การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

นางสาวแพรไหม สามารถ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL THINKING OF EIGHTH GRADE STUDENTS BY USING MATHEMATIZING PROCESS

Miss Praemai Samart

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2012

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์
โดย	นางสาวแพรไหม สามารถ
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์)

แพรไหม สามารถ : การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์. (DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL THINKING OF EIGHTH GRADE STUDENTS BY USING MATHEMATIZING PROCESS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร.อัมพร ม้าคนอง, 145 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) เปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน 2) ศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 37 คน โดยนักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย ใบกิจกรรม แบบสัมภาษณ์และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ชุด ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.767, 0.798 และ0.644 เครื่องมือในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง วิเคราะห์ข้อมูลโดยหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One Way ANOVA) และเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายคู่ โดยใช้วิธีของ Dunnett's T_3

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน โดยพบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายด้านพบว่า

1.1 นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนแตกต่างกัน โดยในช่วงหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน ระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนไม่แตกต่างกับระหว่างเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.3 นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนแตกต่างกัน โดยในช่วงหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2555

5483407227 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS : MATHEMATIZING PROCESS / MATHEMATICAL THINKING

PRAEMAI SAMART : DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL THINKING OF EIGHTH GRADE STUDENTS BY USING MATHEMATIZING PROCESS.

ADVISOR : ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 145 pp.

The purpose of this research was to study mathematical thinking of the eighth grade students who were taught by using mathematizing process which composed of 1) compare mathematical thinking of students who were taught by using mathematizing process between before, during and after being taught, and 2) study mathematical thinking development of students who were taught by using mathematizing process . The target group was consisted of 37 eighth grade students of Donchanwitthayakhom School in second semester of the 2012 academic year. They were taught by using the mathematizing process. The instruments for data collection were three mathematical thinking tests with the reliabilities of 0.767, 0.798 and 0.644 respectively, worksheets and interview form. The experimental materials constructed by the researcher were lesson plans using mathematizing process. The data were analyzed by arithmetic means, standard deviation and One-way ANOVA and Dunnett's T_3.

The results of the study revealed that:

1. There are differences in mathematical thinking of students between before, during and after being taught. The mathematical thinking of the students after being taught was better than before being taught, after being taught was better than during being taught and during being taught was better than before being taught with significant level of .05. Comparing mathematical thinking of the students for each aspect, we found that:

1.1 The students who were taught by using mathematizing process had different mathematical thinking on problem solving between before, during and after being taught at .05 level of significance. After being taught was better than before being taught, during being taught was better than before being taught and after being taught was not different from during being taught.

1.2 The students who were taught by using mathematizing process did not have different mathematical thinking on reasoning between before, during and after being taught at .05 level of significance.

1.3 The students who were taught by using mathematizing process had different mathematical thinking on representations between before, during and after being taught at .05 level of significance. After being taught was better than before being taught, after being taught was better than during being taught and during being taught was better than before being taught.

2. The students who were taught by using mathematizing process had been gradually improved mathematical thinking in all three aspects when comparing between before, during and after being taught.

Department : Curriculum and Instruction Student's Signature .....

Field of Study : Mathematics Education Advisor's Signature .....

Academic Year : 2012

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่าต่อการเรียนรู้ และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น พร้อมทั้งให้ประสบการณ์ในการเรียนรู้ทุกด้านแก่ผู้วิจัยตั้งแต่ต้นจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และอาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้งานวิทยานิพนธ์มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้สละเวลาให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณคณะครูและนักเรียนโรงเรียนดอนจานวิทยาคมที่ได้ให้ความช่วยเหลือและความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ ทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ท้ายนี้ขอขอบพระคุณ คุณแม่พรทิพย์ สามารถเป็นอย่างสูงที่ให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจทุกอย่างตลอดมา ขอบคุณพี่ชายดริศ สามารถน้องสาวเรือนขวัญ สามารถ และสำหรับความช่วยเหลือและกำลังใจ ขอบคุณคุณศุภฤกษ์ วิภาคะสำหรับความช่วยเหลือและกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ ตลอดจนเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยให้กำลังใจและความช่วยเหลือ และสุดท้ายนักเรียนทุกคนที่ให้กำลังใจส่งแรงใจให้แก่ผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ญ

สารบัญภาพ ..... ฐ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 5

สมมุติฐานของการวิจัย 5

ขอบเขตของการวิจัย 6

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 7

ประโยชน์ที่ได้รับ 8

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 9

1. กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ 10

1.1 ความหมายและความสำคัญของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ 10

1.2 ลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ 11

1.3 พัฒนาการของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ 12

1.4 ขั้นตอนของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ 15

2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์ 17

2.1 ความหมายและความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 17

2.2 องค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 19

2.3 วิธีการศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 21

หน้า

2.4 แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์..... 21
2.5 แนวทางการวัดและการประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์..... 25
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 30
3.1 งานวิจัยต่างประเทศ..... 30
3.2 งานวิจัยในประเทศไทย..... 32
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 35
1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 35
2. การออกแบบการวิจัย..... 36
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 36
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 37
4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง..... 37
4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล..... 40
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล..... 48
5.1 ขั้นก่อนทดลอง..... 48
5.2 ขั้นดำเนินการทดลอง..... 49
5.3 ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล..... 50
6. การวิเคราะห์ข้อมูล..... 51
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย..... 52
7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ..... 52
7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 52
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 53
ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์..... 55
ตอนที่ 2 การศึกษาพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์..... 65

หน้า

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 93

สรุปผลการวิจัย 95

อภิปรายผลการวิจัย 99

ข้อเสนอแนะ 101

รายการอ้างอิง 102

ภาคผนวก 107

ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 108

ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย 110

ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล 115

ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 136

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 145

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	37
2	กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์	38
3	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา	41
4	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล	42
5	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด	43
6	แสดงระยะการวิเคราะห์ข้อมูลพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์	51
7	แสดงการเปรียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน	55
8	แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน	56
9	แสดงการเปรียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน	56
10	แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหานักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน	57
11	แสดงการเปรียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน	58
12	แสดงการเปรียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน	58
13	แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดนักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน	59

ตารางที่ หน้า

14 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านวิเคราะห์ปัญหา (P1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 60
15 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 60
16 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา (P3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 61
17 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 61
18 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (R2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 62
19 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 62
20 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 63
21 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 63
22 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ..... 64
23 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 117
24 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 1..... 118

ตารางที่ หน้า

25 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2..... 118
26 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน เรื่อง การนำไปใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการประยุกต์ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 123
27 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2..... 124
28 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2..... 124
29 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง การนำไปใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการประยุกต์ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 129
30 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2..... 130
31 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2..... 130

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์	16
2	แสดงกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์	22
3	แสดงหลักการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิด	26
4	แสดงการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน	67
5	แสดงการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1	68
6	แสดงการวิเคราะห์ปัญหาจากการระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 4	69
7	แสดงตัวอย่างการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1	72
8	แสดงตัวอย่างการสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหาและครบประเด็นตามปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1	72
9	แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1	74
10	แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 2	75
11	แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 2	76
12	แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	80
13	แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบแต่ไม่สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนเรียน	80
14	แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบได้สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนเรียน	80

ภาพที่ หน้า

15 แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... 81
16 แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบแต่ไม่สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน..... 82
17 แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... 82
18 แสดงการใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายพอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน..... 84
19 แสดงการวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 1..... 84
20 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสมกับปัญหาแต่ไม่สื่อความหมายของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... 85
21 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 1 คะแนนในระยะที่ 3..... 85
22 แสดงการใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหา..... 86
23 แสดงการวาดภาพและใช้สัญลักษณ์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา..... 86
24 แสดงการใช้สัญลักษณ์ตัวแปรเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1……..... 88
25 แสดงการใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสมแต่สื่อความหมายไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... 90
26 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาของนักเรียนสื่อความหมาย พอเข้าใจ แต่ยังไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... 91
27 แสดงการใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสมแต่สื่อความหมายได้ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... 91
28 แสดงการใช้ข้อความและตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาไม่เหมาะทำให้สื่อความหมายผิดของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... 91

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบัน “การคิด” และ “การสอนคิด” เป็นเรื่องสำคัญในการจัดการศึกษา ซึ่งประเทศต่าง ๆ ทั่วโลกหันมาสนใจ (ทิศนา แขมมณี, 2540) ดังปรากฏชัดเจนในแผนการศึกษากระทรวงศึกษาธิการ (พ.ศ. 2555–2559: 16) ที่ได้กำหนดกลยุทธ์และแนวทางการดำเนินงานเพื่อเร่งรัดพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานผู้เรียนโดยพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้และจัดกิจกรรมเสริมทักษะพัฒนาผู้เรียนในรูปแบบที่หลากหลาย และมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีกระบวนการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ นอกจากนี้แนวทางจัดการศึกษาที่กำหนดไว้ในพระราชบัญญัติการศึกษา พ.ศ. 2542 มาตรา 24 (2) ยังได้ระบุให้สถานศึกษาจัดกระบวนการการเรียนรู้โดยการฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้มาใช้ป้องกันและแก้ปัญหา จึงกล่าวได้ว่า กระบวนการคิดเป็นศักยภาพ ในการเรียนรู้และเป็นจุดเน้นในการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 (Tucker, 1988 อ้างใน เบญจมาศ ฉิมมาลี, 2550: 1)

การที่คนใดคนหนึ่งจะมีความสามารถในการคิดเชิงระบบ การคิดวิจารณญาณ การคิดเชิงวิเคราะห์ การคิดเชิงเหตุผล การคิดในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจ ล้วนมีพื้นฐานสำคัญมาจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้เรียนจึงต้องเรียนรู้และนำความรู้ตลอดจนทักษะจากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้นไป (รุ่งทิวา นาบำรุง, 2550) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ยุพิน พิพิธกุล (2539: 1) ได้กล่าวไว้ว่า “วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิดกระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบและเป็นรากฐานของหลาย ๆ สาขาวิชาความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่ต้องอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น” หลักสูตรของทุกชาติจึงให้ความสำคัญกับวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งกล่าวได้ว่า ชาติใดมีคนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ชาตินั้นจะมีพลังความคิดสูงตามไปด้วย (รุ่งทิวา นาบำรุง, 2550) คณิตศาสตร์จึงมีส่วนสำคัญในการพัฒนาการคิดของคนในชาติ

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่สำคัญ แต่จากการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่า ผลการเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโครงการ TIMSS-2007 (Trends in International Mathematics and Science Study 2007) ประเทศไทยอยู่อันดับที่ 29 ได้ 441 คะแนนซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติที่กำหนดไว้คือ 500 คะแนน สะท้อนให้เห็นว่าผลเรียนรู้ของ

นักเรียนไทยยังอยู่ในระดับที่ไม่น่าพอใจ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2552) และผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2554 ที่นักเรียนได้คะแนนคณิตศาสตร์เฉลี่ย 30.08 คะแนน และตั้งแต่ปีการศึกษา 2551-2554 พบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าครึ่งของคะแนนเต็ม (สำนักงานทดสอบทางการศึกษา, 2555) ประกอบกับผลการวิจัยศักยภาพด้านการคิดของเด็กไทยของกองวิจัยทางการศึกษา พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาต้นมีศักยภาพในด้านการคิดต่ำที่สุด โดยเฉพาะศักยภาพด้านการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และเนื้อหาที่ควรปรับปรุงอย่างเร่งด่วน คือ วิชาคณิตศาสตร์ (กองวิจัยทางการศึกษา, 2543: 89)

จากการที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำกว่าครึ่งของคะแนนเต็มนั้น สาเหตุหนึ่งอาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนการสอนของครู ไม่สามารถหาแนวทางในการกระตุ้นให้ผู้เรียนฝึกทักษะการคิด หรือผู้เรียนขาดทักษะการคิดแล้วจะทำอย่างไรเพื่อที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิดได้ (ศรินธร วิทยะสิรินันท์, 2544) และสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา โดยทั่ว ๆไป ครูมักจะเน้นการจำสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยสอนให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการใดวิธีการหนึ่งเท่านั้น อีกทั้งในการแก้โจทย์ปัญหาก็มีลักษณะเป็นการฝึกใช้สูตร และฝึกทำตามขั้นตอนที่ครูสอนไว้มากกว่าฝึกกระบวนการคิด และการแก้ปัญหา (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546: 54-58) จึงส่งผลให้นักเรียนไม่ได้รับการส่งเสริมด้านการใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้ ซึ่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นลักษณะหนึ่งของการคิดโดยทั่วไป (Rickart, 1996: 285) เป็นการคิดในเชิงการคำนวณ การคิดแก้ปัญหา การให้เหตุผล ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นรับรู้ได้ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ นอกจากนี้ยังรู้จักตรวจสอบหรือควบคุมการรู้คิดของตนเอง (Metacognition) ได้ (Hyde and Hyde, 1991: 29; Reys; et al., 2004: 30) รวมทั้งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ยังเป็นการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างใดอย่างหนึ่งที่แสดงออกมาอย่างชัดเจน หรือแสดงออกมาเป็นนัยในการหาคำตอบของปัญหา (Henderson et al., 2001: 1) สอดคล้องกับ โอดาฟเฟอร์ และธอนควิสท์ (O'Daffer and Thornquist, 1993: 43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น ซึ่งในการศึกษาถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นการศึกษาสิ่งที่เป็นนามธรรม และเป็นการศึกษากระบวนการในสมอง จึงจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือต่างๆ เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ของนักเรียน จากการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งถือเป็นเครื่องมือให้ได้รู้ถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Kriegler, 2004: Online) ซึ่งตรงกับที่มานูชิฮรี (Manouchehri, 2005: Online) กล่าวว่าเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยในการทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว คือ 1) การแก้ปัญหา 2) การนำเสนอตัวแทนความคิด ในรูปแบบที่มองเห็นได้ เช่น แผนภูมิ รูปภาพ หรือกราฟ ในรูปตัวเลข เช่น ตาราง การทำรายการ ในรูปสัญลักษณ์ และในรูปคำพูด 3) การให้เหตุผล ได้แก่ การสร้างกรณีทั่วไป การสรุปที่สมเหตุสมผลวิธีการอุปนัย ซึ่งเป็นการตรวจสอบกรณีเฉพาะ การจำแนกแบบรูปและความสัมพันธ์ การขยายแบบรูปและความสัมพันธ์ โดยการใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์จะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยายความเข้าใจของเราได้ (Mason and Stacey, 1994: 158) และความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นเป็นเป้าหมายที่สำคัญของการศึกษา ดังนั้นสถานศึกษาและครูผู้สอนจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องตระหนักถึงความสำคัญในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดเพื่อส่งเสริมและพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปพร้อม ๆ กับความรู้ตามเนื้อหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบทางความคิดทั้งระหว่างนักเรียนกับนักเรียนและนักเรียนกับครู และส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสาร นำเสนอความคิด วิเคราะห์และตัดสินปัญหา ได้อย่างรอบคอบและถูกต้อง

Organisation For Economic Co-Operation And Development (OECD, 2009: 105) ได้เสนอกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematizing Process) ในกรอบการประเมินผลนักเรียนนานาชาติหรือ Programme for International Student Assessment (PISA) ซึ่งเป็นกระบวนการคิดจากสถานการณ์จริงสู่สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งกระบวนการนี้เป็นกระบวนการแก้ปัญหาในชีวิตจริง มี 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 เริ่มด้วยปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริง โดยแปลงปัญหาชีวิตจริงไปเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ กระบวนการนี้เกี่ยวข้องกับการระบุแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น แสดงปัญหาในรูปที่แตกต่างไป ตลอดจนระบุข้อตกลงเบื้องต้นที่สอดคล้องเหมาะสมกับปัญหา

ขั้นที่ 2 จัดให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในชีวิตจริงกับภาษา สัญลักษณ์ กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้เข้าใจปัญหานั้นในเชิงคณิตศาสตร์ มองหา ความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นการมองหาลักษณะของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ค่อยๆ ตัดข้อเท็จจริงที่อยู่ในปัญหาในชีวิตจริงออกไปก่อน เป็นการนำคณิตศาสตร์เข้ามาเชื่อมโยงกับปัญหา เช่น การสร้างข้อตกลงเบื้องต้น รวมทั้งการทำให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การลงข้อสรุปและแปลงปัญหาให้เป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนนี้ รวมถึงการใช้และการแสดงแทนเปลี่ยนกลับไปมา การใช้สัญลักษณ์ กฎ ภาษาเฉพาะทาง และการทำโจทย์ทางคณิตศาสตร์ ใช้ปรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ผสมผสานและบูรณาการตัวแบบให้ความเห็น สนับสนุน โต้แย้ง รวมทั้งสรุปการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 5 แปลผลจากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กลับเป็นปัญหาในชีวิตจริง รวมถึงการระบุข้อจำกัดของการแก้ปัญหานั้น ๆ ขั้นนี้นักเรียนต้องเข้าใจว่าคณิตศาสตร์ทำได้แค่ไหนและมีข้อจำกัดอย่างไร และอภิปราย โต้แย้ง และหาคำอธิบายถึงความใช้ได้ของผลการแก้ปัญหา มีการสื่อสารทั้งกระบวนการคิดและผลที่ได้ รวมทั้งวิพากษ์ตัวแบบและข้อจำกัด

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่ากระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ เป็นการนำกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาที่ปรากฏในชีวิตจริงได้ จึงทำให้นักเรียนตระหนักถึงคุณค่าและความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ และยังเป็นการฝึกการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เนื่องจากเนื้อหาทั้ง 2 เรื่องเป็นเนื้อหาที่เน้นการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งการแก้โจทย์ปัญหาเป็นเรื่องที่ยาก และเป็นเรื่องที่เป็นปัญหาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม, 2544: 4) ประกอบกับประสบการณ์สอนของผู้วิจัยในการสอนการแก้โจทย์ปัญหา พบว่า นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ เพราะไม่ทราบว่าจะต้องเริ่มต้นอย่างไร หรือรู้ว่าจะต้องเริ่มด้วยการวิเคราะห์ปัญหาแต่นักเรียนก็ไม่สามารถที่จะสร้างสมการได้ เนื่องจากไม่รู้ว่าจะต้องกำหนดตัวแปรอย่างไร สอดคล้องกับ พรทิพา โสกัณทัต (2552: 1) ที่กล่าวว่านักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาค่อนข้างมาก ซึ่งสาเหตุที่นักเรียนไม่ทำโจทย์ปัญหาเลยเนื่องมาจากไม่ทราบว่าควรเริ่มแก้ปัญหานั้นอย่างไร และสำหรับนักเรียนที่เขียนสมการไม่ถูกต้องนั้น เนื่องจากนักเรียนไม่ทราบว่าควรกำหนดตัวแปรอย่างไรและไม่เข้าใจว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรจึงเขียนเป็นสมการไม่ได้

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำการใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ของนักเรียนในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ซึ่งน่าจะเกิดประโยชน์ต่อการพัฒนาคุณภาพของการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

คำถามวิจัย

กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้นหรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) เปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

2) ศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

Yoon (2552) ได้ศึกษาการสร้างตัวแบบความสูงของปฏิยานุพันธ์ จากกระบวนการ 2 กระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง และการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริงที่กำหนดให้ โดยการศึกษานี้เป็นการนำเสนอและวิเคราะห์งานจาก นักศึกษาระดับปริญญาตรีจำนวน 4 คนและครูโรงเรียนมัธยมศึกษาจำนวน 2 คน ที่มีส่วนร่วมในกระบวนการดังกล่าวจากงานการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้กลุ่มตัวอย่างการวิจัยหาปฏิยานุพันธ์ของฟังชันก์ที่นำเสนอโดยกราฟ เมื่อกำหนดความสูงของปฏิยานุพันธ์ กลุ่มตัวอย่างการวิจัยมีการคิดสถานการณ์ให้เป็นคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาวิธีการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และพยายามที่จะใช้ความคิดบางอย่างเกี่ยวกับการอินทิเกรตแบบจำกัดเขต ที่กลุ่มตัวอย่างเคยเรียนมาแล้ว ซึ่งงานวิจัยนี้แสดงให้

เห็นว่านักเรียนจะได้ประโยชน์จากกิจกรรมการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้มีการพัฒนาในด้านการแสดงออกทางความคิดหรือความรู้สึก โดยใช้คำพูด แก้ไขความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของมโนทัศน์แคลคูลัส และการมีส่วนร่วมในกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

Grigoras (2553) ได้ศึกษาการสร้างตัวแบบในสภาพแวดล้อมที่ไม่มีตัวเลข ของนักเรียนอายุ 13-14 ปี พบว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม มีการโต้แย้งและกล่าวแย้งในแนวความคิด โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เป็นการอภิปรายถึง การประเมินค่าของงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมไปถึงมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในผลงานของนักเรียน

จากงานวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนแตกต่างกัน โดยหลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการในทางที่ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะ จากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษาจังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ตัวแปรที่ศึกษามีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น คือ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

3.2 ตัวแปรตาม คือ การคิดเชิงคณิตศาสตร์

คำจำกัดความในการวิจัย

1. กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการคิดโดยการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงไปสู่ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบและนำคำตอบนั้นย้อนกลับไปตอบปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งในการวิจัยนี้จะใช้กระบวนการที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ OECD (2009b: 105) ดังนี้

1.1 ขั้นเสนอปัญหาในชีวิตจริง เป็นการแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการระบุแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น แสดงปัญหาในรูปที่แตกต่างไป และระบุข้อตกลงเบื้องต้นที่สอดคล้องเหมาะสมกับปัญหา

1.2 ขั้นมองปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการกับปัญหาให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในชีวิตจริงกับภาษา สัญลักษณ์ และกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนพยายามค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์จากปัญหา จึงเป็นการพิจารณาลักษณะของปัญหานั้นในเชิงคณิตศาสตร์

1.3 ขั้นแปลงปัญหาในชีวิตจริงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการค่อย ๆ ตัดข้อเท็จจริงที่เป็นปัญหาในชีวิตจริงออกไป โดยให้นักเรียนนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์เข้ามาเชื่อมโยงกับปัญหา ซึ่งอาจมีการสร้างข้อตกลงเบื้องต้น และหาข้อสรุปเพื่อแปลงปัญหาให้เป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นการมองปัญหาในรูปคณิตศาสตร์ล้วน ๆ เพื่อสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

1.4 ขั้นแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้สัญลักษณ์ กฎเกณฑ์ ภาษา และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา มีการปรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับปัญหาจนได้คำตอบของปัญหา

1.5 ขั้นสะท้อนคิด เป็นการแปลผลจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่ปัญหาในชีวิตจริง รวมถึงการระบุข้อจำกัดของการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและวิเคราะห์ถึงผลที่ได้และข้อจำกัด จากการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา รวมถึงมีการวิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของตัวแบบที่ใช้ในการแก้ปัญหา

2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการทางสมองของบุคคลที่เชื่อมโยงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการคิด เพื่อทำความเข้าใจหรือหาคำตอบของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยมีการให้เหตุผลเกี่ยวกับกลยุทธ์ที่เลือกใช้ นำเสนอตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นเข้าใจ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ที่แสดงออกเป็นความสามารถ 3 ด้านดังนี้

2.1 การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา โดยสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบคืออะไร สิ่งที่ปัญหากำหนดให้คืออะไร สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา เช่น การสร้างรายการ ตาราง สมการ การวาดภาพ การลองผิดลองถูก รวมทั้งสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา

2.2 การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ สามารถอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์หรือตัวแทนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา และอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2.3 การนำเสนอตัวแทนความคิด เป็นความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา สามารถใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา และสามารถใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้การเขียนข้อความ วาดภาพ หรือสัญลักษณ์ ใช้การขีดเขียนหรือวงกลมข้อความในโจทย์ กำหนดตัวแปรเขียนแผนภาพ ตาราง กราฟ หรือตัวแบบทางเรขาคณิต

3. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนได้รับการกระตุ้นให้ใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์และเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงกว่าความรู้ความจำ ผ่านกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการพัฒนาทั้งความรู้ด้านเนื้อหาสาระตามรายวิชาและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนาในการศึกษายุคปัจจุบัน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์
    - 1.1 ความหมายและความสำคัญของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์
    - 1.2 ลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์
    - 1.3 พัฒนาการของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์
    - 1.4 ขั้นตอนของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์
2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 2.1 ความหมายและความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 2.2 องค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 2.3 วิธีการศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 2.4 แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 2.5 แนวทางการวัดและการประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    - 3.1 งานวิจัยต่างประเทศ
    - 3.2 งานวิจัยในประเทศไทย

1. กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายและความสำคัญของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์มาจากภาษาอังกฤษว่า Mathematizing Process ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังนี้

Greer (อ้างถึงใน Grigoras, 2008: Online) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นในขณะที่สร้างแบบจำลองสถานการณ์ในชีวิตจริง เช่น การแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เป็นการสร้างแบบจำลองสามารถมองผ่านการเชื่อมโยง 2 ด้าน ได้แก่ ด้านคณิตศาสตร์ และด้านชีวิตจริง และการพัฒนาโครงสร้างความรู้ตามรูปแบบนามธรรม

Freudenthal (อ้างถึงใน Grigoras,2008: Online) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกิจกรรมของมนุษย์ที่ประกอบด้วย การจัดระบบความคิดจากสถานการณ์ชีวิตจริงหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

Grigoras (2008: Oline) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ไว้ว่า กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมของการสังเกต การกำหนดโครงสร้างความรู้ และการตีความชีวิตจริงด้วยวิธีการของตัวแบบทางคณิตศาสตร์

Organisation For Economic Co-Operation And Development (OECD,1999: 45) ได้กล่าวถึง กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ไว้ว่า กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ คือการรับรู้และการดึงคณิตศาสตร์ที่ฝังอยู่ในสถานการณ์และการใช้คณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหา โดยใช้การวิเคราะห์ การตีความ พัฒนารูปแบบและกลยุทธ์ของตัวนักเรียนเองและนำเสนอข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์รวมทั้งการพิสูจน์และการวางนัยทั่วไป

จากการศึกษาความหมายของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ทำให้สรุปได้ว่า กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดโดยการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงไปสู่ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบและนำคำตอบนั้นย้อนกลับไปตอบปัญหาในชีวิตจริง

นอกจากนี้ Freudenthal กล่าวว่า การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการหลักที่สำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ด้วยเหตุผล 2 ประการ (Gravemeijer, 1997: 321-322) คือ

ประการที่หนึ่ง การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์นอกจากจะเป็นกิจกรรมหลักที่สำคัญของนักคณิตศาสตร์แล้ว การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ยังทำให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับวิธีการทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ในการมองหาปัญหา นำไปสู่เจตคติทางคณิตศาสตร์ ทำให้รู้ถึงความเป็นไปได้และข้อจำกัดของวิธีการทางคณิตศาสตร์ และรู้ว่าสถานการณ์ใดมีความเหมาะสมในการนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ และสถานการณ์ใดไม่เหมาะสม

ประการที่สอง เกี่ยวข้องกับการคิดค้นคณิตศาสตร์ ขั้นตอนสุดท้ายในคณิตศาสตร์เป็นการสร้างความเป็นแบบแผนโดยการสร้างสัจพจน์(axiomatising) ซึ่งขั้นตอนสุดท้ายนี้ไม่ควรเป็นจุดเริ่มต้นในการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจาก Freudenthal มองว่าการเริ่มต้นจากสัจพจน์ สวนทางกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้มาซึ่งข้อสรุป การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ควรใช้กระบวนการคิดค้นคณิตศาสตร์แบบได้รับคำแนะนำ (guided revientionn) ซึ่งนักเรียนจะได้รับประสบการณ์ เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมา

จากความสำคัญของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่ากระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์มีความสำคัญในแง่ของการเป็นเป้าหมายหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริงและยังสร้างคุณลักษณะของการเป็นนักคณิตศาสตร์ให้นักเรียนอีกทางหนึ่ง

1.2 ลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ถูกจำแนกเป็นลักษณะต่าง ๆ โดยนักการศึกษาหลายท่าน ดังนี้

Treffer (อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 4; 2003: 12) ได้แบ่งลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวราบ (horizontal mathematization) เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการจัดการและแก้ปัญหาในสถานการณ์ในชีวิตจริง

2. การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวตั้ง (Vertical mathematization) เป็นกระบวนการสร้างความรู้(reorganization) ภายในระบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น การค้นหาวิธีลัดหรือค้นพบความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์และยุทธวิธี จากนั้นก็ประยุกต์ใช้ข้อค้นพบเหล่านั้น

Freudenthal (อ้างถึงใน Grigoras, 2008: Online) ได้แบ่งลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่

1. การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวราบ (horizontal mathematization) เป็นกระบวนการนำโลกในชีวิตจริงไปสู่โลกของสัญลักษณ์

2. การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวตั้ง (Vertical mathematization) เป็นกระบวนการที่เคลื่อนย้ายภายในโลกสัญลักษณ์

OECD (1999: 47) ได้แบ่งลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่

1. การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวราบ (horizontal mathematization) เป็นกระบวนการของการแปลงโลกจริง ไปสู่โลกทางคณิตศาสตร์

2. การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวตั้ง (Vertical mathematization) เป็นกระบวนการการทำงานบนปัญหาภายใต้โลกทางคณิตศาสตร์และใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาและนำคำตอบนั้นสะท้อนกลับไปในปัญหาเดิม

จากลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 2 ลักษณะ ได้แก่ 1) การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวราบ(horizontal mathematization) โดยเป็นกระบวนการแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ 2) การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวตั้ง (Vertical mathematization) เป็นกระบวนการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาภายในปัญหาทางคณิตศาสตร์และนำคำตอบนั้นกลับไปตอบในปัญหาชีวิตจริง

