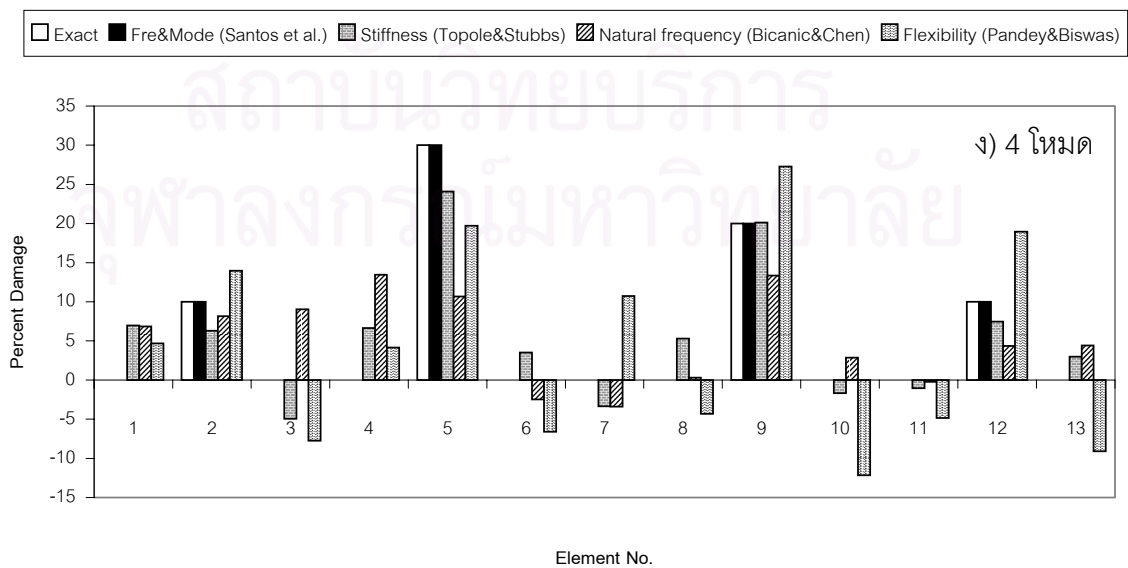
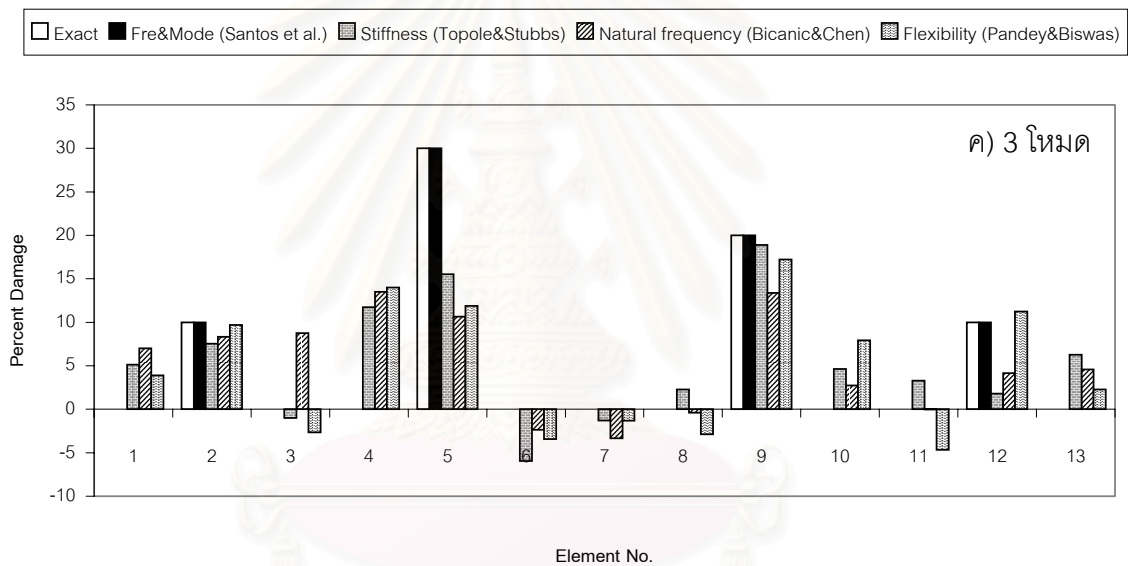
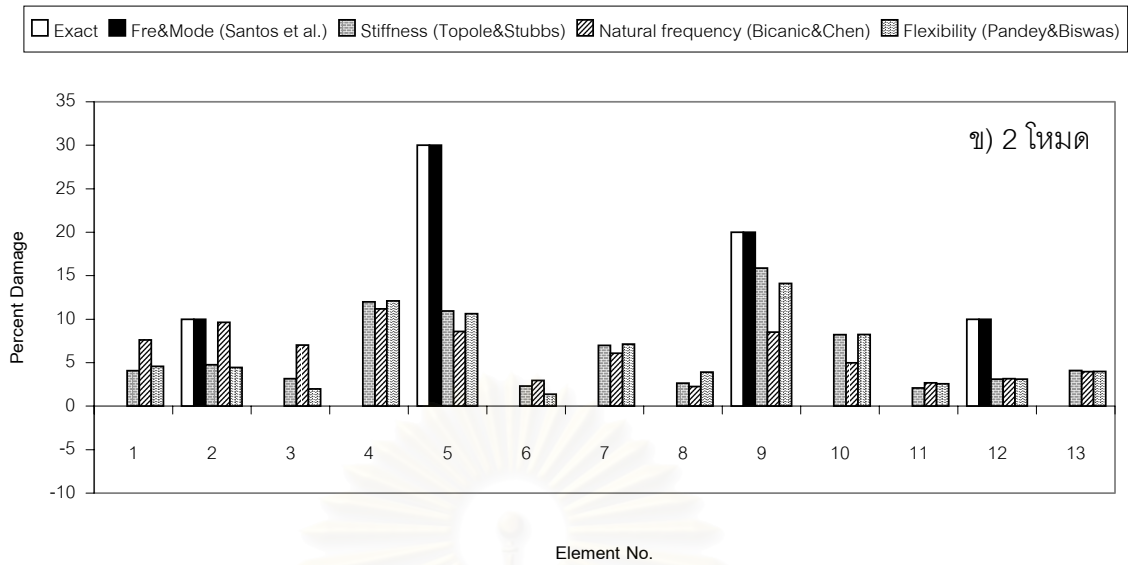


รูปที่ 3.9 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในกรณีศึกษาที่ 4

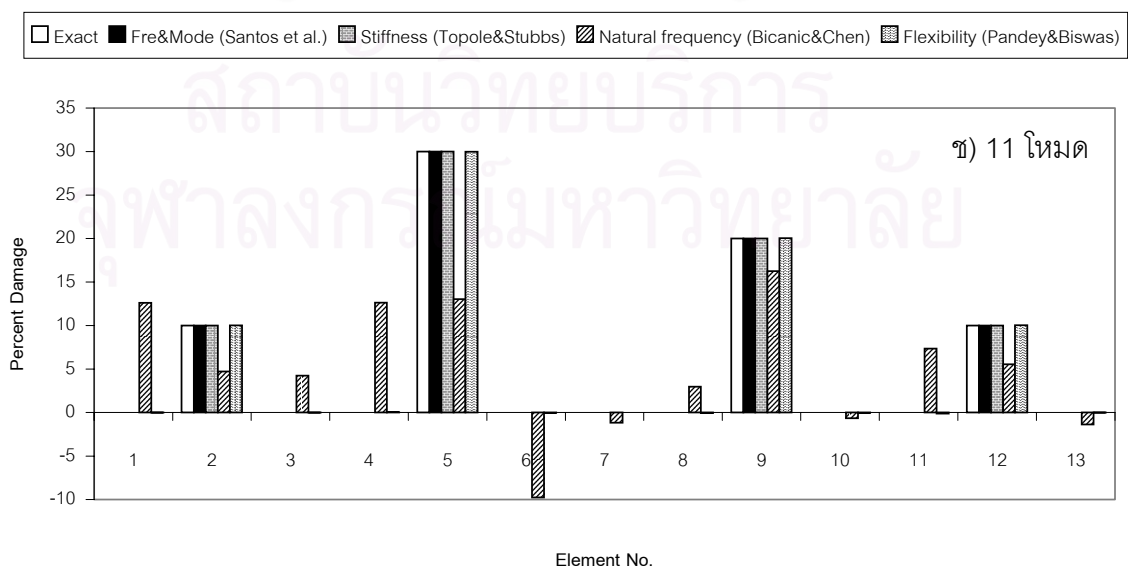
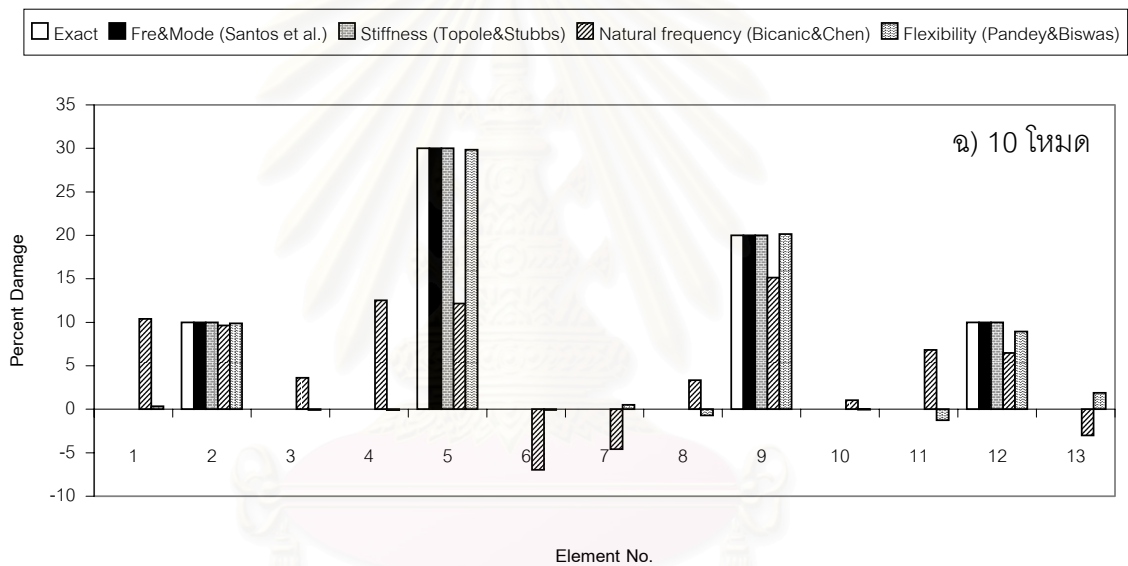
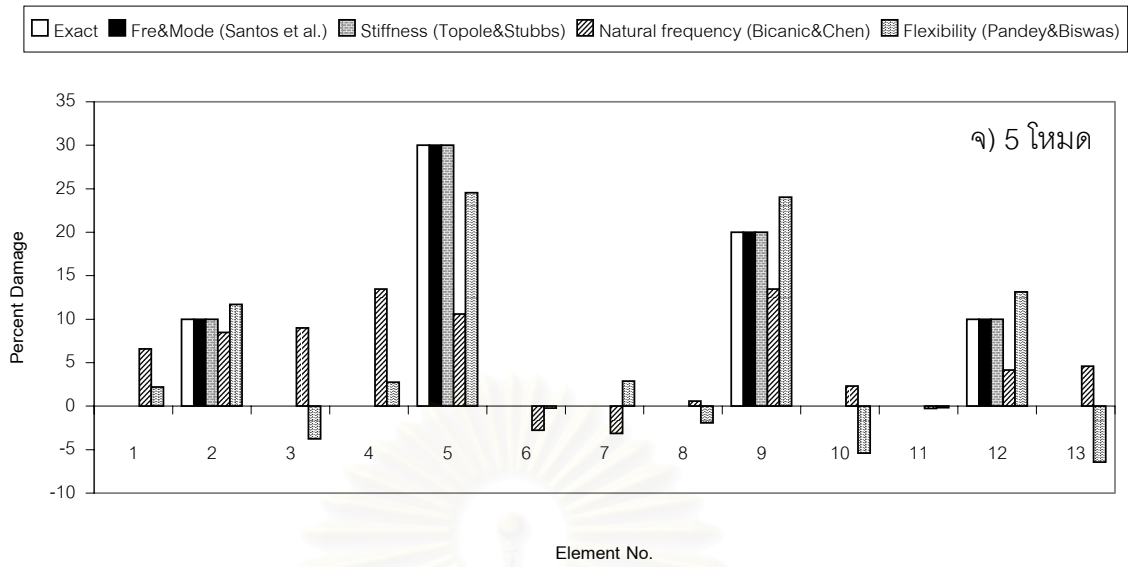
ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ ปรากฏดังต่อไปนี้



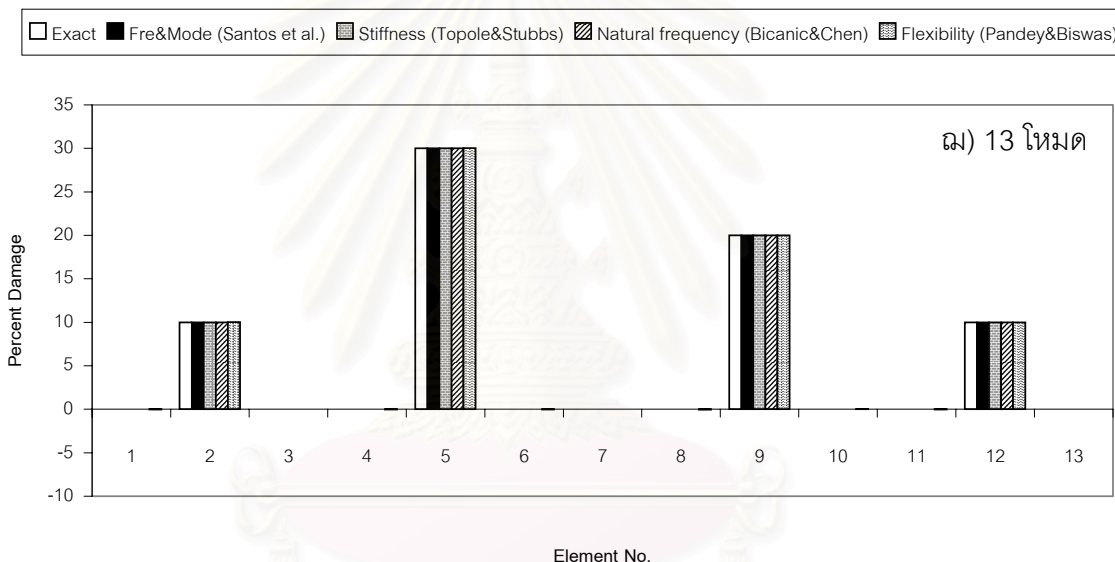
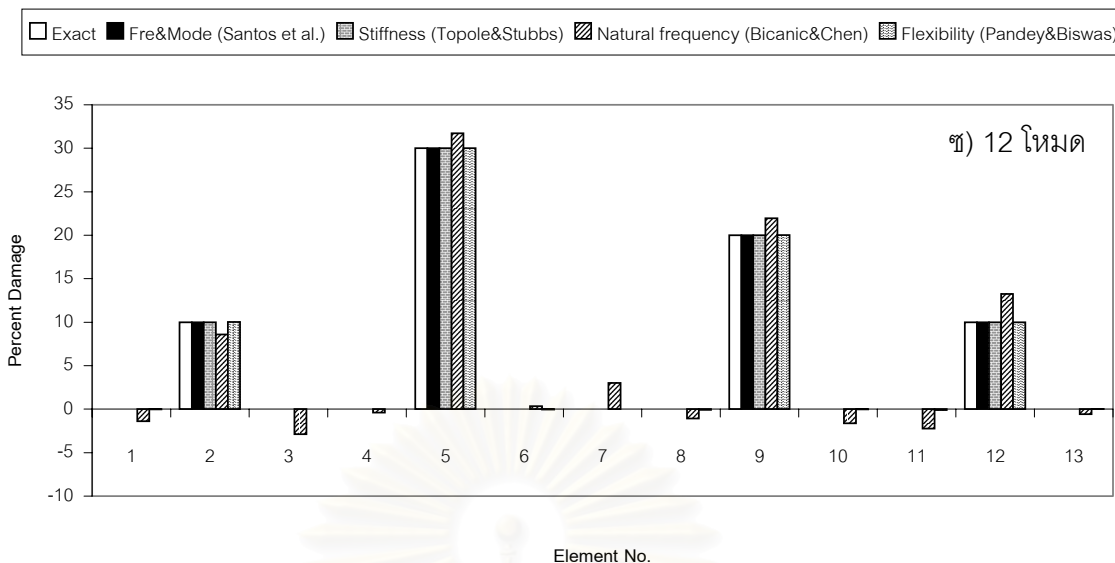
รูปที่ 3.10 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 4



รูปที่ 3.10 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 4



รูปที่ 3.10 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 4



รูปที่ 3.10 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ในกรณีศึกษาที่ 4

จากผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 4 พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยการใช้จำนวนโหมดในการคำนวณอย่างน้อยที่สุด 2 โหมด ($m = n = 2$) ซึ่งได้ผลตรงกับกรณีศึกษาที่ 2 และ กรณีศึกษาที่ 3 แต่ต่างกับกรณีศึกษาที่ 1 ที่ใช้เพียง 1 โหมด ส่วนวิธีการทำนายความเสียหายที่เหลืออีก 3 ประเภท ปรากฏว่า ได้ผลตรงกันทั้ง 4 กรณีศึกษา คือ วิธีการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสมเทริกซ์ และวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ ใช้จำนวนโหมดในการคำนวณ 5 โหมด ($m = 0, n = 5$) และ 13 โหมด ($NL = 13, NC = 24$) ตามลำดับ ส่วนวิธีที่ใช้การเปลี่ยนแปลงของเพลกซิปิตีเมเทริกซ์ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณตั้งแต่ 11 โหมด ($m = n = 11$) จะสามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหายได้

ค่อนข้างถูกต้อง และจะทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 24 โหมด ($m = n = 24$)

3.4.5 สรุปผลการเปรียบเทียบ

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ได้นำทฤษฎีและหลักการของวิธีการตรวจหาความเสียหายประเภทต่างๆ 4 วิธี มาใช้ในการตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง 2 มิติ โดยกำหนดให้เกิดกรณีความเสียหายแตกต่างกันไป ตั้งแต่กรณีที่เกิดความเสียหายน้อยไปจนถึงความเสียหายมาก เพื่อศึกษาว่าในกรณีที่ไม่มีคลาดเคลื่อน (error) ในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) และรูปร่างโหมด (mode shape) แล้ว วิธีการตรวจหาความเสียหายประเภทใดที่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง ทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยการใช้นับจำนวนโหมดในการคำนวณน้อยที่สุด ปรากฏว่า วิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด ที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) ใช้นับจำนวนโหมดในการคำนวณน้อยที่สุด รองลงมาได้แก่ วิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs (1995), วิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงของเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ที่เสนอโดย Pandey และ Biswas (1995) และวิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) ตามลำดับ

แต่อย่างไรก็ตาม ถ้ามองในแง่จำนวนของข้อมูลเบื้องต้นที่จำเป็นต้องใช้ในการทำนายความเสียหายแล้ว จากตารางที่ 3.1 ในบทที่ 3 จะเห็นได้ว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดต้องอาศัยข้อมูลเบื้องต้นมาใช้ในการคำนวณหาความเสียหายมากที่สุด รองลงมาได้แก่ วิธีการเปลี่ยนแปลงเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ และวิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสเมทริกซ์ ตามลำดับ

ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้นับจำนวนโหมดในการคำนวณน้อยที่สุด แต่จำเป็นต้องใช้ข้อมูลเบื้องต้นในการคำนวณหาความเสียหายมากที่สุด

3.5 การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย

จากหัวข้อที่ 3.4 ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหายตามประเภทต่างๆ เพื่อศึกษาว่า วิธีประเภทใดที่ใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยที่สุด แล้วยังสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง ทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย ปรากฏว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) ใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยที่สุด รองลงมาได้แก่ วิธีการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสมเมทริกซ์, วิธีการเปลี่ยนแปลงของเฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์ และวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ ตามลำดับ ดังนั้นหัวข้อนี้จึงพยายามปรับปรุงวิธีของ Araujo dos Santos และ คณะ ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นโดยเฉพาะกรณีที่ต้องการใช้จำนวนโหนดน้อยๆ ในการคำนวณซึ่งทำโดยปรับปรุงวิธีในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นของ Araujo dos Santos และ คณะ

ดังที่เคยกล่าวไว้แล้วว่า ตามปกติแล้วโครงสร้างที่มีจำนวนชิ้นส่วน 13 ชิ้น วิธีการทำนายความเสียหายที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ จะสามารถทำนายความเสียหายได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ เมื่อมีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่า (over-determined system) เช่น เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณ 3 โหนด (15 สมการ, 13 ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า) แต่จากผลการศึกษาในหัวข้อที่ 3.4 แสดงให้เห็นว่า เมื่อนำวิธี NNLS (Non-negative least-squares) มาใช้แก้ระบบสมการเชิงเส้นของ Araujo dos Santos และ คณะ เพื่อคำนวณหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง ถึงแม้ว่าจะใช้จำนวนโหนดน้อยกว่า 3 โหนด ซึ่งเป็นลักษณะปัญหาแบบ under-determined system หรือกรณีที่มีจำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) ก็ตาม

เนื่องจากลักษณะปัญหาแบบ under-determined system มีคำตอบได้มากมายหลายคำตอบที่ทำให้ระบบสมการเป็นจริง ดังนั้นจึงทำให้ไม่สามารถทราบได้ว่า คำตอบที่ได้รับมานั้น คำตอบใดเป็นคำตอบที่ถูกต้องกันแน่ จึงจำเป็นที่จะต้องหามาตรการหรือวิธีการมาช่วยตรวจสอบว่า คำตอบที่ได้รับมานั้น น่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ ซึ่งมีอยู่ 2 ทางเลือกด้วยกัน คือ

- 1) ใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้น โดยถ้าคำตอบที่ได้รับจากทั้งก่อนและหลังเพิ่มจำนวนโหนดตรงกัน คำตอบนั้นน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง
- 2) ไม่ต้องเพิ่มจำนวนโหนดในการคำนวณ แต่นำวิธีการคำนวณที่สามารถแก้สมการหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าในกรณี under-determined system ได้ มาตรวจสอบไขว้ (cross check) กับวิธี NNLS โดยถ้าคำตอบจากทั้งสองวิธีตรงกัน คำตอบนั้นน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

จากทั้งสองตัวเลือกข้างต้น จะเห็นได้ว่าทางเลือกที่ 2 เป็นทางเลือกที่น่าสนใจกว่าทางเลือกแรก เพราะไม่ต้องเพิ่มจำนวนโหนดในการคำนวณ แต่ก็ยังสามารถทราบได้ว่าคำตอบที่ได้รับมานั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ โดยการนำวิธีที่จะเสนอต่อไปนี้จะมาตรวจสอบไขว้ (cross check) กับวิธี NNLS

วิธีที่เสนอนี้ (proposed solver) อาศัยการ optimization ในการแก้สมการหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) ในกรณีของ under-determined system โดยมีฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function) และ เงื่อนไขบังคับ (constraint) ดังต่อไปนี้

$$\text{Minimize} \quad f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{x} \quad (3.1)$$

$$\text{Subjected to} \quad \mathbf{Ax} = \mathbf{B} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{1} \quad (3.3)$$

โดยที่ \mathbf{x} คือ เวกเตอร์ของ $-\alpha_e$ ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ในสมการที่ (2.53), (2.54) และ (2.55) โดยมีขนาดของเวกเตอร์เท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง (NE) ตัวแปร α_e ถูกนิยามไว้ในสมการที่ (2.19)

A คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ที่ประกอบไปด้วยค่าคงที่ทางซ้ายมือของสมการที่ (2.53), (2.54) และ (2.55) คูณด้วย -1 ตามลำดับ

B คือ เวกเตอร์ที่ประกอบไปด้วยค่าคงที่ทางขวามือของสมการที่ (2.53), (2.54) และ (2.55) ตามลำดับ

ขณะที่วิธี NNLS (Non-negative least-squares) มีฟังก์ชันเป้าหมาย และเงื่อนไขบังคับ ดังนี้

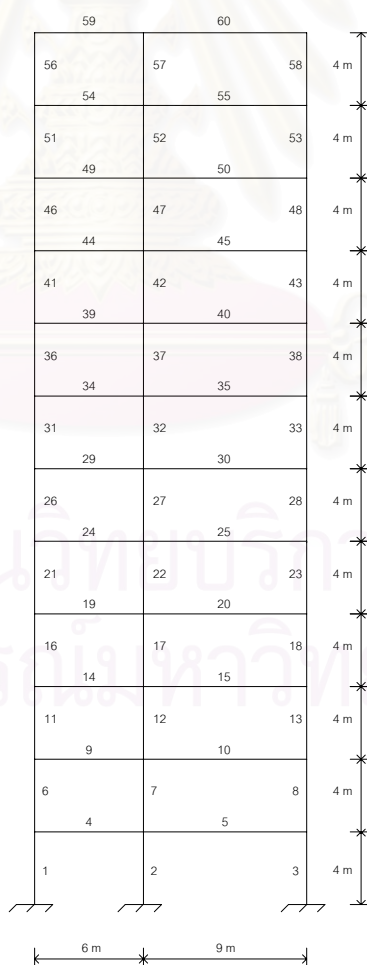
$$\text{Minimize} \quad f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{B}\| \quad (3.4)$$

$$\text{Subjected to} \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (3.5)$$

จะเห็นได้ว่าวิธีที่เสนอนี้มีฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function) ที่ต้องการหาขนาดของเวกเตอร์ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (\mathbf{x}) ที่น้อยที่สุดที่ทำให้สมการที่ (2.53), (2.54) และ (2.55) ที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) เป็นจริง และค่าในเวกเตอร์ \mathbf{x} ต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 (เพราะระดับความเสียหายมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์เท่านั้น)

ซึ่งแตกต่างจากการแก้สมการด้วยวิธีชู้โดอินเวอร์สที่ค่าในเวกเตอร์ \mathbf{x} เป็นไปได้ทั้งค่าบวกและค่าลบ (วิธีที่เสนอนี้มี objective function เหมือนกับวิธีชู้โดอินเวอร์สแต่แตกต่างกันตรงที่ constraint) อีกทั้งวิธีที่เสนอนี้ยังแตกต่างจากวิธี NNLS ที่มีฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการหาเวกเตอร์ \mathbf{x} ที่ทำให้อนorm ของ $(\mathbf{Ax} - \mathbf{B})$ มีค่าน้อยที่สุด โดยในส่วนของวิธีการเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) วิธีที่เสนอนี้ (proposed solver) ได้ใช้คำสั่ง fmincon ของโปรแกรม MATLAB เวอร์ชัน 6.0 ในการคำนวณเพื่อหาค่าตัวแปรไม่ทราบค่า (\mathbf{x})

อย่างไรก็ดี เนื่องจากแนวทางทั้งสองทางเลือกที่จะนำมาใช้ช่วยตรวจสอบคำตอบในกรณี under-determined system ยังไม่ได้มีการพิสูจน์ว่าเป็นจริงเสมอไป หรือสามารถนำมาใช้ได้จริงหรือไม่ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการพิสูจน์สมมติฐานทั้งสอง โดยในการศึกษานี้กำหนดให้มีการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง (frame) ที่มีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด 13 ชิ้นและ 60 ชิ้นดังแสดงในรูปที่ 3.1 และ 3.11 ตามลำดับ และได้กำหนดกรณีการเกิดความเสียหายภายในชิ้นส่วนต่างๆ เป็น 17 กรณีศึกษาดังแสดงในตารางที่ 3.3



รูปที่ 3.11 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด 60 ชิ้นที่ใช้ตรวจหาความเสียหาย

ตารางที่ 3.3 กรณีการเกิดความเสียหายแบบต่าง ๆ

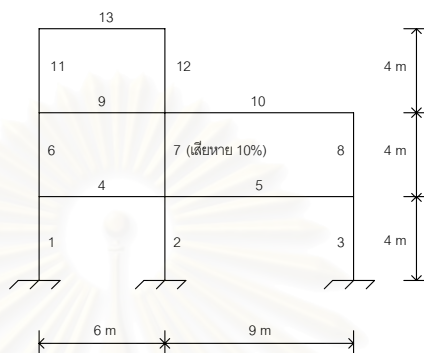
กรณีศึกษาที่	ชิ้นส่วนที่เสียหาย	เปอร์เซ็นต์ความเสียหาย	แบบจำลอง
1	7	10	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น
2	4,5	10,4	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น
3	2,4,5,7	10,10,10,10	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น
4	2,7,12	30,20,10	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น
5	2,5,9,12	10,30,20,10	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น
6	7	10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
7	2,4,5,7	10,10,10,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
8	2,7,12	30,20,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
9	2,5,9,12	10,30,20,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
10	52	10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
11	47,52,57	25,15,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
12	42,47,52	30,20,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
13	47,49,50,52	10,10,10,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
14	52,54,55,57	10,10,10,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
15	52,54,55,57	10,15,20,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
16	52,54,55,57	10,10,30,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น
17	47,50,54,57	10,30,20,10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น

จากตารางที่ 3.3 ได้กำหนดให้มีการตรวจหาความเสียหายทั้งหมด 17 กรณี คือ กรณีศึกษาที่ 1 ถึง 5 ได้ทำการตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งดังรูปที่ 3.1 แต่เนื่องจากแบบจำลองนี้มีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดเพียง 13 ชิ้น เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพียง 3 โหมดจะทำให้มีจำนวนสมการทั้งสิ้น 15 สมการ ซึ่งจัดอยู่ในกรณีของ over-determined system (จำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า) จึงทำให้ลักษณะของปัญหากรณี under-determined system จะเกิดขึ้นเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพียงแค่ 2 โหมดแรกเท่านั้น ซึ่งทำให้ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 (ทางเลือกที่ 1) ได้ในบางกรณีศึกษา (ดูในกรณีศึกษาที่ 2 ถึงกรณีศึกษาที่ 5) อีกทั้งในแง่ของการคำนวณเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) ของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) เพียง 13 ตัวแปร ก็ถือว่าไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก ดังนั้นในกรณีศึกษาที่ 6 ถึง 17 จึงกำหนดให้มีการตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด 60 ชิ้น ดังแสดงในรูปที่ 3.11 เพื่อทำให้ลักษณะของปัญหากรณี under-determined system เกิดขึ้นเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณตั้งแต่โหมดที่ 1 ถึง 6 และมีจำนวนตัวแปรที่ไม่

ทราบค่าที่ต้องคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) 60 ตัวแปร โดยผลการตรวจหาความเสียหายในกรณีศึกษาต่างๆ ปรากฏผลดังต่อไปนี้

a) กรณีศึกษาที่ 1

กำหนดให้ชิ้นส่วนที่ 7 เสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.12



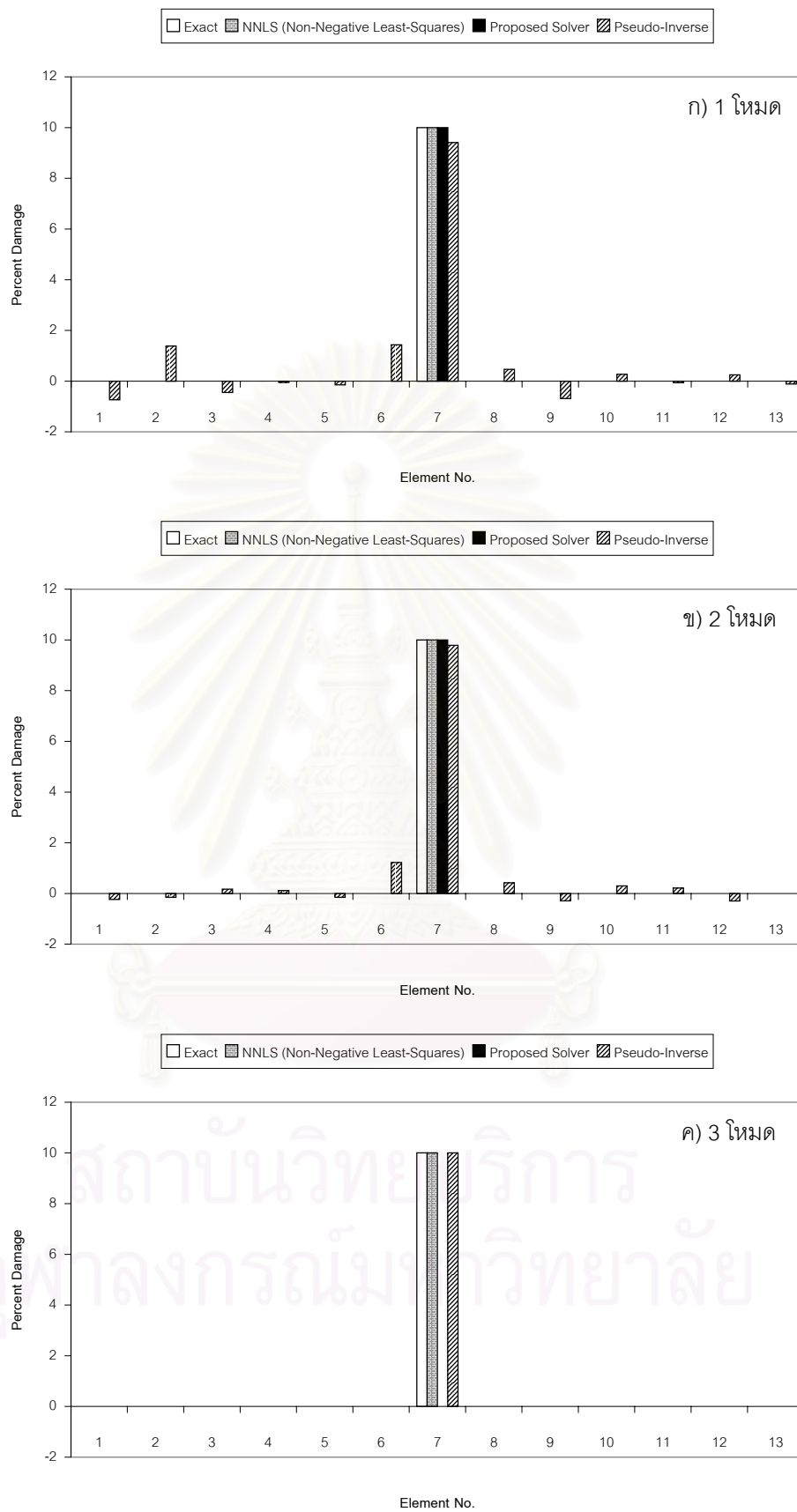
รูปที่ 3.12 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 1 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 1 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏว่าทั้งสองสมมติฐานเป็นจริง กล่าวคือ

- 1) เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.13 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 1 และ 2 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) จากรูปที่ 3.13(ก) เมื่อใช้ 1 โหมดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอ (proposed solver) และวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบจากทั้ง 2 วิธีที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

เป็นที่น่าสังเกตว่า วิธี NNLS (Non-negative least-squares) ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส (pseudo-inverse) ซึ่งมีสาเหตุมาจากวิธี NNLS สามารถแก้สมการหาคำตอบได้ทั้งกรณี under-determined system และ over-determined system ขณะที่วิธีซูโดอินเวอร์สให้คำตอบที่ถูกต้องเฉพาะกรณี over-determined system เท่านั้น

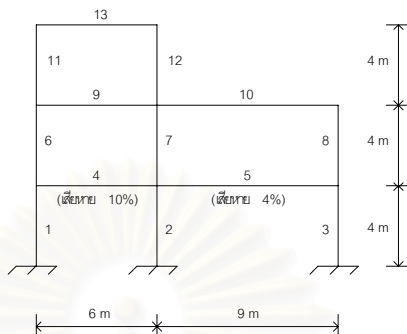
ในรูปที่ 3.13(ค) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ



รูปที่ 3.13 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 1 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

b) กรณีศึกษาที่ 2

กำหนดให้โครงสร้างมีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 2 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 4 เสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์ และชั้นส่วนที่ 5 เสียหาย 4 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.14



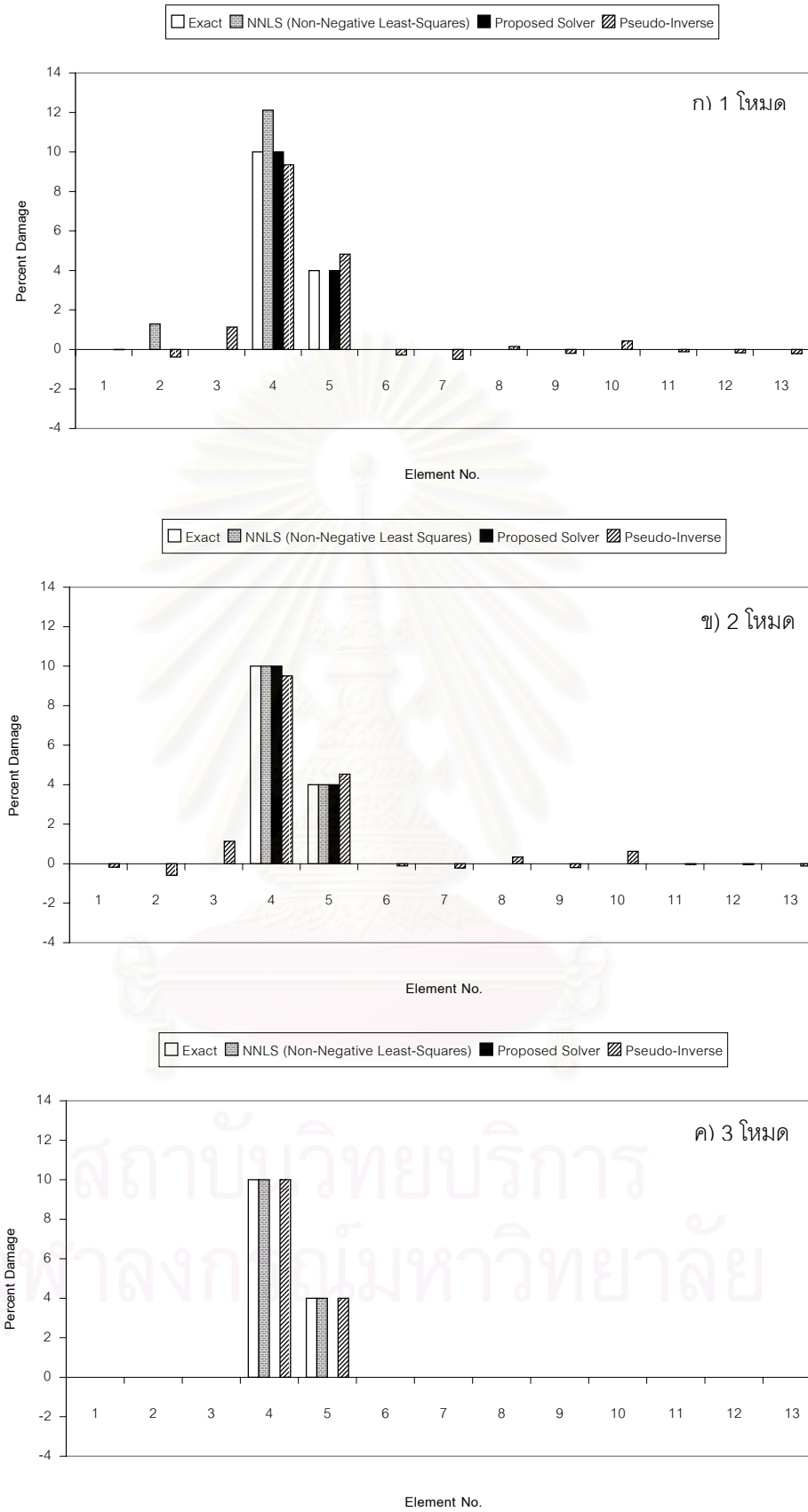
รูปที่ 3.14 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 2 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 2 ปรากฏผลดังต่อไปนี้

- 1) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 ได้ เพราะถึงแม้ว่าเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นจนกระทั่งคำตอบตรงกัน (ในรูปที่ 3.15 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องก็ตาม เนื่องจากเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 3 โหมด ทำให้มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่าหรือเป็นกรณี over-determined system ซึ่งในกรณีนี้ให้คำตอบที่ถูกต้องอยู่แล้ว ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องมีการตรวจสอบคำตอบอีก อีกทั้งวัตถุประสงค์ที่ต้องการพิสูจน์สมมติฐานทั้งสองเพื่อต้องการหาวิธีการที่จะมาช่วยในการตรวจสอบคำตอบเฉพาะในกรณีของ under-determined system เท่านั้น
- 2) สมมติฐานที่ 2 เป็นจริง กล่าวคือ จากรูปที่ 3.15(ข) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอ (proposed solver) และวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

และเป็นที่น่าสังเกตว่า วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีฟูโดอินเวอร์ส

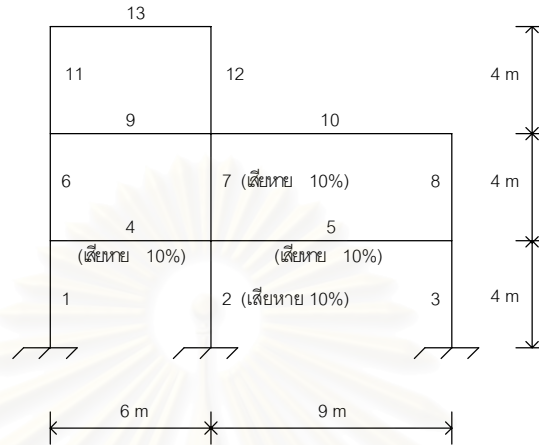
ในรูปที่ 3.15(ค) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ



รูปที่ 3.15 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 2 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

c) กรณีสืบศึกษาที่ 3

กำหนดให้เกิดความเสียหายภายในโครงสร้าง 4 ชั้นด้วยกัน คือ ชั้นส่วนที่ 2, 4, 5 และชั้นส่วนที่ 7 โดยทุกชั้นส่วนมีความเสียหายเท่ากับ 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.16



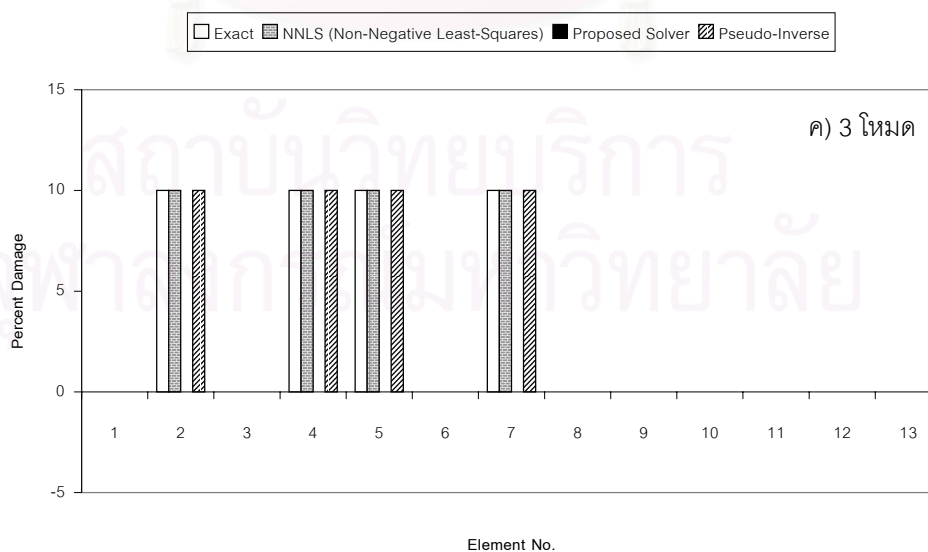
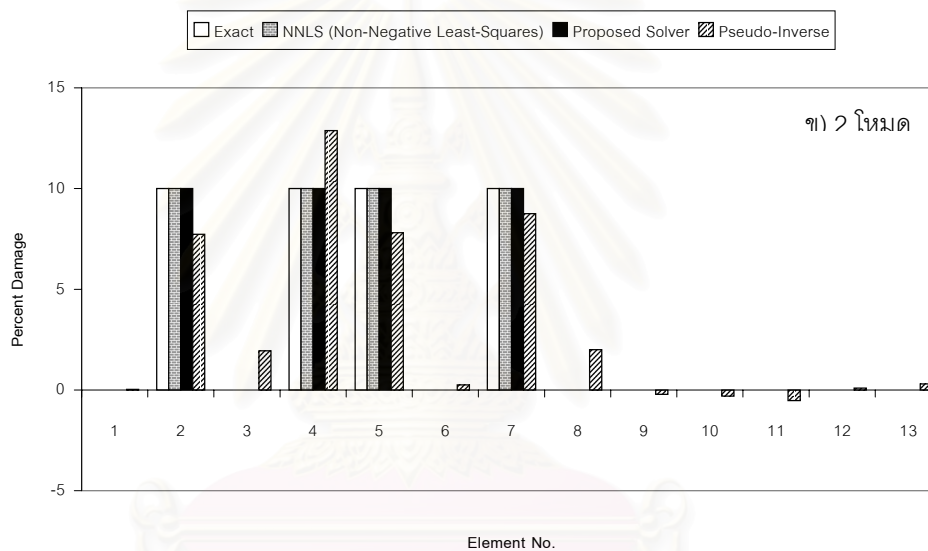
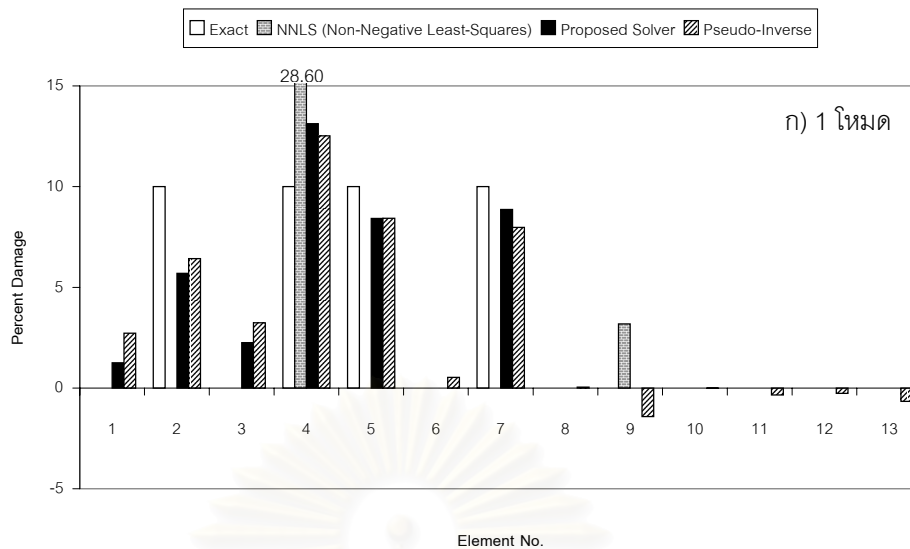
รูปที่ 3.16 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีสืบศึกษาที่ 3 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในกรณีสืบศึกษาที่ 3 ปรากฏว่า ได้ข้อสรุปเหมือนกับในกรณีสืบศึกษาที่ 2 กล่าวคือ

- 1) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 ได้ เพราะถึงแม้ว่าเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นจนกระทั่งคำตอบตรงกัน (ในรูปที่ 3.17 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องก็ตาม เนื่องจากเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 3 โหมด ($m = n = 3$ จะได้ 15 สมการ 13 unknowns) ทำให้มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่าหรือเป็นกรณี over-determined system ซึ่งในกรณีนี้ให้คำตอบที่ถูกต้องอยู่แล้ว ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องมีการตรวจสอบคำตอบอีก
- 2) สมมติฐานที่ 2 เป็นจริง กล่าวคือ จากรูปที่ 3.17(ข) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอ และวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

