

## บทที่ 7

### ตัวอย่างปัญหาการใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์อัตโนมัติ

ในบทที่ 6 ได้อธิบายถึงหลักการและวิธีการนำเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์อัตโนมัติมาใช้ ส่วนในบทนี้จะแสดงถึงประสิทธิภาพของการนำเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อเพื่อช่วยเพิ่มประสิทธิภาพความแม่นยำของผลลัพธ์ ในขณะที่เดียวกันยังช่วยลดการใช้หน่วยความจำและเวลาที่ใช้ในการคำนวณของคอมพิวเตอร์

#### 7.1 ปัญหาแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว

แผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $1 \times 1$  ได้รับฟลักซ์ความร้อนบริเวณผิวด้านบนและที่ขอบ ถูกกำหนดให้มีอุณหภูมิเท่ากับศูนย์ทั้งสองด้าน ดังแสดงในรูปที่ 7.1 ปัญหาดังกล่าวมีสมการเชิงอนุพันธ์คือ

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{q}{kt} \quad (7.1)$$

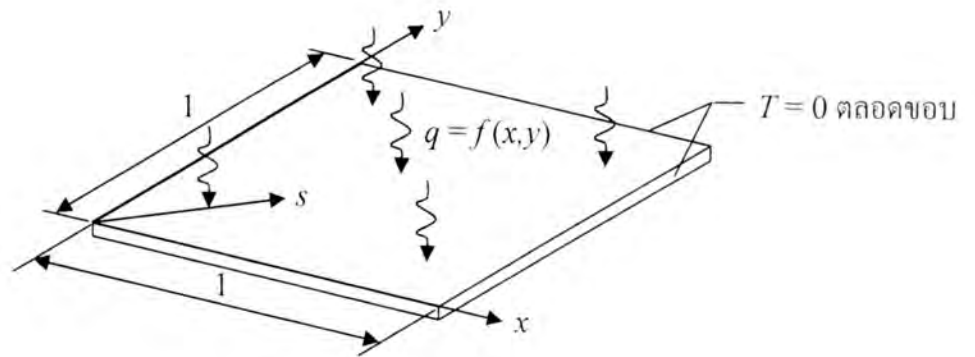
ฟลักซ์ความร้อนที่เกิดขึ้นบนแผ่นโลหะอยู่ในรูปของ

$$\begin{aligned} \frac{q}{kt} = & 2y(1-y) \left[ \tan^{-1} \beta - \frac{\alpha(1-2x)}{\sqrt{2}(1+\beta^2)} + \frac{\alpha^2 \beta x(1-x)}{2(1+\beta^2)^2} \right] + \\ & 2x(1-x) \left[ \tan^{-1} \beta - \frac{\alpha(1-2y)}{\sqrt{2}(1+\beta^2)} + \frac{\alpha^2 \beta y(1-y)}{2(1+\beta^2)^2} \right] \end{aligned} \quad (7.2)$$

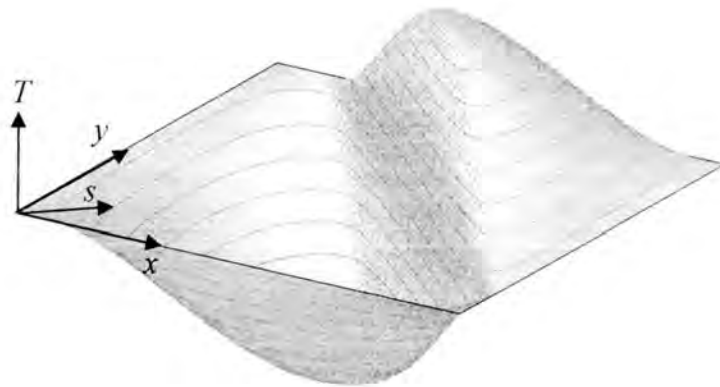
$$\text{โดยที่ } \beta = \alpha \left( \frac{x+y}{\sqrt{2}} - 0.8 \right)$$

ก่อให้เกิดลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิ ดังแสดงในรูปที่ 7.2 ซึ่งสามารถหาได้จากผลเฉลยแน่นอนตรง [24]

$$T(x, y) = x(1-x)y(1-y) \tan^{-1} \beta \quad (7.3)$$

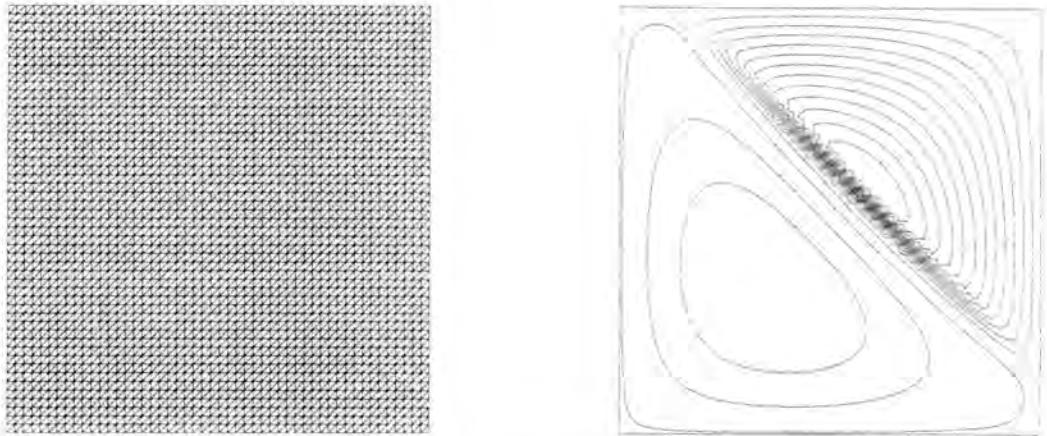


รูปที่ 7.1 ลักษณะปัญหาแผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับพลังความร้อนที่ผิว



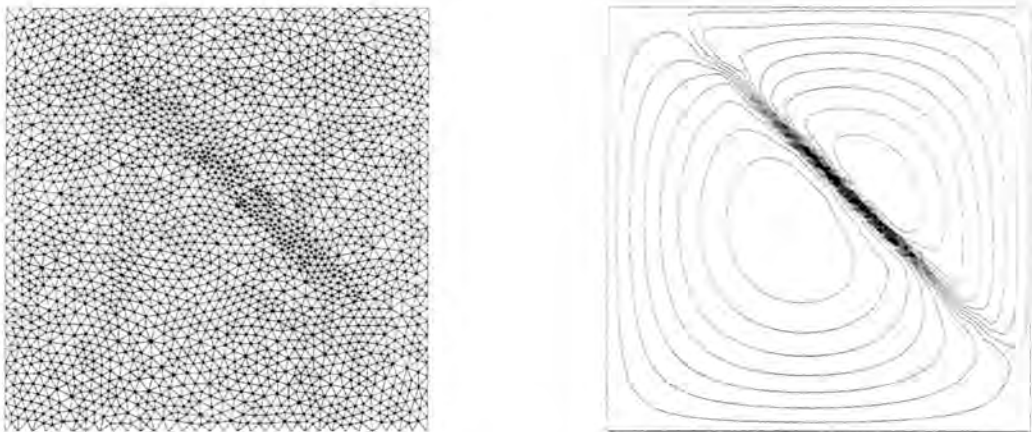
รูปที่ 7.2 ลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิจากผลเฉลยแม่นยำตรงสำหรับ  
ปัญหาแผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับพลังความร้อนที่ผิว