1.3 พัฒนาการของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับกระบวนคิดให้เป็นคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยต่างๆ ซึ่งได้รวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวกับกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ พัฒนาการของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

กว่า 40 ปีผ่านมา Freudenthal ได้กำหนดปัญหาที่ต้องการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในชีวิตจริง สถาบัน Freudenthal จึงได้พัฒนากรอบทฤษฎีของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME) ซึ่งมีพื้นฐาน

มาจากแนวคิดของ Freudenthal ที่ว่าคณิตศาสตร์จะต้องถูกเชื่อมโยงในชีวิตจริง ซึ่งการใช้บริบทในชีวิตจริงกลายเป็นลักษณะหนึ่งของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับ ชีวิตจริง โดย Freudenthal มองว่า คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงแค่ความรู้ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมของการสร้างสถานการณ์จากชีวิตจริง หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งกิจกรรมนี้เรียกว่า การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (mathematizing) โดยการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เป็นลักษณะที่สำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และบริบทในชีวิตจริงเป็นสิ่งที่ก่อให้เกิดการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Shipulina, Liljedahl and Smith, 2012: Online) Treffers (1978, 1987 อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000 4; 2003: 12) ได้สร้างแนวคิดของการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์โดยแบ่งการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวราบ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวตั้ง

De Lang (1996: 68-70) ได้กำหนดการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในวิถีทางที่แตกต่างออกไป โดย De Lang มองว่าการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์นั้นเป็นแบบจำลอง (Modelling) ไม่ได้เป็นเพียงแค่ส่วนหนึ่งในแบบจำลองซึ่ง De Lang ได้อธิบายถึง กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์ (Conceptual mathematization process) ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบตามที่ Treffer และ Goffree (1985) ได้จำแนกไว้ ได้แก่ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวราบ และการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวตั้งโดย De Lang ได้ระบุเป้าหมายของการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวราบนั้นเป็นการแปลงปัญหาไปยังปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ผ่านโครงสร้างความรู้ (schematizing) และการมองภาพ (visualizing) เพื่อพยายามค้นหากฎและความสัมพันธ์ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการระบุคณิตศาสตร์ในบริบททั่วไป

กิจกรรมที่เป็นองค์ประกอบการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวราบ ประกอบด้วย

- การระบุคณิตศาสตร์ในบริบททั่วไป
- โครงสร้างความรู้
- การใช้สูตรและการนึกภาพปัญหาในวิธีการที่แตกต่าง
- การค้นพบความสัมพันธ์
- การค้นพบกฎ
- การแปลงปัญหาในชีวิตจริงไปเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์
- การแปลงปัญหาในชีวิตจริงไปเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่รู้จัก

กิจกรรมที่เป็นองค์ประกอบการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวตั้งที่เข้มข้น ประกอบด้วย

- แสดงแทนความสัมพันธ์ในรูปแบบของสูตร
- พิสูจน์กฎ
- การปรับแต่งและปรับแบบจำลอง
- การใช้แบบจำลองที่แตกต่างกัน
- การบูรณาการและการรวมตัวแบบ
- การสร้างมโนทัศน์ใหม่ทางคณิตศาสตร์
- กระบวนการวางนัยทั่วไป

OECD (1999: 46) ได้กล่าวถึง การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เป็นองค์ประกอบของการเข้าใจชีวิตจริงผ่านการใช้แนวคิดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เป็นการสร้างกิจกรรมที่ได้มาซึ่งทักษะและความรู้จากการค้นพบกฎ โครงสร้างความรู้และความสัมพันธ์ที่ไม่รู้กระบวนการนี้เรียกว่า การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวนอน โดยการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวนอน ประกอบกิจกรรมดังต่อไปนี้

- การระบุเจาะจงคณิตศาสตร์ในบริบททั่วไป
- โครงสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์
- การใช้สูตรแสดงและการนึกภาพปัญหา
- การค้นพบความสัมพันธ์และกฎ
- การนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

และเมื่อปัญหามีการเปลี่ยนไปเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะสามารถแก้ปัญหาด้วยเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสามารถประยุกต์ใช้เพื่อจัดกระทำและทำให้กลายเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์จากปัญหาในชีวิตจริง กระบวนการนี้เรียกว่าการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แนวตั้ง และสามารถยอมรับตามกิจกิจกรรมต่อไปนี้

- การแสดงแทนความสัมพันธ์ด้วยความหมายของสูตร
- การพิสูจน์กฎ
- การปรับแต่งและปรับแบบจำลอง
- การบูรณาการและการรวมตัวแบบ
- กระบวนการวางนัยทั่วไป

OECD (2009a: 158-159) ได้เสนอกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematizing Process) ซึ่งเป็นกระบวนการคิดจากสถานการณ์จริงสู่สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ OECD ได้นำเสนอกระบวนการนี้เป็นกระบวนการแก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยกำหนดไว้เป็น 5 ลักษณะ ดังนี้

1. เริ่มด้วยปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริง

2. จัดให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์และระบุคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

3. ค่อยๆ ตัดข้อเท็จจริงที่เป็นปัญหาในชีวิตจริงออกไป ผ่านกระบวนการสร้างสมมุติฐาน การวางนัยทั่วไป และการทำให้เป็นแบบแผน ที่ส่งเสริมลักษณะทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ และแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. สร้างความสมเหตุสมผลของคำตอบทางคณิตศาสตร์ในส่วนปัญหาในชีวิตจริง รวมทั้งการระบุข้อจำกัดของการแก้ปัญหา

1.4 ขั้นตอนของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

เนื่องจาก PISA ต้องการตรวจสอบความสามารถของนักเรียนในด้านการแก้ปัญหา ซึ่งครอบคลุมการวิเคราะห์ การใช้เหตุผล และการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะต้องใช้กระบวนการ ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ ทั้งที่เรียนมาในโรงเรียนและจากประสบการณ์ชีวิต สำหรับการประเมินผลของ PISA จะเรียกกระบวนการพื้นฐานที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาที่ปรากฏในชีวิตจริงว่า กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (OECD, 2009b: 105) จึงได้เสนอขั้นของกระบวนการดังนี้

ขั้นที่ 1 เริ่มด้วยปัญหาในชีวิตจริง ขั้นนี้เป็นการแปลงปัญหาในชีวิตจริงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ กระบวนการนี้เกี่ยวข้องกับการระบุแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น แสดงปัญหาในรูปที่แตกต่างไป ตลอดจนระบุข้อตกลงเบื้องต้นที่สอดคล้องเหมาะสมกับปัญหา

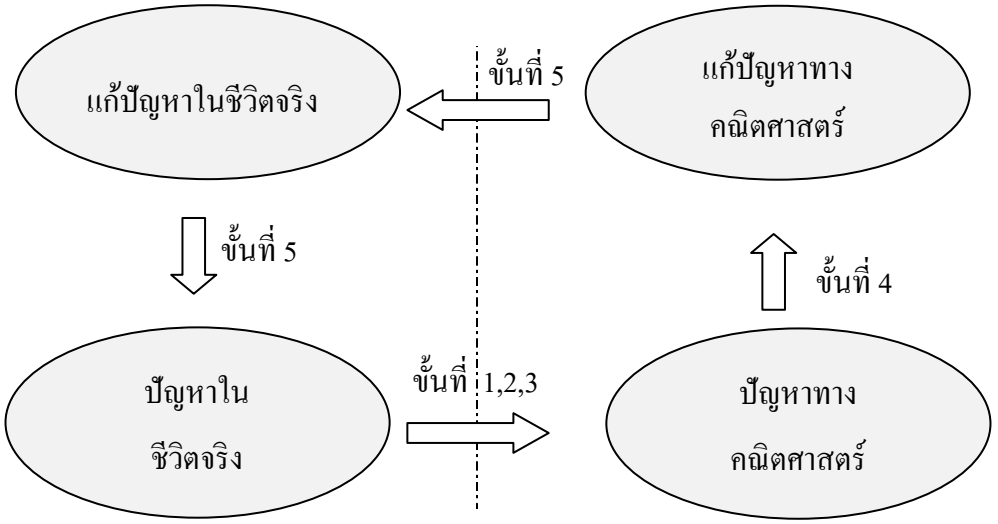
ขั้นที่ 2 จัดให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในชีวิตจริงกับภาษา สัญลักษณ์ กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้เข้าใจปัญหานั้นในเชิงคณิตศาสตร์ มองหารูปแบบ ความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นการมองหาลักษณะของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ค่อยๆ ตัดข้อเท็จจริงที่เป็นปัญหาในชีวิตจริงออกไปก่อน เป็นการนำคณิตศาสตร์เข้ามาเชื่อมโยงกับปัญหา เช่น การสร้างข้อตกลงเบื้องต้น รวมทั้งการทำให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การลงข้อสรุปและแปลงปัญหาให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนนี้เป็นการใช้และการแสดงแทนเปลี่ยนกลับไปมา การใช้สัญลักษณ์ กฎ ภาษาเฉพาะทาง และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้หรือปรับ

ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ผสมผสานและบูรณาการตัวแบบ ให้ความเห็นสนับสนุนโต้แย้ง รวมทั้งสรุปการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 5 แปลผลจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กลับไปเป็นปัญหาในชีวิตจริง รวมถึงการระบุข้อจำกัดของการแก้ปัญหานั้น ๆ ขั้นนี้นักเรียนต้องเข้าใจว่าคณิตศาสตร์ทำได้แค่ไหน และมีข้อจำกัดอย่างไร และอภิปราย โต้แย้ง และหาคำอธิบายถึงความใช้ได้ของผลการแก้ปัญหามีการสื่อสารทั้งกระบวนการคิดและผลที่ได้ รวมทั้งวิพากษ์ตัวแบบและข้อจำกัดการใช้ตัวแบบ ดังที่แสดงดังภาพที่ 1 ดังนี้



ภาพที่ 1 กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่ากระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นเสนอปัญหาในชีวิตจริง เป็นการแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการระบุแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น แสดงปัญหาในรูปที่แตกต่างไป และระบุข้อตกลงเบื้องต้นที่สอดคล้องเหมาะสมกับปัญหา 2) ขั้นมองปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการกับปัญหาให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในชีวิตจริงกับภาษา สัญลักษณ์ และกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนพยายามค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์จากปัญหา จึงเป็นการพิจารณาลักษณะของปัญหานั้นในเชิงคณิตศาสตร์ 3) ขั้นแปลงปัญหาในชีวิตจริงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการค่อย ๆ ตัดข้อเท็จจริงที่เป็นปัญหาในชีวิตจริงออกไป โดยให้นักเรียนนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์เข้ามาเชื่อมโยงกับปัญหา ซึ่งอาจมีการสร้างข้อตกลงเบื้องต้นและหาข้อสรุปเพื่อแปลงปัญหาให้เป็น

โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นการมองปัญหาในรูปคณิตศาสตร์ล้วน ๆ เพื่อสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 4) ขั้นแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้สัญลักษณ์ กฎเกณฑ์ ภาษาและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา มีการปรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับปัญหาจนได้คำตอบของปัญหา 5) ขั้นสะท้อนคิด เป็นการแปลผลจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่ปัญหาในสถานการณ์ของชีวิตจริง รวมถึงการระบุข้อจำกัดของการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและวิเคราะห์ถึงผลที่ได้และข้อจำกัดจากการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา รวมถึงมีการวิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของตัวแบบที่ใช้ในการแก้ปัญหา

2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายและความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์มาจากภาษาอังกฤษว่า mathematical thinking ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

Greenwood (1993) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ และกล่าวย้ำว่า ถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

Henderson et al. (2001: 1) ได้เสนอนิยามทั่วๆ ไปของ “การคิดทางคณิตศาสตร์” ว่าเป็นการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างใดอย่างหนึ่งที่แสดงออกมาอย่างชัดเจน หรือแสดงออกมาเป็นนัย ในการหาคำตอบของปัญหา

Lutfiyya (1998: 55-56) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่รวมถึงการใช้ทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์อย่างชาญฉลาด เพื่อที่จะนำไปสู่ความเข้าใจในแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งจะต้องอาศัยการค้นพบความสัมพันธ์ที่อยู่ระหว่างแนวคิดนั้น ๆ อาจจะเป็นภาพหรือการได้รับการสนับสนุนจากเงื่อนไขที่เกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์เหล่านั้น และการแก้ปัญหาที่รวมถึงแนวคิดนั้นๆ

Manouchehri (2005: Online) กล่าวว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ รอบตัว กระบวนการทำความเข้าใจนี้ไม่ใช่คณิตศาสตร์แต่เป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบเป็นการดำเนินการทาง

คณิตศาสตร์ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เป็นนามธรรม เป็นสัญลักษณ์ การนำเสนอตัวแทนความคิด และการดำเนินการทางสัญลักษณ์ ซึ่งเครื่องมือทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การนำเสนอตัวแทนความคิด และการให้เหตุผล

Mason, et al. (1994: 158) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นกระบวนการคิดที่ดำเนินไปเป็นพลวัต ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยายความเข้าใจของเราได้

O'Daffer and Thornquist. (1993: 43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่าหมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

พิเชาวน์ องค์อนุรักษ์ (2552: 24) ได้ให้ความหมาย "การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน" หมายถึง ผลิตผล (product) ที่เกิดขึ้นจากแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (mathematical ideas and processes) ของนักเรียน (Bishop, 2007) ซึ่งนักเรียนจะแสดงออกในรูปแบบของยุทธวิธี หรือวิธีคิด หรือวิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผ่านภาษาพูด การวาดเขียน หรือการแสดงอิริยาบถต่างๆที่เกี่ยวข้องกัน ตามสมมติฐานที่เชื่อว่าสิ่งที่มนุษย์พูดในระหว่างการแก้ปัญหาจะใกล้เคียงกับการคิดของคนๆ นั้นในขณะนั้นมากที่สุด (Schoenfeld, 1985 อ้างถึงในไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2546)

รุ่งทิวา นาบำรุง (2550: 6) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) เป็นวิธีการคิดของบุคคลทางด้านคณิตศาสตร์ การคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาณหรือจำนวน การให้เหตุผล โดยการใช้ความรู้ ทักษะและวิธีการที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจ ค้นหาคำตอบของปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นรับรู้ได้ โดยวัดจากการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด

จากความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการทางสมองของบุคคลที่เชื่อมโยงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการคิดเพื่อทำความเข้าใจหรือหาคำตอบของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยมีการให้เหตุผลเกี่ยวกับกลยุทธ์ที่เลือกใช้ นำเสนอตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นเข้าใจ

ความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Sternberg (1987: 303) กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการนิยามข้อมูลให้กระจ่าง ส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพของแต่ละบุคคล

Jackson et al. (1994: 1) กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้ว่า มนุษย์ได้ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical idea) เกี่ยวกับปัญหาในชีวิตประจำวันอยู่ตลอดเวลา แต่ไม่ได้สนใจศึกษาปัญหานั้นเท่าใดนัก แต่หากมีบางคนให้ความสนใจ สนุกกับปัญหาที่เกิดขึ้น มีความกระตือรือร้น พยายามศึกษารูปแบบโดยให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อาจกล่าวได้ว่าคน ๆ นั้นได้ใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์

Stacey (2007: Online) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีความสำคัญใน 3 วิถีทาง ได้แก่ 1) การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการศึกษา 2) การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญต่อวิธีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 3) การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

จากความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการจัดการข้อมูลที่มีความซับซ้อนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

2.2 องค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์

NCTM (2000: 52-71) กล่าวถึงกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ว่ามีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 ส่วนคือ

- การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์
- การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์
- การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์
- การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์
- การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์

กรองทอง ไคริรี (อ้างถึงใน รุ่งทิวา นาบำรุง, 2550: 18) ได้วิเคราะห์ว่าองค์ประกอบทั้ง 5 ประการ ดังกล่าวนั้นเกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยระบุว่า ในการแก้ปัญหาผู้เรียนต้องใช้ความสามารถในการสำรวจ (Explore) รวมทั้งมีการคิดเกี่ยวกับตัวปัญหาและการใช้เหตุผลในการหาคำตอบของปัญหาทั้งแบบธรรมดา (Routine Problem) หรือปัญหาที่

แปลกใหม่ (Non-Routine Problem) นอกจากนี้ผู้ที่ใช้เหตุผลและใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในกระบวนการแก้ปัญหามักจะแสดงพฤติกรรมต่อไปนี้คือ ใช้การสังเกตอย่างรอบคอบเพื่อค้นหาแบบรูปโครงสร้างหรือสิ่งที่ไม่เป็นไปตามธรรมดาจากสภาพการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริง หรือในสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ตั้งคำถามต่อตนเองว่าแบบรูปเหล่านี้เกิดขึ้นโดยบังเอิญหรือเกิดขึ้นอย่างมีเหตุผล สร้างข้อคาดการณ์ และพิสูจน์ข้อคาดการณ์ของตนเอง กิจกรรมการแก้ปัญหาจะทำให้เด็กเกิดทักษะทางภาษาและสังคม เกิดทักษะการทำงานร่วมกัน ตลอดจนมีทักษะการสื่อสารการคิดเชิงคณิตศาสตร์เกิดขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากการสื่อสารเป็นวิธีการที่บุคคลแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน มีการทำความเข้าใจแนวคิด (Ideas) ซึ่งแนวคิดต่างๆ เป็นสิ่งที่สะท้อนความรู้และความเข้าใจของแต่ละบุคคล การอภิปรายโต้แย้งถกเถียงจะเป็นประเด็นสำคัญที่นำไปสู่การปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น นอกจากนี้การนำเสนอตัวแทนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ยังมีความเกี่ยวข้องกับกระบวนการและผลผลิตของการคิดซึ่งสามารถสังเกตเห็นได้จากภายนอกและเกิดขึ้นภายในสมองของผู้เรียนที่กำลังทำคณิตศาสตร์

Kriegler (2004: Online) ได้กล่าวว่าทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) ประกอบด้วย การใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาที่หลากหลาย ทักษะการนำเสนอตัวแทนความคิด (Representation Skills) ใช้การนำเสนอความสัมพันธ์ที่สามารถมองเห็น สัญลักษณ์ ตัวเลข ภาษา และทักษะการให้เหตุผล (Reasoning Skills) พิจารณาในส่วนของการให้เหตุผลอุปนัยและนิรนัย เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิดเชิงคณิตศาสตร์รวมถึงการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน

Swan and Ridgway (2005, Online) กล่าวถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่แตกต่างกัน ได้แก่ ความรู้หลักที่เด่น ๆ วิธีการแก้ปัญหา การใช้แหล่งข้อมูลที่ได้ผล มีการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ และการลงมือปฏิบัติเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

จากองค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้นผู้วิจัยได้กำหนดองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) การแก้ปัญหาซึ่งผู้เรียนต้องสามารถวิเคราะห์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์และสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับปัญหา 2) การให้เหตุผล ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์ปัญหา อธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา รวมทั้งอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ และ 3) การนำเสนอตัวแทนความคิด ผู้เรียนสามารถใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา ใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาและใช้ตัวแทนความคิดเพื่อสรุปปัญหาโดยใช้ รูปภาพ ข้อความ ตัวแปร สัญลักษณ์ ตัวเลข

2.3 วิธีการศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นการศึกษาสิ่งที่เป็นนามธรรม และเป็นการศึกษากระบวนการในสมอง จึงจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือต่าง ๆ เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีนักการศึกษาได้เสนอไว้ดังนี้

Kriegler (2004: Online) ได้กล่าวว่าทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) ทักษะการนำเสนอตัวแทนความคิด (Representation Skills) และ ทักษะการให้เหตุผล (Reasoning Skills) เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิดเชิงคณิตศาสตร์รวมถึงการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน

Manouchehri (2005: Online) กล่าวว่าเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยในการทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ รอบตัวคือ 1) การแก้ปัญหา 2) การนำเสนอตัวแทนความคิดในรูปแบบที่มองเห็นได้ เช่น แผนภูมิ รูปภาพ หรือกราฟ ในรูปตัวเลข เช่น ตาราง การทำรายการ ในรูปสัญลักษณ์และในรูปคำพูด 3) การให้เหตุผล ได้แก่ การสร้างกรณีทั่วไป การสรุปที่สมเหตุสมผล วิธีการอุปนัยซึ่งเป็นการตรวจสอบกรณีเฉพาะ การจำแนกแบบรูปและความสัมพันธ์ การขยายแบบรูปและความสัมพันธ์

Cai (2003: 720) ได้กล่าวถึงการตรวจสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การแสดงขอบเขตความรู้ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอตัวแทนความคิดของกระบวนการแก้ปัญหา การสนับสนุนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการตั้งปัญหาใหม่บนพื้นฐานของสถานการณ์ปัญหาเดิม

จากวิธีการศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าต้องอาศัยเครื่องมือต่อไปนี้ในการศึกษา คือ การแก้ปัญหา การนำเสนอตัวแทนความคิด และการให้เหตุผล

2.4 แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์

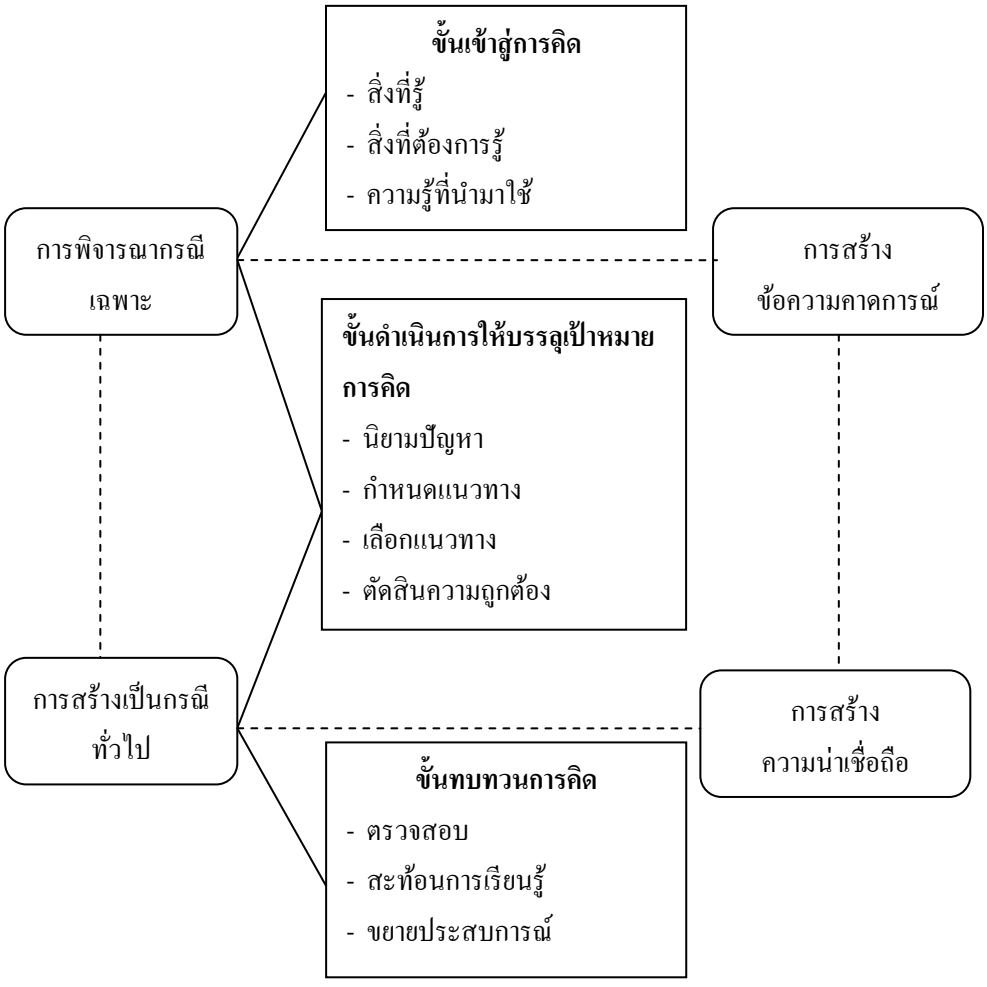
มีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

อัมพร ม้าคะนอง (2553: 36) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการคิดไว้ว่าการพัฒนาการคิดเป็นการพัฒนากระบวนการคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจทำได้ง่าย ๆ ด้วยการพยายามใช้คำถามให้ผู้เรียนได้คิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และให้ผู้เรียนได้ฝึกการคิดจากสถานการณ์ปัญหา นอกจากนี้ผู้สอนอาจฝึกให้ผู้เรียนรักการคิดโดยเริ่มจากสิ่งที่ทำได้ไม่ยากนัก ดังนี้

1. ให้ผู้เรียนคิดในสิ่งที่พอคิดได้ หรือไม่ยากเกินไปจนคิดอย่างไรก็คิดไม่ได้
2. พยายามถามหาเหตุผลกับผู้เรียนบ่อย ๆ เพื่อฝึกให้ผู้เรียนได้คิด
3. ให้ผู้เรียนคิดในสิ่งที่สนใจและต้องการคิด
4. ฝึกให้คิดบ่อย ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยและมีความพยายามในการคิด
5. ฝึกการคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดนอกกรอบ การคิดเชื่อมโยง การคิดไตร่ตรอง การคิดเชิงตรรก

6. ปรับเปลี่ยนสถานการณ์หรือเงื่อนไขของปัญหาให้ท้าทายการคิด
7. ถามคำถามที่น่าสนใจ น่าคิด และไม่ใช้คำถามธรรมดาที่ผู้เรียนคุ้นเคย
8. ค่อย ๆ ฝึกจากการคิดระดับต่ำสู่การคิดระดับสูง

Mason, et al. (1994; 131; 146-159) ได้เสนอรูปแบบในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์บนความเชื่อที่ว่ากระบวนการสำคัญที่อยู่เบื้องหลังการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ การพิจารณากรณีเฉพาะ การสรุปนัยทั่วไป การสร้างข้อความคาดการณ์และการสร้างความน่าเชื่อถือ กระบวนการดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่ 1) ขั้นเข้าสู่การคิด 2) ขั้นดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด 3) ขั้นทบทวนการคิด แต่ละระยะจะมีเกณฑ์บ่งชี้ เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมประสิทธิภาพในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 2



ภาพที่ 2 แสดงกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การพิจารณากรณีเฉพาะ เมื่อเผชิญคำถามหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ ถ้าบุคคลสามารถหา หรือหยิบยกตัวอย่างของสิ่งที่กล่าวถึงในคำถามได้จะทำให้เกิดความเข้าใจและอาจมองเห็น

ลู่ทางในการหาคำตอบได้มากขึ้น การพิจาณากรณีเฉพาะจึงมีบทบาทสำคัญยิ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การเลือกกรณีเฉพาะมาพิจารณาอาจเลือกโดยการสุ่ม เลือกอย่างเป็นระบบ หรือเลือกในลักษณะผู้เชี่ยวชาญ

ตัวอย่างการพิจารณากรณีเฉพาะ เช่น “ถ้าร้านขายส่งแห่งหนึ่งให้ส่วนลด 20% แก่ผู้ซื้อและต้องชำระภาษีการค้า 15% ของราคาสินค้าด้วย ลูกค้าผู้หนึ่งกำลังตัดสินใจหลังจากซื้อสินค้าว่าควรเลือกวิธีใดในการคำนวณราคาสินค้า ระหว่างการคิดคำนวณส่วนลดก่อน หรือคิดคำนวณการชำระภาษีก่อนเพื่อจะได้ประหยัดเงินมากที่สุด”

แนวทางการคำนวณ : ทดลองกำหนดราคาสินค้าขึ้นมาเพื่อพิจารณาการคำนวณ เช่น ให้สินค้าที่ต้องการซื้อชนิดหนึ่งมีราคา 100 บาท

วิธีที่ 1 คิดส่วนลด 20% ก่อน แล้วชำระภาษี 15%
ราคาสินค้าไม่รวมภาษีคือ 80 บาท (80% ของ 100 บาท)
เมื่อรวมภาษีต้องจ่ายเงิน 1.15 x 80 = 92 บาท [1.15 x (0.80 x 100)]

วิธีที่ 2 คิดภาษี 15% ก่อน แล้วจึงคิดส่วนลด 20%
ราคาสินค้าก่อนคิดส่วนลดคือ 115 บาท (115% ของ 100 บาท)
เมื่อหักส่วนลดต้องจ่ายเงิน 0.80 x 115 = 92 บาท [0.80 x (1.15 x 100)]
จะเห็นว่าการคำนวณทั้งสองวิธีจะจ่ายเงินเท่ากัน
[1.15 x (0.80 x 100) = 0.80 x (1.15 x100)]

ดังนั้นการเลือกกรณีเฉพาะโดยใช้ราคาสินค้า 100 บาท ทำให้สามารถค้นพบความจริงบางอย่างได้

การสร้างกรณีทั่วไป เป็นการขยายจากการยกตัวอย่างเพียงไม่กี่กรณีไปสู่ความคาดหมายที่ครอบคลุมกรณีต่างๆ ที่กว้างขวาง หรือมีลักษณะทั่วไปมากขึ้น เช่น การซื้อสินค้าในราคาขายส่งที่ได้กล่าวมาข้างต้น หากพิจารณาราคาสินค้าอื่นๆ อีก หนึ่งหรือสองชนิด จะเริ่มเห็นแบบรูปที่เกิดขึ้น คือ “ลำดับของการคิดคำนวณส่วนลดก่อน หรือคำนวณภาษีก่อนไม่ส่งผลที่แตกต่างกันต่อราคาสินค้าที่ผู้ซื้อต้องจ่ายจริง” แบบรูปนี้เป็นตัวอย่างหนึ่งของการสรุปกรณีทั่วไปของสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา

กรณีเฉพาะที่นำมาพิจารณาจะช่วยให้สามารถเชื่อมโยงไปสู่การสรุปกรณีทั่วไปสำหรับสินค้าราคาใด ๆ (กำหนดให้เป็น P) ได้คือ

$$1.15 \times (0.80 \times P) = 0.80 \times (1.15 \times P)$$

การสร้างกรณีทั่วไปตามทรรศนะของเมสันและคณะ หมายถึง การพบและการนำเสนอแบบรูปที่นำไปสู่

- สิ่งที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (ข้อคาดการณ์ (conjecture))
- สาเหตุที่ทำให้คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (การตัดสินความถูกต้อง(justifying))
- ขอบเขตที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง คือ เป็นความจริงที่ครอบคลุมปัญหาอื่นทั่ว ๆ ไปมากขึ้น

การสร้างข้อความคาดการณ์ หมายถึง การเสนอสิ่งที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง แต่ยังไม่มีผู้ใดสรุปหรือแสดงเหตุผลให้เป็นที่ยอมรับ ข้อคาดการณ์ที่มีชื่อเสียงและมีความโดดเด่นในทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลากหลาย หนึ่งในจำนวนนั้นคือ ข้อคาดการณ์ของโกลด์บาค (Goldbach's conjecture) ที่กล่าวว่า "จำนวนคู่ทุกจำนวนที่มีค่ามากกว่า 2 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลบวกของจำนวนเฉพาะสองจำนวนได้" จากข้อคาดการณ์นี้ทำให้มีการสำรวจจำนวนคู่ที่มากกว่า 2 จำนวนนับล้าน ๆ และทุก ๆ จำนวนคู่ที่นำมาทดสอบ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลบวกของจำนวนเฉพาะสองจำนวนได้ อย่างไรก็ตามยังไม่มีใครสามารถพิสูจน์ได้ว่าทุก ๆ จำนวนคู่มีสมบัติตามข้อคาดการณ์ของโกล์ดบาค จึงยังไม่มีใครกล้ายืนยันว่าข้อคาดการณ์ของโกลด์บาคเป็นจริง

ดังนั้น ข้อคาดการณ์จึงเป็นเพียงคำกล่าว ข้อความ หรือประโยคที่พบว่ามีความเป็นไปได้ แต่ยังไม่มีการตัดสินความถูกต้องอย่างน่าเชื่อถือ ข้อคาดการณ์ส่วนใหญ่มักตั้งหรือสร้างขึ้นง่าย ๆ แล้วพยายามตัดสินความถูกต้องเพื่อนำไปสนับสนุนผลลัพธ์หรือวิธีการบางอย่างเท่านั้น การตั้งข้อคาดการณ์จึงเป็นกระบวนการของความรู้สึก (Sensing) หรือการเดาว่าบางสิ่งน่าจะถูก แล้วสำรวจความถูกต้องของสิ่งนั้น

การสร้างความเชื่อมั่น ระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหา กระบวนการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องเพื่อปะติดปะต่อเป็นข้อคาดการณ์ ยังมีอีกกระบวนการหนึ่งที่เกิดควบคู่ไปด้วย คือ กระบวนการค้นหาเหตุผลว่าทำไมสิ่งเหล่านั้นจึงถูกต้อง (หรือไม่ถูกต้องสำหรับบางกรณี) ซึ่งจะช่วยสร้างความน่าเชื่อถือให้กับคำตอบหรือข้อค้นพบต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ข้อคาดการณ์ของโกล์ดบาค จะเห็นว่ามีการพิจารณากรณีเฉพาะเป็นจำนวนมาก จนกระทั่งคนจำนวนมากมีความเชื่อว่าเป็นข้อคาดการณ์ที่สมเหตุสมผล แต่ยังไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องที่จะทำให้มีการยอมรับอย่างไม่มีข้อโต้แย้ง ความน่าเชื่อถือจึงมีขอบเขตที่จำกัด ในการสร้างความน่าเชื่อถือเกี่ยวกับประเด็นต่าง ๆ จากคำถามหรือปัญหา สิ่งที่ต้องการจึงไม่ใช่แค่เพียงการยกตัวอย่างแบบผิวเผิน แต่ควรเป็นเหตุผลที่เกี่ยวกับแบบรูปหรือโครงสร้างบางอย่างเพื่อเป็นกรอบในการอธิบายเพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถืออย่างแท้จริงมากกว่า

กระบวนการที่อยู่เบื้อหลังการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา จะดำเนินไปตามระยะของการคิด 3 ระยะ ได้แก่

1. ระยะเข้าสู่การคิด เป็นระยะการหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามต่างๆ เช่น รู้อะไรบ้าง ต้องการอะไร นำความรู้ใดมาใช้ได้บ้าง

2. ระยะดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด เป็นระยะการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้กระบวนการสร้างข้อคาดการณ์ การคิดหาเหตุผล การตัดสินความถูกต้อง และการสร้างความน่าเชื่อถือ

3. ระยะทบทวนการคิด เป็นระยะที่ต้องตรวจสอบการแก้ปัญหา สะท้อน และขยายความรู้และประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา

เมสันและคณะมีความคิดว่า แนวทางการฝึกการคิดไปพร้อมกับการสะท้อนการเรียนรู้จากการคิด เป็นแนวทางที่ช่วยพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเชื่อมโยงกับการแก้ปัญหาและการคิดอย่างมีวิจารณญาณโดยตรง

2.5 แนวทางการวัดและการประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ชนาธิป พรกุล (219-220: 2554) ได้กล่าวถึงการวัดและประเมินความสามารถในการคิดว่าการคิดเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในสมอง เมื่อต้องการวัดการคิดจึงเป็นการวัดความสามารถในการคิดซึ่งแสดงออกในลักษณะต่างๆ หรืออาจกล่าวได้ว่า การวัดการคิดเป็นการวัดสิ่งที่แสดงร่องรอยของการคิด ซึ่งแบ่งสิ่งที่วัดออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ 1) ผลของการคิด แสดงให้เห็นเป็นความคิดผลงานหรือการกระทำ โดยสามารถวัดจากแบบทดสอบ แบบสัมภาษณ์ แบบตรวจผลงานการคิดและแบบสังเกตพฤติกรรมการคิด 2) กระบวนการของการคิด แสดงให้เห็นเป็นขั้นตอนการปฏิบัติงาน หรือการแก้ปัญหา วัดจากแบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงาน แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา 3) คุณลักษณะของบุคคล หรือเจตคติ สังเกตเห็นได้จากลักษณะการเป็นผู้ใฝ่รู้ คิดไกล คิดลึกซึ้ง คิดรอบคอบ คิดชัดเจน มีวิจารณญาณ คิดสร้างสรรค์ วัดจากแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดและแบบสัมภาษณ์ โดยเวลาที่วัดความสามารถในการคิดควรวัดก่อนการสอน ระหว่างการสอน (ทุกบทเรียน/หน่วยการเรียนรู้) และหลังการสอน โดยทำอย่างสม่ำเสมอและต่อเนื่อง ซึ่งในการวัดคิดอาจวัดรวมไปกับเนื้อหาวิชาในแบบสอบตามปกติ หรือแยกต่างหาก

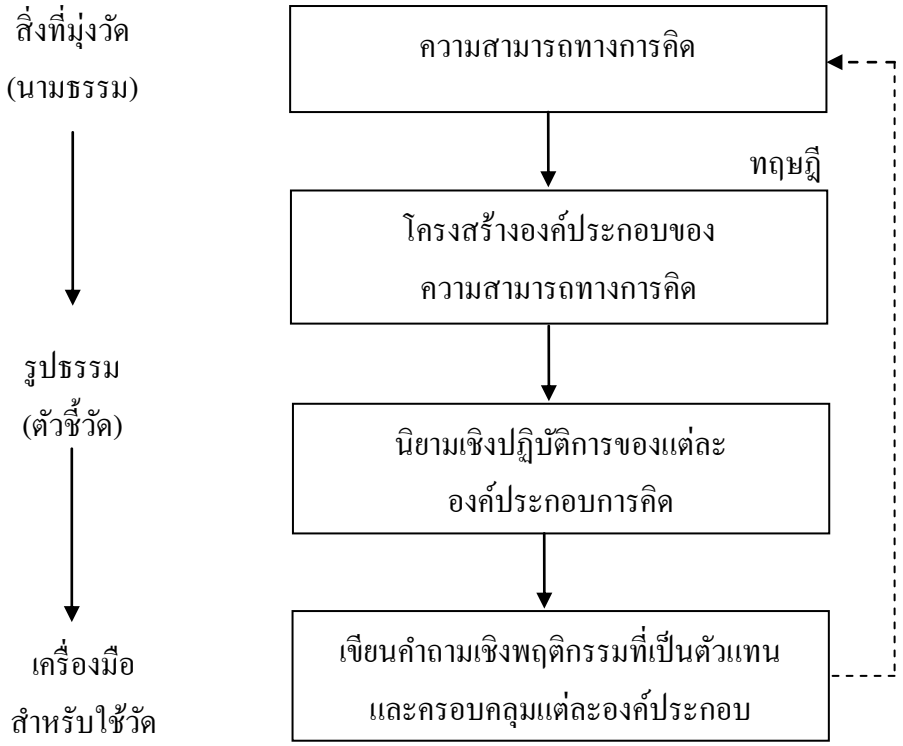
ศิริชัย กาญจนวาสี (58-63 : 2551) ได้เสนอการวัดความสามารถในการคิดเป็น 2 ลักษณะ คือ แบบสอบมาตรฐานที่ใช้สำหรับการวัดความสามารถในการคิด และแบบสอบสำหรับสำหรับวัดความสามารถทางการคิดที่สามารถสร้างขึ้นใช้เอง โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. แบบสอบมาตรฐานที่ใช้สำหรับวัดความสามารถในการคิด เป็นแบบสอบมาตรฐานที่มีผู้สร้างไว้แล้ว สำหรับใช้วัดความสามารถในการคิด สามารถจัดกลุ่มได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่ แบบสอบการคิดทั่วไป และแบบสอบการคิดเฉพาะด้าน

2. การสร้างแบบวัดการคิดขึ้นใช้เอง ในการสร้างสร้างแบบวัดการคิดขึ้นใช้เอง เป็นการสร้างแบบวัดการคิดเพื่อให้เหมาะสมกับความต้องการในการวัดการคิดที่ต้องการวัด โดยมีหลักการสร้างและขั้นตอนการพัฒนาแบบวัดความสามารถทางการคิด ดังนี้

2.1 หลักการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิด

การวัดความสามรถทางการคิดของบุคคล ผู้สร้างเครื่องมือจะต้องมีความรอบรู้ในแนวคิดหรือทฤษฎีเกี่ยวกับ “การคิด” เพื่อนำมาเป็นกรอบหรือโครงสร้างของการคิด เมื่อมีการกำหนดนิยามเชิงปฏิบัติการของโครงสร้าง/องค์ประกอบการคิดแล้ว จะทำให้ได้ตัวชี้วัดหรือลักษณะพฤติกรรมเฉพาะที่เป็นรูปธรรม ซึ่งสามารถบ่งชี้ถึงโครงสร้าง/องค์ประกอบการคิด จากนั้นจึงเขียนข้อความตามตัวชี้วัดหรือลักษณะพฤติกรรมเฉพาะของแต่ละองค์ประกอบของการคิดนั้นๆ ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แสดงหลักการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิด

2.2 ขั้นตอนการพัฒนาแบบวัดความสามารถทางการคิด มีขั้นตอนในการดำเนินการที่สำคัญ ดังนี้

1) กำหนดจุดมุ่งหมายของแบบวัด

การกำหนดจุดมุ่งหมายสำคัญของการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิดผู้พัฒนาแบบวัดจะต้องพิจารณาจุดมุ่งหมายของการนำแบบวัดไปใช้ด้วยว่า ต้องการวัดความสามารถความสามารถทางการคิดทั่ว ๆ ไป หรือต้องการวัดความสามารถทางการคิดเฉพาะวิชา (Aspect-Specific) การวัดมุ่งติดตามความก้าวหน้าของความสามารถทางการคิด(Formative) หรือต้องการเน้นการประเมินผลสรุปรวม (Summative) สำหรับการตัดสินใจ รวมทั้งการแปลผลการวัด เน้นการเปรียบเทียบกับมาตรฐานของกลุ่ม (Norm-Referenced) หรือต้องการเปรียบเทียบกับเกณฑ์หรือมาตรฐานที่กำหนดไว้ (Criterion-Referenced)

2) กำหนดกรอบของการวัดและนิยามเชิงปฏิบัติการ

ผู้พัฒนาแบบวัดควรศึกษาเอกสาร แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางการคิดตามจุดมุ่งหมายที่ต้องการ และควรคัดเลือกแนวคิดหรือทฤษฎีที่เหมาะสมกับบริบทและจุดมุ่งหมายที่ต้องการเป็นหลัก แล้วศึกษาให้เข้าใจอย่างลึกซึ้ง เพื่อกำหนดโครงสร้าง/องค์ประกอบของความสามารถทางการคิดตามทฤษฎีและให้นิยามเชิงปฏิบัติการ (operational definition) ของแต่ละองค์ประกอบในเชิงรูปธรรมของพฤติกรรมที่สามารถบ่งชี้ถึงลักษณะแต่ละองค์ประกอบของการคิดนั้นได้

3) สร้างผังข้อสอบ (Table of Specification)

การสร้างผังข้อสอบเป็นการกำหนดเค้าโครงของแบบวัดความสามารถทางการคิดที่ต้องการให้ครอบคลุม โครงสร้างหรือองค์ประกอบใดบ้างตามทฤษฎีและกำหนดว่าแต่ละส่วนมีน้ำหนักความสำคัญมากน้อยเพียงใด ในกรณีที่ต้องการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิดสำหรับใช้เฉพาะวิชาใดวิชาหนึ่ง ผู้พัฒนาแบบวัดจะต้องกำหนดเนื้อหาวิชานั้นด้วยว่าจะใช้เนื้อหาใดบ้างที่เหมาะสมนำมาใช้วัดความสามารถทางการคิด พร้อมทั้งกำหนดน้ำหนักความสำคัญของแต่ละเนื้อหาในแต่ละองค์ประกอบความสามารถทางการคิดเป็นผังข้อสอบสำหรับนำไปใช้เขียนข้อสอบต่อไป

4) เขียนข้อสอบ

กำหนดรูปแบบของการเขียนข้อสอบ ตัวคำถาม ตัวคำตอบ และวิธีการตรวจให้คะแนนโดยมีการกำหนดเกณฑ์การตรวจไว้ เมื่อกำหนดรูปแบบของข้อสอบแล้ว ลงมือร่างข้อสอบตามผังข้อสอบที่กำหนดไว้จนครบทุกองค์ประกอบ ภาษาที่ใช้ควรเป็นไปตามหลักการเขียนข้อสอบที่ดีโดยทั่วไป หลังจากร่างข้อสอบเสร็จแล้ว ควรมีการทบทวนข้อสอบถึงความเหมาะสมของการวัดและความชัดเจนของภาษาที่ใช้ โดยผู้เขียนข้อสอบเองและผู้ตรวจสอบที่มีความเชี่ยวชาญในการสร้างข้อสอบวัดความสามารถในการคิด

5) นำแบบวัดไปทดลองใช้ วิเคราะห์คุณภาพและปรับปรุงจริง หรือกลุ่มใกล้เคียง นำผลการตอบมาทำการวิเคราะห์คุณภาพ โดยทำการวิเคราะห์ข้อสอบและวิเคราะห์แบบสอบ

วิเคราะห์ข้อสอบเพื่อตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบเป็นรายข้อในด้านความยาก (p) และอำนาจจำแนก (r) เพื่อคัดลอกข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะและมีอำนาจจำแนกสูงไว้ และปรับปรุงข้อที่ไม่เหมาะสม

คัดเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพเหมาะสม และ/หรือข้อสอบที่ปรับปรุงแล้วให้ได้จำนวนตามผังข้อสอบ เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจความตรงตามเนื้อหา และนำไปทดลองใช้อีกครั้งเพื่อวิเคราะห์แบบสอบในด้านความเที่ยง (Reliability) แบบสอบควรมีความเที่ยงเบื้องต้นอย่างน้อย 0.50 จึงเหมาะที่จะนำไปใช้ได้ ส่วนการตรวจสอบความตรง (Validity) ของแบบสอบถ้าสามารถหาเครื่องมือวัดความสามารถทางการคิดที่เป็นมาตรฐานสำหรับใช้เปรียบเทียบได้ ก็ควรคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความตรงตามสภาพ (Concurrent Validity) ของแบบสอบด้วย

6) นำแบบวัดไปใช้จริง

หลังจากวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบเป็นรายข้อ และวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบทั้งฉบับว่าเป็นไปตามเกณฑ์คุณภาพที่ต้องการแล้ว จึงนำแบบวัดความสามารถทางการคิดไปใช้กับกลุ่มเป้าหมายจริง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556: Online) กล่าวว่า การสร้างข้อสอบวัดความสามารถในการคิดนั้นจำเป็นต้องมีสถานการณ์ที่น่าสนใจและกระตุ้นให้เกิดการคิด สถานการณ์ที่นำมาใช้อาจเป็นสถานการณ์จริง สถานการณ์จำลอง เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ หรือประเด็นที่สังคมให้ความสนใจ หรือเป็นเรื่องราวที่สมมติขึ้นอย่างมีเหตุมีผล ซึ่งอยู่ในรูปของข้อความ แผนภาพ รูปภาพ หรือตารางข้อมูล ที่สามารถหาได้จากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เช่น บทความจากหนังสือหรือวารสาร หรือข่าวจากหนังสือพิมพ์ โดยผลคะแนนที่ได้จากการวัดความสามารถในการคิดนั้นสามารถใช้เป็นแนวทาง ในการพัฒนาและส่งเสริมการคิดด้านอื่น ๆ ของผู้เรียนต่อไป

สุวิทย์ มูลคำ (2548: 157-160) กล่าวถึง การประเมิลผลกระบวนการคิดว่าสามารถจำแนกได้เป็น 2 แนวทาง ได้แก่ 1) การประเมินผลโดยการใช้แบบทดสอบ ซึ่งอาจเป็นแบบสอบมาตรฐานหรือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมาเองซึ่งเป็นแบบวัดการคิดที่เหมาะสมกับความต้องการในการวัด และ 2) ใช้การประเมินผลตามสภาพจริง ซึ่งมีแนวทางในการประเมิน 2 ลักษณะ ดังนี้

ลักษณะที่ 1 ประเมินจากพฤติกรรมการแสดงออก ได้แก่ การพูด การฟัง การอภิปราย การร่วมกิจกรรมตามที่กำหนด การเก็บข้อมูลเพื่อประเมินผลกระบวนการคิดจากพฤติกรรมการแสดงออกควรใช้วิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การใช้ผลการบันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง เช่น เพื่อนร่วมชั้น ผู้สอน เป็นต้น

ลักษณะที่ 2 ประเมินจากผลงานและชิ้นงานที่เกิดขึ้น การประเมินผลกระบวนการคิดในลักษณะที่สองนี้สามารถใช้วิธีการที่หลากหลายได้ เช่น การตรวจงานหรือผลงานของนักเรียน การรายงานตนเองของผู้เรียน การใช้บันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง และการใช้แฟ้มสะสมงาน

เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubric) คือเกณฑ์การให้คะแนนที่ถูกพัฒนาโดยครูหรือผู้ประเมินที่ใช้วิเคราะห์ผลงานหรือกระบวนการที่ผู้เรียนได้พยายามสร้างขึ้น การประเมินผลงานของนักเรียนจะมี 2 ลักษณะคือ ผลงานที่ได้จากกระบวนการของนักเรียน และกระบวนการที่นักเรียนใช้เพื่อให้เกิดผลงาน จะประเมินในลักษณะใดขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายในการเรียนรู้ อาจจะประเมินลักษณะใดลักษณะหนึ่งหรือประเมินทั้งสองลักษณะก็ได้ ผู้ประเมินจะต้องตัดสินคุณภาพของผลงานหรือกระบวนการปฏิบัติงานของผู้เรียนแต่ละคนที่มีระดับที่แตกต่างกันหลายระดับ ระดับที่แตกต่างกันอาจจะเป็นระดับคุณภาพของชิ้นงานที่ได้สร้างขึ้น หรือระดับของกระบวนการต่าง ๆ ที่ผู้เรียนแต่ละคนได้ใช้เพื่อให้เกิดผลงาน โดยการให้คะแนนแบบรูบริคมี 3 รูปแบบคือ 1) Holistic Rubrics เป็นเกณฑ์การให้คะแนนผลงานหรือกระบวนการแบบไม่ได้แยกส่วน โดยเป็นการประเมินในภาพรวมของผลงานหรือกระบวนการนั้น 2) Analytic Rubrics เป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน หรือองค์ประกอบคุณลักษณะของผลงานหรือกระบวนการ แล้วนำแต่ละส่วนหรือองค์ประกอบของคุณลักษณะมารวมกันเป็นคะแนนรวม 3) Annotated Holistic Rubrics ผู้ประเมินจะประเมินแบบ holistic rubrics ก่อนแล้วจึงประเมินแยกส่วนอีกบางคุณลักษณะที่เด่น ๆ เพื่อใช้เป็นผลสะท้อนในบางคุณลักษณะของผู้เรียน (ฉัตรศิริ ปิยะพิมลสิทธิ์, 2554: Online)

จากการศึกษาแนวทางการวัดและการประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้น งานวิจัยนี้ได้ใช้แนวทางในการวัดและประเมินผลการการคิดเชิงคณิตศาสตร์จากการสร้างแบบวัดการคิดขึ้นใช้เอง โดยได้กำหนดองค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Kriegler ซึ่งองค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด และสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน ตามนิยามเชิงปฏิบัติการของแต่ละองค์ประกอบการคิดแต่ละองค์ประกอบ และทำการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 3 ระยะ ได้แก่ ก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นอกจากนี้ยังศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม เพื่อทำการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Schielack, et al. (2000: 398-420) ได้ศึกษาเรื่องการออกแบบคำถามเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-4 โดยมีการกำหนดคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนหาหนทางที่จะใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการจัดกิจกรรมต่าง ๆ มีการแนะนำที่จะสรุป การอภิปรายเพื่อหาเหตุผลรวมถึงการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน การจัดประสบการณ์จะเน้นคำถามที่ใช้กระบวนการในการหาคำตอบ ซึ่งผลการศึกษาพบว่านักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้

Fraivillig (2001: 454-459) ได้ศึกษาเรื่องกลวิธีทางการสอนสำหรับส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของครูที่สอนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เพื่อหากลวิธีการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยใช้รูปแบบ ACT ได้แก่ครูพยายามล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้แสดงวิธีในการแก้ปัญหาที่หลลากหลาย ให้เวลานักเรียนในการคิดกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมอธิบายรายละเอียด เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง โดยครูทบทวนความรู้เดิมและย้ำเตือนถึงวิธีการในการแก้ปัญหาในลักษณะที่คล้ายกัน ให้นักเรียนยอมรับความช่วยเหลือเมื่อมีปัญหาและไม่สามารถแก้ปัญหาได้ การขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูกระตุ้นให้นักเรียนเขียนเป็นหลักการทั่วไป ผลักดันให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยวิธีการอื่นๆ และส่งเสริมให้ใช้วิธีการหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพ

Cai (2003:719) ได้การศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนสิงคโปร์ในระดับ เกรด 4-6 ในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา ซึ่งผลของการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสิงคโปร์ระดับ เกรด 4 เกรด 5 และเกรด 6 ส่วนใหญ่สามารถเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาและเลือกใช้ตัวแทนความคิดแสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อสารกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม นักเรียนสิงคโปร์ส่วนใหญ่สามารถตั้งปัญหาแบบรูปในแบบรูปเริ่มต้นได้ นอกจากนี้ยังพบว่า ในภาระงาน 4 ภาระงาน นักเรียนเกรด 4-6 มีการแสดงคำตอบที่ถูกต้องแตกต่างกัน โดยนักเรียนเกรด 5 มีการแสดงคำตอบที่ถูกต้องสูงกว่านักเรียนเกรด 4 และนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 มีการแสดงคำตอบที่ถูกต้องไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เมื่อเทียบกับผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนสหรัฐอเมริกาและจีน พบว่านักเรียนสิงคโปร์มีลักษณะการคิดเชิงคณิตศาสตร์คล้ายกับนักเรียนจีนมากกว่านักเรียนสหรัฐอเมริกา

Kamii (2003: 20-6) ได้ปรับเปลี่ยนกระดานเกมเพื่อส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ในเชิงตรรกวิทยากับนักเรียนอนุบาลในประเทศญี่ปุ่นจำนวน 12 คน เพื่อพัฒนาทักษะการคิดของนักเรียน

โดยครูมีหน้าที่เป็นผู้แนะนำการเล่นเกม และนำเสนอสิ่งที่นักเรียนแสดงออกมาขณะเล่นเกม ผลการวิจัยพบว่า การปรับเปลี่ยนกระดานเกมช่วยกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการคิดให้สูงขึ้น

Kashei et al. (2012 : Abstract) ได้ศึกษาการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 1 ในการเรียนฟังก์ชันสองตัวแปรด้วยการเรียนรู้แบบผสมผสาน ผลการวิจัยพบว่า การเรียนรู้แบบผสมผสานส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักศึกษา และช่วยให้นักศึกษาเอาชนะอุปสรรคในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการขาดความรู้พื้นฐานในเรื่องฟังก์ชันตัวแปรเดียวและการดำเนินการทางพีชคณิตยังเป็นเหตุผลหลักที่เป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ฟังก์ชันสองตัวแปรของนักศึกษา

Yoon (2009 : Abstract) ได้ศึกษาการสร้างตัวแบบความสูงของปฏิยานุพันธ์ จากกระบวนการ 2 กระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง และการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริงที่กำหนดให้ โดยการศึกษานี้เป็นการนำเสนอและวิเคราะห์งานจาก นักศึกษาระดับปริญญาตรีจำนวน 4 คนและครูโรงเรียนมัธยมศึกษาจำนวน 2 คน ที่มีส่วนร่วมในกระบวนการดังกล่าวจากงานการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้กลุ่มตัวอย่างการวิจัยหาปฏิยานุพันธ์ของฟังชันก์ที่นำเสนอโดยกราฟ เมื่อกำหนดความสูงของปฏิยานุพันธ์ กลุ่มตัวอย่างการวิจัยมีการคิดสถานการณ์ให้เป็นคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาวิธีการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และพยายามที่จะใช้ความคิดบางอย่างเกี่ยวกับการอินทิเกรตแบบจำกัดเขต ที่กลุ่มตัวอย่างเคยเรียนมาแล้ว ซึ่งงานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนจะได้ประโยชน์จากกิจกรรมการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้มีการพัฒนาในด้านการแสดงออกทางความคิดหรือความรู้สึก โดยใช้คำพูดแก้ไขความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของมโนทัศน์แคลคูลัส และการมีส่วนร่วมในกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

Grigoras (2010: Abstract) ได้ศึกษาการสร้างตัวแบบในสภาพแวดล้อมที่ไม่มีตัวเลข ของนักเรียนอายุ 13-14 ปี พบว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม มีการโต้แย้งและกล่าวแย้งในแนวความคิด โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เป็นการอภิปรายถึงการประเมินค่าของงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมไปถึงมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในผลงานของนักเรียนคิดให้สูงขึ้น

3.2 งานวิจัยในประเทศไทย

สุรินทร สวนทอง (2534: 105-108) ศึกษาผลของการฝึกสมรรถภาพทางสมองที่มีต่อทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2553 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง ส่วนกลุ่มควบคุมไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบฝึกสมรรถภาพทางสมองและแบบทดสอบวัดทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบเข้ม แบบปานกลาง และไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง มีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ระดับความรู้ความจำอยู่ในระดับดีมาก ระดับปานกลาง และระดับต่ำ ตามลำดับ นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบเข้ม แบบปานกลาง และไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง มีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ระดับสูงกว่าความรู้ ความจำ อยู่ในระดับปานกลาง ระดับต่ำ และระดับต่ำสุด ตามลำดับ นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแตกต่างกัน มีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ระดับระดับความรู้ความจำ และระดับสูงกว่าความรู้ความจำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

แวววลี สิริวรจรรยาดี (2548: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับ การเปรียบเทียบการสอนกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับการสอนแบบปกติ ประชากรได้แก่นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนแสนศิริอนุสรณ์ อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ จำนวน 40 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ใช้การสุ่มอย่างง่ายเป็นกลุ่มทดลอง 20 คน กลุ่มควบคุม 20คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ แผนการสอนแบบปกติ แบบทดสอบวัดกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผลการวิจัยพบว่า กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รุ่งทิวา คนการณ์ (2549: บทคัดย่อ) ศึกษาการใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาหลักสูตรที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกู่แก้ววิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาอุดรธานี เขต 3 ประจำภาคเรียนที่ 1 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 44 คน โดยแต่ละห้องเรียนแบ่งเป็น 8 กลุ่มๆ ละ 5–6 คน ตามความสมัครใจของนักเรียน โดยครูนำเสนอปัญหา (Posing) และจัดอุปกรณ์ให้กลุ่มเป้าหมายทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดร่วมกันในกลุ่ม ในระหว่างที่กลุ่มเป้าหมายทำ

กิจกรรมการแก้ปัญหานี้ มีการบันทึกเทปเสียงและวีดีทัศน์ในชั้นเรียนตลอดเวลา การวิเคราะห์ข้อมูลใช้วิธีการบรรยายเชิงวิเคราะห์ตามกรอบเชิงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์โดยเน้นกระบวนการนำเสนอของเลช (Lesh, 1979 อ้างถึงใน ศิริมาส ศรีลำดวน, 2546) ผลการวิจัยพบว่า กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะกระบวนการนำเสนอ พบว่า การออกเสียง (Verbal symbols) เป็นวิธีการที่นักเรียนใช้เป็นตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด กล่าวคือ ในระหว่างการแก้ปัญหา สมาชิกในกลุ่มส่วนใหญ่ได้ร่วมกันเสนอแนวคิดโดยการออกเสียงเป็นภาษาถิ่นที่เกี่ยวข้องกับบริบทในชีวิตจริง พร้อมทั้งมีการใช้อุปกรณ์ช่วยในการวาดรูป จากนั้นจึงนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ออกมาในรูปของการเขียน เพื่อลองผิดลองถูกและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ที่เกิดขึ้นในระหว่างการแก้ปัญหา และในช่วงนำเสนอผลงานนักเรียนใช้การออกเสียงหรือคำพูด เพื่อเป็นตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง

กิตติศักดิ์ ใจอ่อน (2550: บทคัดย่อ) ศึกษาการพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพเน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ผลการวิจัยพบว่า การใช้แผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สะท้อนให้เห็นลักษณะกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การสำรวจ คือ การอาศัยการเคลื่อนไหวองค์ประกอบของรูปเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP ทำให้นักเรียนสามารถสำรวจความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของรูปเรขาคณิตได้ ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหาคิดเป็น 83.33 เปอร์เซ็นต์ของสถานการณ์ปัญหา

2. การให้เหตุผล คือ จากการอาศัยการเปลี่ยนแปลงของรูปเรขาคณิตที่สร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรม GSP ทำให้นักเรียนสามารถให้เหตุผลกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นซึ่งเกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของรูปเรขาคณิตคิดเป็น 100 เปอร์เซ็นต์ของสถานการณ์ปัญหา

3. การตรวจสอบ คือ ก่อนการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตในสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่กำหนดให้หรือหลังจากที่แก้ปัญหาไปได้ระยะหนึ่งนักเรียนตรวจสอบแนวคิดทุกครั้งโดยใช้คำสั่งที่สร้างขึ้นโดยโปรแกรม GSP คิดเป็น 50 เปอร์เซ็นต์ของสถานการณ์ปัญหา

4. การแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย คือ นักเรียนมีพฤติกรรมในการแก้ปัญหาโดยหาวิธีการให้ได้มากกว่าหนึ่งวิธีและมีความแตกต่างกันตามเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาโดยมีเหตุผลประกอบ คิดเป็น 100 เปอร์เซ็นต์ของสถานการณ์ปัญหา

รุ่งทิวา นาบำรุง (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาและวิเคราะห์วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่องการคูณและการหารจำนวนนับของนักเรียนที่มีอายุตั้งแต่ 7 - 10 ปี จากการศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถแสดงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามธรรมชาติได้อย่างหลากหลาย โดยนิยมใช้การนับดำเนินการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือการบวก/การลบ และการใช้ตัวแบบใช้การนับจำนวนทั้งหมดจากหนึ่งจนถึงผลรวม โดยวิธีการนับมีทั้งใช้การวาดภาพหรือใช้ตัวแบบ สำหรับการให้เหตุผลนักเรียนมองเห็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่ผ่านมา สามารถระลึกได้ทันทีว่าปัญหานั้นคล้ายกับปัญหาเดิม สามารถใช้การประมาณหรือการลองผิดลองถูกเพื่อหาคำตอบบอกได้ว่าคำตอบที่ได้มาของตนเองสมเหตุสมผลหรือไม่ ส่วนการนำเสนอตัวแทนความคิดพบว่านักเรียนสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดได้หลากหลายทั้งในรูปคำพูด ผ่านสถานการณ์ที่สัมผัสได้โดยอาจใช้ตัวแบบ ผ่านสถานการณ์ที่ใช้ภาพเป็นสื่อ หรือผ่านสถานการณ์ที่ใช้สัญลักษณ์ โดยการนำเสนอตัวแทนความคิดนี้จะขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะ หรือความสามารถทางภาษาของนักเรียนเป็นสำคัญ และพบว่า นักเรียนมีลักษณะเฉพาะของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นของตนเองใช้การหยั่งรู้ด้วยตนเอง สามารถแสดงการคิดโดยธรรมชาติของตนเองได้ทั้งที่เป็นเรื่องที่ไม่คุ้นเคยและยังไม่ได้เรียนมา และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีทั้งในระดับที่ต่ำจนถึงระดับที่สูง

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศและในประเทศในเรื่องการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ สามารถศึกษาและพัฒนาผ่านการแก้ปัญหา ซึ่งในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลากหลายวิธีด้วยกัน อาทิเช่น การสอนแบบเปิด การใช้สื่อเทคโนโลยี และการใช้เกม ส่วนในการประเมินการการคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายวิธี ได้แก่ ใช้แบบทดสอบ การใช้คำถาม การสัมภาษณ์ และการสังเกตพฤติกรรม

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าความรู้จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

2. ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่องการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ และการประยุกต์ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หนังสือคู่มือครู และหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวกับวิธีวิจัย การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย วิธีการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาทฤษฎี หลักการ วิธีสร้างแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Study) โดยมีการเก็บข้อมูลแบบอนุกรมเวลา (One group pretest-posttest time series design) ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียวและมีการวัดซ้ำ 3 ระยะได้แก่ ระยะก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนโดยมีรูปแบบของการทดลอง แสดงได้ดังนี้

$$O_1 \; X \; X \; X \; O_2 \; X \; X \; X \; O_3 O_4 \; X \; X \; X \; O_5 X \; X \; X \; O_6 O_7$$

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

X	แทน	การจัดกระทำ (treatment) ประกอบด้วยกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์
O_1	แทน	การทดสอบก่อนเรียน (Pretest)
O_2	แทน	วัดระหว่างเรียนครั้งที่ 1
O_3	แทน	วัดระหว่างเรียนครั้งที่ 2
O_4	แทน	การทดสอบระหว่างเรียน
O_5	แทน	วัดระหว่างเรียนครั้งที่ 3
O_6	แทน	วัดระหว่างเรียนครั้งที่ 4
O_7	แทน	การทดสอบหลังเรียน (Posttest)

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 37 คน ซึ่งมีลักษณะคละความสามารถในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ประเภท ได้แก่ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดในการสร้างดังต่อไปนี้

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ที่ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 9 แผน รวมทั้งสิ้น 17 คาบ ใช้เวลาในการสอน 5 สัปดาห์ โดยผู้วิจัยมีการดำเนินงาน ดังนี้

4.1.1 ศึกษาแนวคิดที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ จากเอกสารและตำราต่างๆ

4.1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนดอนจานวิทยาคม ที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล แล้วแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ จำนวน 9 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อดังนี้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นสรุปและสะท้อนความคิด สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล โดยกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ได้จัดอยู่ในขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับรายละเอียดของเนื้อหาในแต่ละแผนแสดงได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1-3	การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5
4-5	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	4
6-7	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4
8-9	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	4
รวม		17

4.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 9 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสม และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะดังนี้

ก. แผนการจัดการเรียนรู้ยังไม่เห็นลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ชัดเจน ให้ปรับ ปัญหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คำถามที่ใช้เพื่อทำให้เห็นลักษณะของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

4.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงแก้ไขพัฒนาให้ดีขึ้นตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาและนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์
1. <u>ขั้นเตรียมความพร้อม</u> ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนโดยการใช้คำถาม จากนั้นครูเร้าความสนใจนักเรียนโดยการสนทนาเกี่ยวกับประเด็นเนื้อหาที่เรียน เพื่อนำเข้าสู่การเรียนรู้ **2. <u>ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้</u>** จัดการเรียนรู้ตามกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอนดังนี้ **1. ขั้นเสนอปัญหาในชีวิตจริง** ครูนำเสนอปัญหาในชีวิตจริง จากนั้นให้นักเรียนศึกษาทำความเข้าใจกับปัญหา แล้วครูใช้แนวคำถามเพื่อให้นักเรียนระบุแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ระบุข้อตกลงเบื้องต้นที่สอดคล้องเหมาะสมกับปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงการแสดงปัญหาในรูปที่ต่างออกไป **2. ขั้นมองปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์** เป็นการจัดการข้อมูลของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดของคณิตศาสตร์โดยครูใช้แนวคำถามเพื่อให้นักเรียนชี้ถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา จากการให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษา สัญลักษณ์ สูตร กฎเกณฑ์ทางทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นแปลงปัญหาโลกจริงเป็นปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นนี้เป็นการค่อยๆ ตัดข้อเท็จจริงที่เป็นปัญหาในโลกจริงออกไปก่อนโดยครูใช้แนวคำถามเพื่อให้นักเรียนนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์เข้ามาเชื่อมโยงกับปัญหา เช่น การสร้างข้อตกลงเบื้องต้น การทำให้เป็นโจทย์คณิตศาสตร์ การลงข้อสรุป แปลงปัญหาให้เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการให้นักเรียนมองปัญหาในรูปคณิตศาสตร์ล้วน เพื่อให้นักเรียนสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

4. แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ครูให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาจากตัวแบบคณิตศาสตร์แล้วเลือกนักเรียนออกมาแก้ปัญหาหน้าชั้น จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงการกระบวนการแก้ปัญหา การใช้และการแสดงแทนเปลี่ยนกลับไปมาการใช้สัญลักษณ์ กฎ ภาษาเฉพาะทาง และการปรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ผสมผสานและบูรณาการตัวแบบให้ความเห็น สนับสนุน โต้แย้ง และสรุปการแก้โจทย์

5. ขั้นสะท้อนคิด

เป็นการแปลผลจากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กลับเป็นปัญหาในชีวิตจริง ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบในบริบททางคณิตศาสตร์และปัญหาในสถานการณ์ของชีวิตจริง รวมทั้งให้นักเรียนวิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของตัวแบบที่ใช้ในการแก้ปัญหา

3. <u>ขั้นสรุปและสะท้อนความคิด</u>

ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ และให้ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือสำหรับใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ใบกิจกรรม และแบบสัมภาษณ์ รายละเอียดมีดังนี้

4.2.1 แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 3 ฉบับ ซึ่งประกอบด้วยแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1) ผู้วิจัยศึกษาเนื้อหาเรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหลักสูตร

2) ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัด

3) สาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4) กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ฉบับ ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งสรุปได้ว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 ด้าน ได้แก่

(1) การแก้ปัญหา เป็นความสมารถในการวิเคราะห์ปัญหา โดยสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบคืออะไร สิ่งที่ปัญหากำหนดให้คืออะไร (P1) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา เช่น การสร้างรายการ ตาราง สมการ การวาดภาพ การลองผิดลองถูก (P2) รวมทั้งสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา (P3)

(2) การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) สามารถอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์หรือตัวแทนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา(R2) และอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ (R3)

(3) การนำเสนอตัวแทนความคิด เป็นความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1) สามารถใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2) และสามารถใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) โดยอาจใช้การเขียนข้อความ วาดภาพหรือสัญลักษณ์ ใช้การขีดเขียนหรือวงกลมข้อความในโจทย์ กำหนดตัวแปร เขียนแผนภาพ ตาราง กราฟ หรือตัวแบบทางเรขาคณิต

5) สร้างแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ โดยในแบบทดสอบได้ให้โจทย์ปัญหาแล้วให้นักเรียนเขียนตอบ

6) สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ฉบับ ตามกรอบการสร้างแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งสังเคราะห์ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย โดยยึดตามแนวคิดของครีกเลอร์ (Kriegler, 2004: Online) การให้คะแนนแต่ละข้อคะแนนเต็ม 18 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
P1 วิเคราะห์ปัญหา โดยสามารถ (1)ระบุได้ว่าสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบคืออะไร (2) ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้คืออะไร	
(1) สามารถระบุได้ว่าสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบคืออะไร	
1	ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วน
0.5	ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
0	ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้
(2) สามารถระบุได้ว่าสิ่งที่ปัญหากำหนดให้คืออะไร	
1	ระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบได้ถูกต้องและครบถ้วน
0.5	ระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
0	ระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ
P2 เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา	
2	เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับปัญหา นำไปสู่การแก้ปัญหาที่เร็วรวดเข้าใจง่าย
1	เลือกใช้กลยุทธ์ไม่เหมาะสมกับปัญหา นำไปสู่การแก้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือยุ่งยากเกินความจำเป็น
0	ไม่มีการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
P3 สรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหา	
2	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วนตามประเด็นที่ปัญหาต้องการทราบและสอดคล้องกับปัญหา
1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง ไม่ครบถ้วนตามประเด็นที่ปัญหาต้องการทราบและสอดคล้องกับปัญหา
0	สรุปคำตอบผิด หรือไม่สรุปคำตอบ

ตารางที่ 4 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
R1 ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์	
2	ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหา เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ในปัญหาได้ถูกต้อง
1	ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหา เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ในปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
0	ไม่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหา เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ในปัญหา หรือไม่มีการเขียน
R2 อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหา	
2	อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหาได้สอดคล้องกับการวิเคราะห์ปัญหา
1	อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหาได้สอดคล้องกับการวิเคราะห์ปัญหาได้เพียงบางส่วนหรือไม่ชัดเจน
0	ไม่สามารถอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหาได้ หรือไม่เขียนอธิบายเหตุผล

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
R3 อธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ	
2	อธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา
1	อธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ไม่สอดคล้องกับปัญหา
0	ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ให้เหตุผล

ตารางที่ 5 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
C1 การใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ วาดภาพหรือสัญลักษณ์ ใช้การขีดเขียน (วงกลม)ข้อความในโจทย์ เขียนแผนภาพความคิด	
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ เพื่อสื่อความหมายได้อย่างเหมาะสมกับปัญหา
1	ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ แต่สื่อความหมายได้บางส่วน
0	ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ หรือไม่แสดงการใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา
C2 การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา โดยอาจใช้การวาดภาพ สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความ ตาราง หรือกราฟ ตัวแบบทางเรขา	
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับปัญหาและสื่อความหมายได้อย่างเหมาะสม
1	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับปัญหาแต่ไม่สื่อความหมายในกระบวนการแก้ปัญหา **หรือ** ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการกระบวนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมกับปัญหา แต่สื่อความหมายในกระบวนการแก้ปัญหาได้
0	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมกับปัญหาและไม่สื่อความหมายในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา **หรือ** ไม่แสดงการใช้การนำเสนอตัวแทนความคิด

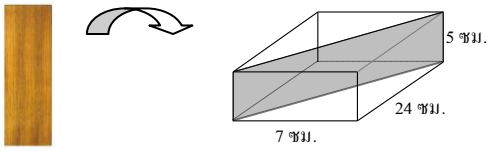
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
C3 การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้ข้อความหรือสัญลักษณ์	
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้ชัดเจน
1	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่สื่อความหมายไม่ชัดเจน **หรือ**ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาไม่เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้ชัดเจน
0	ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาและสื่อความหมายได้ **หรือ**ไม่เขียน

7) ผู้วิจัยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้งสามฉบับและเกณฑ์เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ปรับปรุงหรือเปลี่ยนปัญหาให้เป็นปัญหาในชีวิตจริง เช่น

ปัญหาเดิม “รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 18 และ 24 เซนติเมตรเส้นรอบรูปยาวกี่เซนติเมตร”

แก้ไขเป็น “บีโบ้ต้องการนำแผ่นไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นำไปวางในกล่องอันหนึ่งตามเส้นทแยงมุมของกล่องดังรูป บีโบ้ต้องตัดแผ่นไม้ขนาดเท่าใดถึงจะวางในกล่องได้พอดี”



ข. แยกคำถามย่อยในปัญหา ให้ละเอียดชัดเจน เข้าใจง่าย เช่น

คำถามย่อยเดิม “1. จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง และนักเรียนต้องการรู้อะไรจากปัญหาถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้เรื่องใดเพราะอะไร”

แก้ไขเป็น “1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง

1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้

1.3 ถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้เรื่องใดเพราะอะไร”

8) หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบให้ข้อเสนอแนะความตรงตามเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของปัญหาในชีวิตจริงและข้อคำถาม ซึ่งผลการตรวจพิจารณาของผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในปัญหาให้มีความถูกต้องชัดเจน เช่น

ปัญหาเดิม “เอี้ยงฝากให้เกตซื้อบัตรเข้าชมคอนเสิร์ต เดอะสตาร์ 5678 อยู่ 3 ราคา คือบัตรราคา 500 บาท บัตรราคา 800 บาท และบัตรราคา 1,000 บาท โดยให้ซื้อบัตรราคา 800 บาท มากกว่าบัตรราคา 1,000 บาทอยู่ 4 ใบ และบัตรราคา 500 บาทมากกว่าบัตรราคา 800 บาท อยู่ 6 ใบ โดยเอี้ยงได้โอนเงินให้เกตจ่ายค่าบัตรคอนเสิร์ตเป็นเงินทั้งหมด 10,500 บาท จงหาว่าเอี้ยงฝากเกตซื้อบัตรคอนเสิร์ตแต่ละราคา อย่างละกี่ใบ”

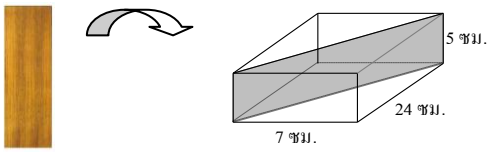
แก้ไขเป็น “เอี้ยงฝากให้เกตซื้อบัตรเข้าชมคอนเสิร์ต เดอะสตาร์ 5678 อยู่ 3 ราคา คือบัตรราคา 500 บาท บัตรราคา 800 บาท และบัตรราคา 1,000 บาท โดยให้ซื้อบัตรราคา 500 บาท มากกว่าบัตรราคา 800 บาทอยู่ 6 ใบ และบัตรราคา 800 บาทมากกว่าบัตรราคา 1,000 บาทอยู่ 4 ใบ โดยเอี้ยงได้โอนเงินให้เกตจ่ายค่าบัตรคอนเสิร์ตเป็นเงินทั้งหมด 10,500 บาท จงหาว่าเอี้ยงฝากเกตซื้อบัตรคอนเสิร์ตแต่ละราคาอย่างละกี่ใบ”

ปัญหาเดิม “ในการเดินทางไกลของลูกเสือโรงเรียนดอนจานวิทยาคม หัวหน้าหมู่ได้รับแผนที่ในการเดินทาง ดังรายละเอียดต่อไปนี้ จากจุดเริ่มต้นเดินทางไปทิศเหนือ 1 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออกอีก 500 เมตร จากนั้นมุ่งขึ้นทิศเหนือ 200 เมตร แล้วเดินไปทิศตะวันออกอีก 3 กิโลเมตร แล้วจะถึงค่ายพักแรม จากแผนที่เดินทางข้างต้น นักเรียนคิดว่าค่ายพักแรมอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่กิโลเมตร”

แก้ไขเป็น “ในการเดินทางไกลของลูกเสือโรงเรียนดอนจานวิทยาคม นายหมู่ได้รับแผนที่ในการเดินทาง ดังรายละเอียดต่อไปนี้ จากจุดเริ่มต้นเดินทางไปทิศเหนือ 1,000 เมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออกอีก 500 เมตร จากนั้นมุ่งขึ้นทิศเหนือ 200 เมตร และเดินไปทิศตะวันออกอีก 3,000 เมตร แล้ถึงค่ายพักแรมพอดี จากแผนที่เดินทางข้างต้น นักเรียนคิดว่าค่ายพักแรมอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่กิโลเมตร”

ข. ปรับแก้ปัญหาเพื่อให้สอดคล้องกับกรอบพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เช่น

ปัญหาเดิม “บีโบ้ต้องการนำแผ่นไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นำไปวางในกล่องอันหนึ่งตามเส้นทแยงมุมของกล่องดังรูป บีโบ้ต้องตัดแผ่นไม้ขนาดเท่าใดถึงจะวางในกล่องได้พอดี”



แก้ไขเป็น “บีโบ้ต้องการนำแผ่นไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นำไปวางในกล่องอันหนึ่งตามเส้นทแยงมุมของกล่อง โดยขนาดของก้นกล่องมีความกว้าง 7 ซม. ความยาว 24 ซม. และความสูง 5 ซม. บีโบ้ต้องตัดแผ่นไม้ขนาดเท่าใดถึงจะวางในกล่องได้พอดี”

9) ผู้วิจัยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิทั้งสามฉบับๆ ละ 5 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม จำนวน 30 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

10) นำคะแนนที่ได้จากข้อ 5) มาหาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยง ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.2 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดดังนี้

คุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์	**ฉบับก่อนเรียน**	**ฉบับระหว่างเรียน**	**ฉบับหลังเรียน**
ค่าความเที่ยง	0.723	0.713	0.758
ค่าความยากง่าย (p)	0.15 – 0.52	0.11-0.50	0.16 – 0.42
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.07 – 0.36	0.06 – 0.33	0.21 – 0.47

11) เลือกแบบทดสอบที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกตามเกณฑ์ข้อ 7) จำนวน 3 ข้อมาสร้างเป็นแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ฉบับ ซึ่งมีค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

คุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์	ฉบับก่อนเรียน	ฉบับระหว่างเรียน	ฉบับหลังเรียน
ค่าความเที่ยง	0.767	0.798	0.644
ค่าความยากง่าย (p)	0.41 – 0.45	0.26-0.51	0.28 – 0.44
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.32 – 0.38	0.23 – 0.34	0.32 – 0.39

12) นำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้งสามฉบับที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.2 ใบกิจกรรม

ใบกิจกรรมที่สร้างจะมีความสอดคล้องกับขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อใช้ประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียนมีทั้งหมด 9 ใบกิจกรรม โดยสำหรับแนวการประเมินการทำกิจกรรมของนักเรียน จะประเมินโดยใช้เกณฑ์การประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ใบกิจกรรม มีขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพดังนี้

1) ศึกษาวิธีสร้างใบกิจกรรม จากเอกสารตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการและหลักการสร้าง แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบใบกิจกรรม

2) สร้างใบกิจกรรม เรื่อง การนำไปใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้สอดคล้องกับแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในขั้นการจัดการเรียนรู้

3) นำใบกิจกรรม เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ปรับปรุงใบกิจกรรมให้สอดคล้องกับขั้นในกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ข. สถานการณ์ปัญหาไม่ควรยากเกินไป

4) นำใบกิจกรรม ที่ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.3 แบบสัมภาษณ์

เป็นแนวคำถามที่ใช้ประกอบการสัมภาษณ์แบบเจาะลึก (In-depth Interview) ซึ่งแนวคำถามจะกำหนดไว้เพียงกรอบหรือประเด็นที่จะสัมภาษณ์เท่านั้น โดยอาศัยกรอบและแนวคิดเป็นปัจจัยสำคัญในการตั้งประเด็นคำถาม และจะไม่เรียงลำดับคำถามก่อนหลังเหมือนที่กำหนดเอาไว้ คำถามจะมีลักษณะเจาะลึกถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการคิดแก้ปัญหาจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และหากว่าในขณะที่สัมภาษณ์พบประเด็นปัญหาใดก็จะทำการสัมภาษณ์โดยละเอียด เพื่อให้ได้คำตอบอย่างชัดเจน ซึ่งแบบสัมภาษณ์นี้ใช้หลังจากที่นักเรียนทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แล้ว โดยผู้วิจัยจะสัมภาษณ์นักเรียนจากการแบ่งกลุ่มนักเรียนตามลักษณะต่าง ๆ เช่น แบ่งกลุ่มตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน แบ่งตามลักษณะงานที่ทำ แบ่งตามกลยุทธ์ที่เลือกใช้ เป็นต้น โดยการสัมภาษณ์จะมีการบันทึกเทปเสียงด้วย

แบบสัมภาษณ์ มีขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพดังนี้

1) วิเคราะห์องค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพื่อสร้างประเด็นหรือข้อคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์ให้สอดคล้องกับองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2) สร้างแบบสัมภาษณ์ กำหนดกรอบหรือประเด็นที่จะถาม (แนวคำถาม) เพื่อทำให้ทราบถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการแก้ปัญหาในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

3) นำแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาให้ข้อเสนอแนะดังนี้

4) หลังแก้ไขปรับปรุงให้มีความเหมาะสมแล้วนำแบบสัมภาษณ์ไปใช้สัมภาษณ์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มเดียวกันกับการทดลองหาคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นก่อนเรียนขั้นดำเนินการทดลอง และขั้นเก็บข้อมูลดังนี้

5.1 ขั้นก่อนการทดลอง

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่าง

5.1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจาก บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนดอนจานวิทยาคม อำเภอดอนจาน จังหวัดกาฬสินธุ์

5.2 ขั้นดำเนินการทดลอง

5.2.1 ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ก่อนการทดลองโดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำการทดสอบก่อนเรียนโดยใช้แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนนและทำการสัมภาษณ์ศึกษาข้อมูลเชิงลึกจากการแบ่งกลุ่มนักเรียนตามลักษณะต่างๆ เช่น แบ่งกลุ่มตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน แบ่งตามลักษณะงานที่ทำ แบ่งตามกลยุทธ์ที่เลือกใช้ เป็นต้น โดยในการสัมภาษณ์ผู้วิจัยจะทำการบันทึกเทปเสียงด้วย

5.2.2 ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนสาระการเรียนรู้ที่ใช้สอนคือ การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวนทั้งสิ้น 17 คาบ

5.2.3 ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ระหว่างการทดลองโดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำการทดสอบระหว่างเรียนโดยใช้แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างการทดลอง หลังคาบที่ 9 ภายหลังจากที่สอนเรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำวนวน

2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนน และทำการสัมภาษณ์ศึกษาข้อมูลเชิงลึกจากการแบ่งกลุ่มนักเรียนตามลักษณะต่างๆ เช่น แบ่งกลุ่มตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน แบ่งตามลักษณะงานที่ทำ แบ่งตามกลยุทธ์ที่เลือกใช้ เป็นต้น โดยในการสัมภาษณ์ผู้วิจัยจะทำการบันทึกเทปเสียงด้วย

5.2.4 ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังการทดลองโดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำการทดสอบหลังการทดลองโดยใช้แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังการทดลอง โดยให้นักเรียนทำหลังสิ้นสุดการทดลอง

2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนนและทำการสัมภาษณ์ศึกษาข้อมูลเชิงลึกจากการแบ่งกลุ่มนักเรียนตามลักษณะต่างๆ เช่น แบ่งกลุ่มตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน แบ่งตามลักษณะงานที่ทำ แบ่งตามกลยุทธ์ที่เลือกใช้ เป็นต้น โดยในการสัมภาษณ์ผู้วิจัยจะทำการบันทึกเทปเสียงด้วย

5.3 ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมจากข้อมูล 2 ลักษณะ คือ ข้อมูลเชิงปริมาณ และข้อมูลคุณภาพ โดยข้อมูลทั้ง 2 ดังกล่าว จะทำการเก็บทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.3.1 ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์จำแนกรายด้านโดยใช้แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 3 ฉบับ โดยฉบับก่อนเรียนเก็บในระยะก่อนทดลอง ฉบับระหว่างเรียนดำเนินการเก็บในคาบที่ 9 และฉบับหลังเรียนดำเนินการเมื่อหลังสิ้นสุดการทดลอง

5.3.2 ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์จำแนกรายด้านจากการทำใบกิจกรรม และการบันทึกเทปเสียงสัมภาษณ์ รายละเอียดมีดังนี้

5.3.2.1 การทำใบกิจกรรมกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในทุกคาบที่จัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนทำใบกิจกรรมกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ด้วยตัวเอง และสามารถปรึกษากับเพื่อนที่นั่งข้าง ๆ ได้ รวมทั้งสามารถสอบถามผู้สอนในประเด็นที่มีข้อสงสัยและไม่เข้าใจได้

5.3.2.2 การสัมภาษณ์ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลการสัมภาษณ์กระทำในช่วง 3 เวลา คือ ก่อนเรียนระหว่างเรียนและหลังเรียนโดยทั้ง 3 ช่วงจะทำการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากตรวจให้คะแนนการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งกลุ่มนักเรียนที่จะทำการสัมภาษณ์เป็นการแบ่งกลุ่มนักเรียนตามลักษณะต่างๆ เช่น แบ่งกลุ่มตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน แบ่งตามลักษณะงานที่ทำ แบ่งตามกลยุทธ์ที่เลือกใช้ เป็นต้น

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ระยะ ได้แก่ ระยะก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียนและระยะหลังเรียน มาวิเคราะห์ข้อมูลในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ส่วนการวิเคราะห์เชิงคุณภาพผู้วิจัยนำข้อมูลจากการทำใบกิจกรรม และการสัมภาษณ์ของนักเรียนซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียดในการวิเคราะห์ ดังต่อไปนี้

6.1 การวิเคราะห์เชิงปริมาณ

6.1.1 เปรียบเทียบความแตกต่างของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงระยะก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียนและระยะหลังเรียนโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.1.2 เปรียบเทียบความแตกต่างการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายด้านของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงระยะก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียนและระยะหลังเรียนโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.1.3 ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล โดยคำนวณหาค่าร้อยละของนักเรียนเพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4 ระยะ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แสดงระยะการวิเคราะห์ข้อมูลพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ช่วงเวลาการเก็บข้อมูล (คาบที่)	เนื้อหาสาระการเรียนรู้
1	1-5	การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2	9-11	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน
3	12-14	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ
4	15-17	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว

6.2 การวิเคราะห์เชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพจากการทำใบกิจกรรม แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์ รายละเอียดมีดังนี้

6.2.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำใบกิจกรรม ผู้วิจัยนำข้อมูลที่รวบรวมจากใบกิจกรรม มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) เพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลง 4 ระยะ

6.2.2 การวิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ ผู้วิจัยนำผลจากการถอดเทปบทสัมภาษณ์ของนักเรียนที่แบ่งกลุ่มตามลักษณะต่างๆ มาวิเคราะห์ลักษณะและพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ รวมทั้งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Objective Congruence) การหาค่าความเที่ยง ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป B–Index 700 ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก http://www.watpon.com [2012, October 12]

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่า ร้อยละ ความถี่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ของคะแนนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) เปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน 2) ศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ โดยข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ซึ่งผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1.1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ได้นำเสนอในตารางที่ 7 ถึงตารางที่ 8

1) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T_3

1.1.2 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายด้านของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ได้นำเสนอในตารางที่ 9 ถึงตารางที่ 13

1) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T_3

3) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

4) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

5) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T_3

ตอนที่ 1.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1.2.1 การศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงระหว่างเรียน ได้นำเสนอในตารางที่ 14 ถึง 22

ตอนที่ 2 การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

ตอนที่ 2.2 พัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

มีรายละเอียดของผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1.1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

1) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 7 แสดงการเปรียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	P
ระหว่างกลุ่ม	1196.342	2	598.171	13.009	.000*
ภายในกลุ่ม	4966.000	108	45.981		
รวม	6162.342	110			

*p<0.05

จากตารางที่ 7 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T_3

ตารางที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T_3

ระยะการทดลอง	ค่าเฉลี่ย	ก่อนการทดลอง	ระหว่างการทดลอง	หลังการทดลอง
		25.568	30.000	33.595
ก่อนการทดลอง	25.568	-	-4.43243*	-8.027*
ระหว่างเรียน	30.000		-	-3.595*
หลังการทดลอง	33.595			-

*p<0.05

จากตารางที่ 8 พบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.1.2 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายด้านของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนได้นำเสนอ

1) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 9 แสดงการเปรียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	P
ระหว่างกลุ่ม	219.045	2	109.523	15.494	.000*
ภายในกลุ่ม	763.514	108	7.070		
รวม	982.559	110			

*p<0.05

จากตารางที่ 9 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T_3

ตารางที่ 10 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหานักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

ระยะการทดลอง	ค่าเฉลี่ย	ก่อนเรียน	ระหว่างเรียน	หลังเรียน
		12.162	14.514	15.514
ก่อนเรียน	12.162	-	-2.352*	-3.352*
ระหว่างเรียน	14.514		-	-1.000
หลังเรียน	15.514			-

*p<0.05

จากตารางที่ 10 พบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 11 แสดงการเปรียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	P
ระหว่างกลุ่ม	21.315	2	10.658	2.344	.101
ภายในกลุ่ม	419.027	108	4.547		
รวม	512.342	110			

*p<0.05

จากตารางที่ 11 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 12 แสดงการเปรียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	P
ระหว่างกลุ่ม	325.027	2	162.514	17.878	.000*
ภายในกลุ่ม	981.730	108	9.090		
รวม	1306.757	110			

*p<0.05

จากตารางที่ 12 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T_3

ตารางที่ 13 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดนักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

ระยะการทดลอง	ค่าเฉลี่ย	ก่อนเรียน	ระหว่างเรียน	หลังเรียน
		9.270	11.487	13.460
ก่อนเรียน	9.270	-	-2.217*	-4.19*
ระหว่างเรียน	11.487		-	-1.973*
หลังเรียน	13.460			-

*p<0.05

จากตารางที่ 13 พบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 1.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1.2.1 การศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงระหว่างเรียน โดยคำนวณหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์จากเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ตารางที่ 3-5) เพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4 ระยะ ได้นำเสนอในตารางที่ 12 ถึง 20

ตารางที่ 14 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านวิเคราะห์ปัญหา (P1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	2	5.14	33	89.19	2	5.14
2	5	13.51	30	81.08	2	5.14
3	16	43.24	21	56.76	0	0.00
4	19	51.35	18	48.65	0	0.00

จากตารางที่ 14 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านวิเคราะห์ปัญหา (P1) ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 89.19 81.08 และ 56.76 ตามลำดับ ส่วนในระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านวิเคราะห์ปัญหา (P1) ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 51.35

ตารางที่ 15 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	37	100.00	0	0.00	0	0.00
2	37	100.00	0	0.00	0	0.00
3	37	100.00	0	0.00	0	0.00
4	37	100.00	0	0.00	0	0.00

จากตารางที่ 15 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 ระยะที่ 3 ระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2) ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100

ตารางที่ 16 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา (P3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	19	51.35	17	45.95	1	2.70
2	29	78.38	8	21.62	0	0.00
3	32	86.49	5	13.51	0	0.00
4	33	89.19	4	10.81	0	0.00

จากตารางที่ 16 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 ระยะที่ 3 ระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา (P3) ในระดับคะแนน 2 คะแนน โดยในระยะที่ 4 จะมีจำนวนนักเรียนมากที่สุด รองลองมาคือระยะที่ 3 ระยะที่ 2 และระยะที่ 1 คิดเป็นร้อยละ 89.19 86.49 78.38 และ 51.35 ตามลำดับ

ตารางที่ 17 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	3	8.11	29	78.38	5	13.51
2	3	8.11	33	89.19	1	2.70
3	4	10.81	33	89.19	0	0.00
4	21	56.76	16	43.24	0	0.00

จากตารางที่ 17 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ความรู้ และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.38 89.19 และ 89.19 ตามลำดับ โดยในระยะที่ 4

จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 56.76

ตารางที่ 18 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (R2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	0	0.00	0	0.00	37	100.00
2	0	0.00	0	0.00	37	100.00
3	0	0.00	0	0.00	37	100.00
4	0	0.00	0	0.00	37	100.00

จากตารางที่ 18 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 ระยะที่ 3 ระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2) ในระดับคะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100

ตารางที่ 19 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	0	0.00	0	0.00	37	100
2	0	0.00	35	94.86	2	5.14
3	4	10.81	33	89.19	0	0.00
4	27	72.97	10	27.03	0	0.00

จากตารางที่ 19 พบว่า ในระยะที่ 1 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่ระดับคะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100 ส่วนระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 94.86 และ 89.19 ตามลำดับ โดยระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.97

ตารางที่ 20 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	8	21.62	27	72.97	2	5.14
2	8	21.62	28	75.68	1	2.70
3	12	32.43	25	67.57	0	0
4	21	56.76	16	43.24	0	0.00

จากตารางที่ 20 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.97 75.68 และ 67.57 ตามลำดับ โดยในระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 56.76

ตารางที่ 21 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	14	37.84	23	62.16	0	0.00
2	27	72.97	10	27.03	0	0.00
3	28	75.68	9	24.32	0	0.00
4	30	81.08	7	18.92	0	0.00

จากตารางที่ 21 พบว่า ในระยะที่ 1 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.16 โดยในระยะที่ 2 ระยะที่ 3 และระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.97 75.97 และ 81.08 ตามลำดับ

ตารางที่ 22 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	**ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์**					
	2		**1**		**0**	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	8	21.62	28	75.68	1	2.70
2	10	27.03	26	70.27	1	2.70
3	18	48.65	19	51.35	0	0.00
4	25	67.57	12	32.43	0	0.00

จากตารางที่ 22 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.68 70.27 และ 51.35 ตามลำดับ โดยในระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ที่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 67.57

ตอนที่ 2 การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

2.1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยได้ทำการทดลองคือ โรงเรียนดอนจานวิทยาคม เป็นโรงเรียนมัธยมขนาดกลาง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เปิดการสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 24 ห้องเรียน ซึ่งระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีห้องเรียน 3 ห้องเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีห้องเรียน 4 ห้องเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีห้องเรียน 5 ห้องเรียน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (ม.4-6) มีห้องเรียนระดับชั้นละ 3 ห้องเรียน ซึ่งระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 35 คน โดยห้องเรียนที่ 1 เป็นห้องเรียนที่มีลักษณะคละความสามารถทางการเรียนรู้ โรงเรียนดอนจานวิทยาคมในปีการศึกษา 2554 มีค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐานในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ร้อยละ 27.43 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50

2.1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนดอนจานวิทยาคมมีครูทั้งหมด 38 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน เป็นผู้สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 80.00 และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท จำนวน 1 คน คิดเป็น ร้อยละ 20.00 ซึ่งในระดับปริญญาตรีสำเร็จการศึกษาทางการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง จำนวน 4 คน และระดับปริญญาโทสำเร็จการศึกษาด้านบริหารการศึกษา 1 คน

ด้านภาระงานในการสอนของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูแต่ละท่านได้รับมอบหมายให้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยประมาณ 15 คาบต่อสัปดาห์ รายวิชาอื่น ๆ เช่น กิจกรรมชุมนุม กิจกรรมลูกเสือ – เนตรนารี และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานวิชาการ งานฝ่ายการเงิน งานกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน งานฝ่ายพัสดุ งานนโยบายและแผน เป็นต้น จากการสัมภาษณ์และสังเกตการสอนของครู ได้ข้อมูลว่า ครูเน้นการสอนแบบบรรยาย เนื่องจากโรงเรียนขาดแคลนในด้านของอุปกรณ์ สื่อการสอนและเทคโนโลยี ทำให้ไม่เอื้อต่อการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย อีกทั้งครูยังมีภาระงานพิเศษที่ต้องรับผิดชอบส่งผลให้ไม่มีเวลาในการเตรียมสอนมากนัก

2.1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนดอนจานวิทยาคมมีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 673 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 130 คน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 37 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง มีความรู้พื้นฐานในเรื่องการคิดคำนวณ การแก้สมการระดับปานกลาง นักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดา มารดา ผู้ปกครองของนักเรียนประกอบอาชีพทำนาคิดเป็นร้อยละ 61.16 รับจ้างคิดเป็นร้อยละ 27.03 ค้าขายคิดเป็นร้อยละ 5.405 และพนักงานฝ่ายปกครองคิดเป็นร้อยละ 5.405

2.1.4 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับชุมชน

โรงเรียนดอนจานวิทยาคม ตั้งอยู่เลขที่ 50 ตำบลดอนจาน อำเภอดอนจาน จังหวัดกาฬสินธุ์ เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาประเภทสหศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ตั้งอยู่บนที่ดินโคกสาธารณะจำนวน 105 ไร่ บริเวณใกล้เคียงโรงเรียนมีที่ว่าการอำเภอดอนจาน ร้านค้า โดยโรงเรียนดอนจานอยู่ห่างจากตัวอำเภอเมืองกาฬสินธุ์ประมาณ 26 กิโลเมตร

ตอนที่ 2.2 พัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้ทำวิเคราะห์พัฒนาคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากการทำใบกิจกรรม มาวิเคราะห์ตามกรอบพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น 3 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านแก้ปัญหา 2) ด้านการให้เหตุผล 3) ด้านการใช้ตัวแทนความคิด โดยมีรายละเอียดดังนี้

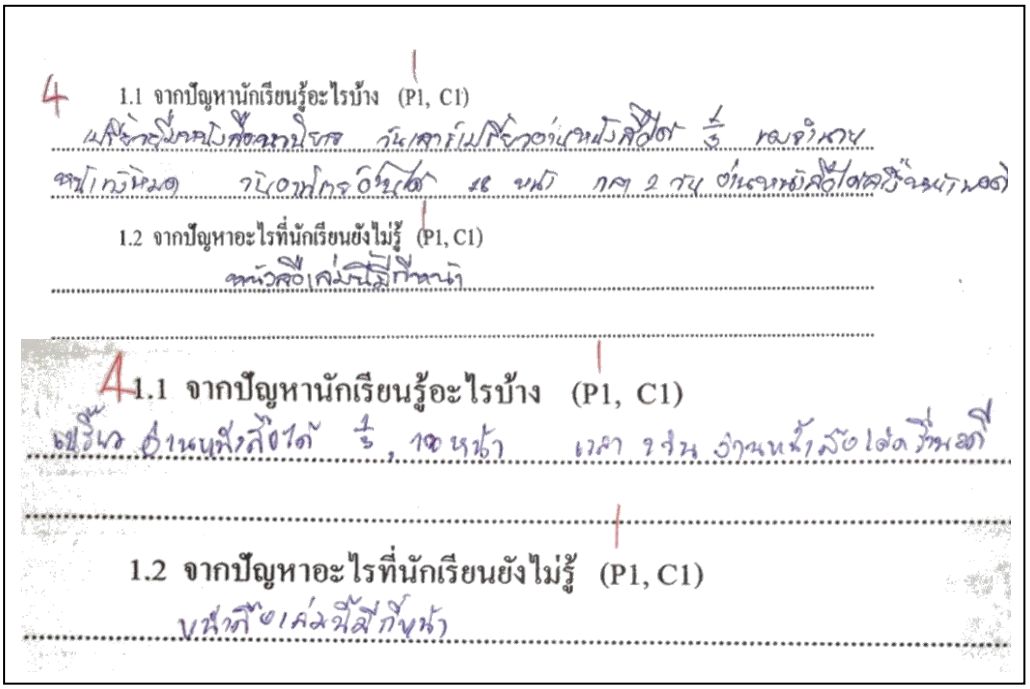
1. ด้านแก้ปัญหา พฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงในด้านการแก้ปัญหา มีรายละเอียดดังนี้

1.1 พฤติกรรมด้านวิเคราะห์ปัญหา (P1)

ในการศึกษาพัฒนาการพฤติกรรมด้านการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดและสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านวิเคราะห์ปัญหาดังนี้

ก่อนเรียน

ในการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้จากการแยกแยะได้ว่าปัญหาต้องการทราบคืออะไร และปัญหากำหนดอะไรมาให้ ซึ่งในการวิเคราะห์นั้นปัญหานั้นนักเรียนส่วนใหญ่จะใช้ข้อความจากปัญหามาเขียนเป็นคำตอบ มีนักเรียนบางส่วนที่ใช้ข้อความตามความเข้าใจของตนเอง ดังแสดงในภาพที่ 4



ภาพที่ 4 แสดงการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนที่ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบตามความเข้าของตนเอง และสามารถอธิบายความหมายของสิ่งที่นักเรียนระบุว่าอะไรคือสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ได้ เช่น

คำถาม “นักเรียนบอกครูได้ไหมว่า อ่านหนังสือเป็นจำนวน $\frac{1}{3}$ ของจำนวนหน้าหนังสือหมายความว่าอย่างไร”

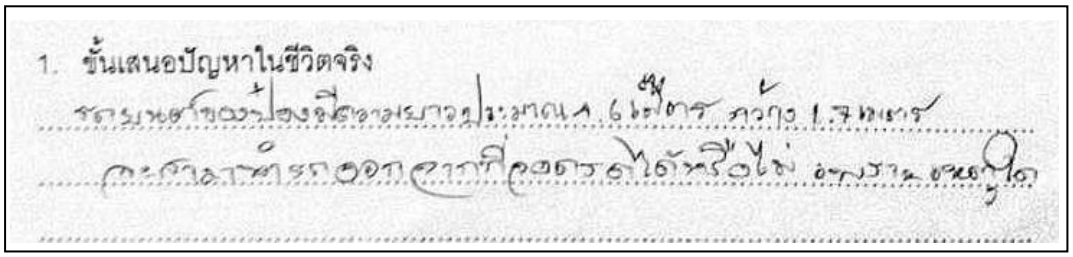
คำตอบ “หมายความว่า เราจะแบ่งหนังสือจำนวนหน้าของหนังสือออกเป็น 3 ส่วนโดยวันแรกเราอ่านได้ 1 ส่วนค่ะ”

ส่วนนักเรียนที่วิเคราะห์ปัญหานั้นจากการใช้ข้อความจากปัญหามาเขียนเป็นคำตอบพบว่านักเรียนระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและสิ่งที่ปัญหาได้จากการอ่านโจทย์ปัญหาและไม่

สามารถอธิบายความหมายของข้อความที่ระบุได้ โดยนักเรียนจะกล่าวข้อความที่ระบุซ้ำ ๆ เมื่อผู้วิจัยพยายามใช้คำถามกระตุ้น นักเรียนตอบว่าไม่ทราบว่าจะอธิบายว่าอย่างไร แต่เข้าใจค่ะ

ระหว่างเรียน

ในระยะที่ 1 ของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบที่ 1-5 ช่วงแรกของกิจกรรมนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบได้ แต่ไม่ครบถ้วน ยังขาดเงื่อนไขบางเงื่อนไขในสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ หรือนักเรียนใช้วิธีการลอกข้อความจากปัญหามาตอบ (ดังแสดงในภาพที่ 5) แต่มีนักเรียนเพียง 2 คนเท่านั้นที่ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ด้วยการใช้ข้อความที่ตนเองเข้าใจ



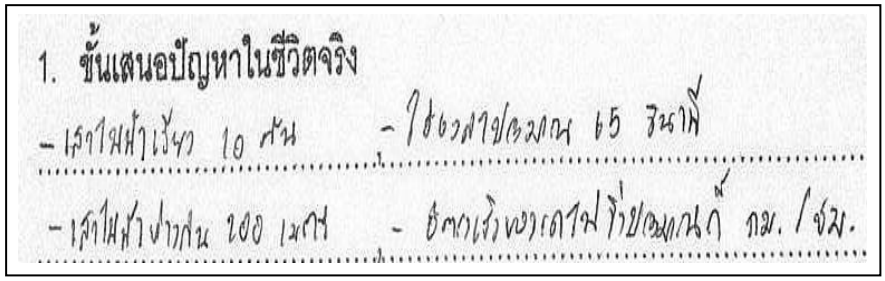
ภาพที่ 5 แสดงการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1

สำหรับในระยะที่ 2 คาบที่ 6-9 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาด้วยการระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบ แต่ยังไม่ครบถ้วน ขาดข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญบางข้อมูลหรือเงื่อนไข โดยยังเป็นการลอกข้อความจากปัญหา แต่ในระยะนี้นักเรียนบางส่วน (จำนวน 4 คน) สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหากำหนดให้ได้ครบถ้วน และใช้ข้อความที่เขียนด้วยความเข้าใจของตนเอง

ในการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 22 คน) สามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน แต่ข้อความที่นักเรียนเขียนส่วนใหญ่เป็นการใช้ข้อความจากปัญหา มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ใช้ข้อความตามความเข้าใจของตนเอง และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมนักเรียนที่ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน จากการลอกข้อความในปัญหา พบว่า นักเรียนระบุด้วยการอ่านข้อความในปัญหา แต่เมื่อผู้วิจัย ได้ให้นักเรียนลองอธิบายปัญหาตามความเข้าใจของนักเรียนใหม่ โดยไม่ให้อ่านข้อความในปัญหา นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบได้และสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ได้ เกือบครบถ้วน ขาดข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญเพียงเงื่อนไขเดียว และเมื่อผู้วิจัยถามย้ำว่านักเรียนบอกเงื่อนไขครบหรือยัง นักเรียนใช้เวลาคิดและตอบว่าน่าจะครบแล้วค่ะ

ในระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วน ขาดรายละเอียดบางส่วนโดยการระบุยังใช้ข้อความจากปัญหา มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 16 คน) ที่สามารถสามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน โดยใช้การเขียนข้อความโดยย่อในการระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบ

ระยะสุดท้าย ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 พฤติกรรมด้านวิเคราะห์ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน โดยมีการแยกแยะข้อความเป็นข้อความสั้นๆ ตามความเข้าใจของตนเอง ดังแสดงในภาพที่ 6



ภาพที่ 6 แสดงการวิเคราะห์ปัญหาจากการระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 4

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดสามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน โดยนักเรียนมีการแยกแยะข้อความสั้นๆ ตามข้อความตามความเข้าใจของตนเอง ใช้การสรุปข้อความจากปัญหา ไม่เขียนลอกข้อความทั้งประโยค และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน สามารถอธิบายข้อความที่ตนเองระบุว่ามีความหมายอย่างไร

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ แต่ไม่ครบถ้วน ใช้การลอกข้อความจากปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญและไม่สำคัญของปัญหา สำหรับในช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 นักเรียนค่อย ๆ มีพัฒนาการในการวิเคราะห์ปัญหาจากการลอกข้อความในปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญและไม่สำคัญของปัญหา เป็นการแยกแยะข้อมูลด้วยการระบุข้อความสั้นๆ ตามความเข้าใจของตนเอง สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหากำหนดให้ได้ครบถ้วน แต่ก็ยังมี

นักเรียนบางส่วนที่ใช้การลอกข้อความในปัญหาระบุเป็นสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหากำหนดให้ และในช่วงหลังเรียน นักเรียนเกือบทั้งหมดสามารถวิเคราะห์ปัญหาโดยระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหากำหนดให้ได้ครบถ้วน โดยข้อความที่ระบุเป็นข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญของปัญหา

1.2 ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ (P2)

ในการศึกษาพัฒนาการพฤติกรรมด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ (P2) ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการเลือกใช้กลยุทธ์ได้เหมาะสมกับการแก้ปัญหา จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียน พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านวิเคราะห์ปัญหาดังนี้

ก่อนเรียน

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยพิจารณาจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจากการระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่นักเรียนเลือกใช้การกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 11 คน) ที่ไม่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้โดยนักเรียนไม่แสดงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติมพบว่า นักเรียนที่สามารถเลือกกลยุทธ์ได้เหมาะสมกับปัญหา กลยุทธ์ที่นักเรียนเลือกใช้คือการกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ และเมื่อผู้วิจัยให้เปลี่ยนใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแบบอื่น นักเรียนสามารถเลือกยุทธ์ในการแก้ปัญหาอีกวิธีได้โดยเลือกใช้กลยุทธ์ในการคาดเดาและตรวจสอบ ส่วนนักเรียนที่ไม่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนไม่สามารถให้รายละเอียดเพิ่มเติมได้ โดยนักเรียนตอบว่าไม่รู้ว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร

ระหว่างเรียน

จากการวิเคราะห์การทำใบกิจกรรมในระยะที่ 1, 2 ,3 และระยะที่ 4 แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนทั้งหมดสามารถเลือกกลยุทธ์ใช้ในการแก้ปัญหา(P2) ได้เหมาะสมกับปัญหา โดยนักเรียนจะเลือกใช้กลยุทธ์จากความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ และนำข้อมูลจากปัญหาหรือเงื่อนไขที่ได้ระบุ นำมาเชื่อมโยงสร้างความสัมพันธ์จนสามารถสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ได้ นอกจากนี้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่เป็นการใช้สมการ และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนจะไม่รู้ชื่อกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก แต่นักเรียน

รู้ว่าจะใช้กลยุทธ์ที่เลือกนั้น จากความรู้ที่นักเรียนระบุ โดยเฉพาะในเนื้อหาการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้นั้น นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาจากความรู้ที่นักเรียนระบุโดยนำข้อมูลที่วิเคราะห์มาใช้ร่วมกับความรู้ที่ระบุเพื่อนำมาสู่กลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนทั้งหมดสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ โดยกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก คือ กลยุทธ์การกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ และกลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา และและจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถบอกชื่อกลยุทธ์ที่ตนเองเลือกใช้ในการแก้ปัญหาได้

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนทั้งหมดสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ โดยกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก คือ กลยุทธ์การกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ และกลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา ซึ่งในการเลือกกลยุทธ์นั้นนักเรียนจะเลือกจากการที่นักเรียนระบุความรู้และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เชื่อมโยงกับข้อมูลที่วิเคราะห์ นำมาสู่การใช้กลยุทธ์

1.3 ด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา (P3)

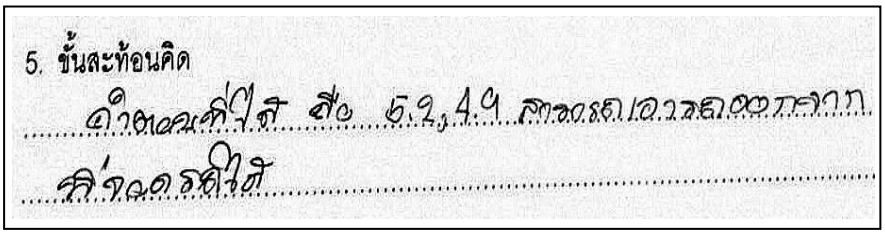
ในการศึกษาพัฒนาการพฤติกรรมด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา (P3) ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาจำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วนและสอดคล้องกับปัญหา จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

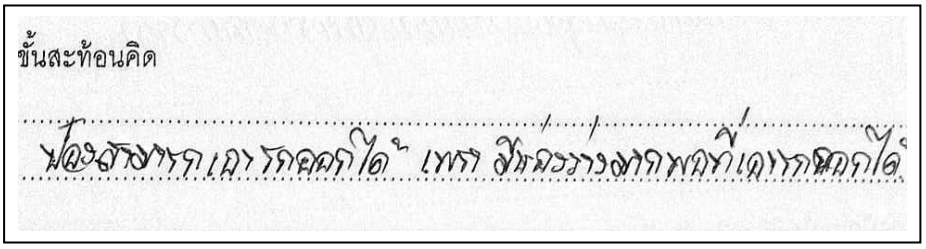
ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา (P3) ผู้วิจัยพิจารณาจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 15 คน)สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา โดยนักเรียนเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบตามสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ แต่มีนักเรียนบางส่วน(จำนวน 14 คน)ไม่มีการเขียนสรุปคำตอบเนื่องจากไม่สามารถค้นหาคำตอบของปัญหาได้ และเมื่อทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่ไม่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องเพิ่มเติม พบว่า นักเรียนไม่สามารถสร้างสมการและแก้สมการได้ และนักเรียนตอบว่าไม่สามารถแก้ปัญหาได้

ระหว่างเรียน

ในระยะที่ 1 ของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบที่ 1-5 พฤติกรรมด้านสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาจำนวน 19 คน นอกจากนี้นักเรียนบางส่วนเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบ หรือนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบแต่ไม่สอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ถูกต้อง ดังแสดงในรูปที่ 7 และ 8



ภาพที่ 7 แสดงตัวอย่างการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1



ภาพที่ 8 แสดงตัวอย่างการสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหาและครบประเด็นตามปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 29 คน

ในการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 17 คน และมีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 20 คน และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียน สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบ เพราะไม่นักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบกรณีอื่นได้

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 ในช่วงนี้มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 32 คน

ในระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 33 คน

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 19 คน และมีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 18 คน และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนที่มีสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้อง ครบประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบ จากการที่ครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนการคิดอีกครั้ง

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหามีจำนวนไม่มากนัก ต่อมาในช่วงระหว่างเรียนจำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหามีจำนวนเพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 และในช่วงหลังเรียนมีจำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาเพิ่มมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

2. ด้านการให้เหตุผล พฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลง ดังนี้

2.1 ด้านใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1)

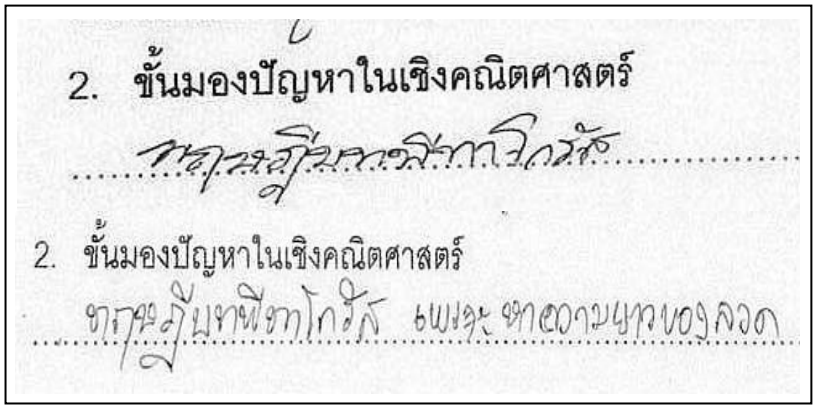
ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลในการระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ชัดเจน โดยในการให้เหตุผลประกอบนั้นนักเรียนต้องสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุกับข้อมูลในปัญหาที่นักเรียนวิเคราะห์ เพื่อชี้ให้เห็นว่าปัญหากำหนดเงื่อนไขหรือข้อมูลแบบนี้มาให้และปัญหาต้องการทราบนั้นสามารถใช้ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุมาแก้ปัญหาได้ โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบการเลือกความรู้ทางคณิตศาสตร์นี้มาใช้การวิเคราะห์ปัญหา โดยนักเรียนพยายามอธิบายเหตุผลประกอบการเลือกใช้ความรู้ว่าเพราะต้องการแก้ปัญหานี้จึงใช้ความรู้นี้ ซึ่งเหตุผลของนักเรียนขาดการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เชื่อมโยงกับข้อมูลในปัญหาที่นักเรียนวิเคราะห์ และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนที่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เลือกมาวิเคราะห์ปัญหาได้นั้น นักเรียนจะนำความรู้นั้นมาเชื่อมโยงกับการวิเคราะห์ปัญหา เช่น นักเรียนตอบว่าใช้ความรู้เรื่องการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะในการหาจำนวนหน้าของหนังสือเราไม่รู้จำนวนหน้าของหนังสือ เราจึงต้องใช้ตัวแปร เป็นต้น สำหรับนักเรียนที่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้ที่ตนเองเลือกใช้ในการแก้ปัญหานั้น ผู้วิจัยต้องตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและพยายามอธิบายเหตุผล นักเรียนให้เหตุผลโดยใช้ข้อความที่โจทย์ต้องการทราบ เช่น ใช้การแก้สมการเพราะต้องการหาจำนวนหน้าของหนังสือ เป็นต้น

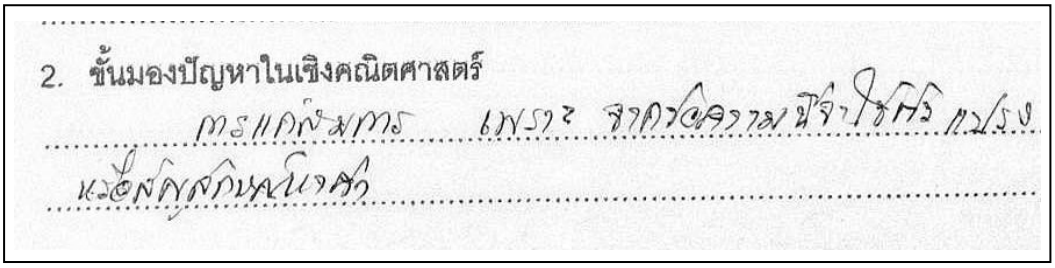
ระหว่างเรียน

ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1-5 ในระยะนี้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 29 คน) สามารถระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่อธิบายเหตุผลประกอบความรู้ที่ระบุไม่ชัดเจน โดยเหตุผลที่นักเรียนอธิบายขาดการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหากับความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ จึงไม่ชัดเจนพอที่จะสนับสนุนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังมีนักเรียนจำนวน 5 คนที่ไม่สามารถระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ และไม่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้ที่ระบุได้ ดังแสดงในภาพที่ 9



ภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 ในระยะนี้นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 33 คน) ยังคงสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน ขาดการนำข้อมูลหรือหรือเงื่อนไขในปัญหามาเชื่อมโยงกับความรู้ที่ตนเองระบุ ส่งผลให้เหตุผลที่นักเรียนอ้างไม่ชัดเจนเป็นเหตุผลจากความรู้สึกหรือพยายามเชื่อมโยงข้อมูลจากปัญหาแต่นักเรียนไม่อธิบายหรืออ้างถึงข้อมูลในปัญหานั้น ดังแสดงในภาพที่ 10



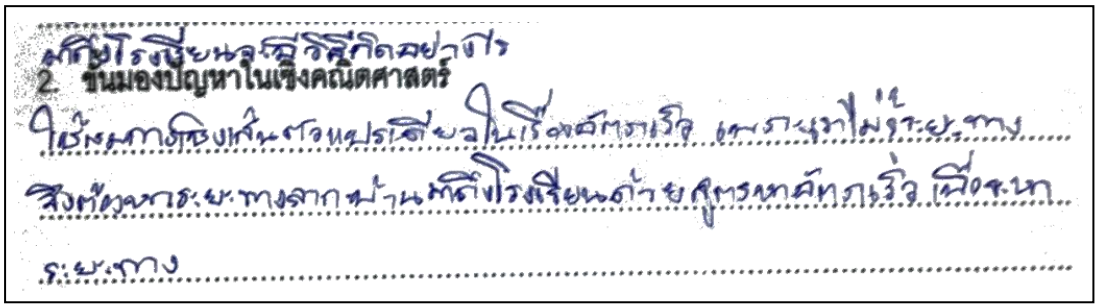
ภาพที่ 10 แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 2

จากการวิเคราะห์แบบวัดการเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมด (จำนวน 34 คน) สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยเหตุผลที่นักเรียนให้ประกอบในการเลือกใช้ความรู้เป็นเหตุผลจากสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ มีนักเรียนเพียง 4 คนที่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยนักเรียนมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญในปัญหากับความรู้หรือแนวทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนพยายามอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เลือกในการวิเคราะห์ปัญหาโดยเชื่อมโยงความรู้หรือแนวคิดกับสิ่งที่ปัญหากำหนดให้

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 33 คน) สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน มีนักเรียนเพียง 4 คนที่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยนักเรียนมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญในปัญหากับความรู้หรือแนวทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทาง

คณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยนักเรียนมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญในปัญหากับความรู้หรือแนวทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ ดังแสดงในภาพที่ 11



ภาพที่ 11 แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 4

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยนักเรียนมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญในปัญหากับความรู้หรือแนวทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ จำนวน 10 คน และมีนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนจำนวน 27 คน และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนพยายามที่จะอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เลือก โดยการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญกับความรู้หรือแนวคิดที่เลือก แต่นักเรียนก็ไม่สามารถที่จะอธิบายเหตุผลได้ชัดเจน เมื่อผู้วิจัยพยายามใช้คำถามชี้นำให้นักเรียนบอกรายละเอียดของความรู้ที่เลือก นักเรียนจึงสามารถให้เหตุผลที่ชัดเจนได้

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนที่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนมีจำนวนไม่มากนัก ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ในระยะที่ 1 ถึงระยะ3นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้แต่ยังไม่ชัดเจน และในระยะที่ 4 นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน สำหรับในช่วงหลังเรียนนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบาย

เหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาได้แต่ยังไม่ชัดเจน เมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนค่อย ๆ มีพัฒนาการจากไม่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้วิเคราะห์ปัญหา จนสามารถให้เหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาได้แต่ยังไม่ชัดเจน

2.2 ด้านอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (R2)

ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการ อธิบายเหตุผลประกอบกลยุทธ์ที่เลือกใช้ได้ โดยนักเรียนสามารถให้เหตุผลโดยการเชื่อมโยงกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือกกับความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุได้ โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของการอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนไม่เขียนแสดงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจึงไม่เขียนเหตุผลประกอบ มีนักเรียนเพียงบางส่วน (จำนวน 4 คน) ที่พยายามอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ โดยเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการบอกว่าวิธีนี้คุ้นเคยหรือเมื่อใช้วิธีนี้แล้วสามารถหาคำตอบได้ และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือให้รายละเอียดเพิ่มเติมได้

ระหว่างเรียน

ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1-5 นักเรียนทั้งหมดนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 นักเรียนทั้งหมดนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มีนักเรียนเพียงบางส่วน (จำนวน 4 คน) ที่พยายามอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอธิบายเหตุผลโดยการเชื่อมโยงกับความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุกับกลยุทธ์ที่เลือก

เช่น นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาว่าใช้ทฤษฎีบทพีพาโกรัส และเหตุผลที่นักเรียนอธิบายคือ ใช้การแทนค่าในตัวแปรเพื่อที่จะหาคำตอบ และจากการสัมภาษณ์เพื่อเติม พบว่า นักเรียนอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์จากการที่นักเรียนเลือกใช้ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ปัญหา

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนทั้งหมดนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 ในระยะนี้ นักเรียนทั้งหมดนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

หลังเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มีนักเรียนเพียงบางส่วน (จำนวน 4 คน) ที่อธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจากการเลือกความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาจะเป็นตัวกำหนดกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก ตัวอย่างเช่น นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาว่าใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้นักเรียนจะไม่มีการระบุชื่อของกลยุทธ์ แต่นักเรียนจะแสดงการแก้ปัญหาโดยการสร้างสมการจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส และให้เหตุผลที่นักเรียนอธิบายคือ เพราะต้องการแทนค่าลงไปในสูตร และจากการสัมภาษณ์เพื่อเติม พบว่า นักเรียนอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์จากการที่นักเรียนเลือกใช้ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ปัญหา

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนเกือบทั้งหมด (จำนวน 34 คน) ไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนส่วนใหญ่ไม่เขียนแสดงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจึงไม่เขียนเหตุผลประกอบ ช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 นักเรียนมีพฤติกรรมอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไม่เปลี่ยนแปลง โดยนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และจากผลการวิเคราะห์งานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ได้ แต่มีจำนวนนักเรียนที่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน อย่างไรก็ตามในช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ได้ แต่มีนักเรียนจำนวน 4 คนสามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

2.3 ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ (R3)

ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ หรือนักเรียนสามารถใช้การประมาณค่าเพื่อช่วยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้

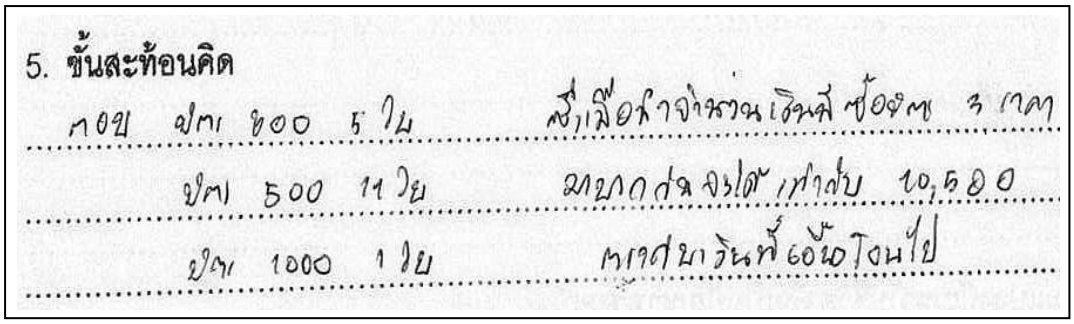
ก่อนเรียน

จากการวิเคราะห์การทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนในพฤติกรรมด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่แสดงพฤติกรรมการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 3 คน) สามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ และเมื่อทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่ไม่แสดงพฤติกรรมการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบเพิ่มเติม พบว่า นักเรียนไม่สามารถให้รายละเอียดเพิ่มเติมได้ โดยนักเรียนไม่เคยตรวจสอบคำตอบของตนเองและในการสัมภาษณ์นักเรียนที่สามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการนำคำตอบที่ได้มาแทนค่าในเงื่อนไขของปัญหา เช่น คำตอบคือ 108 หน้า ถูกเพราะ 108 หน้าเมื่อนำมาแบ่งเป็น 3 ส่วนจะได้ส่วนละ 36 หน้า วันแรกอ่านได้ 1 ส่วน คือ 36 หน้า นำมาบวกกับ 18 แล้วได้ 54 ซึ่ง 54 คือครึ่งหนึ่งพอดี เป็นต้น

ระหว่างเรียน

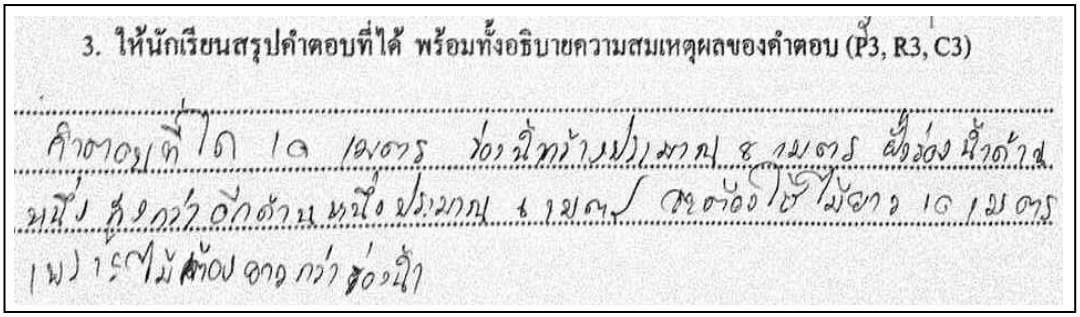
ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1-5 นักเรียนทั้งหมดไม่แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลอย่างคร่าว ๆ ไม่มีการแสดงให้เห็นถึงกระบวนการของการคำนวณเพื่อตรวจสอบยืนยันความถูกต้องของคำตอบ ดังแสดงในภาพที่ 12

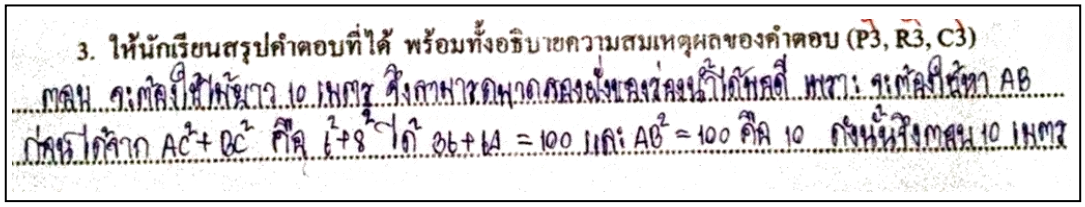


ภาพที่ 12 แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงพฤติกรรมการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ หรือแสดงการอธิบายความถูกต้องและสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 4 คน) สามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ดังแสดงในภาพที่ 13 และ 14



ภาพที่ 13 แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบแต่ไม่สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนเรียน

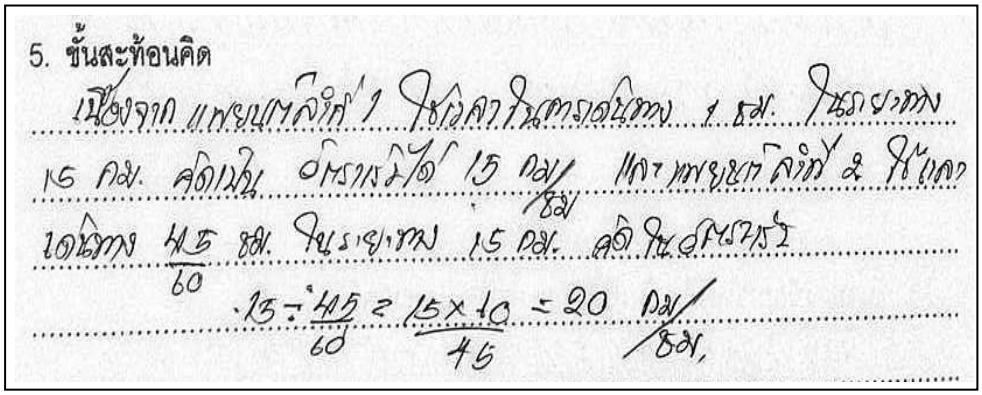


ภาพที่ 14 แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบได้สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนเรียน

และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า นักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการนำคำตอบที่ค้นพบมาเชื่อมโยงกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ ซึ่งนักเรียนไม่ได้แสดงการคำนวณเพื่อยืนยันคำตอบว่ามีการคำนวณถูกต้องหรือไม่ เช่น นักเรียนยืนยันคำตอบโดยใช้คำว่า น่าจะถูก เพราะล่องน้ำกว้าง 8 เมตรและด้านตรงข้ามมุมฉากซึ่งเป็นความยาวของไม้ต้องยาวกว่าด้านประกอบมุมฉาก เป็นต้น

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลอย่างคร่าว ๆ ไม่มีการแสดงให้เห็นถึงกระบวนการของการคำนวณเพื่อตรวจสอบ ยืนยันความถูกต้องของคำตอบ แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 4 คน) สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่

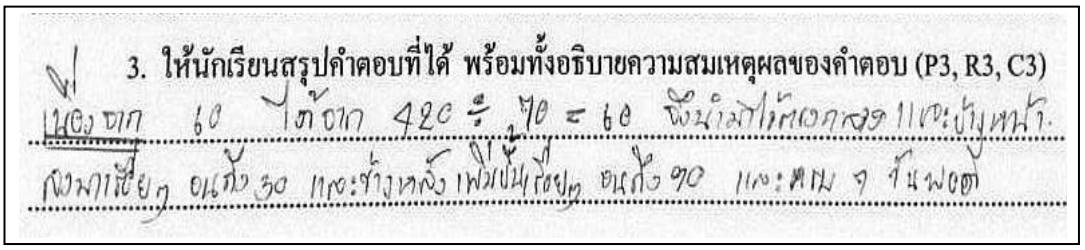
ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 27 คน) สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ดังแสดงในภาพที่ 15



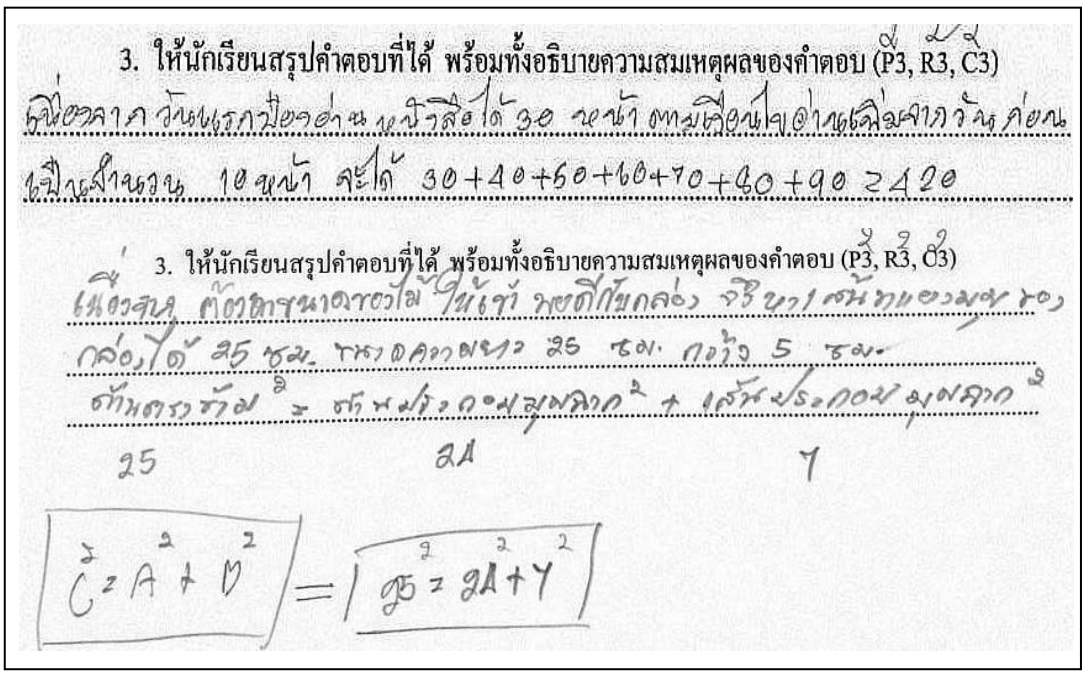
ภาพที่ 15 แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

หลังเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ หรือแสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบแต่ไม่สมเหตุสมผล โดยเป็นการอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา (ดังแสดงในภาพที่ 16) แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 5 คน) สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้ โดยนักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ดังแสดงในภาพที่ 17



ภาพที่ 16 แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบแต่ไม่สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน



ภาพที่ 17 แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน

จากการสัมภาษณ์เพื่อเติม พบว่า ในตอนแรกนักเรียนไม่สามารถให้รายละเอียดเพิ่มเติมในการอธิบายความถูกต้องและความสอดคล้องของคำตอบ แต่เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามถามนำนักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนนำคำตอบที่ค้นพบไปแทนในเงื่อนไขในปัญหา และนักเรียนสามารถอธิบายการคำนวณเพื่อยันยืนคำตอบได้ถูกต้อง

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ เนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นเคยในการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ในระยะที่ 1 นักเรียนยังคงไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้ ในระยะที่ 2 และระยะที่ 3 นักเรียนสามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลอย่างคร่าว ๆ ไม่มีการแสดงให้เห็นถึงกระบวนการของการคำนวณเพื่อตรวจสอบ ยืนยันความถูกต้องของคำตอบ และในระยะที่ 4 นักเรียนสามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้สมบูรณ์ชัดเจนด้วยการนำคำตอบที่ค้นพบไปแทนในเงื่อนไขในปัญหา เพื่อตรวจสอบว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ในช่วงหลังเรียนไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้

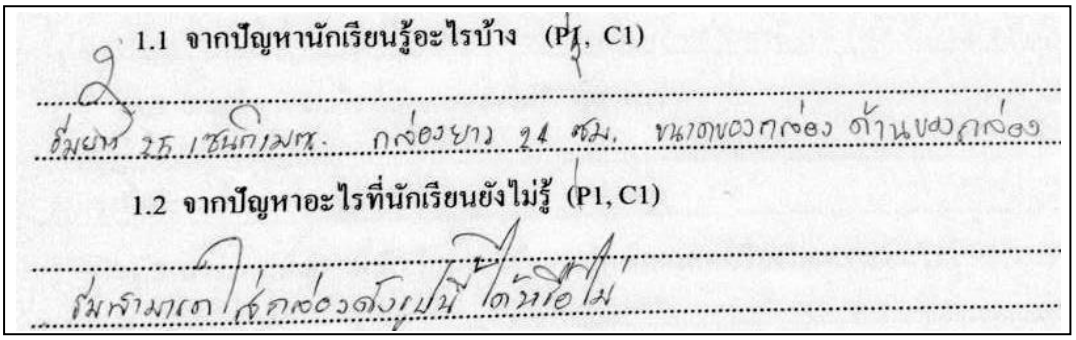
3. ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด พฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลง ดังนี้

3.1 ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1)

การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการใช้ข้อความ วาดภาพ คำพูด ใช้การขีดเขียนหรือวงกลมข้อความ สัญลักษณ์หรือตัวแปร กราฟ รวมไปถึงตัวแบบทางเรขาคณิต เพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์เพิ่มเติมที่เกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาผู้วิจัยพิจารณาจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจ แต่ไม่ชัดเจน โดยนักเรียนบางส่วนใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน ดังแสดงในภาพที่ 18 และ 19

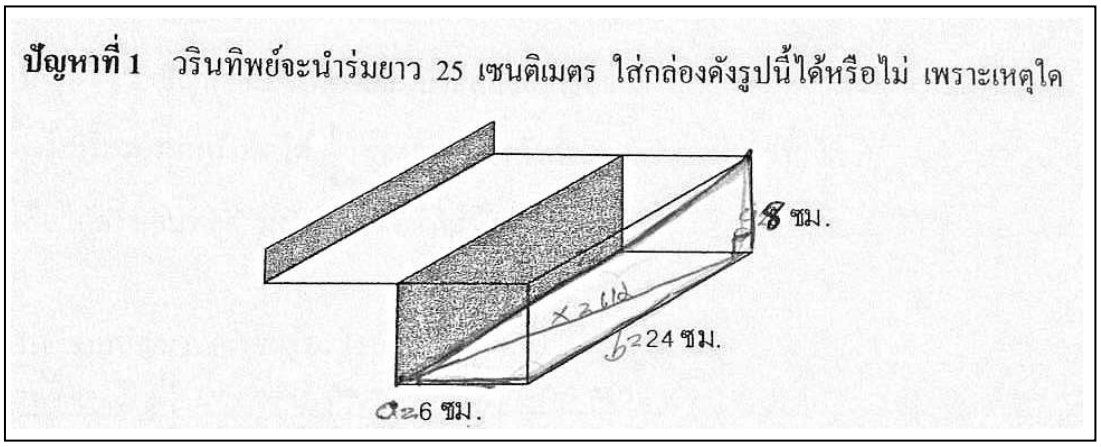

1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)

ยื่มยาว 25 เซนติเมตร กล่องยาว 24 ซม. ขนาดของกล่อง ด้านของกล่อง

1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)

สามารถใส่กล่องดังรูปนี้ได้หรือไม่

ภาพที่ 18 แสดงการใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายพอเข้าใจ แต่ไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

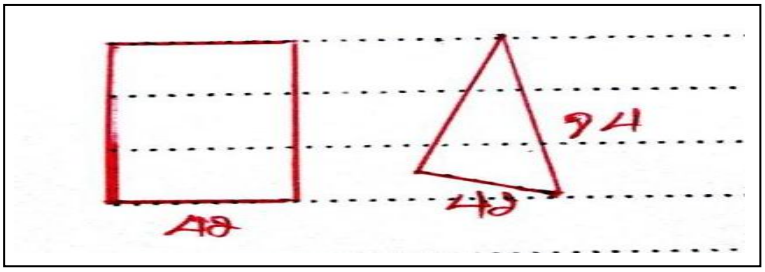


ภาพที่ 19 แสดงการวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เมื่อสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนใช้คำพูดเพื่ออธิบายความเข้าใจในปัญหาของตนเอง จากการอ่านปัญหา เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแยกแยะสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบ นักเรียนใช้คำพูดบอกสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบสื่อความหมายพอเข้าใจแต่สื่อความหมายไม่เหมาะสม เนื่องจากนักเรียนบอกความกว้างและความสูงของกล่องว่าเป็นด้านข้างของกล่อง นอกจากนี้นักเรียนบอกความรู้หรือแนวคิดที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน

ระหว่างเรียน

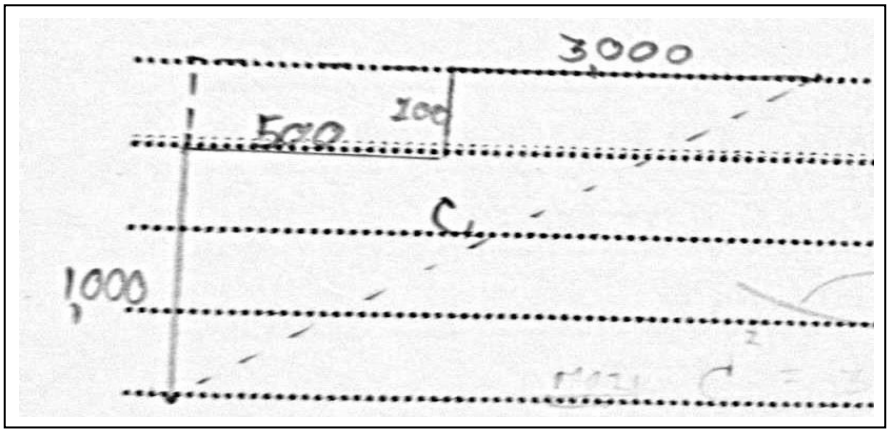
ระยะที่ 1 คาบที่ 1-5 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหา แต่สื่อความหมายไม่ชัดเจน และนักเรียนยังใช้ตัวแบบทางเรขาเพื่อทำความเข้าใจปัญหา แต่มีนักเรียนบางส่วนใช้ตัวแบบทางเรขาได้เหมาะสมกับปัญหา แต่ตัวแบบทางเรขาที่นักเรียนวาดไม่สื่อความหมาย ดังแสดงในภาพที่ 20



ภาพที่ 20 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสมกับปัญหาแต่ไม่สื่อความหมาย
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจ แต่ไม่ชัดเจน มีนักเรียนบางส่วน(จำนวน 4 คน) ใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยนักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงเหตุการณ์ในปัญหาหรือใช้ภาพที่วาดแทนข้อความในปัญหา

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจ แต่ไม่ชัดเจน และมีนักเรียนบางส่วนใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้สื่อความหมายได้ชัดเจน ดังแสดงในภาพที่ 21

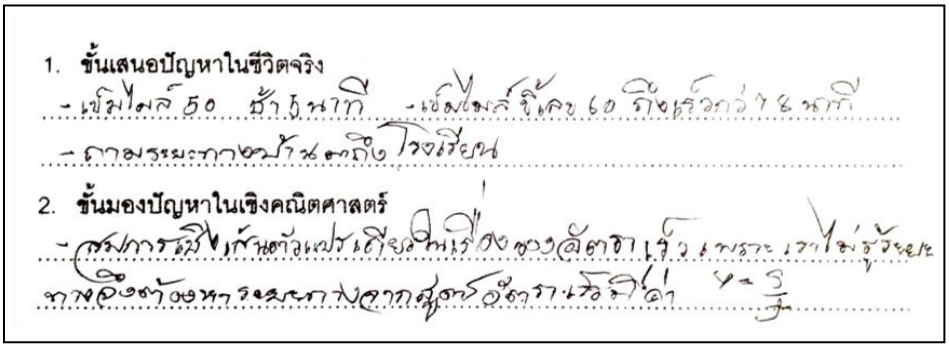


ภาพที่ 21 แสดงการวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

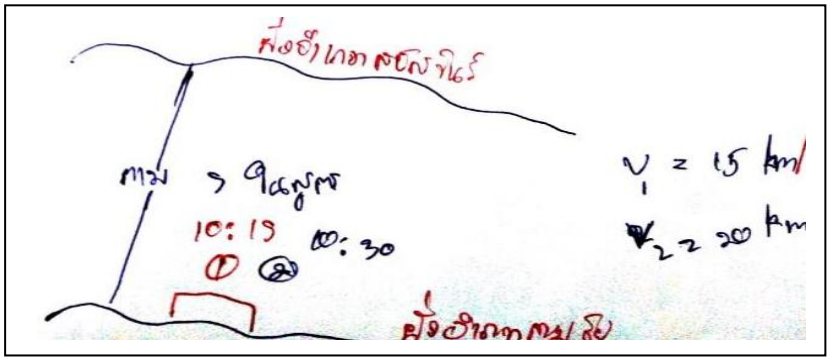
เมื่อสัมภาษณ์เพิ่มเติมนักเรียนที่ใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน พบว่า นักเรียนสามารถใช้คำพูดเพื่ออธิบายว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างไร โดยนักเรียนสามารถอธิบายความเข้าใจปัญหาของตนเองจากการจากแยกแยะสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหากำหนดให้

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 7 คน) ใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยนักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงเหตุการณ์ในปัญหา หรือใช้ตัวแปรแทนข้อความในปัญหา นอกจากนี้มีนักเรียนจำนวน 2 คนที่ใช้การขีดเส้นใต้ข้อความเพื่อแสดงการทำความเข้าใจปัญหา

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน และนักเรียน(จำนวน 12 คน) ยังใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยนักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงเหตุการณ์ในปัญหา หรือใช้ภาพที่วาดแทนข้อความในปัญหา นอกจากนี้มีนักเรียนจำนวน 5 คนที่ใช้การขีดเส้นใต้ข้อความเพื่อแสดงการทำความเข้าใจปัญหาดังแสดงในภาพที่ 22 และ 23



ภาพที่ 22 แสดงการใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหา



ภาพที่ 23 แสดงการวาดภาพและใช้สัญลักษณ์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

หลังเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน นักเรียนบางส่วนใช้การวาดภาพ ขีดเส้นใต้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และเมื่อ

สัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถใช้คำพูดบอกสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบเป็นภาษาของตนเองสื่อความหมายได้ชัดเจน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา มีนักเรียนบางส่วนที่ใช้การวาดภาพ ในช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน และในระยะที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยตัวแทนความคิดที่นักเรียนนิยมใช้ คือ ข้อความ การวาดภาพและการขีดเส้นใต้ ช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยตัวแทนความคิดที่นักเรียนนิยมใช้ คือข้อความ การวาดภาพและการขีดเส้นใต้ข้อความ

3.2 ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2)

