

การวิเคราะห์อุณหภูมิของโครงสร้างหล่อเย็นด้วยการพาความร้อน
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



นายสุทธิคมน์ พันธิมากรกิจ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2551
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

THERMAL ANALYSIS OF CONVECTIVELY-COOLED STRUCTURE
BY FINITE ELEMENT METHOD

Mr. Sutikom Puntimakornkij

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2008
Copyright of Chulalongkorn University

511281

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การวิเคราะห์อุณหภูมิของโครงสร้างหล่อเย็นด้วยการพา
ความร้อนโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

โดย

นายสุทธิกมล พันธิมากรกิจ

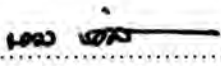
สาขาวิชา

วิศวกรรมเครื่องกล

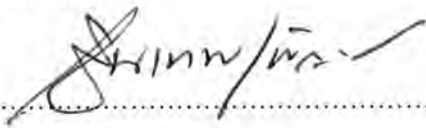
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

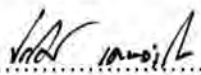
ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยรับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

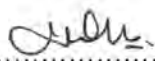

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(อาจารย์ ชินเทพ เพ็ญชาติ)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.กฤษณี มณีรัตน์)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์)

สุทธิคมน์ พันธิมากรกิจ : การวิเคราะห์อุณหภูมิของโครงสร้างหล่อเย็นด้วยการพาความร้อน โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. (THERMAL ANALYSIS OF CONVECTIVELY-COOLED STRUCTURE BY FINITE ELEMENT METHOD) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ศ. ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 168 หน้า.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์อุณหภูมิของโครงสร้างหล่อเย็นด้วยการพาความร้อนภายใต้สถานะอยู่ตัวและชั่วคราว โดยปัญหาถูกวิเคราะห์อยู่ในรูปของการถ่ายเทความร้อนแบบสองมิติในของแข็งและการถ่ายเทความร้อนแบบหนึ่งมิติในของไหลตามแนวความยาวท่อ การถ่ายเทความร้อนระหว่างของแข็งกับของไหลอยู่ในรูปของการพาความร้อน โดยทำการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้นไปพร้อม ๆ กัน

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อถูกนำมาใช้ปรับปรุงผลการทำนายผลกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้น ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อนี้ได้นำฟังก์ชันการประมาณแบบกำลังสองมาใช้ในการสมมุติลักษณะกระจายตัวของอุณหภูมิภายในเอลิเมนต์ ซึ่งทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความแม่นยำสูงโดยไม่จำเป็นต้องสร้างจุดต่อจริงเพิ่มลงไป และเพื่อให้ผลเฉลยที่ได้มีความถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้น รวมไปถึงลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณและหน่วยความจำคอมพิวเตอร์ จึงได้ประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติเข้ากับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อ โดยอาศัยหลักการสร้างเอลิเมนต์ขนาดเล็กในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของความชันของผลลัพธ์สูงและสร้างเอลิเมนต์ขนาดใหญ่ในบริเวณอื่น ๆ

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นทำได้โดยการนำผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ไปเปรียบเทียบกับปัญหาที่มีผลเฉลยแม่นยำตรงหรือผลการทดลองพบว่าระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ สามารถให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำสูงกว่าการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดา

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล
สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา.....2551

ลายมือชื่อนิสิต.....สุทธิคมน์ พันธิมากรกิจ
ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....พร.มอ.
ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม.....-

4870628521 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEYWORDS : NODELESS VARIABLE FINITE ELEMENT /
CONVECTIVELY-COOLED STRUCTURE / ADAPTIVE MESH

SUTIKOM PUNTIMAKORNKIJ : THERMAL ANALYSIS OF
CONVECTIVELY-COOLED STRUCTURE BY FINITE ELEMENT
METHOD. ADVISOR : PROF. PRAMOTE DECHAUMPHAI, 168 pp.