และเป็นที่น่าสังเกตว่า วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส

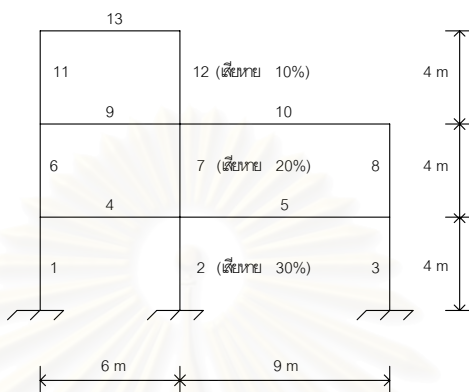
ในรูปที่ 3.17(ค) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ



รูปที่ 3.17 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 3 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ด

d) กรณีศึกษาที่ 4

กำหนดให้เกิดความเสียหายภายในชั้นส่วนของโครงสร้าง 3 ชั้น คือชั้นส่วนที่ 2, 7 และชั้นที่ 12 โดยมีความเสียหาย 30 เปอร์เซ็นต์, 20 เปอร์เซ็นต์ และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.18



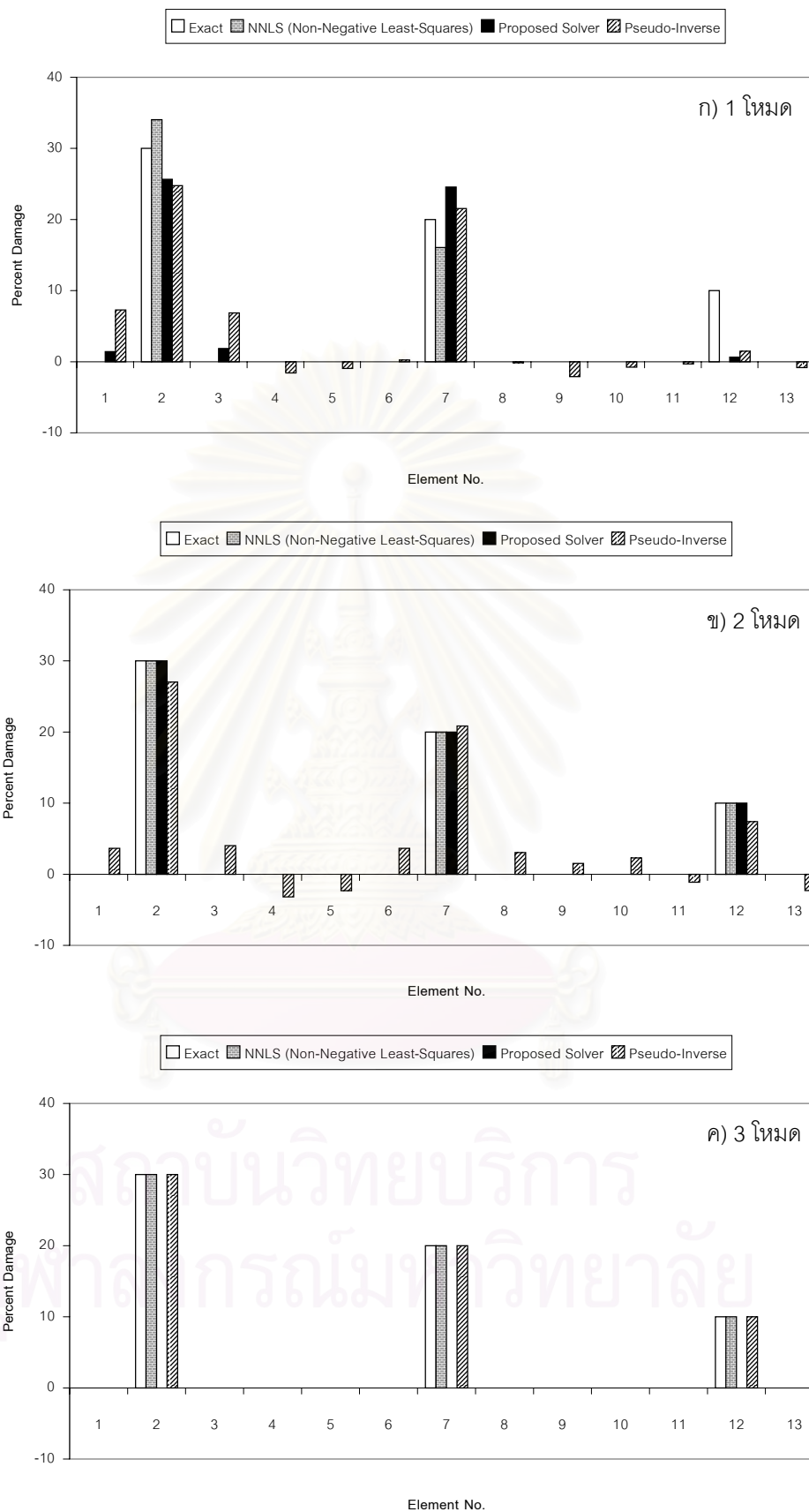
รูปที่ 3.18 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 4 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 4 ปรากฏว่าได้ข้อสรุปเหมือนกับในกรณีศึกษาที่ 2 และ 3 กล่าวคือ

- 1) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 ได้ เพราะถึงแม้ว่าเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นจนกระทั่งคำตอบตรงกัน (ในรูปที่ 3.19 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องก็ตาม เนื่องจากเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 3 โหมด ($m = n = 3$ จะได้ 15 สมการ 13 unknowns) ทำให้มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่า (over-determined system) ซึ่งในกรณีนี้ให้คำตอบที่ถูกต้องอยู่แล้ว ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องมีการตรวจสอบคำตอบอีก
- 2) สมมติฐานที่ 2 เป็นจริง กล่าวคือ จากรูปที่ 3.19(ข) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอ และวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

และเป็นที่น่าสังเกตว่า วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส

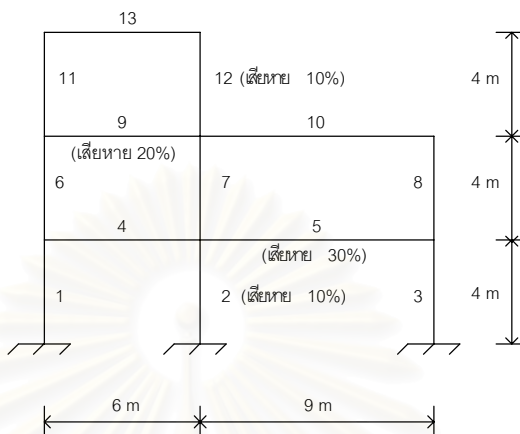
ในรูปที่ 3.19(ค) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ



รูปที่ 3.19 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 4 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

e) กรณีสืบศึกษาที่ 5

กำหนดให้ชิ้นส่วนที่ 2, 5, 9, และชิ้นที่ 12 เสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์, 30 เปอร์เซ็นต์, 20 เปอร์เซ็นต์ และ 10 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.20



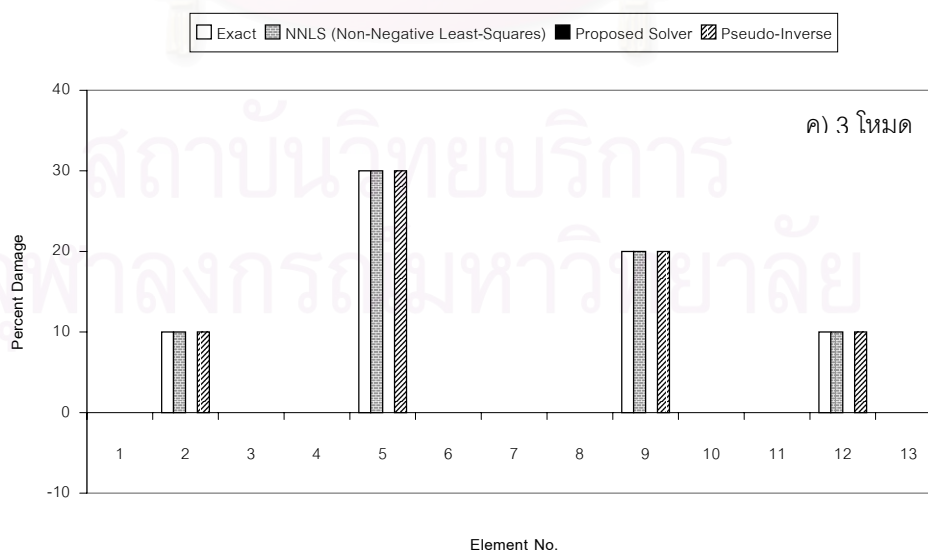
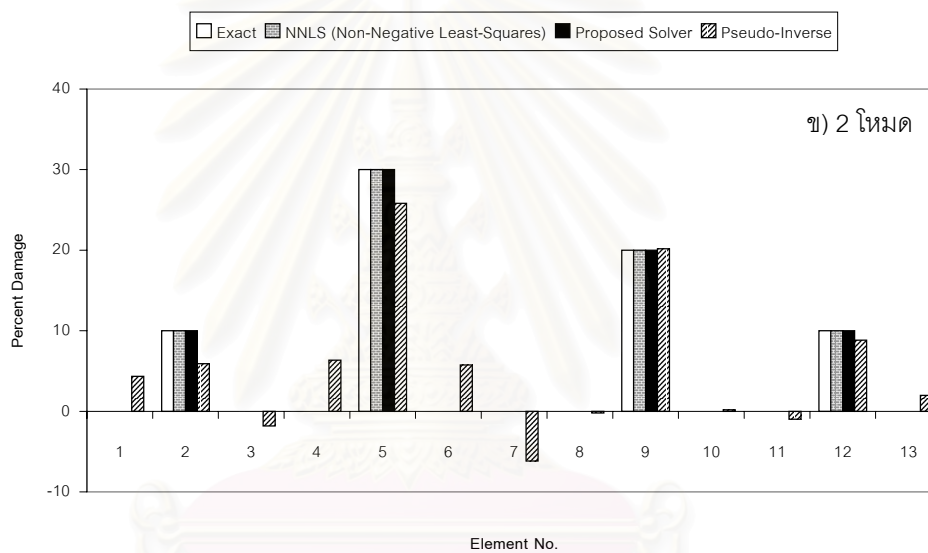
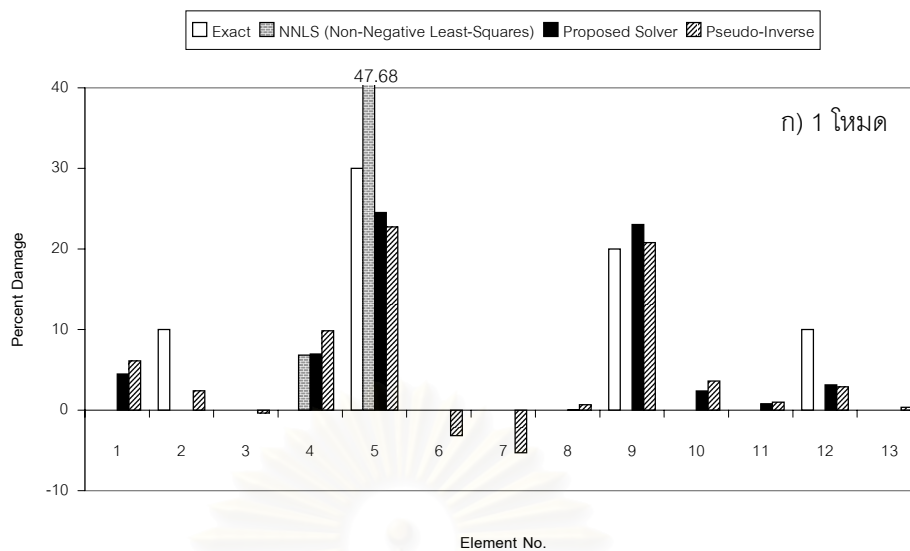
รูปที่ 3.20 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีสืบศึกษาที่ 5 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในกรณีสืบศึกษาที่ 5 ปรากฏว่าได้ข้อสรุปเหมือนกับในกรณีสืบศึกษาที่ 2, 3 และ 4 กล่าวคือ

- 1) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 ได้ เพราะถึงแม้ว่าเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นจนกระทั่งคำตอบตรงกัน (ในรูปที่ 3.21 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องก็ตาม เนื่องจากเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 3 โหมด ($m = n = 3$ จะได้ 15 สมการ 13 unknowns) ทำให้มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่า (over-determined system) ซึ่งในกรณีนี้ให้คำตอบที่ถูกต้องอยู่แล้ว ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องมีการตรวจสอบคำตอบอีก
- 2) สมมติฐานที่ 2 เป็นจริง กล่าวคือ จากรูปที่ 3.21(ข) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอ และวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

และเป็นที่น่าสังเกตว่า วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส

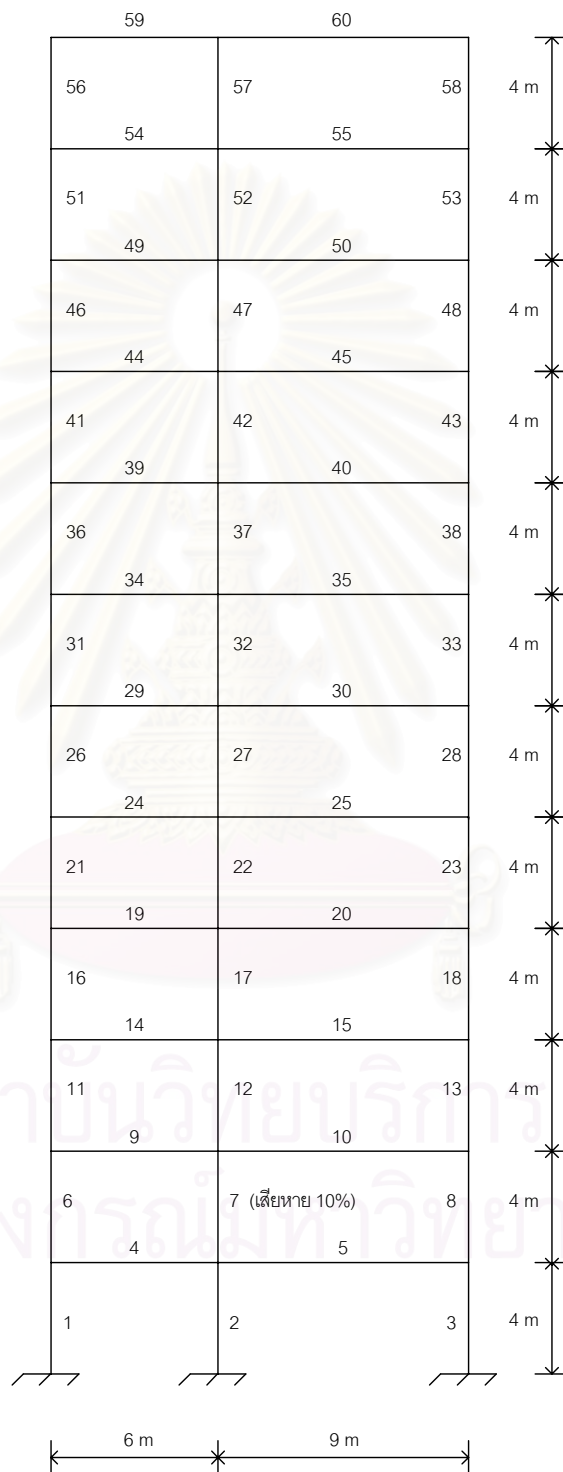
ในรูปที่ 3.21(ค) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ



รูปที่ 3.21 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 5 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

f) กรณีศึกษาที่ 6

ในกรณีศึกษานี้ได้กำหนดให้มีการตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชั้นส่วนทั้งหมด 60 ชั้น โดยได้กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 7 เสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์ดังรูปที่ 3.22



รูปที่ 3.22 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 6 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 6 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏว่าทั้งสองสมมติฐานเป็นจริง กล่าวคือ

- 1) เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.23 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 1 และ 2 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) จากรูปที่ 3.23(ก) เมื่อใช้ 1 โหนดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอและวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบจากทั้ง 2 วิธีที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

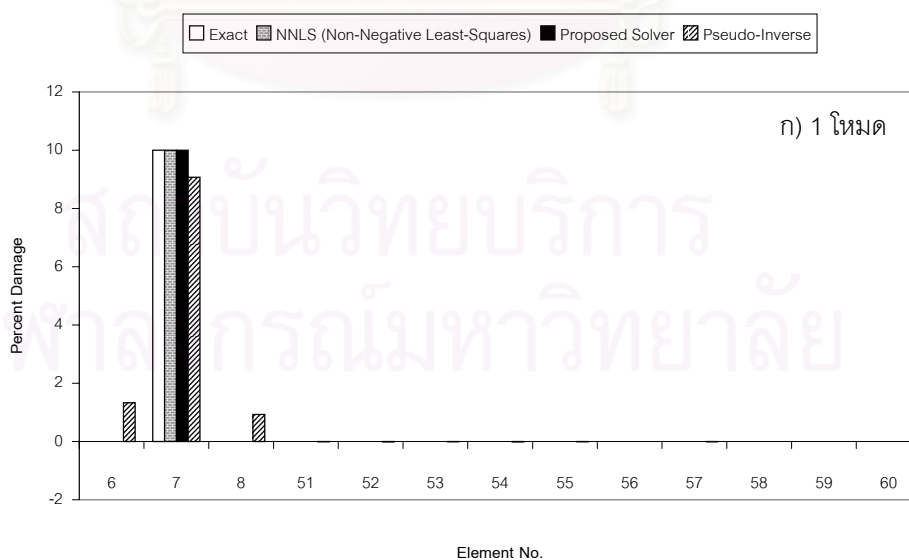
และเป็นที่น่าสนใจที่ว่า

1. วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส ซึ่งมีสาเหตุมาจากวิธี NNLS สามารถแก้สมการหาคำตอบได้ทั้งกรณี under-determined system และ over-determined system ขณะที่วิธีซูโดอินเวอร์สให้คำตอบที่ถูกต้องเฉพาะกรณี over-determined system เท่านั้น
2. เมื่อใช้ 2 โหนดในการคำนวณ ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ (proposed solver) เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ กล่าวคือ จากตารางที่ 3.4 จะเห็นได้ว่าระดับความเสียหายของชิ้นส่วนที่ 6, 51 ถึง 58 และ 60 มีค่าเท่ากับ -0.0001 เปอร์เซนต์ (สติฟเนสมีค่าเพิ่มขึ้น) โดยค่าระดับความเสียหายดังกล่าวมีค่าเกือบเป็นศูนย์แต่น้อยกว่าศูนย์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดไว้ คือ เมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายแล้ว สติฟเนสของชิ้นส่วนในโครงสร้างต้องมีค่าลดลงเท่านั้น โดยต้องมีระดับความเสียหายอยู่ระหว่าง 0 ถึง 100 เปอร์เซนต์

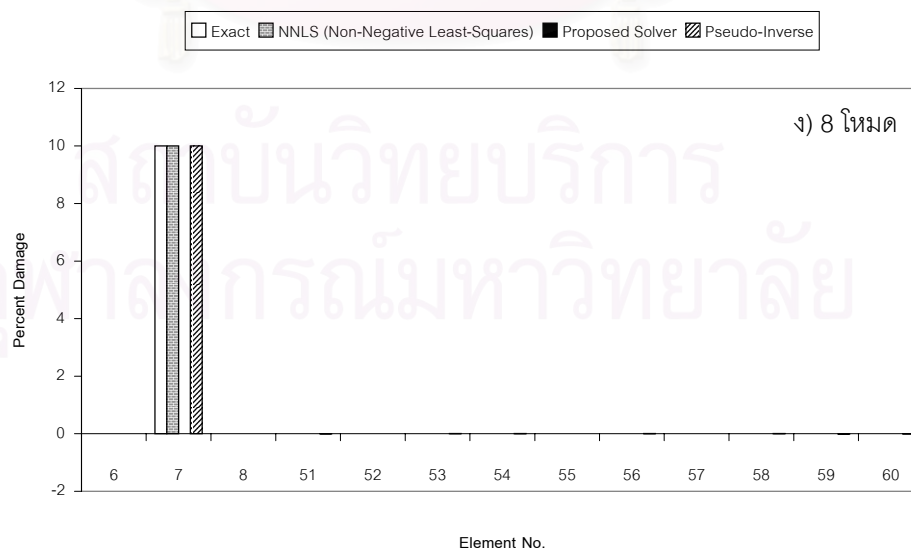
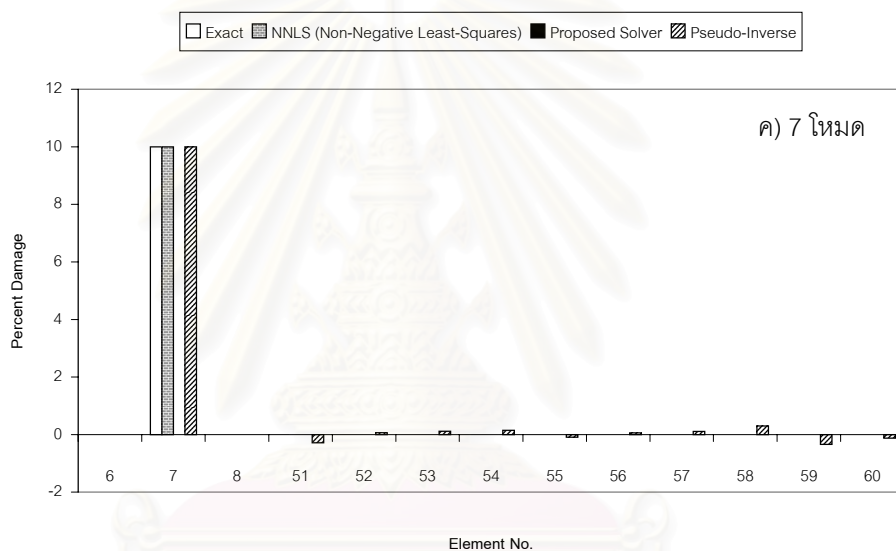
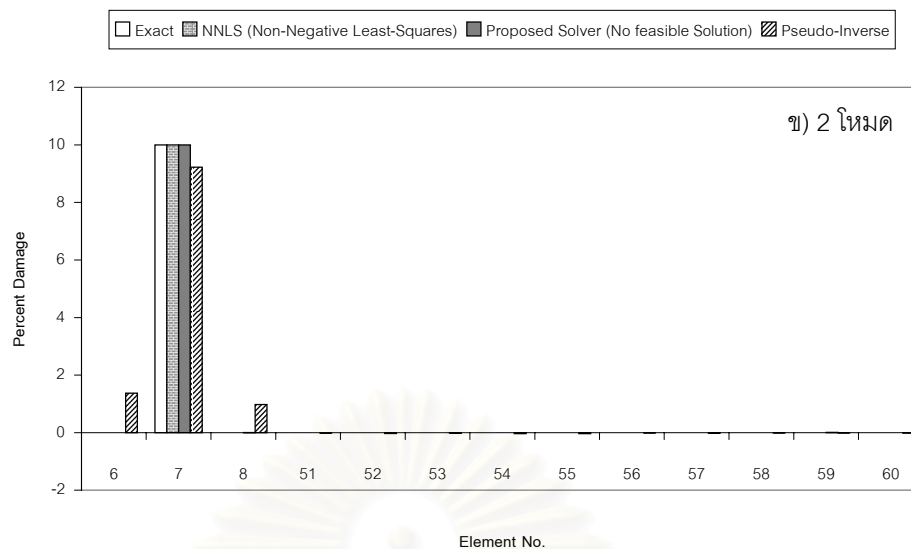
ในรูปที่ 3.23(ค) และ 3.23(ง) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ

ตารางที่ 3.4 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอ (proposed solver) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

ชั้นที่	ระดับความเสียหายที่แท้จริง (เปอร์เซ็นต์)	ระดับความเสียหายที่ได้จากการใช้ Proposed Solver (เปอร์เซ็นต์)
6	0	-0.0001
7	10	9.9995
8	0	0.005
51	0	-0.0001
52	0	-0.0001
53	0	-0.0001
54	0	-0.0001
55	0	-0.0001
56	0	-0.0001
57	0	-0.0001
58	0	-0.0001
59	0	0.0085
60	0	-0.0001



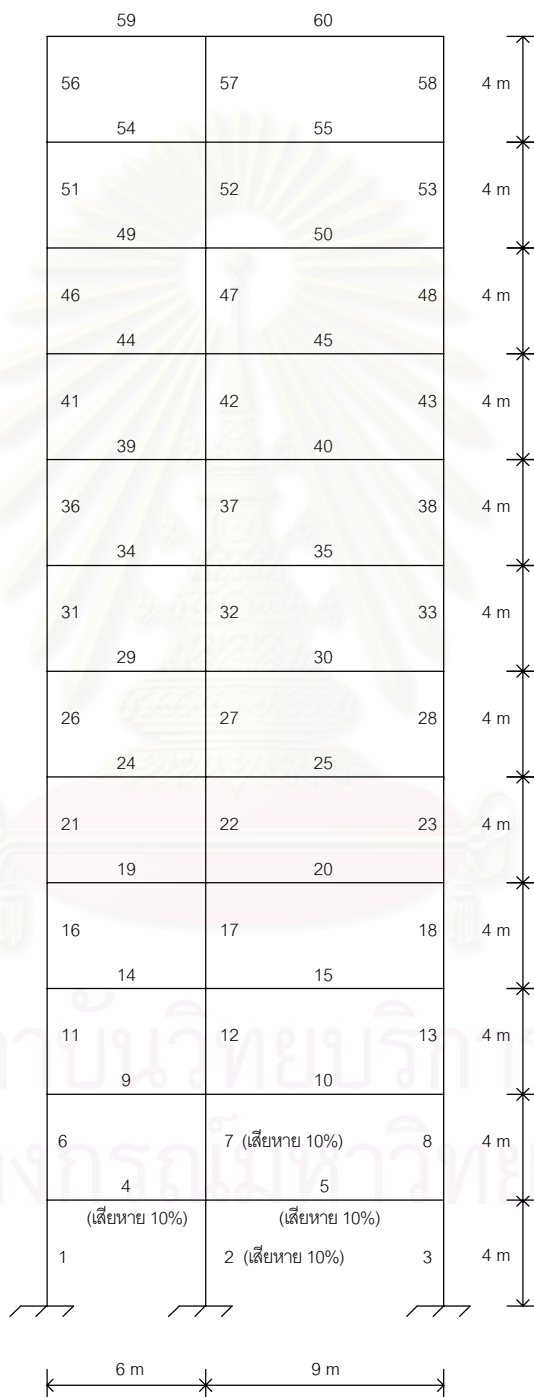
รูปที่ 3.23 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 6 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.23 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 6 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

g) กรณีศึกษาที่ 7

ในกรณีศึกษานี้ได้ทำการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชั้นส่วน 60 ชั้น โดยกำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, 4, 5, และชั้นส่วนที่ 7 เสียหายเท่ากับ 10 เปอร์เซ็นต์ทุกชั้น ดังแสดงในรูปที่ 3.24



รูปที่ 3.24 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 7 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 7 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏผลดังต่อไปนี้

- 1) สมมติฐานที่ 1 เป็นจริง กล่าวคือ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.25 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 3 และ 4 ตรงกัน) และ ปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ เนื่องจากเมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ (proposed solver) เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ กล่าวคือ จากตารางที่ 3.5 จะเห็นได้ว่าระดับความเสียหายของชิ้นส่วนที่ 6, 9, 10, 58 และ 60 มีค่าเท่ากับ $-6.15E-06$ เปอร์เซ็นต์ (สตีเฟนส์มีค่าเพิ่มขึ้น) โดยค่าระดับความเสียหายดังกล่าวมีค่าน้อยมากจนเกือบเป็นศูนย์แต่น้อยกว่าศูนย์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดไว้ คือเมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายแล้ว สตีเฟนส์ของชิ้นส่วนในโครงสร้างต้องมีค่าลดลงเท่านั้น โดยต้องมีระดับความเสียหายอยู่ระหว่าง 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์

และเป็นที่น่าสนใจว่า

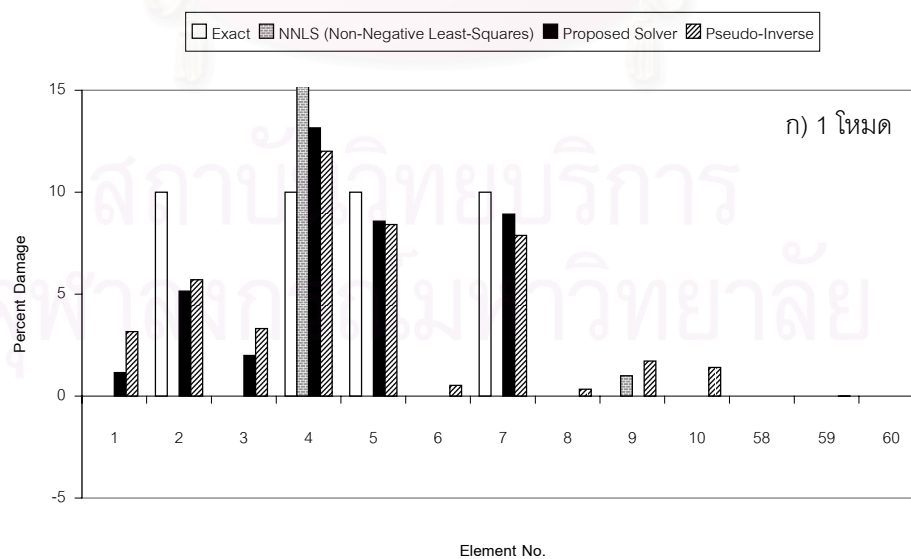
1. วิธีที่เสนอสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ โดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธี NNLS กล่าวคือในรูปที่ 3.25(ข) เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 2 โหมด วิธีที่เสนอให้คำตอบที่ถูกต้อง ขณะที่วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้องเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 3 โหมด ดังแสดงในรูปที่ 3.25(ค)
2. วิธี NNLS (Non-negative least-squares) ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส

ในรูปที่ 3.25(จ) และ 3.25(ฉ) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ

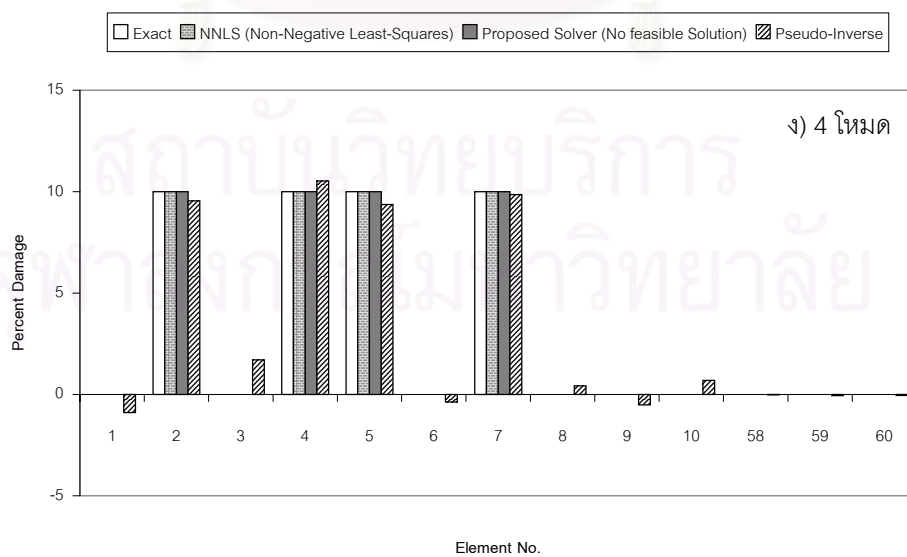
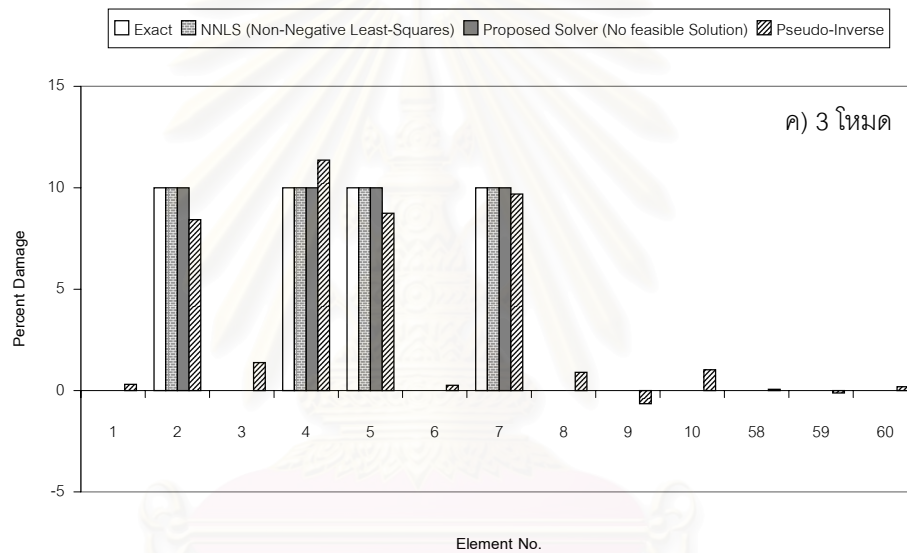
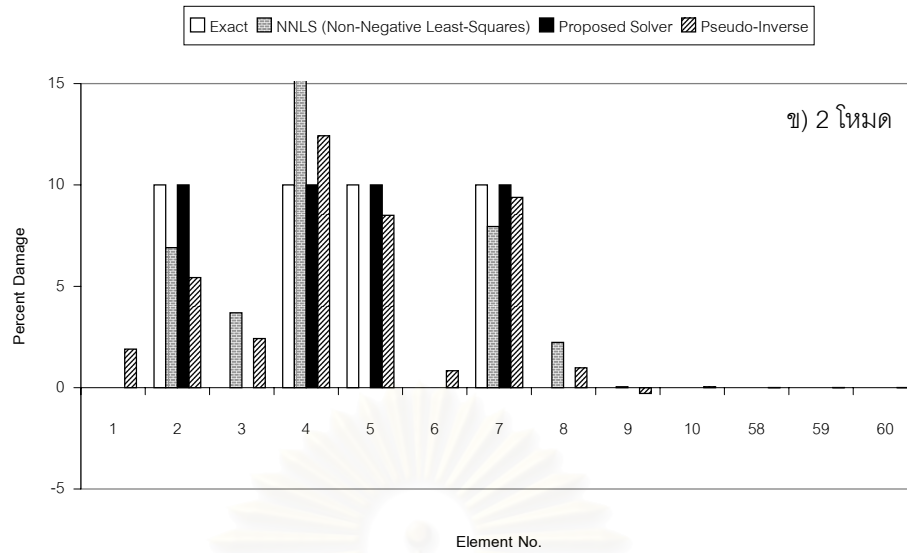
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.5 ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 7 เมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

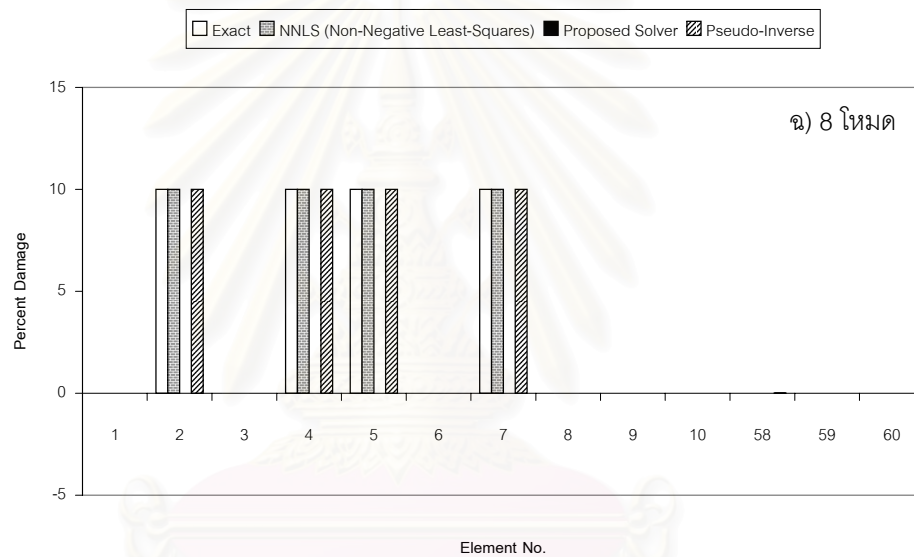
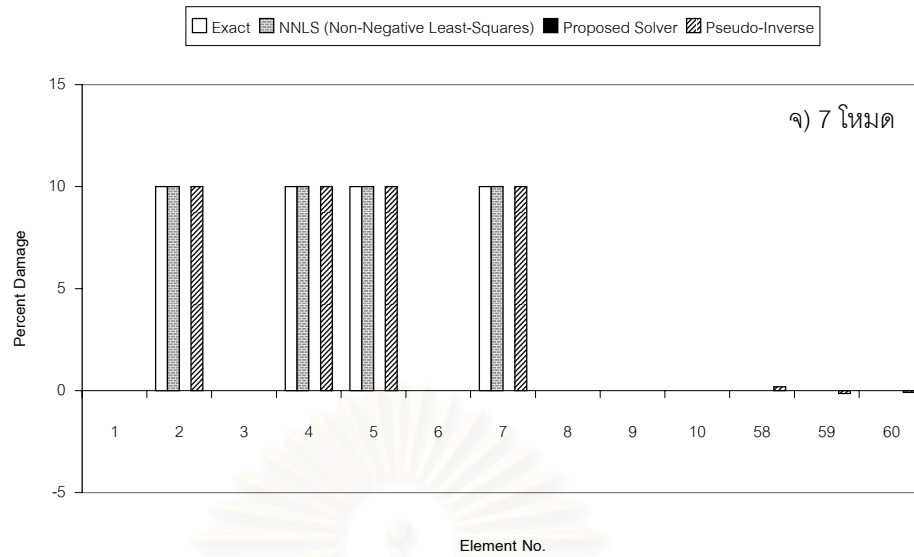
ชั้นที่	ระดับความเสียหายที่แท้จริง (%)	ระดับความเสียหายที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธี		
		NNLS (%)	Proposed Solver (%)	pseudo-inverse (%)
1	0	0	0.0003	0.3045
2	10	9.9999	9.9996	8.4314
3	0	0	4.97E-05	1.3756
4	10	10	10.0009	11.368
5	10	10	9.9992	8.7443
6	0	0	-6.15E-06	0.2636
7	10	9.9999	9.9996	9.6931
8	0	0.0001	0.0004	0.8991
9	0	0	-6.15E-06	-0.6464
10	0	0	-6.15E-06	1.0249
58	0	0	-6.15E-06	0.0591
59	0	0	0.0002	-0.122
60	0	0	-6.15E-06	0.1833



รูปที่ 3.25 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 7 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.25 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 7 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

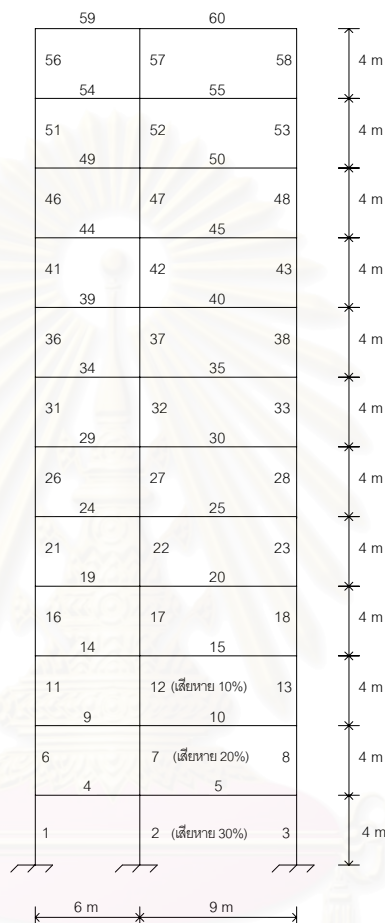


รูปที่ 3.25 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 7 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

h) กรณีศึกษาที่ 8

ในกรณีศึกษานี้ได้ทำการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด 60 ชิ้น โดยได้กำหนดให้ชิ้นส่วนที่ 2, 7 และ 12 เสียหาย 30, 20 และ 10 เปอร์เซนต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.26



รูปที่ 3.26 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 8 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 8 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏว่าทั้งสองสมมติฐานเป็นจริง กล่าวคือ

- 1) เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.27 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) จากรูปที่ 3.27(ข) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอ (proposed solver) และวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบจากทั้ง 2 วิธีที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

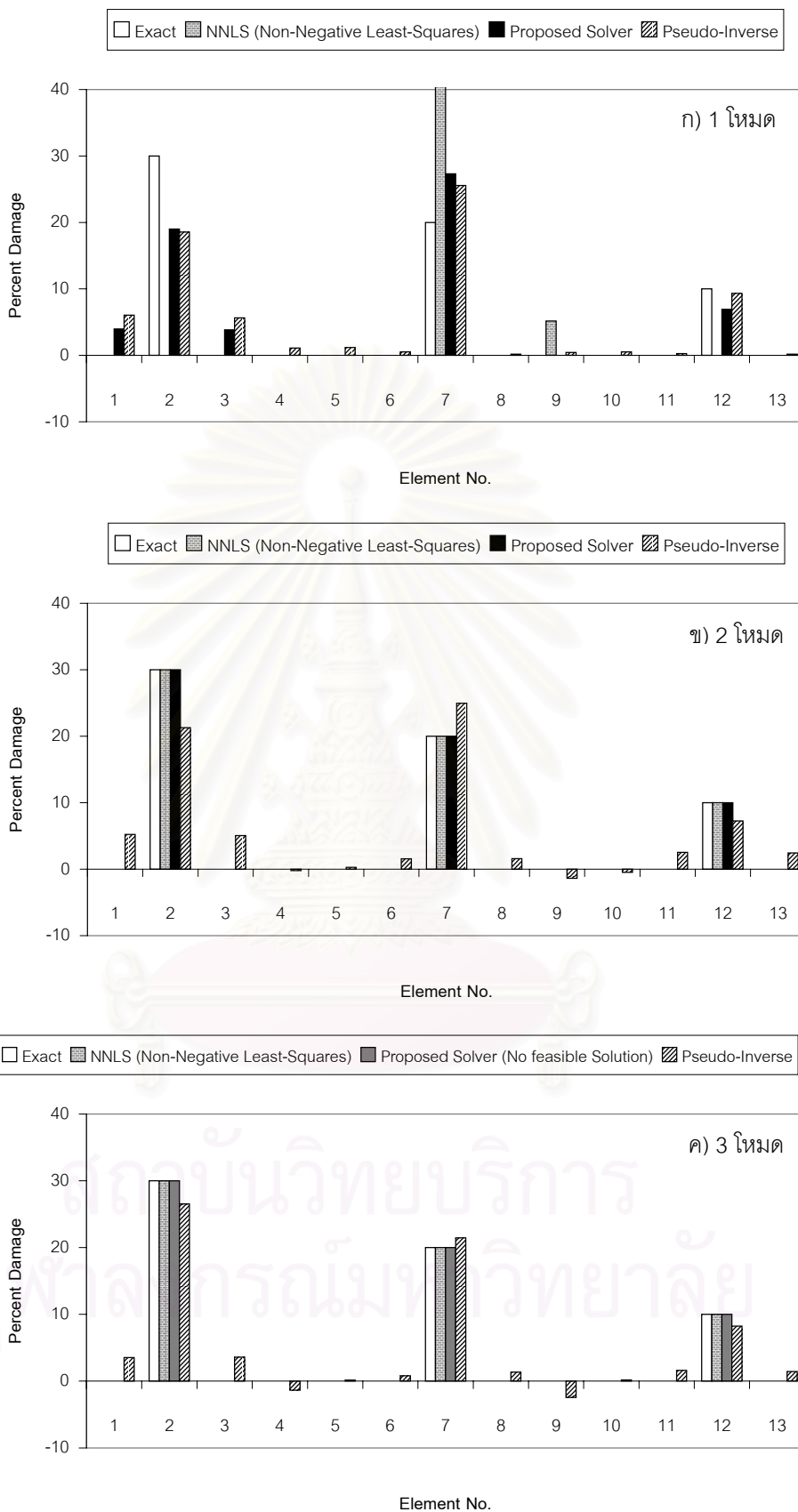
และเป็นที่น่าสังเกตว่า

1. วิธี NNLS (Non-negative least-squares) ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส (pseudo-inverse)
2. รูปที่ 3.27(ค) เมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ผลจากการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ กล่าวคือ จากตารางที่ 3.6 จะเห็นได้ว่า ระดับความเสียหายของชั้นส่วนที่ 3, 4, 5, 9, 10, 11 และ 13 มีค่าเท่ากับ $-2.33E-05$ เปอร์เซ็นต์ (สถิตินี้มีค่าเพิ่มขึ้น) โดยค่าระดับความเสียหายดังกล่าวมีค่าเกือบเป็นศูนย์แต่น้อยกว่าศูนย์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดไว้ คือ เมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายแล้ว สถิติของชั้นส่วนในโครงสร้างต้องมีค่าลดลงเท่านั้น โดยต้องมีระดับความเสียหายอยู่ระหว่าง 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์

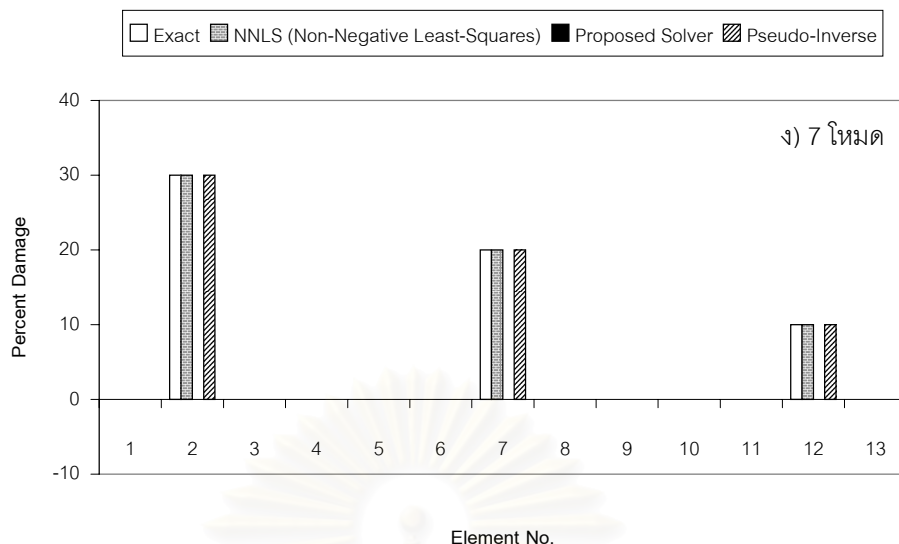
ในรูปที่ 3.27(ง) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น

ตารางที่ 3.6 ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 8 เมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

ชั้นที่	ระดับความเสียหายที่แท้จริง (เปอร์เซ็นต์)	ระดับความเสียหายที่ได้จากการใช้ Proposed Solver (เปอร์เซ็นต์)
1	0	0.00017
2	30	29.99985
3	0	-2.33E-05
4	0	-2.33E-05
5	0	-2.33E-05
6	0	0.00023
7	20	20.00010
8	0	0.000123
9	0	-2.33E-05
10	0	-2.33E-05
11	0	-2.33E-05
12	10	9.99988
13	0	-2.33E-05