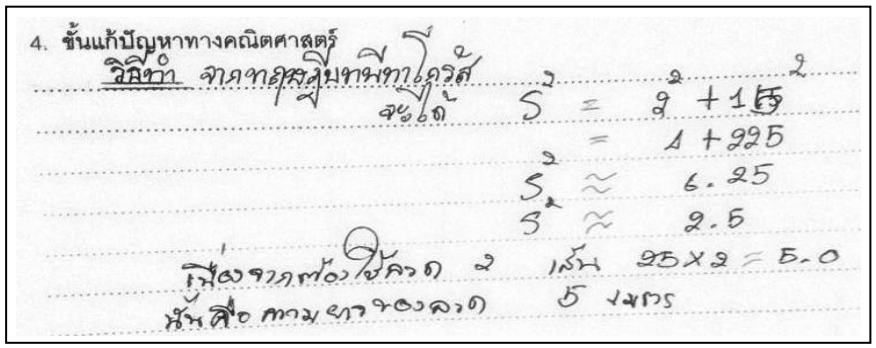
การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการใช้ข้อความ วาดภาพ ใช้คำพูด สัญลักษณ์หรือตัวแปร กราฟ รวมไปถึงตัวแบบทางเรขาคณิตเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์เพิ่มเติมที่เกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรและตัวเลขในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายได้แต่ไม่ชัดเจน แต่นักเรียนขาดความรอบคอบในการเขียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหา เช่น เขียนเศษส่วนไม่มีการขีดเส้น การเขียนเลขยกกำลัง โดยนักเรียนเขียน $c^2 = 676$, $c^2 = 26$ หรือ $c^2 = 676$, $c = 26^2$ นอกจากนี้นักเรียนบางส่วน (จำนวน 11 คน) ไม่สามารถเขียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้ และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนใช้คำพูดเพื่ออธิบายการแก้ปัญหาได้แต่ไม่ละเอียด แต่เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามนำนักเรียนสามารถอธิบายกระบวนแก้ปัญหาเพิ่มเติม แต่ในการคำนวณ นักเรียนอธิบายการถอดรากที่สองผิด โดยนักเรียนอธิบายว่า $27^2 = 540$ และ $7 \times 7 = 14$ เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนทำการคำนวณใหม่นักเรียนไม่สามารถคำนวณได้ เนื่องจากนักเรียนท่องสูตรคูณไม่ได้

ระหว่างเรียน

ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1-5 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ข้อความในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา แต่ในการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรนั้นมีข้อผิดพลาดในการใช้ ดังแสดงในภาพที่ 24



ภาพที่ 24 แสดงการใช้สัญลักษณ์ตัวแปรเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 27 คน) สามารถใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีความรอบคอบในการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรมากขึ้น มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้พอเข้าใจ

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 24 คน) ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายพอเข้าใจ โดยนักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้ระบุให้ชัดเจนว่าตัวแปรที่นักเรียนเขียนใช้แทนอะไร แต่พอสื่อให้เข้าใจได้ว่าตัวแปรที่นักเรียนกำหนดแทนสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาสื่อให้เข้าใจได้ แต่ขาดการอธิบายการกำหนดตัวแปรในการแก้ปัญหาซึ่งเมื่อผู้วิจัยได้ใช้คำถามว่าตัวแปรแต่ละตัวใช้แทนอะไร นักเรียนอธิบายพอเข้าใจได้

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 28 คน) สามารถใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้ชัดเจน

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 30 คน)สามารถใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายได้ชัดเจน มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้ชัดเจน

หลังเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายชัดเจน และจากการสัมภาษณ์เพื่อเติม พบว่า นักเรียนอธิบายกระกวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน และสามารถอธิบายการกำหนดตัวแปรในการแก้ปัญหาได้

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแปรและตัวเลขในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาพอสื่อความหมายได้แต่ไม่ชัดเจน ขาดการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปร การใช้สัญลักษณ์ตัวแปรแสดงแทนความคิดผิดพลาด ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ระยะที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายพอเข้าใจ ขาดความรอบคอบในการเขียนสัญลักษณ์หรือตัวแปร ในระยะที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีความรอบคอบในการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรมากขึ้น มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้พอเข้าใจ ในระยะที่ 3 และระยะที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปร และในช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมาย ชัดเจนเพิ่มมากขึ้นและเมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมาย ชัดเจนเพิ่มขึ้น

3.3 ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา

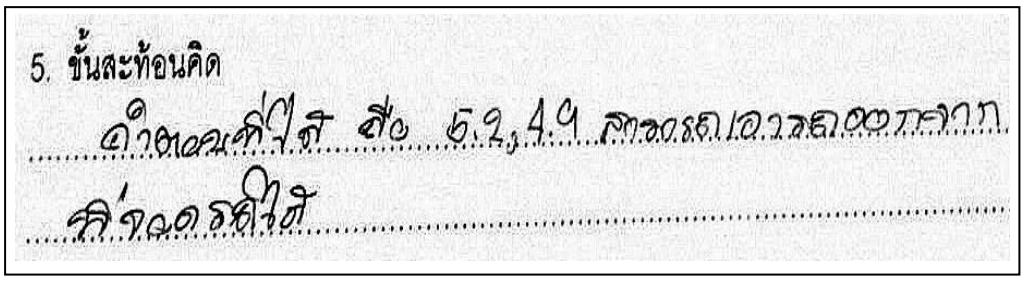
การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการใช้ข้อความ ตัวเลข ใช้คำพูด สัญลักษณ์หรือตัวแปร เพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจนโดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์เพิ่มเติมที่เกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 15) ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการสรุปคำตอบของปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบของปัญหาได้ นอกจากนี้มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 14 คน) ใช้ข้อความและตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจนเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสรุปคำตอบสั้น ๆ ไม่มีการอธิบายขยายความ เช่น ในการสรุปคำตอบของปัญหาที่ 3 นักเรียนสรุปคำตอบสั้น ๆ ว่า 50 วินาที แต่เมื่อผู้วิจัยถามว่า 50 วินาที คืออะไร นักเรียนจึงสรุปคำตอบใหม่ว่า ภูวดลวิ่งด้วยอัตราเร็ว 50 วินาที เป็นต้น

ระหว่างเรียน

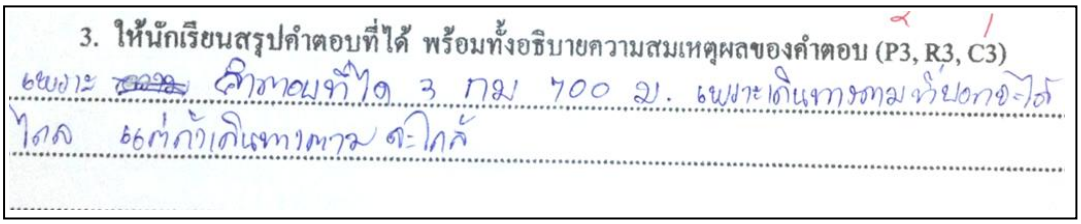
ในระยะที่ 1 คาบที่ 1-5 นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 28 คน)ใช้ตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาอย่างเดียว หรือใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้ชัดเจน ดังแสดงในรูปที่ 25



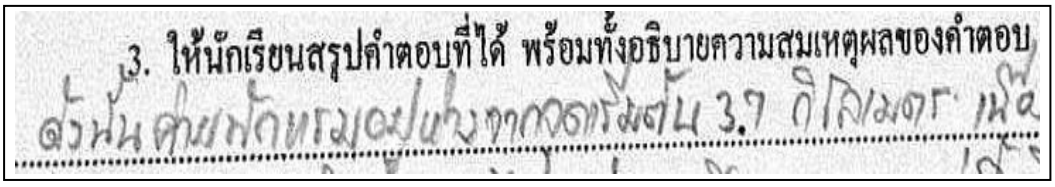
ภาพที่ 25 แสดงการใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม แต่สื่อความหมายไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 นักเรียนส่วนใหญ่ยังใช้ตัวเลขและข้อความสั้น ๆ แสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายให้พอเข้าใจแต่ยังไม่ชัดเจน โดยนักเรียนใช้การเขียนตัวเลขและข้อความแทนหน่วยของคำตอบที่ต้องการทราบ เช่น ตอบ 21 บาท เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 10 คน) เริ่มสามารถใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน

ในการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 20 คน) ใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายพอเข้าใจ แต่ยังไม่ชัดเจน และมีนักเรียนบางส่วนใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจนสอดคล้องปัญหา ดังแสดงในรูปที่ 26 และ 27



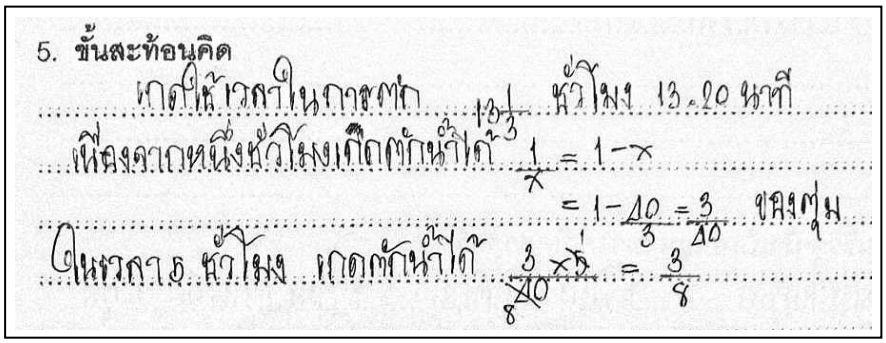
ภาพที่ 26 แสดงการใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมาย พอเข้าใจ แต่ยังไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง



ภาพที่ 27 แสดงการใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนใช้คำพูดแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม แต่ไม่ละเอียดชัดเจน เนื่องจากนักเรียนสรุปคำตอบเฉพาะตัวเลข ผู้วิจัยต้องใช้คำถามย้ำอีกครั้ง นักเรียนจึงอธิบายคำตอบละเอียดและชัดเจนยิ่งขึ้น

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 ในช่วงนี้มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 18 คน) ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน นักเรียนเขียนอธิบายการสรุปคำตอบได้ละเอียดชัดเจนมากขึ้น แต่มีนักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 19 คน) ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายพอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน หรือใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาไม่เหมาะสม ทำให้สื่อความหมายผิด ดังแสดงในภาพที่ 28



ภาพที่ 28 แสดงการใช้ข้อความและตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาไม่เหมาะ ทำให้สื่อความหมายผิดของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ในระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 มีนักเรียนจำนวน 25 คน ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนจำนวน 19 คน ใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาเหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน ตัวอย่างเช่น วันแรกปิ๋องต้องอ่านหนังสือ 30 หน้า เป็นต้น และมีนักเรียนใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายพอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน จำนวน 18 คน และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนใช้คำพูดสรุปคำตอบของปัญหาเหมาะสม สื่อความหมายพอเข้าใจแต่ไม่ละเอียดชัดเจน เนื่องจากนักเรียนสรุปคำตอบเฉพาะตัวเลขและหน่วยของตัวเลขที่ตอบ เช่น 30 หน้า ผู้วิจัยต้องใช้คำถามย้ำอีกครั้ง นักเรียนจึงอธิบายคำตอบละเอียดและชัดเจนยิ่งขึ้น

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการสรุปคำตอบของปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบของปัญหาได้ สำหรับในช่วงระหว่างเรียน ระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาอย่างเดียว หรือใช้ทั้งตัวเลขและข้อความสั้น ๆ เพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา แต่ในการใช้ตัวเลขและข้อความสั้นๆ สื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน และในระยะที่ 4 ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน ในช่วงหลังเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาเหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน เมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนค่อยๆมีพัฒนาการจากไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการสรุปคำตอบของปัญหาได้ เริ่มสามารถใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสม สื่อความหมายไม่ชัดเจน จนสามารถใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อ ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) เปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

2) ศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ผู้วิจัยสุ่มกลุ่มตัวอย่างโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 37 คน ซึ่งมีลักษณะคละความสามารถทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ที่ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 9 แผน โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 17 คาบ คาบละ 1 ชั่วโมง

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ใบกิจกรรม และแบบสัมภาษณ์ รายละเอียดมีดังนี้

2.1 แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 3 ฉบับ ซึ่งประกอบด้วย

2.1.1 แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.767 ค่าความยากง่าย มีค่าตั้งแต่ 0.42 – 0.45 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.22 – 0.36

2.1.2 แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนเป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.798 ค่าความยากง่าย มีค่าตั้งแต่ 0.26 – 0.51 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.23 – 0.34

2.1.3 แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนเป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.644 ค่าความยากง่าย มีค่าตั้งแต่ 0.28 – 0.44 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.32 – 0.39

2.2 ใบกิจกรรม ใบกิจกรรมที่สร้างจะมีความสอดคล้องกับขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อใช้ประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียน มีทั้งหมด 9 ใบกิจกรรม โดยใช้สำหรับการประเมินการทำกิจกรรมของนักเรียน จะประเมินโดยใช้เกณฑ์การประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2.3 แบบสัมภาษณ์ เป็นแนวคำถามที่ใช้ประกอบการสัมภาษณ์แบบเจาะลึก (In-depth Interview) ซึ่งแนวคำถามจะกำหนดไว้เพียงกรอบหรือประเด็นที่จะสัมภาษณ์เท่านั้น โดยอาศัยกรอบและแนวคิดเป็นปัจจัยสำคัญในการตั้งประเด็นคำถาม และจะไม่เรียงลำดับคำถามก่อนหลังเหมือนที่กำหนดเอาไว้ คำถามจะมีลักษณะเจาะลึกถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการคิดแก้ปัญหาจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และหากว่าในขณะที่สัมภาษณ์พบประเด็นปัญหาใดก็จะทำการสัมภาษณ์โดยละเอียด เพื่อให้ได้คำตอบอย่างชัดเจน ซึ่งแบบสัมภาษณ์นี้ใช้หลังจากที่นักเรียนทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แล้ว โดยผู้วิจัยจะสัมภาษณ์นักเรียนจากการแบ่งกลุ่มนักเรียนตามลักษณะต่าง ๆ เช่น แบ่งกลุ่มตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน แบ่งตามลักษณะงานที่ทำ แบ่งตามกลยุทธ์ที่เลือกใช้ เป็นต้น โดยการสัมภาษณ์จะมีการบันทึกเทปเสียงด้วย

ในขั้นดำเนินการทดลองผู้วิจัยทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม จากผู้วิจัยทำการทดลองสอนด้วยตนเอง และเมื่อทดลองสอนครบจำนวน 9 คาบผู้วิจัยทำการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างการทดลองด้วยแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนและทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม เมื่อสิ้นสุดการทดลองผู้วิจัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังทดลองด้วยแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนและทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นอกจากนี้ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการทดลองจากใบกิจกรรม ในทุกคาบที่ทำการทดลอง หลังจากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัย

ผลศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1. ในภาพรวมของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน โดยพบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายด้านพบว่า

1.1 นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนแตกต่างกัน โดยในช่วงหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน ระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนไม่แตกต่างกับระหว่างเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.3 นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนแตกต่างกัน โดยในช่วงหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ รายละเอียดสรุปได้ดังนี้

2.1 ด้านการแก้ปัญหา

2.1.1 พฤติกรรมการวิเคราะห์ปัญหา พบว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ แต่ไม่ครบถ้วน ใช้การลอกข้อความจากปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญและไม่สำคัญของปัญหา สำหรับในช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 นักเรียนค่อยๆ มีพัฒนาการในการวิเคราะห์ปัญหาจากการลอกข้อความในปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญและไม่สำคัญของปัญหา เป็นการแยกแยะข้อมูลด้วยการระบุข้อความสั้นๆ ตามความเข้าใจของตนเอง สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหากำหนดให้ได้ครบถ้วน แต่ก็ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ใช้การลอกข้อความในปัญหาระบุเป็นสิ่งที่

ปัญหาต้องการทราบและปัญหากำหนดให้ และในช่วงหลังเรียน นักเรียนเกือบทั้งหมดสามารถวิเคราะห์ปัญหาโดยระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหากำหนดให้ได้ครบถ้วน โดยข้อความที่ระบุเป็นข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญของปัญหา

2.1.2 พฤติกรรมการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา พบว่า ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนทั้งหมดสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ โดยกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก คือ กลยุทธ์การกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ และกลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา ซึ่งในการเลือกกลยุทธ์นั้นนักเรียนจะเลือกจากการที่นักเรียนระบุความรู้และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เชื่อมโยงกับข้อมูลที่วิเคราะห์ นำมาสู่การใช้กลยุทธ์

2.1.3 พฤติกรรมการสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา พบว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหามีจำนวนไม่มากนัก ต่อมาในช่วงระหว่างเรียนจำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหามีจำนวนเพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 และในช่วงหลังเรียนมีจำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาเพิ่มมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

2.2 ด้านการให้เหตุผล

2.2.1 พฤติกรรมการใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ พบว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนที่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนมีจำนวนไม่มากนัก ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ในระยะที่ 1 ถึงระยะ3 นักเรียนสามารถระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้แต่ยังไม่ชัดเจน และในระยะที่ 4 นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน สำหรับในช่วงหลังเรียนนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาได้แต่ยังไม่ชัดเจน เมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนค่อย ๆ มีพัฒนาการจากไม่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้วิเคราะห์ปัญหา จนสามารถให้เหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาได้แต่ยังไม่ชัดเจน

2.2.2 พฤติกรรมการอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์ พบว่าในช่วงก่อนเรียนนักเรียนเกือบทั้งหมด (จำนวน 34 คน)ไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนส่วนใหญ่ไม่เขียนแสดงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจึงไม่เขียนเหตุผลประกอบ ช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 นักเรียนมีพฤติกรรมอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไม่เปลี่ยนแปลง โดยนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และจากผลการวิเคราะห์งานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ได้ แต่มีจำนวนนักเรียนที่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน อย่างไรก็ตามในช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ได้ แต่มีนักเรียนจำนวน 4 คนสามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

2.2.3 พฤติกรรมการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่าในช่วงก่อนเรียนนักเรียนไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้เนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นเคยในการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ในระยะที่ 1 นักเรียนยังคงไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้ ในระยะที่ 2 และระยะที่ 3 นักเรียนสามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลอย่างคร่าว ๆ ไม่มีการแสดงให้เห็นถึงกระบวนการของการคำนวณเพื่อตรวจสอบ ยืนยันความถูกต้องของคำตอบ และในระยะที่ 4 นักเรียนสามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้สมบูรณ์ชัดเจนด้วยการนำคำตอบที่ค้นพบไปแทนในเงื่อนไขในปัญหา เพื่อตรวจสอบว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ในช่วงหลังเรียนไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้

2.3 ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด

2.3.1 พฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา พบว่าในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา มีนักเรียนบางส่วนที่ใช้การวาดภาพ ในช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน และในระยะที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยตัวแทนความคิดที่นักเรียนนิยมใช้ คือ ข้อความ การวาดภาพและการขีดเส้นใต้ ช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยตัวแทนความคิดที่นักเรียนนิยมใช้ คือข้อความ การวาดภาพและการขีดเส้นใต้ข้อความ

2.3.2 พฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา พบว่า ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแปรและตัวเลขในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาพอสื่อความหมายได้แต่ไม่ชัดเจน ขาดการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปร การใช้สัญลักษณ์ตัวแปรแสดงแทนความคิดผิดพลาด ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ระยะที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายพอเข้าใจ ขาดความรอบคอบในการเขียนสัญลักษณ์หรือตัวแปร ในระยะที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีความรอบคอบในการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรมากขึ้น มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้พอเข้าใจ ในระยะที่ 3 และระยะที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปร และในช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมาย ชัดเจนเพิ่มมากขึ้น และเมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมาย ชัดเจนเพิ่มขึ้น

2.3.3 ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา พบว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการสรุปคำตอบของปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบของปัญหาได้ สำหรับในช่วงระหว่างเรียน ระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาอย่างเดียว หรือใช้ทั้งตัวเลขและข้อความสั้น ๆ เพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา แต่ในการใช้ตัวเลขและข้อความสั้นๆ สื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน และในระยะที่ 4 ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน ในช่วงหลังเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาเหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน เมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนค่อย ๆ มีพัฒนาการจากไม่สามารใช้ตัวแทนความคิดในการสรุปคำตอบของปัญหาได้ เริ่มสามารถใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสม สื่อความหมายไม่ชัดเจน จนสามารถใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน

อภิปรายผลการวิจัย

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน โดยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียนและระหว่างเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 1 และเมื่อเปรียบเทียบเป็นรายด้านพบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน ระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนไม่แตกต่างกับระหว่างเรียน การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจเป็นเพราะกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้น ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นเสนอปัญหาในชีวิตจริง เป็นการนำเสนอปัญหาในชีวิตจริงที่นักเรียนอาจเคยประสบกับปัญหาเหล่านี้ในชีวิตจริง ซึ่งในขั้นนี้เน้นฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์ทำความเข้าใจปัญหา โดยการให้นักเรียนได้อธิบายถึงความเข้าใจปัญหาจากที่นักเรียนอ่าน ครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบเพื่อฝึกให้นักเรียนแยกแยะได้ว่าอะไรคือสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบหรืออะไรคือสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ รวมทั้งฝึกการใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาจากการให้นักเรียนฝึกใช้การวาดภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหา และใช้การเขียนสัญลักษณ์หรือตัวแปรแทนข้อความในปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นมองปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการฝึกให้นักเรียนระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนอธิบายเหตุผลในการเลือกความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการให้นักเรียนมีโอกาสและมีอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้ และให้เหตุผลของตัวเอง (สสวท, 2545: 195) ทำให้นักเรียนมองเห็นการเชื่อมโยงความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญเพื่อเป็นเหตุผลในการเลือกใช้ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ใน การวิเคราะห์ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นแปลงปัญหาในชีวิตจริงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการฝึกให้นักเรียนนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์เข้ามาเชื่อมโยงกับปัญหา จึงเป็นการฝึกให้นักเรียนใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม จากความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกมาคิดสร้างเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งให้นักเรียนอธิบายให้เหตุผลประกอบการได้มาซึ่งตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนสามารถเลือกกลยุทธ์หรือวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับ ยูน (Yoon, 2011: Abstracts) ที่กล่าวว่าการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์จากกระบวนการ 2 กระบวนการได้แก่ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

และการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริงที่กำหนดให้เป็นการส่งเสริมให้มีการพัฒนาในด้านการแสดงออกทางความคิด ขั้นที่ 4 ขั้นแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการให้นักเรียนฝึกการนำเสนอตัวแทนความคิดจากการใช้สัญลักษณ์ กฎเกณฑ์ ภาษาและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายตัดสินถึงความเหมาะสมในการใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการแก้ปัญหาว่ามีความถูกต้องเหมาะสมหรือไม่ ส่งผลให้นักเรียนมีความรอบคอบในการใช้สัญลักษณ์ กฎเกณฑ์ ภาษาและวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง สื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ขั้นที่ 5 ขั้นสะท้อนคิด เป็นการฝึกให้นักเรียนแปลผลจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่ปัญหาในชีวิตจริง รวมถึงการระบุข้อจำกัดของการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายวิเคราะห์ถึงคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และให้นักเรียนอธิบายถึงข้อจำกัดจากการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา รวมทั้งมีการวิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งการจัดกิจกรรมทั้ง 5 ขั้นนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระดับที่ดีขึ้น

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ตรงกับสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการใช้ปัญหาในชีวิตจริงซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนอาจเคยประสบกับปัญหาเหล่านี้ส่งผลให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะคิดแก้ปัญหา และการที่ผู้วิจัยฝึกให้นักเรียนอธิบายว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างไร เป็นการให้นักเรียนได้สื่อสารแนวความคิดของตัวเองให้ผู้อื่นได้เข้าใจและเป็นการย้ำความเข้าใจของตนเอง ส่งผลให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ดีขึ้น และยังส่งเสริมให้นักเรียนเขียนภาพจากปัญหาเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจปัญหา ใช้การขีดเส้นใต้ในข้อความที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และใช้ตัวแปรแทนในข้อความในปัญหา ส่งผลให้นักเรียนมีการใช้การวาดภาพ ขีดเส้นใต้ข้อความ ใช้ตัวแปรแทนข้อความในการทำความใจปัญหาเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ผู้วิจัยยังสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนโดยการเสริมแรงในการตอบคำถามของนักเรียนทุกครั้ง เน้นย้ำให้นักเรียนแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดและคำตอบของตนเอง ตรวจสอบคำตอบที่ค้นพบ ส่งเสริมการอภิปรายให้นักเรียนแสดงการโต้แย้ง หรือสนับสนุนทางความคิด ซึ่งเหตุผลดังกล่าวจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในระยะแรกๆ นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการสอนในลักษณะนี้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถคิดหรือตอบคำถามได้ ครูต้องให้เวลานักเรียนได้คิด และไม่รีบร้อนในการสรุปคำตอบให้นักเรียน ครูต้องอดทนและพยายามใช้กระบวนการอย่างต่อเนื่อง

2. การสร้างปัญหาในชีวิตจริง ครูควรสร้างตัวละครในปัญหาให้สอดคล้องใกล้เคียงกับความใจของนักเรียน เพื่อสร้างปัญหาให้มีความน่าสนใจ เร้าความสนใจให้นักเรียนมีความอยากแก้ปัญหามากขึ้น

ข้อเสนอแนะสาหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลองทำการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว จึงควรมีการทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เพื่อมีการเปรียบเทียบว่าผลที่ได้เกิดจากการจัดกระทำเพียงอย่างเดียวหรือไม่

2. ควรมีการวิจัยการใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในการพัฒนาต่อตัวแปรอื่น ๆ เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความตระหนักในคุณค่าทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์46, 530-532(มกราคม 2546) 54-58.

กิตติศักดิ์ ใจอ่อน. การพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketcpad. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2550.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพมหานคร : สำนักนายกรัฐมนตรี, 2542.

เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม. การศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญ เขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

ฉัตรศิริ ปิยะพิมลสิทธิ์. เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics)[ออนไลน์]. 2554. แหล่งที่มา: http://www.watpon.com/Elearning/mea5.htm[26 กุมภาพันธ์ 2556]

ชนาธิป พรกุล. การสอนกระบวนการคิดทฤษฎีและการนำไปใช้. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์, 2554.

ทิศนา แขมมณี. การพัฒนากระบวนการคิด. วารสารครุศาสตร์ 20, 2 (ตุลาคม – ธันวาคม 2534) 19-23.

เบญจมาศ ฉิมมาลี. ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนา ความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

พรทิพา โสกัณทัต. การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยกลวิธีที่หลากหลาย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันทรายวิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2552.

พิเชาวน์ องค์อนุรักษ์. บทบาทของครูที่ใช้วิธีการแบบเปิดในการส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2552.

ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์, 2539.

รุ่งทิวา คนการณ์. การใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาหลักสูตรที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2549.

รุ่งทิวา นาบำรุง. วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2550.

วิจัยทางการศึกษา, กอง. สรุปผลการศึกษาศักยภาพของเด็กไทย ระยะที่ 1 พ.ศ. 2543. กรุงเทพมหานคร : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2543.

แวววลี สิริวรจรรยาดี. การเปรียบเทียบการสอนกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับการสอนแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์, 2548.

ศรินธร วิทยะสิรินันท์. ทักษะการคิดในวิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพมหานค: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมนเนจเม้นท์, 2544.

ศิริชัย กาญจนวาสี. รายงานการวิจัยการพัฒนาเครื่องมือวัดและประเมินการคิดของผู้เรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. แผนพัฒนาการศึกษาของกระทรวงศึกษาธิการ ฉบับที่สิบเอ็ด พ.ศ.2555-2559[ออนไลน์]. 2555. แหล่งที่มา: http://www.bps2.moe.go.th/index.php/component/content/article/38-fp-items/288--11-2555-2559[29กันยายน2555]

สุรินทร สวนทอง. ผลของการฝึกสมรรถภาพทางสมองที่มีต่อทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534.

สุวิทย์ มูลคำ. ครบเครื่องเรื่องการคิด. กรุงเทพฯ : ภาพพิมพ์, 2548.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คุรุสภา, 2545.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. บทสรุปรายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2007. กรุงเทพฯ: ส.เอเซียเพรส (1989), 2552.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. การวัดความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์.[ออนไลน์]. 2556. แหล่งที่มา: http://www3.ipst.ac.th/sa/files/document.pdf [26 กุมภาพันธ์ 2556]

สำนักทดสอบทางการศึกษา, กระทรวงศึกษาธิการ. ผลการสอบ O-NET ของสถานศึกษาระดับขั้นพื้นฐาน [ออนไลน์]. 2554. แหล่งที่มา: http://www.niets.or.th [7สิงหาคม2554]

อัมพร ม้าคะนอง. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2553.

ภาษาอังกฤษ

Cai, J. Singaporean student's mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study**.** International Journal of Mathematical Education in Science and Technology[Online]. 2003. Available from: http://dx.doi.org/10.1080/0020739031000159540 1 [2012,July 13]

De Lang, J. Using and Applying Mathematics in Education. In Bishop, A. J. and others (editors). International handbook of mathematics education**.** pp. 49-97. Dordrecht: Kluwer. 1996.

Fraivillig, J. Strategies For Advancing Children's Mathematical Thinking. Teaching Children Mathematics 8, 7(April 2001) : 454-459.

Gravemeijer, K. Mediating Between Concrete and Abstract. In Nunens, T.; and Bryant, P. (editors). 1997. Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective. pp. 315-345. United Kingdom: Biddle. 1997.

Greenwood, J.J. On the Nature of Teaching and Assessing "Mathematical Power" and "Mathematical Thinking", Arithmetic Teacher 41, 3(November 1993) : 144 – 152.

Grigoras, R. Modelling In Environments Without Numbers - A Case Study[online]. 2010. Available from: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg11-17-grigoras.pdf [26 July 2012]

Henderson, P. B. Materials Development in Support of Mathematical Thinking. Indiana: Department of Computer Science and Software Engineering Bulter University, 2002.

Hyde, Au. A., and Hyde, P. R. Mathwise: Teaching Mathematical Thinking and Problem Solving. Portsmouth, NH: Heinemann, 1991.

Jackson, A. L., et al. Mathematics in Action Macmillan. McGraw-Hill School Publishing, 1994.

Kamii, C. Modifying a Board Game to Foster Kindergartners' Logic Mathematical Thinking. Dissertation Abstracts International 20, 6 (2003) : 1538-6619.

Kashei et al. Supporting students mathematical thinking in the learning of two-variable functions through blended learning. Procedia-Social and Behavioral Sciences[Online]. 2012. Available from: http://www.sciencedirect.com [2012, September 21]

Kriegler, S. Just What is Algebraic Thinking[online]. 2004. Available from: http://www.math.ucla.edu/~kriegler/[2012, September 21]

Lutfiyya, A. L. Mathematical thinking of high school students in Nebraska. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology[Online]. 1998. Available from: http://dx.doi.org/10.1080/0020739980290106 [2012,July 12]

Manouchehri. Lecture Notes: Math 461[online]. 2005. Available from: http://www.cst.cmich.edu/users/manoula/461/461.day2.ppt#1 [2012, September 21]

Mason, J., and Stacey, K. Thinking Mathematically. Revised ed. London: Addison Wesley, 1994.

O'Daffer, Ph. G., and Thornquist, Br. A. Critical Thinking, Mathematical Reasoning, and Proof. In Research Ideas for the Classroom High School Mathematics. Wilson, Patricia S., editor. pp. 39-56. New York: Macmillan, 1993.

Organisation For Economic Co-Operation And Development (OECD). Measuring Student Knowledge And Skills A New Framework for Assessment. Paris: OECD Publications, 1999.

Organisation For Economic Co-Operation And Development (OECD. Mathematical problem solving and differences in students' understanding, Learning Mathematics for Life: A perspective from PISA [Online]. 2009. Available from: http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2003/44203966.pdf [2012,July 13]

Organisation For Economic Co-Operation And Development (OECD). PISA 2009 Assessment Framework - Key Competencies in Reading, Mathematics and Science[Online]. 2009. Available from: http://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/pisa2009assessmentframework-keycompetenciesinreadingmathematicsandscience.htm [2012,July 13]

Nation Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles and Standard for School Mathematics. VA: Nation Council of Teachers of Mathematics, 2000.

Reys, R. E. et al. Helping Children Learn Mathematics. Seventh Edition. New York: Wiley & Sons, 2004.

Rickart, C. Structuralism and Mathematical Thinking. In The Nature of Mathematical Thinking. Sternberg, Robert J.; & Ben-Zeev, Talia., editors. pp. 285-300. NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1996

Schielack, et al. Designing Question to Encourage Children's Mathematical Thinking. Teaching Children Mathematics6, 6 (2001) : 398-402.

Shipulina, O. V., and others. Calculus for Beyond School Applications: Mathematizing a Situation Simulated in a Virtual Environment [Online]. 2012. Available from: http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=6402044 [2012, October26]

Stacey, K. WHAT IS MATHEMATICAL THINKING AND WHY IS IT IMPORTANT? [Online]. 2007. Available from: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/ progress_report/symposium/Kaye_Stacey.pdf[2012,July 26]

Sternberg, R. J. What is Mathematical Thinking?. In The Nature of Mathematical Thinking. Sternberg, Robert J.; & Ben-Zeev, Talia., editors. pp. 303-318. NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1996.

Swan, M. and Ridgway, J. Mathematical Thinking CATs. Retrieved April 5[Online]. 2005. Available from: http://www.flagoide.org/extra/download/cat/math/math/ mathw97.doc.2005

Van den Heuvel-Panhuizen, M. Mathematics education in the Netherlands: A guided tour[Online]. 2000. Available from: http://www.fisme.science.uu.nl/en/rme/TOURdef+ref.pdf [2012,July 13]

Van den Heuvel-Panhuizen, M. The Didactical Use of models in Realistic Mathematics Education: an Example from a Longitudinal Trajectory on Percentage. Education Studies in Mathematics, 54: 9-35. Netherland: Kluwer Academic, 2003.

Yoon, C. Modelling the Height of the Antiderivative[online]. 2009. Available from: http://www.merga.net.au/documents/Yoon_RP09.pdf[2012,July 26]

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

1. อ.ดร.พรทิพย์ โรจน์ศิรพิศาล	อาจารย์ประจำคณะศึกษาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
2. ดร.วิมลรัตน์ ศรีสุข	ครู อันดับ คศ.1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม
3. นางวาสนา คงสมมาตร	ครู อันดับ คศ.2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56-**0809**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวแพรไหม สามารถ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาตร์" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.พรทิพย์ โรจน์ศิรพิศาล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.พรทิพย์ โรจน์ศิรพิศาล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56- **0808**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวแพรไหม สามารถ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาตร์" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.วิมลรัตน์ ศรีสุข เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.วิมลรัตน์ ศรีสุข เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56-**0810**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวแพรไหม สามารถ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาตร์" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ นางวาสนา คงสมมาตร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางวาสนา คงสมมาตร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- **0811**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนดอนจานวิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวแพรไหม สามารถ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาตร์" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 608

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนการทดลอง

ตารางที่ 23 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื้อหา	จำนวนคาบที่สอน	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	จำนวนข้อสอบที่ใช้ทดลอง
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5	1	2 (ปัญหาที่ 1,2)
2. ทบกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5		
3. โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	5	1	1 (ปัญหาที่ 3)
4. โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	7	1	2 (ปัญหาที่ 4,5)
รวม	**22**	**3**	**5**

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 1

ตารางที่ 24 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 1

ข้อที่	p	r	วิเคราะห์ข้อสอบ	หมายเหตุ
1	0.45	0.32	นำไปใช้	นำไปใช้
2	0.52	0.29	นำไปใช้	**ตัดทิ้ง**
3	0.42	0.36	นำไปใช้	นำไปใช้
4	0.15	0.07	**ตัดทิ้ง**	**ตัดทิ้ง**
5	0.42	0.22	นำไปใช้	นำไปใช้

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2

ข้อที่	p	r	วิเคราะห์ข้อสอบ	หมายเหตุ
1	0.45	0.32	นำไปใช้	นำไปใช้
2	0.42	0.38	นำไปใช้	นำไปใช้
3	0.41	0.32	นำไปใช้	นำไปใช้

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย มีจำนวน 3 ข้อ แต่ละข้อมีคำถามย่อย 3 ข้อ

2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 90 นาที

3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ห้อง และเลขที่ในแบบวัดฉบับนี้ทุกหน้า

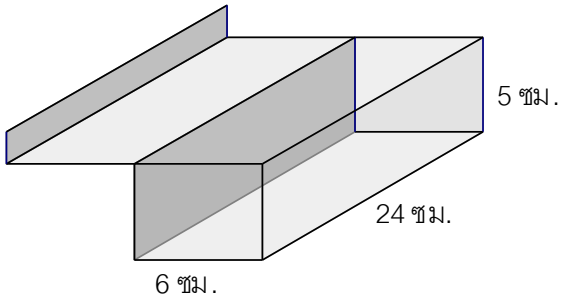
4. แบบวัดฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 18 คะแนน

5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถ

6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

ชื่อ-นามสกุล.....ห้อง.....เลขที่.....

ปัญหาที่ 1 วรินทิพย์จะนำร่มยาว 25 เซนติเมตร ใส่กล่องดังรูปนี้ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด



1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)

.....

.....

1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)

.....

.....

1.3 ถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดเพราะอะไร (R1, C1)

.....

.....

2. ถ้าจะแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแสดงการแก้ปัญหา เพราะเหตุใดจึงเลือกแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ (P2, R2,C2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุผลของคำตอบ (P3, R3, C3)

.....

.....

.....

ชื่อ-นามสกุล.....ห้อง.....เลขที่.....

ปัญหาที่ 2 เปรี้ยวยืมหนังสือนวนิยายจากห้องสมุดมาอ่านช่วงวันหยุดสุดสัปดาห์ โดยวันเสาร์เปรี้ยวอ่านหนังสือได้ $\frac{1}{3}$ ของจำนวนหน้าทั้งหมด วันอาทิตย์อ่านได้ 18 หน้า เวลา 2 วัน อ่านหนังสือได้ครึ่งเล่มพอดี หนังสือเล่มนี้มีกี่หน้า

1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)

.....

.....

1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)

.....

.....

1.3 ถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดเพราะอะไร (R1, C1)

.....

.....

2. ถ้าจะแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแสดงการแก้ปัญหา เพราะเหตุใดจึงเลือกแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ (P2, R2,C2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุผลของคำตอบ (P3, R3, C3)

.....

.....

.....

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน

ตารางที่ 26 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน เรื่อง การนำไปใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื้อหา	**จำนวนคาบที่สอน**	**จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง**	**จำนวนข้อสอบที่ใช้ทดลอง**
1. การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5	2	3 (ปัญหาที่1,2,3)
2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	1	2 (ปัญหาที่4,5)
รวม	8	3	5

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 1

ตารางที่ 27 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2

ข้อที่	p	r	วิเคราะห์ข้อสอบ	หมายเหตุ
1	0.50	0.16	**ตัดทิ้ง**	**ตัดทิ้ง**
2	0.49	0.30	นำไปใช้	นำไปใช้
3	0.42	0.24	นำไปใช้	นำไปใช้
4	0.26	0.33	นำไปใช้	นำไปใช้
5	0.11	0.11	**ตัดทิ้ง**	**ตัดทิ้ง**

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2

ตารางที่ 28 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2

ข้อที่	p	r	วิเคราะห์ข้อสอบ	หมายเหตุ
1	0.51	0.33	นำไปใช้	นำไปใช้
2	0.42	0.23	นำไปใช้	นำไปใช้
3	0.26	0.34	นำไปใช้	นำไปใช้

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน

เรื่อง การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย มีจำนวน 3 ข้อ แต่ละข้อมีคำถามย่อย 3 ข้อ

2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 90 นาที

3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ห้อง และเลขที่ในแบบวัดฉบับนี้ทุกหน้า

4. แบบวัดฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 18 คะแนน

5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถ

6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

ชื่อ-นามสกุล.....ห้อง.....เลขที่.....

ปัญหาที่ 1 ร่องน้ำกว้างประมาณ 8 เมตร ฝั่งร่องน้ำด้านหนึ่งสูงกว่าอีกด้านหนึ่งประมาณ 6 เมตร จะต้องใช้ไม้ยาวเท่าไร จึงสามารถพาดสองฝั่งของร่องน้ำได้พอดี

1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)

.....

.....

1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)

.....

.....

1.3 ถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดเพราะอะไร (R1, C1)

.....

.....

2. ถ้าจะแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแสดงการแก้ปัญหา เพราะเหตุใดจึงเลือกแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ (P2, R2,C2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุผลของคำตอบ (P3, R3, C3)

.....

.....

.....

ชื่อ-นามสกุล.....ห้อง.....เลขที่.....

ปัญหาที่ 2 ในการเดินทางไกลของลูกเสือโรงเรียนดอนจานวิทยาคม นายหมู่ได้รับแผนที่ในการเดินทาง ดังรายละเอียดต่อไปนี้ จากจุดเริ่มต้นเดินทางไปทิศเหนือ 1,000 เมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออกอีก 500 เมตร จากนั้นมุ่งขึ้นทิศเหนือ 200 เมตร และเดินไปทิศตะวันออกอีก 3,000 เมตร แล้ถึงค่ายพักแรมพอดี จากแผนที่เดินทางข้างต้น นักเรียนคิดว่าค่ายพักแรมอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่กิโลเมตร

1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)

.....

.....

1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)

.....

.....

1.3 ถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดเพราะอะไร (R1, C1)

.....

.....

2. ถ้าจะแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแสดงการแก้ปัญหา เพราะเหตุใดจึงเลือกแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ (P2, R2,C2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุผลของคำตอบ (P3, R3, C3)

.....

.....

.....

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน

ตารางที่ 29 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง การนำไปใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการประยุกต์ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื้อหา	**จำนวนคาบที่สอน**	**จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง**	**จำนวนข้อสอบที่ใช้ทดลอง**
1. การนำไปใช้ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5	1	1 (ปัญหาที่1)
2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	1	2 (ปัญหาที่2,3)
3. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	3		
4. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	3	1	2 (ปัญหาที่4,5)
5. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	3		
รวม	17	3	5

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 1

ตารางที่ 30 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2

ข้อที่	p	r	วิเคราะห์ข้อสอบ	หมายเหตุ
1	0.41	0.29	นำไปใช้	นำไปใช้
2	0.42	0.36	นำไปใช้	นำไปใช้
3	0.27	0.20	**ตัดทิ้ง**	**ตัดทิ้ง**
4	0.01	0.03	**ตัดทิ้ง**	**ตัดทิ้ง**
5	0.29	0.39	นำไปใช้	นำไปใช้

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2

ตารางที่ 31 แสดงค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน ทดลองใช้ครั้งที่ 2

ข้อที่	p	r	วิเคราะห์ข้อสอบ	หมายเหตุ
1	0.39	0.33	นำไปใช้	นำไปใช้
2	0.44	0.39	นำไปใช้	นำไปใช้
3	0.28	0.32	นำไปใช้	นำไปใช้

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน

เรื่อง การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย มีจำนวน 3 ข้อ แต่ละข้อมีคำถามย่อย 3 ข้อ
2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 90 นาที
3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ห้อง และเลขที่ในแบบวัดฉบับนี้ทุกหน้า
4. แบบวัดฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 18 คะแนน
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถ
6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

ชื่อ-นามสกุล.....ห้อง.....เลขที่.....

ปัญหาที่ 2 ป๋องวางแผนการอ่านหนังสือเตรียมสอบให้จบภายในหนึ่งสัปดาห์ โดยหนังสือที่ป๋องอ่านมีจำนวนหน้า 420 หน้า ซึ่งป๋องจะอ่านหนังสือเพิ่มจากวันก่อนเป็นจำนวน 10 หน้า อยากทราบว่าในวันแรกป๋องจำเป็นต้องอ่านหนังสือกี่หน้า

1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)

.....

.....

1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)

.....

.....

1.3 ถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดเพราะอะไร (R1, C1)

.....

.....

2. ถ้าจะแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแสดงการแก้ปัญหา เพราะเหตุใดจึงเลือกแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ (P2, R2,C2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุผลของคำตอบ (P3, R3, C3)

.....

.....

.....

ชื่อ-นามสกุล.....ห้อง.....เลขที่.....

ปัญหาที่ 3 ในวันหยุดเสาร์อาทิตย์ เวลา 13 : 00 น. ครอบครัวของบอมออกเดินทางจากบ้านไปพักผ่อนที่เชียงคานโดยต้องขับรถเป็นระยะทางประมาณ 362 กิโลเมตร ถ้าคุณพ่อของบอมขับรถด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 65 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และพี่สาวของบอมขับรถตามมาในเวลา 2 ชั่วโมงต่อมา โดยใช้เส้นทางเดิมที่คุณพ่อขับ และขับรถด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 95 กิโลเมตรต่อชั่วโมง พี่สาวของบอมจะขับรถไปทันคุณพ่อหรือไม่ และใครจะไปถึงบ้านพักก่อนและถึงบ้านพักเมื่อเวลาเท่าไหร่

1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)

.....

.....

1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)

.....

.....

1.3 ถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดเพราะอะไร (R1, C1)

.....

.....

2. ถ้าจะแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแสดงการแก้ปัญหา เพราะเหตุใดจึงเลือกแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ (P2, R2,C2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุผลของคำตอบ (P3, R3, C3)

.....

.....

.....

ตัวอย่างแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์

แนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์

ชื่อนักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์..... ชั้น

วันที่ ..... เดือน ……..... พ.ศ. ..... เวลา ..... น.

เรื่องที่สัมภาษณ์ .....

ประเด็นที่สัมภาษณ์	**บันทึกคำตอบนักเรียน**
ประเด็นที่ 1 แนวคำถามในการทำความเข้าใจปัญหา	
-หลังจากนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนบอกได้ไหมว่า	.....
ปัญหากำหนดอะไรมาให้และปัญหาต้องการหาอะไร	.....
เล่าให้ครูฟังสินักเรียนรู้ได้อย่างไร [P1,C1]	.....
-ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะใช้ความรู้เรื่องใด มาช่วยในการแก้ปัญหา	.....
เพราะอะไรนักเรียนถึงคิดว่าจะใช้ความรู้นี้ [R1, C1]	.....
ประเด็นที่ 2 แนวคำถามในการเลือกใช้กลยุทธ์และอธิบายวิธีการแก้ปัญหา	
-ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา	.....
(ในกรณีที่นักเรียนไม่เขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา) [P2 ,C2]	.....
-ปัญหาข้อนี้นักเรียนมีวิธีคิดแก้ปัญหายังไงคะ[P2 ,C2]	.....
-นักเรียนเล่าให้ครูฟังสิว่า ทำไมนักเรียนเลือก.....นี้แก้ปัญหา	.....
(ในกรณีที่นักเรียนเขียนแสดงการแก้ปัญหา) [R2, C1]	.....
ประเด็นที่ 3 แนวคำถามในการสรุปคำตอบและอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ	
-จากปัญหาคำตอบที่นักเรียนหาได้คือ [P3, C3]	.....
-นักเรียนคิดว่าคำตอบของนักเรียนถูกไหม	.....
เพราะอะไรนักเรียนถึงคิดว่าถูกเล่าให้ครูฟังหน่อยสิ [R3, C3]	.....

ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว **จำนวน 2 คาบ**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 **การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

นางสาวแพรไหม สามารถ ผู้สอน

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระสำคัญ

การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านสาระการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับปัญหาจำนวนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ :

1. ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
2. ให้เหตุผลในการสนับสนุนแนวคิด และโต้แย้งแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล
3. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม
4. เชื่อมโยงแนวคิด หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่างๆได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
4. ทำงานเป็นระบบ

สาระการเรียนรู้

ปัญหา บีโบ้เก็บเงินค่าขนมไว้ได้ทุกๆ สัปดาห์ เพื่อซื้อหนังสือนวนิยายราคา 90 บาท โดยบีโบ้ตั้งใจจะเก็บเงินในสัปดาห์ต่อๆ ไปมากกว่าสัปดาห์ก่อน 1 บาทเสมอ ซึ่งหนังสือนวนิยายจะวางขายประมาณสี่สัปดาห์หน้า จงช่วยบีโบ้คิดว่าสัปดาห์แรกบีโบ้ควรจะเริ่มเก็บเงินเท่าไรจึงจะสามารถซื้อหนังสือนวนิยายได้

วิธีทำ ให้ x คือ จำนวนเงินที่บีโบ้เก็บได้ในสัปดาห์แรก

$x + 1$ คือ จำนวนเงินที่บีโบ้เก็บได้ในสัปดาห์ที่สอง

$x+2$ คือ จำนวนเงินที่บีโบ้เก็บได้ในสัปดาห์ที่สาม

$x+3$ คือ จำนวนเงินที่บีโบ้เก็บได้ในสัปดาห์ที่สี่

บีโบ้เก็บเงินค่าขนมเพื่อซื้อหนังสือนวนิยายราคา 90 บาท โดยหนังสือนวนิยายจะวางขายประมาณสี่สัปดาห์หน้า

จะได้สมการ $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 90$

$$4x + 6 = 90$$

$$4x + 6 + (-6) = 90 + (-6)$$

$$4x = 84$$

$$x = \frac{84}{4}$$

$$x = 21$$

ดังนั้น บีโบ้ต้องเก็บเงินสัปดาห์แรก 21 บาท

พิจารณาความสมเหตุสมผล

เนื่องจาก บีโบ้ต้องเก็บเงินเพิ่มขึ้น 1 บาททุกๆสัปดาห์เป็นเวลา 4 สัปดาห์ให้ได้จำนวนเงิน 90 บาท นั่นคือ $21 + 22 + 23 + 24 = 90$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของปัญหา

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเตรียมความพร้อม

1. ครูทบทวนความรู้เดิมโดยการให้นักเรียนแก้สมการ จากโจทย์สมการต่อไปนี้

1. $3x = 15$
2. $2x + 5 = 9$
3. $\frac{x}{2} - 3 = 7$
4. $3x + 3 = 5x - 5$

2. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับการวางแผนออมเงิน เพื่อซื้อของที่นักเรียนอยากได้ หรือเพื่อเก็บไว้ใช้ในยามที่จำเป็น

ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3. การสอนแก้โจทย์ปัญหา

1. ขั้นเสนอปัญหาในชีวิตจริง

ครูเริ่มด้วยปัญหาที่มีอยู่ในโลกจริงโดยยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา ดังนี้

ปัญหา บีโบ้เก็บเงินค่าขนมไว้ได้ทุกๆ สัปดาห์ เพื่อซื้อหนังสือนวนิยายราคา 90 บาท โดยบีโบ้ตั้งใจจะเก็บเงินในสัปดาห์ต่อๆ ไปมากกว่าสัปดาห์ก่อน 1 บาทเสมอ ซึ่งหนังสือนวนิยายจะวางขายประมาณสี่สัปดาห์หน้า จงช่วยบีโบ้คิดว่าสัปดาห์แรกบีโบ้ควรจะเริ่มเก็บเงินเท่าไรจึงจะสามารถซื้อหนังสือนวนิยายได้

ครูใช้คำถามให้นักเรียนอภิปรายดังนี้

คำถาม ปัญหานี้เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร (ปัญหาการออมเงินเพื่อซื้อหนังสือนวนิยาย)

คำถาม นักเรียนเข้าใจปัญหานี้อย่างไร (ให้นักเรียนอธิบายปัญหาตามความเข้าใจของนักเรียน)

คำถาม นักเรียนคิดว่าปัญหานี้น่าจะเกี่ยวข้องกับเรื่องอะไรในทางคณิตศาสตร์ (การหาผลบวกของจำนวน 4 จำนวน)

2. ขั้นมองปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

✎ ให้นักเรียนการจัดการข้อมูลของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดของคณิตศาสตร์โดยครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนชี้ถึงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูตั้งคำถามดังนี้

คำถาม จากที่นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาแล้วนักเรียนบอกครูได้ไหมว่าว่าเงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง (1. บีโบ้ตั้งใจจะเก็บเงินในสัปดาห์ต่อๆ ไปมากกว่าสัปดาห์ก่อน 1 บาทเสมอ, 2. หนังสือนวนิยายราคา 90 บาท, 3. หนังสือนวนิยายจะวางขายประมาณสี่สัปดาห์หน้า)

คำถาม “ถ้าจะแก้ปัญหานี้นักเรียนจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างมาใช้ในการแก้ปัญหา” (การแก้สมการ, การหาจำนวน 4 จำนวนที่เรียงกันมาบวกกันแล้วให้ได้ผลบวกเป็น90)

คำถาม “เพราะเหตุใดนักเรียนถึงคิดว่าใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนบอกครูสามารถแก้ปัญหาได้” (เพราะโจทย์ต้องการทราบว่าบีโบ้ควรจะเริ่มเก็บเงินเท่าไรจึงจะสามารถซื้อหนังสือนวนิยายได้ ซึ่งยังไม่ทราบค่าของเงินสัปดาห์แรกจึงกำหนดให้เป็นตัวแปรเพื่อสร้างสมการแล้วแก้สมการหาคำตอบ)

3. ขั้นแปลปัญหาโลกจริงเป็นปัญหาคณิตศาสตร์

✎ จากความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาคือสมการ ครูใช้คำถามต่อไปนี้

คำถาม นักเรียนมีวิธีการสร้างสมการได้อย่างไร (นำเงื่อนไขจากโจทย์มาสร้าง)
อย่างไร (เลือกให้ x แทน จำนวนเงินที่บีโบ้เก็บได้ในสัปดาห์แรก)

คำถาม เพราะอะไรนักเรียนถึงเลือกเงื่อนไขนี้ให้เป็นตัวแปร (เพราะในการแก้สมการการกำหนดตัวแปรที่ง่ายที่สุดคือการกำหนดให้สิ่งที่โจทย์ถามเป็นตัวแปร)

คำถาม สร้างสมการได้หรือยัง (ยังค่ะ/ครับ)
ขาดอะไร (เหลือเงื่อนไข บีโบ้ตั้งใจจะเก็บเงินในสัปดาห์ต่อๆ ไปมากกว่าสัปดาห์ก่อน 1 บาทเสมอโดยหนังสือนวนิยายจะวางขายประมาณสี่สัปดาห์หน้า จะได้ x + 1 แทนจำนวนเงินที่บีโบ้เก็บได้ในสัปดาห์ที่สอง,
x + 2 แทนจำนวนเงินที่บีโบ้เก็บได้ในสัปดาห์ที่สอง,
x + 3 แทนจำนวนเงินที่บีโบ้เก็บได้ในสัปดาห์ที่ 3,
หนังสือนวนิยายราคา 90 บาท ดังนั้นได้สมการ $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 90$)

4. ขั้นแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาข้างต้น โดยการให้เวลานักเรียนฝึกแก้ปัญหาก่อน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนนำเสนอวิธีการที่นักเรียนคิด และให้นักเรียนร่วมกันกับครูอภิปรายถึงวิธีการแก้ปัญหาที่ตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอ

$$\text{สมการ } x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 90$$

$$4x + 6 = 90$$

$$4x + 6 + (-6) = 90 + (-6)$$

$$4x = 84$$

$$x = \frac{84}{4}$$

$$x = 21$$

5. ขั้นสะท้อนคิดคำตอบ

จากการแก้สมการ ครูให้นักเรียนสรุปคำตอบจากการแก้สมการดังนี้ (ดังนั้น บีโป้ควรจะเริ่มเก็บเงินในสัปดาห์แรก 21 บาท) จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายในคำถามต่อไปนี้

คำถาม นักเรียนคิดว่าคำตอบของนักเรียนนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ นักเรียนอธิบายให้เพื่อนฟังได้ไหม (เป็นการให้นักเรียนอธิบายถึงความเหมาะสมของผลการแก้ปัญหา)

คำถาม นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ปัญหาของเรายุ่งยาก หรือไม่ เพราะเหตุใด (เป็นการให้นักเรียนพิจารณาตัดสินตัวแบบและข้อจำกัดในการใช้ตัวแบบแก้ปัญหา)

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เรื่อง ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเพื่อเพิ่มความเข้าใจในเรื่องที่เรียน ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยระหว่างทำแบบฝึกหัด

ขั้นสรุปและสะท้อนความคิด

5. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลยุทธ์อื่นๆ ในการแก้ปัญหาและการแก้สมการปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กระทรวงศึกษาธิการ
2. หนังสือคู่มืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ จากสำนักพิมพ์อื่นๆ
3. ใบกิจกรรม

การวัดและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล

1.1 สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างเรียน

1.2 สังเกตการตอบคำถามและร่วมกิจกรรมของนักเรียน

1.3 ตรวจใบกิจกรรมที่ 1

2. เครื่องมือวัดและประเมินผล

2.1 แบบสังเกตพฤติกรรมนักเรียน

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน :.....

.....

.....

ปัญหา : .....

.....

.....

แนวทางการแก้ปัญหา/ข้อเสนอแนะ:.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 4

เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

บีโบ้เก็บเงินค่าขนมไว้ได้ทุกๆ สัปดาห์ เพื่อซื้อหนังสือนวนิยาย ราคา 90 บาท โดยบีโบ้ตั้งใจจะเก็บเงินในสัปดาห์ต่อๆ ไป มากกว่าสัปดาห์ก่อน 1 บาทเสมอ ซึ่งหนังสือนวนิยายจะวางขายประมาณสี่สัปดาห์หน้า จงช่วยบีโบ้คิดว่าสัปดาห์แรกบีโบ้ควรจะเริ่มเก็บเงินเท่าไรจึงจะสามารถซื้อหนังสือนวนิยายได้

1. ขั้นเสนอปัญหาในชีวิตจริง

คำถาม : นักเรียนเข้าใจปัญหานี้อย่างไร

.....

คำตอบ : ให้นักเรียนเขียนอธิบายปัญหาตามความเข้าใจของนักเรียน

.....

คำถาม : จงระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดมาให้และปัญหาต้องการทราบ (นักเรียนจะใช้วิธีการเขียนข้อความ วาดภาพ ขีดเส้นใต้หรือวงกลมข้อความก็ได้)

.....

คำตอบ : ให้นักเรียนระบุสิ่งปัญหากำหนดและปัญหาต้องการทราบ

.....

2. ขั้นมองปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

คำถาม : จากปัญหานักเรียนจะใช้ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดในการแก้ปัญหา เพราะเหตุใดจึงเลือกความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์นี้

.....

คำตอบ : นักเรียนระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบการเลือกความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เลือก

.....

3. ขั้นแปลงปัญหาในชีวิตจริงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำถาม : จากความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกในการแก้ปัญหา นักเรียนจะนำมาใช้แก้ปัญหานี้อย่างไร เพราะเหตุใด

.....

คำตอบ : นักเรียนอธิบายแนวคิดการเลือกใช้กลยุทธ์ พร้อมทั้งให้เหตุผล

.....

.....

.....

4. ขั้นแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นนี้ให้นักเรียนแก้ปัญหาจากวิธีการหรือกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ขั้นสะท้อนคิด

คำถาม : จากการแก้ปัญหา นักเรียนจะสรุปคำตอบว่าอย่างไร

.....

คำตอบ : นักเรียนสรุปคำตอบที่ตนเองค้นพบ

.....

คำถาม : นักเรียนคิดว่าคำตอบของนักเรียนสมเหตุสมผลหรือไม่ นักเรียนจะแสดงถึง

ความสมเหตุสมผลของคำตอบอย่างไร

.....

คำตอบ : นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบโดยการตรวจสอบคำตอบ

.....

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวแพรไหม สามารถ เกิดวันที่ 16 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2528 ที่อำเภอสมเด็จ จังหวัดกาฬสินธุ์ สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีศึกษาศาสตรบัณฑิต จากมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ในปีการศึกษา 2551 เข้ารับราชการครูเมื่อ พ.ศ. 2552 ที่โรงเรียนดอนจานวิทยาคม อ.ดอนจาน จ.กาฬสินธุ์ เข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2554