In this thesis, a finite element method for solving steady-state and transient thermal analyses for convectively-cooled solids problems is presented. Two-dimensional heat transfer in solid and one-dimensional heat transfer of fluid flow in a channel with convection heat transfer between them are analyzed simultaneously.

The nodeless variable finite element is employed to improve the predicted temperature distribution. The nodeless variable finite element uses the quadratic interpolation functions to describe the temperature distribution over the element to provide higher solution accuracy without requiring actual nodes. The adaptive meshing technique is combined with the nodeless variable finite element method to improve the solution accuracy and reduce the computational time as well as the computer memory. The adaptive meshing technique places small elements in the regions of large change in solution gradients, and at same time, the larger elements are generated in the other regions.

A corresponding finite element computer program is developed and verified by using examples that have exact solutions or experiment solutions. The effectiveness of the adaptive nodeless variable finite element method is illustrated by examples to provide higher solution accuracy as compared to the conventional finite element technique.

Department : Mechanical Engineering

Field of Study : Mechanical Engineering

Academic Year : 2008

Student's Signature Sutikom Puntimakornkij

Advisor's Signature P. Dechaumphai

Co-Advisor's Signature -

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เฉชะอำไพ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้ความรู้และคำแนะนำ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี นอกจากนี้ยังให้ข้อคิดและประสบการณ์ในการดำรงชีวิตในอนาคต

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ชินเทพ เพ็ญชาติ ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ ดร.กฤษณี มณีรัตน์และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์ กรรมการ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นในการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอขอบคุณ อาจารย์ ดร.นิพนธ์ วรรณโสภากย์ พี่พัชรี ชีระเอก พี่สุธี ไตรวิวัฒนา พี่อิทธิพงษ์ มาลาทิพย์ พี่ปริญา บัญมาเลิศและน้องพิชฌันทร์ โพธิคุณ สำหรับคำแนะนำและความช่วยเหลือต่าง ๆ ตลอดเวลาในการทำงานวิจัยนี้

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา รวมไปถึงพี่สาวและน้องสาว ที่เป็นกำลังใจและคอยสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด อนึ่งประโยชน์และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้ขอมอบเป็นกตัญญูตาบูชาแด่บิดามารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ด
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 ผลงานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้อง.....	2
1.3 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	4
1.4 ขั้นตอนดำเนินงานและขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	5
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	5
บทที่ 2 สมการเชิงอนุพันธ์.....	6
2.1 สมการอนุพันธ์พลังงาน.....	6
2.2 บทสรุป.....	22
บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	13
3.1 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	13
3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อ.....	16
3.2.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์หนึ่งมิติตัวแปรไร้จุดต่อ.....	16
3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สองมิติตัวแปรไร้จุดต่อ.....	18
3.3 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อสำหรับปัญหาการถ่ายเทความร้อน.....	20
3.2.1 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในของไหล.....	20
3.2.2 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในของแข็ง.....	24
3.4 การแก้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราว.....	29
3.5 บทสรุป.....	32

บทที่ 4	ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิเคราะห์ห่อหุ้ม	
	ของโครงสร้างหล่อเย็นด้วยการพาความร้อน	33
4.1	ขั้นตอนการคำนวณ	33
4.2	รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	35
4.3	รายละเอียดของไฟล์ข้อมูลนำเข้า	35
4.4	บทสรุป	44
บทที่ 5	การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม	45
5.1	ปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อ	45
5.2	ปัญหาการไหลรวมของของไหลแบบหนึ่งมิติ	49
5.3	ปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อภายใต้สถานะชั่วครู่	53
5.4	ปัญหาแผ่นโลหะผลิตความร้อนได้เอง	56
5.5	ปัญหาการนำความร้อนในของแข็งภายใต้สถานะชั่วครู่	59
5.6	ปัญหาการหล่อเย็นของแข็งที่ได้รับพลังความร้อนตลอดขอบบน	63
5.7	ปัญหาการวิเคราะห์อุปกรณ์กักเก็บความร้อน	67
5.8	บทสรุป	71
บทที่ 6	เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	72
6.1	หลักการของเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	72
6.2	โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการหาขนาดของเอลิเมนต์ที่เหมาะสม	80
6.2.1	ขั้นตอนการคำนวณ	80
6.2.2	รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	81
6.2.3	รายละเอียดของไฟล์ข้อมูลนำเข้า	81
6.3	โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการสร้างเอลิเมนต์	86
6.4	การประยุกต์โปรแกรม Nodeless FE กับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	87
6.5	บทสรุป	89
บทที่ 7	ตัวอย่างปัญหาการใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	90
7.1	ปัญหาแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับพลังความร้อนที่ผิว	90
7.2	ปัญหาแผ่นโลหะที่ได้รับพลังความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	95
7.3	ปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับพลังความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	101