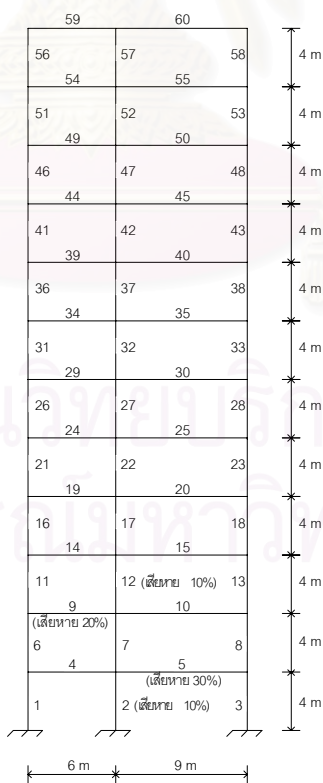
รูปที่ 3.27 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 8 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.27 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 8 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

i) กรณีศึกษาที่ 9

กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, 5, 9 และ 12 เสียหาย 10, 30, 20 และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.28



รูปที่ 3.28 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 9 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 9 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏว่าทั้งสองสมมติฐานเป็นจริง กล่าวคือ

- 1) เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.29 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหนด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) จากรูปที่ 3.29(ข) เมื่อใช้ 2 โหนดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอและวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบจากทั้ง 2 วิธีที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

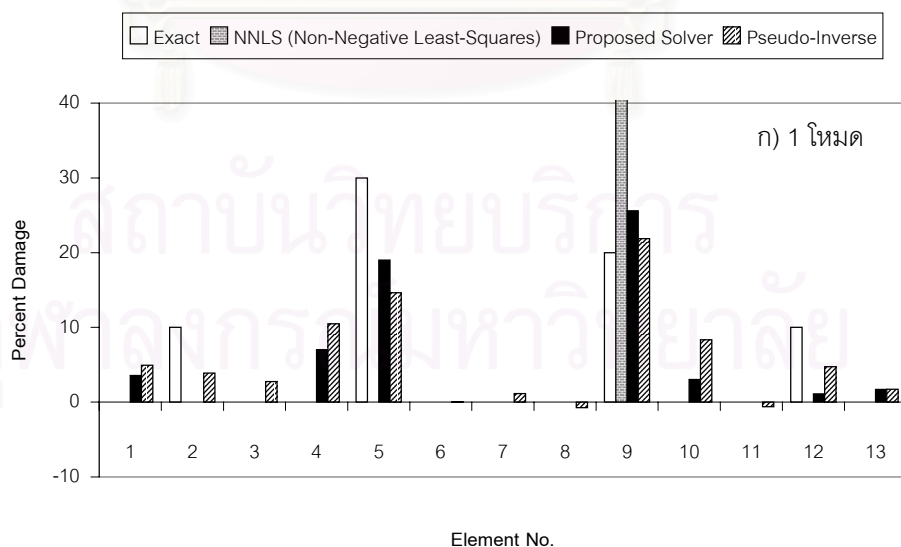
และเป็นที่น่าสนใจที่ว่า

1. วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส ซึ่งมีสาเหตุมาจาก (เคยกล่าวไว้แล้วในตอนต้น) วิธี NNLS สามารถแก้สมการหาคำตอบได้ทั้งกรณี under-determined system และ over-determined system ขณะที่วิธีซูโดอินเวอร์สให้คำตอบที่ถูกต้องเฉพาะกรณี over-determined system เท่านั้น
2. รูปที่ 3.29(ค) เมื่อใช้ 3 โหนดในการคำนวณ ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ กล่าวคือจากตารางที่ 3.7 จะเห็นได้ว่า ระดับความเสียหายของชิ้นส่วนที่ 4, 7, 8, 10 และ 11 มีค่าเท่ากับ $-6.71E-06$ เปอร์เซ็นต์ (สตีเฟนสมีค่าเพิ่มขึ้น) โดยค่าระดับความเสียหายดังกล่าวมีค่าเกือบเป็นศูนย์แต่น้อยกว่าศูนย์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดไว้ คือเมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายแล้ว สตีเฟนสของชิ้นส่วนในโครงสร้างต้องมีค่าลดลงเท่านั้น โดยต้องมีระดับความเสียหายอยู่ระหว่าง 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์

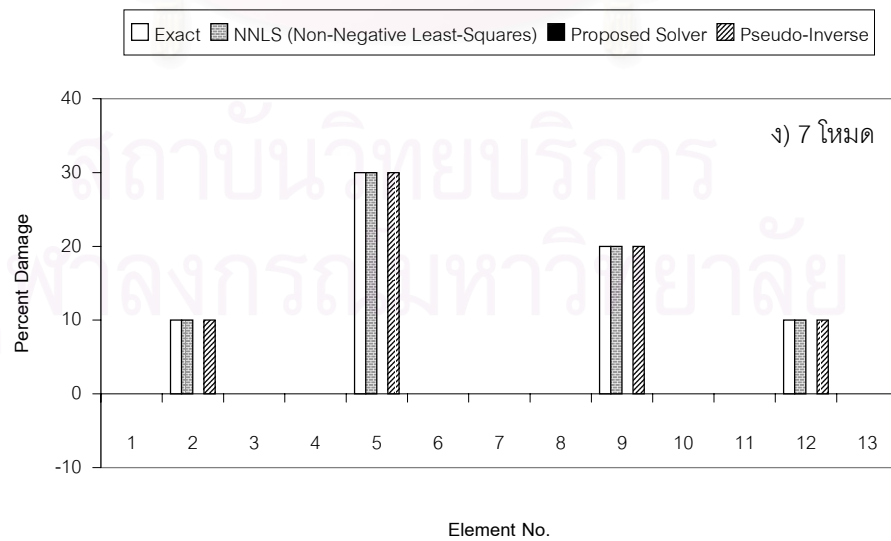
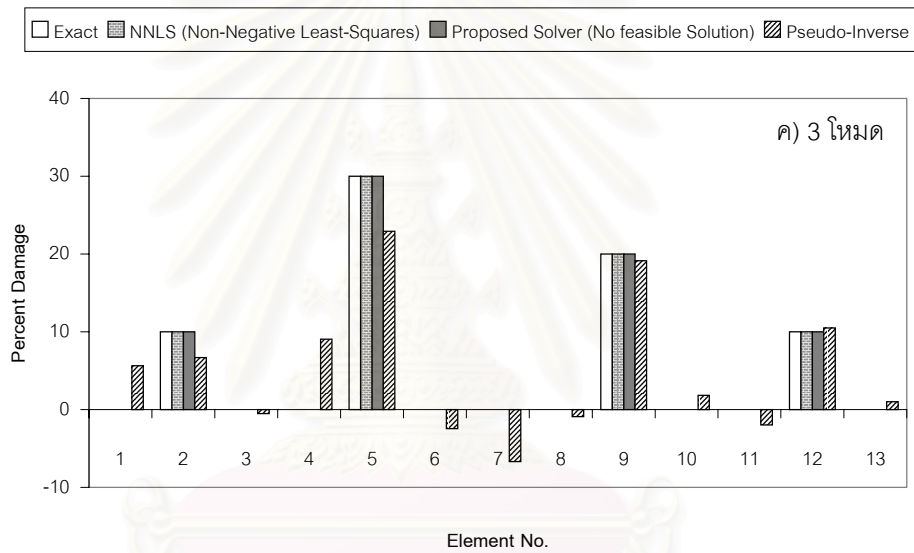
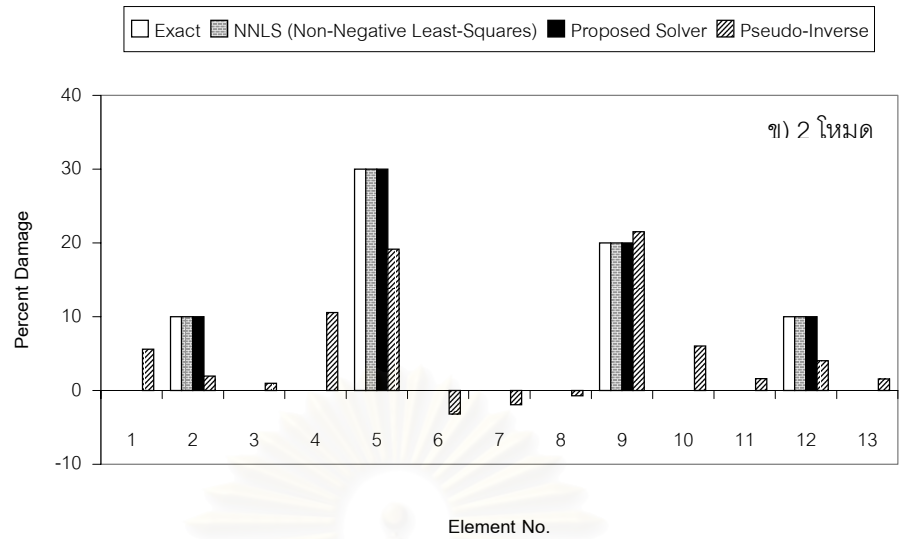
ในรูปที่ 3.29(ง) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ

ตารางที่ 3.7 ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 9 เมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

ชั้นที่	ระดับความเสียหายที่แท้จริง (เปอร์เซ็นต์)	ระดับความเสียหายที่ได้จากการใช้ Proposed Solver (เปอร์เซ็นต์)
1	0	0.00067
2	10	9.99925
3	0	0.00031
4	0	-6.71E-06
5	30	29.99995
6	0	0.00029
7	0	-6.71E-06
8	0	-6.71E-06
9	20	19.99998
10	0	-6.71E-06
11	0	-6.71E-06
12	10	9.99997
13	0	2.00E-05



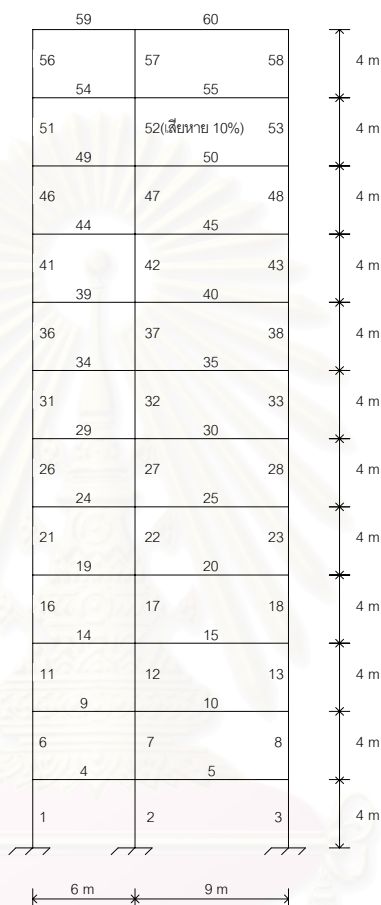
รูปที่ 3.29 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 9 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.29 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 9 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

j) กรณีศึกษาที่ 10

ในกรณีศึกษานี้ได้ทำการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชั้นส่วน 60 ชั้น โดยกำหนดให้มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหายเพียงชั้นเดียวเท่านั้นคือ ชั้นส่วนที่ 52 เกิดความเสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.30



รูปที่ 3.30 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 10 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 10 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏว่าทั้งสองสมมติฐานเป็นจริง กล่าวคือ

- 1) เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.31 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 1 และ 2 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) จากรูปที่ 3.31(ก) เมื่อใช้ 1 โหมดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอ (proposed solver) และวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบจากทั้ง 2 วิธีที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

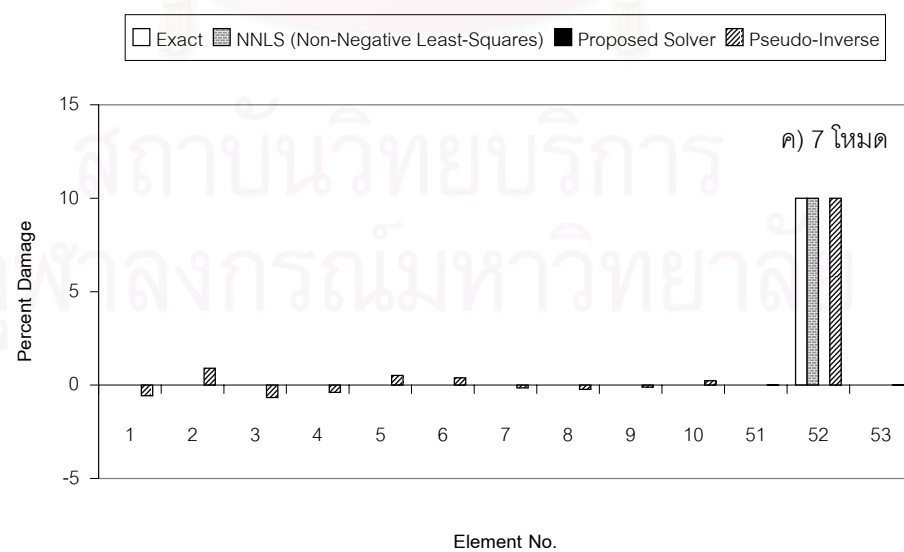
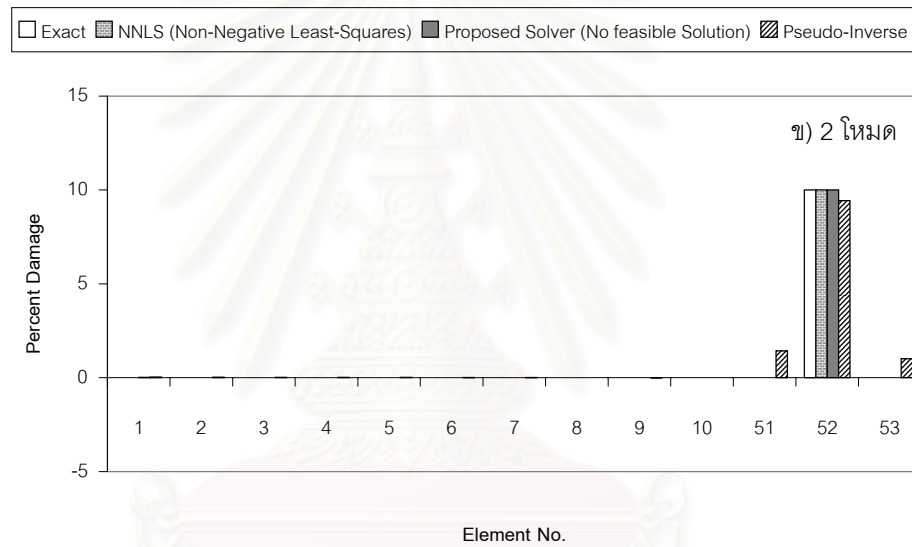
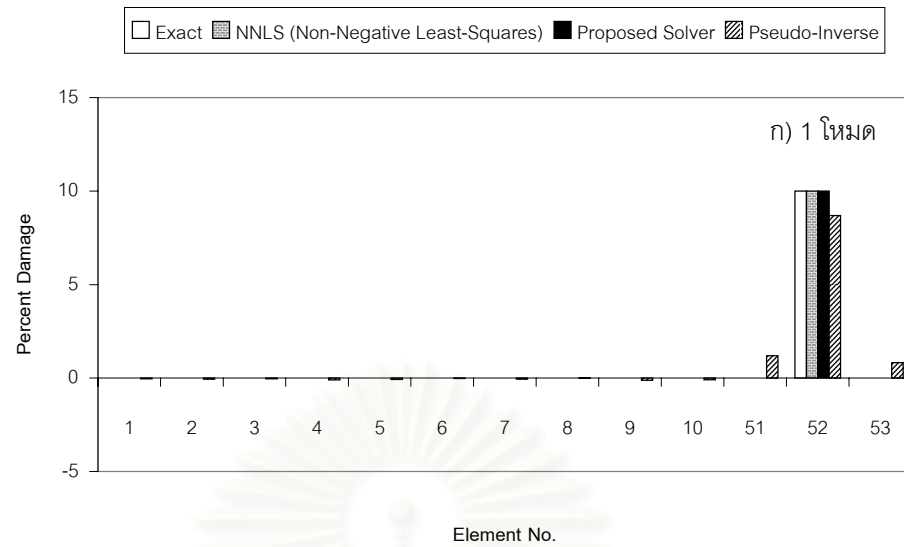
และเป็นที่น่าสังเกตว่า

1. วิธี NNLS (Non-negative least-squares) ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส (pseudo-inverse)
2. รูปที่ 3.31(ข) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ กล่าวคือ จากตารางที่ 3.8 จะเห็นได้ว่า ระดับความเสียหายของชิ้นส่วนที่ 2 ถึง 11 และชิ้นส่วนที่ 13 มีค่าเท่ากับ -0.0007 เปอร์เซ็นต์ (สถิติเนสมีค่าเพิ่มขึ้น) โดยค่าระดับความเสียหายดังกล่าวมีค่าเกือบเป็นศูนย์แต่น้อยกว่าศูนย์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดได้ คือ เมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายแล้ว สถิติเนสของชิ้นส่วนในโครงสร้างต้องมีค่าลดลงเท่านั้น โดยต้องมีระดับความเสียหายอยู่ระหว่าง 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์

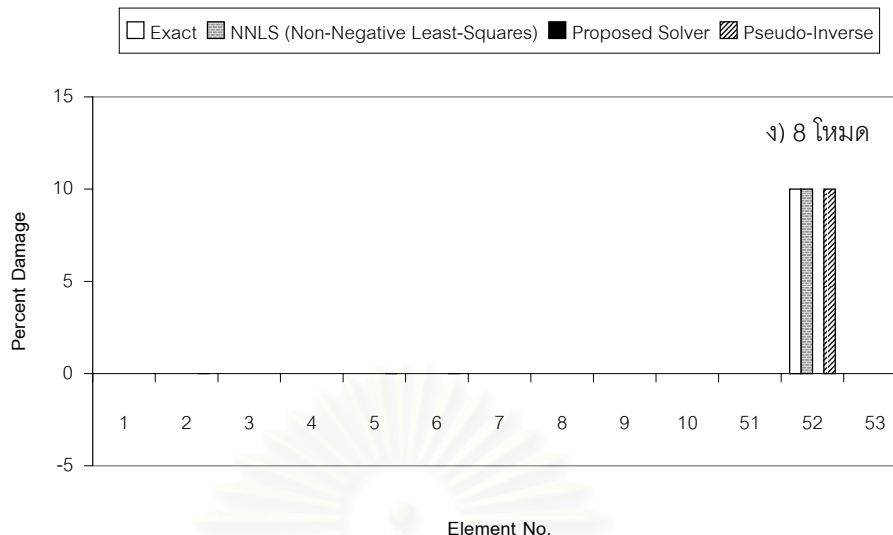
ในรูปที่ 3.31(ค) และ 3.31(ง) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น

ตารางที่ 3.8 ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 10 เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

ชิ้นที่	ระดับความเสียหายที่แท้จริง (เปอร์เซ็นต์)	ระดับความเสียหายที่ได้จากการใช้ Proposed Solver (เปอร์เซ็นต์)
1	0	0.0145
2	0	-0.0007
3	0	-0.0007
4	0	-0.0007
5	0	-0.0007
6	0	-0.0007
7	0	-0.0007
8	0	-0.0007
9	0	-0.0007
10	0	-0.0007
11	0	-0.0007
12	10	9.9999
13	0	-0.0007



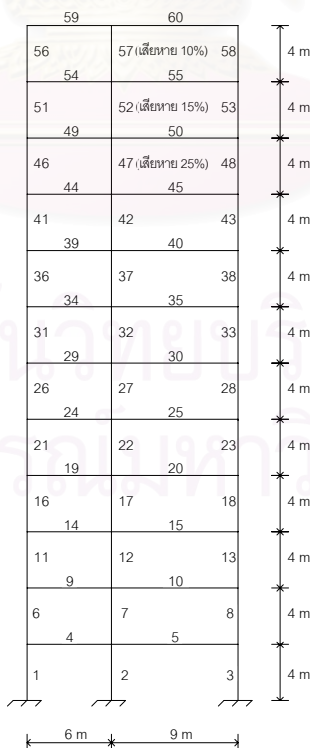
รูปที่ 3.31 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 10 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.31 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 10 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

k) กรณีศึกษาที่ 11

กำหนดให้มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 3 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 47, 52 และ 57 เกิดความเสียหาย 25, 15 และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.32



รูปที่ 3.32 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 11 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 11 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏผลดังต่อไปนี้

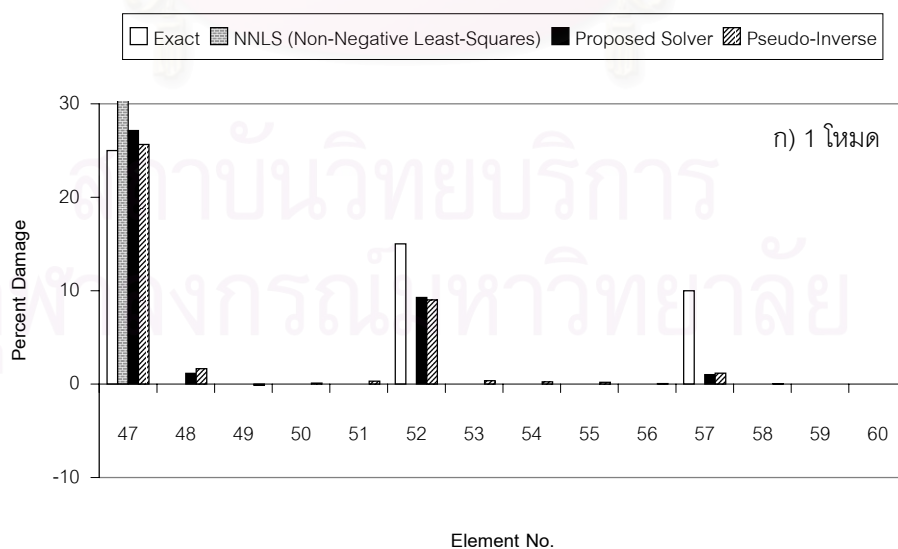
- 1) สมมติฐานที่ 1 เป็นจริง กล่าวคือ เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.33 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
3. ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ เนื่องจากเมื่อใช้ 2 โหนดในการคำนวณ ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ กล่าวคือจากตารางที่ 3.9 จะเห็นได้ว่าระดับความเสียหายของชิ้นส่วนที่ 48 ถึง 51, 53 ถึง 56 และ 58 ถึง 60 มีค่าเท่ากับ $-4.01E-05$ เปอร์เซ็นต์ (สถิติเนสมีค่าเพิ่มขึ้น) โดยค่าระดับความเสียหายดังกล่าวมีค่าเกือบเป็นศูนย์แต่น้อยกว่าศูนย์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดไว้ คือ เมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายแล้ว สถิติเนสของชิ้นส่วนในโครงสร้างต้องมีค่าลดลงเท่านั้น โดยต้องมีระดับความเสียหายอยู่ระหว่าง 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์

เป็นที่น่าสังเกตว่า วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์สซึ่งมีสาเหตุมาจากวิธี NNLS สามารถแก้สมการหาคำตอบได้ทั้งกรณี under-determined system และ over-determined system ขณะที่วิธีซูโดอินเวอร์สให้คำตอบที่ถูกต้องเฉพาะกรณี over-determined system เท่านั้น

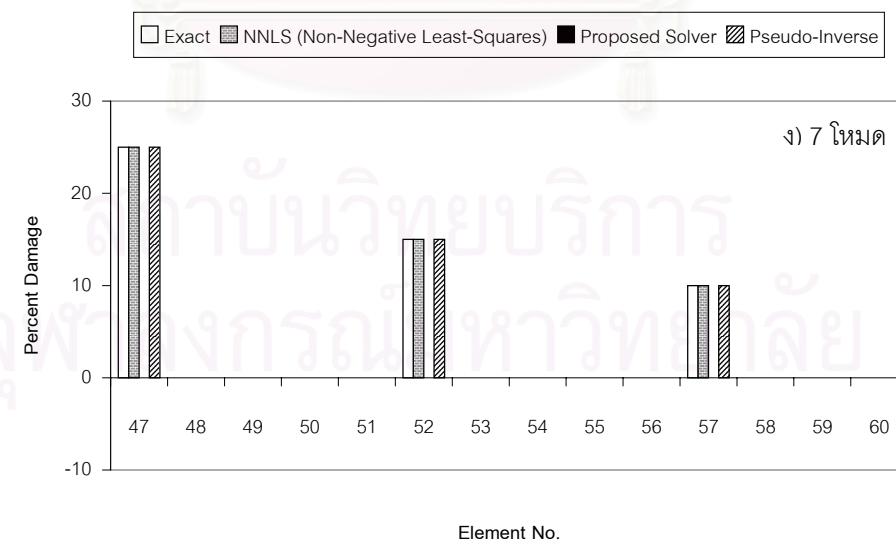
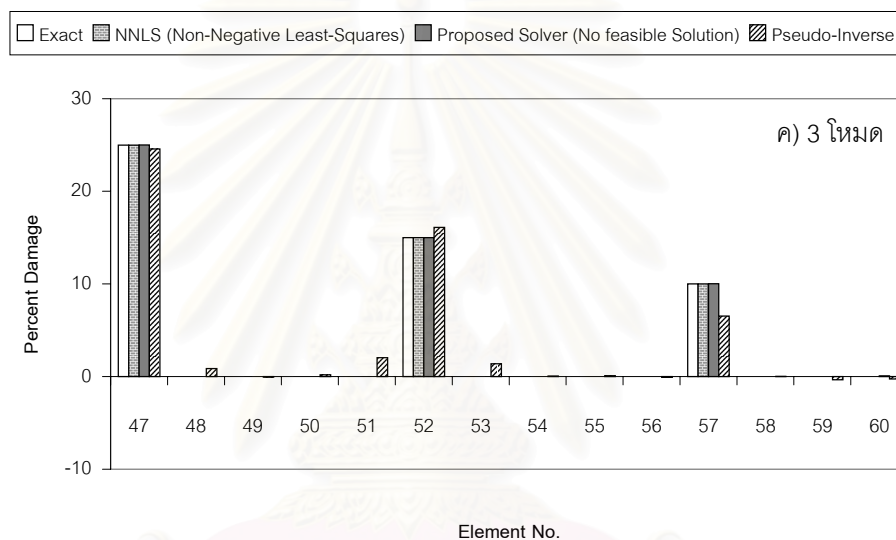
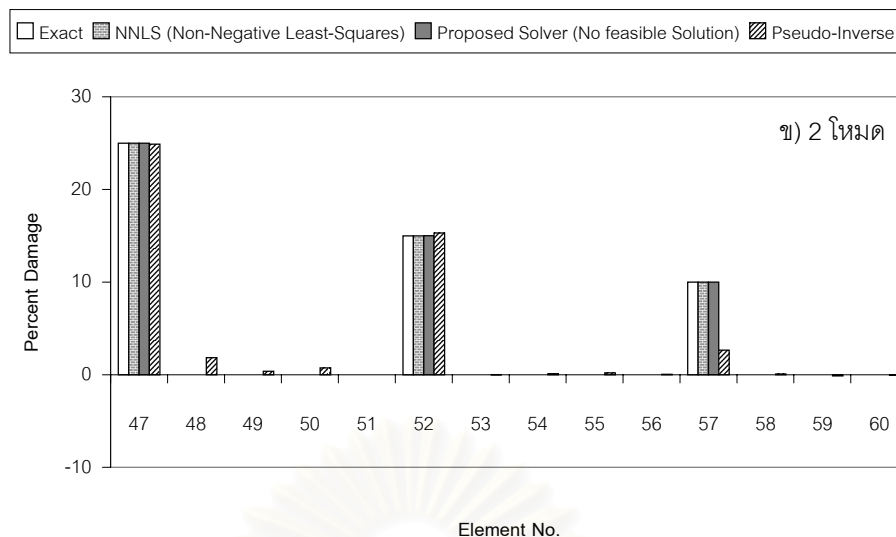
ในรูปที่ 3.33(ง) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น ส่วนกรณีที่ระบบสมการเป็น over-determined system ผู้เขียนขอแนะนำให้ใช้วิธี NNLS ในการแก้สมการ

ตารางที่ 3.9 ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 11 เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

ชั้นที่	ระดับความเสียหายที่แท้จริง (เปอร์เซ็นต์)	ระดับความเสียหายที่ได้จากการใช้ Proposed Solver (เปอร์เซ็นต์)
47	25	24.99913
48	0	-4.01E-05
49	0	-4.01E-05
50	0	-4.01E-05
51	0	-4.01E-05
52	15	15.00255
53	0	-4.01E-05
54	0	-4.01E-05
55	0	-4.01E-05
56	0	-4.01E-05
57	10	9.99426
58	0	-4.01E-05
59	0	-4.01E-05
60	0	-4.01E-05



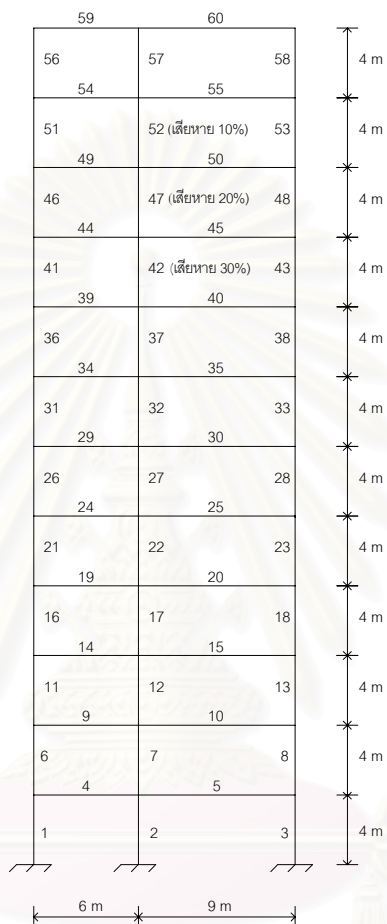
รูปที่ 3.33 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 11 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.33 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 11 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

1) กรณีศึกษาที่ 12

ในกรณีศึกษานี้ได้ทำการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชั้นส่วน 60 ชั้น โดยกำหนดให้มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 3 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 42, 47 และ 52 เกิดความเสียหาย 30, 20 และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.34



รูปที่ 3.34 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 12 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 12 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏว่าทั้งสองสมมติฐานเป็นจริง กล่าวคือ

- 1) เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.35 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) จากรูปที่ 3.35(ข) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ คำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอและวิธี NNLS ตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบจากทั้ง 2 วิธีที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 2 เป็นจริงในกรณีนี้

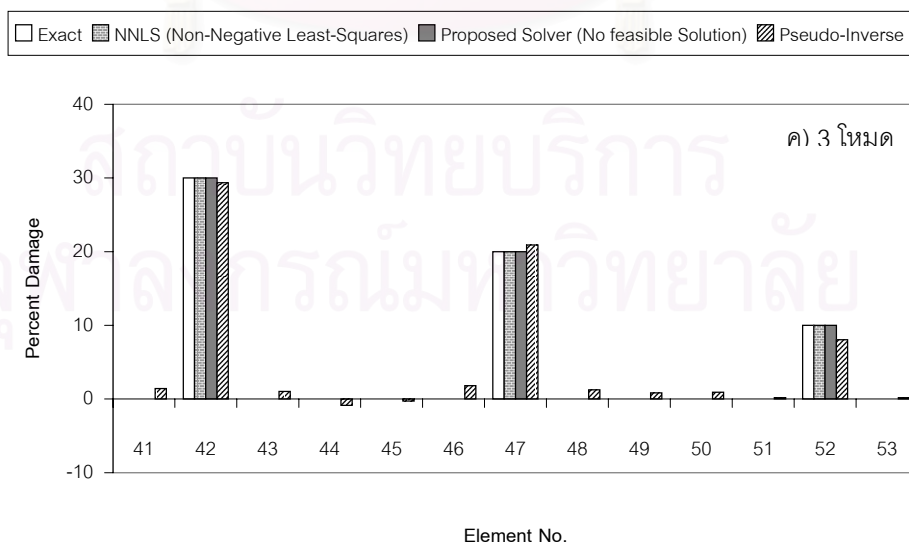
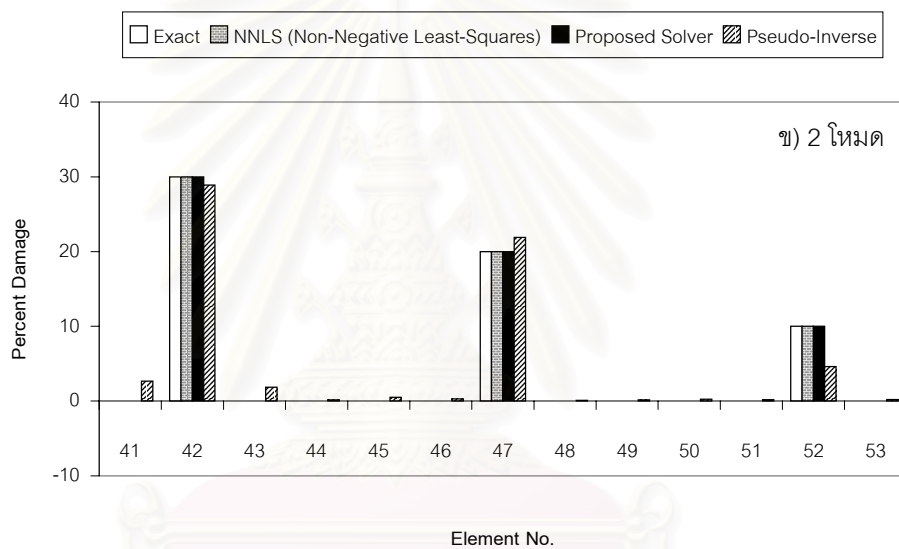
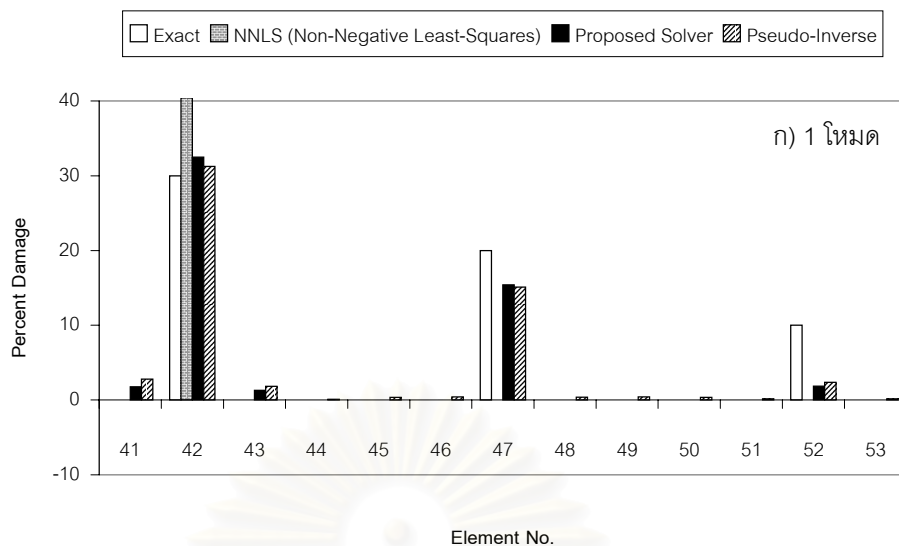
และเป็นที่น่าสังเกตว่า

1. วิธี NNLS (Non-negative least-squares) ให้คำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส (pseudo-inverse)
2. รูปที่ 3.35(ค) เมื่อใช้ 3 โหนดในการคำนวณ ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ กล่าวคือ จากตารางที่ 3.10 จะเห็นได้ว่า ระดับความเสียหายของชิ้นส่วนที่ 41, 44, 46, 48, 50, 51 และ 53 มีค่าเท่ากับ -0.0017 เปอร์เซ็นต์ (สถิติเนสมีค่าเพิ่มขึ้น) โดยค่าระดับความเสียหายดังกล่าวมีค่าเกือบเป็นศูนย์แต่น้อยกว่าศูนย์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดไว้ คือเมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายแล้ว สถิติเนสของชิ้นส่วนในโครงสร้างต้องมีค่าลดลงเท่านั้น โดยต้องมีระดับความเสียหายอยู่ระหว่าง 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์

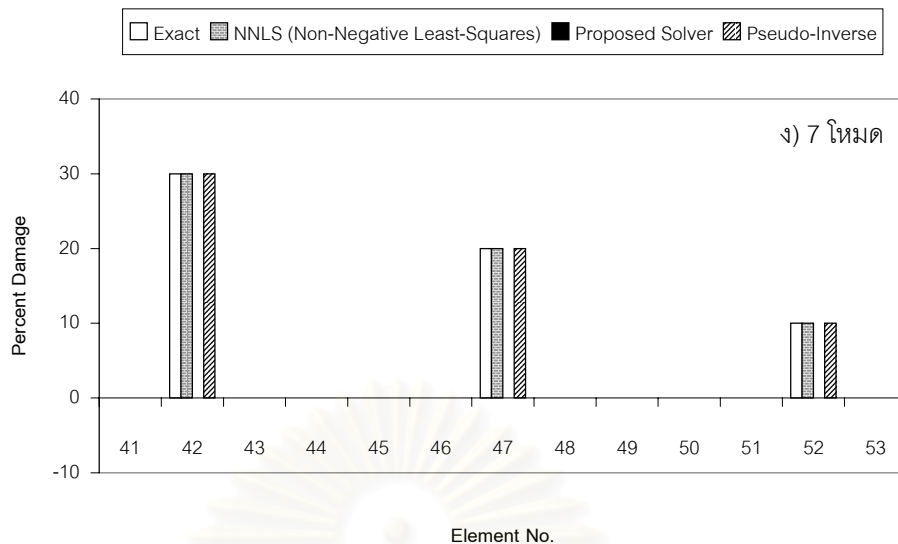
ในรูปที่ 3.35(ง) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น

ตารางที่ 3.10 ผลการคำนวณด้วยวิธีที่เสนอในกรณีศึกษาที่ 12 เมื่อใช้ 3 โหนดในการคำนวณ ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

ชิ้นที่	ระดับความเสียหายที่แท้จริง (เปอร์เซ็นต์)	ระดับความเสียหายที่ได้จากการใช้ Proposed Solver (เปอร์เซ็นต์)
41	0	-0.0017
42	30	30.0009
43	0	-0.0003
44	0	-0.0017
45	0	0.0003
46	0	-0.0017
47	20	19.9981
48	0	-0.0017
49	0	0.0055
50	0	-0.0017
51	0	-0.0017
52	10	10.0037
53	0	-0.0017



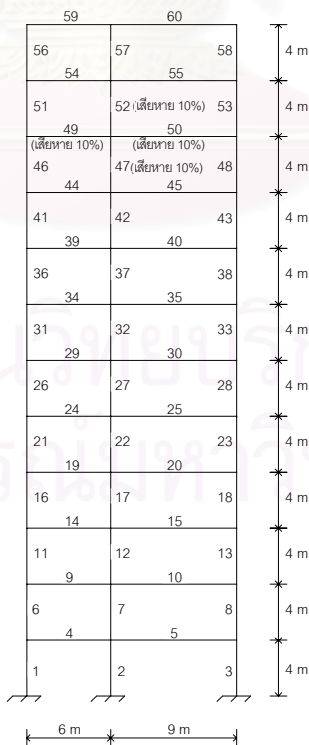
รูปที่ 3.35 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 12 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.35 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 12 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

m) กรณีศึกษาที่ 13

กำหนดให้มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 4 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 47, 49, 50 และ 52 โดยทุกชั้นเกิดความเสียหายเท่ากับ 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.36



รูปที่ 3.36 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 13 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

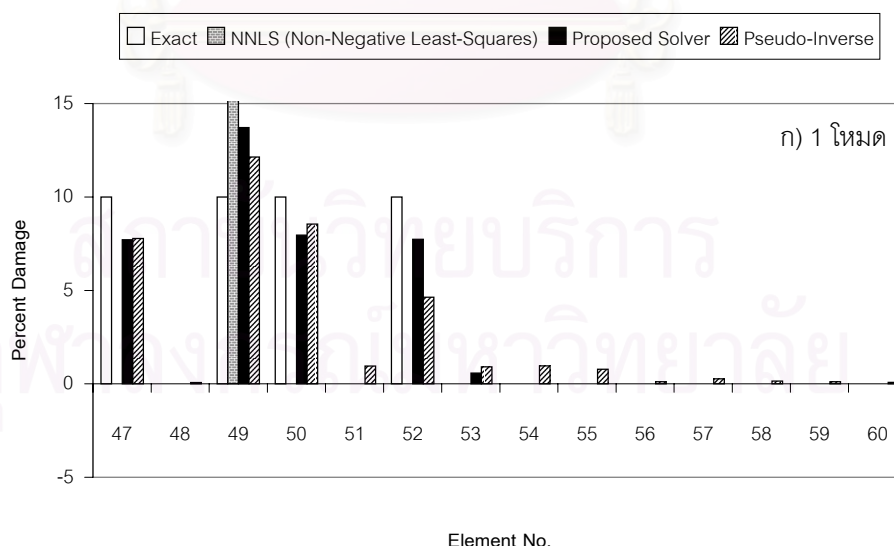
จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง 60 ชั้น ในกรณีศึกษาที่ 13 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏผลดังต่อไปนี้

- 1) สมมติฐานที่ 1 เป็นจริง กล่าวคือ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.37 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 3 และ 4 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ เนื่องจากตั้งแต่ 3 โหมดเป็นต้นไป (ในรูปที่ 3.37(ค)) ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอเกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ ดังนั้นจึงทำให้ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ในกรณีศึกษา

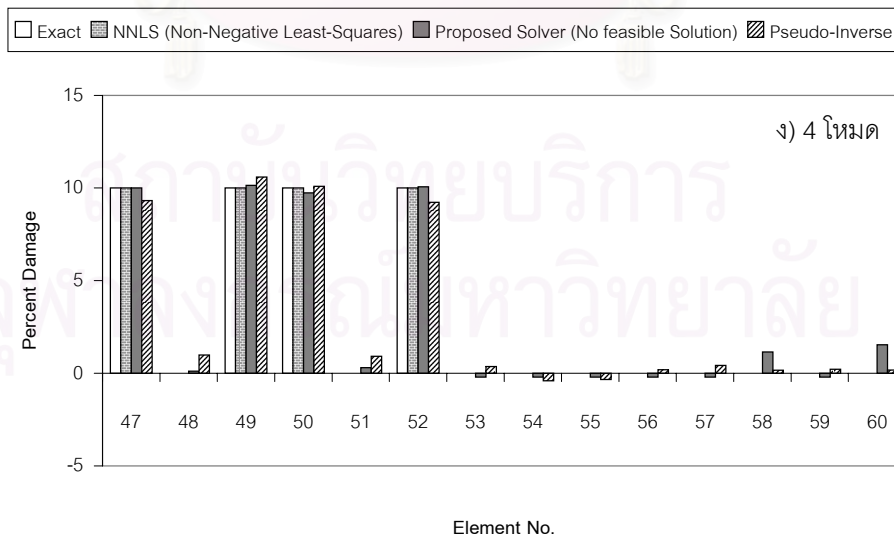
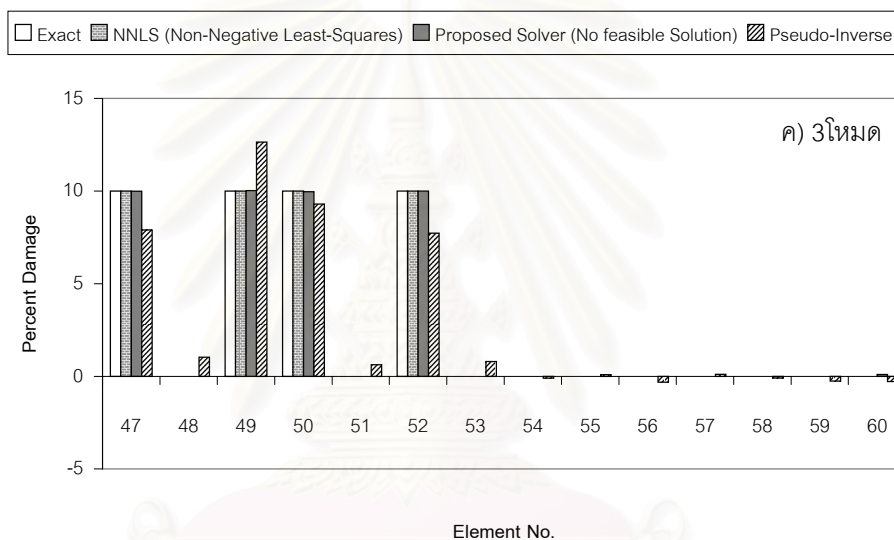
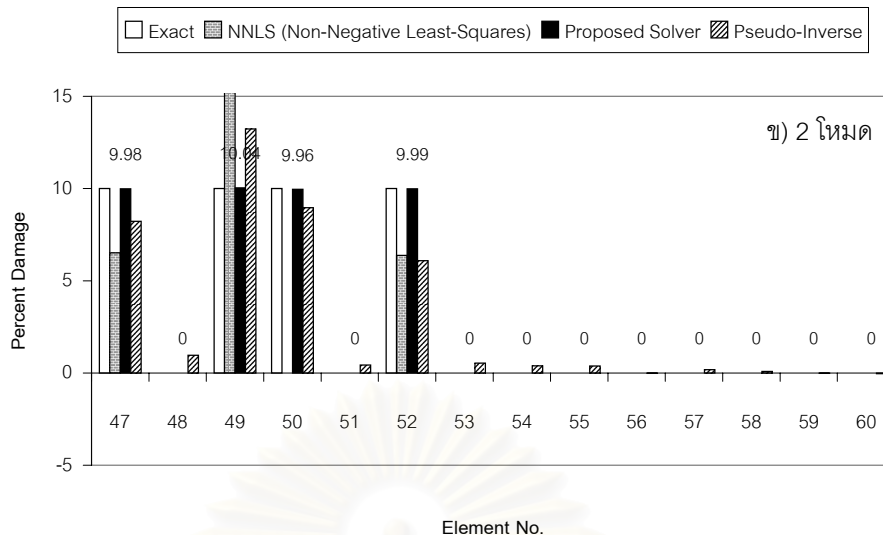
เป็นที่น่าสังเกตว่า

1. วิธีที่เสนอ (proposed solver) สามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธี NNLS กล่าวคือ ในรูปที่ 3.37(ข) เมื่อใช้ 2 โหมดในการคำนวณ วิธีที่เสนอให้คำตอบที่ถูกต้อง (ผิดพลาดไม่เกิน 1 เปอร์เซ็นต์) ขณะที่วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้อง จากการคำนวณด้วย 3 โหมด ดังแสดงในรูปที่ 3.37(ค)
2. วิธี NNLS (Non-negative least-squares) ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส (pseudo-inverse)

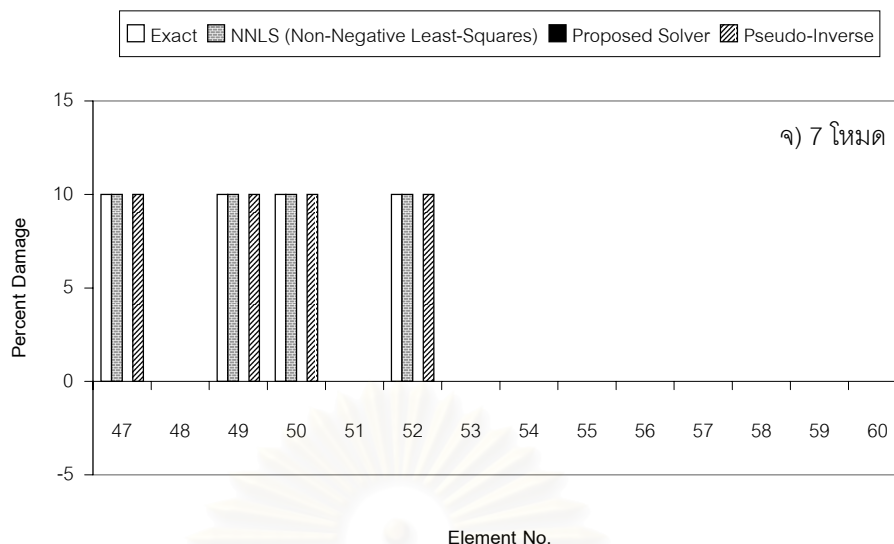
ในรูปที่ 3.37(จ) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น



