บทที่ 3

แบบจำลองของเกมและค่าของเกม

3.1 เกมของโครงข่าย

วิทยานิพนธ์นี้พิจารณาการส่งข้อมูลภายในโครงข่ายให้มีลักษณะเป็นเกมการแข่งขันระหว่างผู้เล่นสองคน โดยกำหนดให้ผู้เล่นคนแรกคือเราเตอร์ซึ่งมีหน้าที่ในการเลือกเส้นทางที่ใช้สำหรับส่งข้อมูลเพื่อให้ได้ปริมาณความจุที่มากที่สุด ในขณะที่ผู้เล่นคนที่สองคือผู้ทำลายซึ่งจะพยายามทำลายโครงข่าย เพื่อให้ปริมาณความจุที่เราเตอร์ได้รับมีค่าน้อยที่สุด โดยมีเงื่อนไขในการเล่นเกมดังนี้

1. ค่าต้นทุนในการเลือกเส้นทางผ่านข่ายเชื่อมโยงในที่นี้จะขึ้นกับค่าความจุของข่ายเชื่อมโยงเป็นหลัก
2. ค่าความจุนั้นมีค่าคงที่สำหรับข่ายเชื่อมโยงแต่ละอัน
3. เราเตอร์ใช้วิธีการส่งข้อมูลหลายวิถี (multi-path stochastic routing) และเลือกส่งในเส้นทางต่าง ๆ แบบสุ่มเพื่อหลบหลีกการโจมตีจากผู้ทำลาย

ในการหาผลเฉลยของเกม จะพิจารณาแผนการเล่นเกมแบบผสมที่เราเตอร์สามารถเลือกเส้นทางมากกว่า 1 เส้นทางตามความน่าจะเป็นในการเลือกเส้นทาง ในทำนองเดียวกันผู้ทำลายจะสามารถเลือกทำลายข่ายเชื่อมโยงได้มากกว่า 1 ข่ายเชื่อมโยง โดยจะขึ้นกับความน่าจะเป็นในการเลือกแผนการทำลายข่ายเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ ของผู้ทำลาย ว่าจะเลือกลักษณะรูปแบบความเสียหายแบบใดมาพิจารณา โดยจากทฤษฎีขีดต่ำสุดของขั้นสูงซึ่งแสดงให้เห็นว่าจะมีอย่างน้อย 1 ชุดของความน่าจะเป็นหรือก็คือ 1 ชุดของแผนการเล่นแบบผสม ที่ผู้เล่นทั้งสองคนพอใจในผลลัพธ์ของเกมซึ่งออกมาในลักษณะที่ไม่มีฝ่ายหนึ่งฝ่ายใดได้เปรียบเมื่ออีกฝ่ายคิดที่จะเปลี่ยนความน่าจะเป็นของแผนการเล่น ชุดของความน่าจะเป็นของแผนการเล่นนี้คือแผนการผสมในการสมดุลของแนช (mixed strategy Nash equilibrium)

3.2 สัญลักษณ์พื้นฐาน

สัญลักษณ์พื้นฐานที่ใช้ในวิทยานิพนธ์จะมีดังต่อไปนี้

I : แทนจำนวนของข่ายเชื่อมโยงที่มีทั้งหมด

J : แทนจำนวนรูปแบบทั้งหมดของการทำลายข่ายเชื่อมโยง

K : แทนจำนวนรูปแบบทั้งหมดของการเลือกเส้นทาง

M : แทนจำนวนของคู่โหนดที่ต้องการส่งข้อมูลทั้งหมด

i : แทนหมายเลขของข่ายเชื่อมโยง

j : แทนหมายเลขของกรณีความเสียหาย

k : แทนหมายเลขของเส้นทาง

m : แทนหมายเลขของคู่โหนดที่ต้องการส่งข้อมูล
h_k : แทนค่าความน่าจะเป็นในการเลือกเส้นทาง k ในการส่งข้อมูล
q_j : แทนค่าความน่าจะเป็นในการเกิดความเสียหายแบบ j
Q_j : แทนเซตของข่ายเชื่อมโยงที่ถูกทำลายเมื่อโครงข่ายเกิดความเสียหายแบบ j
$L(k)$: แทนเซตของข่ายเชื่อมโยงบนเส้นทาง k
$P(m)$: แทนเซตของเส้นทางทั้งหมดที่ถูกเลือกใช้ สำหรับคู่โหนด m ที่ต้องการส่งข้อมูล
C_i : ค่าความจุของข่ายเชื่อมโยง i
$C_{i,j}$: ค่าความจุของข่ายเชื่อมโยง i เมื่อโครงข่ายเกิดความเสียหายแบบ j
R_k: ค่าความจุของเส้นทาง k
$R_{k,j}$: ค่าความจุของเส้นทาง k เมื่อโครงข่ายเกิดความเสียหายแบบ j
x_k : ตัวแปรช่วย
y_j : ตัวแปรช่วย
n : แทนรอบของการเล่นเกม