รูปที่ 7.3 แสดงรูปร่างของเอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อโดยใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ พบว่าผลลัพธ์ที่ได้ยังไม่แม่นยำ หากต้องการให้ผลลัพธ์มีความแม่นยำมากขึ้นจำเป็นต้องเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ให้มากขึ้น แต่การเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ตลอดทั้งโดเมนจะทำให้มีจำนวนจุดต่อที่ต้องคำนวณมากขึ้น โดยไม่จำเป็น ดังนั้นจึงนำเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติเข้ามาใช้เพื่อเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์เฉพาะในบริเวณแนวทแยง  $s$  เท่ากับ 0.8 ซึ่งเป็นบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันของอุณหภูมิสูง ในขณะที่บริเวณอื่น ๆ จะใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้นเพื่อลดจำนวนจุดต่อ

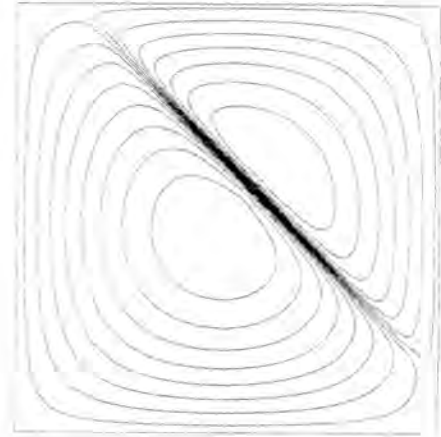
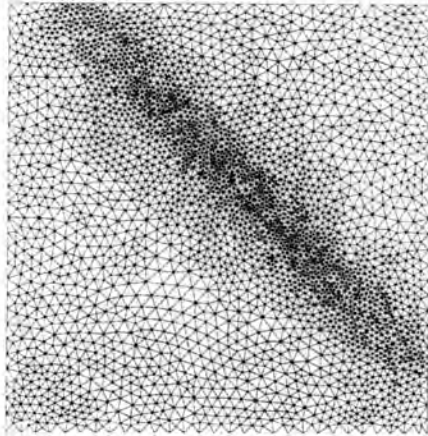


รูปที่ 7.3 เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเอลิเมนต์เริ่มต้น (5000 เอลิเมนต์ 2601 จุดต่อ) สำหรับปัญหาแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับพลังความร้อนที่ผิว

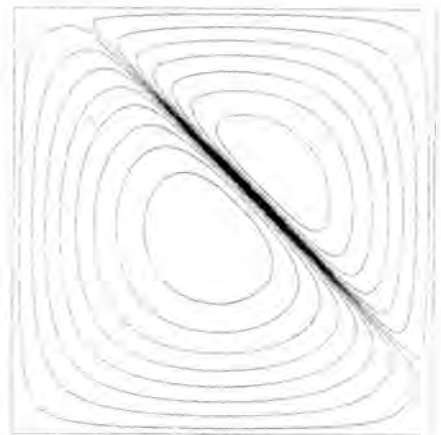
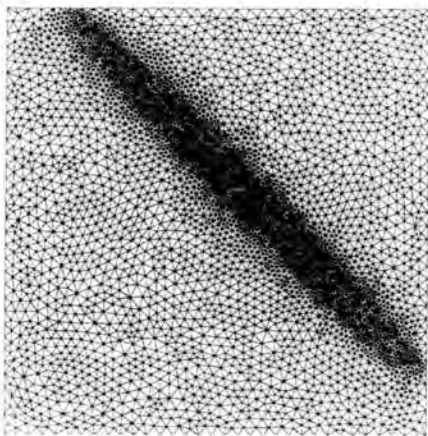
รูปที่ 7.4 ถึงรูปที่ 7.6 แสดงรูปร่างของเอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติตั้งแต่ครั้งที่ 1 ถึง 3 ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อ โดยการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติในแต่ละครั้งจำนวนเอลิเมนต์ขนาดเล็กจะเพิ่มจำนวนมากขึ้นตรงตำแหน่งบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันของอุณหภูมิสูงตามแนวทแยง  $s$  เท่ากับ 0.8



รูปที่ 7.4 เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1 (4206 เอลิเมนต์ 2166 จุดต่อ) สำหรับปัญหาแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับพลังความร้อนที่ผิว

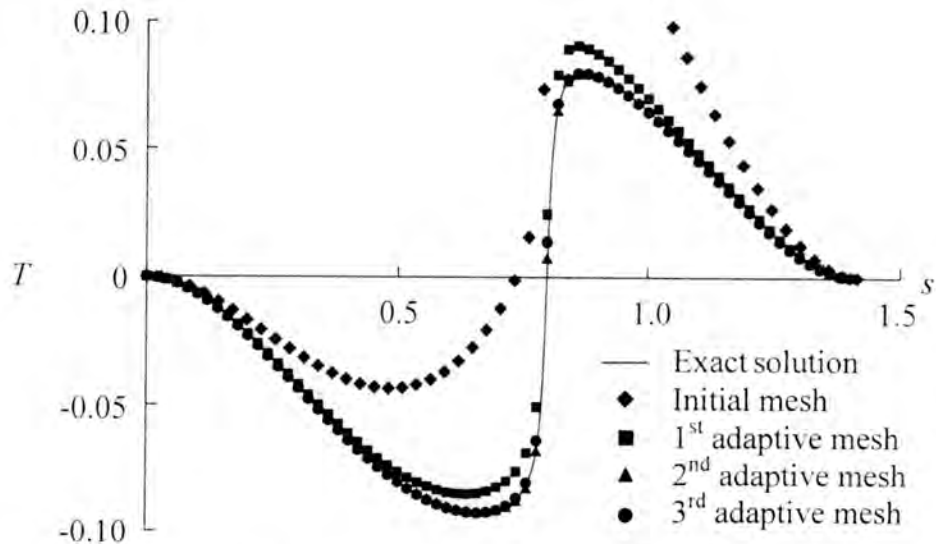


รูปที่ 7.5 เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2 (6736 เอลิเมนต์ 3429 จุดต่อ) สำหรับปัญหาแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว



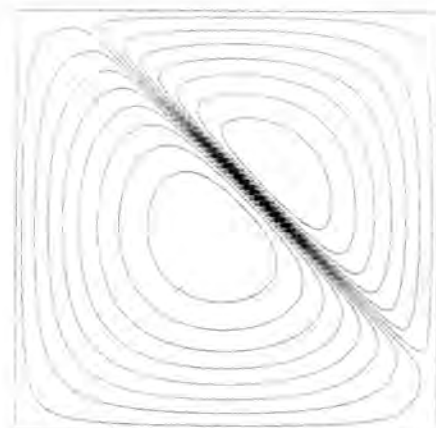
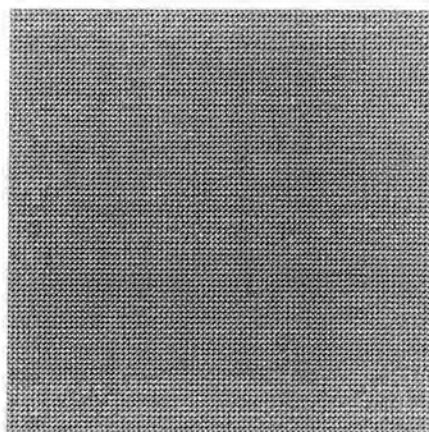
รูปที่ 7.6 เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 3 (10698 เอลิเมนต์ 5419 จุดต่อ) สำหรับปัญหาแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว

ในรูปที่ 7.7 แสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิตามแนวทแยง  $s$  จากเอลิเมนต์เริ่มต้นและการใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์อัตโนมัติครั้งต่าง ๆ ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ พบว่าผลลัพธ์มีความแม่นยำมากขึ้นตามจำนวนครั้งในการปรับขนาดเอลิเมนต์อัตโนมัติ

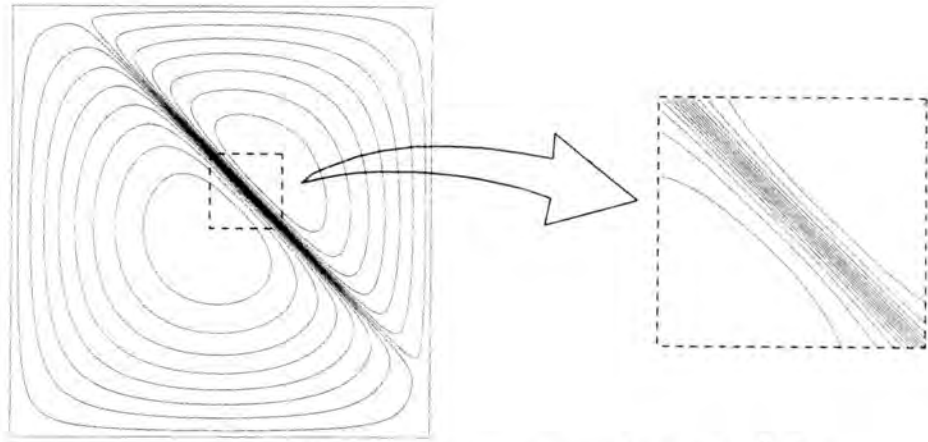


รูปที่ 7.7 อุณหภูมิตามแนวทแยง  $s$  สำหรับปัญหาแผ่น โลหะ  
สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับพลังความร้อนที่ผิว

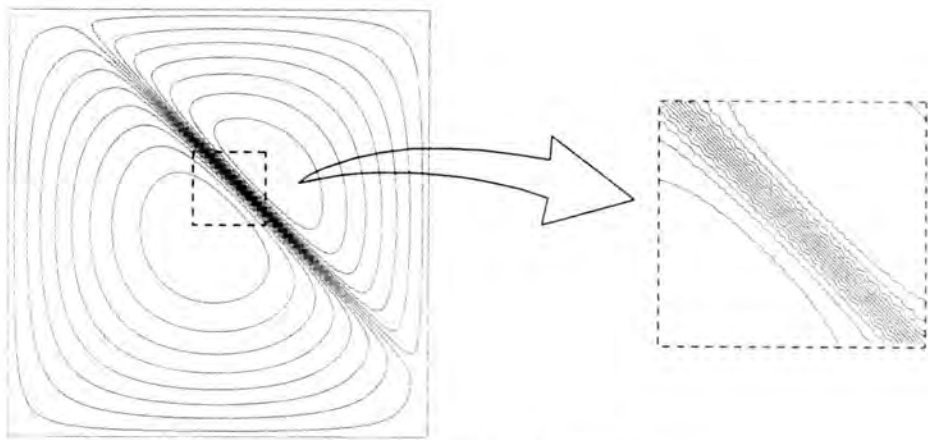
รูปที่ 7.8 แสดงรูปร่างของเอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิที่เกิดจากการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ (12800 เอลิเมนต์ 6561 จุดต่อ) และรูปที่ 7.9 แสดงเส้นชั้นอุณหภูมิที่ได้จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 3 กับการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบจำนวนมาก จากผลลัพธ์ที่ได้จะเห็นว่า การใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติให้เส้นชั้นอุณหภูมิที่ราบเรียบกว่าการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบเนื่องจากการใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กไม่เพียงพอในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันของอุณหภูมิสูง



รูปที่ 7.8 เอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ (12800 เอลิเมนต์  
6561 จุดต่อ) สำหรับปัญหาแผ่น โลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้รับพลังความร้อนที่ผิว



(ก) เอลิเมนต์จากการปรับขนาดเอลิเมนต์อัตโนมัติครั้งที่ 3

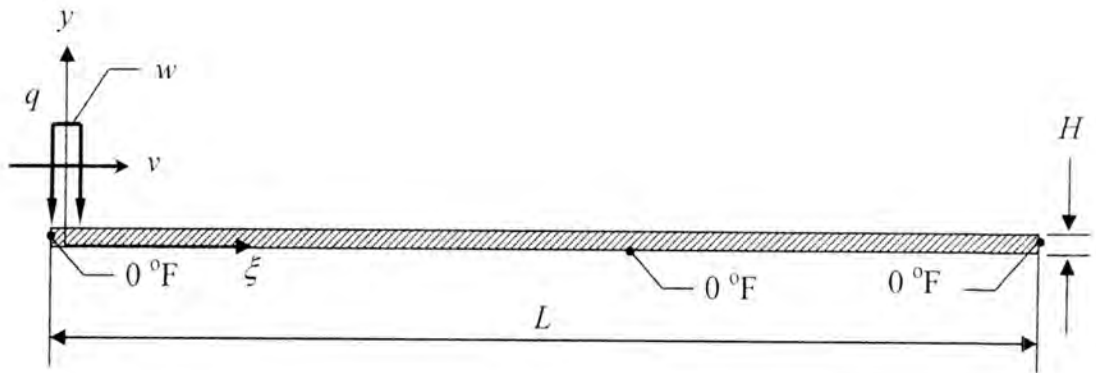


(ข) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ

รูปที่ 7.9 เส้นชั้นอุณหภูมิที่ได้จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 3 กับการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ สำหรับปัญหาแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนที่ผิว

## 7.2 ปัญหาแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

แผ่นโลหะมีความยาว  $L$  เท่ากับ 1 in หนา  $H$  เท่ากับ 0.02 in ค่าคุณสมบัติวัสดุของโลหะประกอบด้วย สัมประสิทธิ์การนำความร้อน  $k$  เท่ากับ 0.005 Btu/in-sec- $^{\circ}$ F ความจุความร้อนจำเพาะ  $c$  เท่ากับ 0.1 Btu/lb $_m$ - $^{\circ}$ F ความหนาแน่น  $\rho$  เท่ากับ 0.3222 lb $_m$ /in $^3$  บริเวณผิวด้านบนของแผ่นโลหะได้รับฟลักซ์ความร้อน  $q$  เท่ากับ 347.22 Btu/in $^2$  กว้าง  $w$  เท่ากับ 0.01 in เคลื่อนด้วยความเร็ว  $v$  เท่ากับ 5 in/s ที่บริเวณขอบด้านซ้าย ด้านขวาและด้านล่างของแผ่นโลหะนี้ถูกกำหนดให้มีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ 0  $^{\circ}$ F ดังแสดงในรูปที่ 7.10 ทำให้เกิดการนำความร้อนที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันของอุณหภูมิสูงในบริเวณใกล้กับจุดที่ได้รับฟลักซ์ความร้อน