รูปที่ 3.37 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 13 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



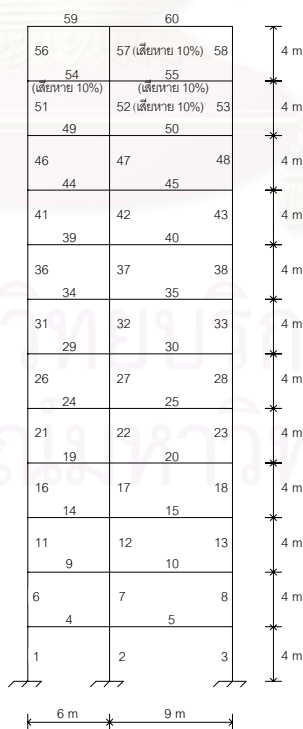
รูปที่ 3.37 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 13 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (ตัวเลขที่แสดงบนรูปที่ 3.37(ข) คือผลการทำนายความเสียหายจากวิธี Proposed Solver)



รูปที่ 3.37 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 13 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่

n) กรณีศึกษาที่ 14

กำหนดให้มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 4 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 52, 54, 55 และ 57 โดยทุกชั้นเกิดความเสียหายเท่ากับ 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.38



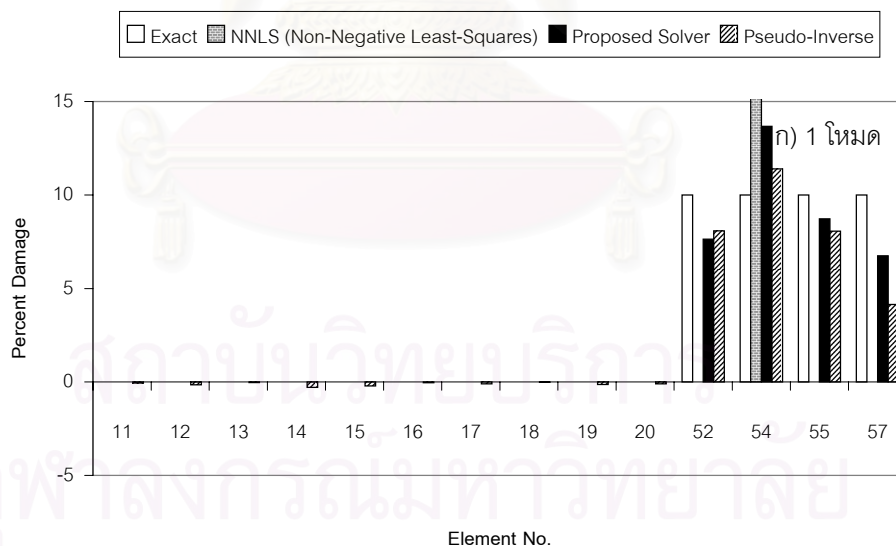
รูปที่ 3.38 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 14 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง 60 ชั้น ในกรณีศึกษาที่ 14 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏผลดังต่อไปนี้

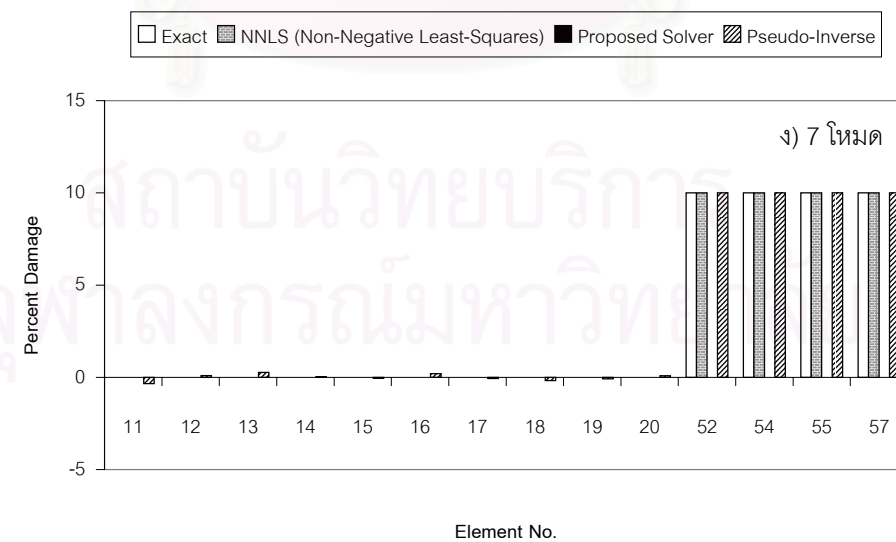
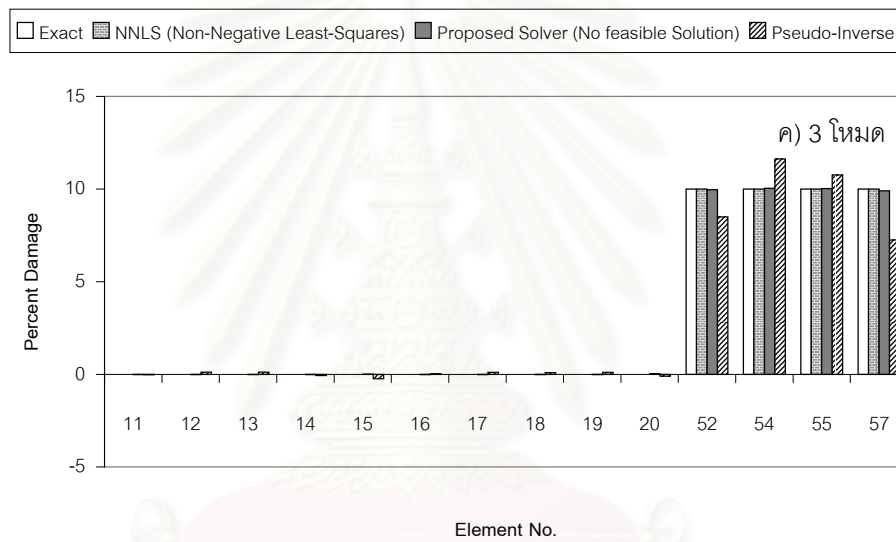
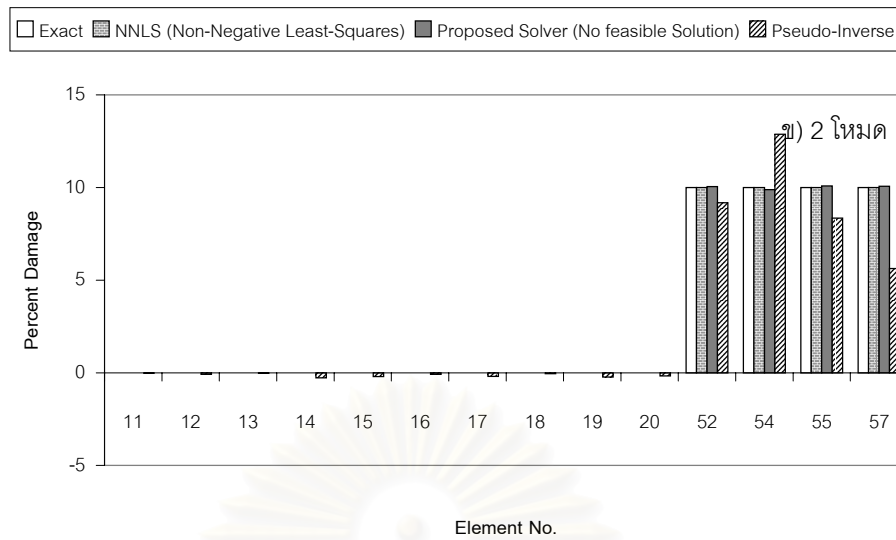
- 1) สมมติฐานที่ 1 เป็นจริง กล่าวคือ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.39 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 2 และ 3 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ เนื่องจากตั้งแต่ 2 โหมดเป็นต้นไป (ในรูปที่ 3.39(ข)) ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ ดังนั้นจึงทำให้ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ในกรณีศึกษา

และเป็นที่น่าสนใจว่า วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีชูไดอินเวอร์ส ซึ่งมีสาเหตุมาจากวิธี NNLS สามารถแก้สมการหาคำตอบได้ทั้งกรณี under-determined system และ over-determined system ขณะที่วิธีชูไดอินเวอร์สให้คำตอบที่ถูกต้องเฉพาะกรณี over-determined system เท่านั้น

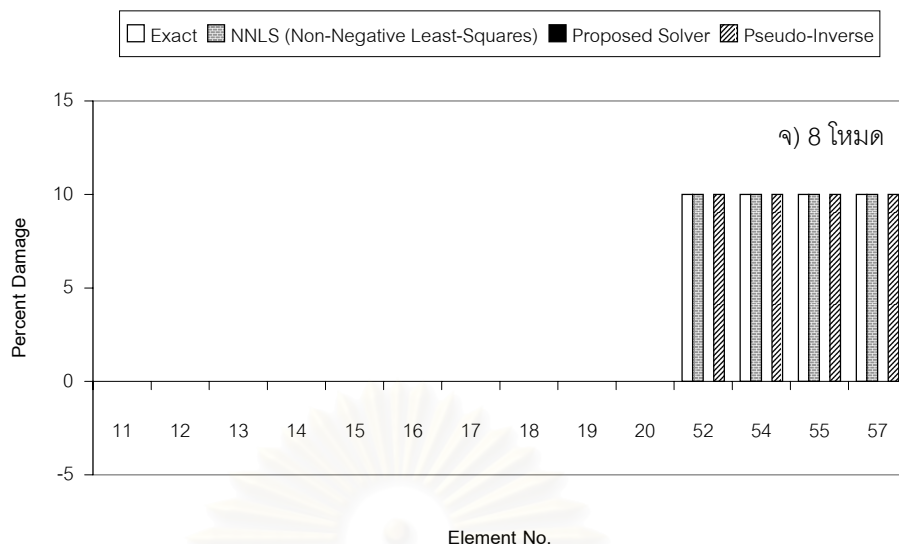
ในรูปที่ 3.39(ง) และ 3.39(จ) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น



รูปที่ 3.39 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 14 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



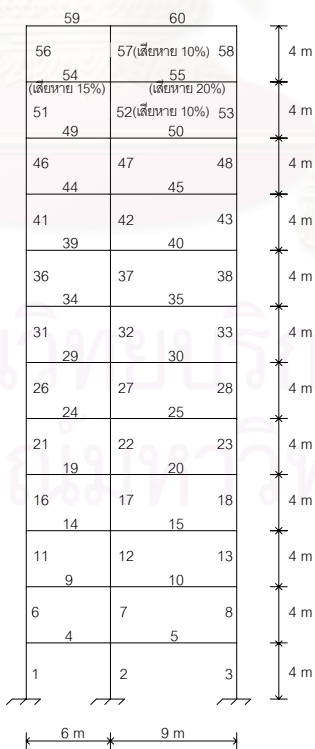
รูปที่ 3.39 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 14 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.39 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 14 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

o) กรณีศึกษาที่ 15

กำหนดให้มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 4 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 52, 54, 55 และ 57 เกิดความเสียหายเท่ากับ 10, 15, 20 และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.40



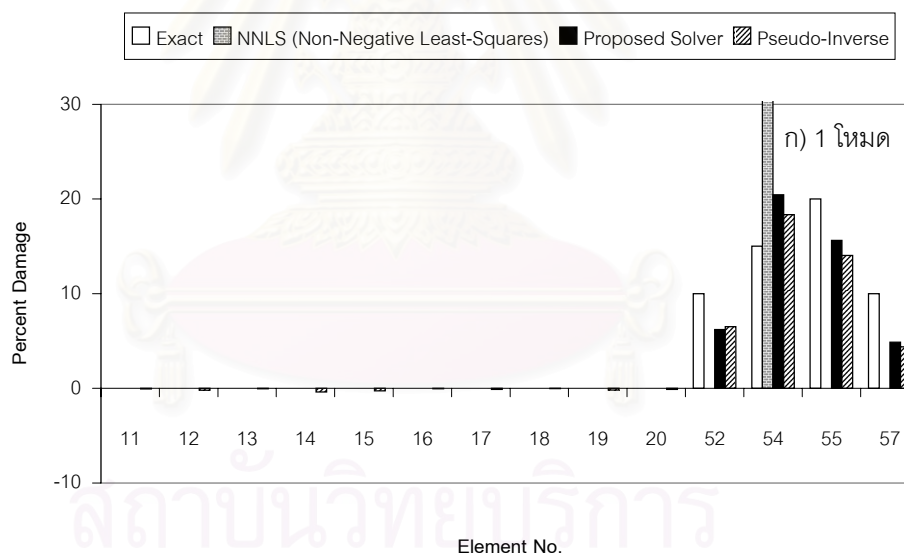
รูปที่ 3.40 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 15 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง 60 ชั้น ในกรณีศึกษาที่ 15 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏผลดังต่อไปนี้

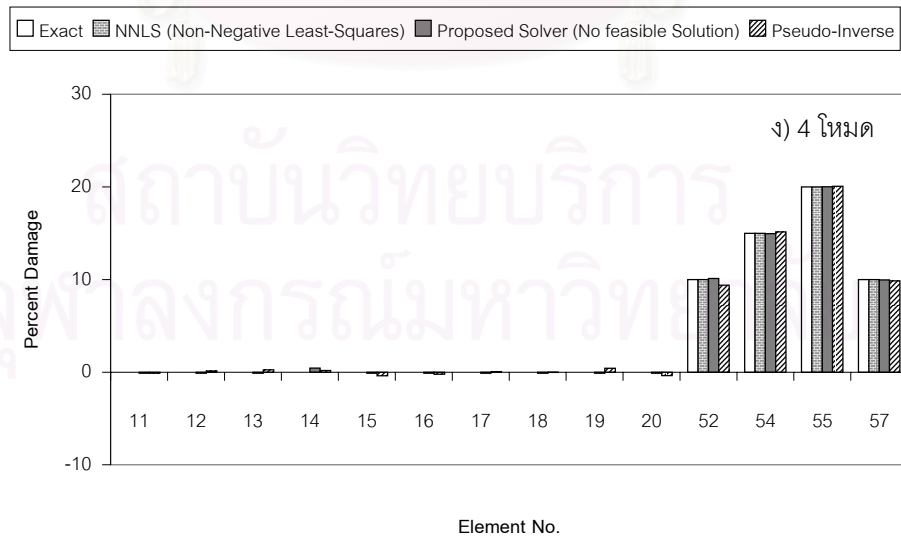
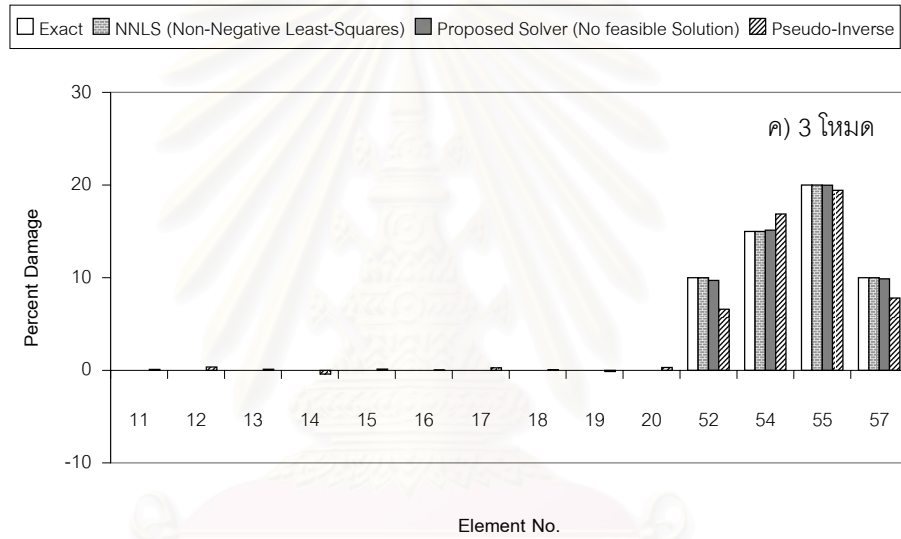
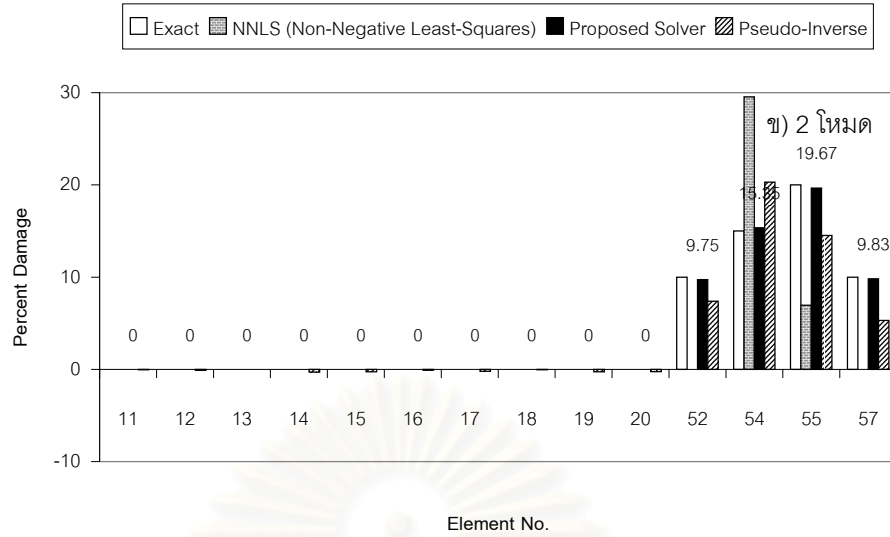
- 1) สมมติฐานที่ 1 เป็นจริง กล่าวคือ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.41 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 3 และ 4 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ เนื่องจากตั้งแต่ 3 โหมดเป็นต้นไป (ในรูปที่ 3.41(ค)) ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ ดังนั้นจึงทำให้ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ในกรณีศึกษา

และเป็นที่น่าสังเกตว่า วิธี NNLS (Non-negative least-squares) ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส (pseudo-inverse)

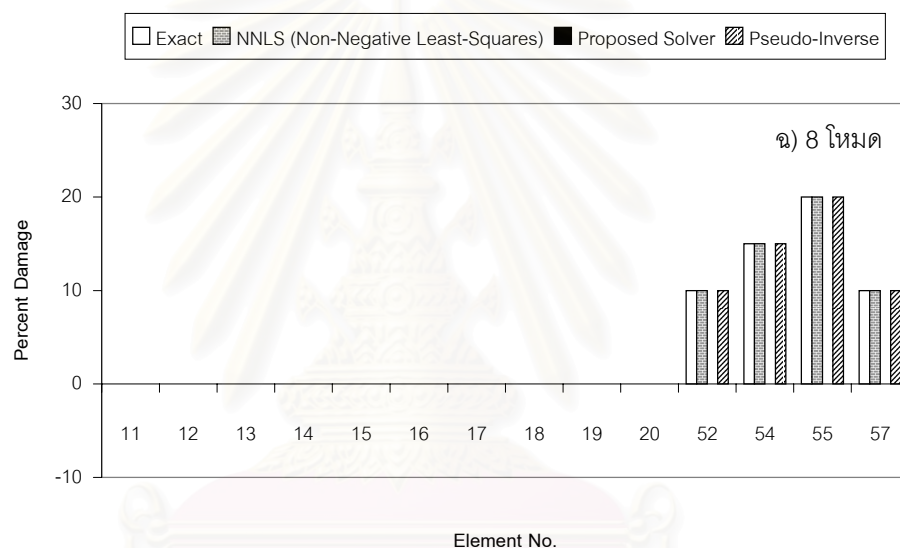
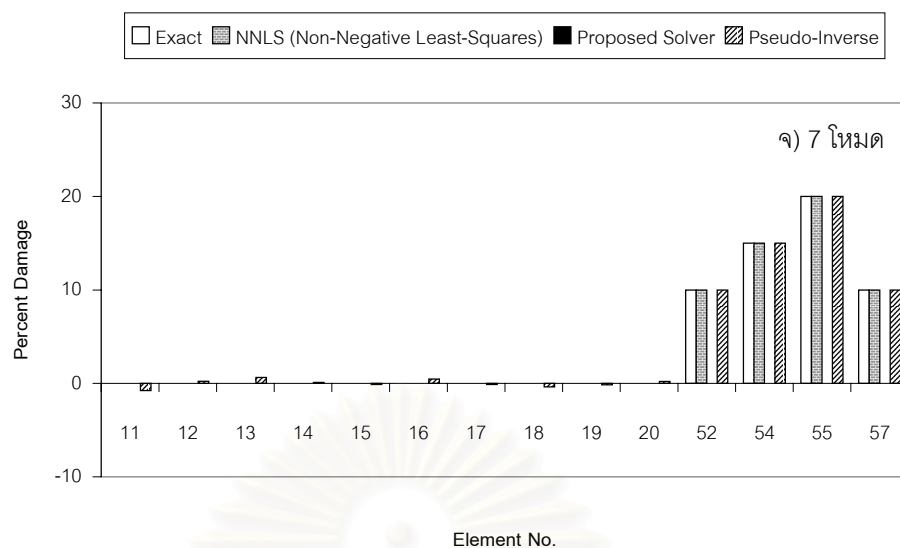
ในรูปที่ 3.41(จ) และ 3.41(ฉ) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น



รูปที่ 3.41 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 15 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.41 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 15 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (ตัวเลขที่แสดงบนรูปที่ 3.41(ข) คือผลการทำนายความเสียหายจากวิธี proposed solver)

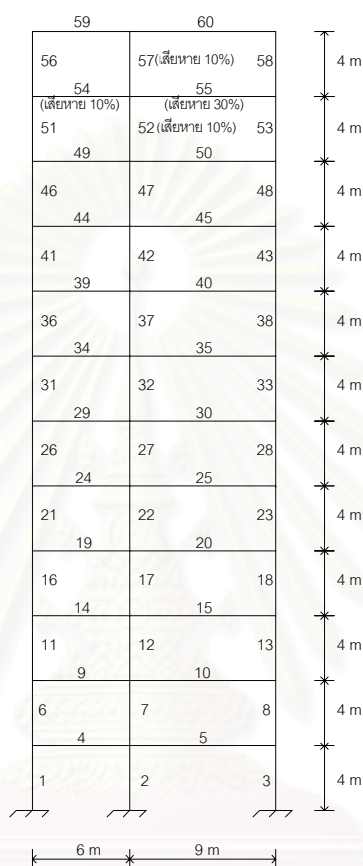


รูปที่ 3.41 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 15 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

p) กรณีศึกษาที่ 16

ในกรณีศึกษานี้ได้ทำการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชั้นส่วน 60 ชั้น โดยกำหนดให้มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 4 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 52, 54, 55 และ 57 เกิดความเสียหายเท่ากับ 10, 10, 30 และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.42



รูปที่ 3.42 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 16 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

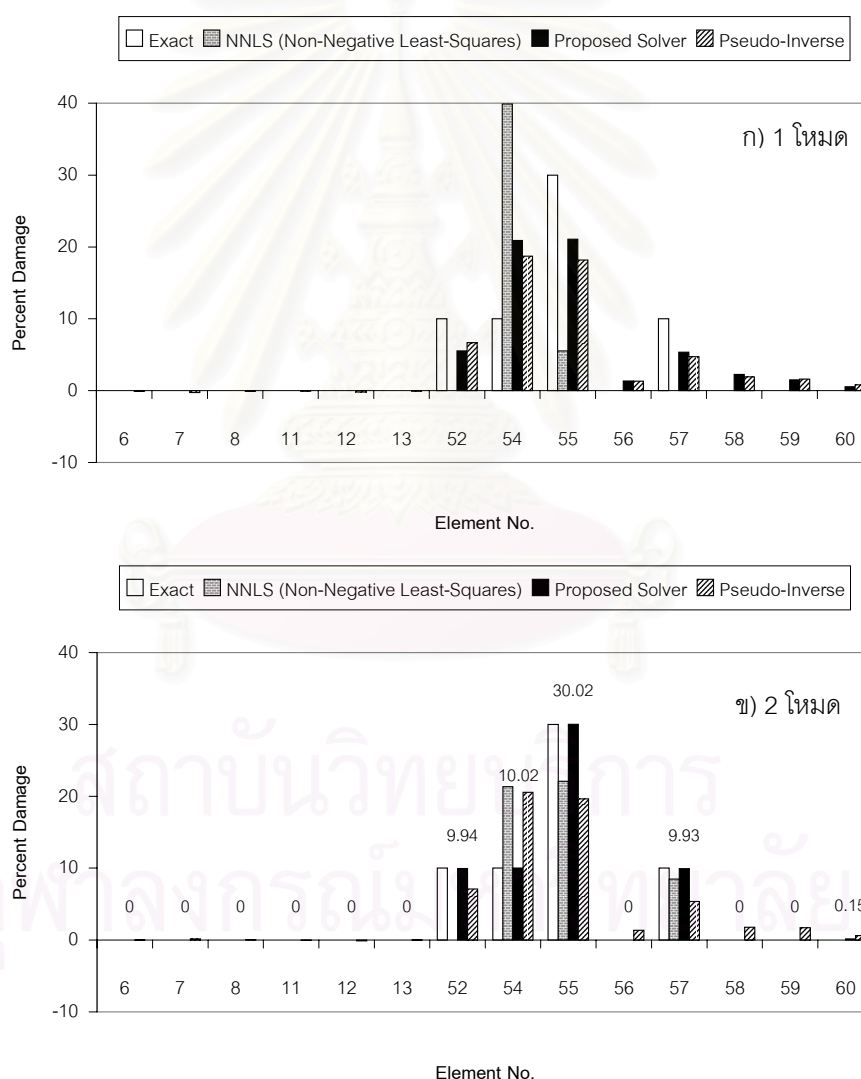
จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง 60 ชั้น ในกรณีศึกษาที่ 16 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏผลดังต่อไปนี้

- 1) สมมติฐานที่ 1 เป็นจริง กล่าวคือ เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.43 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 3 และ 4 ตรงกัน) และปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ เนื่องจากตั้งแต่ 3 โหมดเป็นต้นไป (ในรูปที่ 3.43(ค)) ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ ดังนั้นจึงทำให้ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ในกรณีศึกษา

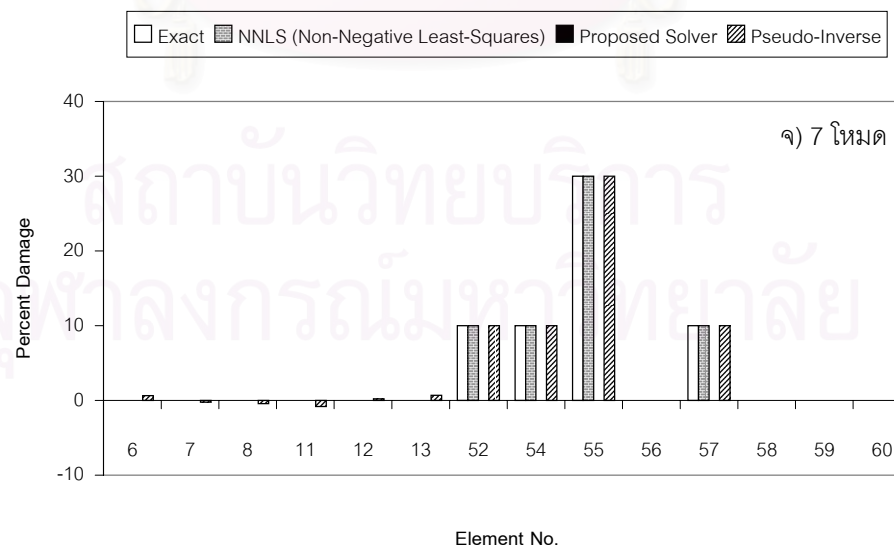
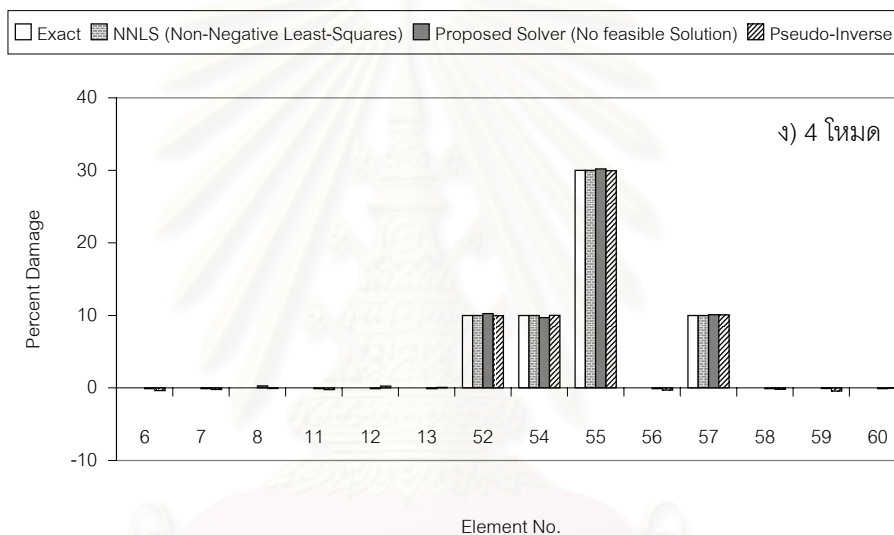
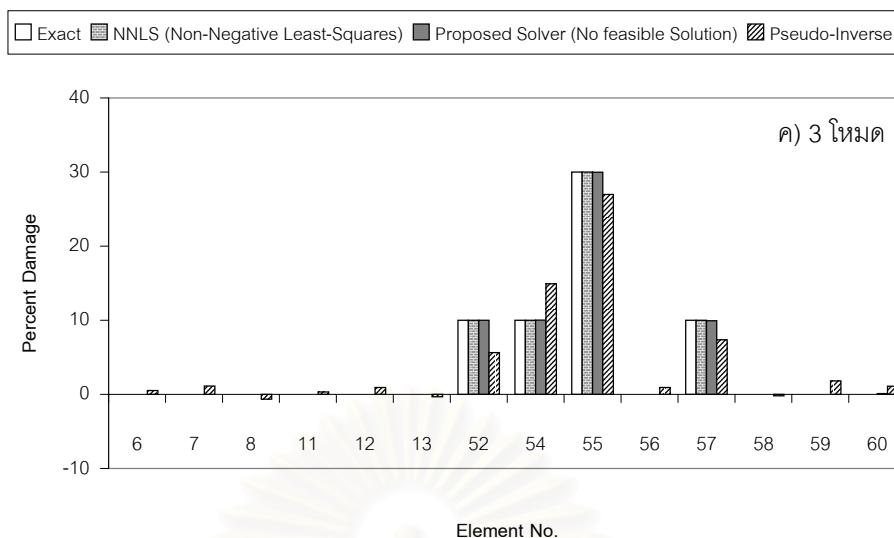
เป็นที่น่าสังเกตว่า

1. วิธีที่เสนอสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธี NNLS กล่าวคือ วิธีที่เสนอให้คำตอบที่ถูกต้อง (ผิดพลาดไม่เกิน 1 เปอร์เซ็นต์) จากการคำนวณด้วย 2 โหนด (รูปที่ 3.43(ข)) ขณะที่วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้องจากการคำนวณด้วย 3 โหนด ดังแสดงในรูปที่ 3.43(ค)
2. วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส

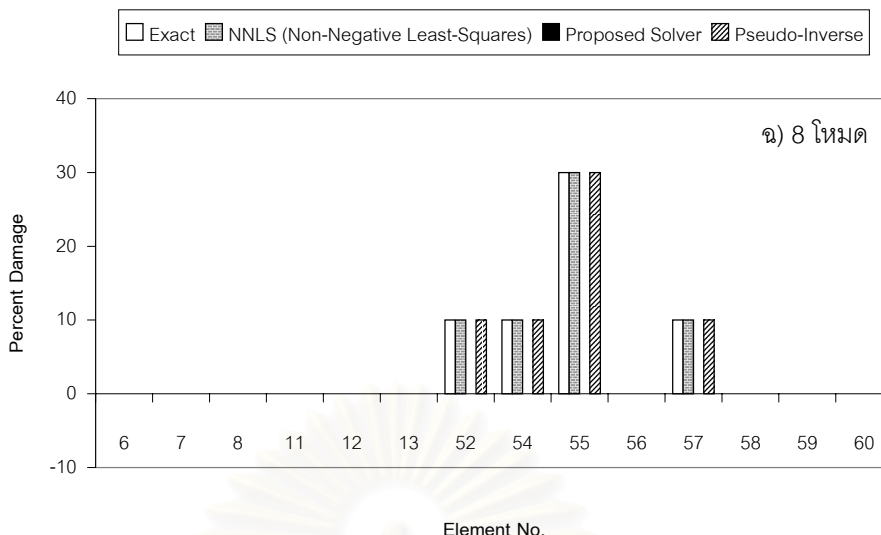
ในรูปที่ 3.43(จ) และ 3.43(ฉ) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น



รูปที่ 3.43 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 16 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด (ตัวเลขที่แสดงบนรูปที่ 3.43(ข) คือผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอ)



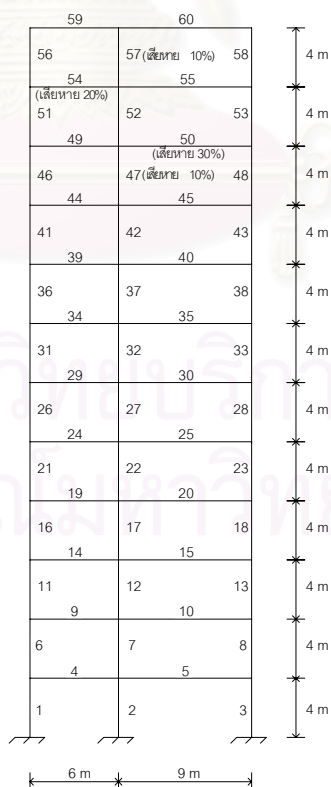
รูปที่ 3.43 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 16 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.43 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 16 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

q) กรณีศึกษาที่ 17

กำหนดให้มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 4 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 47, 50, 54 และ 57 เกิดความเสียหายเท่ากับ 10, 30, 20 และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.44



รูปที่ 3.44 แบบจำลองโครงข้อแข็งในกรณีศึกษาที่ 17 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหาย เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

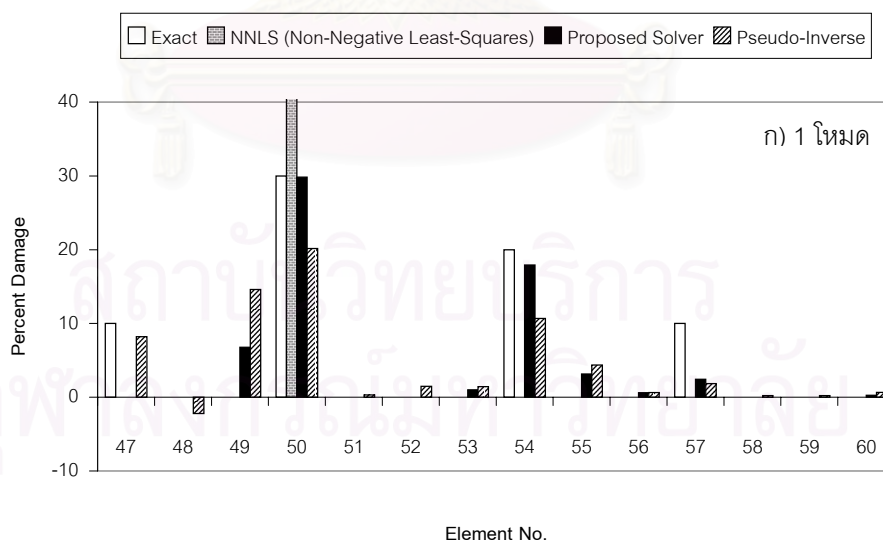
จากการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง 60 ชั้น ในกรณีศึกษาที่ 17 เพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่ 1 และ 2 ปรากฏผลดังต่อไปนี้

- 1) สมมติฐานที่ 1 เป็นจริง กล่าวคือ เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกันแล้ว (ในรูปที่ 3.45 คำตอบจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS โหมด 3 และ 4 ตรงกัน) และ ปรากฏว่า คำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นสมมติฐานที่ 1 เป็นจริงในกรณีนี้
- 2) ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ เนื่องจากตั้งแต่ 3 โหมดเป็นต้นไป (ในรูปที่ 3.45(ค)) ผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ ดังนั้นจึงทำให้ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ในกรณีศึกษา

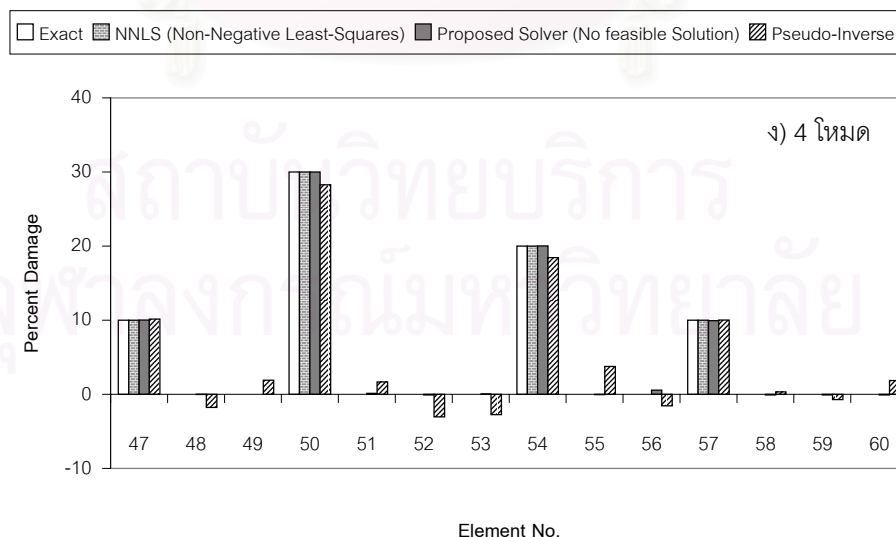
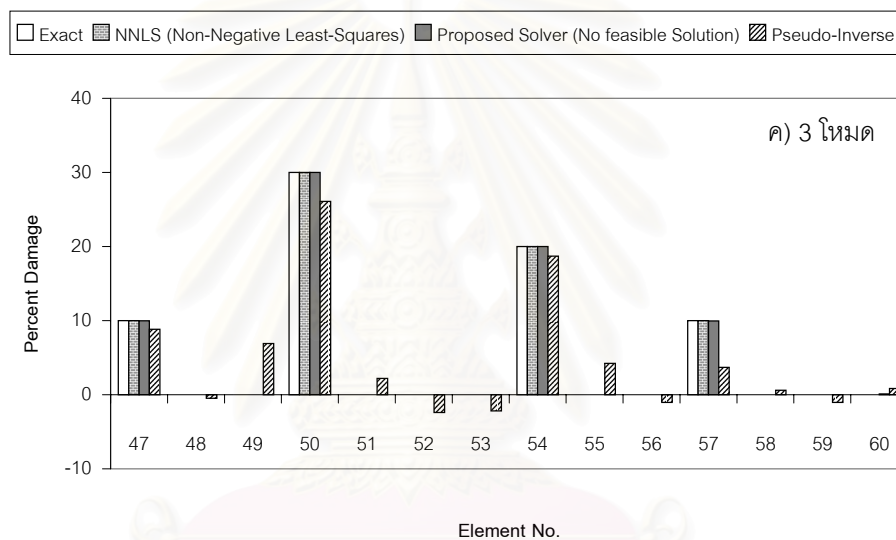
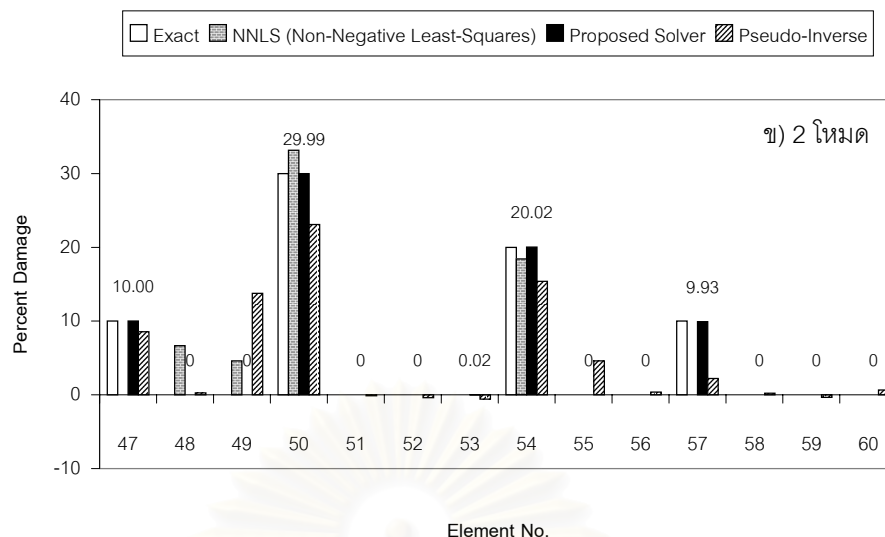
เป็นที่น่าสังเกตว่า

1. วิธีที่เสนอสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธี NNLS กล่าวคือ วิธีที่เสนอให้คำตอบที่ถูกต้อง (ผิดพลาดไม่เกิน 1 เปอร์เซ็นต์) จากการคำนวณด้วย 2 โหมด (รูปที่ 3.45(ข)) ขณะที่วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้องจากการคำนวณด้วย 3 โหมด ดังแสดงในรูปที่ 3.45(ค)
2. วิธี NNLS ให้คำตอบที่ถูกต้องโดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีซูโดอินเวอร์ส

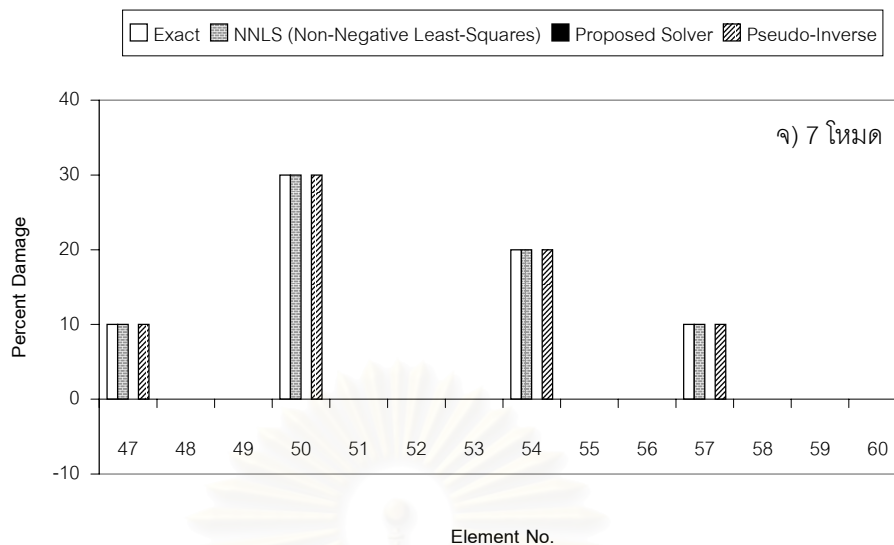
ในรูปที่ 3.45(จ) ไม่ได้แสดงผลการทำนายความเสียหายของวิธีที่เสนอ เนื่องจากวิธีที่เสนอนี้ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะในกรณี under-determined system เท่านั้น



รูปที่ 3.45 ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 17 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด



รูปที่ 3.45 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 17 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (ตัวเลขที่แสดงบนรูปที่ 3.45(ข) คือผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอ)



รูปที่ 3.45 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 17 ในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายเมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่

สรุปผล

ตามปกติแล้ว การแก้ระบบสมการเชิงเส้นให้ได้คำตอบที่น่าเชื่อถือได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ก็ต่อเมื่อมีจำนวนสมการเท่ากับหรือมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า แต่จากผลการศึกษาในหัวข้อที่ 3.4 แสดงให้เห็นว่า เมื่อ Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) นำวิธี NNLS (Non-negative least-squares) มาใช้แก้ระบบสมการเชิงเส้นที่มีจำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (under-determined system) ก็สามารถให้คำตอบที่ถูกต้องได้เช่นเดียวกับในกรณีของ determined system (จำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า) และ over-determined system (จำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า)

เนื่องจากลักษณะปัญหาแบบ under-determined system มีคำตอบได้มากมายหลายคำตอบที่ทำให้ระบบสมการเป็นจริง จึงทำให้ไม่สามารถทราบได้ว่า คำตอบที่ได้รับมานั้น คำตอบใดเป็นคำตอบที่ถูกต้อง จึงจำเป็นต้องหาวิธีการมาช่วยตรวจสอบ ซึ่งได้ตั้งสมมติฐานขึ้นมา 2 สมมติฐาน คือ

- 1) เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น ถ้าคำตอบที่ได้รับจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS ทั้งก่อนและหลังเพิ่มจำนวนโหมดตรงกัน คำตอบนั้นน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง
- 2) ไม่ต้องเพิ่มจำนวนโหมดในการคำนวณ แต่นำวิธีการคำนวณอีกวิธีหนึ่งที่สามารถแก้สมการหาตัวแปรที่ไม่ทราบค่าในกรณี under-determined system (ซึ่งก็คือวิธีที่เสนอ (proposed

solver)) มาตรวจสอบไขว้ (cross check) กับวิธี NNLS โดยถ้าคำตอบจากทั้งสองวิธีตรงกัน คำตอบนั้นน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

แต่อย่างไรก็ดี ยังไม่ได้มีการพิสูจน์ว่าทั้งสองสมมติฐานดังกล่าวเป็นจริงเสมอไป หรือสามารถนำมาใช้ได้จริงหรือไม่ การศึกษานี้จึงกำหนดให้มีการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชิ้นส่วน 13 ชิ้น และ 60 ชิ้น ที่มีกรณีการเกิดความเสียหายแตกต่างกันไปรวมทั้งสิ้น 17 กรณีศึกษา ซึ่งผลการทดสอบสมมติฐานทั้ง 2 แสดงดังตารางที่ 3.11

ตารางที่ 3.11 ผลการทดสอบสมมติฐานทั้ง 2 ตั้งแต่กรณีศึกษาที่ 1 ถึงกรณีศึกษาที่ 17

กรณีศึกษาที่	แบบจำลอง	ผลการทดสอบ	
		สมมติฐานที่ 1	สมมติฐานที่ 2
1	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น	เป็นจริง	เป็นจริง
2	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น	ไม่สามารถพิสูจน์	เป็นจริง
3	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น	ไม่สามารถพิสูจน์	เป็นจริง
4	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น	ไม่สามารถพิสูจน์	เป็นจริง
5	โครงข้อแข็ง 13 ชิ้น	ไม่สามารถพิสูจน์	เป็นจริง
6	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	เป็นจริง
7	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	ไม่สามารถพิสูจน์
8	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	เป็นจริง
9	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	เป็นจริง
10	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	เป็นจริง
11	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	ไม่สามารถพิสูจน์
12	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	เป็นจริง
13	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	ไม่สามารถพิสูจน์
14	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	ไม่สามารถพิสูจน์
15	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	ไม่สามารถพิสูจน์
16	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	ไม่สามารถพิสูจน์
17	โครงข้อแข็ง 60 ชิ้น	เป็นจริง	ไม่สามารถพิสูจน์

จากตารางที่ 3.11 จะเห็นได้ว่า สมมติฐานที่ 1 เป็นจริงทุกกรณี ยกเว้นกรณีศึกษาที่ 2 ถึง 5 ที่ไม่สามารถพิสูจน์ได้ ถึงแม้ว่าเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคำตอบตรงกัน และปรากฏว่าคำตอบที่ตรงกันนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องก็ตาม เนื่องจากคำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธี NNLS ที่ตรงกัน คือผลการการคำนวณด้วยโหมด 2 และ 3 (ไม่ใช่โหมด 1 และ 2) เพราะเมื่อใช้ 3 โหมดในการคำนวณ ทำให้มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (over-determined system) ซึ่งในกรณีนี้ให้คำตอบที่ถูกต้องอยู่แล้ว จึงไม่จำเป็นต้องมีการตรวจสอบคำตอบอีก ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า สมมติฐานที่ 1 (ทางเลือกที่ 1) สามารถนำมาช่วยตรวจสอบคำตอบในกรณีของ under-determined system ได้