	หน้า
7.4 บทสรุป.....	107
บทที่ 8 บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ	108
8.1 บทสรุป.....	108
8.2 ปัญหาที่พบในขณะที่ทำวิทยานิพนธ์.....	109
8.3 ข้อเสนอแนะ.....	109
รายการอ้างอิง.....	111
ภาคผนวก.....	114
ภาคผนวก ก รายละเอียดของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์.....	115
ภาคผนวก ข รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ Nodeless FE.....	124
ภาคผนวก ค รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ Adaptive.....	151
ภาคผนวก ง งานวิจัยที่ได้ตีพิมพ์ในการประชุมเครือข่าย วิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 22.....	162
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	168

สารบัญตาราง

		หน้า
ตารางที่ 5.1	การเปรียบเทียบอุณหภูมิของของไหล สำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อ	47
ตารางที่ 5.2	การเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ย สำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อภายใต้สถานะชั่วครู่.....	55
ตารางที่ 5.3	การเปรียบเทียบอุณหภูมิเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรง สำหรับปัญหาการนำความร้อนในของแข็งภายใต้สถานะชั่วครู่.....	62
ตารางที่ 5.4	ค่าความจุความร้อนจำเพาะ c_p สำหรับปัญหาอุปกรณ์กักเก็บความร้อน เมื่อ $Bi = 1$ และ $Bi = 3$ ในช่วง G^+ / V^+ ตั้งแต่ 0.2 ถึง 10	70
ตารางที่ 7.1	อุณหภูมิสูงสุดและเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดจากการใช้เอลิเมนต์ ในรูปที่ 7.13 สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่น โลหะที่ได้รับฟลักซ์ ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	100
ตารางที่ 7.2	อุณหภูมิสูงสุดจากการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดาและตัวแปรไร้ จุดต่อร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติในรูปที่ 7.16 สำหรับ ปัญหาการหล่อเย็นแผ่น โลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	103
ตารางที่ 7.3	อุณหภูมิสูงสุดจากการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบในรูปที่ 7.18 ด้วยโปรแกรม Nastran สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่น โลหะที่ได้ รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	105