รูปที่ 7.10 ลักษณะปัญหาแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

ปัญหาดังกล่าวสามารถหาผลเฉลยแน่นอนตรงได้จาก [25]

$$T(\xi, y) = \frac{qe^{-H\xi}}{Lk} \left\{ \sum_{n=2,4}^{\infty} \frac{A}{\lambda_n \left( H^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4L^2} \right)} + \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{B}{\lambda_n \left( H^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4L^2} \right)} \right\} \quad (7.4)$$

โดยที่

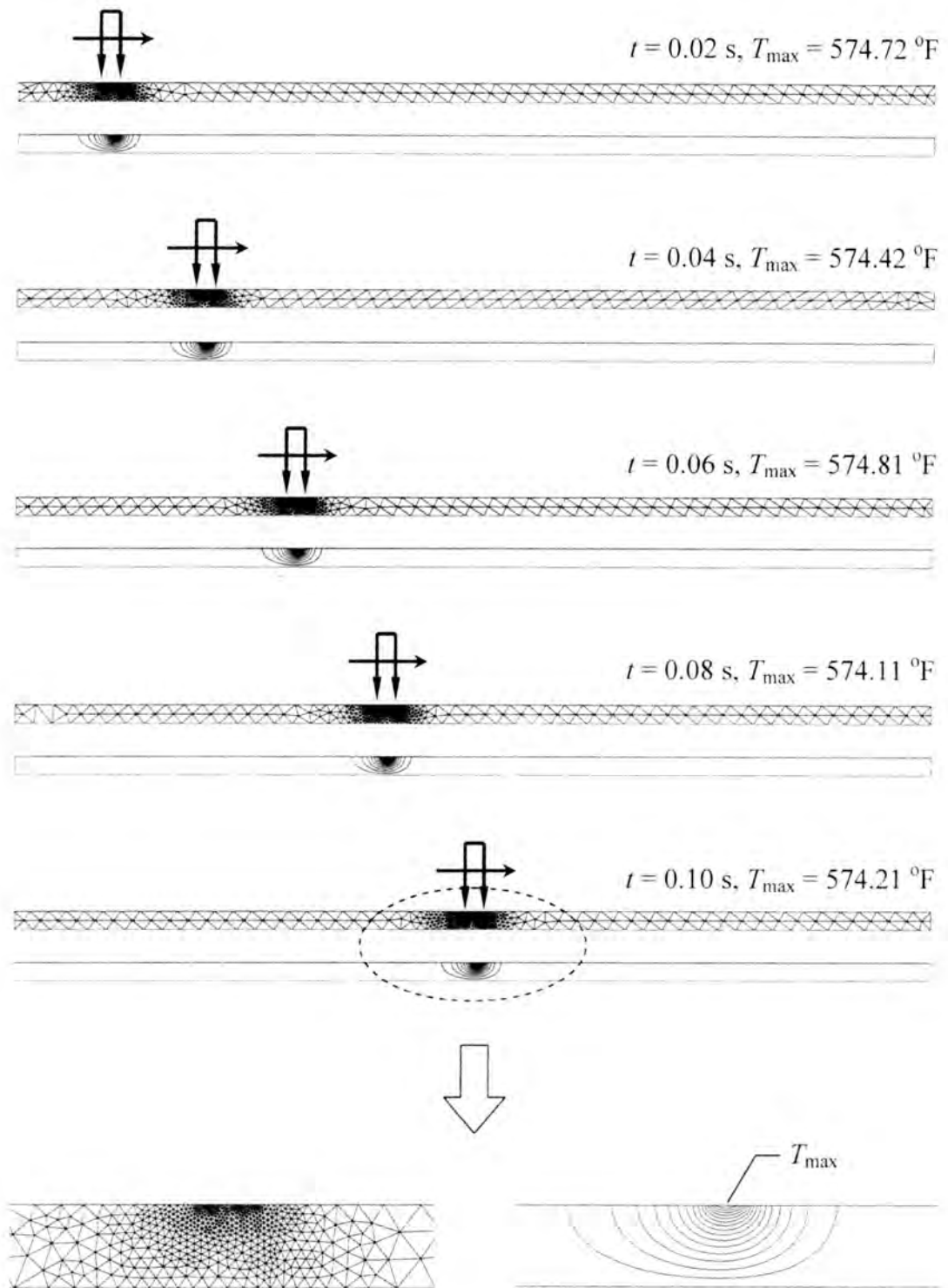
$$A = \left[ H(2 \sin(\alpha) \cosh(HW)) - \frac{n\pi}{2L}(2 \cos(\alpha) \sinh(HW)) \right] \left[ \sin\left(\frac{n\pi\xi}{2L}\right) \frac{\sinh(\lambda_n y)}{\cosh(\lambda_n h)} \right]$$

$$B = \left[ H(2 \cos(\alpha) \sinh(HW)) - \frac{n\pi}{2L}(2 \sin(\alpha) \cosh(HW)) \right] \left[ \cos\left(\frac{n\pi\xi}{2L}\right) \frac{\sinh(\lambda_n y)}{\cosh(\lambda_n h)} \right]$$

$$H = \frac{\rho cv}{2k}$$

$$\alpha = \frac{n\pi w}{2L}$$

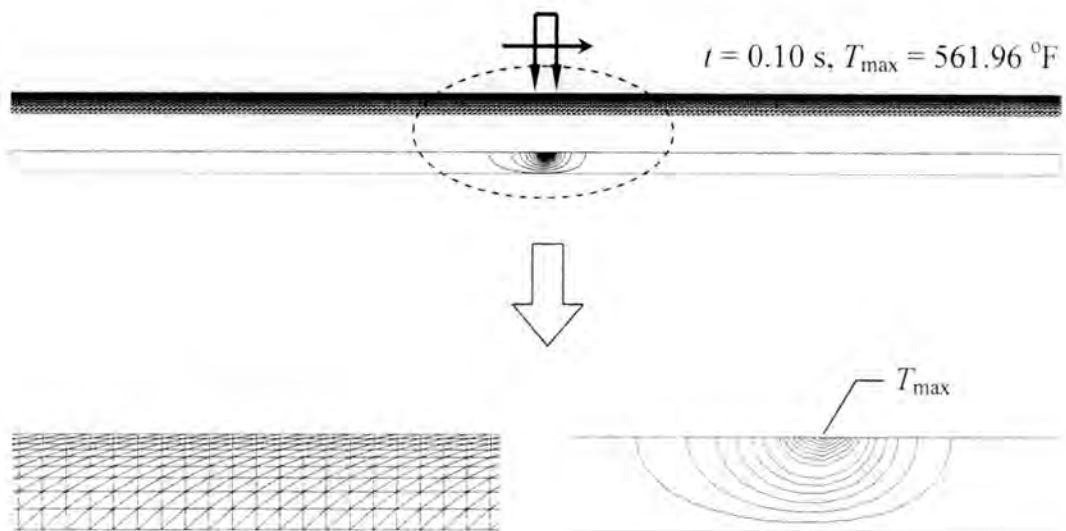
$$\lambda_n = \sqrt{\frac{n^2 \pi^2}{4L^2}}$$