ถึงแม้ว่าสมมติฐานที่ 1 สามารถนำมาใช้ได้จริง แต่ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น ด้วยเหตุนี้จึงได้เสนอวิธีการตรวจสอบคำตอบอีกวิธีหนึ่ง (สมมติฐานที่ 2) ซึ่งจากผลการทดสอบสมมติฐานที่ 2 ในกรณีศึกษาที่ 1 ถึง 5 โดยใช้แบบจำลองโครงข้อแข็งจำนวน 13 ชั้น ปรากฏว่าเป็นจริงทุกกรณี แต่อย่างไรก็ดี การคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) ของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) เพียง 13 ตัวแปร ถือว่าไม่ค่อยซับซ้อนมากนัก ดังนั้นในกรณีศึกษาที่ 6 ถึง 17 จึงทำการทดสอบสมมติฐานโดยใช้แบบจำลองโครงข้อแข็ง 60 ชั้น ปรากฏว่า มีบางกรณีที่สมมติฐานที่ 2 เป็นจริง และมีบางกรณีที่ไม่สามารถพิสูจน์สมมติฐานที่ 2 ได้ เนื่องจากผลการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยคอมพิวเตอร์ในวิธีที่เสนอ เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ ยกตัวอย่างเช่น ในกรณีศึกษาที่ 7 มีบางชิ้นส่วนที่มีระดับความเสียหายเท่ากับ $-6.15E-06$ เปอร์เซ็นต์ (สติฟเนสมีค่าเพิ่มขึ้น) โดยค่าระดับความเสียหายดังกล่าวมีค่าน้อยมากจนเกือบเป็นศูนย์แต่น้อยกว่าศูนย์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดไว้ คือเมื่อโครงสร้างเกิดความเสียหายแล้ว สติฟเนสของชิ้นส่วนในโครงสร้างต้องมีค่าลดลงเท่านั้น โดยต้องมีระดับความเสียหายอยู่ระหว่าง 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์ สำหรับกรณีอื่นๆ นอกเหนือไปจากกรณีศึกษาที่ 7, 11 และกรณีที่ 13 ถึง 17 ข้างต้น สมมติฐานที่ 2 (ทางเลือกที่ 2) สามารถนำมาช่วยตรวจสอบคำตอบในกรณี under-determined system ได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดต่อผลการทำนายความเสียหาย

ในทางปฏิบัติการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) และรูปร่างโหมด (mode shape) ของโครงสร้าง จะมีความคลาดเคลื่อน (error) ไปจากค่าที่ถูกต้อง ซึ่งมีสาเหตุมาจากสัญญาณรบกวนจากสภาพแวดล้อมหรือจากตัวเครื่องมือที่ใช้วัดเอง ดังนั้นในบทนี้จึงศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ โดยแบ่งเป็น 3 ลักษณะคือ กรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติ กรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมด และกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด โดยจะกำหนดความเสียหายขึ้นภายในชิ้นส่วนของแบบจำลองโครงสร้างข้อแข็ง (ที่มีคุณสมบัติต่างๆ เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 3.1) แล้วนำค่าของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายและมีความคลาดเคลื่อน ($\omega_{D_{error}}, \phi_{D_{error}}$) มาใช้ในการทำนายความเสียหาย เพื่อศึกษาว่าวิธีการตรวจหาความเสียหายประเภทต่างๆ ยังจะสามารถตรวจพบความเสียหายได้อีกหรือไม่

โดยค่าของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายที่มีความคลาดเคลื่อนในการศึกษานี้ถูกสมมุติขึ้นโดยใช้สมการดังนี้

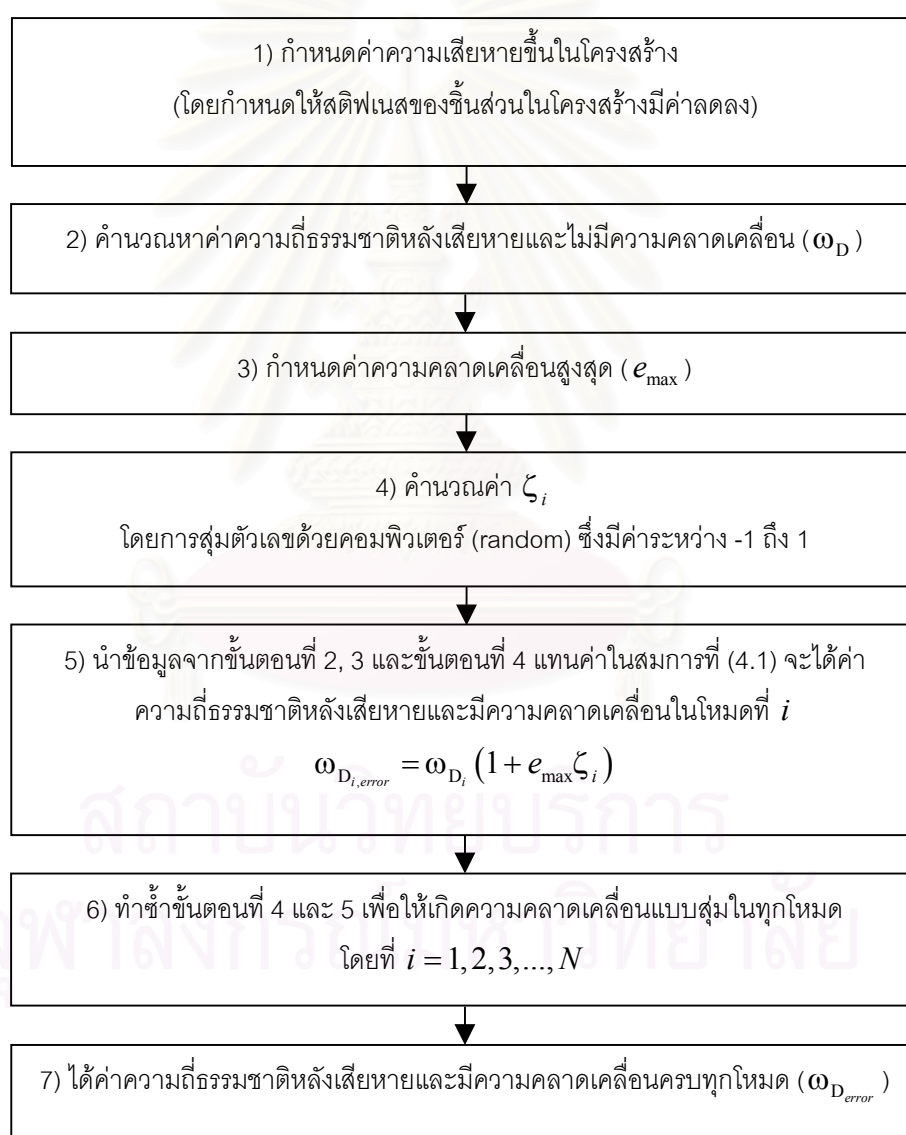
$$\omega_{D_{i,error}} = \omega_{D_i} (1 + e_{\max} \zeta_i) \quad (4.1)$$

$$\phi_{D_{ji,error}} = \phi_{D_{ji}} (1 + e_{\max} \zeta_{ji}) \quad (4.2)$$

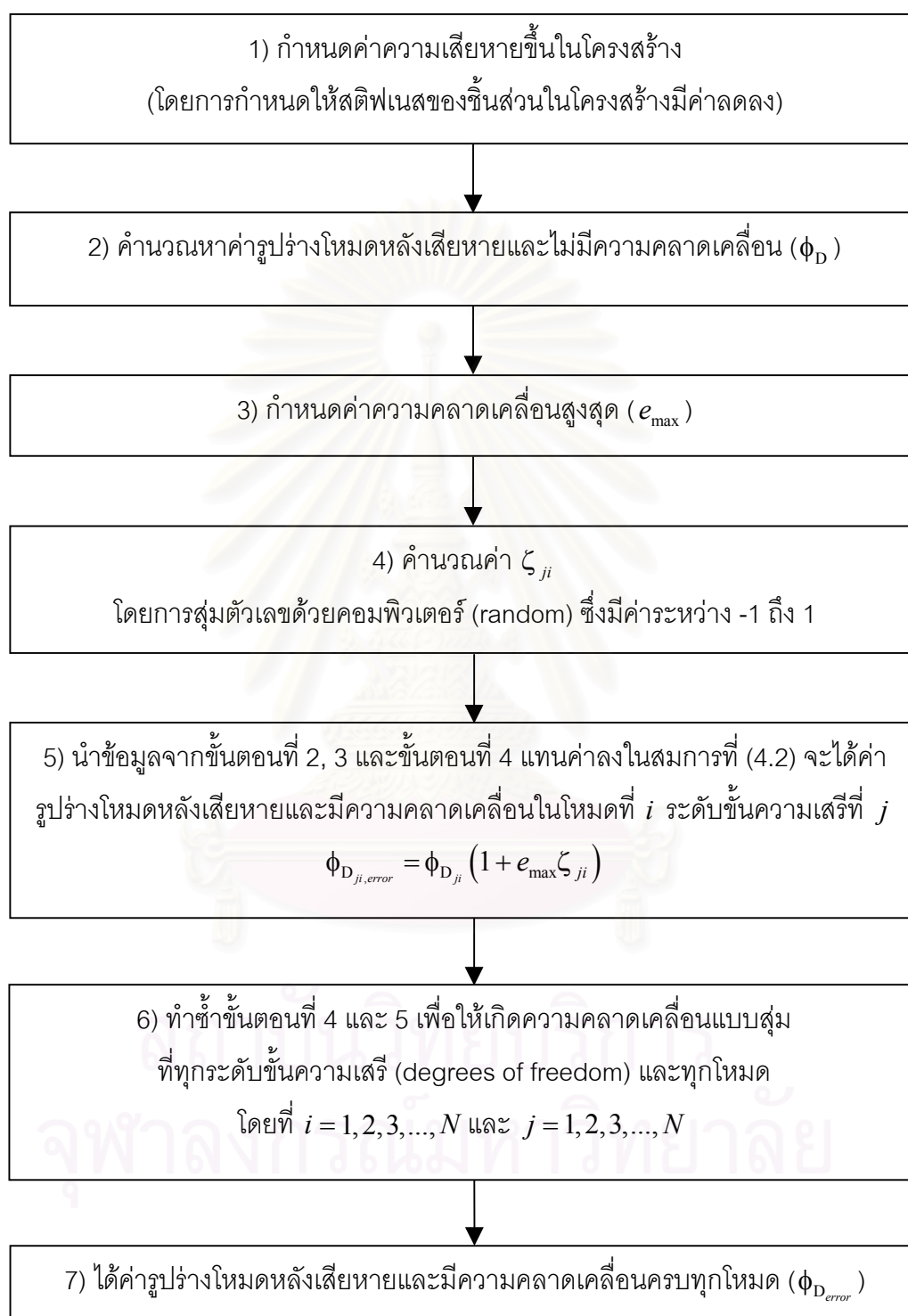
เมื่อ ω_{D_i} และ $\omega_{D_{i,error}}$ คือความถี่ธรรมชาติหลังเสียหายในโหมดที่ i ที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนและมีความคลาดเคลื่อนตามลำดับ, $\phi_{D_{ji}}$ และ $\phi_{D_{ji,error}}$ คือรูปร่างโหมดหลังเสียหายในโหมดที่ i ระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) ที่ j ที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนและมีความคลาดเคลื่อนตามลำดับ, ส่วน ζ_i และ ζ_{ji} คือค่าที่ได้จากการสุ่มด้วยคอมพิวเตอร์ที่มีการแจกแจงที่สม่ำเสมอหรือแบบ uniform ที่มีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง 1 ในโหมดที่ i สำหรับความถี่ธรรมชาติ และที่ DOF ที่ j ในโหมดที่ i สำหรับรูปร่างโหมดตามลำดับ และ e_{\max} คือค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

สำหรับขั้นตอนในการสร้างความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายและมีค่าความคลาดเคลื่อน ($\omega_{D_{error}}, \phi_{D_{error}}$) จะเริ่มด้วยการกำหนดค่าความเสียหายขึ้นในชิ้นส่วนต่างๆ

ภายในโครงสร้าง แล้วคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายแต่ไม่มี ความคลาดเคลื่อน (ω_D, ϕ_D), ต่อมากำหนดค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดความถี่ ธรรมชาติและรูปร่างโหมด (e_{max}) โดยในการศึกษาวิจัยครั้งนี้เลือกใช้เพียง 1 เปอร์เซ็นต์, หลังจากนั้นคำนวณหาค่า ζ ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการสุ่มด้วยคอมพิวเตอร์โดยมีค่าระหว่าง -1 ถึง 1, และขั้นตอนสุดท้ายนำค่าที่กล่าวมาข้างต้นแทนลงในสมการที่ (4.1) และ (4.2) จะได้ความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดหลังเสียหายและมีความคลาดเคลื่อนในโหมดที่ i ($\omega_{D_{i,error}}, \phi_{D_{ji,error}}$) ทำอย่างนี้ไป จนกระทั่งได้ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายและมีความคลาดเคลื่อนจนครบทุก โหมด ($\omega_{D_{error}}, \phi_{D_{error}}$) โดยสามารถดูขั้นตอนดังกล่าวได้จากรูปที่ 4.1 และ 4.2 ตามลำดับ



รูปที่ 4.1 ขั้นตอนการสร้างความถี่ธรรมชาติหลังเสียหายและที่มีความคลาดเคลื่อนสำหรับกรณีศึกษา



รูปที่ 4.2 ขั้นตอนการสร้างรูปร่างใหม่หลังจากเสียหายและที่มีความคลาดเคลื่อนสำหรับกรณีศึกษา

4.1 ผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติ

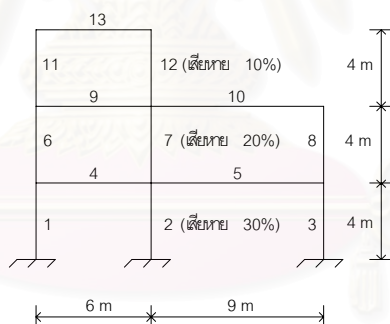
ในหัวข้อนี้จะศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย ($\omega_{D_{error}}$) ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ โดยกำหนดให้เกิดความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติหลังเสียหายเท่ากับ 1 เปอร์เซ็นต์ และมีกรณีการเกิดความเสียหายเพื่อใช้ศึกษาผลกระทบดังกล่าว ดังแสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 กรณีการเกิดความเสียหายที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย

กรณีศึกษาที่	ชั้นส่วนที่เสียหาย	เปอร์เซ็นต์เสียหาย	ความคลาดเคลื่อนสูงสุด (e_{max})
1	2, 7, 12	30, 20, 10	1 เปอร์เซ็นต์
2	2, 5, 9, 12	10, 30, 20, 10	1 เปอร์เซ็นต์

4.1.1 กรณีศึกษาที่ 1

ในกรณีศึกษานี้กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, ชั้นส่วนที่ 7 และชั้นส่วนที่ 12 เกิดความเสียหาย 30 เปอร์เซ็นต์ 20 เปอร์เซ็นต์ และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติหลังเสียหายต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1

จากผลการตรวจหาความเสียหายในหัวข้อที่ 3.4.3 เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย พบว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด วิธีสถิติเฟเนสมทริกซ์ วิธีเฟลทชิลิลิเมทริกซ์ และวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ ตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความรุนแรงของความเสียหาย โดยการใช้จำนวนโหมดในการคำนวณตั้งแต่ 2 โหมด ($m = n = 2$), 5 โหมด ($m = 0, n = 5$), 11 โหมด ($m = n = 11$) และ 13 โหมด ($NL = 13, NC = 24$) เป็นต้นไป ตามลำดับ เมื่อ m คือจำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดก่อนเสียหายที่ใช้คำนวณ ส่วน n คือจำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ ขณะที่ NL คือ

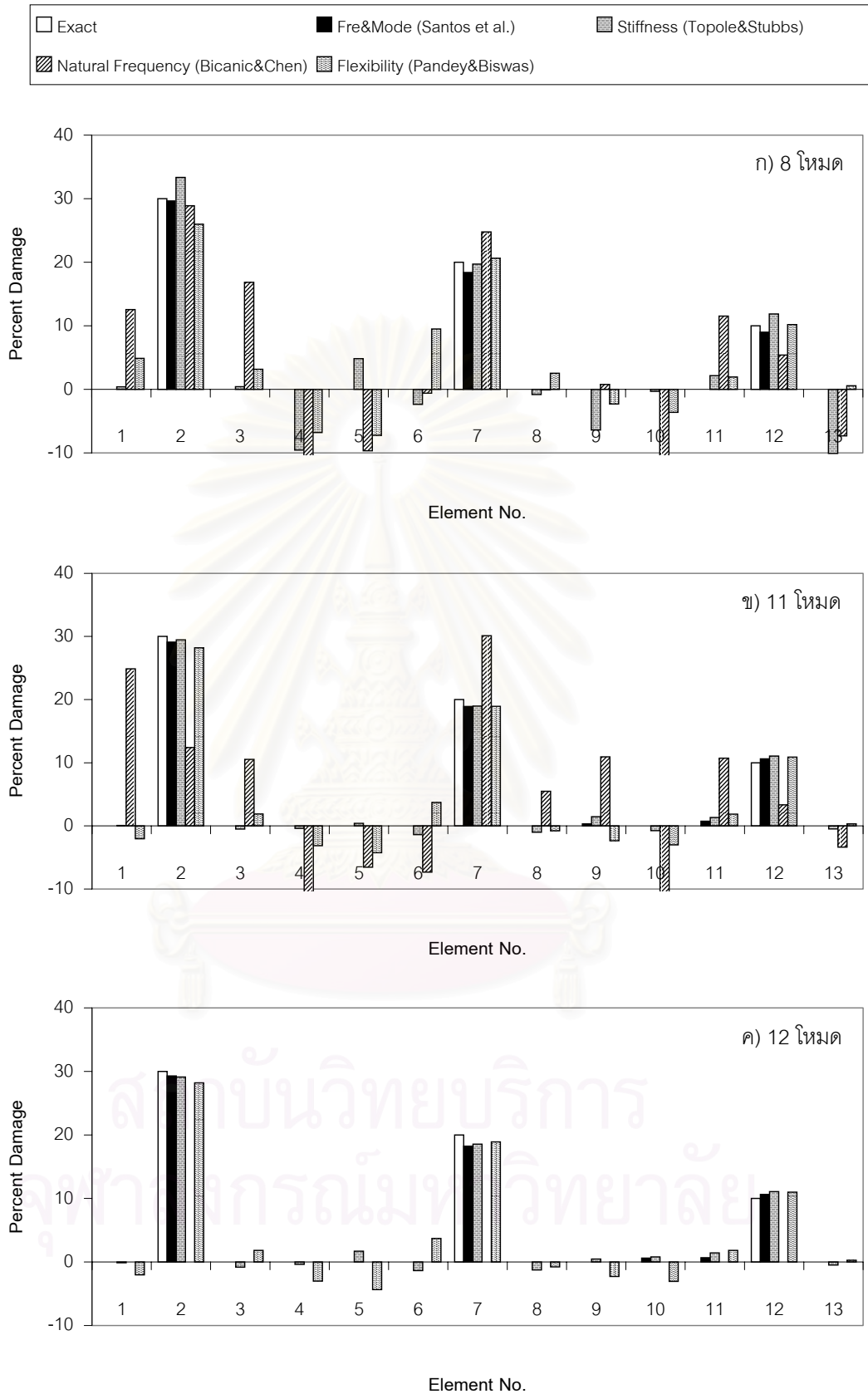
จำนวนโหนดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหาย และ NC คือจำนวนของรูปร่างโหนดก่อนเสียหายที่ใช้ในการคำนวณ

แต่เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเกิดความเสียหาย (โดยกำหนดให้เกิดความคลาดเคลื่อนสูงสุดเท่ากับ 1 เปอร์เซ็นต์) พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 8 โหนดเป็นต้นไป ขณะที่วิธีสตีเฟนสมเทริกซ์และวิธีเฟลคซิบิลิตีเมเทริกซ์ใช้จำนวนโหนดในการคำนวณตั้งแต่ 11 โหนดเป็นต้นไป จึงจะสามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง ส่วนวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติไม่สามารถหาคำตอบได้เมื่อใช้จำนวนโหนดตั้งแต่ 12 โหนดเป็นต้นไป ($NC = 24, NL = 12, 13, \dots, 24$)

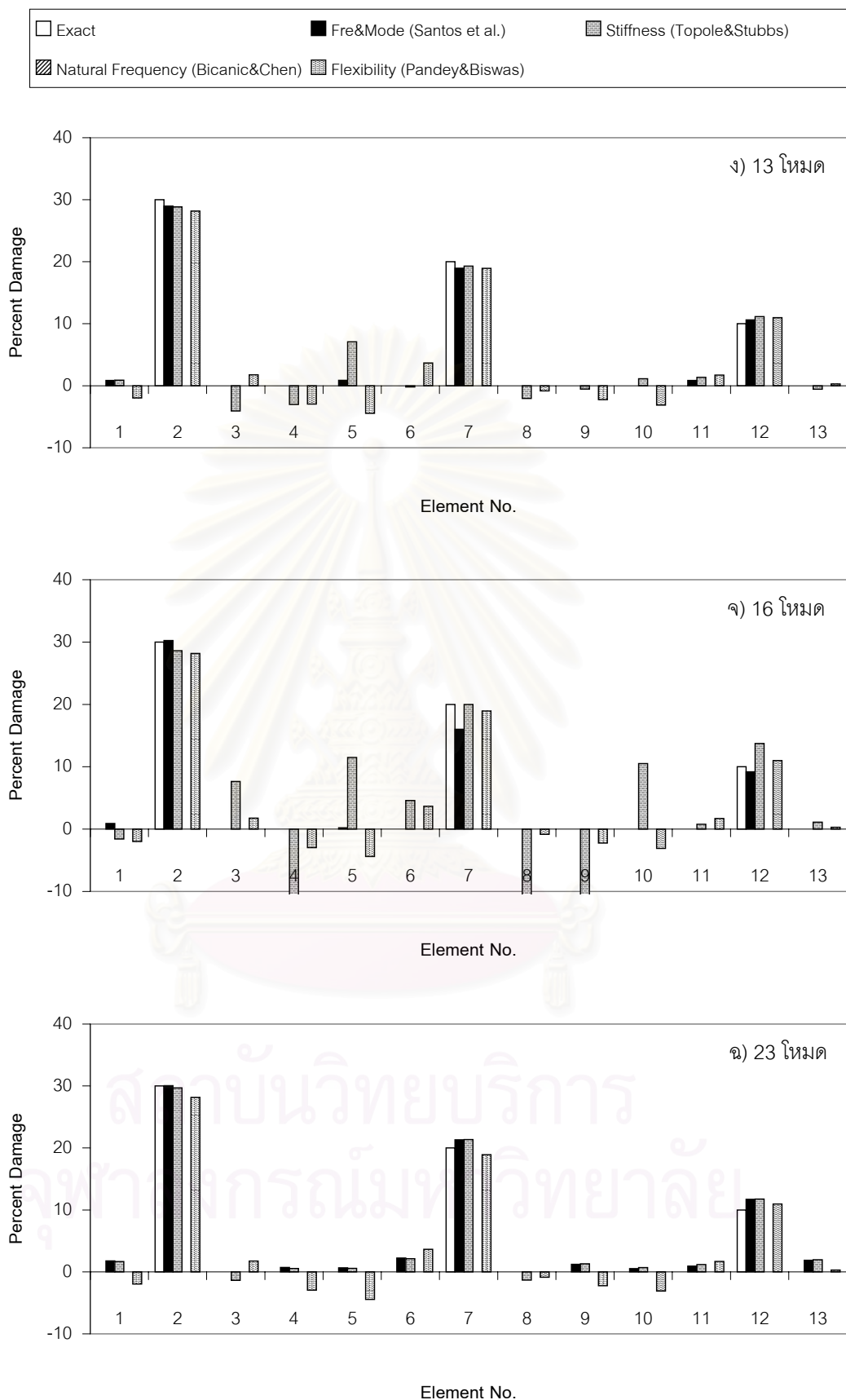
โดยปกติแล้วหากไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนดหลังเกิดความเสียหาย การทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นหากใช้จำนวนโหนดในการคำนวณมากขึ้น แต่จากผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนดตั้งแต่ 8 โหนดจนถึง 24 โหนด และวิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสมเทริกซ์ตั้งแต่ 11 โหนดจนถึง 24 โหนด แสดงให้เห็นว่าในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย ไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณมากขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย ยกตัวอย่างเช่น วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเท่ากับ 8 โหนด ($m = n = 8$) สามารถทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายได้ถูกต้อง แต่เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเท่ากับ 24 โหนด ($m = n = 24$) สามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายได้ถูกต้อง แต่ก็มีการทำนายว่าเกิดความเสียหายที่บางตำแหน่งนอกเหนือจากตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริง หรือวิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสมเทริกซ์ปรากฏว่าผลการทำนายความเสียหายจากการใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเท่ากับ 11 โหนด ($m = 0, n = 11$) มีความถูกต้องมากกว่าจากการคำนวณโดยใช้ 16 โหนด เป็นต้น

ส่วนวิธีการเปลี่ยนแปลงเฟลคซิบิลิตีเมเทริกซ์ สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 11 โหนด ($m = n = 11$) โดยที่ผลการทำนายความเสียหายตั้งแต่ 11 โหนดจนถึง 24 โหนดมีค่าใกล้เคียงกันมาก

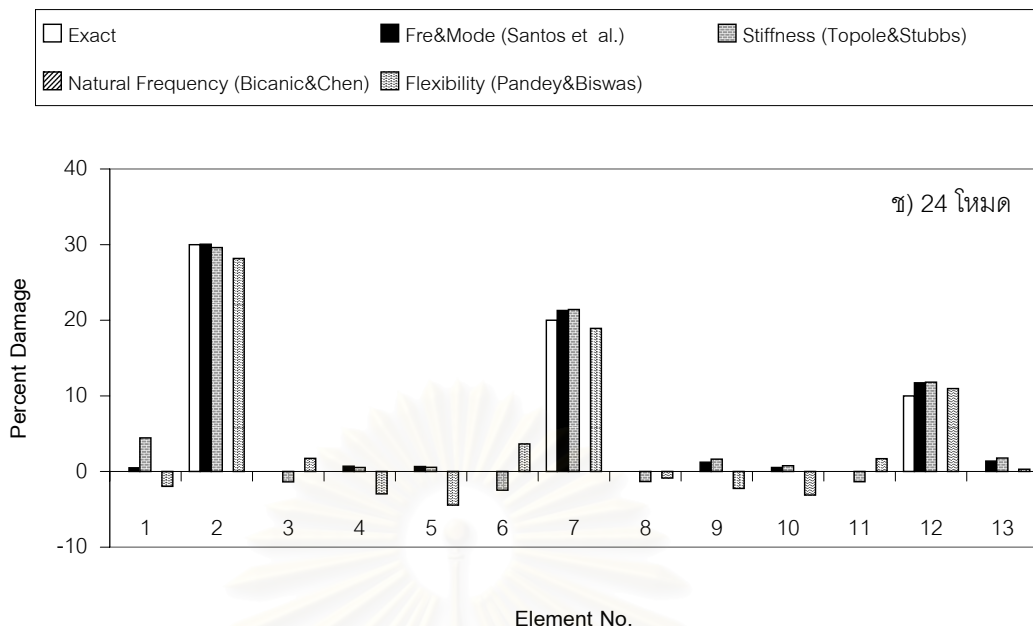
และวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติไม่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง (ตั้งแต่ 1 โหนดจนถึง 11 โหนด) และไม่สามารถหาคำตอบได้ตั้งแต่ 12 โหนดเป็นต้นไป



รูปที่ 4.4 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์ (หมายเหตุ: เมื่อใช้จำนวนโหมดตั้งแต่ 12 โหมดเป็นต้นไป วิธีความถี่ธรรมชาติไม่สามารถเข้าสู่ค่าตอบได้)



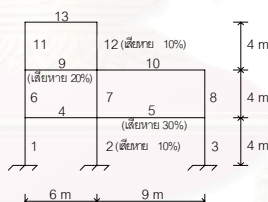
รูปที่ 4.4 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.4 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์

4.1.2 กรณีศึกษาที่ 2

กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, ชั้นส่วนที่ 5, ชั้นส่วนที่ 9 และชั้นส่วนที่ 12 เกิดความเสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์, 30 เปอร์เซ็นต์, 20 เปอร์เซ็นต์, และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2

จากผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 2 ปรากฏว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด วิธีสตีเฟนสเมทริกซ์ และวิธีเฟลกซีบิลิตีเมทริกซ์สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 9 โหมด ($m = n = 9$), 10 โหมด ($m = 0, n = 10$) และ 11 โหมด ($m = n = 11$) เป็นต้นไป ตามลำดับ ขณะที่วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติไม่สามารถหาคำตอบได้ตั้งแต่ 12 โหมด ($NL = 12, NC = 24$) เป็นต้นไป

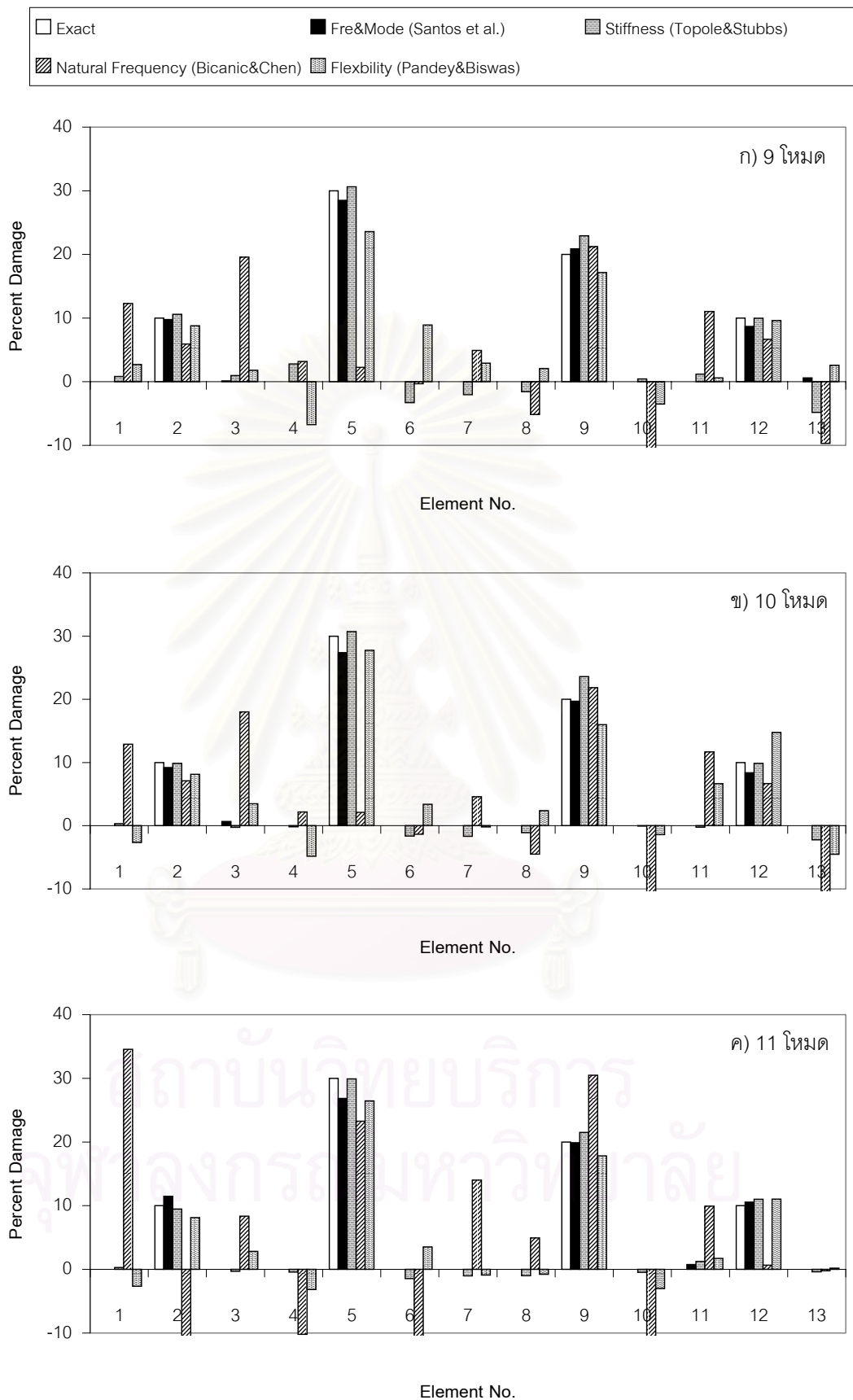
โดยจากผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดตั้งแต่ 9 โหมดจนถึง 24 โหมด และวิธีสตีเฟนสเมทริกซ์ตั้งแต่ 10 โหมดจนถึง 24 โหมด

แสดงให้เห็นว่า ถ้าในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหายแล้ว ไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณมากขึ้นแล้วผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย (ตามปกติแล้วหากไม่มีคลาดคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย ผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นหากใช้จำนวนโหมดในการคำนวณมากขึ้น) ซึ่งเห็นได้จากวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 9 โหมด ($m = n = 9$) มีการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายผิดพลาดน้อยกว่าเมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 24 โหมดหรือวิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสเมทริกซ์ปรากฏว่าผลการทำนายความเสียหายจากการใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 10 โหมด ($m = 0, n = 10$) มีความถูกต้องมากกว่า 16 โหมด

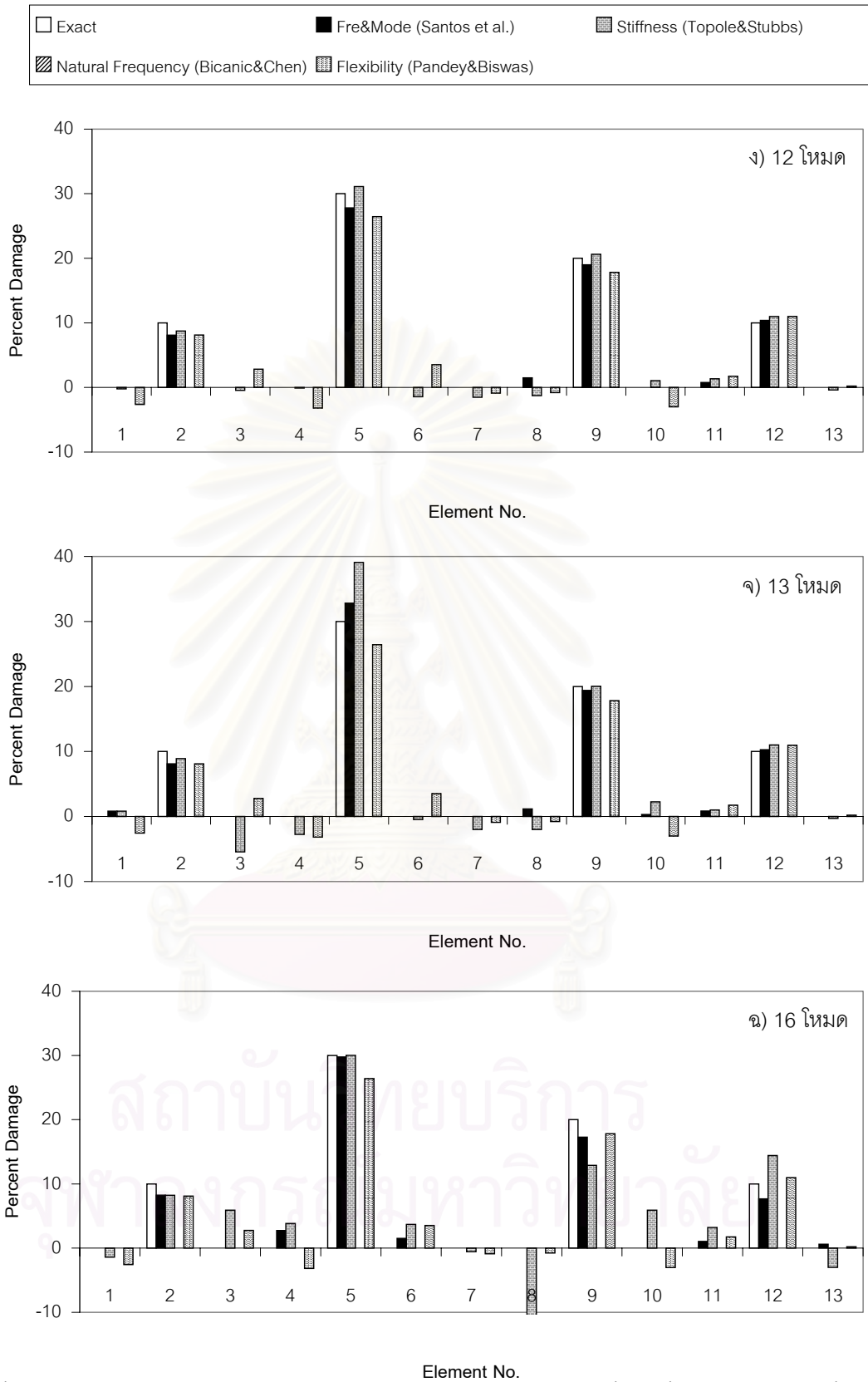
ส่วนวิธีการเปลี่ยนแปลงเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 11 โหมด ($m = n = 11$) โดยที่ผลการทำนายความเสียหายตั้งแต่ 11 โหมดจนถึง 24 โหมดมีค่าใกล้เคียงกันมาก

ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย ($\omega_{D_{error}}$) ส่งผลกระทบต่อการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ดังนี้

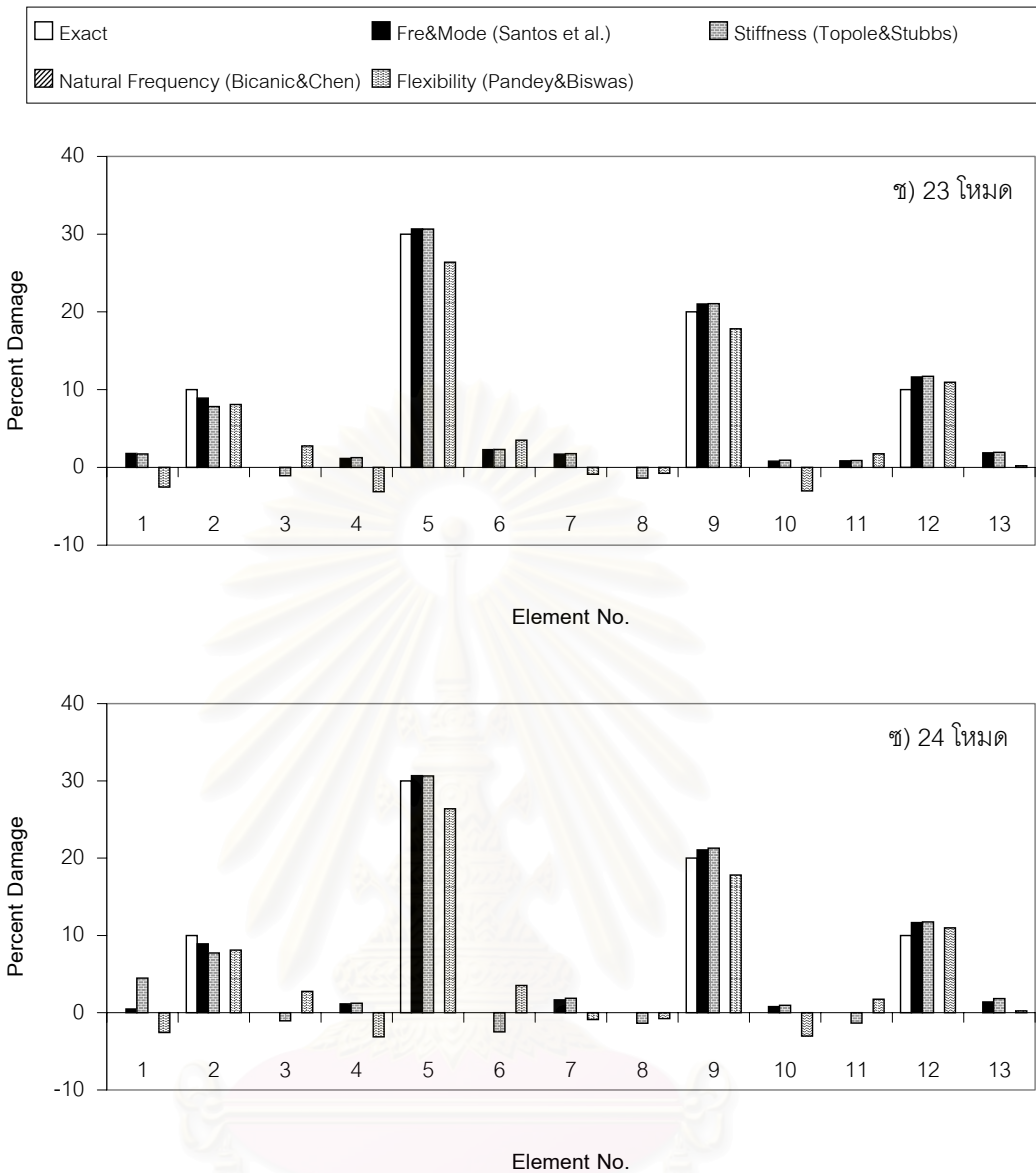
- 1) ทำให้วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด และวิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสเมทริกซ์ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ ถึงแม้ว่าจะใช้ทุกโหมดในการคำนวณ และทำให้ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น (เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนในความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดในหัวข้อที่ 3.4.4) จึงจะสามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง โดยสามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายได้ถูกต้อง แต่ก็มีการทำนายว่าเกิดความเสียหายที่บางตำแหน่งนอกเหนือจากตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริง และไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณมากขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย
- 2) ทำให้วิธีเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ ถึงแม้ว่าจะใช้ทุกโหมดในการคำนวณ แต่เป็นที่น่าสังเกตว่าวิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องเมื่อใช้ 11 โหมดซึ่งเป็นจำนวนโหมดที่สามารถประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องเกือบ 100 เปอร์เซ็นต์ หากไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย
- 3) ทำให้วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติไม่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง (ตั้งแต่ 1 โหมดจนถึง 11 โหมด) และไม่สามารถลู่เข้าหาคำตอบได้ตั้งแต่ 12 โหมดเป็นต้นไป



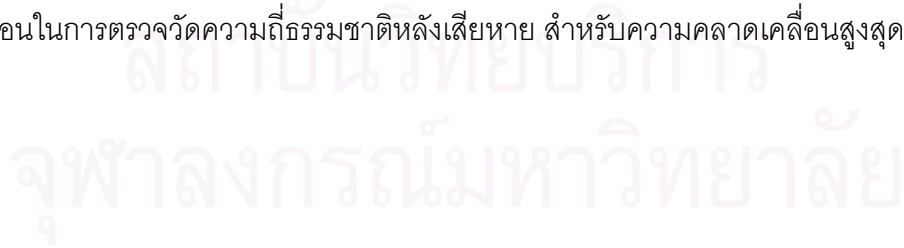
รูปที่ 4.6 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.6 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์ (หมายเหตุ-เมื่อใช้จำนวนโหมดตั้งแต่ 12 โหมดเป็นต้นไป วิธีการความถี่ธรรมชาติไม่สามารถหาคำตอบได้)



รูปที่ 4.6 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



4.2 ผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมด

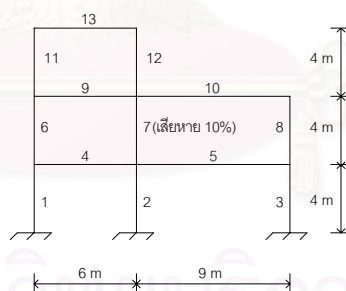
ในหัวข้อนี้จะศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ($\phi_{D_{error}}$) ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ โดยกำหนดให้เกิดความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหายเท่ากับ 1 เปอร์เซ็นต์ และกำหนดให้มีกรณีการเกิดความเสียหายเพื่อใช้ศึกษาผลกระทบดังกล่าว ดังแสดงในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 กรณีการเกิดความเสียหายที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย

กรณีศึกษาที่	ชิ้นส่วนที่เสียหาย	เปอร์เซ็นต์เสียหาย	ความคลาดเคลื่อนสูงสุด (e_{max})
1	7	10	1 เปอร์เซ็นต์
2	2, 4, 5, 7	10, 10, 10, 10	1 เปอร์เซ็นต์
3	2, 7, 12	30, 20, 10	1 เปอร์เซ็นต์
4	2, 5, 9, 12	10, 30, 20, 10	1 เปอร์เซ็นต์

4.2.1 กรณีศึกษาที่ 1

กำหนดให้ชิ้นส่วนภายในโครงสร้างเกิดความเสียหายเพียงชิ้นเดียวเท่านั้นคือชิ้นส่วนที่ 7 เกิดความเสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1

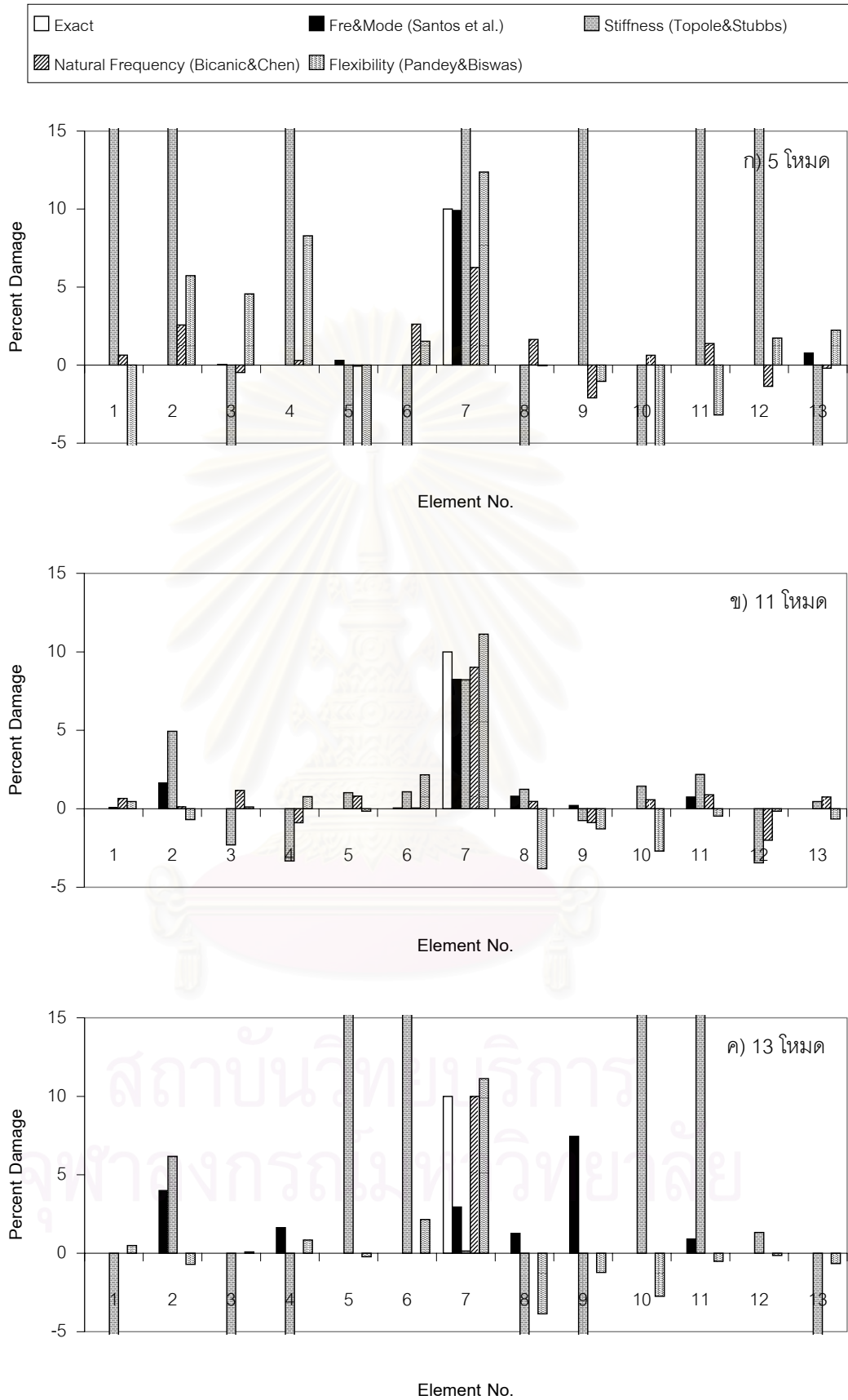
จากผลการตรวจหาความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 1 พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 5 โหมดเป็นต้นไป แต่อย่างไรก็ตาม จากผลการตรวจหาความเสียหายตั้งแต่ 5 โหมดจนถึง 24 โหมดแสดงให้เห็นว่า ไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้จะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งเห็นได้จากรูปที่ 4.8 ผลการทำนายความเสียหายจากการคำนวณด้วย 5 โหมด ($m = n = 5$) มีความถูกต้องมากกว่า 13 โหมด

วิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณถึง 19 โหมด (จากจำนวนโหมดทั้งหมด 24 โหมด) จึงจะสามารถประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง

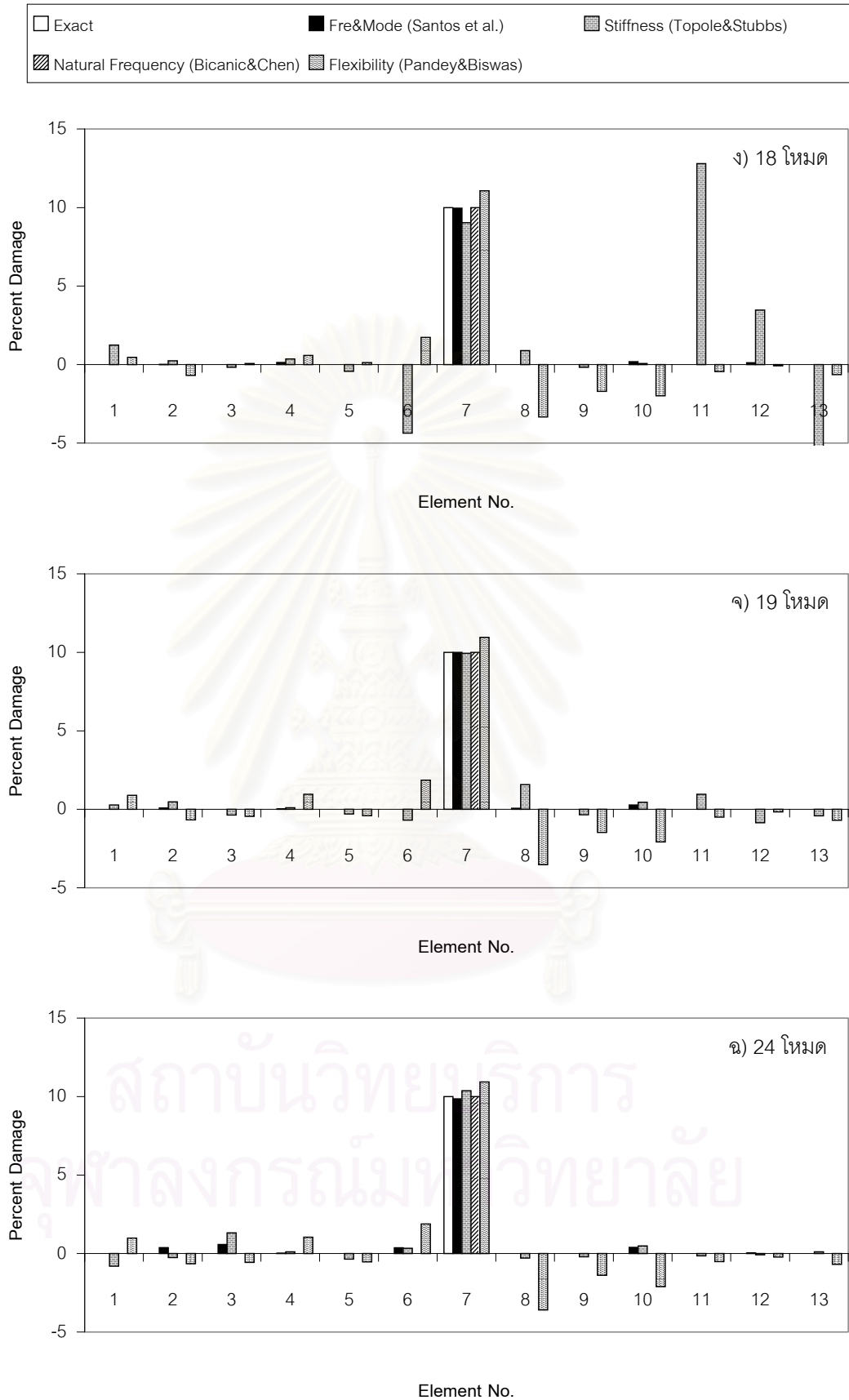
วิธีการเปลี่ยนแปลงเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ถึงแม้ว่าจะใช้ทุกโหมดในการคำนวณ แต่เป็นที่น่าสังเกตว่าวิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องเมื่อใช้ 11 โหมด ($m = n = 11$) ซึ่งเป็นจำนวนโหมดที่สามารถประมาณความเสียหายได้ถูกต้องเกือบ 100 เปอร์เซ็นต์ หากไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย โดยผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้ตั้งแต่ 11 โหมดจนถึง 24 โหมดมีค่าใกล้เคียงกันมาก

วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ สามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ เมื่อใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหาย ในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด ($NL = 13$) และใช้จำนวนของรูปร่างโหมดก่อนเสียหายเท่ากับ 24 โหมด ($NC = 24$) ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่า เมื่อใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด จะทำให้วิธีนี้มีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (ซึ่งก็คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง) หรืออยู่ในกรณี determined system และเมื่อผนวกกับวิธีนี้ไม่จำเป็นต้องใช้รูปร่างโหมดหลังเสียหาย (ϕ_D) มาเป็นข้อมูลในการตรวจหาความเสียหาย (ตารางที่ 3.1 ในบทที่ 3) จึงทำให้สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง แต่อย่างไรก็ตามวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen มีข้อเสียตรงที่ต้องใช้จำนวนโหมดของรูปร่างโหมดก่อนเกิดความเสียหายเท่ากับจำนวนระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) หรือใช้ $NC = 24$ โหมดเท่านั้น จึงจะทำให้วิธีนี้สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ อีกทั้งวิธีนี้ยังใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าทั้ง 3 วิธีข้างต้น

สถานวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



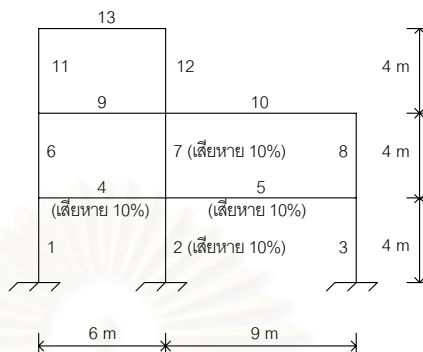
รูปที่ 4.8 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.8 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์

4.2.2 กรณีศึกษาที่ 2

กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, ชั้นส่วนที่ 4, ชั้นส่วนที่ 5 และชั้นส่วนที่ 7 เกิดความเสียหายเท่ากันทั้งหมด คือ 10 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในรูปที่ 4.9



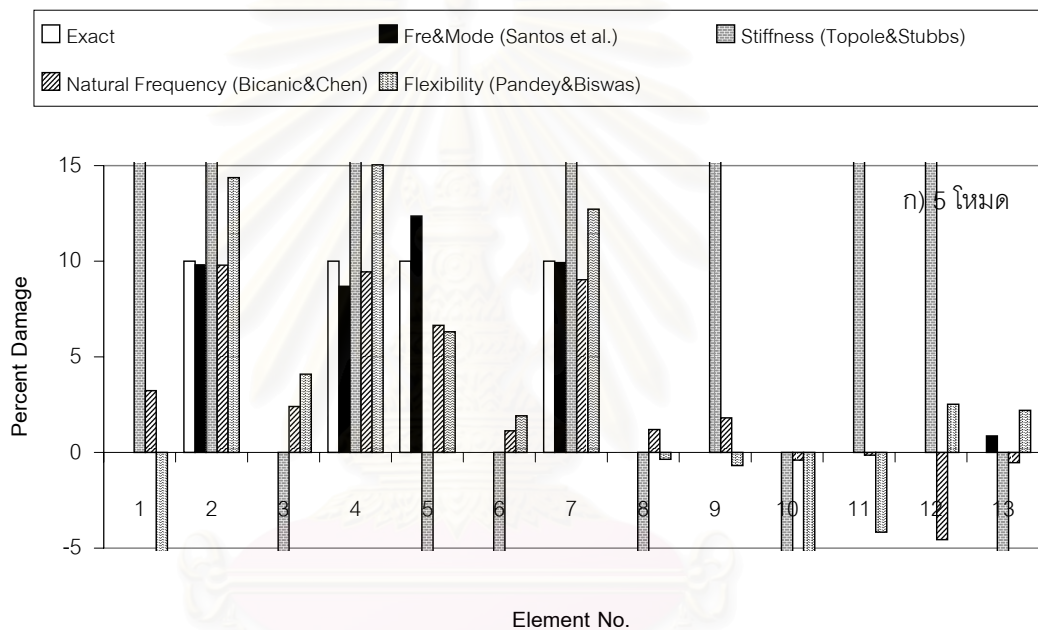
รูปที่ 4.9 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2

จากผลการศึกษาในกรณีศึกษาที่ 2 พบว่าได้ข้อสรุปตรงกับกรณีศึกษาที่ 1 คือวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 5 โหมดเป็นต้นไป แต่อย่างไรก็ตาม จากผลการตรวจหาความเสียหายตั้งแต่ 5 โหมดจนถึง 24 โหมด แสดงให้เห็นว่า ไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้จะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งเห็นได้จากรูปที่ 4.10 ผลการทำนายความเสียหายจากการคำนวณด้วย 5 โหมด ($m = n = 5$) มีความถูกต้องมากกว่า 13 โหมด ($m = n = 13$)

ส่วนผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงสถิติเฟสเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs ค่อนข้างมีความคลาดเคลื่อนตั้งแต่ 1 โหมดจนถึง 18 โหมด แต่จะสามารถประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 19 โหมด ($m = 0, n = 19$) เป็นต้นไป

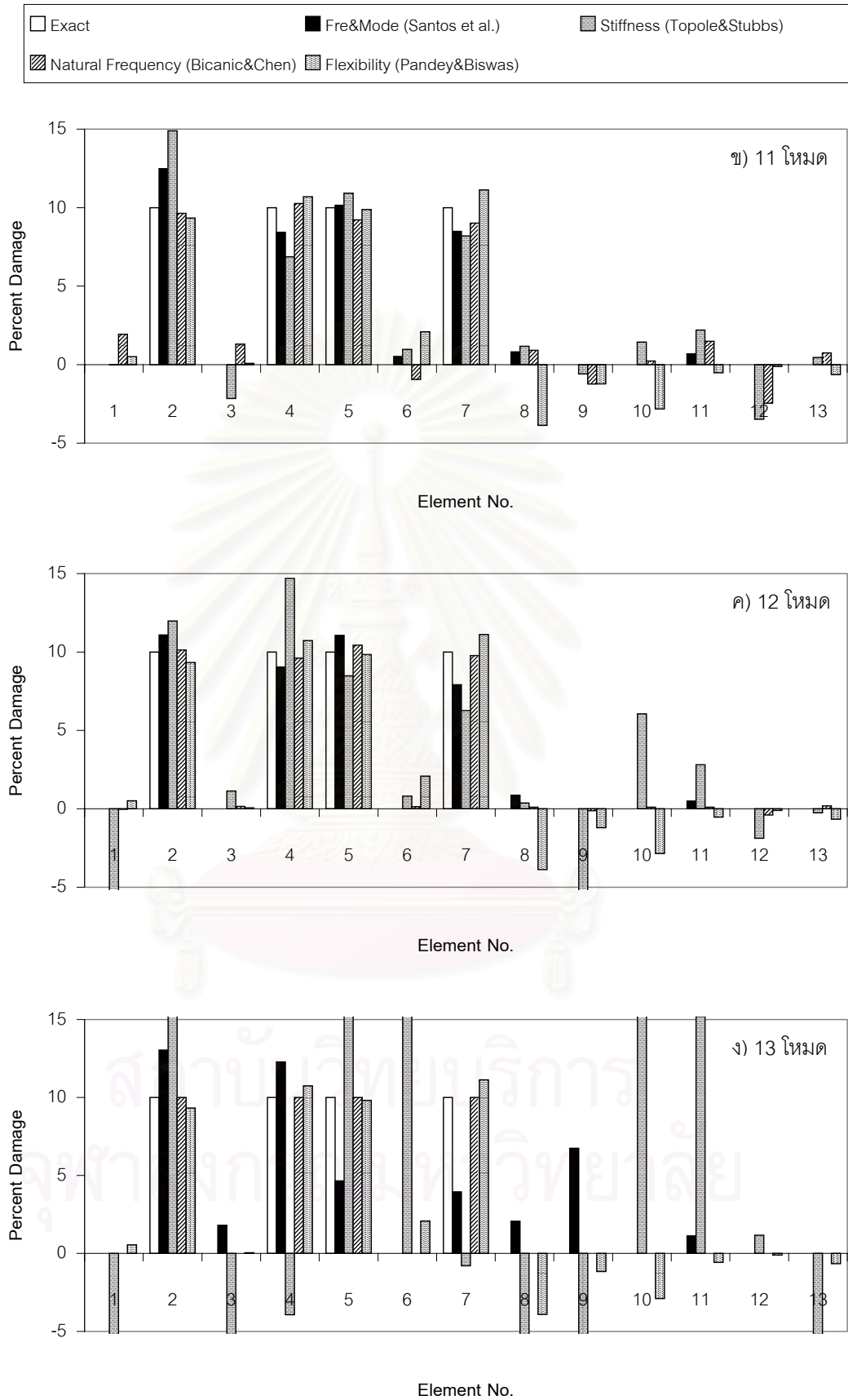
วิธีการเปลี่ยนแปลงเฟลกชิบิลิตีเมทริกซ์ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ถึงแม้ว่าจะใช้ทุกโหมดในการคำนวณ แต่เป็นที่น่าสังเกตว่าวิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องเมื่อใช้ 11 โหมด ($m = n = 11$) ซึ่งเป็นจำนวนโหมดที่สามารถประมาณความเสียหายได้ถูกต้องเกือบ 100 เปอร์เซ็นต์ หากไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย โดยผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้ตั้งแต่ 11 โหมดจนถึง 24 โหมดมีค่าใกล้เคียงกันมาก

วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) เมื่อใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด ($NL = 13$) ซึ่งมีค่าเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง และใช้จำนวนของรูปร่างโหมดก่อนเสียหายเท่ากับ 24 โหมด ($NC = 24$) ซึ่งมีค่าเท่ากับจำนวนโหมดทั้งหมด จะสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ แต่อย่างไรก็ตามวิธีนี้ก็ยังมีข้อเสียตรงที่ต้องใช้จำนวนโหมดของรูปร่างโหมดก่อนเกิดความเสียหายเท่ากับ 24 โหมดเท่านั้น จึงจะทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ อีกทั้งวิธีนี้ยังใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าทั้ง 3 วิธีข้างต้น

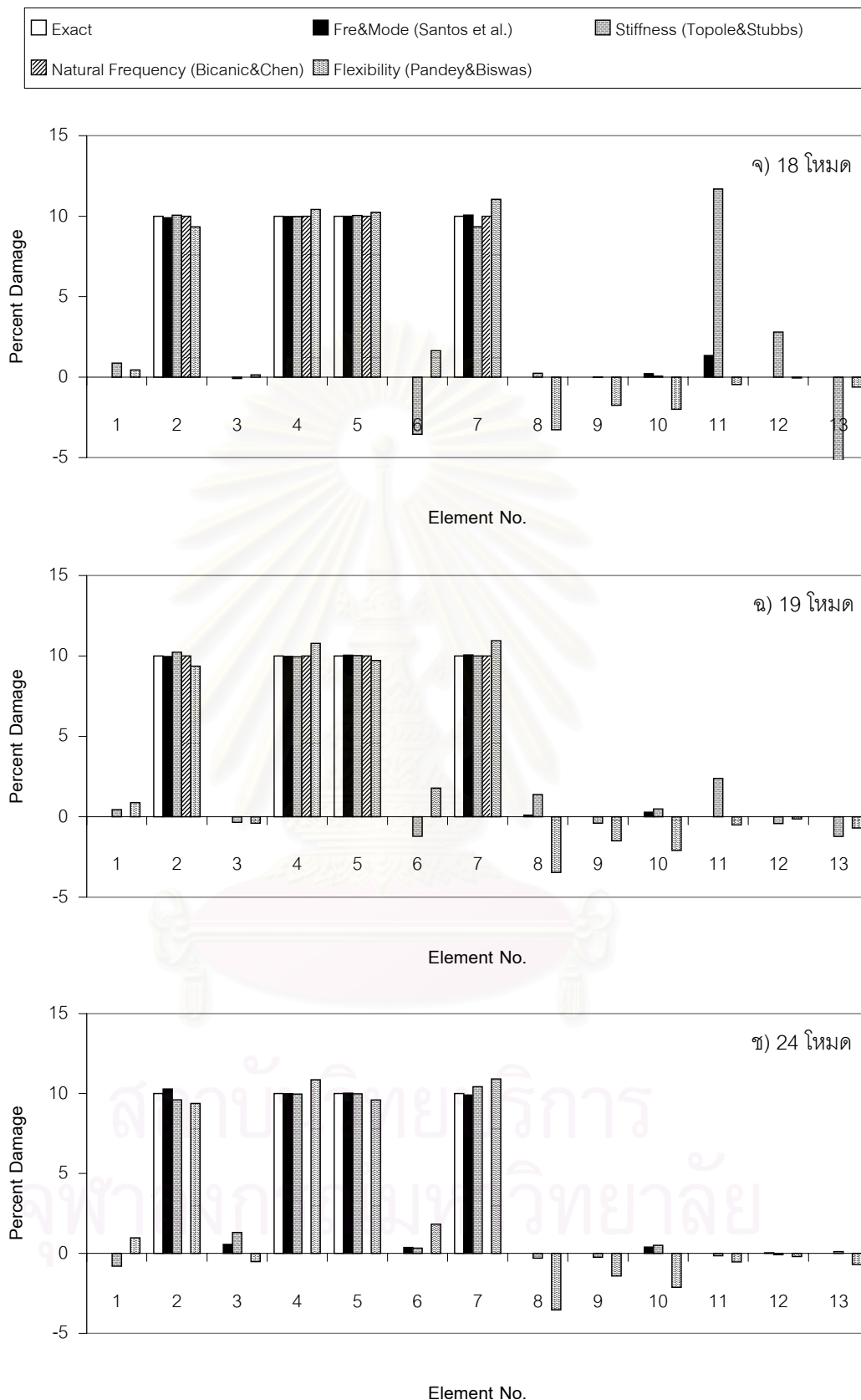


รูปที่ 4.10 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



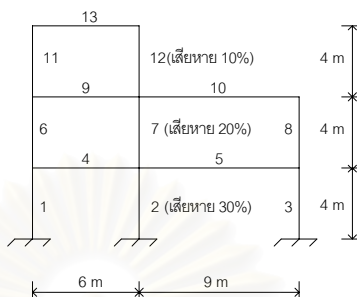
รูปที่ 4.10 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.10 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์ (หมายเหตุ: เมื่อใช้ 24 โหมดในการคำนวณ วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติไม่สามารถเข้าสู่ค่าตอบได้)

4.2.3 กรณีศึกษาที่ 3

กำหนดให้ชิ้นส่วนที่ 2, ชิ้นส่วนที่ 7, และชิ้นส่วนที่ 12 มีความเสียหาย 30 เปอร์เซ็นต์ 20 เปอร์เซ็นต์ และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างใหม่หลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 3

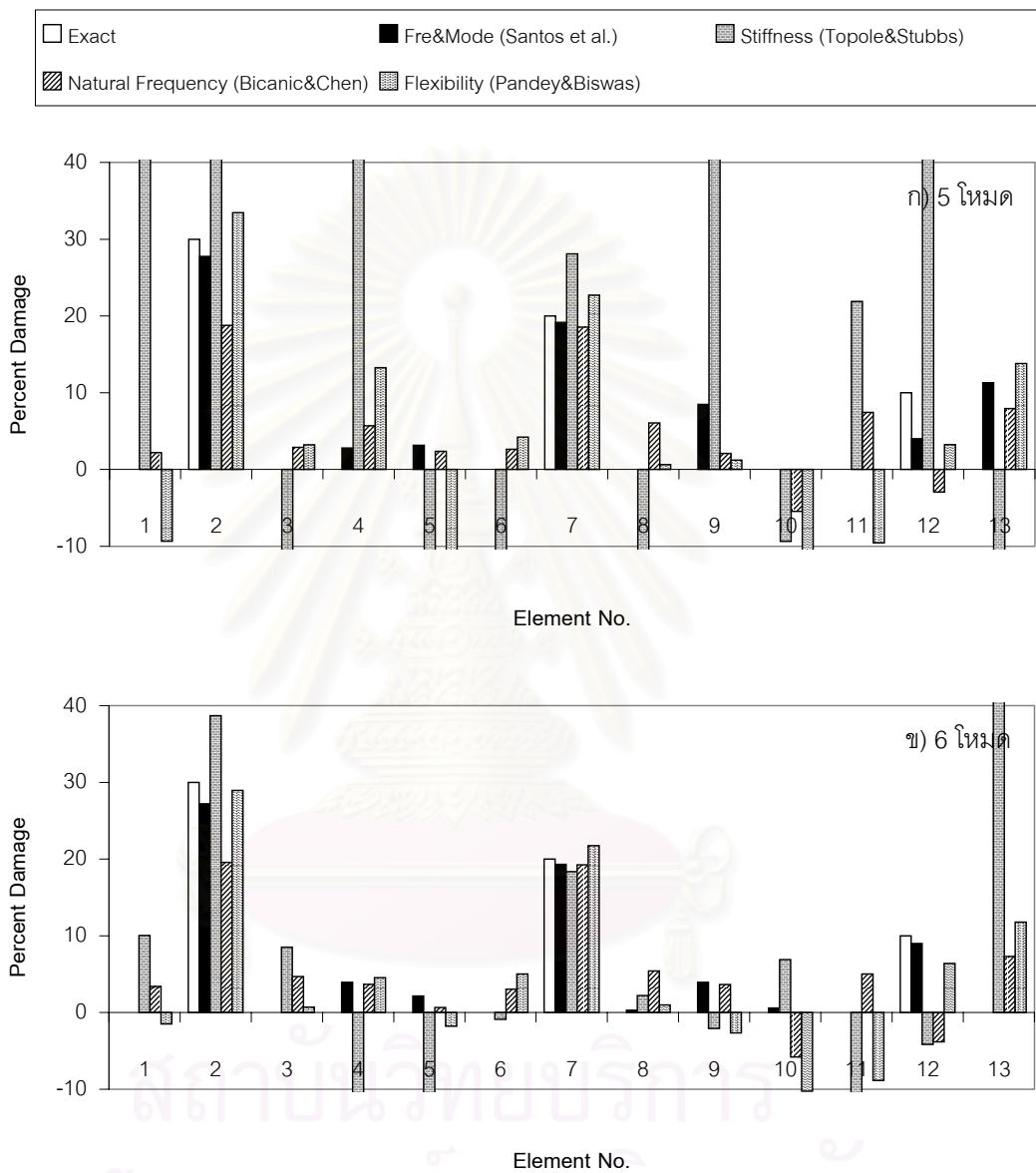
จากผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 3 พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ตั้งแต่ 6 โหมด ($m = n = 6$) เป็นต้นไป แต่ไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย สังเกตได้จากผลการทำนายความเสียหายจากการคำนวณด้วย 6 โหมดมีความถูกต้องมากกว่า 13 โหมด

ขณะที่ผลการทำนายความเสียหายจากอีก 3 วิธีที่เหลือ คือ วิธีสถิติเฟนสเมทริกซ์ วิธีเฟลกชิบิลิตีเมทริกซ์ และวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ พบว่าได้ข้อสรุปตรงกันกับกรณีศึกษาทั้ง 2 กรณีก่อนหน้านี้ คือ วิธีสถิติเฟนสเมทริกซ์ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเกือบทั้งหมด จึงจะสามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง

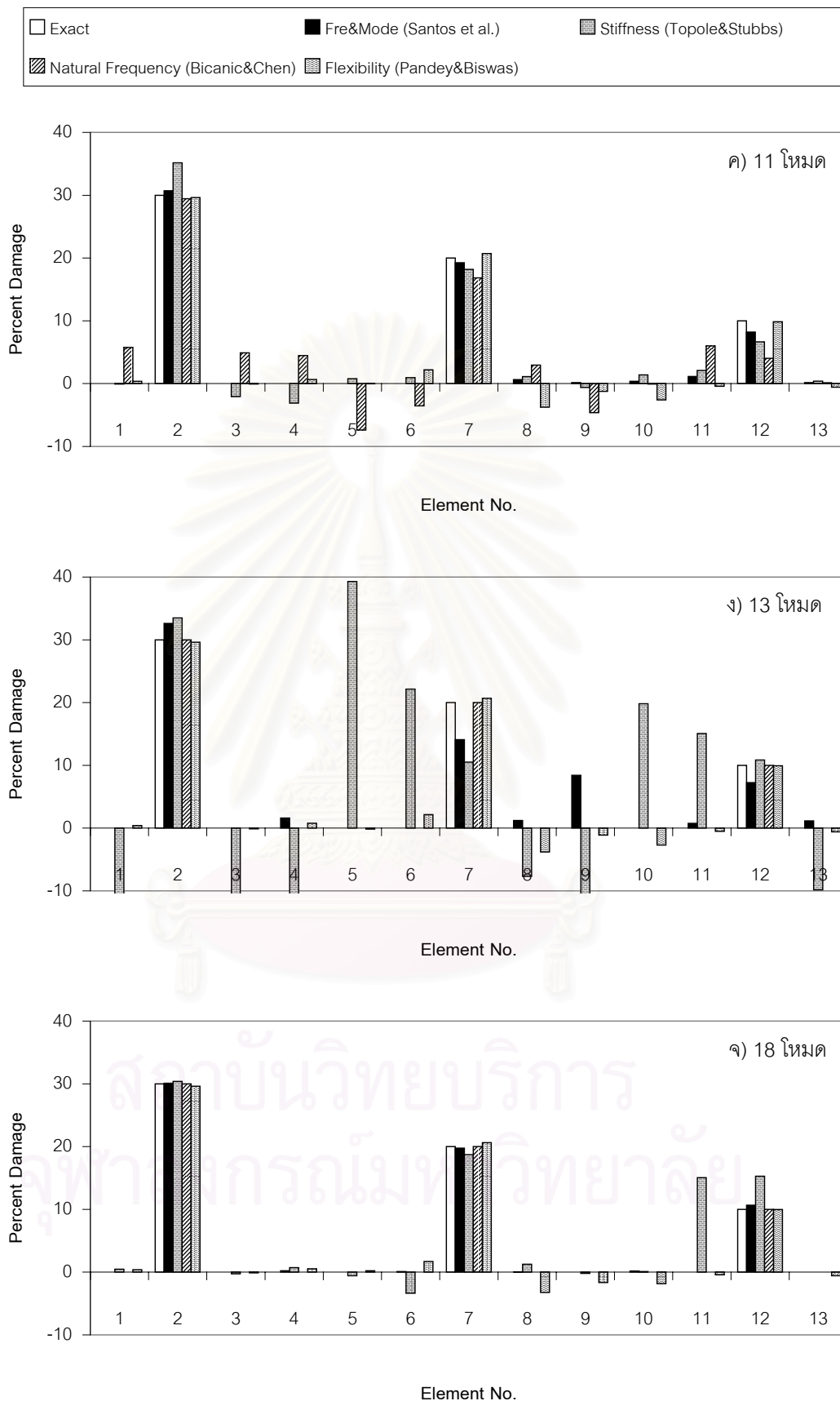
วิธีการเปลี่ยนแปลงเฟลกชิบิลิตีเมทริกซ์ ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ถึงแม้ว่าจะใช้ทุกโหมดในการคำนวณ แต่เป็นที่น่าสังเกตว่าวิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องเมื่อใช้ 11 โหมด ($m = n = 11$) ซึ่งเป็นจำนวนโหมดที่สามารถประมาณความเสียหายได้ถูกต้องเกือบ 100 เปอร์เซ็นต์ หากไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่หลังเสียหาย โดยผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้ตั้งแต่ 11 โหมดจนถึง 24 โหมดมีค่าใกล้เคียงกันมาก

และวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติสามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหาย เมื่อใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด ($NL = 13$) ซึ่งมีค่าเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด

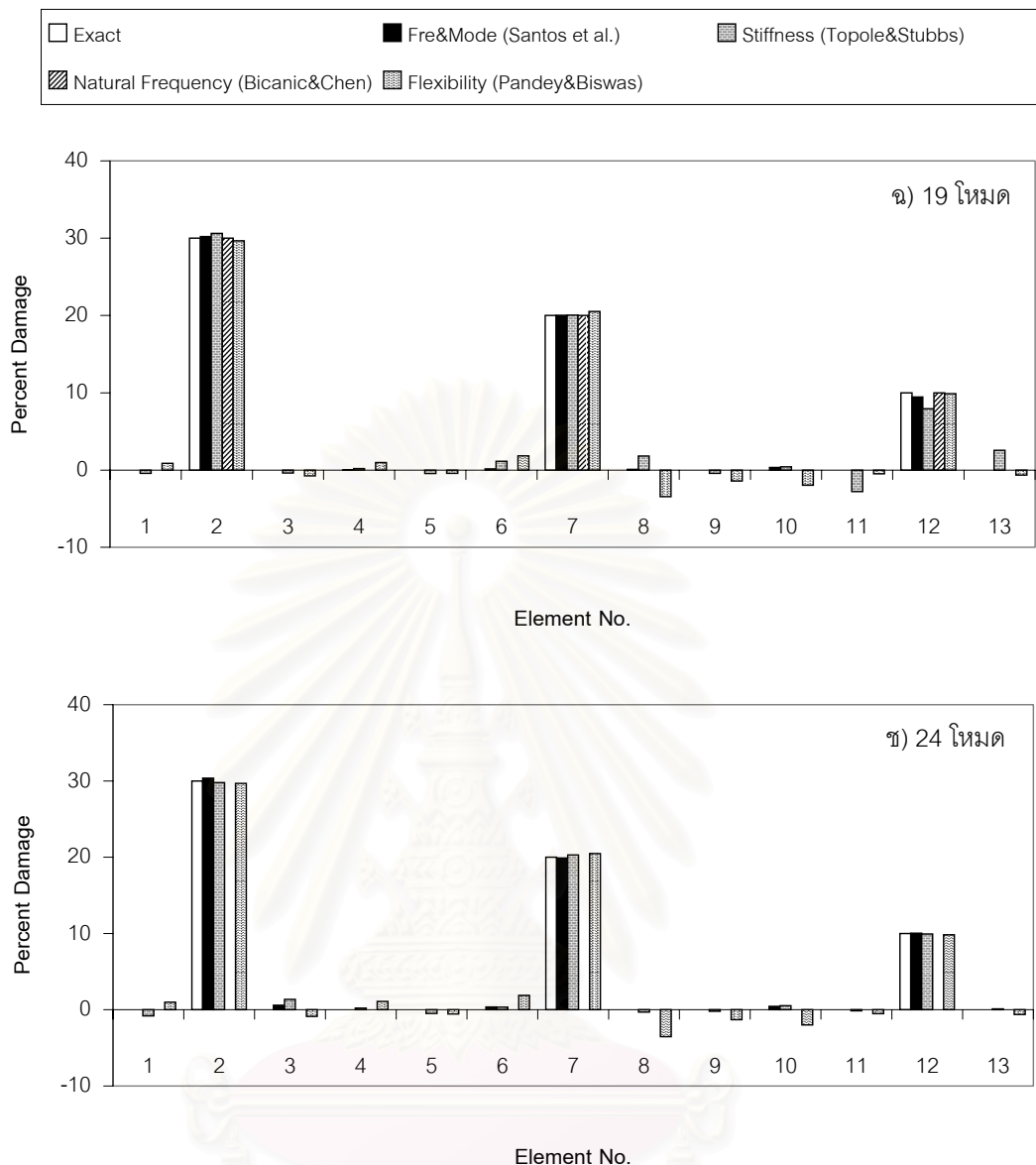
ในโครงสร้าง และใช้จำนวนของรูปร่างโหมดก่อนเสียหายเท่ากับ 24 โหมด ($NC = 24$) ซึ่งมีค่าเท่ากับจำนวนโหมดทั้งหมด แต่อย่างไรก็ตามวิธีนี้มีข้อเสียตรงที่ต้องใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าทั้ง 3 วิธีข้างต้น



รูปที่ 4.12 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 3 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



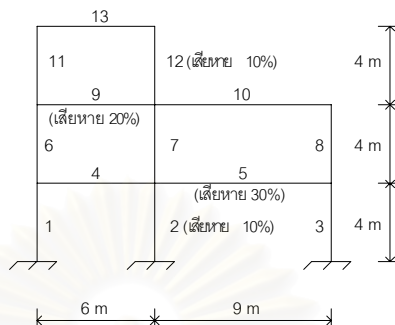
รูปที่ 4.12 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 3 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.12 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 3 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์ (หมายเหตุ: เมื่อใช้ 24 โหมดในการคำนวณ วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติไม่สามารถเข้าสู่คำตอบได้)

4.2.4 กรณีศึกษาที่ 4

กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, ชั้นส่วนที่ 5, ชั้นส่วนที่ 9 และชั้นส่วนที่ 12 มีความเสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์, 30 เปอร์เซ็นต์, 20 เปอร์เซ็นต์, และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.13



รูปที่ 4.13 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างใหม่หลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 4

จากผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 4 พบว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ตั้งแต่ 9 โหมด ($m = n = 9$) เป็นต้นไป แต่ไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย สังเกตได้จากผลการทำนายความเสียหายจากการคำนวณด้วย 9 โหมดมีความถูกต้องมากกว่า 13 โหมด

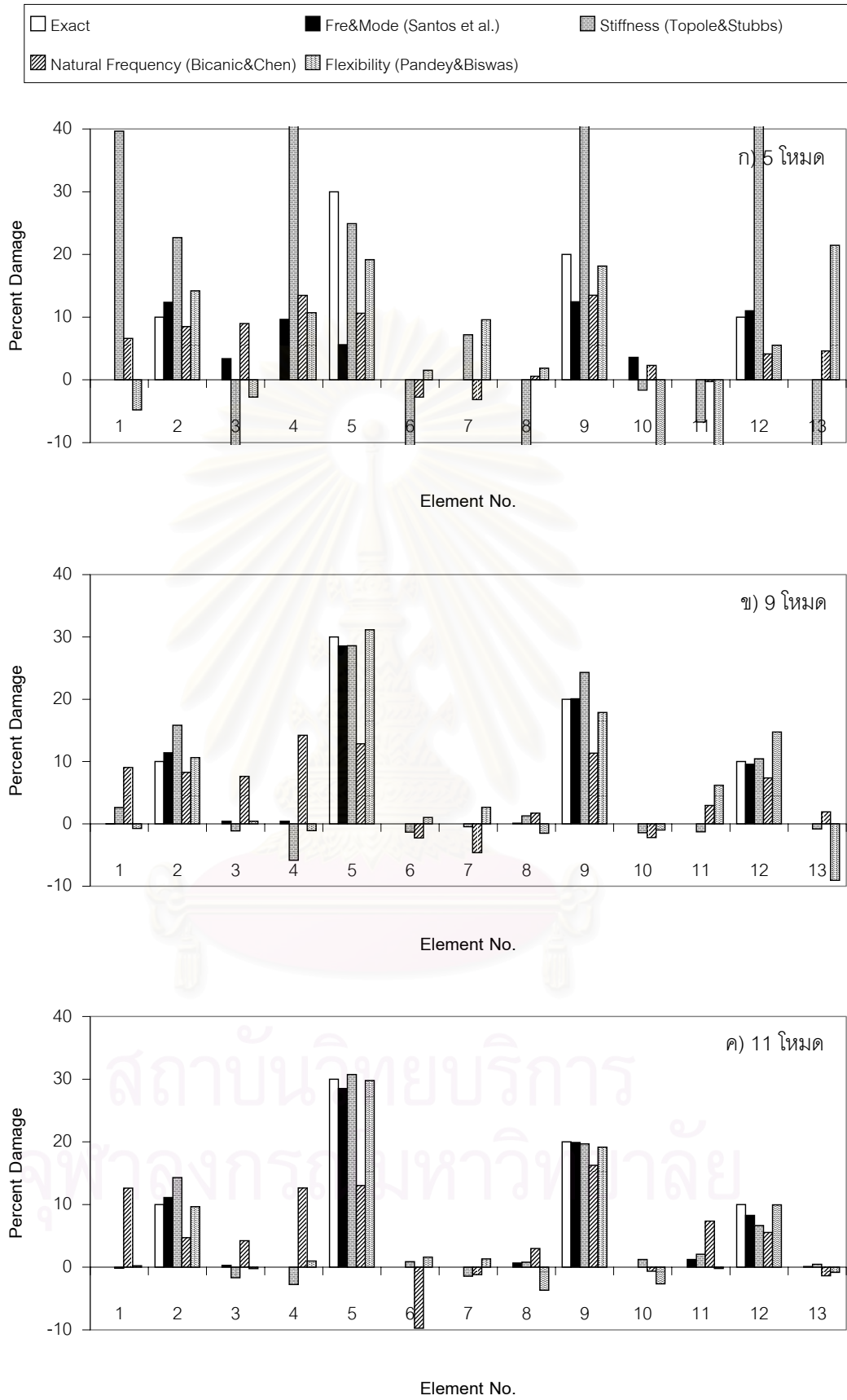
ขณะที่ผลการทำนายความเสียหายจากอีก 3 วิธีที่เหลือ คือ วิธีการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนอเมริกา วิธีเพลกซิบิลิตีเมทริกซ์ และวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ พบว่าได้ข้อสรุปตรงกันกับกรณีศึกษาทั้ง 3 กรณีก่อนหน้านี้ กล่าวคือ วิธีการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนอเมริกา และวิธีเพลกซิบิลิตีเมทริกซ์สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 19 โหมด ($m = 0, n = 19$) และ 11 โหมด ($m = n = 11$) เป็นต้นไป ตามลำดับ ขณะที่วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ เมื่อใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด ($NL = 13$) และใช้จำนวนของรูปร่างใหม่ก่อนเสียหายเท่ากับ 24 โหมด ($NC = 24$)

ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างใหม่หลังเกิดความเสียหาย ($\phi_{D_{error}}$) ส่งผลกระทบต่อการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ดังนี้

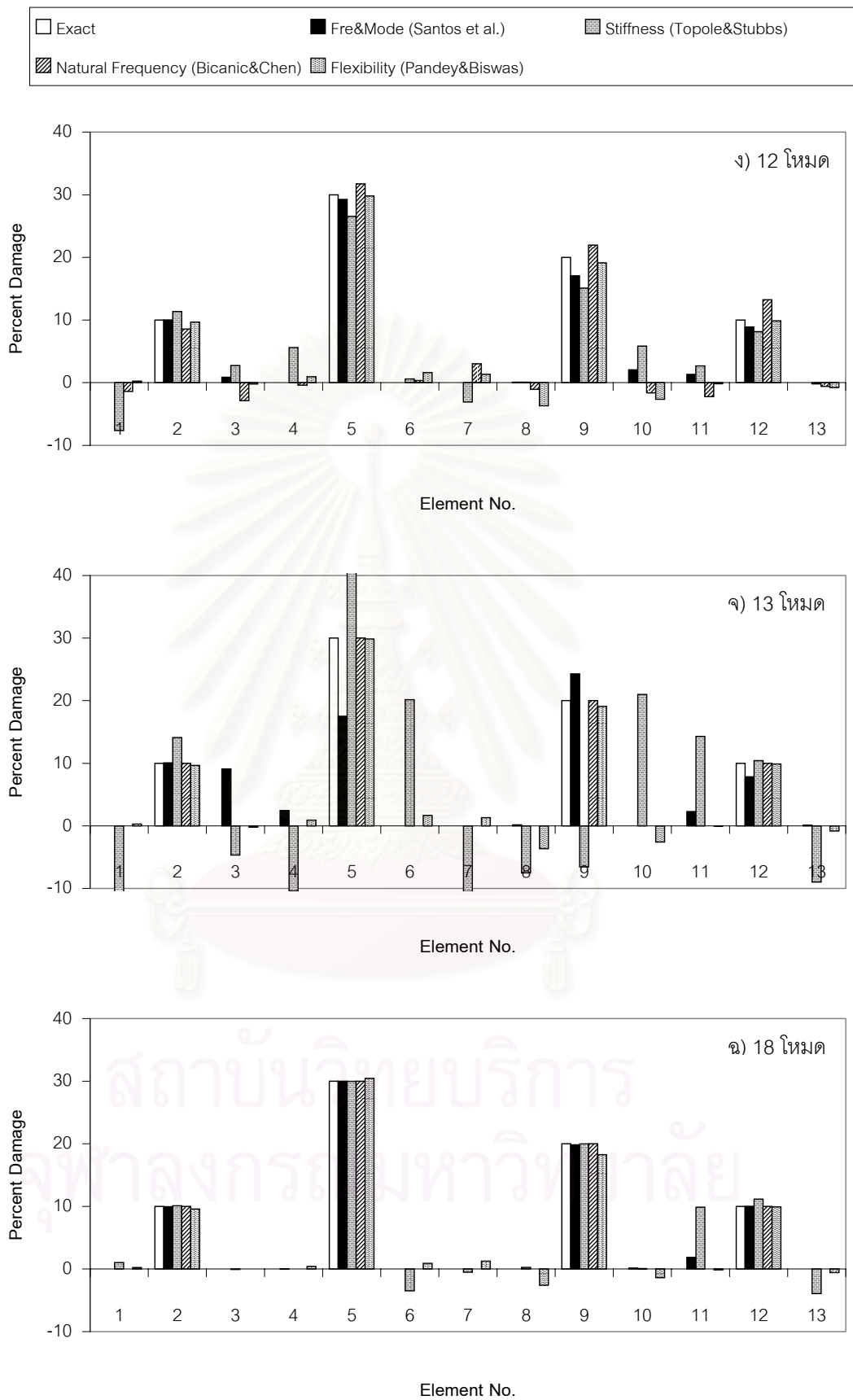
- 1) ทำให้วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ และทำให้ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น (เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ในหัว

ข้อที่ 3.4) จึงจะสามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง โดยสามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายได้ถูกต้อง แต่ก็มีการทำนายว่าเกิดความเสียหายที่บางตำแหน่งนอกเหนือจากตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริง และไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนใหม่ในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้จะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย

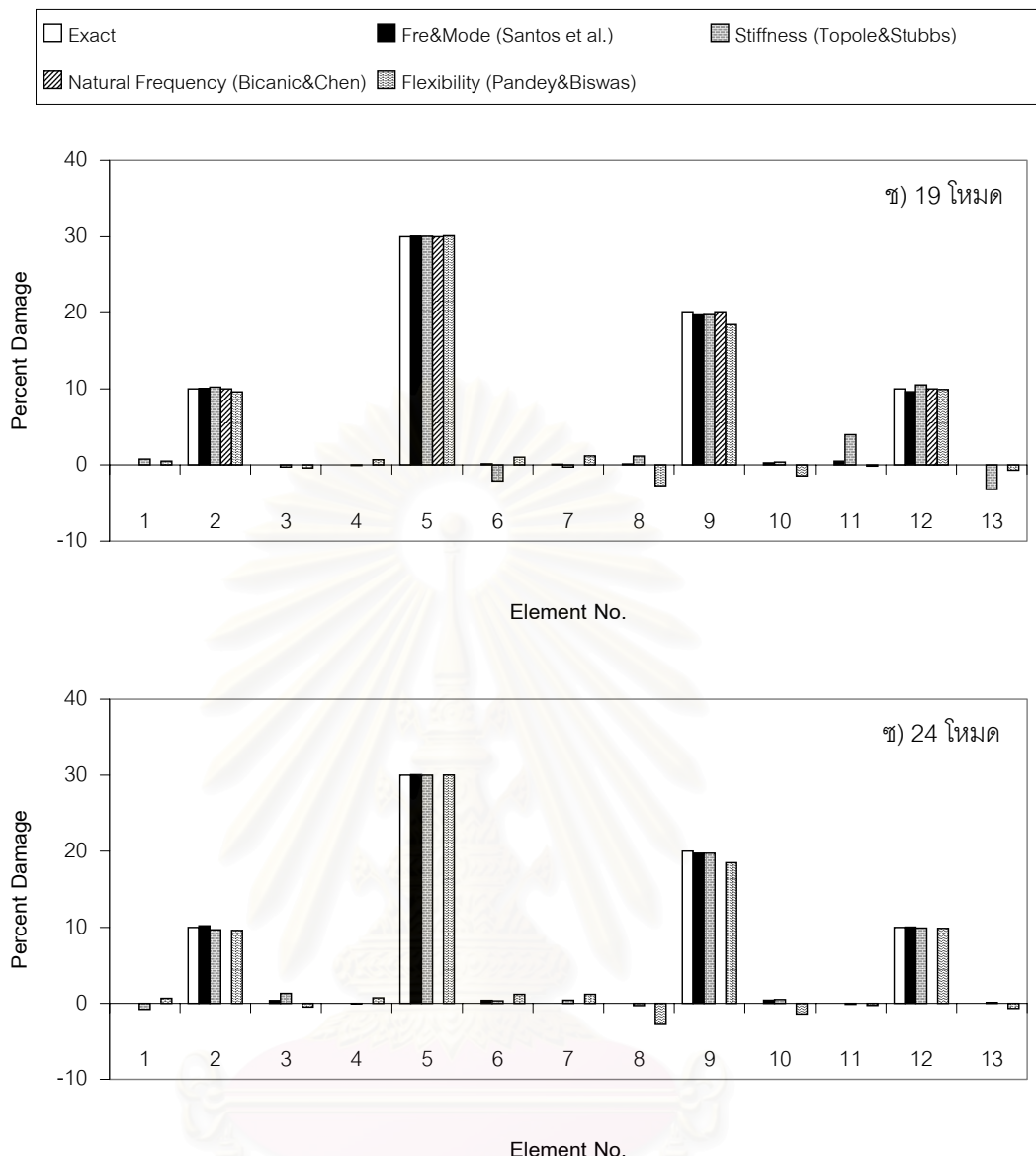
- 2) ทำให้วิธีเฟลทซ์บิลิตีเมทริกซ์ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ ถึงแม้ว่าจะใช้ทุกใหม่ในการคำนวณ แต่เป็นที่น่าสังเกตว่าวิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องเมื่อใช้ 11 โหมด ($m = n = 11$) ซึ่งเป็นจำนวนใหม่ที่สามารถประมาณความเสียหายได้ถูกต้องเกือบ 100 เปอร์เซ็นต์ หากไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย โดยผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้ตั้งแต่ 11 โหมดจนถึง 24 โหมดมีค่าใกล้เคียงกันมาก
- 3) วิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสมเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs ต้องใช้จำนวนใหม่ในการคำนวณเกือบทั้งหมดจึงจะสามารถประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง ตัวอย่างเช่น ในกรณีศึกษาวิธีสตีเฟนสมเมทริกซ์ต้องใช้จำนวนใหม่ในการคำนวณถึง 19 โหมด จากจำนวนทั้งหมด 24 โหมด จึงสามารถประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง โดยที่ผลการทำนายความเสียหายตั้งแต่ 1 โหมดจนถึง 18 โหมดค่อนข้างมีความคลาดเคลื่อน
- 4) วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ สามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ เมื่อใช้จำนวนใหม่ของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหาย ในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด ($NL = 13$) และใช้จำนวนของรูปร่างโหมดก่อนเสียหายเท่ากับ 24 โหมด ($NC = 24$) ซึ่งอธิบายได้ว่า เมื่อใช้จำนวนใหม่ของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายในการคำนวณเท่ากับ 13 โหมด จะทำให้วิธีนี้มีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (ซึ่งก็คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง) หรืออยู่ในกรณี determined system และเมื่อผนวกกับวิธีนี้ไม่จำเป็นต้องใช้รูปร่างโหมดหลังเสียหาย (ϕ_D) มาเป็นข้อมูลในการตรวจหาความเสียหาย (ตารางที่ 3.1 ในบทที่ 3) จึงทำให้สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง แต่อย่างไรก็ตามวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen มีข้อเสียตรงที่ต้องใช้จำนวนใหม่ของรูปร่างโหมดก่อนเกิดความเสียหายเท่ากับจำนวนระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) หรือใช้ $NC = 24$ โหมดเท่านั้น จึงจะทำให้วิธีนี้สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ อีกทั้งวิธีนี้ยังใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าทั้ง 3 วิธีข้างต้น