สารบัญญภาพ

		หน้า
รูปที่ 1.1	ภาพตัวอย่างแสดงการใช้เอลิเมนต์ในของแข็งและของไหล.....	2
รูปที่ 2.1	งานที่เกิดขึ้นและปริมาณฟลักซ์ในทิศทางแกน x ที่ไหลผ่านก้อนมวล ซึ่งเคลื่อนที่ไปกับของไหล.....	8
รูปที่ 3.1	ภาพตัวอย่างการใช้เอลิเมนต์ในของแข็งและของไหล.....	13
รูปที่ 3.2	การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาเป็นเอลิเมนต์.....	14
รูปที่ 3.3	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์.....	14
รูปที่ 3.4	ลักษณะการกระจายตัวของผลเฉลยโดยประมาณ บนเอลิเมนต์หนึ่งมิติทั่วไปและตัวแปรไร้จุดต่อ.....	17
	(ก) เอลิเมนต์ทั่วไป	
	(ข) เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อ	
รูปที่ 3.5	ลักษณะการกระจายตัวของผลเฉลยโดยประมาณที่ตำแหน่งจุดต่อ.....	18
รูปที่ 3.6	ลักษณะการกระจายตัวของผลเฉลยโดยประมาณที่ตำแหน่งไร้จุดต่อ.....	18
รูปที่ 3.7	ลักษณะการกระจายตัวของผลเฉลยโดยประมาณรวม.....	18
รูปที่ 3.8	เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อแบบหนึ่งมิติ.....	20
รูปที่ 3.9	เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อแบบสองมิติ.....	24
รูปที่ 3.10	โดเมนและเงื่อนไขขอบเขตของการถ่ายเทความร้อน.....	27
รูปที่ 3.11	การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อใด ๆ กับเวลา.....	30
รูปที่ 4.1	ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม Nodeless FE.....	36
รูปที่ 4.2	ลักษณะการวางตัวของจุดต่อระหว่างเอลิเมนต์ของของไหล และของแข็งที่มีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อน.....	41
รูปที่ 4.3	ตัวอย่างปัญหาในการสร้างไฟล์ข้อมูลนำเข้า.....	42
รูปที่ 5.1	ลักษณะปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อ.....	45
รูปที่ 5.2	แบบไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อ.....	46
รูปที่ 5.3	อุณหภูมิของไหลสำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อ เมื่อ $u = 1$	46
รูปที่ 5.4	อุณหภูมิของไหลสำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อ เมื่อ $u = 3$ ด้วยเอลิเมนต์ 4 เอลิเมนต์.....	47
รูปที่ 5.5	อุณหภูมิของไหลสำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อ เมื่อ $u = 3$ ด้วยเอลิเมนต์ 8 เอลิเมนต์.....	48

รูปที่ 5.6	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ยจากการใช้จำนวนอิเล็กเมนต์ต่าง ๆ สำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อ เมื่อ $u = 3$	48
รูปที่ 5.7	ลักษณะปัญหาการไหลรวมของของไหลแบบหนึ่งมิติ	49
รูปที่ 5.8	แบบไฟไนต์อิเล็กเมนต์สำหรับปัญหาการไหลรวมของของไหลแบบหนึ่งมิติ	50
รูปที่ 5.9	อุณหภูมิของไหลภายในท่อสำหรับปัญหาการไหลรวมของของไหลแบบหนึ่งมิติ เมื่อ $m_1 = 2$ และ $m_2 = 1$	51
รูปที่ 5.10	อุณหภูมิของไหลภายในท่อสำหรับปัญหาการไหลรวมของของไหลแบบหนึ่งมิติ เมื่อ $m_1 = 4$ และ $m_2 = 2$	52
รูปที่ 5.11	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ยจากการใช้จำนวนอิเล็กเมนต์ต่าง ๆ สำหรับปัญหาการไหลรวมของของไหลแบบหนึ่งมิติ เมื่อ $m_1 = 4$ และ $m_2 = 2$	52
รูปที่ 5.12	ลักษณะปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อภายใต้สถานะชั่วครู่	53
รูปที่ 5.13	อุณหภูมิของไหลที่ตำแหน่งทางเข้าสำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อภายใต้สถานะชั่วครู่	53
รูปที่ 5.14	อุณหภูมิของไหลภายในท่อสำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อภายใต้สถานะชั่วครู่ ที่เวลาต่าง ๆ	54
รูปที่ 5.15	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ยจากการใช้จำนวนอิเล็กเมนต์ต่าง ๆ สำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติภายในท่อภายใต้สถานะชั่วครู่ เมื่อ $t = 0.5$	55
รูปที่ 5.16	ลักษณะปัญหาแผ่นโลหะที่ผลิตความร้อนได้เอง	56
รูปที่ 5.17	แบบไฟไนต์อิเล็กเมนต์ 20×20 อิเล็กเมนต์ 441 จุดต่อสำหรับปัญหาแผ่นโลหะผลิตความร้อนได้เอง	57
รูปที่ 5.18	เส้นชั้นอุณหภูมิสำหรับปัญหาแผ่นโลหะผลิตความร้อนได้เอง (ก) เส้นชั้นอุณหภูมิในสองมิติ (ข) เส้นชั้นอุณหภูมิในสามมิติ	57
รูปที่ 5.19	การกระจายตัวของอุณหภูมิตลอดแนวทแยงมุมสำหรับปัญหาแผ่นโลหะผลิตความร้อนได้เอง	58
รูปที่ 5.20	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดตามแนวทแยงมุมสำหรับปัญหาแผ่นโลหะผลิตความร้อนได้เอง	58
รูปที่ 5.21	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ยจากการใช้จำนวนอิเล็กเมนต์ต่าง ๆ สำหรับปัญหาแผ่นโลหะผลิตความร้อนได้เอง	59
รูปที่ 5.22	โดเมนและเงื่อนไขขอบเขตสำหรับปัญหาการนำความร้อนในของแข็งภายใต้สถานะชั่วครู่ ที่ $t > 0$	60

รูปที่ 5.23	แบบไฟไนต์เอลิเมนต์ 20×20 เอลิเมนต์ 441 จุดต่อ สำหรับปัญหาการนำความร้อนในของแข็งภายใต้สถานะชั่วคราว	61
รูปที่ 5.24	อุณหภูมิของแผ่นโลหะที่เวลาต่าง ๆ สำหรับปัญหา การนำความร้อนในของแข็งภายใต้สถานะชั่วคราว	61
รูปที่ 5.25	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ยจากการใช้จำนวนเอลิเมนต์ต่าง ๆ สำหรับ ปัญหาการนำความร้อนในของแข็งภายใต้สถานะชั่วคราว เมื่อ $t = 0.01$	62
รูปที่ 5.26	ลักษณะปัญหาการหล่อเย็นของแข็งที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนตลอดขอบบน	63
รูปที่ 5.27	แบบไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาปัญหาการหล่อเย็น ของแข็งที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนตลอดขอบบน (ก) วิเคราะห์ในส่วนของไหลแบบหนึ่งมิติด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ตัวแปรไร้จุดต่อ (ข) วิเคราะห์ในส่วนของไหลแบบสองมิติด้วยโปรแกรม SUPG	64
รูปที่ 5.28	อุณหภูมิตลอดผิวด้านนอก ผิวยอดต่อและอุณหภูมิเฉลี่ยของของไหล สำหรับปัญหาการหล่อเย็นของแข็งที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนตลอดขอบบน (ก) $Pe = 200$ (ข) $Pe = 400$	65
รูปที่ 5.29	เส้นชั้นอุณหภูมิในของแข็งสำหรับปัญหาการหล่อเย็น ของแข็งที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนตลอดขอบบน (ก) $Pe = 200$ (ข) $Pe = 400$	66
รูปที่ 5.30	อุณหภูมิตลอดขอบทางออกสำหรับปัญหาการหล่อเย็นของแข็ง ที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนตลอดขอบบน เมื่อ $Pe = 100$	66
รูปที่ 5.31	ลักษณะปัญหาอุปกรณ์กักเก็บความร้อน	67
รูปที่ 5.32	ลักษณะปัญหาอุปกรณ์กักเก็บความร้อนที่มีของไหล ไหลผ่านอุปกรณ์เพียงช่องเดียว	67
รูปที่ 5.33	อุณหภูมิของไหลบริเวณทางออกที่เวลาต่าง ๆ ในรูปของตัวแปร ไร้มิติ สำหรับปัญหาอุปกรณ์กักเก็บความร้อน เมื่อ $Bi = 1$	70
รูปที่ 5.34	อุณหภูมิของไหลบริเวณทางออกที่เวลาต่าง ๆ ในรูปของตัวแปร ไร้มิติ สำหรับปัญหาอุปกรณ์กักเก็บความร้อน เมื่อ $Bi = 3$	71
รูปที่ 6.1	ตัวอย่างการหาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่จุดต่อ i ที่มีเอลิเมนต์ล้อมรอบ 6 เอลิเมนต์	75
รูปที่ 6.2	ตัวอย่างจุดต่อของแข็ง i กับจุดต่อของไหล j	79

รูปที่ 6.3	แผนผังการทำงานการทำงานของโปรแกรม Adaptive	82
รูปที่ 6.4	ลักษณะการวางตัวของจุดต่อระหว่างเอลิเมนต์ของของไหล และของแข็งที่มีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อน	84
รูปที่ 6.5	ตัวอย่างปัญหาในการสร้างไฟล์ข้อมูลนำเข้าของโปรแกรม Adaptive	85
รูปที่ 6.6	แผนผังการทำงานของการประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	88
รูปที่ 7.1	ลักษณะปัญหาแผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	91
รูปที่ 7.2	ลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิจากผลเฉลยแม่นยำตรงสำหรับ ปัญหาแผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	91
รูปที่ 7.3	เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเอลิเมนต์เริ่มต้น (5000 เอลิเมนต์ 2601 จุดต่อ) สำหรับปัญหาแผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	92
รูปที่ 7.4	เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1 (4206 เอลิเมนต์ 2166 จุดต่อ) สำหรับปัญหา แผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	92
รูปที่ 7.5	เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2 (6736 เอลิเมนต์ 3429 จุดต่อ) สำหรับปัญหา แผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	93
รูปที่ 7.6	เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 3 (10698 เอลิเมนต์ 5419 จุดต่อ) สำหรับปัญหา แผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	93
รูปที่ 7.7	อุณหภูมิตามแนวทแยง s สำหรับปัญหาแผ่น โลหะ สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	94
รูปที่ 7.8	เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ (12800 เอลิเมนต์ 6561 จุดต่อ) สำหรับปัญหาแผ่น โลหะสี่เหลี่ยม จัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	94
รูปที่ 7.9	เส้นชั้นอุณหภูมิที่ได้จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ ครั้งที่ 3 กับการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ สำหรับปัญหาแผ่น โลหะ สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว	95
	(ก) เอลิเมนต์จากการปรับขนาดเอลิเมนต์อัตโนมัติครั้งที่ 3	
	(ข) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ	
รูปที่ 7.10	ลักษณะปัญหาแผ่น โลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	96

รูปที่ 7.11	เอลิเมนต์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติและเส้นชั้นอุณหภูมิ จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยแปรไร้จุดต่อในช่วงเวลา 0.02 s ถึง 1.00 s สำหรับปัญหาแผ่น โลหะที่ได้รับพลังค์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	97
รูปที่ 7.12	เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบและเส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์ เอลิเมนต์แบบธรรมดาที่เวลาเท่ากับ 0.10 s สำหรับปัญหาแผ่น โลหะ ที่ได้รับพลังค์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	98
รูปที่ 7.13	เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบและเอลิเมนต์จากการใช้เทคนิคการปรับ ขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติสำหรับปัญหาแผ่น โลหะที่ได้รับพลังค์ ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	99
	(ก) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 2000 เอลิเมนต์ 1206 จุดต่อ	
	(ข) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 8000 เอลิเมนต์ 4411 จุดต่อ	
	(ค) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 16000 เอลิเมนต์ 8421 จุดต่อ	
	(ง) เอลิเมนต์จากการใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดย อัตโนมัติ 790 เอลิเมนต์ 472 จุดต่อ	
รูปที่ 7.14	อุณหภูมิตลอดผิวด้านบนที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยแปรไร้จุดต่อ ร่วมกับเทคนิคปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติกับผลเฉลยแม่นยำตรงสำหรับ ปัญหาแผ่น โลหะที่ได้รับพลังค์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	100
รูปที่ 7.15	ลักษณะปัญหาการหล่อเย็นแผ่น โลหะที่ได้ รับพลังค์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	101
รูปที่ 7.16	เอลิเมนต์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติสำหรับปัญหา การหล่อเย็นแผ่น โลหะที่ได้รับพลังค์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	102
	(ก) เอลิเมนต์เริ่มต้น (224 เอลิเมนต์ 193 จุดต่อ)	
	(ข) การปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1 (744 เอลิเมนต์ 482 จุดต่อ)	
	(ค) การปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2 (1141 เอลิเมนต์ 692 จุดต่อ)	
	(ง) การปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 3 (2051 เอลิเมนต์ 1170 จุดต่อ)	
รูปที่ 7.17	เอลิเมนต์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2 และ เส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยแปรไร้จุดต่อสำหรับ ปัญหาการหล่อเย็นแผ่น โลหะที่ได้รับพลังค์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก	103

รูปที่ 7.18	เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบจากโปรแกรม Nastran สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก.....	104
	(ก) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 3400 เอลิเมนต์ 2005 จุดต่อ	
	(ข) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 13200 เอลิเมนต์ 7209 จุดต่อ	
	(ค) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 52000 เอลิเมนต์ 27217 จุดต่อ	
รูปที่ 7.19	อุณหภูมิที่ผิวด้านบน ผิวรอยต่อระหว่างของแข็งกับของไหลและของไหลภายในท่อสำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก.....	105
รูปที่ 7.20	อุณหภูมิที่ผิวด้านบนและผิวรอยต่อระหว่างของแข็งกับของไหล สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก เมื่ออุณหภูมิของไหลมีค่าคงที่ตลอดทั้งท่อ $T_f = 0^\circ\text{C}$	106
รูปที่ ก.1	การถ่ายเทความร้อนผ่านขอบของเอลิเมนต์.....	101

คำอธิบายสัญลักษณ์

A_f	พื้นที่หน้าตัดการไหล
A_s	พื้นที่ของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมของของแข็ง
c	ความจุความร้อนจำเพาะ
e	พลังงานภายใน
f	ของไหล
f_x	แรงจากน้ำหนักของก้อนมวลของของไหลในทิศทาง x
f_y	แรงจากน้ำหนักของก้อนมวลของของไหลในทิศทาง y
h	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน
h	ความยาวของเอลิเมนต์
k	สัมประสิทธิ์การนำความร้อน
L	ความยาวของเอลิเมนต์
L_f	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ในรูปแบบพิกัดพื้นที่
\dot{m}	อัตราการไหล
N_f	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์
\hat{n}	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบ
n_x	ทิศทางโคซายน์ในแนวแกน x ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบ
n_y	ทิศทางโคซายน์ในแนวแกน y ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบ
p	พื้นที่ผิวการพาความร้อน, ความดัน
Q	ฟลักซ์ความร้อนที่เกิดขึ้นบนปริมาตร
q_x	ฟลักซ์ความร้อนที่เกิดขึ้นที่ผิวในแนว x
q_y	ฟลักซ์ความร้อนที่เกิดขึ้นที่ผิวในแนว y
R	เศษตกค้าง
s	ของแข็ง
T	อุณหภูมิ
t	เวลา
t_s	ความหนาของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม
u	ความเร็วในแนวแกน x
V	พลังงานรวม

v	ความเร็วในแนวแกน y
W_i	ฟังก์ชันน้ำหนัก
x	ระยะในแนวราบ
y	ระยะในแนวตั้ง
z	ระยะตามแนวความยาวท่อ
Δt	ช่วงเวลา
ϕ	ตัวแปรตามไม่ทราบค่าที่จุดต่อบนเอลิเมนต์
ϕ'	ตัวแปรตามแม่นยำตรง
Γ	พื้นที่ผิวหรือขอบเขตของปัญหา
λ	ค่าอนุพันธ์อันดับสอง
ρ	ความหนาแน่น
μ	ความหนืดพลศาสตร์
Ω	โดเมน
σ	ความเค้นตั้งฉาก
τ	ความเค้นเฉือน