รูปที่ 7.11 เอลิเมนต์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติและเส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อในช่วงเวลา 0.02 s ถึง 1.00 s สำหรับปัญหาแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก



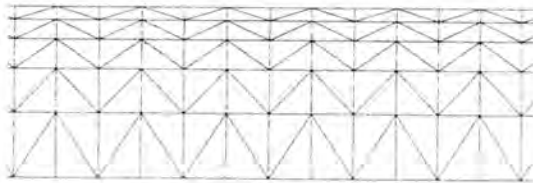
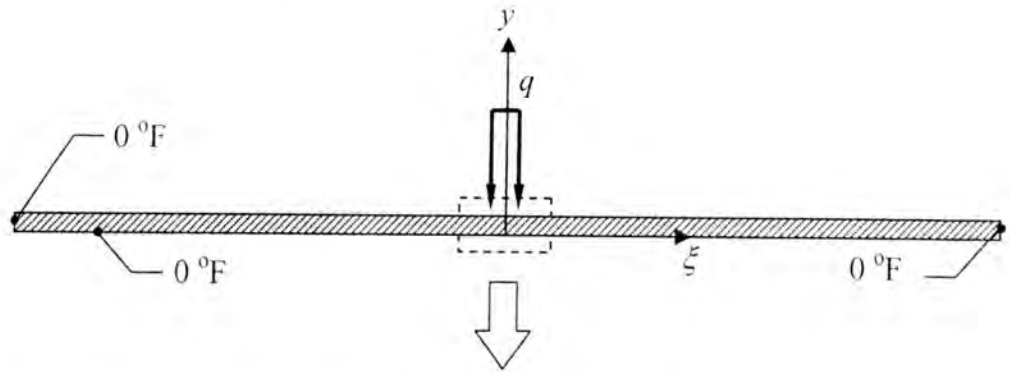
รูปที่ 7.11 แสดงเอลิเมนต์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติและเส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อ เอลิเมนต์ขนาดเล็กจะถูกวางในบริเวณที่ใกล้กับตำแหน่งของฟลักซ์ความร้อนที่เคลื่อนที่ไปตลอด โดยจำนวนเอลิเมนต์และจุดต่อจากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติในทุก ๆ เวลา มีจำนวนน้อยกว่า 1000 เอลิเมนต์ 600 จุดต่อ โดยอุณหภูมิสูงสุดจากผลเฉลยแม่นยำตรง  $T_{\max}$  เท่ากับ  $573.07^{\circ}\text{F}$  ในทุก ๆ เวลา เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 7.12 แสดงเอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบและเส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดาประกอบด้วย 3600 เอลิเมนต์ 2010 จุดต่อ ที่เวลาเท่ากับ 0.10 sec จะสังเกตเห็นว่าระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำมากกว่าระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดา ร่วมกับเอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบได้อย่างชัดเจน



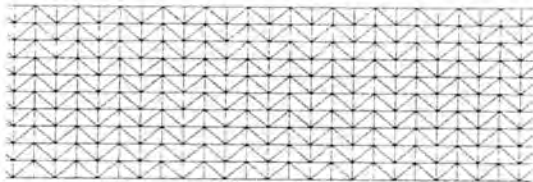
รูปที่ 7.12 เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบและเส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดาที่เวลาเท่ากับ 0.10 s สำหรับปัญหาแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

หากกำหนดให้ฟลักซ์ความร้อนวางอยู่กึ่งกลางที่ผิวด้านบนของแผ่น โลหะไม่มีการเคลื่อนที่ (ความเร็ว  $v$  เท่ากับ 0 in/s) จะทำให้กลายเป็นปัญหาในสถานะอยู่ตัว ในรูปที่ 7.13 แสดงเอลิเมนต์จากการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบและเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติในบริเวณที่ใกล้กับฟลักซ์ความร้อน ในตารางที่ 7.1 แสดงอุณหภูมิสูงสุดและเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดจากการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบและเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดาและระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อจะสังเกตเห็นได้ว่าการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดย

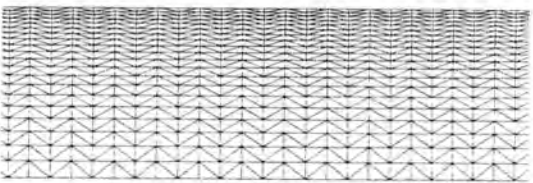
อัตโนมัติจะให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำมากที่สุด และในรูปที่ 7.14 แสดงอุณหภูมิตลอดผิวด้านบนที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อร่วมกับเทคนิคปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติกับผลเฉลยแม่นยำ ผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี



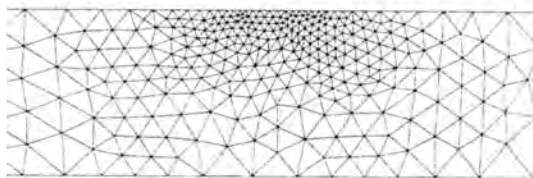
(ก) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ  
2000 เอลิเมนต์ 1206 จุดต่อ



(ข) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ  
8000 เอลิเมนต์ 4411 จุดต่อ



(ค) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ  
16000 เอลิเมนต์ 8421 จุดต่อ

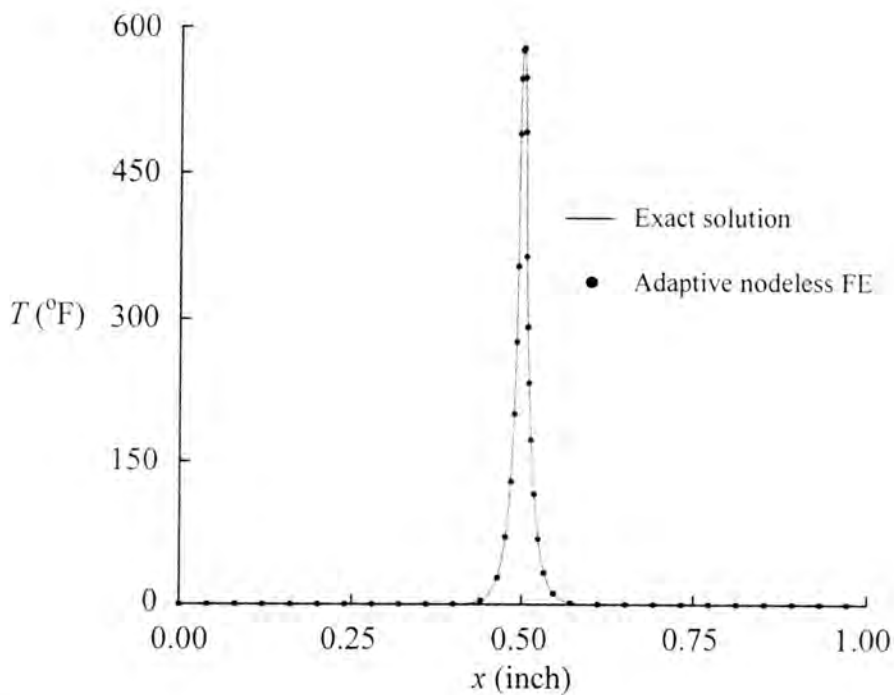


(ง) เอลิเมนต์จากการใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ  
790 เอลิเมนต์ 472 จุดต่อ