รูปที่ 4.14 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 4 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.14 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 4 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.14 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 4 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์ (หมายเหตุ: เมื่อใช้ 24 โหมดในการคำนวณ วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติไม่สามารถเข้าสู่คำตอบได้)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.3 ผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

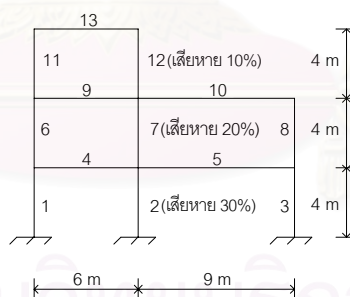
ในหัวข้อนี้จะศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ($\omega_{D_{error}}, \phi_{D_{error}}$) ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ โดยกำหนดให้เกิดความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายเท่ากับ 1 เปอร์เซ็นต์ และกำหนดให้มีกรณีการเกิดความเสียหายเพื่อใช้ศึกษาผลกระทบดังกล่าว ดังแสดงในตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 กรณีการเกิดความเสียหายที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย

กรณีศึกษาที่	ชั้นส่วนที่เสียหาย	เปอร์เซ็นต์เสียหาย	ความคลาดเคลื่อนสูงสุด (e_{max})
1	2, 7, 12	30, 20, 10	1 เปอร์เซ็นต์
2	2, 5, 9, 12	10, 30, 20, 10	1 เปอร์เซ็นต์

4.3.1 กรณีศึกษาที่ 1

ในกรณีศึกษานี้กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, ชั้นส่วนที่ 7 และชั้นส่วนที่ 12 เกิดความเสียหาย 30 เปอร์เซ็นต์ 20 เปอร์เซ็นต์ และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.15



รูปที่ 4.15 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1

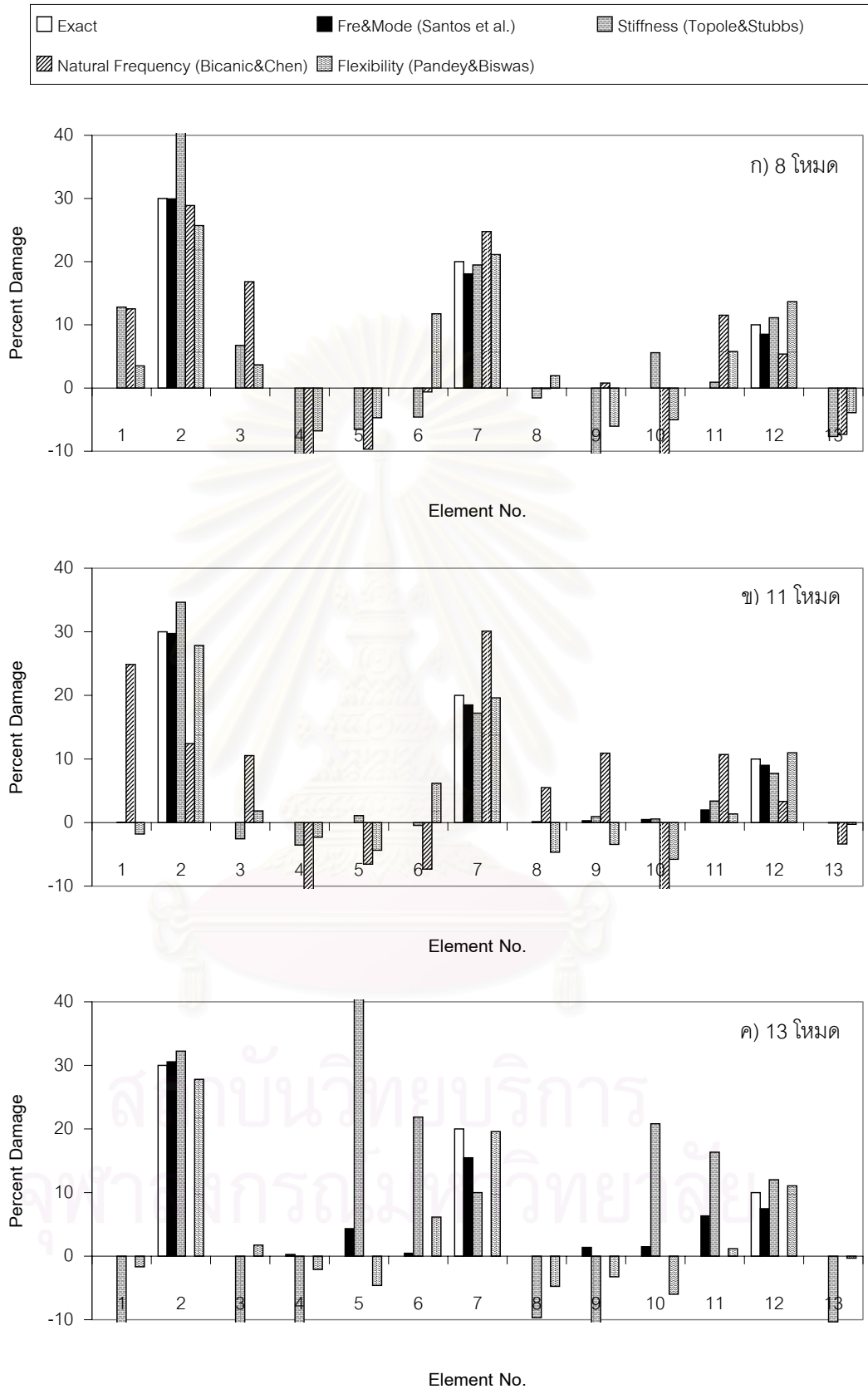
จากผลการตรวจหาความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 1 พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง ตั้งแต่ 8 โหมด ($m = n = 8$) เป็นต้นไป แต่อย่างไรก็ตาม จากผลการตรวจหาความเสียหายตั้งแต่ 8 โหมดจนถึง 24 โหมดแสดงให้เห็นว่าไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว

ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้จะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งเห็นได้จากรูปที่ 4.16 ผลการทำนายความเสียหายจากการคำนวณด้วย 8 โหมดมีความถูกต้องมากกว่า 13 โหมด

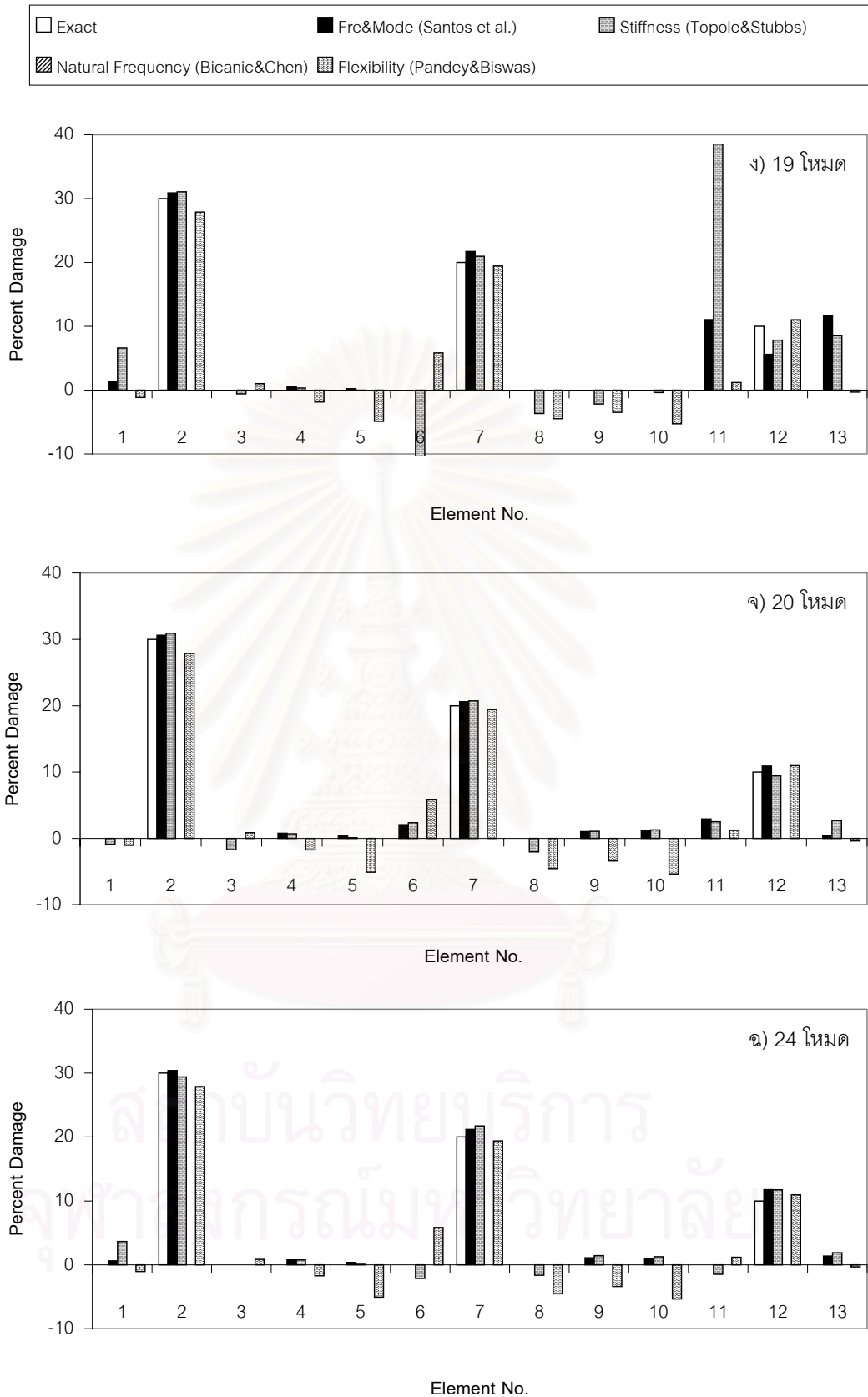
ส่วนวิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณถึง 20 โหมด จากจำนวนโหมดทั้งหมด 24 โหมด จึงจะสามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง

ขณะที่วิธีเฟลคซิบิลิตีเมทริกซ์ สามารถประมาณทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องตั้งแต่ 11 โหมด (โดยที่ผลการทำนายความเสียหายตั้งแต่ 11 โหมด จนถึง 24 โหมดมีค่าใกล้เคียงกันมาก) ซึ่งเป็นที่น่าสังเกตว่าวิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง โดยการใช้จำนวนโหมดเท่ากับในกรณีที่ไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายในหัวข้อที่ 3.4.3, ในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติที่เกิดความเสียหายในหัวข้อที่ 4.1 และในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนในการวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหายในหัวข้อที่ 4.2

และเนื่องจากวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen ไม่จำเป็นต้องใช้รูปร่างโหมดหลังเสียหาย (ϕ_D) มาเป็นข้อมูลในการตรวจหาความเสียหาย (ตารางที่ 3.1 ในบทที่ 3) ดังนั้นจึงทำให้ผลการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนในความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ได้ผลตรงกันกับในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนในความถี่ธรรมชาติที่เกิดความเสียหายเพียงอย่างเดียวในหัวข้อที่ 4.1 นั่นคือทำให้วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติไม่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง (ตั้งแต่ 1 โหมดจนถึง 11 โหมด) และไม่สามารถเข้าสู่หาคำตอบได้ตั้งแต่ 12 โหมดเป็นต้นไป



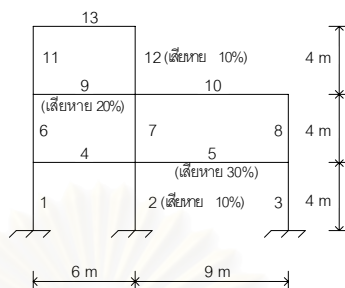
รูปที่ 4.16 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์ (เมื่อใช้จำนวนโหมดตั้งแต่ 12 โหมดเป็นต้นไป วิธีความถี่ธรรมชาติไม่สามารถเข้าสู่คำตอบได้)



รูปที่ 4.16 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์

4.3.2 กรณีศึกษาที่ 2

กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, ชั้นส่วนที่ 5, ชั้นส่วนที่ 9 และชั้นส่วนที่ 12 มีความเสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์, 30 เปอร์เซ็นต์, 20 เปอร์เซ็นต์, และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.17



รูปที่ 4.17 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2

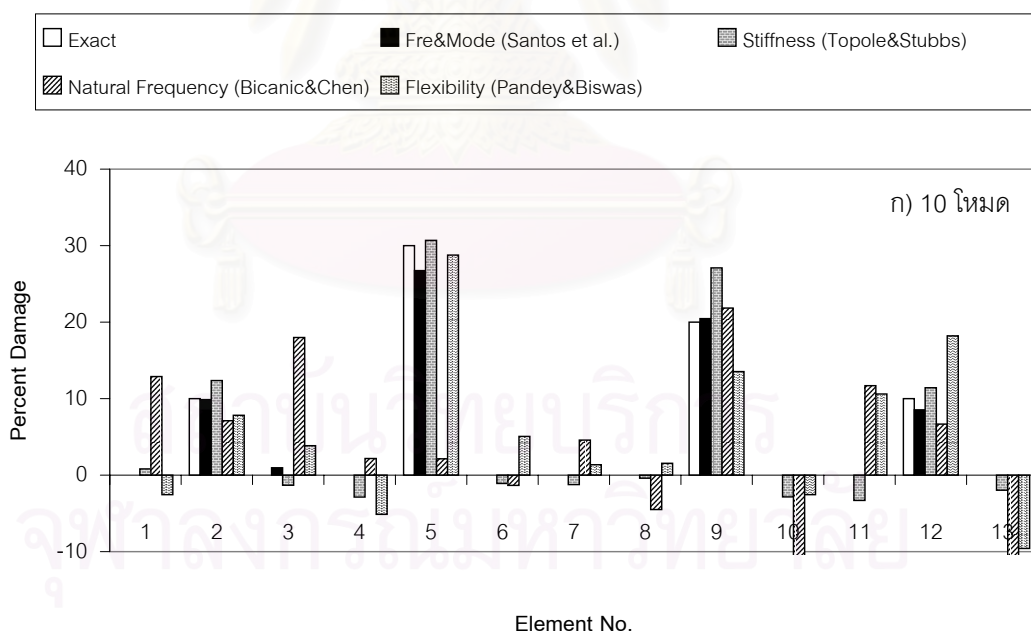
จากผลการทำนายความเสียหายในกรณีศึกษาที่ 2 พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง ตั้งแต่ 10 โหมดเป็นต้นไป แต่อย่างไรก็ตามจากผลการตรวจหาความเสียหายตั้งแต่ 10 โหมดจนถึง 24 โหมด แสดงให้เห็นว่าไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้จะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งเห็นได้จากรูปที่ 4.18 ผลการทำนายความเสียหายจากการคำนวณด้วย 10 โหมดมีความถูกต้องมากกว่า 13 โหมด ขณะที่ผลการทำนายความเสียหายจากอีก 3 วิธีที่เหลือ คือ วิธีการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสมริกซ์ วิธีการเปลี่ยนแปลงของเพลกซีบิลิตีเมทริกซ์ และวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ พบว่าได้ข้อสรุปตรงกันกับกรณีศึกษาที่ 1 ก่อนหน้านี้

ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ($\omega_{D_{error}}$, $\phi_{D_{error}}$) ส่งผลกระทบต่อการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่าง ๆ ดังนี้

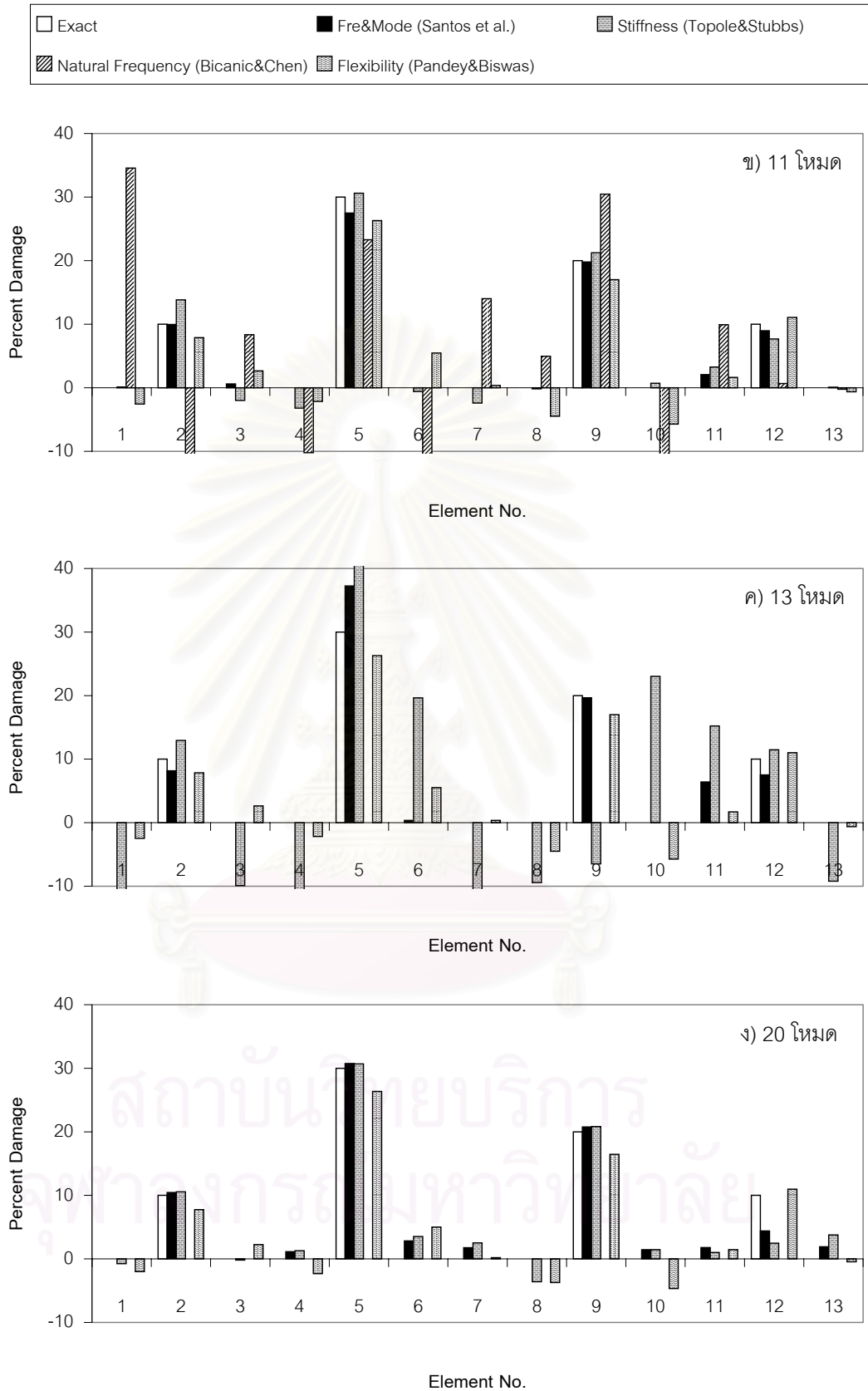
- 1) ทำให้วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ และทำให้ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น (เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายในหัวข้อที่ 3.4) จึงจะสามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง โดยสามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายได้ถูกต้อง แต่ก็มีการทำนายว่าเกิดความเสียหายที่บางตำแหน่งนอกเหนือจากตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริง และไม่จำเป็นที่

เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้จะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย

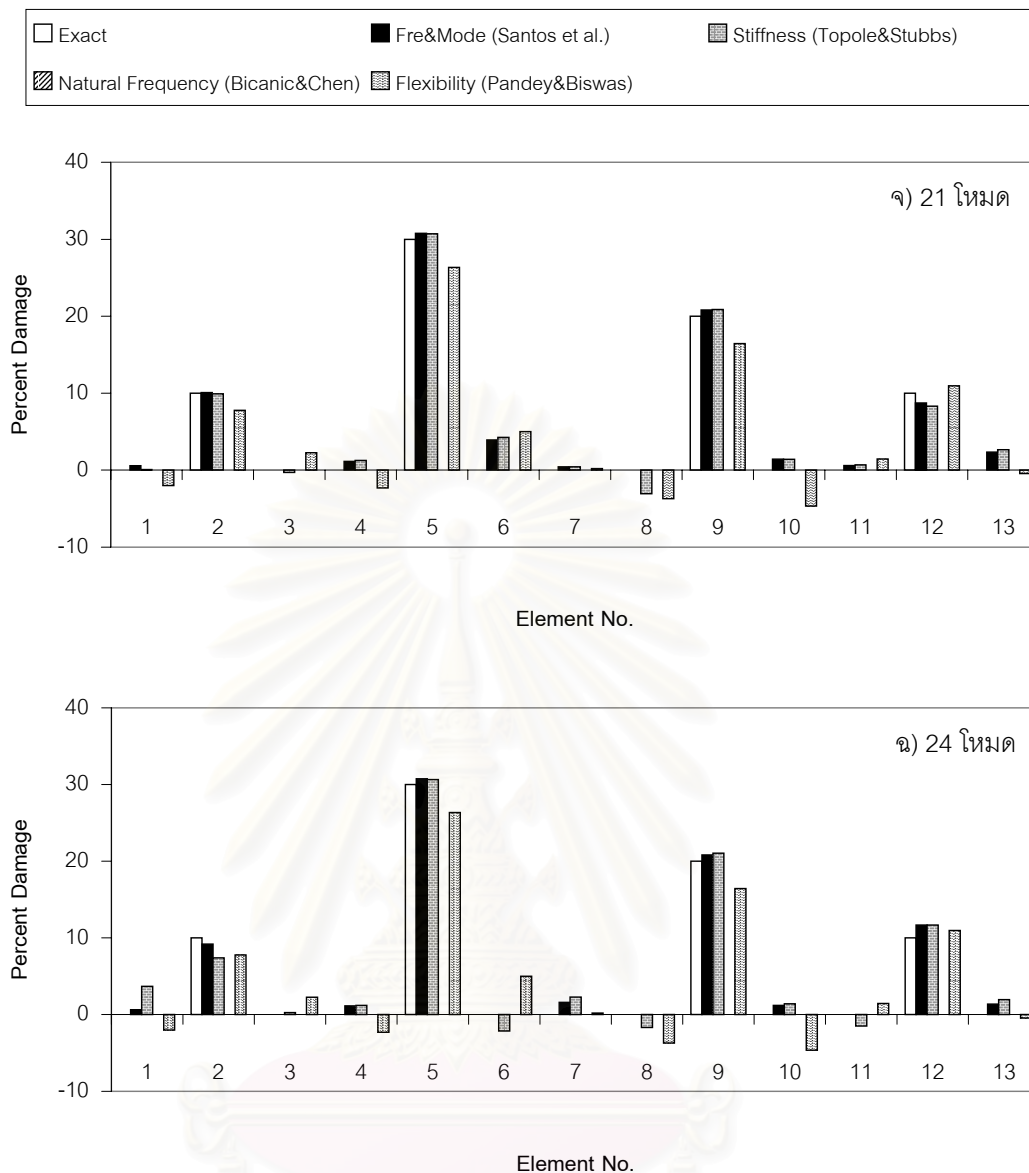
- 2) ทำให้วิธีเฟล็กซิบิลิตีเมทริกซ์ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ ถึงแม้ว่าจะใช้ทุกโหมดในการคำนวณ แต่เป็นที่น่าสังเกตว่าวิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง โดยการใช้อนุกรมอดเท่ากับในกรณีที่ไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหายในหัวข้อที่ 3.4 ในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติที่เกิดความเสียหายในหัวข้อที่ 4.1 และในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหายในหัวข้อที่ 4.2 คือใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 11 โหมด
- 3) วิธีการเปลี่ยนแปลงสติฟเนสเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs (1995) ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเกือบทั้งหมด จึงจะสามารถประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง ตัวอย่างเช่น ในกรณีศึกษาวิธีสติฟเนสเมทริกซ์ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณถึง 20 โหมด จากจำนวนโหมดทั้งหมด 24 โหมด จึงจะประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง
- 4) ทำให้วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติไม่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง (ตั้งแต่ 1 โหมดจนถึง 11 โหมด) และไม่สามารถลู่ออกค่าตอบได้ตั้งแต่ 12 โหมดเป็นต้นไป



รูปที่ 4.18 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.18 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 4.18 (ต่อ) ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดหลังเสียหาย สำหรับความคลาดเคลื่อนสูงสุด 1 เปอร์เซ็นต์ (หมายเหตุ- เมื่อใช้จำนวนโหมดตั้งแต่ 12 โหมดเป็นต้นไป วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติไม่สามารถเข้าสู่คำตอบได้)



4.4 สรุปผล

วิธี	ผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัด		
	ความถี่ธรรมชาติ	รูปร่างโหมด	ความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด
วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b)	ได้รับผลกระทบทำนองเดียวกับในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด	ได้รับผลกระทบทำนองเดียวกับในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด	ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 % และต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น (เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดในหัวข้อที่ 3.4) และไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย
วิธีสถิติเนสเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs (1995)	ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 % และทำให้ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้น (เปรียบเทียบกับกรณีที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดในหัวข้อที่ 3.4) และไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย	ได้รับผลกระทบทำนองเดียวกับในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด	วิธีนี้ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเกือบทั้งหมดจึงจะสามารถประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง
วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997)	ได้รับผลกระทบทำนองเดียวกับในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด	สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 % เมื่อใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายในการคำนวณเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง และใช้จำนวนของรูปร่างโหมดก่อนเสียหายเท่ากับจำนวนโหมดทั้งหมด แต่อย่างไรก็ตามวิธีนี้มีข้อเสียตรงที่ต้องใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมาก	ไม่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง (ตั้งแต่ 1 โหมดจนถึง 11 โหมด) และไม่สามารถถูเข้าหาคำตอบได้ตั้งแต่ 12 โหมดเป็นต้นไป
วิธีเฟลทชิลิตีเมทริกซ์ที่เสนอโดย Pandey และ Biswas (1995)	ได้รับผลกระทบทำนองเดียวกับในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด	ได้รับผลกระทบทำนองเดียวกับในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด	ไม่สามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 % ถึงแม้ว่าจะใช้ทุกโหมดในการคำนวณ แต่วิธีนี้สามารถทำนายความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง เมื่อใช้จำนวนโหมดในการคำนวณเท่ากับ 11 โหมด ซึ่งเป็นจำนวนโหมดที่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้องเกือบ 100 % เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด

4.5 การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างใหม่

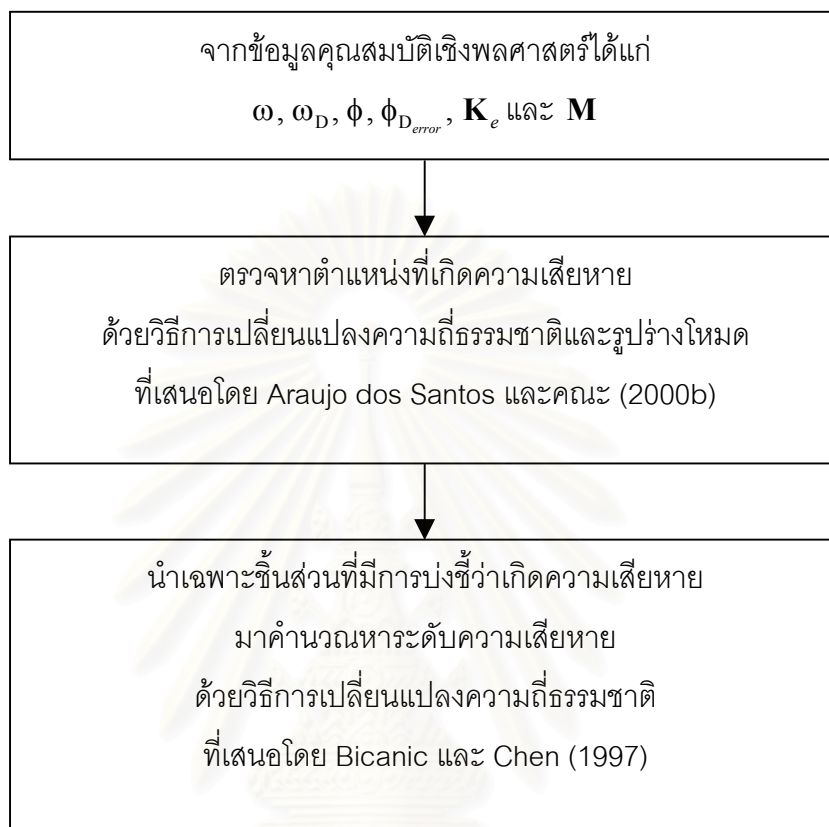
จากการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างใหม่หลังเสียหาย ($\omega_D, \phi_{D_{error}}$) ต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีประเภทต่างๆ ในหัวข้อที่ 4.2 พบว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen จะสามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ (ทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหาย) ก็ต่อเมื่อต้องใช้จำนวนใหม่ของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหาย (NL) ในการคำนวณเท่ากับจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) ซึ่งก็คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง ยกตัวอย่างเช่น ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้างที่มีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด 100 ชิ้น วิธีนี้จะสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง เมื่อใช้จำนวนใหม่ของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหาย (NL) ในการคำนวณเท่ากับ 100 ใหม่

แต่อย่างไรก็ตาม ยังคงสามารถที่จะลดจำนวนใหม่ในการคำนวณลงได้อีก โดยมี 2 ทางเลือก คือ

- 1) เพิ่มจำนวนสมการในการคำนวณให้มากขึ้น เพราะว่า วิธีที่ Bicanic และ Chen เสนอ สามารถสร้างจำนวนสมการได้เพียงแค่ n สมการ เมื่อใช้จำนวนใหม่ในการคำนวณ n ใหม่
- 2) ลดจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า หรือ unknowns ให้น้อยลง ซึ่งสามารถทำได้โดยการนำวิธีที่สามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริงได้ถูกต้อง มาใช้ร่วมกับวิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ เพราะเมื่อทราบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายได้แล้ว จะช่วยทำให้วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติมีจำนวน unknowns ที่ต้องคำนวณหาระดับความเสียหายน้อยลง

จะเห็นได้ว่า ทั้ง 2 ทางเลือกมีความน่าสนใจทั้งคู่ แต่เนื่องจากทางเลือกที่ 1 ค่อนข้างมีความยุ่งยากซับซ้อน เพราะต้องมีการสร้าง (derive) ชุดสมการใหม่ทั้งหมด ขณะที่ทางเลือกที่ 2 สามารถที่จะทำได้ทันที เพราะจากการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างใหม่หลังเสียหายต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ในหัวข้อที่ 4.2 พบว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติและรูปร่างใหม่ ที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) มีจุดเด่นอยู่ที่ใช้จำนวนใหม่ในการคำนวณน้อยกว่าวิธีอื่นๆ แล้วยังสามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริงได้อย่างถูกต้อง

ดังนั้นในหัวข้อนี้ จึงเสนอให้มีการนำวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดมาใช้ในการตรวจหาตำแหน่งที่เกิดความเสียหาย และใช้วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติมาใช้ในการทำนายระดับความเสียหาย ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวแสดงดังรูปที่ 4.19



รูปที่ 4.19 ขั้นตอนการตรวจหาความเสียหายของวิธีที่เสนอขึ้นมา สำหรับกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมด

ปัจจัยสำคัญต่อความสำเร็จของวิธีที่เสนอนี้ (proposed when noised) คือความสามารถในการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหาย เพราะถ้าไม่สามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริงได้ถูกต้องแล้ว จะทำให้ผลการทำนายระดับความเสียหายผิดพลาดตามไปด้วย ซึ่งจากผลการศึกษาในหัวข้อที่ 4.2 พบว่าจำนวนโหมดที่เหมาะสมที่สุดที่จะใช้ทำนายตำแหน่งความเสียหายในตัวอย่างโครงข้อแข็ง 3 ชั้นที่มีชิ้นส่วน 13 ชิ้นด้วยวิธีของ Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) คือ 5 โหมด ($m = n = 5$) เนื่องจากเมื่อใช้ 4 โหมดแรกในการคำนวณ จะมีบางกรณีที่ไม่สามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริงได้ถูกต้อง แต่จะเริ่มตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริงได้ถูกต้องทุกกรณี ตั้งแต่ 5 โหมดเป็นต้นไป (ดังตารางที่ 4.4)

ตารางที่ 4.4 (ต่อ) แสดงผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) ตั้งแต่กรณีศึกษาที่ 1 ถึง 4 ในหัวข้อการศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหายต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหมด 1 เปอร์เซ็นต์

ชั้นที่	เสียหายจริง (%)	(กรณีศึกษาที่ 3) จำนวนโหมดที่ใช้																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0	0	0	14.7	0	0	0	0	0.67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	30	0	0	0	17.2	27.8	27.2	28.2	30	30.8	30.1	30.7	30.8	32.6	30.6	30.3	30.3	30.1	30.1	30.2	30.2	30.2	30.4	30.4	30.4
3	0	0	6.72	0	0	0	0	0.54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.59	0.59
4	0	0	59.9	18.1	0	2.81	3.94	0.2	0	0.29	0	0	0	1.61	0	0	0	0.25	0.2	0.01	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	3.16	2.16	0.73	0	0	0	0	0.37	0	0	0.02	0.03	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	26.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.08	0.16	1	0.59	0.44	0.44	0.37	
7	20	0	0	3.01	0	19.2	19.3	19.7	19.4	19.6	19.9	19.3	18.3	14.1	18.9	19.6	19.5	18.9	19.8	20	20.1	20	19.9	19.9	19.9
8	0	0	0	64	0	0	0.29	0.66	0.12	0.25	0.16	0.64	0.67	1.22	0	0	0	0.01	0.1	0.17	0.2	0	0	0	0
9	0	0	0	0	3.61	8.47	3.94	1.17	0	0.16	0.93	0.17	0	8.4	0.11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	101	0	0	25.9	0	0.6	0	0.88	0	0	0.37	1.03	0	0	0	0	0.24	0.18	0.34	0.34	0.31	0.31	0.44	0.44
11	0	0	0	12.4	3.62	0	0	0	0	0	0	1.14	0.62	0.75	1.79	1.71	1.74	1.43	0	0	0	0	0	0	0
12	10	0	24.1	0	0	4.01	9.0	9.3	8.88	9.46	10.1	8.22	8.62	7.26	8.59	8.98	9.01	12.7	10.7	9.44	9.18	9.58	10	10	10
13	0	0	0	0	5	11.3	0	0.6	1.67	0	0	0.17	0.35	1.15	0	0	0	0	0	0	0	0.04	0	0	0

ชั้นที่	เสียหายจริง (%)	(กรณีศึกษาที่ 4) จำนวนโหมดที่ใช้																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0	0	0	0	0	0	0	1.12	0.52	0.04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	10	0	0	8.45	8.37	12.4	11.6	7.82	9.38	11.4	10.2	11.1	10	10.1	10.1	10	10	9.87	9.94	10.1	10.1	10.1	10.2	10.2	10.2
3	0	0	0	3.07	0.3	3.38	4.23	2.78	0.93	0.41	0.46	0.3	0.87	9.09	0.96	0	0	0	0	0	0	0	0	0.37	0.37
4	0	0	36.6	0	17.3	9.66	7.15	6.62	5.11	0.41	0	0	0	2.46	0	0.87	0.78	0	0.01	0	0	0	0	0	0
5	30	0	0	29.8	0	5.62	6.52	22.7	25.7	28.6	29.5	28.5	29.3	17.5	29.6	29.8	29.8	30.1	30	30.1	30.1	30.1	30.1	30.1	30.1
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.16	1.07	0.56	0.45	0.45	0.38
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.06	0	0	0	0	0	0	0.22	0	0.11	0.11	0	0	0	0
8	0	0	0	0	2.28	0	0.62	0.12	0	0.1	0	0.65	0.07	0.15	0	0	0	0.02	0	0.14	0.23	0.23	0.07	0	0
9	20	0	13.2	18.5	14.9	12.5	12.1	16.4	13.9	20.1	20.7	19.9	17.1	24.3	22.5	20.1	20.1	19.9	19.8	19.7	19.8	19.8	19.8	19.8	19.8
10	0	115	0	0	1.27	3.58	2.08	2.31	2.05	0	0	0	2.06	0	2.8	0	0	0.17	0.16	0.28	0.32	0.29	0.29	0.41	0.41
11	0	0	0	0	0	0	0	0.71	0	0	0	1.23	1.32	2.26	1.55	1.52	1.5	1.73	1.85	0.51	0	0	0	0	0
12	10	0	20.5	4.42	12.1	11	10.1	9.4	9.78	9.58	10.2	8.27	8.89	7.82	7.71	9.1	9.35	9.41	10	9.64	9.57	9.82	10	10	10
13	0	0	0	5.96	0	0	1.6	0	0.43	0	0	0.1	0	0.11	0.49	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0

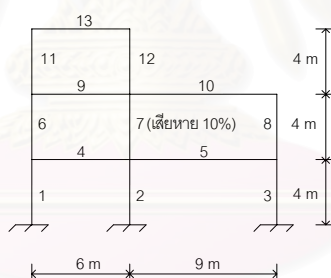
เพื่อศึกษาว่า วิธีที่เสนอขึ้นมาสามารถตรวจพบความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติหรือไม่ จึงกำหนดให้มีการตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง ที่เกิดความเสียหายเหมือนกับในหัวข้อที่ 4.2 ดังแสดงในตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 กรณีการเกิดความเสียหายในหัวข้อการพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างใหม่หลังจากเสียหาย

กรณีศึกษาที่	ชิ้นส่วนที่เสียหาย	เปอร์เซ็นต์เสียหาย	ความคลาดเคลื่อนสูงสุด (e_{\max})
1	7	10	1 เปอร์เซ็นต์
2	2, 4, 5, 7	10, 10, 10, 10	1 เปอร์เซ็นต์
3	2, 7, 12	30, 20, 10	1 เปอร์เซ็นต์
4	2, 5, 9, 12	10, 30, 20, 10	1 เปอร์เซ็นต์

a) กรณีศึกษาที่ 1

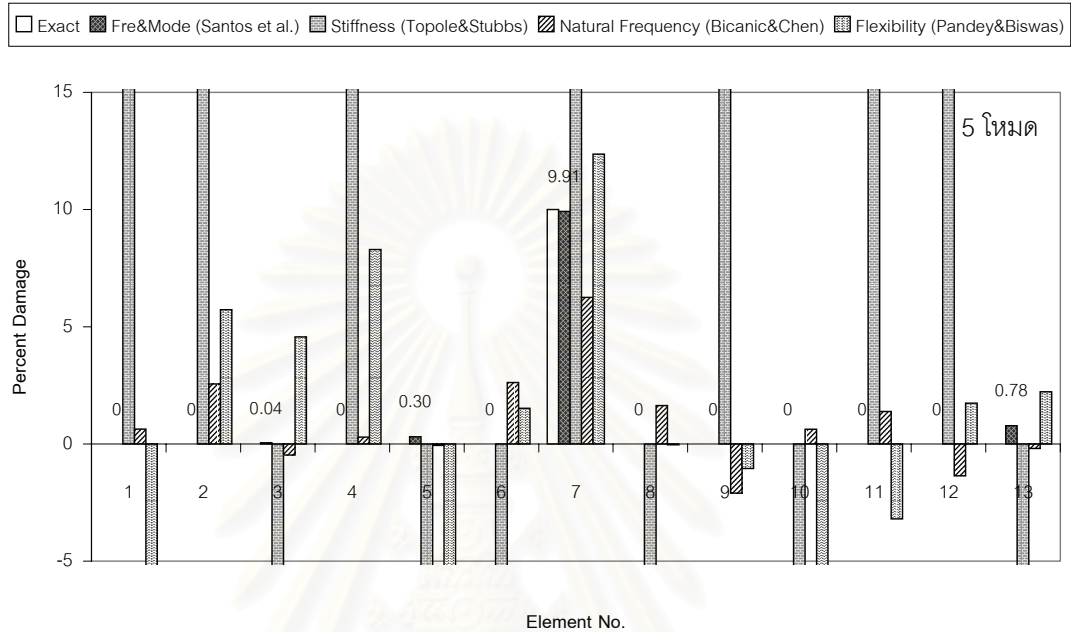
กรณีศึกษานี้กำหนดให้ชิ้นส่วนที่ 7 เกิดความเสียหาย 10 เปอร์เซ็นต์ เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 4.2.1 ดังแสดงในรูปที่ 4.20



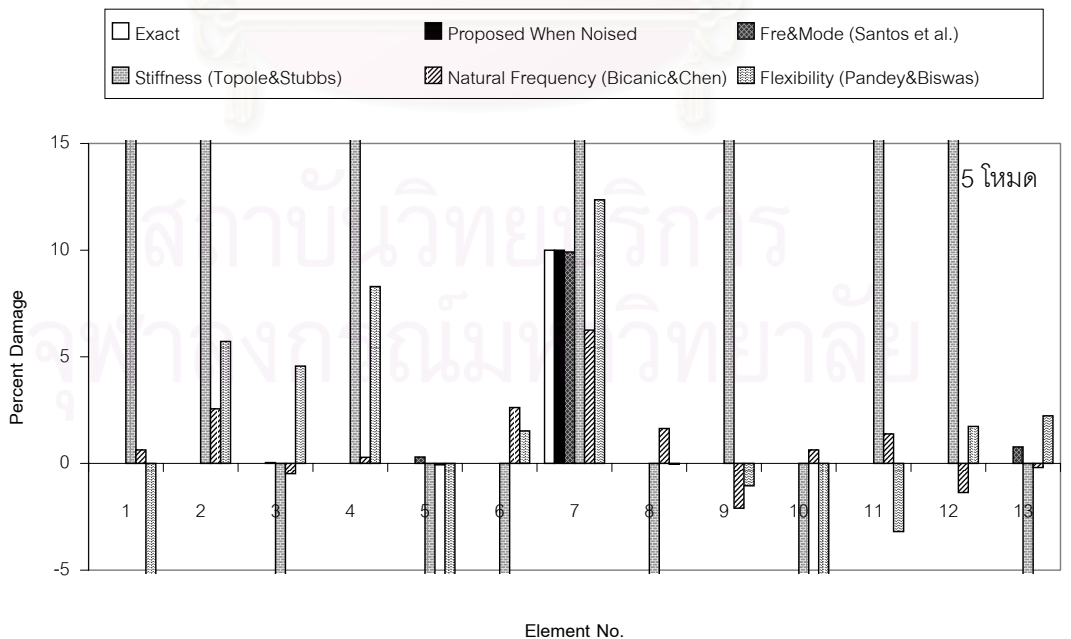
รูปที่ 4.20 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษา การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างใหม่หลังจากเสียหาย ในกรณีศึกษาที่ 1

กรณีศึกษาที่ 1 รูปที่ 4.21 เมื่อใช้ 5 โหนดในการคำนวณ ($m = n = 5$) ปรากฏว่าผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) มีการบ่งชี้ว่า มีชิ้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 4 ชิ้น คือ ชิ้นส่วนที่ 3, 5, 7 และชิ้นส่วนที่ 13 โดยมีระดับความเสียหายเท่ากับ 0.04, 0.30, 9.91 และ 0.78 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังนั้นจึงทำให้มีจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (α_e) ที่ต้องคำนวณหาระดับความเสียหายเหลือเพียงแค่ 4 ชิ้นจากทั้งหมด 13 ชิ้น ต่อมาเมื่อนำชิ้นส่วนทั้ง 4 ชิ้นมาทำนายระดับความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) ปรากฏว่าสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง 100

เปอร์เซ็นต์ โดยใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติในการคำนวณเพียงแค่ 4 โหมด ($NL = 4, NC = 24$) ดังแสดงในรูปที่ 4.22 ซึ่งหากไม่ลดจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจะต้องใช้ถึง 13 โหมดหรือเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง ($NL = 13, NC = 24$) จึงจะสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง (อ้างอิงจากหัวข้อที่ 4.2.1)



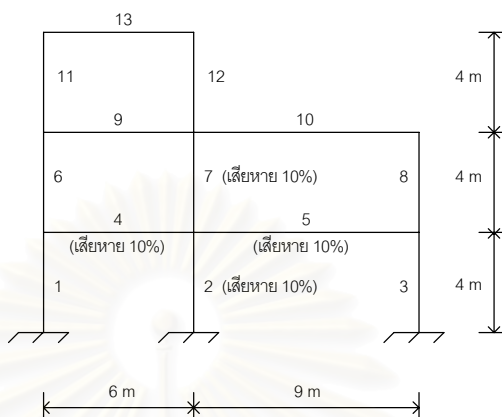
รูปที่ 4.21 แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งเหมือนกับรูปที่ 4.8 ในหัวข้อที่ 4.2.1 (ตัวเลขที่แสดงบนรูป คือผลจากการทำนายความเสียหายด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด)