3.3 ตัวชี้วัดประสิทธิภาพการส่งข้อมูลภายใต้ความไม่แน่นอนของข่ายเชื่อมโยงที่เสนอ

กำหนดให้โครงข่ายประกอบไปด้วยเซตของโหนด และเซตของข่ายเชื่อมโยง โดยในเบื้องต้นจะพิจารณากรณีที่มีโหนดต้นทางและปลายทางเพียง 1 คู่เท่านั้น และเมื่อข่ายเชื่อมโยงถูกทำลายจะถือว่าข่ายเชื่อมโยงนั้นไม่สามารถส่งข้อมูลได้ (complete failure) หรือมีความจุขนาด 0 หน่วยดังแสดงในสมการ

$$C_{i,j} = \begin{cases} 0, & i \in Q_j \\ C_i, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3.1}$$

การวิเคราะห์ในวิทยานิพนธ์นี้จะกำหนดให้เมื่อข่ายเชื่อมโยงเกิดความเสียหาย ค่าความจุที่ข่ายเชื่อมโยงนั้นสามารถรองรับได้จะมีค่าเป็น 0 อย่างไรก็ตาม การกำหนดค่าผลกระทบจากความเสียหาย สามารถที่จะกำหนดให้ลดลงเป็นค่าที่ขึ้นกับปริมาณทราฟฟิกหรือมีค่าไม่เป็น 0 ได้ด้วยเช่นกัน เมื่อข่ายเชื่อมโยงหนึ่งบนเส้นทางการส่งข้อมูลเกิดความเสียหายขึ้นจะทำให้เส้นทางนั้นไม่สามารถส่งข้อมูลได้ และความจุของเส้นทางนั้นจะมีค่าเป็น 0 ในกรณีที่ข่ายเชื่อมโยงบนเส้นทางการส่งข้อมูลไม่ได้เกิดความเสียหาย ความจุของเส้นทางนั้นจะมีขนาดเป็นค่าความจุของข่ายเชื่อมโยงที่เป็นคอขวด (bottleneck) ซึ่งจะอธิบายได้ดังสมการ

$$R_k = \min_{i \in L(k)} C_i \tag{3.2}$$

และในกรณีที่เส้นทางการส่งข้อมูลได้รับผลกระทบจากความเสียหายในกรณีความเสียหายแบบที่ j จะแสดงได้ด้วยสมการ

$$R_{k,j} = \min_{i \in L(k)} C_{i,j} \tag{3.3}$$

จะเห็นได้ว่า ลักษณะของความเสียหายกรณีความเสียหายแบบที่ j สามารถที่จะนิยามเป็นความเสียหายของข่ายเชื่อมโยงเดียว หรือกลุ่มของข่ายเชื่อมโยงได้ โดยไม่จำกัดเพียงความเสียหายเพียงข่ายเชื่อมโยงเดียว ซึ่งจะสามารถนำไปใช้ช่วยในการแก้ปัญหาของความเสียหายของข่ายเชื่อมโยงหรือจุดเชื่อมโยงพร้อมกัน รวมทั้งกรณีการวิเคราะห์ลักษณะการเกิดความเสียหายของระบบโครงข่ายหลายชั้น ซึ่งจะนำเสนอในการวิเคราะห์ต่อไป อย่างไรก็ตามเพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาผลกระทบจากความเสียหายลักษณะต่าง ๆ เราสามารถเขียนค่าที่ได้จากเกมในแต่ละลักษณะของความเสียหาย ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ที่แทนตารางผลรับที่เกิดจากการแข่งขันของผู้เล่นแถว ซึ่งในที่นี้เป็นเราเตอร์และผู้เล่นหลักซึ่งเป็นผู้ทำลายได้ดังนี้

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & \dots & R_{1,J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{K,1} & \dots & R_{K,J} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

ในขณะเดียวกันเราสามารถเขียนแผนการเล่นของเราเตอร์ h_k และแผนการเล่นของผู้ทำลาย q_j ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\mathbf{H}^T = [h_1, \dots, h_K] \tag{3.5}$$

$$\mathbf{Q}^T = [q_1, \dots, q_J] \tag{3.6}$$

ค่าของเกมหรือปริมาณความจุสูงสุดโดยเฉลี่ยที่สามารถส่งได้เมื่อเกิดความเสียหายของข่ายเชื่อมโยงในลักษณะสุ่มอย่างร้ายแรงที่สุด เป็นค่าดัชนีที่ใช้ชี้วัดสมรรถนะของระบบโดยเฉลี่ยในระยะยาวซึ่งในที่นี้จะนิยามใหม่โดยใช้ชื่อว่า ค่าคาดหมายของความจุที่พึงได้ (expected achievable capacity, EAC) ซึ่งนิยามโดยสมการ

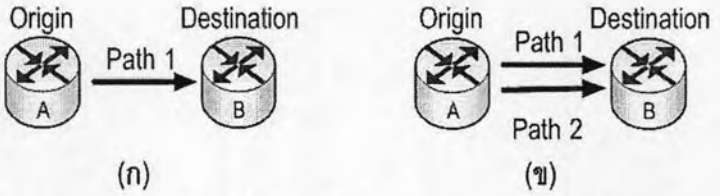
$$EAC = \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{J} h_k q_j \min_{i \in L(k)} C_{i,j} \tag{3.7}$$

$$EAC = \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{J} h_k q_j R_{k,j} \tag{3.8}$$

หรือเขียนในรูปเมทริกซ์เป็น

$$EAC = \mathbf{H}^T \mathbf{R} \mathbf{Q} \tag{3.9}$$

ค่า EAC เป็นค่าปริมาณความจุที่คู่โหนดในระบบโครงข่ายจะได้รับมากที่สุดโดยเฉลี่ย ณ ช่วงเวลาขณะที่ระบบเกิดความเสียหาย ซึ่งเป็นช่วงเวลาก่อนที่ระบบโครงข่ายจะสามารถรับรู้ถึงสภาพความเสียหายและทำการปรับตัวเพื่อจัดการกับความเสียหายนั้นอย่างมีประสิทธิภาพ และเนื่องจากในที่นี้เราพิจารณาความเสียหายที่เกิดขึ้นอย่างสุ่ม ค่า EAC จะมีความหมายก็ต่อเมื่อระยะเวลาที่พิจารณาจะต้องเป็นระยะเวลาที่ยาวนานพอที่ระบบจะมีการเกิดลักษณะความเสียหายเป็นจำนวนมาก ดังนั้นระบบโครงข่ายที่มีความเหมาะสมที่จะสามารถนำมาวิเคราะห์ถึงความน่าเชื่อถือโดยการใช้ดัชนีตัวชี้วัดด้วยค่า EAC นั้นควรที่จะเป็นระบบโครงข่ายที่มักจะเกิดความเสียหายของอุปกรณ์บ่อยครั้งหรือเป็นระบบโครงข่ายที่อาจจะต้องทำการปิดซ่อมบำรุงอุปกรณ์อย่างสม่ำเสมอ



รูปที่ 3.1 ระบบโครงข่ายที่มีเส้นทางเดียวและสองเส้นทางในการส่งข้อมูล

เพื่อให้เห็นถึงความสำคัญของค่า EAC ในการชี้วัดความเชื่อถือได้ของระบบโครงข่าย พิจารณากรณีทดสอบตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 3.1 กำหนดให้ระบบโครงข่าย 3.1 (ก) มีเส้นทางในการส่งข้อมูลเส้นทางเดียว เมื่อทำการหาค่า EAC ของระบบโครงข่าย 3.1 (ก) จะได้ว่าค่า EAC มีค่าเป็น 0 หน่วย ซึ่งระบุว่าระบบโครงข่ายนี้ไม่มีความทนทานต่อความเสียหาย เนื่องจากการที่ระบบโครงข่ายมีเส้นทางในการส่งข้อมูลเพียงเส้นทางเดียว ดังนั้นเมื่อเกิดความเสียหายของเส้นทางขึ้น เราเตอร์ต้นทางก็จะไม่สามารถส่งข้อมูลได้เลย ไม่ว่าขนาดความจุของเส้นทางนั้นจะมีมากเท่าใดก็ตาม ดังนั้นเพื่อที่จะให้ระบบโครงข่ายมีความทนทานต่อความเสียหายที่ดีขึ้น ระบบโครงข่ายจึงควรที่จะทำการเพิ่มเส้นทางสำรองเพื่อให้มีความสามารถในการส่งข้อมูลเพื่อหลบหลีกความเสียหายได้ พิจารณาระบบโครงข่าย 3.1 (ข) ที่มีเส้นทางส่งข้อมูลไปยังปลายทางได้สองเส้นทาง เมื่อพิจารณาถึงค่า EAC ที่ระบบโครงข่าย 3.1 (ข) ได้รับจะได้ว่าค่า EAC จะมีค่าที่มากกว่า 0 ซึ่งระบุว่าระบบโครงข่ายนี้มีความทนทานต่อความเสียหายของเส้นทาง 1 เส้นทาง จะเห็นได้ว่าระบบโครงข่ายที่มีค่า EAC มาก ก็จะมีความสามารถในการส่งข้อมูลได้เป็นปริมาณมากและมีความทนทานต่อความเสียหายของข่ายเชื่อมโยงที่สูงกว่าระบบโครงข่ายที่มีค่า EAC ที่น้อย เราสามารถนำค่า EAC มาใช้เป็นดัชนีตัวชี้วัดความทนทานของระบบโครงข่าย ต่อความเสียหายในรูปแบบร้ายแรงที่สุดของอุปกรณ์โครงข่ายได้ เพื่อที่จะช่วยในการวิเคราะห์หาข่ายเชื่อมโยงที่เหมาะสมในการปรับปรุงคุณภาพของระบบโครงข่าย ดังแสดงในหัวข้อที่ 4.3