รูปที่ 7.13 เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบและเอลิเมนต์จากการใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติสำหรับปัญหาแผ่น โลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

ตารางที่ 7.1 อุณหภูมิสูงสุดและเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดจากการใช้เอลิเมนต์ในรูปที่ 7.13 สำหรับปัญหาแผ่น โลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

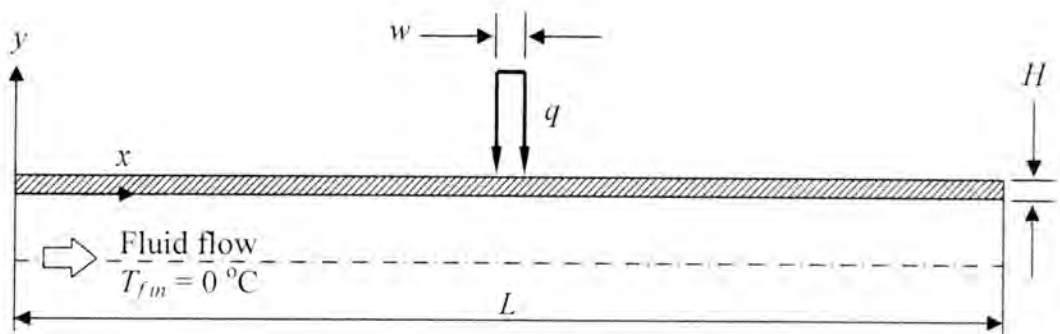
Mesh	Maximum temperature (percentage error)	
	Conventional FE	Nodeless FE
(ก)	563.76 °F (3.10)	583.06 °F (0.21)
(ข)	574.53 °F (1.25)	581.99 °F (0.03)
(ค)	578.96 °F (0.49)	581.85 °F (0.01)
(ง)	579.40 °F (0.42)	581.82 °F (0.00)



รูปที่ 7.14 อุณหภูมิตลอดผิวด้านบนที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรรู้จุดต่อ ร่วมกับเทคนิคปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติกับผลเฉลยแม่นยำตรงสำหรับ ปัญหาแผ่น โลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

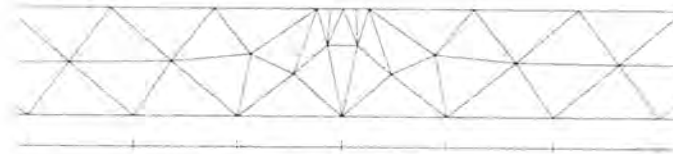
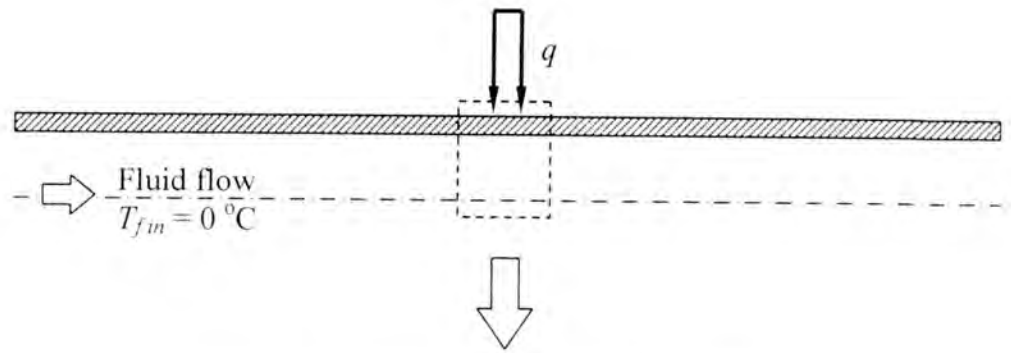
### 7.3 ปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

แผ่นโลหะมีความยาว  $L$  เท่ากับ 1 m หนา  $H$  เท่ากับ 0.02 m สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของโลหะ  $k_s$  เท่ากับ  $70 \text{ W/m}^\circ\text{K}$  บริเวณผิวด้านบนที่ตำแหน่งกึ่งกลางของแผ่นโลหะได้รับฟลักซ์ความร้อน  $q$  เท่ากับ  $10^6 \text{ W/m}^2$  กว้าง  $w$  เท่ากับ 0.01 m ที่ด้านล่างของแผ่นโลหะมีของไหลไหลผ่านเพื่อทำหน้าที่ระบายความร้อน ค่าคุณสมบัติของของไหลประกอบด้วย สัมประสิทธิ์การนำความร้อน  $k_f$  เท่ากับ  $0.3 \text{ W/m}^\circ\text{K}$  ความจุความร้อนจำเพาะ  $c_f$  เท่ากับ  $12000 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$  ความหนาแน่น  $\rho_f$  เท่ากับ  $50 \text{ kg/m}^3$  ด้วยอัตราการไหล  $\dot{m}$  เท่ากับ  $0.06 \text{ kg/s}$  ผ่านท่อที่มีพื้นที่หน้าตัด  $A$  เท่ากับ  $0.005 \text{ m}^2$  สมมติให้สัมประสิทธิ์การพาความร้อน  $h$  เท่ากับ  $1000 \text{ W/m}^2^\circ\text{K}$  คงที่ตลอดการไหล และกำหนดให้อุณหภูมิของของไหลที่ทางเข้า  $T_{f,m}$  เท่ากับ  $0^\circ\text{C}$  ดังแสดงในรูปที่ 7.15 ทำให้เกิดการนำความร้อนที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันของอุณหภูมิสูงในบริเวณใกล้กับจุดที่ได้รับฟลักซ์ความร้อน

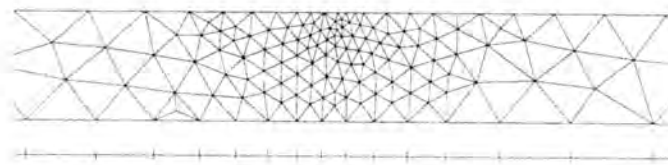


รูปที่ 7.15 ลักษณะปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

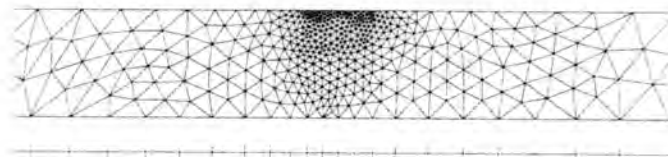
รูปที่ 7.16 แสดงเอลิเมนต์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งต่าง ๆ โดยผลลัพธ์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดาและตัวแปรไร้จุดต่อได้แสดงไว้ในตารางที่ 7.2 ในรูปที่ 7.17 แสดงเอลิเมนต์และเส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



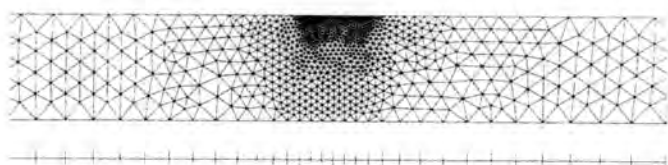
(ก) เอลิเมนต์เริ่มต้น (224 เอลิเมนต์ 193 จุดต่อ)



(ข) การปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1 (744 เอลิเมนต์ 482 จุดต่อ)



(ค) การปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2 (1141 เอลิเมนต์ 692 จุดต่อ)

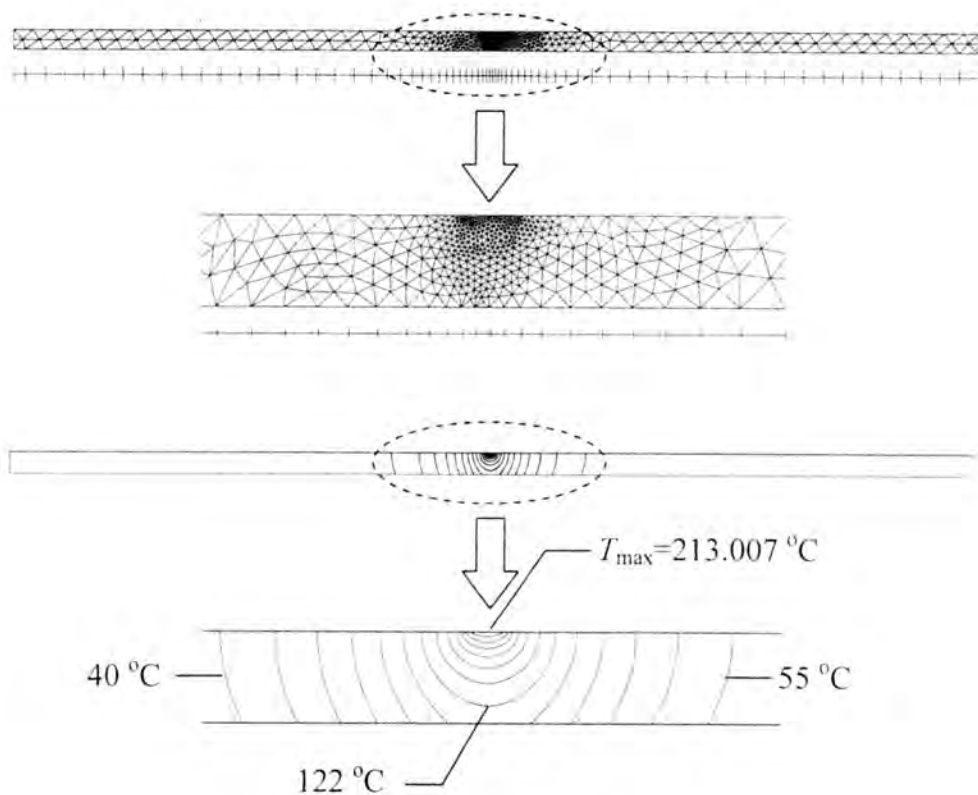


(ง) การปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 3 (2051 เอลิเมนต์ 1170 จุดต่อ)

รูปที่ 7.16 เอลิเมนต์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติสำหรับปัญหา  
การหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

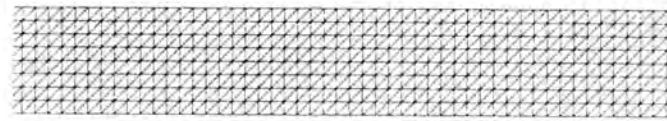
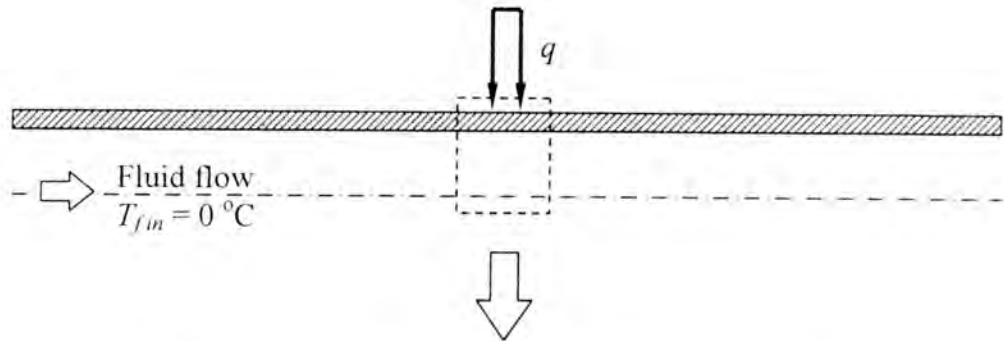
ตารางที่ 7.2 อุณหภูมิสูงสุดจากการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดาและตัวแปรไร้จุดต่อ ร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติในรูปที่ 7.16 สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่น โลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

Adaptive mesh	Maximum temperature ( $^{\circ}\text{C}$ )	
	Conventional FE	Nodeless FE
initial	192.782	211.636
1 <sup>st</sup>	212.393	213.001
2 <sup>nd</sup>	212.623	213.008
3 <sup>rd</sup>	212.810	213.010

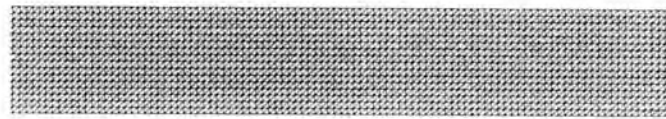


รูปที่ 7.17 เอลิเมนต์จากเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2 และเส้นชั้นอุณหภูมิจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อ สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่น โลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

เนื่องจากปัญหาในข้อนี้ไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำตรงหรือผลการทดลองได้ จึงได้นำโปรแกรม MSC. Nastran for Windows V4.5 ที่เรียกสั้น ๆ ว่า โปรแกรม Nastran ซึ่งเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป เพื่อนำผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมดังกล่าวนี้มาเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง ในรูปที่ 7.18 แสดงเอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบต่าง ๆ กัน 4 แบบ โดยผลลัพธ์จากการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบด้วยโปรแกรม Nastran ได้ถูกแสดงไว้ในตารางที่ 7.3



(ก) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 3400 เอลิเมนต์ 2005 จุดต่อ



(ข) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 13200 เอลิเมนต์ 7209 จุดต่อ



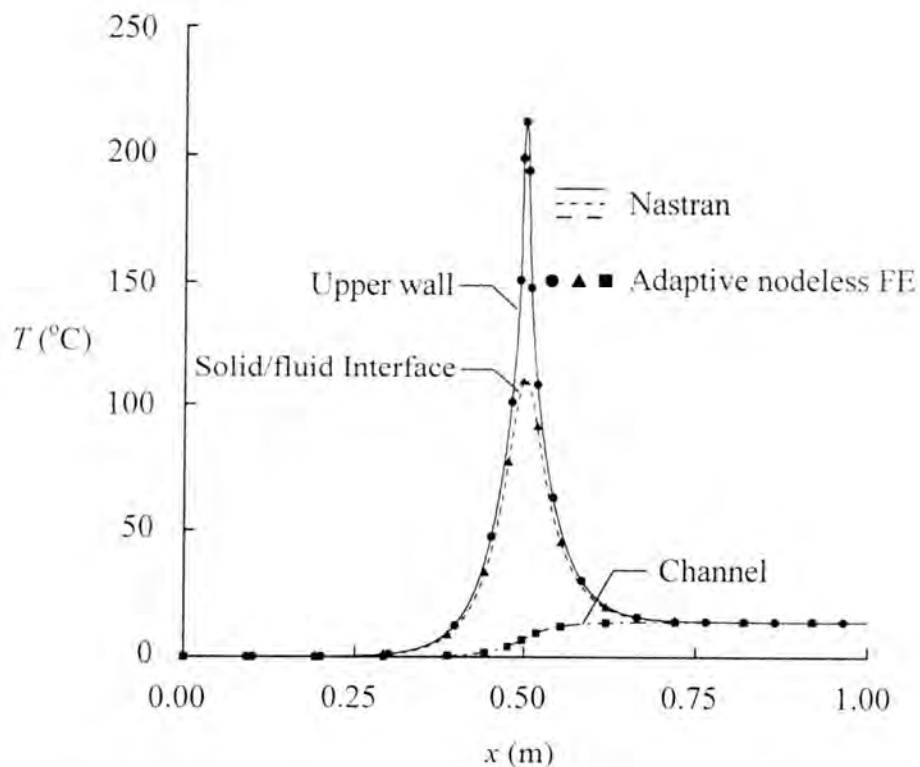
(ค) เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 52000 เอลิเมนต์ 27217 จุดต่อ

รูปที่ 7.18 เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบจากโปรแกรม Nastran สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

ตารางที่ 7.3 อุณหภูมิสูงสุดจากการใช้เอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบในรูปที่ 7.18 ด้วยโปรแกรม Nastran สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก

Mesh	Maximum temperature ( $^{\circ}\text{C}$ )
(ก)	210.626
(ข)	212.279
(ค)	212.806

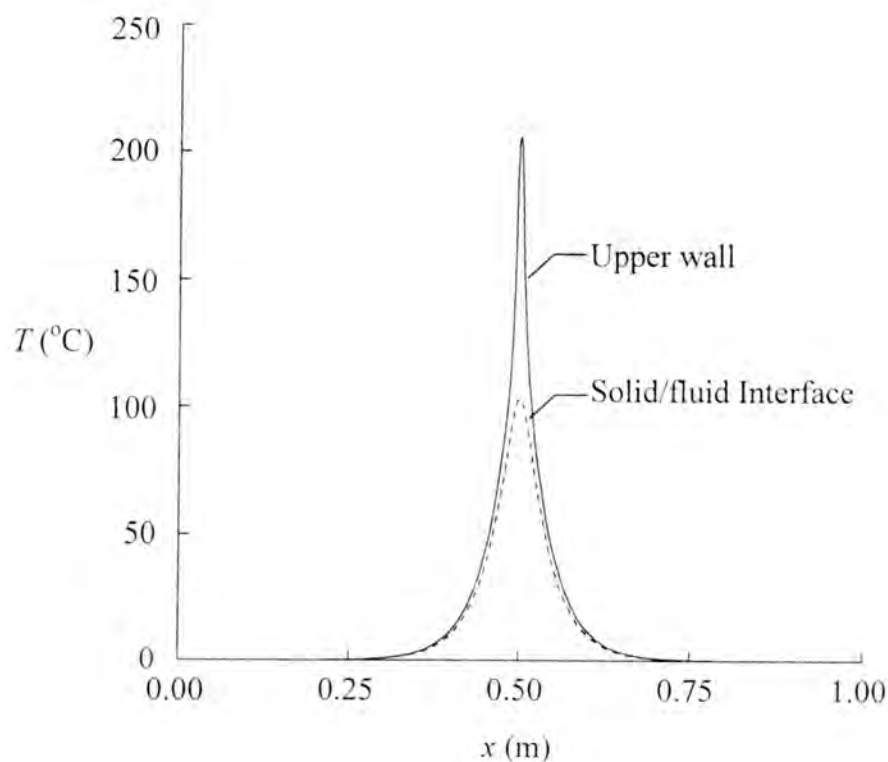
ในรูปที่ 7.19 แสดงอุณหภูมิจากโปรแกรม Nastran ด้วยเอลิเมนต์แบบเป็นระเบียบ 52000 เอลิเมนต์ 27217 จุดต่อและระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2 จำนวน 1096 เอลิเมนต์ 667 จุดต่อ จะเห็นว่าทั้งสองวิธีให้ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกัน



รูปที่ 7.19 อุณหภูมิที่ผิวด้านบน ผิวยรอยต่อระหว่างของแข็งกับของไหลและของไหลภายในท่อ สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก



ในกรณีที่กำหนดให้อุณหภูมิของไหลมีค่าคงที่ตลอดทั้งท่อ  $T_f = 0^\circ\text{C}$  ปัญหาจะเปลี่ยนจากการถ่ายเทความร้อนระหว่างของแข็งกับของไหลเป็นการถ่ายเทความร้อนในของแข็งเพียงอย่างเดียว โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2 จากผลลัพธ์ที่ได้อุณหภูมิสูงสุด  $T_{\max} = 205.943^\circ\text{C}$  ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของผิวด้านบนมีค่าลดลงเนื่องจากการกำหนดให้อุณหภูมิของไหลมีค่าคงที่จะทำให้ความร้อนถ่ายเทได้มากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีกำหนดอุณหภูมิของไหลให้เป็นผลลัพธ์ที่ต้องคำนวณ ดังแสดงในรูปที่ 7.20



รูปที่ 7.20 อุณหภูมิที่ผิวด้านบนและผิวยอต่อระหว่างของแข็งกับของไหล สำหรับปัญหาการหล่อเย็นแผ่นโลหะที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนในบริเวณขนาดเล็ก เมื่ออุณหภูมิของไหลมีค่าคงที่ตลอดทั้งท่อ  $T_f = 0^\circ\text{C}$

## 7.4 บทสรุป

ในบทนี้ได้ทำการตรวจสอบและแสดงประสิทธิภาพของเทคนิคการปรับขนาด  
เอลิเมนต์โดยอัตโนมัติที่นำมาประยุกต์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ Adaptive ร่วมกับโปรแกรม  
Nodeless FE ที่ประยุกต์ขึ้นจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตัวแปรไร้จุดต่อกับปัญหาต่าง ๆ  
พบว่าโปรแกรมสามารถสร้างเอลิเมนต์ขนาดเล็กในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันของ  
อุณหภูมิสูง ในขณะที่เอลิเมนต์ขนาดใหญ่จะถูกสร้างขึ้นในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันของ  
อุณหภูมิต่ำ ทำให้ไม่จำเป็นต้องสร้างเอลิเมนต์จำนวนมากตลอดทั้งโดเมนหรือคาดเดาว่าบริเวณใด  
ควรมีขนาดเอลิเมนต์เท่าใด ดังนั้นอุณหภูมิต่ำได้จากเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นมาใหม่จึงมีความแม่นยำ  
มากขึ้น จำนวนเอลิเมนต์และจุดต่อลดลงส่งผลให้หน่วยความจำและเวลาที่ใช้ในการคำนวณของ  
คอมพิวเตอร์ลดลงตาม