รูปที่ 4.22 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) ในกรณีศึกษาที่ 1

b) กรณีศึกษาที่ 2

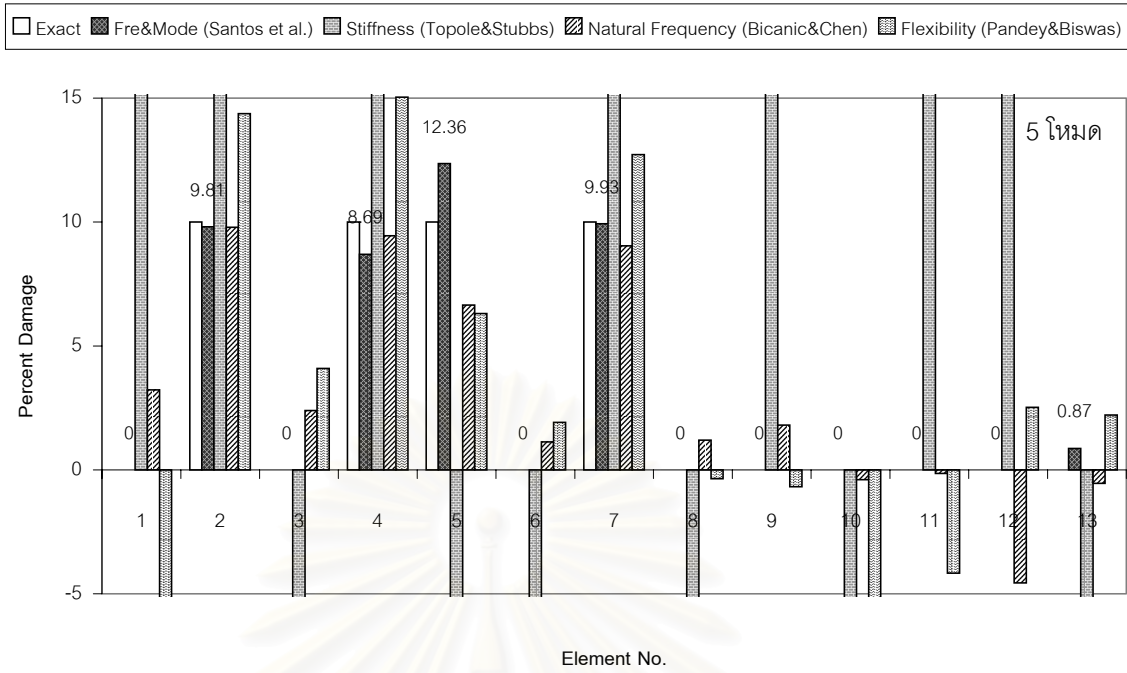
กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, 4, 5 และชั้นที่ 7 เกิดความเสียหายเท่ากันทั้งหมด คือเท่ากับ 10 เปอร์เซ็นต์ เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 4.2.2 ดังแสดงในรูปที่ 4.23



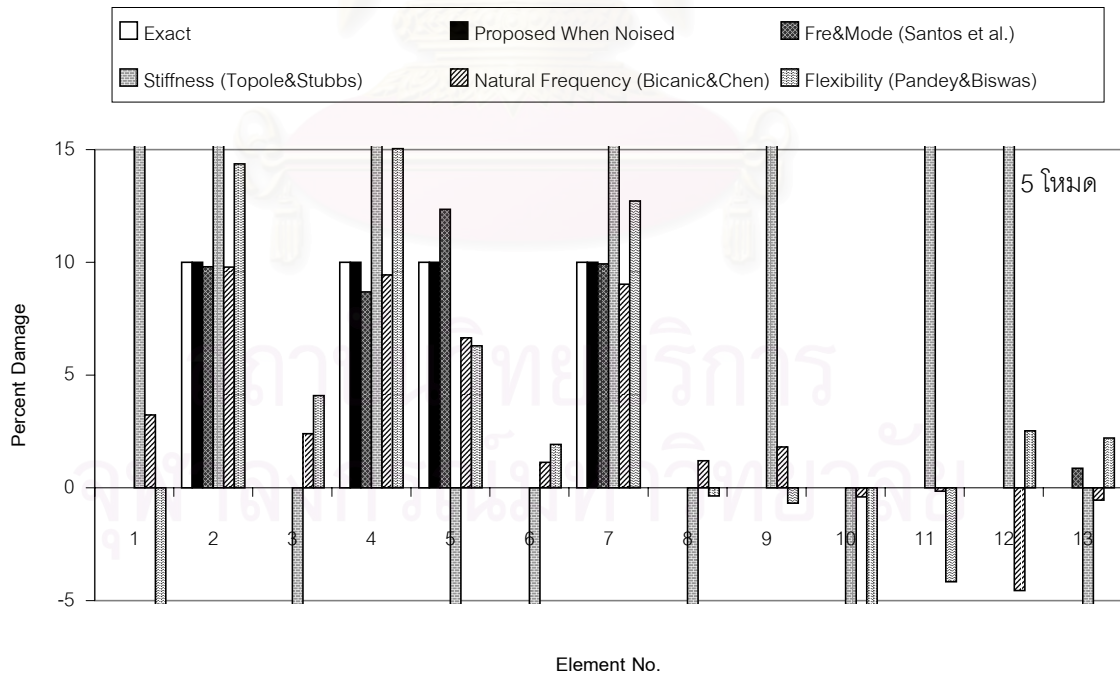
รูปที่ 4.23 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษา การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างใหม่หลังจากเสียหาย ในกรณีศึกษาที่ 2

กรณีศึกษาที่ 2 รูปที่ 4.24 เมื่อใช้ 5 โหมดในการคำนวณ ($m = n = 5$) ปรากฏว่าผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) มีการบ่งชี้ว่า มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 5 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 2, 4, 5, 7 และชั้นส่วนที่ 13 โดยมีระดับความเสียหายเท่ากับ 9.81, 8.69, 12.36, 9.93 และ 0.87 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ต่อมาเมื่อนำชั้นส่วนทั้ง 5 ชั้นมาทำนายระดับความเสียหาย ปรากฏว่าสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ โดยใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติในการคำนวณเพียง 5 โหมด ($NL = 5, NC = 24$) ดังแสดงในรูปที่ 4.25 ซึ่งหากไม่ลดจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจะต้องใช้ถึง 13 โหมด ($NL = 13, NC = 24$) จึงจะสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง (อ้างอิงจากหัวข้อที่ 4.2.2)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



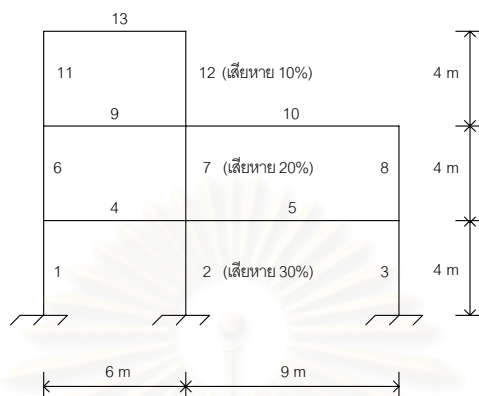
รูปที่ 4.24 แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งเหมือนกับรูปที่ 4.10 ในหัวข้อที่ 4.2.2 (ตัวเลขที่แสดงบนรูป คือผลจากการทำนายความเสียหายด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด)



รูปที่ 4.25 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) ในกรณีศึกษาที่ 2

c) กรณีศึกษาที่ 3

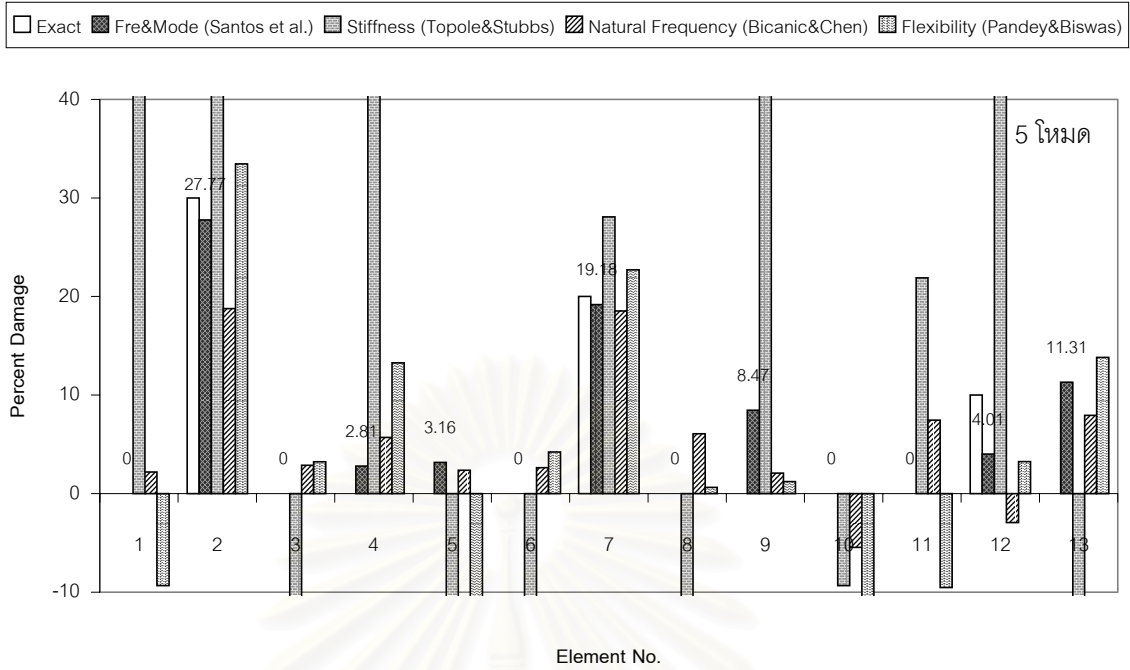
กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, 7 และชั้นส่วนที่ 12 มีความเสียหาย 30 เปอร์เซ็นต์ 20 เปอร์เซ็นต์ และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 4.2.3 ดังแสดงในรูปที่ 4.26



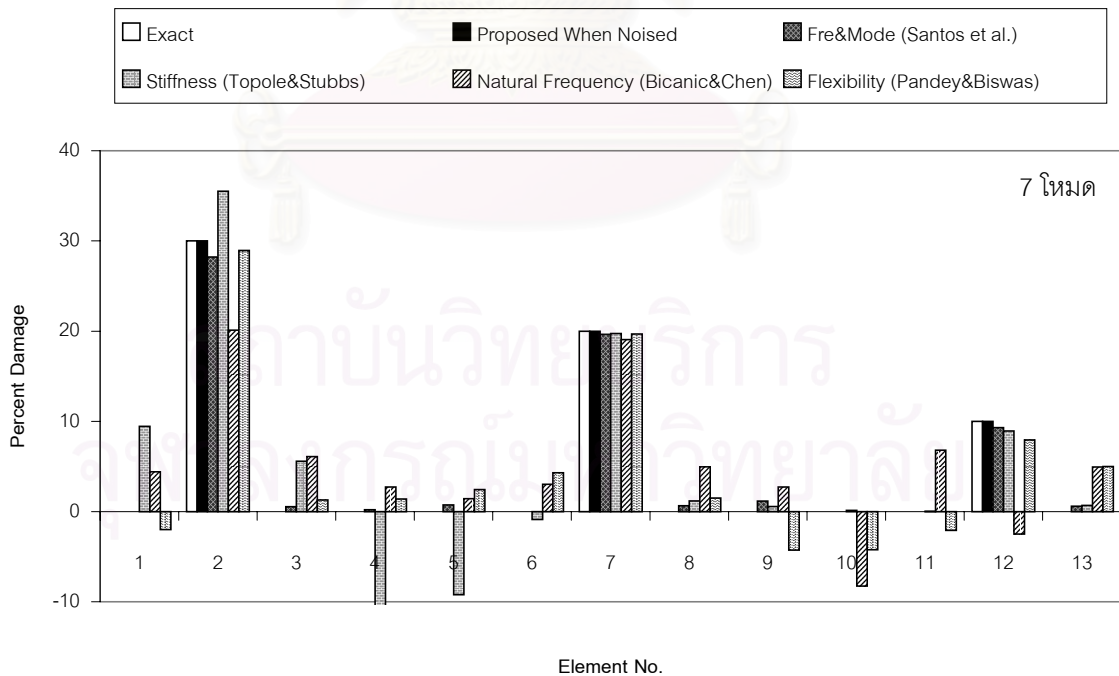
รูปที่ 4.26 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษา การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ในกรณีศึกษาที่ 3

กรณีศึกษาที่ 3 รูปที่ 4.27 เมื่อใช้ 5 โหมดในการคำนวณ ($m = n = 5$) ปรากฏว่าผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) มีการบ่งชี้ว่า มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 7 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 2, 4, 5, 7, 9, 12 และชั้นส่วนที่ 13 โดยมีระดับความเสียหายเท่ากับ 27.77, 2.81, 3.16, 19.18, 8.47, 4.01 และ 11.31 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ดังนั้นจึงทำให้มีจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าที่ต้องคำนวณหาระดับความเสียหายเหลือเพียง 7 ชั้นจากทั้งหมด 13 ชั้น ต่อมาเมื่อนำชั้นส่วนทั้ง 7 ชั้นมาทำนายระดับความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) ปรากฏว่าสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติในการคำนวณเพียง 7 โหมด ($NL = 7, NC = 24$) ดังแสดงในรูปที่ 4.28

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



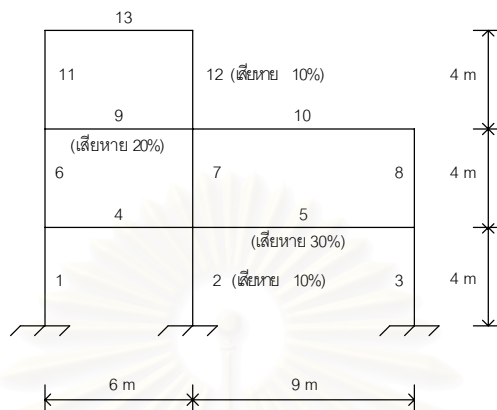
รูปที่ 4.27 แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งเหมือนกับรูปที่ 4.12 ในหัวข้อที่ 4.2.3 (ตัวเลขที่แสดงบนรูป คือผลจากการทำนายความเสียหายด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด)



รูปที่ 4.28 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) ในกรณีศึกษาที่ 3

d) กรณีศึกษาที่ 4

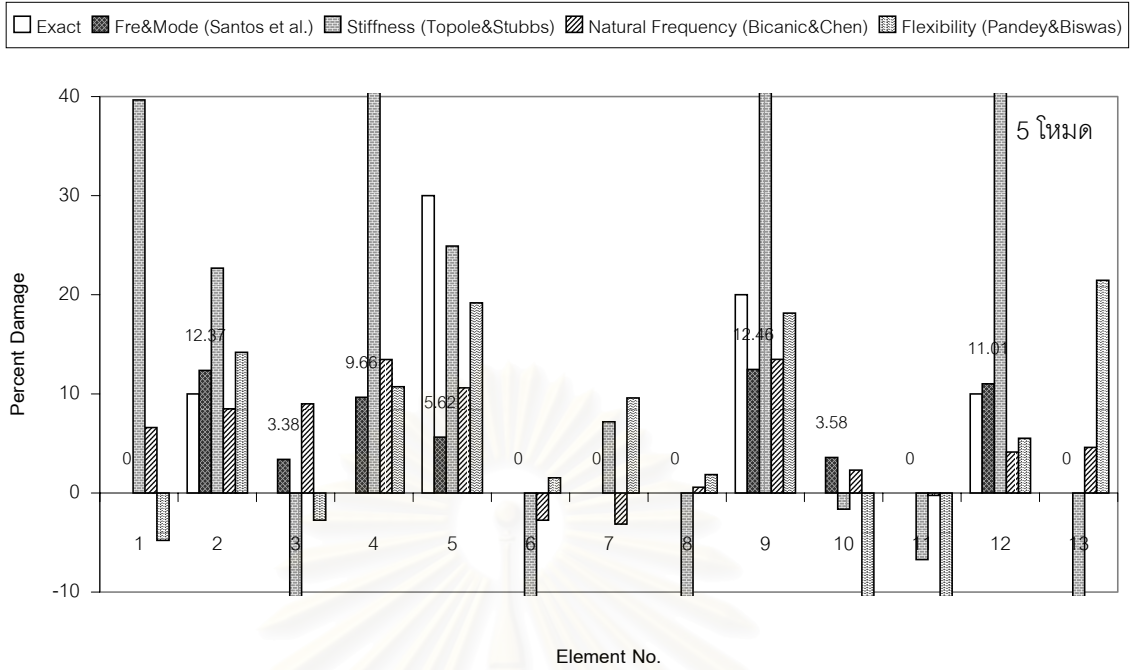
กำหนดให้ชั้นส่วนที่ 2, 5, 9 และชั้นที่ 12 มีความเสียหาย 10, 30, 20 และ 10 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 4.2.4 ดังแสดงในรูปที่ 4.29



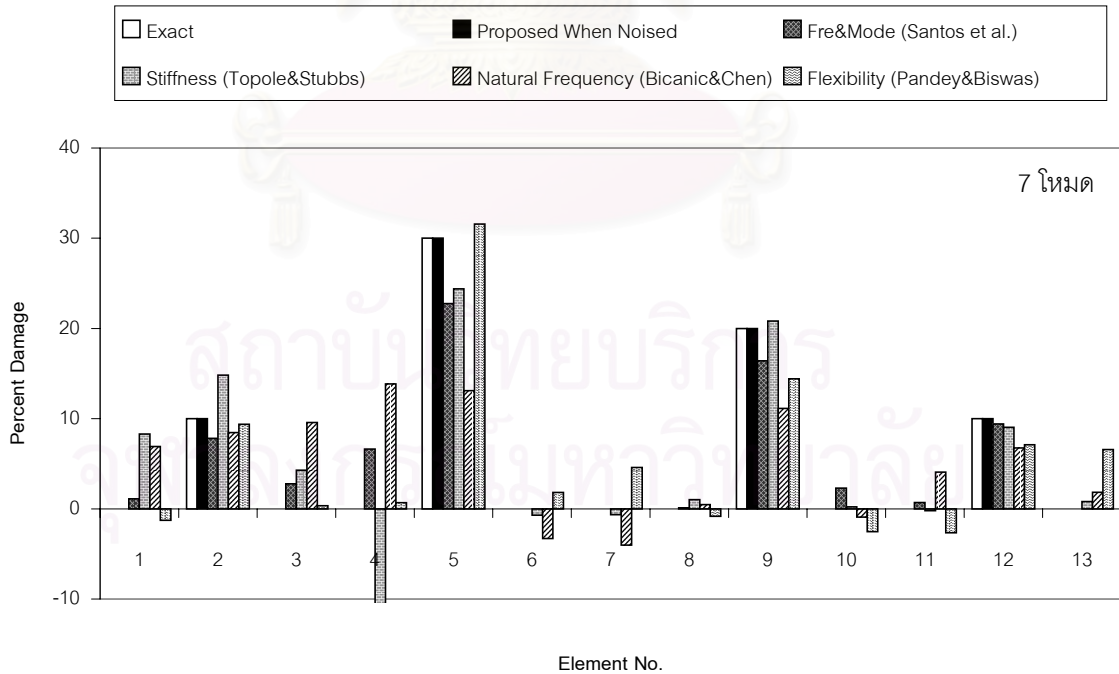
รูปที่ 4.29 แบบจำลองโครงข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษา การพัฒนาปรับปรุงวิธีการตรวจหาความเสียหายในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหาย ในกรณีศึกษาที่ 4

กรณีศึกษาที่ 4 รูปที่ 4.30 เมื่อใช้ 5 โหมดในการคำนวณ ($m = n = 5$) ปรากฏว่า ผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) มีการบ่งชี้ว่า มีชั้นส่วนที่เกิดความเสียหาย 7 ชั้น คือ ชั้นส่วนที่ 2, 3, 4, 5, 9, 10 และชั้นส่วนที่ 12 โดยมีระดับความเสียหายเท่ากับ 12.37, 3.38, 9.66, 5.62, 12.46, 3.58 และ 11.01 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ต่อมาเมื่อนำชั้นส่วนทั้ง 7 ชั้นมาทำนายระดับความเสียหาย ปรากฏว่าวิธีที่เสนอ (proposed when noised) สามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ โดยใช้จำนวนโหมดของความถี่ธรรมชาติในการคำนวณ 7 โหมด ($NL = 7, NC = 24$) ดังแสดงในรูปที่ 4.31

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



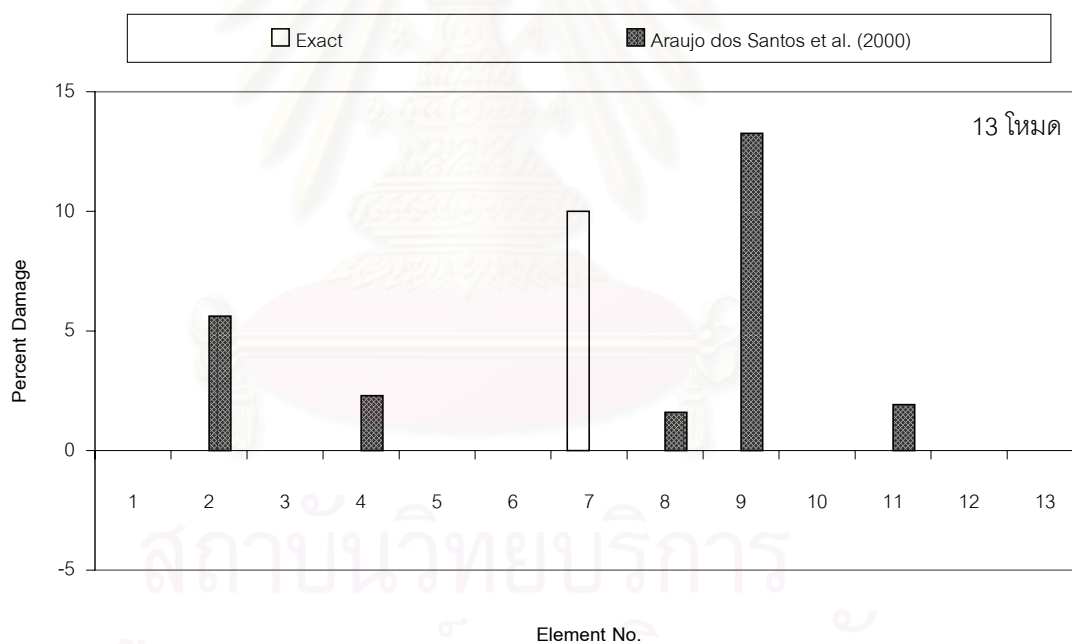
รูปที่ 4.30 แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งเหมือนกับรูปที่ 4.14 ในหัวข้อที่ 4.2.4 (ตัวเลขที่แสดงบนรูป คือผลจากการทำนายความเสียหายด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด)



รูปที่ 4.31 ผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) ในกรณีศึกษาที่ 4

จากผลการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชิ้นส่วน 13 ชิ้นตั้งแต่กรณีศึกษาที่ 1 ถึงกรณีศึกษาที่ 4 ทำให้สามารถสรุปได้ว่า วิธีที่เสนอขึ้นมา (proposed when noised) สามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยกว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) ทุกกรณี

แต่อย่างไรก็ตาม วิธีที่เสนอนี้ยังมีข้อจำกัดที่จะสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้องเมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดไม่เกิน 1 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งเมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดประมาณ 2 เปอร์เซ็นต์ วิธีของ Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) ทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายผิดพลาด โดยบ่งชี้ชิ้นส่วนที่เกิดความเสียหายจริงว่าไม่เสียหาย ทั้งที่ใช้ 13 โหนดในการคำนวณ ดังแสดงในรูปที่ 4.32 และ ตารางที่ 4.6 จึงยังจำเป็นต้องพัฒนาปรับปรุงเพื่อให้สามารถทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายได้ถูกต้อง เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดมากกว่านี้



รูปที่ 4.32 แสดงผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) เมื่อมีความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดรูปร่างโหนดหลังเสียหายเท่ากับ 2 เปอร์เซ็นต์ ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อใช้ 13 โหนดในการคำนวณ

ตารางที่ 4.6 แสดงผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายด้วยวิธีที่เสนอโดย Araujo dos Santos และ คณะ (2000b) ในกรณีศึกษาที่ 1 เมื่อมีความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตรวจวัดรูปร่างโหมดหลังเสียหายเท่ากับ 2 เปอร์เซ็นต์

ชั้นที่	เสียหายจริง (%)	จำนวนโหมดที่ใช้																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0	0	0	0	0	2.53	0	0	1.83	0.47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1.01	0	0	0	0.42	2.43	0.04	3.15	2.98	5.62	1.78	0.79	0.63	0.32	0	0.16	0.17	0.28	0.75	0.72	0.76
3	0	0	0	0	0	0	1.37	2.46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.16	1.16
4	0	0	8.77	0	0.51	6.06	3.88	0	0	0.44	0	0	0	2.29	0	0	0	0.03	0.27	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	0.03
5	0	0	0	14.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0.08	0	0	0.04	0.05	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1.75	0	0	0	0	0	0	0.09	0	0	0	0	0	0	0	0	1.93	1.05	0.87	0.87	0.74
7	10	0	0	9.21	6.02	7.95	7.56	7.06	7.48	8.2	9.63	6.53	4.83	0	7	8.8	9.09	8.41	9.8	10	9.98	9.85	9.65	9.7	9.72
8	0	0	0	0	0	0	0.07	0.88	0.57	0.63	0.45	1.7	2.36	1.6	0	0	0	0.03	0	0.13	0.26	0.27	0.12	0	0
9	0	0	0	0	0	1.4	0	0	0	0	1.94	0.23	0	13.3	0.09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	17	0	0	2.23	1.88	1.94	0.52	0.72	0	0	0	0	0	0	0	0	0.39	0.34	0.56	0.57	0.52	0.51	0.78	0.78
11	0	0	0	1.09	2.91	0	0	0	0	0	0	1.59	0.98	1.92	3.36	3.24	3.31	1.34	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0.92	0	0	0	0	0	0	0	0.18	0	0	0	0	0	0	2.32	0.63	0	0	0	0.1	0.09	0.08
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

การเปรียบเทียบวิธีการตรวจหาความเสียหายประเภทต่างๆ 4 วิธี ซึ่งได้แก่ วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติที่เสนอโดย Bicanic และ Chen (1997) วิธีการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสเมทริกซ์ที่เสนอโดย Topole และ Stubbs (1995) วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดที่เสนอโดย Araujo dos Santos และคณะ (2000b) และวิธีการเปลี่ยนแปลงของเฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์ที่เสนอโดย Pandey และ Biswas (1995) เพื่อศึกษาว่าในกรณีที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดแล้ว วิธีการตรวจหาความเสียหายประเภทใดที่สามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยพิจารณาทั้งทางด้านจำนวนข้อมูลเบื้องต้นและจำนวนโหมดที่ต้องใช้ในการคำนวณ ซึ่งจากผลการศึกษาได้ข้อสรุปดังต่อไปนี้

1. ในแง่ของจำนวนโหมดที่ต้องใช้ในการคำนวณ วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยที่สุด รองลงมาได้แก่ วิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงของสตีเฟนสเมทริกซ์, วิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงของเฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์ และวิธีประเภทการเปลี่ยนแปลงของความถี่ธรรมชาติ ตามลำดับ
2. ในแง่จำนวนของข้อมูลเบื้องต้นที่จำเป็นต้องใช้ในการทำนายความเสียหาย วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดต้องอาศัยข้อมูลเบื้องต้นมาใช้ในการคำนวณหาความเสียหายมากที่สุด รองลงมาได้แก่ วิธีการเปลี่ยนแปลงเฟลกซิบิลิตีเมทริกซ์ วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ และวิธีการเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสเมทริกซ์ ตามลำดับ
3. จากข้อสรุปที่ 1 และ 2 ทำให้สามารถสรุปได้ว่า วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้องทั้งตำแหน่งและระดับความเสียหาย โดยใช้จำนวนโหมดในการคำนวณน้อยที่สุด แต่จำเป็นต้องใช้ข้อมูลเบื้องต้นในการคำนวณความเสียหายมากที่สุด

เนื่องจากมีข้อสรุปจากงานวิจัยข้างต้นและจากผลการศึกษาในหัวข้อที่ 3.4 ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ พบว่าวิธี NNLS (Non-negative least-squares) สามารถให้คำตอบที่ถูกต้อง ถึงแม้ว่าระบบสมการเชิงเส้นนั้นจะมีจำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknowns) หรือเป็นลักษณะปัญหาแบบ under-determined system ก็ตาม ดังนั้นในหัวข้อที่ 3.5 ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงได้เสนอวิธีการช่วยตรวจสอบคำตอบในกรณีที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดสำหรับลักษณะปัญหาแบบ under-determined system ซึ่งได้

ตั้งสมมติฐานขึ้น 2 สมมติฐาน คือ (1) เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้น ถ้าคำตอบที่ได้รับจากการคำนวณด้วยวิธี NNLS ทั้งก่อนและหลังเพิ่มจำนวนโหนดตรงกัน คำตอบนั้นน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง และ (2) ไม่ต้องเพิ่มจำนวนโหนดในการคำนวณ แต่นำวิธีการคำนวณอีกวิธีหนึ่งที่สามารถแก้สมการหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าในกรณี under-determined system (ซึ่งก็คือวิธีแก้สมการที่เสนอขึ้นใหม่) มาตรวจสอบไขว้กับวิธี NNLS โดยถ้าคำตอบจากทั้งสองวิธีตรงกัน คำตอบนั้นน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจากผลการทดสอบสมมติฐานทั้งสอง โดยใช้แบบจำลองโครงข้อแข็ง 2 มิติที่มีจำนวนชิ้นส่วน 13 ชิ้นและ 60 ชิ้นใน 17 กรณีศึกษา ปรากฏว่าทั้งสมมติฐานที่ 1 และ 2 สามารถถูกนำมาช่วยตรวจสอบคำตอบในกรณี under-determined system ได้ (เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด)

ในทางปฏิบัติการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนดของโครงสร้างอาจมีความคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่แท้จริง ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากสัญญาณรบกวนจากสภาพแวดล้อมหรือจากตัวเครื่องมือที่ใช้วัดเอง ดังนั้นในส่วนที่ 2 ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ (บทที่ 4) จึงศึกษาผลกระทบของความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนดต่อผลการทำนายความเสียหายด้วยวิธีทั้ง 4 ข้างต้น โดยแบ่งเป็น 3 ลักษณะคือ กรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติ กรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหนด และกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด ซึ่งจากผลการศึกษาได้ข้อสรุปดังต่อไปนี้

1. สำหรับวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหรือรูปร่างโหนด และกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด วิธีนี้ได้รับผลกระทบต่อการทำนายความเสียหายคล้ายๆ กัน กล่าวคือ วิธีนี้ต้องใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้น (เมื่อเปรียบเทียบกับในกรณีที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนดในหัวข้อที่ 3.4) จึงจะสามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง และไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายของวิธีนี้จะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย
2. สำหรับวิธีการเปลี่ยนแปลงสติฟเนสเมทริกซ์ ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดมีผลกระทบต่อการทำนายความเสียหายด้วยวิธีนี้อย่างมาก กล่าวคือ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติ วิธีนี้ต้องใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้น (เมื่อเปรียบเทียบกับในกรณีที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนดในหัวข้อที่ 3.4) จึงจะสามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูก

ต้อง และไม่จำเป็นที่เมื่อใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้ว ผลการทำนายความเสียหายจะถูกต้องมากขึ้นตามไปด้วย ในขณะที่เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนด วิธีนี้ต้องใช้จำนวนโหนดในการคำนวณเกือบทั้งหมด จึงจะสามารถประมาณความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้อง

3. สำหรับวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหนด วิธีนี้ยังคงสามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้องโดยต้องใช้จำนวนโหนดของความถี่ธรรมชาติก่อนและหลังเสียหายในการคำนวณอย่างน้อยต้องเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง และใช้จำนวนของรูปร่างโหนดก่อนเสียหายเท่ากับจำนวนโหนดทั้งหมด จึงจะทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง
4. สำหรับวิธีการเปลี่ยนแปลงเพลกซีบิลิตีเมทริกซ์ ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดความถี่ธรรมชาติหรือรูปร่างโหนด และกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด วิธีนี้ได้รับผลกระทบต่อการทำนายความเสียหายคล้ายๆ กัน กล่าวคือ สำหรับโครงข้อแข็งที่มีจำนวนชิ้นส่วน 13 ชิ้น และมีจำนวนระดับชั้นความถี่เท่ากับ 24 วิธีนี้สามารถประมาณตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ค่อนข้างถูกต้องจากการคำนวณด้วย 11 โหนด (โดยที่ผลการทำนายความเสียหายจากการคำนวณด้วย 11 โหนดไปจนถึง 24 โหนดมีค่าใกล้เคียงกันมาก) ซึ่งเท่ากับจำนวนโหนดที่สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้องเกือบ 100 เปอร์เซ็นต์ เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดทั้งความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหนด (ในหัวข้อที่ 3.4)

จากผลสรุปข้างต้นจะเห็นได้ว่ามีจุดที่น่าสนใจอย่างหนึ่งคือ ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหนด วิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติ สามารถทำนายความเสียหายได้ถูกต้อง แต่จะต้องใช้จำนวนโหนดของความถี่ธรรมชาติในการคำนวณค่อนข้างมากคืออย่างน้อยต้องเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงสร้าง ดังนั้นในหัวข้อที่ 4.5 ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเสนอวิธีลดจำนวนโหนดของความถี่ธรรมชาติที่ต้องใช้ในการคำนวณให้น้อยลง โดยแบ่งการทำนายความเสียหายเป็น 2 ขั้นตอน คือขั้นตอนแรกทำการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหายเพื่อบ่งชี้ชิ้นส่วนที่น่าจะเกิดความเสียหาย ทำให้สามารถลดจำนวนชิ้นส่วนที่ต้องทำนายระดับความเสียหาย จากนั้นในขั้นตอนที่สอง จึงทำนายระดับความเสียหายในชิ้นส่วนที่คาดว่าจะเกิดความเสียหาย ซึ่งจากผลการทดลองตรวจหาความเสียหายในแบบจำลองโครงข้อแข็ง 2 มิติทั้ง 4 กรณีปรากฏว่าวิธีที่เสนอสามารถทำนายตำแหน่งและระดับความเสียหายได้ถูกต้อง โดยใช้จำนวนโหนดของความถี่ธรรมชาติน้อยกว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติแบบเดิมทุกกรณี

5.2 ข้อเสนอแนะ

1. ควรทดลองใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) อื่นๆ เพิ่มเติมในการแก้สมการ under-determined system ด้วยวิธีที่เสนอใหม่เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ ยกตัวอย่างเช่น วิธี Genetic Algorithms เป็นต้น
2. ปัจจัยสำคัญต่อความสำเร็จของวิธีที่เสนอในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเฉพาะในการตรวจวัดรูปร่างโหนด (ในหัวข้อที่ 4.5) คือ ความสามารถในการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเสียหาย ด้วยเหตุนี้จึงควรพัฒนาปรับปรุงขั้นตอนการทำนายตำแหน่งความเสียหายให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เช่น ใช้จำนวนโหนดในการคำนวณน้อยลงกว่าเดิม หรือสามารถตรวจพบตำแหน่งที่เกิดความเสียหายจริงได้ถูกต้อง ถึงแม้ว่าจะเกิดความคลาดเคลื่อนในการตรวจวัดรูปร่างโหนดค่อนข้างมาก

รายการอ้างอิง

- Araujo dos Santos, J.V., Mota Soares, C.M., Mota Soares, C.A., and Pina, H.L.G. 2000a. Development of a numerical model for the damage identification on composite plate structures. Composite Structures 48: 59-65.
- Araujo dos Santos, J.V., Mota Soares, C.M., Mota Soares, C.A., and Pina, H.L.G. 2000b. A damage identification numerical model based on the sensitivity of orthogonality conditions and least squares techniques. Computers and Structures 78: 283-291.
- Araujo dos Santos, J.V., Mota Soares, C.M., Mota Soares, C.A., and Maia, N.M.M. 2003. Structural damage identification: influence of model incompleteness and errors. Composite Structures 62: 303-313.
- Araujo dos Santos, J.V., Mota Soares, C.M., Mota Soares, C.A., and Maia, N.M.M. 2005. Structural damage identification in laminated structures using FRF data. Composite Structures 67: 239-249.
- Artit Amkatesakul. 2000. Damage detection of truss bridges by vibration response analysis. Master 's Thesis. Department of Civil Engineering, Graduate School, Chulalongkorn University.
- Baruch, M., and Itzhack, I.Y.B. 1978. Optimal weighted orthogonalization of measured modes. AIAA Journal 16(4): 346-351.
- Bicanic, N., and Chen, H.P. 1997. Damage identification in frame structures using natural frequencies. International Journal for Numerical Method in Engineering 40(23): 4451-4468.
- Bicanic, N., and Chen, H.P. 2000. Assessment of damage in continuum structures based on incomplete modal information. Computers and Structures 74(5): 559-570.
- Brownjohn, J.M.W. 1988. Assessment of structural integrity by dynamic measurements. Ph.D thesis. Department of Civil Engineering, University of Bristol, Bristol.
- Cawley, P., and Adams, R.D. 1979. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. Journal of Strain Analysis 14(2): 49-57.

- Hearn, G., and Testa, R.B. 1991. Modal analysis for damage detection in structures. Journal of Structural Engineering, ASCE, 117(10): 3042-3063.
- Kam, T.Y., and Lee, T.Y. 1992. Detection of cracks in structures using modal test data. Engineering Fracture Mechanics 42(2): 381-387.
- Kim, J.T., and Stubbs, N. 1995. Model-Uncertainty impact and damage-detection accuracy in plate girder. Journal of Structural Engineering, ASCE, 121(10): 1409-1417.
- Kosmatka, J.B., and Ricles, J.M. 1999. Damage detection in structures by modal vibration characterization. Journal of Structural Engineering, ASCE, 125(12): 1384-1392.
- Marassi, A., and Rovere, N. 1997. Localizing a notch in a steel frame from frequency measurements. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 123(5): 422-432.
- Mazurek, D.F., and DeWolf, J.T. 1990. Experimental study of bridge monitoring technique. Journal of Structural Engineering, ASCE, 116(9): 2532-2549.
- Meneghetti, U., and Maggiore, A. 1994. Crack detection by sensitivity analysis. Proceedings of the 12nd International Modal Analysis Conference, 1292-1298.
- Pandey, A.K., and Biswas, M. 1994. Damage detection in structures using changes Flexibility. Journal of Sound and Vibration 169(1): 3-17.
- Pandey, A.K., and Biswas, M. 1995. Damage diagnosis of truss structures by estimation of flexibility change. Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis 10(2): 104-117.
- Peterson, L.D., Alvin, K.F., Doebling, S.W., and Park, K.C. 1993. Damage detection using experimentally measured mass and stiffness matrices. Proceedings of the 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Material Conference, 1518-1528, AIAA-93-1482-CP.
- Ren, W., and Roeck, G.D. 2002a. Structural damage identification using modal data. I: Simulation Verification. Journal of Structural Engineering, ASCE 128(1): 87-95.
- Ren, W., and Roeck, G.D. 2002b. Structural damage identification using modal data. II: Test Verification. Journal of Structural Engineering, ASCE 128(1): 96-104.

- Richardson, M.H., and Mannan, M.A. 1992. Remote detection and location of structural faults using modal parameters. Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, 502-507.
- Rizos, P.F., Aspragathos, N., and Dimarogonas, A.D. 1990. Identification of crack Location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes. Journal of Sound and Vibration 138(3): 381-388.
- Salane, H.J., and Baldwin, J.W. 1990. Identification of modal properties of bridges. Journal of Structural Engineering, ASCE, 116(7): 2008-2021.
- Salawu, O.S., and Williams, C. 1995. Bridge assessment using force-vibration testing. Journal of Structural Engineering, ASCE, 121(2): 161-173.
- Srinivasan, M.G., and Kot, C.A. 1992. Effects of damage on the modal parameters of a cylindrical shell. Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, 529-535.
- Stubbs, N., Broome, T.H., and Osegueda, R. 1990. Nondestructive construction error detection in large space structures. AIAA Journal 28(1): 146-152.
- Stubbs, N., and Osegueda, R. 1990a. Global non-destructive damage evaluation in solids. Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis 5(2): 67-79.
- Stubbs, N., and Osegueda, R. 1990b. Global damage detection in solids-experimental verification. Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis 5(2): 81-97.
- Topole, K.G., and Stubbs, N. 1995. Non-destructive damage evaluation of a structure from limited modal parameters. Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics 24: 1427-1436.
- Yao, G.C., Chang, K.C., and Lee, G.C. 1992. Damage diagnosis of steel frames using vibration signature analysis. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 118(9): 1949-1961.
- Yuen, M.M.F. 1985. A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever. Journal of Sound and Vibration 103: 301-310.
- Zhao, J., and DeWolf, J.T. 1999. Sensitivity study for vibration parameters used in damage detection. Journal of Structural Engineering, ASCE, 125(4): 410-416.



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

รายละเอียดโปรแกรมวิธีเฟล็กชิลิตีเมทริกซ์

```
clc
clear
% Pandey & Biswas Flexibility Method
tic
Sumjoint=11; % Sumation of joints
Nfixed=3; % Sumation of fixed joints
K=zeros(3*Sumjoint,3*Sumjoint);
M=zeros(3*Sumjoint,3*Sumjoint);

%-----Node Coordinate-----%
gcoord(1,1)=0 ; gcoord(1,2)=0;
gcoord(2,1)=6; gcoord(2,2)=0;
gcoord(3,1)=15; gcoord(3,2)=0;
gcoord(4,1)=0; gcoord(4,2)=4;
gcoord(5,1)=6; gcoord(5,2)=4;
gcoord(6,1)=15; gcoord(6,2)=4;
gcoord(7,1)=0; gcoord(7,2)=8;
gcoord(8,1)=6; gcoord(8,2)=8;
gcoord(9,1)=15; gcoord(9,2)=8;
gcoord(10,1)=0; gcoord(10,2)=12;
gcoord(11,1)=6; gcoord(11,2)=12;

%-----Element Connectivity-----%
nodes(1,1)=1; nodes(1,2)=4;
nodes(2,1)=2; nodes(2,2)=5;
nodes(3,1)=3; nodes(3,2)=6;
nodes(4,1)=4; nodes(4,2)=5;
nodes(5,1)=5; nodes(5,2)=6;
nodes(6,1)=4; nodes(6,2)=7;
nodes(7,1)=5; nodes(7,2)=8;
nodes(8,1)=6; nodes(8,2)=9;
nodes(9,1)=7; nodes(9,2)=8;
nodes(10,1)=8; nodes(10,2)=9;
nodes(11,1)=7; nodes(11,2)=10;
nodes(12,1)=8; nodes(12,2)=11;
nodes(13,1)=10; nodes(13,2)=11;

%-----END-----%

%----- Damaged-----%
K_D=zeros(3*Sumjoint,3*Sumjoint);
for ele=1:Nele
    nd(1)=nodes(ele,1);
    nd(2)=nodes(ele,2);
    x1=gcoord(nd(1),1);y1=gcoord(nd(1),2);
    x2=gcoord(nd(2),1);y2=gcoord(nd(2),2);
    L=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
    if (x2-x1)==0
        zeta=pi/2;
    else
        zeta=atan((y2-y1)/(x2-x1));
    end
    E=2.1*10^11; % Young 's modulus (N/m^2)
    Area=0.092 ; % Area (m^2)
    rho=7800; % Density ( kg/m^3)
    I=4.52*10^-5 ; % Secnod moment inertia (m^4)
    [index]=Index(nd);
    [Kele,k]=GlobalEleStiff(E,Area,I,zeta,index,L);
    KeleJ{ele}=Kele; %----Input K of element
    [K]=GlobalWhoStiff(index,k,K);
    [Mele,m]=GlobalEleMass(rho,Area,L,zeta,index);
    [M]=GlobalWhoMass(index,m,M);
end
K=K(3*3+1:3*11,3*3+1:3*11);
M=M(3*3+1:3*11,3*3+1:3*11);
[mode,lambda]=eig(K,M);
[mode]=Normalized(mode,M) ; %Normalized
ModeShape
[mode,lambda]=Sorted(mode,lambda); %Sorted
ModeShape
mode=real(mode);
lambda=real(lambda);
%-----END-----%

%----- Damaged-----%
K_D=zeros(3*Sumjoint,3*Sumjoint);
for ele=1:Nele
    nd(1)=nodes(ele,1);
    nd(2)=nodes(ele,2);
```



```

x1=gcoord(nd(1),1);y1=gcoord(nd(1),2);
x2=gcoord(nd(2),1);y2=gcoord(nd(2),2);
L=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);

if (x2-x1)==0
    zeta=pi/2;
else
    zeta=atan((y2-y1)/(x2-x1));
end

if ele==2 %Indicate element damage
    E=0.90*2.1*10^11; % Young 's modulus (N/m^2)
    Area=1*0.092 ; % Area (m^2)
    rho=7800 ;% Density ( kg/m^3)
    I=1*4.52*10^-5; % Secnod moment inertia (m^4)

elseif ele==4
    E=0.90*2.1*10^11 ; % Young 's modulus (N/m^2)
    Area=0.092 ; % Area (m^2)
    rho=7800 ; % Density ( kg/m^3)
    I=1*4.52*10^-5 ; % Secnod moment inertia (m^4)

elseif ele==5
    E=0.90*2.1*10^11 ; % Young 's modulus (N/m^2)
    Area=0.092 ; % Area (m^2)
    rho=7800 ; % Density ( kg/m^3)
    I=1*4.52*10^-5 ; % Secnod moment inertia (m^4)

elseif ele==7
    E=0.90*2.1*10^11 ; % Young 's modulus (N/m^2)
    Area=0.092 ; % Area (m^2)
    rho=7800 ; % Density ( kg/m^3)
    I=1*4.52*10^-5 ; % Secnod moment inertia (m^4)

else
    E=1*2.1*10^11 ; % Young 's modulus (N/m^2)
    Area=0.092 ; % Area (m^2)
    rho=7800 ; % Density ( kg/m^3)
    I=1*4.52*10^-5 ; % Secnod moment inertia (m^4)
end

[index]=Index(nd) ;
[Kele_D,k_D]=GlobalEleStiff(E,Area,I,zeta,index,L);
Kele_D_J{ele}=Kele_D;%-----Input K_D of element
[K_D]=GlobalWhoStiff(index,k_D,K_D);

end
K_D=K_D(3*3+1:3*11,3*3+1:3*11);

[mode_D,lambda_D]=eig(K_D,M);
[mode_D]=Normalized(mode_D,M) ; %Normalized
ModeShape_Damaged
[mode_D,lambda_D]=Sorted(mode_D,lambda_D);
%Sorted ModeShape_Damaged
mode_D=real(mode_D);
lambda_D=real(lambda_D);

%-----Damage Detection-----%
NL=11; % Use Mode Shape
UseModes=NL;
Mode_Use=mode(:,1:UseModes);
Mode_Use_D=mode_D(:,1:UseModes);
Lambda_Use=lambda(1:UseModes,1:UseModes);
Lambda_Use_D=lambda_D(1:UseModes,1:UseModes);
F=(Mode_Use)*pinv(Lambda_Use)*(Mode_Use);
F_D=(Mode_Use_D)*pinv(Lambda_Use_D)*
(Mode_Use_D);
%-----
[NDOFs, NDOFs]=size(K);
for ele=1:Nele
    B{ele}=F_D*KeleJ{ele}*F;
    for i=1:NDOFs
        Aflex((i-1)*NDOFs+1: i*NDOFs,ele)=B{ele}(:,i);
    end
end
cond(Aflex)
%-----
DeltaF=F_D-F;
for i=1:NDOFs
    Bflex((i-1)*NDOFs+1: i*NDOFs,1)=-1*DeltaF(:,i);
end
%-----
alpha=pinv(Aflex)*Bflex;
alpha=-100*alpha
figure(2),bar(alpha)

```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวีรพร พงศ์ติณบุตร เกิดเมื่อวันที่ 9 เดือนกรกฎาคม พ.ศ. 2521 มีภูมิลำเนาอยู่ที่ อำเภอเมือง จังหวัดกระบี่ เรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลายที่โรงเรียนอมาตย์พานิชนุกูล สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาบัณฑิต หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ในปีการศึกษา 2544 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโครงสร้าง คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2546



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย