

บรรณานุกรม



ภาษาไทย

หนังสือ

จุง เก ฟาน. การวางวิเคราะห์ข้อสอบ Item Analysis Table. พระนคร : ไทย

วัฒนาพานิช, 2514.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. มิตินี้ 3 - นวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษา. แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์, สมเชาว์ เนตรประเสริฐและสุภา สิ้นสกุล. ระบบสื่อการสอน, ทำวาระ  
ประกอบวิชาสื่อการสอนและเอกสารประกอบการสัมมนาเชิงปฏิบัติการระบบการสอน  
แผนจุฬาและศูนย์การเรียน, 2520.

ชาวล แพร่ศักดิ์. เทคนิคการวัดผล. พระนคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2516.

นิพนธ์ คุชปริที. นวัตกรรมเทคโนโลยีทางการศึกษา. ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะ  
ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน, 2519.

บรรจง สุนทรสังและคนอื่น ๆ. สมุดแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ 10 เล่ม 1 - 2 ชั้นมัธยมศึกษา  
ปีที่ 1. กรุงเทพมหานคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2519.

สมุดแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ 20 เล่ม 1 - 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ  
มหานคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2519.

ประคอง กรรณสูตร. สถิติศาสตร์ประยุกต์สำหรับครู. พระนคร : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช,  
2517.

ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : กรุงเทพฯการพิมพ์, 2519.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. แบบเรียนคณิตศาสตร์วิชาเลข - พีชคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. พระนคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2515.

..... หนังสือประกอบการเรียนคณิตศาสตร์วิชาพีชคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โครงการโรงเรียนมัธยมแบบประสม. พระนคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2513.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. แบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 3 พระนคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2517.

สุนันท์ ปัทมาคม. เอกสารประกอบคำบรรยายวิชา Principle of Media - Based Individualized Instruction. แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.

เสนิส อกุลยพันธ์. ระบบคอมพิวเตอร์เล่ม 1 What Does A Computer Do. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แพรวพินทยา, 2519.

### บทความ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. "ศูนย์การเรียน-แนวทางใหม่สำหรับการปฏิรูประบบห้องเรียน." วารสาร-คุรุศาสตร์ 3(ตุลาคม 2516 - มกราคม 2517) 6-7 : 55.

ประยูร อายนาม. "ประสิทธิภาพของการจัดสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล." วารสาร-รายจรรยา 3 (มกราคม - เมษายน 2521) 1 : 1.

พรรคพงศ์สันติ สนิทวงศ์. ม.ร.ว. "คณิตศาสตร์แนวใหม่อะไรกันแน่." วารสารสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 1(เมษายน 2516) 3 : 18 - 19.

เลขา บิยะอัจนริยะะ. "การสอนตามเอกลักษณ์ภาพ Individualized Instruction."

วารสารครูศาสตร์ 4(กุมภาพันธ์ - พฤษภาคม 2517) 1 - 2 : 19.

วิจิตร ศรีสอาน. "เทคนิควิทยาทางการศึกษา." ประมวลบทความเกี่ยวกับนวัตกรรมการเรียนและเทคนิคโดยวิทยาการศึกษา. พระนคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2515.

วรรณิ โสฬประยูร. "คณิตศาสตร์แบบใหม่." มิตรครู 16(31 มกราคม 2517) 2 : 30-32.

อาภรณ์ ชาติบุญสุข. "การเรียนเป็นรายบุคคล." วารสารครูศาสตร์ 4(กุมภาพันธ์ - พฤษภาคม 2517) : 14.

\_\_\_\_\_. "การศึกษาแบบเปิด Open Education." วารสารครูศาสตร์ 3(ตุลาคม 2516-มกราคม 2517) 6 : 41 - 41.

อรสา กิสสระ. "การสอนเป็นรายบุคคล." ศรีนครินทร์สาร 1(มิถุนายน - กันยายน 2517) : 8 - 9.

### เอกสารอื่น ๆ

โกสุม เจริญรว. "การสร้างชุดการสอนตามเอกลักษณ์ภาพ วิชาหลักการสอนและการเตรียม  
ประสบการณ์ภาคปฏิบัติ รัชภัฏประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง." วิทยานิพนธ์ปริญญา  
ครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,  
2519.

ชูศรี พันธุ์อร่าม. "การสร้างชุดการสอนวิชาภูมิศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่หก สำหรับห้องเรียน  
แบบศูนย์การเรียน." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชาประถมศึกษา  
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

- ทัศนีย์ เกษะกุงคะ. "การสร้างชุดการสอนเรื่อง "ไกรทอง" สำหรับห้องเรียนแบบศูนย์การเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5" วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชาประถมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- บุษบัน สุนทรสารทูล. "การสร้างชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับห้องเรียนแบบศูนย์การเรียน ชั้นอนุบาลปีที่ 2 วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- รัตนภรณ์ กุญบัวรุ่ง. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตถาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "เซต" สำหรับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- ละเอียก อุกมรัตน์. "ชุดการสอนรายบุคคลวิชาดนตรีสำหรับนักศึกษามุขกรรภ คณะพยาบาล-ศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518.
- วิญญู มีมั่งคั่ง. "ชุดการสอนตามเอกัตถาวิชาการแพทย์เบื้องต้น ตามหลักสูตรอบรมบุคลากรสาธารณสุข." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.
- สายชนม์ สัจจานิตย์. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตถาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "พื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงตัน สำหรับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- สุลักษณ์ เทียนสุวรรณ. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตถาวิชา "การออกแบบ" สำหรับนิสิตศิลปศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.



ภาษาต่างประเทศ

Books

- Dunn, Rita and Dunn, Stefford. Practical Approached Individualizing Instruction : Contracts and Other Effective Teaching Strategies. New York : Parker, 1972.
- Erickson, Carlton W. H. Fundamentals of Teaching with Audio-Visual Technology. London : Collier-Macmillan Limited, 1970.
- Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education. New York : McGraw - Hill Book Company, 1971.
- Fry, Edward B. Teaching Machines and Programmed Instruction. New York: McGraw - Hill Book Company, Inc., 1963.
- Good, Carter V. Dictionary of Education. New York : McGraw-Hill, 1973.
- Houston, W. Robert and others. Developing Instructional Modules. A Modular System for Writing Modules. College of Education. University of Houston, Houston, Texas, 1972.
- Krulik, Stephen. A Mathematics Laboratory Handbook for Secondary Schools. Philadelphia : W. B. Saunders Company, 1972.
- Laurence, Gordon. Module on Moduls on O-A. Florida: Department of Education, Division of Elementary and Secondary Education, Florida Educational Research and Development Program, July 1973.

Piaget, Jean. Language and Thought of the Child. New Jersey : Prentice Hall Inc., Englewood Cliff, 1966.

Reeve, William David. Mathematics for the Secondary School. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1960.

Tenbrink, Terry D. Evaluation: A Practical Guide for Teachers. New York : McGraw-Hill Book Company, 1974.

#### Articles

Baum, Dale D. and Chastain, Thomas G. "Training Package : An Innovation Approach for Increasing IMPIRMC Potential for the In-Service Training in special Education." Learning Package in American Education. New Jersey : Educational Technology Publications, Englewood Cliffs, 1972.

Kapfer, Philip and Kapfer, Miriam. "Introduction to Learning Package." Learning Packages in American Education. New Jersey: Educational Technology Publications, Englewood Cliffs, 1972.

Krulik, Stephen. "Learning Packages for Mathematics Instruction: Some Consideration." The Mathematics Teacher (April 1974) : 348.

Pereira, P.D. "What is Programmed Learning." Introduction to Programmed Learning. Geneva: Management development manual No. 25, 1971.

White, Virginia T. "A Profile of Individualized Instruction." The Mathematics Teacher 5 (May 1972) : 394.

Other Materials

Flournoy, Lovelia Pauline. "Individualized Instruction in Mathematics for the First Grade Children." Dissertation Abstracts 34(1974) 9 : 5582.

Henry Jr., Lewis. "Developing an Instructional Package for Teaching Negative Base Numeration Systems and Its Effects on Attitude and Transfer." Dissertation Abstracts International 34(June 1974) 12 : 7519-20-A.

McDonald, Ellen Jean Baird. "The Development and Evaluation of a set of Multi-Media Self Instructional Learning Activity Packages for Use in Remedial English at an Urban Community College." Dissertation Abstracts International 34(October 1973) 4:1590-A.

Meeks, Elya Bruce. "Learning Packages Versus Conventional Methods of Instruction." Dissertation Abstracts 32(1972) 8 : 429-A.

Melvin, Wasserman. "The Design and Valiation of Self-Instructional Learning Package for the Acquisition of Ascending Melodic Interval Skills: A Developmental Process." Dissertation Abstracts International 35(January 1975) : 4057-58-A.

Norman, Shelby Jean. "A Comparison of an Audio-tutorial Approach and the Tradition Lecture Discussion Approach to the Teaching of Remedial Algebra in a Junior College." Dissertation Abstracts International 32 (April 1972) 10:308-A.

Rigby, Dorothy Sue. "The Effectiveness of Learning Activity Package Instruction Versus The Teacher-Directed Method of Teaching Intermediate College Typewriting." Dissertation Abstracts International 35 (August 1974) 2 : 949-A.

Stone Jr., Jame Lenious. "The Effect of Individualized Learning Activity Packages in Mathematics on the Academic Achievement of Seventh-And Eighth-Grade Students in the Demopolis City Schools." Dissertation Abstracts 36 (1975) 2 : 690-A.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ตารางที่ 1 ตารางการหาตัวกลางเลขคณิตของคะแนนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบ  
สอบก่อนนำมาใช้ในการวิจัย

| $x$ | $f$ | $fx$ | $x^2$ | $fx^2$ |
|-----|-----|------|-------|--------|
| 29  | 1   | 29   | 841   | 841    |
| 28  | 5   | 140  | 784   | 3920   |
| 27  | 5   | 135  | 729   | 3645   |
| 26  | 3   | 78   | 676   | 2028   |
| 25  | 8   | 200  | 625   | 5000   |
| 24  | 5   | 120  | 576   | 2880   |
| 23  | 13  | 299  | 529   | 6877   |
| 22  | 6   | 132  | 484   | 2904   |
| 21  | 4   | 84   | 441   | 1764   |
| 20  | 7   | 140  | 400   | 2800   |
| 19  | 5   | 95   | 361   | 1805   |
| 18  | 8   | 144  | 324   | 2592   |
| 17  | 6   | 102  | 289   | 1734   |
| 16  | 2   | 32   | 256   | 512    |
| 14  | 2   | 28   | 196   | 392    |
| 13  | 2   | 26   | 169   | 338    |
| 12  | 2   | 24   | 144   | 288    |
| 10  | 3   | 30   | 100   | 300    |
| 9   | 3   | 27   | 81    | 243    |
| 8   | 3   | 24   | 64    | 192    |
| 7   | 2   | 14   | 49    | 98     |

| x                | f | fx                 | x <sup>2</sup>        | fx <sup>2</sup> |
|------------------|---|--------------------|-----------------------|-----------------|
| 6                | 3 | 18                 | 36                    | 108             |
| 5                | 1 | 5                  | 25                    | 25              |
| 3                | 1 | 3                  | 9                     | 9               |
| $\Sigma f = 100$ |   | $\Sigma fx = 1929$ | $\Sigma fx^2 = 41295$ |                 |

จากข้อมูลในตารางที่ 1 หาค่ากลางเลขคณิตของคะแนนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถามนำมาใช้ในการวิจัยได้ดังนี้

ก. หาค่ากลางเลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร} \quad \bar{X} &= \frac{\Sigma fx}{N} \\
 &= \frac{1929}{100} \\
 &= 19.29
 \end{aligned}$$

ข. หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร} \quad \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{41295}{100} - \left(\frac{1929}{100}\right)^2} \\
 &= \sqrt{412.95 - 372.10} \\
 &= \sqrt{40.85} \\
 &= 6.39
 \end{aligned}$$

การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามนำมาใช้ในการวิจัย

$$\text{จากสูตร } r_{tt} = \frac{n(S.D)^2 - \bar{X}(n - \bar{X})}{(S.D)^2(n-1)}$$

$$\text{เมื่อ } \bar{X} = 19.29$$

$$(S.D)^2 = 40.85$$

$$n = 30$$

$$\therefore r_{tt} = \frac{30(40.85) - 19.29(30 - 19.29)}{40.85(30 - 1)}$$

$$= \frac{1225.5 - 1929 \times 10.71}{40.85 \times 29}$$

$$= \frac{1225.5 - 206.60}{1184.65}$$

$$= \frac{1018.9}{1184.65}$$

$$= 0.86$$

ตารางที่ 2 ตารางแสดงค่าความยากง่าย ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบสอบถามนำมาใช้ในการวิจัย

| ข้อที่ | PH    | PL    | $p$ | $r$ | หมายเหตุ |
|--------|-------|-------|-----|-----|----------|
| 1      | 100   | 29.63 | .72 | .80 |          |
| 2      | 74.07 | 44.44 | .59 | .31 |          |
| 3      | 66.67 | 40.74 | .54 | .27 |          |
| 4      | 85.19 | 22.22 | .54 | .62 |          |
| 5      | 100   | 48.15 | .80 | .73 |          |
| 6      | 96.30 | 33.33 | .69 | .70 |          |
| 7      | 85.19 | 18.52 | .53 | .65 |          |
| 8      | 85.19 | 29.63 | .59 | .56 |          |
| 9      | 96.30 | 66.67 | .84 | .48 | /        |
| 10     | 96.30 | 55.56 | .79 | .57 |          |
| 11     | 55.56 | 11.11 | .32 | .51 |          |
| 12     | 100   | 48.15 | .80 | .73 |          |
| 13     | 96.30 | 14.81 | .59 | .80 |          |
| 14     | 92.59 | 25.93 | .63 | .69 |          |
| 15     | 96.30 | 40.74 | .73 | .66 |          |
| 16     | 100   | 51.85 | .82 | .71 | /        |
| 17     | 100   | 44.44 | .78 | .75 |          |
| 18     | 100   | 62.96 | .86 | .66 | /        |
| 19     | 66.67 | 11.11 | .37 | .59 |          |
| 20     | 96.30 | 29.63 | .68 | .72 |          |
| 21     | 59.26 | 22.22 | .40 | .39 |          |
| 22     | 96.30 | 37.04 | .71 | .68 |          |

| ข้อที่ | PH    | PL    | p   | r   | หมายเหตุ |
|--------|-------|-------|-----|-----|----------|
| 23     | 100   | 44.44 | .78 | .75 |          |
| 24     | 100   | 55.56 | .83 | .69 | ✓        |
| 25     | 92.59 | 29.63 | .65 | .66 |          |
| 26     | 25.93 | 11.11 | .18 | .23 | ✓        |
| 27     | 96.30 | 44.44 | .74 | .64 |          |
| 28     | 96.30 | 22.22 | .64 | .76 |          |
| 29     | 62.96 | 22.22 | .42 | .42 |          |
| 30     | 81.48 | 25.93 | .54 | .55 |          |

หมายเหตุ ข้อ ✓ เป็นข้อสอบที่ตัดทิ้งไป

ตารางที่ 3 ตารางการหาตัวกลางเลขคณิตของคะแนนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบ  
สอบหลังจากปรับปรุงแล้ว

| $x$ | $f$ | $fx$ | $x^2$ | $fx^2$ |
|-----|-----|------|-------|--------|
| 25  | 1   | 25   | 625   | 625    |
| 24  | 3   | 72   | 576   | 1728   |
| 23  | 6   | 138  | 529   | 3174   |
| 22  | 4   | 88   | 484   | 1936   |
| 21  | 6   | 126  | 441   | 2646   |
| 20  | 8   | 160  | 400   | 3200   |
| 19  | 11  | 209  | 361   | 3971   |
| 18  | 7   | 126  | 324   | 2268   |
| 17  | 5   | 85   | 289   | 1445   |
| 16  | 8   | 128  | 256   | 2048   |
| 15  | 3   | 45   | 225   | 675    |
| 14  | 8   | 112  | 196   | 1568   |
| 13  | 5   | 65   | 169   | 845    |
| 12  | 4   | 48   | 144   | 576    |
| 11  | 2   | 22   | 121   | 242    |
| 10  | 1   | 10   | 100   | 100    |
| 9   | 1   | 9    | 81    | 81     |
| 8   | 3   | 24   | 64    | 192    |
| 7   | 1   | 7    | 49    | 49     |
| 6   | 6   | 36   | 36    | 216    |



ตารางที่ 3 (ต่อ)

| x                | f | fx                 | x <sup>2</sup>        | fx <sup>2</sup> |
|------------------|---|--------------------|-----------------------|-----------------|
| 5                | 4 | 20                 | 25                    | 100             |
| 4                | 2 | 8                  | 16                    | 32              |
| 3                | 1 | 3                  | 9                     | 9               |
| $\Sigma f = 100$ |   | $\Sigma fx = 1566$ | $\Sigma fx^2 = 27726$ |                 |

จากข้อมูลในตารางที่ 2 หาค่ากลางเลขคณิตของคะแนนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบหลังจากปรับปรุ้งแล้ว ได้ดังนี้

ก. หาค่ากลางเลขคณิต

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\Sigma fx}{N} \\ &= \frac{1566}{100} \\ &= 15.66 \end{aligned}$$

ข. หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } S.D. &= \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{27726}{100} - \left(\frac{1566}{100}\right)^2} \\ &= \sqrt{277.26 - 245.24} \\ &= \sqrt{32.02} \\ &= 5.66 \end{aligned}$$

การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามหลังจากปรับปรุงแล้ว

$$\text{จากสูตร } r_{tt} = \frac{n(S.D)^2 - \bar{X}(n-\bar{X})}{(S.D)^2(n-1)}$$

$$\text{เมื่อ } \bar{X} = 15.66$$

$$(S.D)^2 = 32.02$$

$$n = 25$$

$$\therefore r_{tt} = \frac{25(32.02) - 15.66(25-15.66)}{30.02(25-1)}$$

$$= \frac{800.89 - 15.66 \times 9.34}{30.02 \times 24}$$

$$= \frac{800.89 - 146.26}{768.85}$$

$$= \frac{654.63}{768.85}$$

$$= 0.85$$

ตารางที่ 4 ตารางแสดงผลการทดลองใช้ชุดการสอน 1 คน

|              | คะแนนสอบ<br>ก่อนเรียน(25) | คะแนนแบบ<br>ฝึกหัด(30) | คะแนนสอบ<br>หลังเรียน(25) | ความ<br>ก้าวหน้า |
|--------------|---------------------------|------------------------|---------------------------|------------------|
|              | 2                         | 26                     | 21                        | 19               |
| เฉลี่ยร้อยละ | 8.00                      | 86.66                  | 84.00                     |                  |

จากการทดลองปรากฏว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นใช้ทดลองกับนักเรียน 1 คน มีประสิทธิภาพ 86.66/84.00 แสดงว่าชุดการสอนนี้จะต้องมีการปรับปรุงให้ดีขึ้น โดยผู้วิจัยพบว่าชุดการสอนนี้มีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. การใช้ภาษา คำสั่ง ตลอดจนคำอธิบายบางหน่วยยังไม่รัดกุม
2. การทดลองของนักเรียน ไม่ได้เสนอแนะแนวทางในการแสดงผลให้ ทำให้การสรุปผลการทดลองที่ได้ไม่ชัดเจน และไม่ย้ำความสำคัญ
3. ปรับปรุงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

ตารางที่ 5 ตารางแสดงผลการทดลองใช้ชุดการสอน 5 คน

| คนที่  | คะแนนสอบ<br>ก่อนเรียน(25) | คะแนนแบบ<br>ฝึกหัด(30) | คะแนนสอบ<br>หลังเรียน(25) | ความก้าวหน้า |
|--------|---------------------------|------------------------|---------------------------|--------------|
| 1      | 3                         | 28                     | 24                        | 21           |
| 2      | 1                         | 26                     | 20                        | 19           |
| 3      | 2                         | 25                     | 19                        | 17           |
| 4      | 2                         | 25                     | 22                        | 20           |
| 5      | 5                         | 30                     | 24                        | 19           |
| รวม    | 13                        | 134                    | 109                       | 96           |
| เฉลี่ย | 2.60                      | 26.80                  | 21.80                     | 19.20        |
| ร้อยละ | 10.40                     | 89.33                  | 87.20                     | 76.80        |

จากการทดลองปรากฏว่า ชุดการสอนที่ได้ปรับปรุงและแก้ไขในบางตอน เมื่อมาทดลองใช้กับนักเรียน 5 คน มีประสิทธิภาพ 89.33/87.20 ซึ่งชุดการสอนนี้จะคงได้รับการปรับปรุงและแก้ไขเพิ่มเติมอีก และผู้วิจัยได้พบข้อบกพร่อง ดังนี้

1. แก้ไขภาษาในบางตอนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
2. เพิ่มรายละเอียดของเนื้อหาในบางหน่วย
3. ปรับปรุงแบบฝึกหัด
4. คำแนะนำในมัลตรกิจกรรมบางหน่วยยังไม่ชัดเจน

ตารางที่ 6 ตารางแสดงผลการทดลองใช้ชุดการสอนภาคสนาม 20 คน

| คนที่ | คะแนนสอบ<br>ก่อนเรียน(25)<br>( $x_1$ ) | คะแนนสอบ<br>หลังเรียน(25)<br>( $x_2$ ) | $D = x_2 - x_1$ | $D^2$ | คะแนนแบบ<br>ฝึกหัด(30) |
|-------|--|--|-----------------|-------|------------------------|
| 1     | 6                                      | 24                                     | 18              | 324   | 28                     |
| 2     | 6                                      | 24                                     | 18              | 324   | 29                     |
| 3     | 4                                      | 20                                     | 16              | 256   | 25                     |
| 4     | 3                                      | 21                                     | 18              | 324   | 28                     |
| 5     | 9                                      | 25                                     | 16              | 256   | 30                     |
| 6     | 7                                      | 23                                     | 17              | 289   | 26                     |
| 7     | 8                                      | 24                                     | 16              | 256   | 29                     |
| 8     | 3                                      | 23                                     | 20              | 400   | 25                     |
| 9     | 3                                      | 21                                     | 18              | 324   | 27                     |
| 10    | 6                                      | 22                                     | 16              | 256   | 28                     |
| 11    | 2                                      | 20                                     | 18              | 324   | 26                     |
| 12    | 4                                      | 22                                     | 18              | 324   | 27                     |
| 13    | 2                                      | 25                                     | 23              | 529   | 28                     |
| 14    | 2                                      | 23                                     | 21              | 441   | 30                     |
| 15    | 2                                      | 25                                     | 23              | 529   | 29                     |
| 16    | 4                                      | 24                                     | 20              | 400   | 30                     |
| 17    | 5                                      | 25                                     | 20              | 400   | 27                     |
| 18    | 6                                      | 22                                     | 15              | 225   | 29                     |
| 19    | 1                                      | 16                                     | 15              | 225   | 23                     |

## ตารางที่ 6 (ต่อ)

| คนที่            | คะแนนสอบ<br>ก่อนเรียน(25)<br>( $x_1$ ) | คะแนนสอบ<br>หลังเรียน(30)<br>( $x_2$ ) | $D = x_2 - x_1$ | $D^2$ | คะแนน<br>แบบฝึกหัด(30) |
|------------------|--|--|-----------------|-------|------------------------|
| 20               | 3                                      | 25                                     | 22              | 484   | 30                     |
| รวม              | 106                                    | 454                                    | 368             | 6814  | 554                    |
| เฉลี่ย           | 5.3                                    | 22.70                                  | 18.40           |       | 27.70                  |
| เฉลี่ย<br>ร้อยละ | 21.20                                  | 90.80                                  | 73.60           |       | 92.33                  |

## การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของชุดการสอน

## 1 มาตรฐาน 90 ตัวแรก

$$\text{จากสูตร } E_1 = \frac{\sum X_1}{N} \times 100$$

$$\text{เมื่อ } \sum X_1 = 554 \text{ คะแนน}$$

$$N = 20 \text{ คน}$$

$$A = 30 \text{ ข้อ}$$

$$\begin{aligned} \therefore E_1 &= \frac{554}{20} \times 100 \\ &= \frac{27.70}{30} \times 100 \\ &= 92.33 \end{aligned}$$

∴ คะแนนที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้คิดเฉลี่ยร้อยละ 92.33

## 2 มาตรฐาน 90 ตัวหลัง

$$\text{จากสูตร } E_2 = \frac{\sum X_2}{N} \times 100$$

$$\text{เมื่อ } \sum X_2 = 454 \text{ คะแนน}$$

$$N = 20 \text{ คน}$$

$$B = 25 \text{ ข้อ}$$

$$\begin{aligned} \therefore E_2 &= \frac{454}{20} \times 100 \\ &= \frac{22.70}{25} \times 100 \\ &= 90.80 \end{aligned}$$

∴ คะแนนที่นักเรียนทำแบบสอบหลังเรียนได้ คิดเฉลี่ยร้อยละ 90.80

สรุป นั่นคือ ชุดการสอนตามเอกภาพที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพเป็น

$$92.33/90.80$$

ตารางที่ 7 ตารางการหาตัวกลาง เลขคณิตของคะแนนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบ  
สอบจากการทดลองภาคสนาม

| x               | f | fx                | x <sup>2</sup> | fx <sup>2</sup>       |
|-----------------|---|-------------------|----------------|-----------------------|
| 25              | 5 | 125               | 625            | 3125                  |
| 24              | 4 | 96                | 576            | 2304                  |
| 23              | 3 | 69                | 529            | 1587                  |
| 22              | 3 | 66                | 484            | 1452                  |
| 21              | 2 | 42                | 441            | 882                   |
| 20              | 2 | 40                | 400            | 800                   |
| 16              | 1 | 16                | 256            | 256                   |
| $\Sigma f = 20$ |   | $\Sigma fx = 454$ |                | $\Sigma fx^2 = 10406$ |

จากข้อมูลในตารางที่ 7 หาตัวกลาง เลขคณิตของคะแนนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน  
ของแบบสอบจากการทดลองภาคสนามได้ดังนี้

ก. หาตัวกลาง เลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\Sigma fx}{N} \\
 &= \frac{454}{20} \\
 &= 22.70
 \end{aligned}$$

ข. หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร S.D.} &= \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{10406}{20} - \left(\frac{454}{20}\right)^2} \\
 &= \sqrt{520.30 - (22.7)^2}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{520.30 - 515.29} \\
 &= \sqrt{5.01} \\
 &= 2.24
 \end{aligned}$$

การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบจากผลของการทดลองภาคสนาม

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร} \quad r_{tt} &= \frac{n(S.D)^2 - \bar{X}(n-\bar{X})}{(S.D)^2(n-1)} \\
 \text{เมื่อ} \quad \bar{X} &= 22.70 \\
 (S.D)^2 &= 5.01 \\
 n &= 25 \\
 \therefore r_{tt} &= \frac{25 \times 5.01 - 22.70(25-22.70)}{5.01(25-1)} \\
 &= \frac{125.25 - 22.70 \times 2.3}{5.01 \times 24} \\
 &= \frac{125.25 - 52.21}{120.24} \\
 &= \frac{73.04}{120.24} \\
 &= 0.607 \\
 &= 0.61
 \end{aligned}$$

การวิเคราะห์หาความก้าวหน้าทางการเรียนจากชุดการสอน

สมมติฐาน  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

จากสูตร

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

$$= \frac{368}{\sqrt{\frac{20(6814) - (368)^2}{20-1}}}$$

$$= \frac{368}{\sqrt{\frac{136280 - 135424}{19}}}$$

$$= \frac{368}{\sqrt{\frac{856.00}{19}}}$$

$$= \frac{368}{45.2526}$$

$$= \frac{368}{6.7121}$$

$$= 54.8263$$



สรุป คะแนนแบบสอบก่อนเรียนและหลังเรียนชุดการสอน มีความแตกต่างกัน  
อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ  $\alpha = 0.01$

ภาคผนวก ข.

ชุดการสอนตามเอกัตถภาพวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง  
การแยกตัวประกอบของพหุนาม  
สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

## คู่มือแนะนำการเรียนชุดการสอน

1. ก่อนการเรียนจากชุดการสอนนี้ นักเรียนจะต้องมีพื้นฐานความรู้ เรื่อง การหารากกำลังที่สอง, การเข้าและการถอดวงเล็บ
2. ชุดการสอนนี้เป็นชุดการสอนตามเอกัตภาพเรื่อง "การแยกตัวประกอบของพหุนาม" โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยย่อย 5 หน่วยคือ
  - หน่วยที่ 1 โมโนเมียลและพหุนาม
  - หน่วยที่ 2 ตัวประกอบและการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีหนึ่ง
  - หน่วยที่ 3 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง
  - หน่วยที่ 4 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสาม
  - หน่วยที่ 5 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสูงกว่าสาม
3. เนื้อหาแต่ละหน่วยเป็นเนื้อหาที่ต่อเนื่องกัน เรียงลำดับจากง่ายไปหายาก ฉะนั้นนักเรียนจะต้องเริ่มเรียนจากหน่วยที่ 1 ไปหน่วยที่ 2 และหน่วยถัดไปเรื่อย ๆ จนครบทุกหน่วย
4. ในแต่ละหน่วยจะมีบัตรคำซึ่งจะบอกวิธีเรียนของแต่ละหน่วยไว้ ซึ่งนักเรียนจะต้องปฏิบัติตาม
5. การเรียนจากชุดการสอนของทุกหน่วย นักเรียนจะต้องปฏิบัติ ดังนี้
  - 5.1 ทำแบบสอบถามก่อนเรียน เพื่อวัดความรู้ในเรื่องที่กำลังจะเรียนว่ามีพื้นฐานเพียงใด
  - 5.2 เรียนจากชุดการสอน
  - 5.3 ทำแบบฝึกหัดหลังการเรียน เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 5.4 ทำแบบสอบถามหลังเรียน เพื่อวัดผลสำเร็จในการเรียนว่า นักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นเพียงใด
6. หากมีข้อสงสัยประการใดเกี่ยวกับบทเรียนให้ถามครูได้ตลอดเวลา

## แผนการ เรียนชุดการสอน

| หน่วยที่  | ชื่อการสอน  | กิจกรรมที่นักเรียนปฏิบัติ   | การวัดและประเมินผล                            |
|---|---|---|---|
| 1. โมนิเมียด<br>และโพลีโน<br>เมียล                                  | 1. อุดกรณชุดที่ 1.1<br>2. บทเรียนแบบโปรแกรม<br>เรื่องโมนิเมียดและ<br>โพลีโนเมียล<br>3. บัตรคำตั้ง<br>4. บัตรกิจกรรม<br>5. แบบฝึกหัดและเฉลย  | 1. ทำแบบสอบก่อนเรียน<br>2. ทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม<br>3. ศึกษาทเรียนแบบโปรแกรม<br>4. ทำแบบฝึกหัด<br>5. ตรวจแบบฝึกหัด<br>6. ทำแบบสอบหลังเรียน                            | แบบสอบก่อนเรียน<br>และหลังเรียนหน่วย<br>ที่ 1 |
| 2. ตัวประกอบ<br>และการแยก<br>ตัวประกอบ<br>โพลีโนเมียล<br>คี่กรหนึ่ง | 1. บทเรียนแบบโปรแกรม<br>เรื่องจำนวนยกกำลัง,<br>การแยกตัวประกอบ<br>โพลีโนเมียลคี่กรหนึ่ง<br>2. อุดกรณชุดที่ 2.1 ,2.2<br>และ 2.3<br>3. บทเรียนประกอบภาพ<br>เรื่องการคูณโมนิเมียด<br>ควายโมนิเมียด<br>4. บัตรคำตั้ง<br>5. บัตรกิจกรรม<br>6. แบบฝึกหัดและเฉลย | 1. ทำแบบสอบก่อนเรียน<br>2. ศึกษาทเรียนแบบโปรแกรม<br>3. ทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม<br>4. ศึกษาทเรียนประกอบภาพ<br>5. ทำแบบฝึกหัด<br>6. ตรวจแบบฝึกหัด<br>7. ทำแบบสอบหลังเรียน | แบบสอบก่อนเรียน<br>และหลังเรียนหน่วย<br>ที่ 2 |

| หน่วยที่                                     | สื่อการสอน  | กิจกรรมที่นักเรียนปฏิบัติ  | การวัดและประเมินผล                     |
|--|---|--|--|
| 3. การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสอง        | 1. อุปกรณ์ชุดที่ 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 และ 3.9<br>2. แผนภาพ 3.1<br>3. บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสอง<br>4. บัตรคำสั่ง<br>5. บัตรกิจกรรม<br>6. แบบฝึกหัดและเฉลย | 1. ทำแบบสอบก่อนเรียน<br>2. ทำกิจกรรมตามปกติกิจกรรม<br>3. ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม<br>4. ทำแบบฝึกหัด<br>5. ตรวจสอบแบบฝึกหัด<br>6. ทำแบบสอบหลังเรียน | แบบสอบก่อนเรียน และหลังเรียนหน่วยที่ 3 |
| 4. การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสาม        | 1. อุปกรณ์ชุดที่ 4.1 และ 4.2<br>2. บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสาม<br>3. บัตรคำสั่ง<br>4. บัตรกิจกรรม<br>5. แบบฝึกหัดและเฉลย   | 1. ทำแบบสอบก่อนเรียน<br>2. ทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม<br>3. ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม<br>4. ทำแบบฝึกหัด<br>5. ตรวจสอบแบบฝึกหัด<br>6. ทำแบบสอบหลังเรียน | แบบสอบก่อนเรียน และหลังเรียนหน่วยที่ 4 |
| 5. การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสูงกว่าสาม | 1. บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสูงกว่าสาม<br>2. บัตรคำสั่ง<br>3. แบบฝึกหัดและเฉลย  | 1. ทำแบบสอบก่อนเรียน<br>2. ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม<br>3. ทำแบบฝึกหัด<br>4. ตรวจสอบแบบฝึกหัด<br>5. ทำแบบสอบหลังเรียน                               | แบบสอบก่อนเรียน และหลังเรียนหน่วยที่ 5 |

## จุดประสงค์ของการเรียนชุดการสอน

### เรื่อง

## การแยกตัวประกอบของพหุนาม

### จุดประสงค์ทั่วไป

เมื่อเรียนจบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. ทราบถึงลักษณะของโมนอเมียลและพหุนาม
2. เข้าใจการบวก ลบ และคูณพหุนามเข้าด้วยกัน
3. เข้าใจการแยกตัวประกอบของพหุนาม
4. ใช้เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบทั้ง 5 หน่วย แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้อย่างถูกต้องว่าตัวใดเป็นโมนอเมียล
2. บอกชื่อของโมนอเมียลได้อย่างถูกต้อง
3. บอกลักษณะของโมนอเมียลคล้ายได้อย่างถูกต้อง
4. บอกได้อย่างถูกต้องว่าตัวใดเป็นพหุนาม
5. บอกชื่อของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
6. หาคำสำเร็จของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
7. หาตัวประกอบของจำนวนใด ๆ ได้อย่างถูกต้อง
8. แยกตัวประกอบของพหุนามตัวหนึ่งได้อย่างถูกต้อง
9. หาคำคูณของโมนอเมียลด้วยโมนอเมียลได้อย่างถูกต้อง
10. แยกตัวประกอบพหุนามตัวสองโดยใช้กฎการกระจายได้อย่างถูกต้อง
11. แยกตัวประกอบพหุนามตัวสาม โดยใช้กฎการกระจายได้อย่างถูกต้อง
12. แยกตัวประกอบพหุนามตัวสูงกว่าสาม โดยใช้กฎการกระจายได้อย่างถูกต้อง



13. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองโดยใช้กฎการจับคู่ได้อย่างถูกต้อง
14. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสามโดยใช้กฎการจับคู่ได้อย่างถูกต้อง
15. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองรูป  $x^2+bx+c$  ได้อย่างถูกต้อง
16. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองรูป  $ax^2+bx+c$  ได้อย่างถูกต้อง
17. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองรูป  $a^2-b^2$  ได้อย่างถูกต้อง
18. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
19. ตรวจสอบได้อย่างถูกต้องว่าพหุนามดีกรีสองใดที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์
20. หาผลคูณของพหุนามดีกรีสองได้อย่างถูกต้อง
21. ตรวจสอบคำตอบการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองได้อย่างถูกต้อง
22. หาโมโนเมียลตัวกลางที่จะทำให้พหุนามดีกรีสองเป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
23. หาโมโนเมียลตัวสุดท้ายที่จะทำให้พหุนามดีกรีสองเป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
24. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสามรูป  $a^3-b^3$  ได้อย่างถูกต้อง
25. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสามรูป  $a^3+b^3$  ได้อย่างถูกต้อง
26. เปลี่ยนรูปพหุนามดีกรีสูง ๆ ให้เป็นรูปดีกรีสองหรือดีกรีสามได้อย่างถูกต้อง
27. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสูง ๆ โดยทำให้เป็นรูปดีกรีสองหรือดีกรีสามได้อย่างถูกต้อง
28. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสูง โดยจับบางส่วนให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
29. แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสูงอย่างระคนได้อย่างถูกต้อง

## แบบสอบก่อนและหลังเรียนชุดการสอน

## บทเรียนวิชาคณิตศาสตร์

## เรื่อง

## การแยกตัวประกอบของพหุนาม

เวลา 1.00 ชั่วโมง 25 คะแนน

คำชี้แจง ข้อสอบทั้งหมดมี 25 ข้อ รวม 5 หน้า

- คำสั่ง
- จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ในกระดาษคำตอบ
  - ห้ามทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในกระดาษคำตอบ
  - ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกไปนอกห้องสอบ

1. ข้อใดเป็นโมนอเมียล ?

ก.  $-\frac{5}{6}a^2$

ง.  $\frac{a+2}{3}$

ข.  $\frac{4}{b}$

จ.  $c^{-3}$

ค.  $b+2c^2$

2. ข้อใดเป็นโมนอเมียลคล้าย ?

ก.  $5p^2, 5p$

ง.  $25p^2qr, -rp^2q$

ข.  $13pq, 14q$

จ.  $3p^3q, 10q^3p$

ค.  $p^2q, pq^2$

3. ข้อใดไม่เป็นพหุนาม ?

ก.  $2(x+2y-z)$

ง.  $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$

ข.  $\frac{-3}{7}x^2y^2$

จ.  $y(x+y)$

ค.  $\frac{x}{y} + 2$



10. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $3b-2c+(3b-2c)^3$ ?
- ก.  $(1+9b^2-12bc+4c^2)(3b-2c)$       ง.  $(1+3b-2c)(3b-2c)^2$   
 ข.  $(9b^2-12bc+4c^2)(3b-2c)$       จ.  $(6b-4c)(3b-2c)$   
 ค.  $(2+9b^2-4c^2)(3b-2c)$
11. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $4a^3b^2c - 8a^2b^3c^3 + 16a^2b^2c^2$ ?
- ก.  $4a^2b^2c^2(a-2bc+4)$       ง.  $4ab^2c^2(a^2-2abc+4a)$   
 ข.  $4a^2b^2c(a-2bc^2+4c)$       จ.  $4abc(a^2b-2ab^2c^2+4abc)$   
 ค.  $4a^2bc^2(ab-2b^2c+4b)$
12. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $1+3b-4c-12bc$ ?
- ก.  $(1+3b)(1-2c)(1+2c)$       ง.  $(1+3b)(1-2c)$   
 ข.  $(3b+1)(1-4c)$       จ.  $(3b-1)(4c-1)$   
 ค.  $(4c-1)(3b+1)$
13. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $a^2d-b^2c+abc-abd$ ?
- ก.  $(b-a)(ac-bd)$       ง.  $(a-b)(bc+ad)$   
 ข.  $(ad+bc)(b-a)$       จ.  $(ac+bd)(a-b)$   
 ค.  $(ab+cd)(a-b)$
14. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $x^4+x^3+2x+2$ ?
- ก.  $2x^3(x+1)^2$       ง.  $(x+1)(x^3+2)$   
 ข.  $2x^3(x+1)$       จ.  $(x+2)(x+1)^2$   
 ค.  $x(x^3+2)$
15. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $22-9x-x^2$ ?
- ก.  $(11-x)(2-x)$       ง.  $(2-x)(20+x)$   
 ข.  $(11-x)(2+x)$       จ.  $(2+x)(20-x)$   
 ค.  $(2-x)(11+x)$

16. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $p^2 - 4(q-r)^2$ ?
- ก.  $(p-4q-4r)(p+4q-4r)$       ง.  $(p-2q-2r)(p+2q-2r)$   
 ข.  $(p-4q+4r)(p+4q-4r)$       จ.  $(p-2q+2r)(p-2q+2r)$   
 ค.  $(p+2q-2r)(p-2q+2r)$
17. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $a^3 - am^2$ ?
- ก.  $(a^2 - m)(a^2 + m)$       ง.  $a(a-m)(a+m)$   
 ข.  $a(a^2 + m)(1-m)$       จ.  $a(a-m)(a-m)$   
 ค.  $a(a^2 - m)(a+m)$
18. พหุนามใดที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์?
- ก.  $1-2r+r^2$       ง.  $r^2-10r+16$   
 ข.  $4r^2-9q^2$       จ.  $36r^2+60r+9$   
 ค.  $9+50r+25r^2$
19. ข้อใดเป็นผลคูณของพหุนาม  $(ax-by)^2$ ?
- ก.  $ax^2+abxy+by^2$       ง.  $a^2x^2+2abxy-b^2y^2$   
 ข.  $a^2x^2-abxy+b^2y^2$       จ.  $a^2x^2-2abxy+b^2y^2$   
 ค.  $ax^2-2abxy+by^2$
20. ข้อใดเป็นโมโนเมียลตัวกลางของพหุนาม  $(7-5y)^2$ ?
- ก.  $-10y$       ง.  $-70y$   
 ข.  $-14y$       จ.  $-140y$   
 ค.  $-35y$
21. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $27x^3 - 8y^3$ ?
- ก.  $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$       ง.  $(3x+2y)(9x^2-12xy+4y^2)$   
 ข.  $(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)$       จ.  $(3x-2y)(9x^2-12xy+4y^2)$   
 ค.  $(3x-2y)(9x^2+12xy+4y^2)$

22. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $x^8 - 4y^6$ ?
- ก.  $(x^4 - 4y^3)(x^4 + 4y^3)$       ง.  $(x^4 - 2y^3)(x^4 - 2y^3)$   
 ข.  $(x^4 - 4y^3)(x^4 - 4y^3)$       จ.  $(x^4 + 2y^3)(x^4 + 2y^3)$   
 ค.  $(x^4 - 2y^3)(x^4 + 2y^3)$
23. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $b^9 - 1$ ?
- ก.  $(b^3 - 1)(b^6 + b^3 + 1)$       ง.  $(b^6 - 1)(b^{12} - b^6 + 1)$   
 ข.  $(b^3 - 1)(b^6 - b^3 + 1)$       จ.  $(b^6 - 1)(b^{12} + 2b^6 - 1)$   
 ค.  $(b^6 - 1)(b^{12} + b^6 + 1)$
24. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $9a^4 + 8a^2b^2 + 4b^4$ ?
- ก.  $(3a^2 + 2ab + 2b^2)(3a^2 - 2ab + 2b^2)$   
 ข.  $(3a^2 + 3ab + 2b^2)(3a^2 - 3ab + 2b^2)$   
 ค.  $(3a^2 + 4ab + 2b^2)(3a^2 - 4ab + 2b^2)$   
 ง.  $(3a^2 + 6ab + 2b^2)(3a^2 - 6ab + 2b^2)$   
 จ.  $((3a^2 + 12ab + 2b^2)(3a^2 - 12ab + 2b^2))$
25. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $16x^2 - 9y^2 + 4x - 3y$ ?
- ก.  $(4x - 3y)(4x + 3y)$       ง.  $(4x - 3y)(4x - 3y + 1)$   
 ข.  $(4x - 3y)(4x + 3y + 1)$       จ.  $(4x + 3y)(4x + 3y - 1)$   
 ค.  $(4x + 3y)(4x - 3y - 1)$

## เฉลยแบบสอบก่อนและหลังเรียนวิชาการสอน

|    |   |    |   |
|----|---|----|---|
| 1  | ก | 14 | ง |
| 2  | ง | 15 | ค |
| 3  | ค | 16 | ค |
| 4  | ข | 17 | ง |
| 5  | ข | 18 | ก |
| 6  | ค | 19 | จ |
| 7  | ง | 20 | ง |
| 8  | จ | 21 | ก |
| 9  | ข | 22 | ค |
| 10 | ก | 23 | ก |
| 11 | ข | 24 | ก |
| 12 | ข | 25 | ข |
| 13 | ง |    |   |

## บทเรียนหน่วยที่ 1

## เรื่อง โมโนเมียล และโพลีโนเมียล

## จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกได้อย่างถูกต้องว่าตัวใด เป็นโมโนเมียล
2. เขียนส่วนประกอบของ โมโนเมียล ได้อย่างถูกต้อง
3. บอกคี่กรรของ โมโนเมียล ได้อย่างถูกต้อง
4. บอกลักษณะของ โมโนเมียล คลาย ได้อย่างถูกต้อง
5. เขียนรูปทั่วไปของ โมโนเมียล ได้อย่างถูกต้อง
6. บอกลักษณะของ โพลีโนเมียล ได้อย่างถูกต้อง
7. บอกคี่กรรของ โพลีโนเมียล ได้อย่างถูกต้อง
8. เรียกชื่อ โพลีโนเมียล ได้อย่างถูกต้อง
9. เขียนโพลีโนเมียล เป็นรูปผลสำเร็จ ได้อย่างถูกต้อง
10. ทำโจทย์แบบสอบก่อนเรียนของ ขอสอบย่อย ได้อย่างถูกต้อง 20 %
11. ทำแบบฝึกหัด ได้อย่างถูกต้อง
12. ทำโจทย์แบบสอบหลังเรียนของ ขอสอบย่อย ได้อย่างถูกต้อง 90 %



หน่วยที่ 1  
บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนประกอบกิจกรรมตามลำดับขั้น ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนทำแบบสอบถามก่อนเรียน
2. ให้ทำการทดลองจากบัตรกิจกรรม เพื่อศึกษานิยามของโมโนเมียล
3. เมื่อการทดลองเสร็จสิ้นลง ให้ครูเฉลยคำตอบและเปรียบเทียบกับผลสรุปของนักเรียนว่าถูกต้องเพียงไร
4. ให้ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง โมโนเมียลและโพลีโนเมียล
5. ให้ทำแบบฝึกหัด โดยตอบลงในกระดาษคำตอบ
6. ให้ทำแบบสอบถามหลังเรียน
7. เมื่อเสร็จแล้วนำแบบสอบถามก่อนเรียน แบบฝึกหัด และแบบสอบถามหลังเรียนส่งครู

## แบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 1

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นโมนomial?

ก.  $\frac{1}{x}$

ง.  $\frac{x+3}{4}$

ข.  $3x^3y$

จ.  $2y^{-2}$

ค.  $2(x-y^2)$

2. ข้อใดเป็นตัวแปรของโมนomial  $7ab^2c^2$ ?

ก. a และ b

ง. a, b และ c

ข. b และ c

จ.  $a, b^2$  และ  $c^2$

ค.  $b^2$  และ  $c^2$

3. ข้อใดเป็นดีกรีของโมนomial  $3^3x^3y^2$ ?

ก. 2

ง. 6

ข. 3

จ. 8

ค. 5

4. ข้อใดเป็นโมนomial คล้าย?

ก.  $12ab, 13a$

ง.  $b^3, 3b$

ข.  $3a^2b, 3a^2c$

จ.  $-2ab^2c, 11acb^2$

ค.  $7b^4c, 4b^7c$

5. ข้อใดเป็นรูปทั่วไปของโมนomial  $3\frac{1}{4} \times a \times a \times b \times b \times b \times b$ ?

ก.  $\frac{3}{4} \times a \times a \times b^2 \times b^2$

ง.  $\frac{3}{4} \times a^2 \times b^3 \times b$

ข.  $\frac{3}{4} \times a \times a \times b \times b^3$

จ.  $\frac{3}{4} a^2 b^4$

ค.  $\frac{3}{4} \times a^2 \times b \times b^2 \times b$

6. ข้อใดไม่เป็นพหุนาม ?

ก.  $-\frac{2}{3} p^3 qr^2$

ง.  $\frac{2}{p} + 3$

ข.  $p+1$

จ.  $p(p+q+r)$

ค.  $-2+4p+9p^2$

7. ข้อใดเป็นดีกรีของพหุนาม

$-5t^2+t^3-2t^4-8+3t$ ?

ก. 10

ง. 4

ข. 7

จ. 3

ค. 5

8. ข้อใดเป็นชื่อเรียกพหุนาม

$\frac{1}{5} x^2 - 3x + 5$ ?

ก. โมโนเมียล

ง. ไบ-พหุนาม

ข. ไบโนเมียล

จ. ไตร-พหุนาม

ค. ไตรโนเมียล

9. ข้อใดเป็นผลสำเร็จของพหุนาม

$m^3 - 2m - 4m^2 - 2 + 3m + 7 - 4m^3$ ?

ก.  $-3m^3 - 4m^2 + m + 5$

ง.  $5m^3 + 4m^2 - 2m - 7$

ข.  $3m^3 - 4m^2 - 2m + 5$

จ.  $-5m^3 + 4m^2 + m - 7$

ค.  $-4m^3 - 4m^2 - m + 5$

หน่วยที่ 1  
ชุดที่ 1  
การทดลอง  
เรื่อง  
นิยามของโมโนเมียล

### บัตรกิจกรรม

การทดลองเรื่อง นิยามของโมโนเมียล  
ให้นักเรียนปฏิบัติกาทดลอง ดังนี้

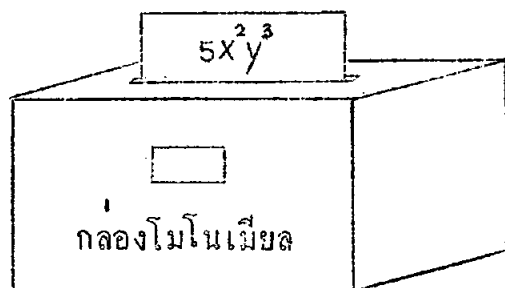
1. หยิบอุปกรณ์ชุดที่ 1.1 เตรียมไว้
2. หยิบบัตรมาทีละ 1 บัตร ใส่ลงในกล่องโมโนเมียล
3. สังเกตดูปฏิกิริยาที่แสดงออกบนกล่องโมโนเมียล จะมีลักษณะดังนี้
  - 3.1 ถ้ามีไฟสีแดงสว่างขึ้น หมายความว่า บัตรใบนั้นเป็นโมโนเมียล
  - 3.2 ถ้าไม่มีไฟสีแดงสว่างขึ้น หมายความว่า บัตรใบนั้นไม่เป็นโมโนเมียล
4. อ่านตัวอักษรที่ปรากฏบนบัตรที่ใส่ลงในกล่องนั้น และเขียนผลการทดลองลงในตารางแสดงผลการทดลอง
5. เปลี่ยนบัตรและสังเกตพร้อมทั้งเขียนการทดลองแต่ละครั้งลงไป
6. จากตารางให้เปรียบเทียบความแตกต่างของตัวที่เป็นโมโนเมียลและตัวที่ไม่เป็น โมโนเมียล
7. สรุปนิยามของโมโนเมียลจากการทดลอง

## รายการอุปกรณ์

อุปกรณ์ชุดที่ 1.1 ประกอบด้วย

1. กอองโมโนเมียด
2. บั๊ตตรขอมุด
3. ตารางแสดงผลการทดลอง

เฉลย



ตารางแสดงผลการทดลอง

| บ้ตรที่ปรากฏบนกล่องโมนอเมียล |                  | ตัวคงที่      | ตัวแปร | กำลังของตัวแปร |   |
|------------------------------|------------------|---------------|--------|----------------|---|
| เป็นโมนอเมียล                | ไม่เป็นโมนอเมียล |               |        | +              | - |
| $5x^2y^3$                    | —                | 5             | x, y   | ✓              | — |
| $\frac{2}{3}a$               | —                | $\frac{2}{3}$ | a      | ✓              | — |
| —                            | $12c^{-3}$       | 12            | c      | —              | ✓ |
| ฯลฯ                          |                  |               |        |                |   |

โมนอเมียล หมายถึง จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปผลคูณของตัวคงที่กับตัวแปร  
ตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป โดยที่กำลังของตัวแปร แต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก

หน่วยที่ 1

ชุดที่ 2

บทเรียนแบบโปรแกรม

เรื่อง

โมนอเมียลและโพลีโนเมียล



### คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

บทเรียนนี้เรียกว่า บทเรียนแบบโปรแกรม เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเรียนโดยตัวตนเอง รายละเอียดเกี่ยวกับบทเรียนมีดังนี้

1. เนื้อหาในบทเรียนแบ่งออกเป็นชั้นเล็ก ๆ เรียกว่า กรอบ ซึ่งจะเรียงจากง่ายไปหายาก ตามลำดับ
2. แต่ละกรอบจะมีข้อความให้นักเรียนอ่านและมีคำถามให้นักเรียนคิดและตอบ ดังนั้น การอ่านข้อความนักเรียนควรใช้ความสังเกต แล้วเปรียบเทียบจนสามารถสรุปหลักเกณฑ์และนำไปใช้ได้
3. นักเรียนจะทราบทันทีว่า คำตอบของนักเรียนถูกหรือผิด เพราะมีคำตอบเฉลยไว้ด้วย
4. ในแต่ละกรอบจะแบ่งเป็นสองช่องดังนี้

|                                    |                |  |
|------------------------------------|----------------|--|
|                                    | ก <sub>1</sub> | ในช่องนี้มีข้อความให้นักเรียนอ่านและมีคำถามให้นักเรียนตอบหรือให้เติมข้อความที่ขาดหายไป |
| ในช่องนี้เป็นคำตอบเฉลยของกรอบที่ 1 | ก <sub>2</sub> |  |
| ในช่องนี้เป็นคำตอบเฉลยของกรอบที่ 2 | ก <sub>3</sub> |  |

### คำแนะนำในการเรียน

นักเรียนจะได้รับประโยชน์มาก ถ้านักเรียนทำตามคำแนะนำต่อไปนี้อย่างเคร่งครัด

1. เอากระดาษแข็ง ปิดข้อความในกรอบที่ 2
2. เริ่มอ่านกรอบที่ 1 แล้วตอบคำถามหรือเติมข้อความที่ขาดหายไป
3. ตรวจคำตอบของนักเรียนด้วยการเลื่อนกระดาษลงไปปิดกรอบที่ 3 นักเรียนจะพบคำตอบเฉลยของกรอบที่ 1 อยู่ทางซ้ายมือของกรอบที่ 2
  - 3.1 ถ้านักเรียนตอบถูก ให้นักเรียนอ่านกรอบที่ 2 ต่อไป และดำเนินเช่นนี้ต่อไปเรื่อย ๆ
  - 3.2 ถ้านักเรียนตอบผิด ให้ย้อนกลับไปอ่านกรอบที่ 1 ให้เข้าใจแล้วคิดใหม่ ชี้คมาคำตอบเดิมและเขียนคำตอบที่ถูกต้องใส่คำตอบที่ผิดแล้วจึงอ่านกรอบต่อไป
4. นักเรียนต้องทำทุก ๆ กรอบจากเริ่มต้นอย่าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งเป็นอันขาด
5. ขอให้นักเรียนรู้สึกดีด้วยตนเอง อย่าลอกคำตอบ เพราะบทเรียนที่นักเรียนกำลังทำอยู่นี้ไม่ใช่แบบสอบ แต่เป็นบทเรียนเพื่อการเรียนรู้
6. อย่าแข่งขันกันตอบเพียงเพื่อให้เสร็จก่อนเพื่อน เพราะจะทำให้นักเรียนตอบคำถามโดยไม่ได้อะไร จะไม่ช่วยให้เกิดความเข้าใจเรื่องนั้น ๆ ใดเลย
7. เมื่อจบบทเรียนแล้ว จะมีแบบสอบให้นักเรียนทำ เพื่อวัดดูว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเพียงใด

|                                 | <p>1 จากกิจกรรมในตอนต้น นักเรียนทราบแล้วว่าโมโนเมียล หมายถึงผลคูณระหว่าง.....กับ.....โดยที่กำลังของตัวแปรเป็นจำนวน.....</p>   |           |                   |       |   |           |   |             |   |            |   |                |   |
|---------------------------------|---|-----------|-------------------|-------|---|-----------|---|-------------|---|------------|---|----------------|---|
| <p>ตัวคงที่, ตัวแปร, ตัวบวก</p> | <p>2 ต่อไปนี้ให้นักเรียนสังเกตและศึกษา จำนวนชี้กำลังของโมโนเมียล หรือเรียกว่า <u>ดีกรีของโมโนเมียล</u> จากตารางต่อไปนี้</p> <table border="1" data-bbox="571 687 1261 1145"> <thead> <tr> <th>โมโนเมียล</th> <th>ดีกรีของโมโนเมียล</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>x^3</math></td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>3x^2y^2</math></td> <td>4</td> </tr> <tr> <td><math>8^2m^3n^2</math></td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>25m^4n^4</math></td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>101p^2q^3r^4</math></td> <td>9</td> </tr> </tbody> </table> <p>ดีกรีของโมโนเมียลหมายถึง .....<br/>ของตัวแปรทั้งหมดคในโมโนเมียลนั้น</p> | โมโนเมียล | ดีกรีของโมโนเมียล | $x^3$ | 3 | $3x^2y^2$ | 4 | $8^2m^3n^2$ | 5 | $25m^4n^4$ | 8 | $101p^2q^3r^4$ | 9 |
| โมโนเมียล                       | ดีกรีของโมโนเมียล   |           |                   |       |   |           |   |             |   |            |   |                |   |
| $x^3$                           | 3   |           |                   |       |   |           |   |             |   |            |   |                |   |
| $3x^2y^2$                       | 4   |           |                   |       |   |           |   |             |   |            |   |                |   |
| $8^2m^3n^2$                     | 5   |           |                   |       |   |           |   |             |   |            |   |                |   |
| $25m^4n^4$                      | 8   |           |                   |       |   |           |   |             |   |            |   |                |   |
| $101p^2q^3r^4$                  | 9   |           |                   |       |   |           |   |             |   |            |   |                |   |
| <p>ผลบวกของจำนวนชี้กำลัง</p>    | <p>3 จงหาดีกรีของโมโนเมียลต่อไปนี้</p> <p>- <math>4xy</math> มีดีกรี.....</p> <p><math>42mn^4</math> มีดีกรี.....</p> <p><math>(10)^2b^2c^2</math> มีดีกรี.....</p>   |           |                   |       |   |           |   |             |   |            |   |                |   |

|  |   |
|--|---|
| 2, 5, 4  | <p>4 ถ้าจำนวนหนึ่งประกอบด้วยหลาย ๆ โมนอเมียล จะมีชื่อเฉพาะเรียกลงไปอีก ดังนี้</p> <p>ถ้าเกิดจาก 2 โมนอเมียลรวมกัน เรียกว่า <u>ไบโนเมียล (binomial)</u> เช่น <math>29x^2y + 15x^2y^3</math> เป็นไบโนเมียล</p> <p>ถ้าเกิดจาก 3 โมนอเมียลรวมกัน เรียกว่า <u>ไตรโนเมียล (trinomial)</u> เช่น <math>2x^2yz + 11xyz - 37yz^2</math> เป็น.....</p> <p>ถ้าเกิดจาก 4 โมนอเมียลหรือ 4 โมนอเมียลขึ้นไปจะเรียกว่า <u>โพลีโนเมียล (polynomial)</u> เช่น <math>m^3 + n^3 + r^3 - 3mnr - 1</math> เป็น .....</p> |
| ไตรโนเมียล, โพลีโนเมียล                                    | <p>5 ตามปกติจะเรียกไบโนเมียล ถึงแต่หนึ่ง โมนอเมียลขึ้นไปรวม ๆ ว่า <u>โพลีโนเมียล</u> เช่น</p> <p><math>m</math> เป็น โพลีโนเมียล</p> <p><math>9a^2 + a</math> " "</p> <p><math>5 - 2x + x^2</math> " "</p> <p><math>x^2y^3 - 12x^3y^2 + 4x^4y + 8xy - 40</math> เป็น โพลีโนเมียล เช่นกัน ดังนั้น โพลีโนเมียล หมายถึง.....</p>   |
| ไบโนเมียล หรือ ผลบวกของ โมนอเมียลตั้งแต่ 2 โมนอเมียลขึ้นไป | <p>6 จงอ่านโพลีโนเมียลต่อไปนี้</p> <p><math>\frac{1}{3}n^2</math> เรียกว่า .....หรือ.....</p> <p><math>14c^2d^3 - c^3d^2</math> เรียกว่า.....หรือ.....</p> <p><math>p^2 + 2pq + q^2</math> เรียกว่า .....หรือ.....</p> <p><math>p^2 + px - qy - qx + ry + rz</math> เรียกว่า.....</p>   |

โมนอเมียล, โพลีโนเมียล  
 ไบนอเมียล, โพลีโนเมียล  
 ไตรโนเมียล, โพลีโนเมียล  
 โพลีโนเมียล

7. คราวนี้ให้นักเรียนสังเกตและศึกษา จำนวนชี้กำลัง  
 ของโพลีโนเมียล หรือเรียกว่า ดีกรีของโพลีโนเมียล  
 จากตารางต่อไปนี้

| โพลีโนเมียล                     | โมนอเมียลที่มี<br>ดีกรีสูงสุด |       | ดีกรีของ<br>โพลีโนเมียล |
|---------------------------------|-------------------------------|-------|-------------------------|
|                                 | คือ                           | ดีกรี |                         |
| 1. $y^2 + 1$                    |                               |       | 2                       |
| 2. $4q^2 + 3q - 2$              |                               |       | 2                       |
| 3. $6b^2cd^2 - bcd$             |                               |       | 5                       |
| 4. $x^3y^4 + 92x^2y^2 + x^2y^3$ |                               |       | 7                       |
| 5. $4lm^3 + 20m^2n^2 + 8n^5$    |                               |       | 5                       |

ดีกรีของโพลีโนเมียล หมายถึง ดีกรีของ  
 โมนอเมียลตัวที่มี.....ในโพลีโนเมียลนั้น

$y^2, 2, 4q^2, 2, 6b^2cd^2,$   
 $5, x^3y^4, 7, 8x^5, 5,$   
 ดีกรีสูงสุด

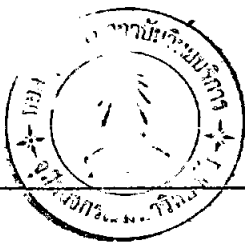
8. จงหาดีกรีของโพลีโนเมียลต่อไปนี้

$2x + 3y - 1$  มีดีกรี.....  
 $-m^2n + 72m^2n^3$  มีดีกรี.....  
 $5pqr - 10p^2q^2r^2 + 15p^2q^3r^4$  มีดีกรี.....

1, 5, 6

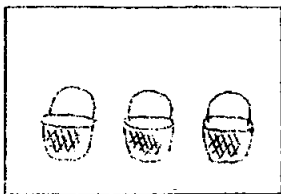
9. นักเรียนลองทบทวนอีกครั้ง

ดีกรีของโมนอเมียล หมายถึง .....  
 ดีกรีของตัวแปรทั้งหมดในโมนอเมียลนั้น  
 ดีกรีของโพลีโนเมียล หมายถึง ดีกรีของโมนอเมียล  
 ตัวที่.....ในโพลีโนเมียลนั้น

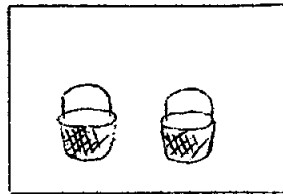


ผลบวกของ, มีค่าที่สูงสุด

10.



รูปที่ 1

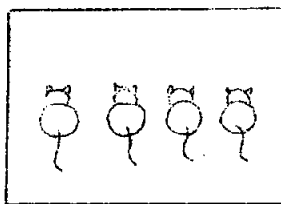


รูปที่ 2

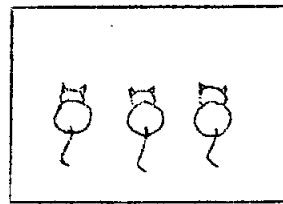
รูปที่ 1 ตะกร้า 3 ใบ

รูปที่ 2 ตะกร้า 2 ใบ

ทั้ง 2 รูปนี้มีลักษณะ คล้ายกัน เพราะเป็นตะกร้าทั้ง 2 รูป



รูปที่ 3

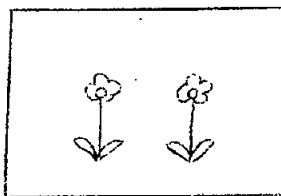


รูปที่ 4

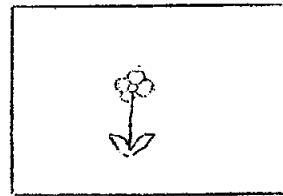
รูปที่ 3 แมว 4 ตัว

รูปที่ 4 แมว 3 ตัว

ทั้ง 2 รูปนี้มีลักษณะ.....เพราะเป็น .....ทั้ง 2 รูป



รูปที่ 5

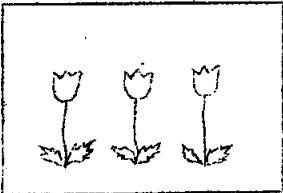
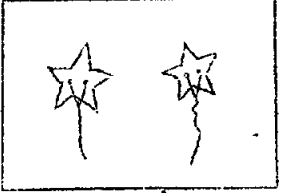


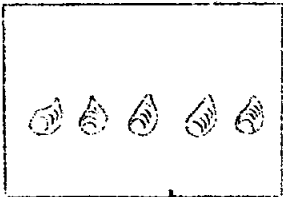
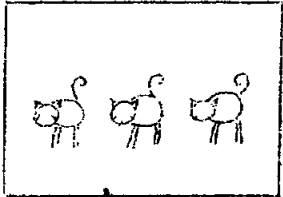
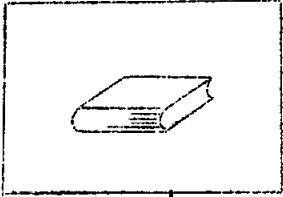
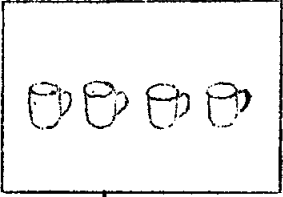
รูปที่ 6

รูปที่ 5 ดอกไม้ 2 ดอก








รูปที่ 6 ดอกไม้ 1 ดอก

ทั้ง 2 รูปนี้มีลักษณะ .....เพราะเป็น ..... ทั้ง 2 รูป

|  |  |
|--|--|
|  | <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>x x x x x</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>x x x</math> </div> </div> <p style="text-align: center;"> <span style="margin-right: 100px;">บัตรที่ 7</span> <span>บัตรที่ 8</span> </p> <p>บัตรที่ 7 มีตัวแปร <math>x</math> 5 ตัว<br/>         บัตรที่ 8 มีตัวแปร <math>x</math> 3 ตัว<br/>         ทั้ง 2 บัตรนี้มีลักษณะ.....เพราะเป็นบัตร<br/>         ตัวแปร <math>x</math> ทั้ง 2 บัตร</p> |
| <p>คล้ายกัน, แมว, คล้ายกัน,<br/>         ดอกไม้, คล้ายกัน</p>  | <p>11. สิ่งของทุกชนิดจะบอกได้ว่า<u>คล้ายกัน</u> ก็ต่อเมื่อมี<br/>         .....แต่จำนวนไม่จำเป็นต้อง .....</p>   |
| <p>ลักษณะร่วมกัน, เท่ากัน</p>                                  | <p>12. สำหรับโมนอเมียลก็เช่นเดียวกัน เช่น<br/> <math>x^2, x^2</math> กับ <math>x^2</math> โมนอเมียล 2 ชุดนี้ คล้ายกัน<br/> <math>bc, bc, bc</math> กับ <math>bc</math> โมนอเมียล 2 ชุดนี้ .....</p> <p><math>m^2 n^2, m^2 n^2</math> กับ <math>m^2 n^2</math> โมนอเมียล 2 ชุดนี้<br/>         .....</p> <p>โมนอเมียลที่คล้ายกัน จะเรียกว่า <u>โมนอเมียลคล้าย</u><br/>         ดังนั้น โมนอเมียลคล้าย จะมีลักษณะสำคัญคือ.....</p>   |
| <p>คล้ายกัน, คล้ายกัน, เป็นตัว<br/>         แปรชุดเดียวกัน</p> | <p>13. ทั่วไปให้พิจารณาสิ่งต่อไปนี้</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">  </div> </div> <p style="text-align: center;"> <span style="margin-right: 100px;">รูปที่ 9</span> <span>รูปที่ 10</span> </p> <p>รูปที่ 9 ดอกไม้ 3 ดอก</p>      |



|   |   |
|---|---|
|   | <p>รูปที่ 10 วาว 2 ตัว<br/>ทั้ง 2 รูปนี้มีลักษณะ<u>แตกต่างกัน</u> เพราะเป็นสิ่ง<br/>ของคนละชนิด</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>รูปที่ 11</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>รูปที่ 12</p> </div> </div> <p>รูปที่ 11 เปลือกทอย 5 อัน<br/>รูปที่ 12 แมว 3 ตัว<br/>ทั้ง 2 รูปนี้ มีลักษณะ.....เพราะ.....</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>รูปที่ 13</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>รูปที่ 14</p> </div> </div> <p>รูปที่ 13 หนังสือ 1 เล่ม<br/>รูปที่ 14 แก้วน้ำ 4 ใบ<br/>ทั้ง 2 รูปนี้ มีลักษณะ.....เพราะ.....</p> |
| <p>แตกต่างกัน, เป็นสิ่งของคนละชนิด, แตกต่างกัน, เป็นสิ่งของคนละชนิด</p> | <p>14. สิ่งของที่ไม่คล้ายกัน ก็เนื่องจากเป็นสิ่งของคนละชนิดกัน ลองมาพิจารณาโมนอเมียลที่ไม่คล้ายกันบ้าง <math>x^2</math> กับ <math>y^2, y^2</math> โมนอเมียล 2 ชุดนี้ ไม่คล้ายกัน <math>c^2d^3</math>, กับ <math>mn^4, mn^4</math> โมนอเมียล 2 ชุดนี้ ..... <math>ab, ab, ab</math> กับ <math>pq^2, pq^2</math> โมนอเมียล 2 ชุดนี้ .....<br/>ลักษณะดังกล่าวนี้ <u>ไม่ใช่</u> โมนอเมียลคล้าย</p>  |







|   |  |
|---|--|
| <p>ไม่คล้ายกัน, ไม่คล้ายกัน</p>                           | <p>15. รวบรวมความคิดอีกครึ่งหนึ่ง<br/>         โมนิเมียลคล้าย หมายถึง โมนิเมียลที่มี<br/>         ตัวแปร.....แต่.....ไม่จำเป็น<br/>         ของเท่ากัน</p> <p>โมนิเมียลไม่คล้าย หมายถึง โมนิเมียล<br/>         ที่ไม่จำเป็นต้องมี .....</p>  |
| <p>ชุดเดียวกัน, จำนวน,<br/>         ตัวแปรชุดเดียวกัน</p> | <p>16. ในการนับสิ่งของว่ามีจำนวนเท่าไร<br/>         จะสามารถบอกได้โดยการเอาจำนวนของสิ่ง<br/>         ของชนิดนั้นมารวมกัน เช่น</p> <p> +  = แก้วน้ำ 7 ใบ</p> <p> +  = ดอกไม้ 4 ดอก</p> <p> +  = แมว 5 ตัว</p> <p> = ใบไม้ 2 ใบ</p> <p><math>a + a = a \cdot 2</math> ตัว (เขียนเป็น <math>2a</math>)</p> <p><math>x^2, x^2 + x^2 = x^2 \cdot 3</math> ตัว (เขียนเป็น <math>3x^2</math>)</p> <p><math>m^2 n^3, m^2 n^3 + m^2 n^3, m^2 n^3, m^2 n^3, m^2 n^3 = 5m^2 n^3</math></p> <p><math>2bc + 10 bc = 12 bc</math></p> <p><math>5x + 9x = \dots\dots</math></p> <p><math>12pq^2 + 23pq^2 = \dots\dots</math></p> <p>จะบอกได้ว่าสิ่งของชนิดนั้นมีจำนวนทั้งหมดเท่าไร<br/>         ก็ต้องเอาจำนวนสิ่งของทั้งหมดมารวมกัน และต้อง<br/>         เป็นสิ่งของชนิดเดียวกันด้วยจึงจะนำมารวมกันได้</p> |



$$14x^3, 35pq^2$$

17. สิ่งของคนละชนิดจะไม่สามารถบอกจำนวนทั้งหมดของสิ่งของหลายชนิดนั้นได้ นอกจากต้องแยกบอกว่ามีสิ่งของชนิดนั้นเท่าไร ชนิดนี้เท่าไร เช่น

 +  = เบ็ลือกหอย 4 อัน + ดอกไม้ 2 ดอก

 +  = แอปเปิ้ล 3 ผล + ลูกท้อ 2 ตัว

 +  = ชมพู 2 ผล + เทียนไข 1 เล่ม

 +  = หนังสือ 1 เล่ม + ขวคนม 1 ใบ

$$b + m = b + m$$

$$c, c, c + p, p = c \text{ 3 ตัว} + p \text{ 2 ตัว}$$

(เขียนเป็น  $3c + 2p$ )

$$5x^2y^2 + 8p^2q^2 = 5x^2y^2 + 8p^2q^2$$

$$9xy + 22x^2z = \dots\dots\dots$$

$$3d^4 + 8m^2n = \dots\dots\dots$$

$$9xy + 22x^2z,$$

$$3d^4 + 8m^2n$$

18. ตั้งกล่าวข้างต้น นักเรียนจะได้ข้อดังเกดดังนี้

1. สามารถนับรวมจำนวนสิ่งของทั้งหมดได้  
ถ้าสิ่งของนั้นเป็น .....

และไม่สามารถนับรวมจำนวนสิ่งของทั้งหมดได้  
ถ้าเป็น.....นอกจากบอกได้เพียงว่า มี  
สิ่งของชนิดนั้นชนิดนี้อย่างละเท่าใด

2. โมนีเยลต่างชนิดกัน (โมนีเยลไม่คล้าย)  
ถ้านำมารวมกัน ผลบวกจะยังคงเท่าเดิม(รวม  
กันไม่ได้)

|   | <p style="text-align: center;">โมนอเมียลจะบวกกันได้ ก็ต่อเมื่อ.....<br/>เท่านั้น</p>  |
|---|---|
| <p>สิ่งของชนิดเดียวกัน,<br/>สิ่งของกนละชนิด,<br/>เป็นโมนอเมียลคล้าย</p>     | <p>19. จงหาผลบวกของโมนอเมียลต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>b + 7b = \dots\dots\dots</math></li> <li>2. <math>4mn^2 + 2mn^2 = \dots\dots\dots</math></li> <li>3. <math>2pq + 7m = \dots\dots\dots</math></li> <li>4. <math>15x^2y^3 + 2x^2y^3 = \dots\dots\dots</math></li> <li>5. <math>3q^2 + 4y^2 = \dots\dots\dots</math></li> </ol>   |
| <p><math>8b, 6mn^2, 2pq+7m,</math><br/><math>17x^2y^3, 3q^2+4y^2</math></p> | <p>20. ลองมาพิจารณาพหุนามโมนอเมียลต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>4a+2b+a</math> นักเรียนจะสังเกตเห็นว่ามี.....<br/>และ.....เป็นโมนอเมียลคล้าย<br/>สามารถรวมกันได้ ให้จัดเข้าเป็น<br/>พวกเดียวกันดังนี้</li> <math display="block">4a+2b+a = (4a+a)+2b</math> <math display="block">= 5a+2b</math> <p><math>5a + 2b</math> คือผลสำเร็จของ <math>4a+2b+a</math></p> <li>2. <math>5x+3y+8x+y</math> พหุนามโมนอเมียล<br/>คล้ายกัน 2 พวกคือ .....กับ.....<br/>และ.....กับ.....<br/>ซึ่งจะหาผลสำเร็จของพหุนามโมนอเมียลนี้ได้ดังนี้</li> <math display="block">5x+3y+8x+y = (\dots\dots\dots)+(\dots\dots\dots)</math> <math display="block">= 13x + 4y</math> </ol> |
| <p><math>4a, a, 5x, 8x, 3y, y</math><br/><math>5x+8x, 3y+y</math></p>       | <p>21. จงทำพหุนามโมนอเมียลต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ</p> $3x^2+x+4x^2+8x = (\dots\dots\dots)+(\dots\dots\dots)$ $= \dots\dots\dots$   |

|  |  |
|--|--|
| $3x^2+4x^2, x+8x,$<br>$7x^2, 9x$   | <p>22. จงทำพหุนามเมียบลต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ</p> $7q^2+5q-3q^2+2q = (\dots\dots\dots)+(\dots\dots\dots)$ $= \dots\dots\dots$                                  |
| $7q^2-3q^2, 5q+2q,$<br>$4q^2+7q$   | <p>23. จงทำพหุนามเมียบลต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ</p> $5x^2+3x^2+5+5xy-1+xy = (\dots\dots\dots)+(\dots\dots\dots)+$ $(\dots\dots\dots)$ $= \dots\dots\dots$        |
| $5x^2+3x^2, 5xy+xy, 5-1,$<br>$8x^2+6xy+4$                                | <p>24. จงทำพหุนามเมียบลต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ</p> $3x^3+7-x^2+x^3+2x+5x^2 = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)+$ $= (\dots\dots\dots)+(\dots\dots\dots)$       |
| $3x^3+x^3, 5x^2-x^2,$<br>$2x, 7$<br>$4x^3+4x^2+2x+7$                     | <p>25. ให้นักเรียนย้อนกลับขึ้นไปพิจารณาคำตอบที่เป็นผลสำเร็จของพหุนามเมียบลแต่ละข้อ แล้วจงสรุปว่า การทำพหุนามเมียบลให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ หมายถึง.....</p> <p>.....</p> |
| <p>การทำให้พหุนามเมียบลนั้น<br/>ไม่มีพหุนามเมียบลคล้ายเหลือ<br/>อยู่</p> | <p>จบบทเรียนหน่วยที่ 1</p>   |

## แบบฝึกหัด

ข้อ 1. จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

| ข้อที่ | โมนอเมียล                            | รูปทั่วไปของโมนอเมียล | ตัวคงที่ | ตัวแปร | ดีกรีของโมนอเมียล |
|--------|--------------------------------------|-----------------------|----------|--------|-------------------|
| 1      | $2x$                                 | -----                 | -----    | -----  | -----             |
| 2      | $5xxyxy$                             | -----                 | -----    | -----  | -----             |
| 3      | $\frac{3}{8}$                        | -----                 | -----    | -----  | -----             |
| 4      | $-25ax^2 \times b \times c \times c$ | -----                 | -----    | -----  | -----             |
| 5      | $0.3x^3y^2$                          | -----                 | -----    | -----  | -----             |

ข้อ 2. ทอไปนี้ข้อใดเป็นหรือไม่เป็นโมนอเมียล เพราะเหตุใด

1.  $1\frac{2}{3}$  .....

2.  $3ab^2$  .....

3.  $\frac{6a^7}{13}$  .....

4.  $8(a-b)$  .....

5.  $\frac{x^3}{y^3}$  .....

6.  $(5-1)x$  .....

ข้อ 3. จงจับคู่โมนีเมียลคล้ายต่อไปนี้ โดยเอาตัวอักษรทางขวามือมาใส่ในช่องว่างทางซ้ายมือ

|                      |   |                           |
|----------------------|---|---------------------------|
| _____ 1. $4a^3c$     | ก | $7p^5$                    |
| _____ 2. $16xy^2z^3$ | ข | $p^7$                     |
| _____ 3. $3p^5t$     | ค | $3 \cdot 2 \cdot xz^3y^2$ |
| _____ 4. $5p^7$      | ง | $-7a^3c$                  |
|                      | จ | $3p^5$                    |
|                      | ฉ | $\frac{11}{12} p^5t$      |

ข้อ 4. จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

| ข้อที่ | พหุนาม                       | ดีกรีของพหุนาม | ชื่อของพหุนาม |
|--------|------------------------------|----------------|---------------|
| 1.     | $a + b$                      | .....          | .....         |
| 2.     | $x^2 + 3x - 1$               | .....          | .....         |
| 3.     | $6y^5 + 2y + 3$              | .....          | .....         |
| 4.     | $15x^3$                      | .....          | .....         |
| 5.     | $3t - 4t^3 + t^2 + 2t^4 + 5$ | .....          | .....         |

ข้อ 5. จงทำพหุนามคล้ายต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ

1.  $-2 + 5 + 7x + 3x^2 =$  .....

2.  $13m^2 + 7m - 3m^2 + 7m + 5 - 13 =$  .....

3.  $3x^2 - 4y^2 - x - 2y^2 + 8x^2 =$  .....

4.  $x^2y + xy^2 - 7y^3 - 3x^3 + 12x^2y - 2xy^2 + y^3 =$  .....

5.  $4(m-n) + 2(m-n) - 3(m-n) =$  .....

ข้อ 1

เจดยแบบฝึกหัด

| ข้อที่ | โมนเมียล         | รูปทิวไปของโมนเมียล | ตัวคงที่      | ตัวแปร | คักรัของโมนเมียล |
|--------|------------------|---------------------|---------------|--------|------------------|
| 1      | $2x$             | $2x$                | 2             | x      | 1                |
| 2.     | $5xxyxy$         | $5xy^2$             | 5             | x,y    | 3                |
| 3.     | $\frac{3}{8}$    | $\frac{3}{8}$       | $\frac{3}{8}$ | -      | 0                |
| 4.     | $-25a^2x^2bxc^2$ | $-25a^3bc^2$        | -25           | a,b,c  | 6                |
| 5.     | $0.3x^3y^2$      | $0.3x^3y^2$         | 0.3           | x,y    | 5                |

ข้อ 2.

1. เป็น

2. เป็น

3. เป็น

4. ไม่เป็น เพราะเป็นผลต่างระหว่างสองโมนเมียล

5. ไม่เป็น เพราะ  $\frac{x^3}{y^3} = x^3 \times y^{-3}$  ตัวแปร y นี้กำลังเป็นจำนวนเต็มลบ

6. เป็น

ข้อ 3.

1. ง

2. ค

3. ฉ

4. ข

ข้อ 4.

| ข้อที่ | โพลีโนเมียล          | คักรัของโพลีโนเมียล | ชื่อของโพลีโนเมียล |
|--------|----------------------|---------------------|--------------------|
| 1.     | $a+b$                | 1                   | ไบโนเมียล          |
| 2.     | $x^2+3x-1$           | 2                   | ไตรโนเมียล         |
| 3.     | $6y^5+2y+3$          | 5                   | ไตรโนเมียล         |
| 4.     | $-5x^3$              | 3                   | โมนเมียล           |
| 5.     | $3t-4t^3+t^2+2t^4+5$ | 4                   | โพลีโนเมียล        |

$$\begin{aligned} \text{ข้อ 5. 1. } -2+5+7x+3x^2 &= (-2+5) + 7x + 3x^2 \\ &= 3 + 7x + 3x^2 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned} 2. \quad 13m^2+7m-3m^2+7m+5-13 &= (13m^2-3m^2) + (7m+7m) + (5-13) \\ &= 10m^2+14m-8 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned} 3. \quad 3x^2-4y^2-x-2y^2+8x^2 &= (3x^2+8x^2) - x - (4y^2+2y^2) \\ &= 11x^2-x-6y^2 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned} 4. \quad x^2y+xy^2-7y^3-3x^3+12x^2-2xy^2+y^3 &= (x^2y+12x^2y)+(xy^2-2xy^2)+(y^3-7y^3)-3x^3 \\ &= 13x^2y-xy^2-6y^3-3x^3 \end{aligned}$$

Ans

$$5. \quad 4(m-n)+2(m-n)-3(m-n) = 3(m-n)$$

Ans



## แบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 1

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นโมนomial?

ก.  $4(x^2 - y)$

ง.  $\frac{6}{y}$

ข.  $13z^{-1}$

จ.  $\frac{y+1}{2}$

ค.  $5y^4 z^3$

2. ข้อใดเป็นตัวยประกอบของโมนomial  $-21x^2yz^3$ ?

ก.  $y$

ง.  $x, y$  และ  $z$

ข.  $x$  และ  $z$

จ.  $x^2, y$  และ  $z^3$

ค.  $x^2$  และ  $z^3$

3. ข้อใดเป็นดีกรีของ  $5^2ab^3$ ?

ก. 2

ง. 5

ข. 3

จ. 6

ค. 4

4. ข้อใดเป็นโมนomialคล้าย?

ก.  $5mn, 6m$

ง.  $7m^2n, 7m^2p$

ข.  $m^4, 4m$

จ.  $6m^3n, 2m^6n$

ค.  $14m^2np, -8m^2pn$

5. ข้อใดเป็นรูปทั่วไปของโมนomial  $2 \times 7 \times x \times x \times x \times x \times y \times y \times y$ ?

ก.  $14x^4xy^3$

ง.  $14xxx^2xy^3$

ข.  $14x^2xxxy^3$

จ.  $14x^3y^3$

ค.  $14x^3xy^2$

6. ข้อใดไม่เป็นพหุนาม?

ก.  $3xy^3z^4$

ง.  $4x^2-1$

ข.  $12+\frac{1}{x}$

จ.  $2x^3-x+5$

ค.  $x(x+2y+z)$

7. ข้อใดเป็นดีกรีของพหุนาม  $2x^3-3x^2-x^4+3-7x$  ?

ก. 10

ง. 4

ข. 7

จ. 3

ค. 5

8. ข้อใดเป็นชื่อเรียกพหุนาม  $\frac{3}{7}y^2+y-2$  ?

ก. โมโนเมียล

ง. ไบ-พหุนาม

ข. ไบโนเมียล

จ. ไตร-พหุนาม

ค. ไตรโนเมียล

9. ข้อใดเป็นผลสำเร็จของพหุนาม  $-a^2-3+3a^3+a-2a^3+3a^2+5-4a$  ?

ก.  $5a^3+4a^2+5a-2$

ง.  $a^3+2a^2-3a+2$

ข.  $-5a^3-4a^2-3a+2$

จ.  $-a^3-2a^2+5a-2$

ค.  $2a^3+2a^2-4a+2$

## เฉลยแบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 1

1. ข
2. ง
3. ค
4. จ
5. จ
6. ง
7. ง
8. ค
9. ก

## เฉลยแบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 1

1. ค
2. ง
3. ค
4. ค
5. จ
6. ข
7. ง
8. ค
9. ง

## บทเรียนหน่วยที่ 2.

เรื่อง ตัวประกอบและการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่ง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เขียนโพลีโนเมียลในรูปการคูณแบบกระจายได้อย่างถูกต้อง
2. บอกความหมายของตัวประกอบของจำนวนใด และตัวประกอบของจำนวนเฉพาะได้อย่างถูกต้อง
3. หาตัวประกอบของจำนวนใดจำนวนหนึ่งได้อย่างถูกต้อง
4. แยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่งได้อย่างถูกต้อง
5. หาผลคูณของโพลีโนเมียลด้วยโพลีโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
6. ทำโจทย์แบบสอบก่อนเรียนของขอสอบย่อยใดถูกต้อง 20%
7. ทำแบบฝึกหัดใดได้อย่างถูกต้อง
8. ทำโจทย์แบบสอบหลังเรียนของขอสอบย่อยใดได้อย่างถูกต้อง 90 %

## หน่วยที่ 2

### บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนประกอบกิจกรรมตามลำดับขั้น ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนทำแบบสอบก่อนเรียน
2. ให้ศึกษบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง จำนวนยกกำลัง
3. ให้ทำการทดลองจากบัตรกิจกรรม เพื่อศึกษา ตัวประกอบและจำนวนเฉพาะ
4. เมื่อการทดลองเสร็จดีแล้ว ให้ผู้บัตรเฉลยคำตอบและเปรียบเทียบกับผลสรุปของนักเรียนว่าถูกต้องเพียงไร
5. ให้ศึกษบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่ง
6. ให้ศึกษบทเรียนประกอบภาพ เรื่อง การคูณโพลีโนเมียลด้วยโพลีโนเมียล
7. ให้ทำแบบฝึกหัดโดยคำตอบลงในกระดาษคำตอบ
8. ให้ทำแบบสอบหลังเรียน
9. เมื่อเสร็จแล้ว นำแบบสอบก่อนเรียน แบบฝึกหัด และแบบสอบหลังเรียนส่งครู

แบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 2

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษ

คำตอบ

1. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของพหุนาม  $72a^3bc^2$ ?
 

|                             |                     |
|-----------------------------|---------------------|
| ก. $40a^3bc^2 + 32a^3bc^2$  | ง. $(9ab)(8a^2c^2)$ |
| ข. $125a^3bc^2 - 53a^3bc^2$ | จ. $(72abc)(ac)$    |
| ค. $(18a^3)(4abc^2)$        |                     |
2. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $5(3x+2y) - 10(x-y)$ ?
 

|              |               |
|--------------|---------------|
| ก. $5(6x)$   | ง. $5(2x+y)$  |
| ข. $5(x-y)$  | จ. $5(3x+2y)$ |
| ค. $5(x+4y)$ |               |
3. ข้อใดเป็นผลคูณของพหุนาม  $(x-1)(x+2)$ ?
 

|              |               |
|--------------|---------------|
| ก. $x^2+x-2$ | ง. $x^2-2x-2$ |
| ข. $x^2-x-2$ | จ. $x^2-3x+2$ |
| ค. $x^2-x+2$ |               |
4. ข้อใดเป็นผลคูณของพหุนาม  $(4x-3)(3x-2)$ ?
 

|                 |                  |
|-----------------|------------------|
| ก. $4x^2-3x+6$  | ง. $12x^2-6x+6$  |
| ข. $6x^2-12x+6$ | จ. $12x^2-17x+6$ |
| ค. $8x^2-9x+6$  |                  |

หน่วยที่ 2  
ชุดที่ 1  
บทเรียนแบบโปรแกรม  
เรื่อง  
จำนวนยกกำลัง

|   |  |
|---|--|
|   | <p>26. <u>การบวกกันหลาย ๆ ครั้งของจำนวนเดียวกัน</u><br/> <math>5+5</math>; 5 บวกกัน 2 ครั้ง มีค่า = 10 หรือเขียนเป็น <math>2 \times 5</math><br/> <math>2+2+2</math>; 2 บวกกัน 3 ครั้ง มีค่า = 6 หรือเขียนเป็น <math>3 \times 2</math><br/> <math>4+4+4+4+4</math>; 4 บวกกัน 5 ครั้ง มีค่า = 20 หรือเขียนเป็น <math>5 \times 4</math><br/> <math>8+8+8+8+8+8+8+8+8+8</math> เขียนได้เป็น .....<br/>         มีค่า = .....<br/> <math>x+x+x+ \dots +x</math> n ครั้ง เขียนได้เป็น .....<br/>         มีค่า = .....</p>  |
| <p><math>10 \times 8</math> มีค่า = 80,<br/> <math>n \times x</math> มีค่า = nx</p> | <p>27. จำนวนเดียวกันบวกซ้ำ ๆ กัน จะมีค่า = (.....) <math>\times</math> จำนวนนั้น</p>   |
| <p>จำนวนครั้ง</p>   | <p>28. <u>การคูณกันหลาย ๆ ครั้งของจำนวนเดียวกัน</u><br/>         สำหรับการคูณซ้ำ ๆ กันจะเขียนอยู่ในรูปยกกำลัง ดังนี้<br/> <math>3 \times 3</math>; 3 คูณกัน 2 ครั้ง = 9 เขียนเป็น <math>3^2</math><br/> <math>6 \times 6 \times 6 \times 6</math>; 6 คูณกัน 4 ครั้ง = เขียนเป็น <math>6^4</math><br/> <math>7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7</math>; 7 คูณกัน 5 = เขียนเป็น <math>7^5</math><br/> <math>9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9</math> เขียนเป็น .....<br/> <math>10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10</math> เขียนเป็น .....<br/>         .....</p> |



|  |  |
|--|--|
| $9^8, 10^{10}$   | <p>29. จำนวนเดียวกันคูณซ้ำ ๆ กัน จะมีค่า (.....?)<br/>= จำนวนนั้น</p>  |
| <p>จำนวนครั้ง</p>  | <p>30. ในการคูณซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้งของจำนวนใด แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. จำนวนนั้น (ที่คูณกัน) เรียกว่า ฐาน</li> <li>2. จำนวนครั้งที่คูณ เรียกว่าจำนวนยกกำลัง หรือ ดัชนี</li> </ol> <p><math>2^5</math> ในที่นี้ 2 คือ ฐาน, 5 คือ.....</p> <p><math>8^3</math> ในที่นี้ .... คือ ฐาน, 3 คือ.....</p> <p><math>c^7</math> ในที่นี้ .... คือ ฐาน, 7 คือ.....</p> |
| <p>จำนวนยกกำลัง,<br/>8, จำนวนยกกำลัง,<br/>c, จำนวนยกกำลัง.</p> | <p>31. ในการอ่านจำนวนยกกำลัง จะอ่าน ฐานก่อนแล้วจึงอ่านจำนวนที่ยกกำลังนั้น</p> <p><math>2^3</math> อ่านว่า สองยกกำลัง สาม</p> <p><math>5^4</math> อ่านว่า หายกกำลัง ....</p> <p><math>13^9</math> อ่านว่า .....</p>   |

|   |   |
|---|---|
|   | <p>32. ในทางตรงกันข้าม สามารถเขียนจำนวนยกกำลังกระจายออกมาในรูปของการคูณได้เช่นกัน</p> $4^3 = 4 \times 4 \times 4$ $6^2 = \dots\dots\dots$ $a^5 = a \times a \times \dots\dots\dots$ $m^3 n^2 = \dots\dots\dots$ $p^2 r^4 = \dots\dots\dots$ |
| <p>6×6, a×a×a ,<br/>m×m×m×n×n,<br/>p×p×r×r×r×r.</p> | <p>33. เรียกการเขียนพหุนามในลักษณะเช่นนี้ว่า การเขียนพหุนามในรูปแบบการกระจาย</p> <p>เขียน <math>5p^3q^4</math> ในรูปแบบการกระจายได้ดังนี้</p> <p>.....</p> <p><math>8a^2b^2c^2</math> ในรูปแบบการกระจายได้ดังนี้</p> <p>.....</p>           |
| <p>5×p×p×p×q×q×q×q,<br/>2×2×2×a×a×b×b×c×c.</p>      |   |



หน่วยที่ 2

ชุดที่ 2

การทดลอง

เรื่อง

ตัวประกอบและจำนวนเฉพาะ

## บัตรกิจกรรม

การทดลองเรื่อง ตัวประกอบและจำนวนเฉพาะ

ดังนี้

1. ให้นักเรียนหยิบอุปกรณ์ชุดที่ 2.1 เตรียมไว้ แล้วประกอบกิจกรรมที่ละชุด

ก. ให้นำแผ่นกระเบื้องมาเรียงต่อกันทีละแผ่น แล้วจงตอบคำถามต่อไปนี้

สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เกิดขึ้นมีความยาวกี่หน่วย

สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เกิดขึ้นมีความกว้างกี่หน่วย

สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เกิดขึ้นมีพื้นที่ตาราง หน่วย

ข. นำแผ่นกระเบื้องชุดเดิมมาจัดเรียงใหม่ให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่ แล้วจงตอบคำถามต่อไปนี้

สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่มีความยาวกี่หน่วย

สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่มีความกว้างกี่หน่วย

สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่มีพื้นที่ตารางหน่วย

ค. เอาผลจากกิจกรรมทั้งในข้อ ก และ ข เติมลงในตารางแสดงผล

การทดลอง

2. จากตารางแสดงผลข้างต้น จะพบว่า

จำนวนบางพวกสามารถจัดเรียงให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้เพียง 1 แบบ

จำนวนบางพวกสามารถจัดเรียงให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้มากกว่า 1 แบบ

จำนวนที่สามารถจัดเรียงให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้เพียง 1 แบบในการทดลอง

นี้ได้แก่ \_\_\_\_\_ และ \_\_\_\_\_ ทั้งสองจำนวนนี้ เรียกว่า "จำนวนเฉพาะ"

(prime numbers)

จำนวนเฉพาะหมายถึง จำนวนที่มีตัวมันเองและ 1 เท่านั้นเป็นตัวประกอบ

จำนวนที่สามารถจัดเรียงให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้มากกว่า 1 แบบในการทดลอง

นี้ได้แก่ \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ และ \_\_\_\_\_ ทั้งสี่จำนวนนี้ เรียกว่า "จำนวนประกอบ"

(Composite numbers)

## เจดีย์

1. อุปกรณ์ชุดที่ 1

ก. แผนกระเบื้องชุดที่ 1 มีอยู่ 6 แผ่น จัดเรียงต่อกันได้ดังนี้



สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีมีความยาว = 6 หน่วย

ความกว้าง = 1 หน่วย

พื้นที่ =  $1 \times 6 = 6$  ตารางหน่วย

ข. นำมาจัดให้เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าในอีกลักษณะหนึ่งได้ดังนี้



สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่มีความยาว = 3 หน่วย

ความกว้าง = 2 หน่วย

พื้นที่ =  $2 \times 3 = 6$  ตารางหน่วย

อุปกรณ์ชุดที่ 2

ก. แผนกระเบื้องชุดที่ 2 มีอยู่ 7 แผ่น จัดเรียงต่อกันได้ดังนี้

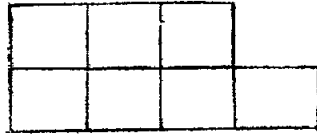


สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีมีความยาว = 7 หน่วย

ความกว้าง = 1 หน่วย

พื้นที่ =  $1 \times 7 = 7$  ตารางหน่วย

ข. นอกจากสี่เหลี่ยมผืนผ้าในลักษณะ ข้อ ก แล้ว ไม่สามารถจัดให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าลักษณะอื่นได้อีก



หมายเหตุ: ไม่ใช่สี่เหลี่ยมผืนผ้า

อุปกรณ์ชุดที่ 3

ก. แผนกระเบื้องชุดที่ 3 มีอยู่ 8 แผ่น จัดเรียงต่อกันได้ดังนี้

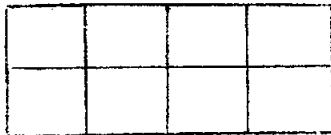


สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มี ความยาว = 8 หน่วย

ความกว้าง = 1 หน่วย

พื้นที่ =  $1 \times 8 = 8$  ตารางหน่วย

ข. นำมาจัดให้เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าในอีกลักษณะหนึ่งได้ดังนี้



สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่มี ความยาว = 4 หน่วย

ความกว้าง = 2 หน่วย

พื้นที่ =  $2 \times 4 = 8$  ตารางหน่วย

### อุปกรณ์ชุดที่ 4

ก. แผนกระเบื้องชุดที่ 4 มีอยู่ 9 แผ่น จัดเรียงต่อกันได้ดังนี้

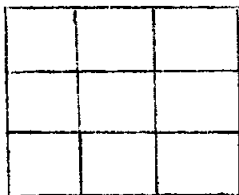


สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มี ความยาว = 9 หน่วย

ความกว้าง = 1 หน่วย

พื้นที่ =  $1 \times 9 = 9$  ตารางหน่วย

ข. นำมาจัดให้เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าในอีกลักษณะหนึ่งได้ดังนี้



สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่มี ความยาว = 3 หน่วย

ความกว้าง = 3 หน่วย

พื้นที่ =  $3 \times 3 = 9$  ตารางหน่วย

### อุปกรณ์ชุดที่ 5

ก. แผนกระเบื้องชุดที่ 5 มีอยู่ 10 แผ่น จัดเรียงต่อกันได้ดังนี้



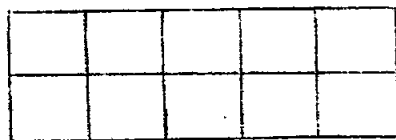
สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มี ความยาว = 10 แผ่น

ความกว้าง = 1 หน่วย

พื้นที่ =  $1 \times 10 = 10$  ตารางหน่วย



ข. นำมาจัดให้เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าในอีกลักษณะหนึ่งได้ดังนี้



$$\begin{aligned} \text{สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่มีความยาว} &= 5 && \text{หน่วย} \\ \text{ความกว้าง} &= 2 && \text{หน่วย} \\ \text{พื้นที่} &= 2 \times 5 = 10 && \text{ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

อุปกรณ์ชุดที่ 6

ก. แขนกระเบื้องชุดที่ 6 มีอยู่ 11 แขน จัดเรียงต่อกันได้ดังนี้



$$\begin{aligned} \text{สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่มีความยาว} &= 11 && \text{หน่วย} \\ \text{ความกว้าง} &= 1 && \text{หน่วย} \\ \text{พื้นที่} &= 1 \times 11 = 11 && \text{หน่วย} \end{aligned}$$

ข. นอกจากสี่เหลี่ยมผืนผ้าในลักษณะข้อ ก แล้ว ไม่สามารถจะจัดให้เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าลักษณะอื่นได้อีก

## ตารางแสดงผลการทดลอง

| จำนวน<br>แผ่นกระเบื้อง | สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปแรก<br>พื้นที่ = กว้าง $\times$ ยาว | สามารถจัดเป็น<br>สี่เหลี่ยมลักษณะอื่น | สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่<br>พื้นที่ = กว้าง $\times$ ยาว |
|------------------------|--|---------------------------------------|---|
| 6                      | $6 = 1 \times 6$                                       | ได้                                   | $6 = 2 \times 3$  |
| 7                      | $7 = 1 \times 7$                                       | —                                     | —   |
| 8                      | $8 = 1 \times 8$                                       | ได้                                   | $8 = 2 \times 4$  |
| 9                      | $9 = 1 \times 9$                                       | ได้                                   | $9 = 3 \times 3$  |
| 10                     | $10 = 1 \times 10$                                     | ได้                                   | $10 = 2 \times 5$                                       |
| 11                     | $11 = 1 \times 11$                                     | —                                     | —   |

2. จำนวนที่สามารถจัดเรียงให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้เพียง 1 แบบ ได้แก่ 7 และ 11  
จำนวนที่สามารถจัดให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้มากกว่า 1 แบบ ได้แก่ 6, 8, 9  
และ 10

ดังนั้น 7 และ 11 เรียกว่า เป็นจำนวนเฉพาะ

$$\text{เพราะ } 7 = 1 \times 7$$

$$11 = 1 \times 11$$

ส่วน 6, 8, 9 และ 10 เรียกว่า เป็นจำนวนประกอบ

$$\text{เพราะ } 6 = 2 \times 3 \quad \text{และ} \quad 1 \times 6$$

$$8 = 2 \times 4 \quad \text{และ} \quad 1 \times 8$$

$$9 = 3 \times 3 \quad \text{และ} \quad 1 \times 9$$

$$10 = 2 \times 5 \quad \text{และ} \quad 1 \times 10$$

หน่วยที่ 2

ชุดที่ 3

บทเรียนแบบโปรแกรม

เรื่อง

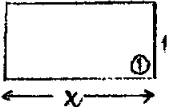
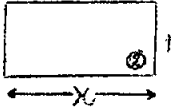
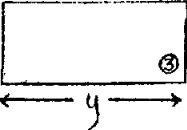
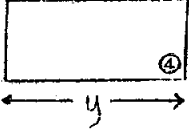
การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่ง

|   |   |
|---|---|
|   | <p>34. จากกิจกรรมที่แล้วให้นักเรียนทราบแล้วว่า<br/>จำนวนประกอบหมายถึง .....<br/>จงหาตัวประกอบของจำนวนประกอบต่อไปนี้</p> <p>14 = .....<br/>15 = .....<br/>21 = .....<br/>48 = .....</p>  |
| <p>จำนวนที่มีค่ามากกว่า 1<br/>เป็นตัวประกอบ<br/><math>2 \times 7, 3 \times 5, 3 \times 7, 6 \times 8</math></p> | <p>35. จำนวนบางจำนวน ประกอบขึ้นด้วยตัวประกอบหลาย ๆ<br/>แบบ เช่น ตัวประกอบของ 28 มีได้ดังนี้</p> <p><math>28 = 1 \times 28</math><br/>หรือ <math>28 = 2 \times 2 \times 7</math><br/>หรือ <math>28 = 4 \times 7</math><br/>หรือ <math>28 = 2 \times 14</math></p> <p>ทั้งหมดนี้ จะพูดว่าตัวใดเป็นตัวประกอบเป็นกรณี ๆ ไป<br/>ดังนี้</p> <p>ถ้าพูดว่า 2 เป็นตัวประกอบของ 28 แล้ว <math>2 \times 7</math> (หรือ<br/>14) จะ เป็นตัวประกอบอีกตัวหนึ่ง</p> <p>ถ้าพูดว่า 4 เป็นตัวประกอบของ 28 แล้ว 7 จะ<br/>เป็นตัวประกอบอีกตัวหนึ่ง</p> |
|   | <p>36. ถ้าจำนวนประกอบแยกออกมาในลักษณะดังนี้</p> <p><math>32 = 4 \times 8</math><br/>..... กับ ..... เป็นตัวประกอบของ 32</p> <p><math>32 = 2 \times 16</math><br/>กรณีนี้ ..... กับ ..... เป็นตัวประกอบของ 32</p>  |

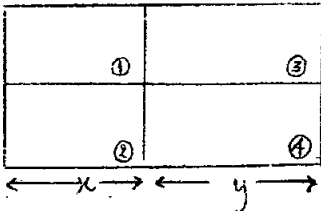
|                         |   |
|-------------------------|---|
| <p>4 , 8<br/>2 , 16</p> | <p>37. <math>30 = 5 \times 6</math><br/>.....กับ.....เป็นตัวประกอบของ 30<br/>หรือ <math>30 = 2 \times 3 \times 5</math><br/>.....และ.....เป็นตัวประกอบ<br/>ของ 30</p>   |
| <p>5 , 6<br/>2,3, 5</p> | <p>38. <math>63 = 9 \times 7</math><br/>หรือ <math>63 = 3 \times 3 \times 7</math><br/>ถ้า 9 เป็นตัวประกอบของ 63 เพราะฉะนั้น<br/>ตัวประกอบอีกตัวหนึ่งคือ.....<br/>ถ้า 3 เป็นตัวประกอบของ 63 เพราะฉะนั้น<br/>ตัวประกอบอีกตัวหนึ่งคือ.....</p>  |
| <p>7, 21</p>            | <p>39. ในการแยกโพลีโนเมียลออกมาว่ามีอะไรเป็นตัว<br/>ประกอบ(หรือเรียกว่า <u>การแยกตัวประกอบของ</u><br/><u>โพลีโนเมียล</u>) ก็ทำได้เช่นเดียวกัน<br/>โพลีโนเมียล <math>ab</math> เกิดจากผลคูณระหว่าง <math>a</math> กับ <math>b</math><br/>ดังนั้น <math>a</math> กับ <math>b</math> จึงเป็น .....ของ <math>ab</math><br/>สำหรับโพลีโนเมียล <math>6x^2</math> เกิดจากผลคูณระหว่าง<br/><math>6</math> กับ <math>x^2</math><br/>นั่นคือ <math>6</math> กับ <math>x^2</math>เป็น .....ของ <math>6x^2</math></p> |

|  |   |
|--|---|
| <p>ตัวประกอบ,<br/>ตัวประกอบ</p>  | <p>40. ทำนองเดียวกัน การแยกตัวประกอบของพหุนาม<br/>ก็อาจมีได้หลายแบบ<br/>ถ้าแยกพหุนาม <math>4xy = 4 \times x \times y</math><br/>ดังนั้น 4, x และ y จะเป็น ..... ของ <math>4xy</math><br/>ถ้าแยกพหุนาม <math>4xy = 2x \times 2y</math><br/>เช่นนี้จะมี.....และ.....เป็นตัวประกอบของ <math>4xy</math><br/>แต่ ถ้าแยกพหุนาม <math>4xy = 4xy</math><br/>กรณีนี้จะมี.....และ.....เป็นตัวประกอบของ <math>4xy</math><br/>หรือถ้าแยกพหุนาม <math>4xy = x \times 4y</math><br/>เช่นนี้จะมี.....และ.....เป็นตัวประกอบของ <math>4xy</math></p> |
| <p>ตัวประกอบ,<br/><math>2x</math> และ <math>2y</math>, <math>4x</math> และ <math>y</math><br/><math>x</math> และ <math>4y</math></p>   | <p>41. แยกตัวประกอบ <math>12y = \dots\dots\dots</math><br/>ดังนั้น .....และ.....เป็นตัวประกอบของ <math>12y</math></p>   |
| <p><math>12</math> , <math>y</math> หรือ <math>2</math> , <math>6y</math><br/>หรือ <math>6</math> , <math>2y</math> หรือ<br/><math>3</math> , <math>4y</math> หรือ <math>4</math><br/> , <math>3y</math></p> | <p>42. แยกตัวประกอบ <math>3x^3 = \dots\dots\dots</math><br/>ดังนั้น.....และ.....เป็นตัวประกอบของ <math>3x^3</math></p>  |
| <p><math>3</math> , <math>x^3</math> หรือ <math>3x</math><br/> , <math>x^2</math> หรือ <math>x</math> , <math>3x^2</math></p>  | <p>43. แยกตัวประกอบ <math>27m^2n = \dots\dots\dots</math><br/>ดังนั้น .....และ.....เป็นตัวประกอบของ<br/><math>27m^2n</math></p>   |

|  |   |
|--|---|
| <p>27 , <math>m^2 n</math><br/> <u>หรือ</u> <math>27 m^2</math> , <math>n</math><br/> <u>หรือ</u> <math>m^2</math> , <math>27n</math><br/> <u>หรือ</u> <math>3m^2</math> , <math>9n</math><br/> <u>หรือ</u> <math>9m^2</math> , <math>3n</math><br/> <u>หรือ</u> <math>27m</math> , <math>mn</math><br/> <u>หรือ</u> <math>m</math> , <math>27 mn</math><br/> <u>หรือ</u> <math>3m</math> , <math>9 mn</math><br/> <u>หรือ</u> <math>9 m</math> , <math>3mn</math></p> | <p>44. การแยกตัวประกอบของพหุนาม โพลีโนเมียล หมายถึง การแยกพหุนามนั้นให้อยู่ในรูปของ.....ของโมโนเมียล และโมโนเมียลแต่ละตัวนั้นเรียกว่าเป็น.....ของพหุนามนั้น แต่ถ้าแยกพหุนามให้อยู่ในลักษณะของผลบวกหรือผลต่าง จะ<u>ไม่</u> เรียกว่าเป็นตัวประกอบของพหุนามนั้น เช่น</p> $15x^2 = 10x^2 + 5x^2$ <p><math>10x^2</math> และ <math>5x^2</math> <u>ไม่ใช่</u> ตัวประกอบของ <math>15x^2</math></p> <p>หรือ <math>53 pq = 97 pq - 44 pq</math><br/> <math>97 pq</math> และ <math>44 pq</math> <u>ไม่ใช่</u> ตัวประกอบของ <math>53pq</math></p> |
| <p>ผลคูณ,<br/>ตัวประกอบ</p>  | <p>45. นักเรียนจงพิจารณาพหุนาม โพลีโนเมียล <math>9mn</math> และ <math>36x</math> ดังนี้แยกตัวประกอบของ</p> $9mn = 9 \times m \times n \quad \text{มี } 9 \text{ เป็นตัวประกอบ}$ $36x = 4 \times 9 \times x \quad \text{ก็มี } 9 \text{ เป็นตัวประกอบ}$ <p>นั่นคือทั้งสองพหุนามนี้มี ตัวประกอบที่เหมือนกันอยู่คือ..... จะเรียกว่าทั้งสองพหุนามนี้มี.....เป็น<u>ตัวประกอบรวม</u></p>  |
| <p>9,9</p>   | <p>46. พหุนาม โพลีโนเมียล <math>6p = 6 \times \dots\dots\dots</math><br/> <math>18r^2 = 6 \times \dots\dots\dots</math></p> <p>ดังนั้น 6 เป็น.....ของพหุนาม โพลีโนเมียล <math>6p</math> และ <math>18r^2</math></p>  |

|  |   |
|--|---|
| <p><math>p, 3xr^2,</math><br/>ตัวประกอบรวม</p>   | <p>47. โพลีโนเมียล <math>15ab =</math><br/><math>5a^2c =</math><br/><math>35a =</math><br/>ดังนั้น <math>5a</math> เป็น ..... ของโพลีโนเมียล<br/><math>15ab, 5a^2c</math> และ <math>35a</math></p>  |
| <p><math>3x5xaxb,</math><br/><math>5xaxaxc</math><br/><math>5x7xa,</math><br/>ตัวประกอบรวม</p> | <p>48. โพลีโนเมียล <math>21p^2q =</math> .....<br/><math>28pr =</math> .....<br/>จะได้ ..... เป็น <u>ตัวประกอบรวม</u> ของโพลีโนเมียล<br/><math>21p^2q</math> และ <math>28pr</math></p>  |
| <p><math>3x7xp \times p \times q</math><br/><math>4x7xp \times r, 7p</math></p>                | <p>49. โพลีโนเมียล <math>10 =</math> .....<br/><math>4m^3 =</math> .....<br/><math>14mn =</math> .....<br/>จะได้ ..... เป็น <u>ตัวประกอบรวม</u> ของโพลีโนเมียล<br/><math>10, 4m^3</math> และ <math>14mn</math></p>  |
| <p><math>2x5, 2x2xm^3,</math><br/><math>2x2 \times mn, 2</math></p>                            | <p>50. <u>การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลคือวิธีหนึ่ง</u><br/>ให้นักเรียนหยาบอุปกรณ์ชุดที่ 2.2 มาทำการทดลอง ดังนี้<br/>1. หาพื้นที่ของแผ่นพลาสติกรูปสี่เหลี่ยมทุกรูป</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>①</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>②</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>พ.ท. ① = พ.ท. ②<br/>= .....</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>③</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>④</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>พ.ท. ③ = พ.ท. ④<br/>= .....</p> </div> </div> |



|  |  |
|--|--|
| $x \times 1 = x,$<br>$y \times 1 = y$  | <p>51. เอาแผ่น พลาสติกทั้ง 4 รูปมาประกอบเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปใหญ่ จะมีพื้นที่ = .....</p>   |
|  <p>พ.ท. = 2(x+y)ท.ร.นิ้ว</p> | <p>52. หากความสัมพันธ์ระหว่างสี่เหลี่ยมแต่ละรูปกับสี่เหลี่ยมที่เกิดขึ้นใหม่จะได้อดังนี้</p> <p>..... = .....</p>   |
| <p>รูปเล็กทั้งหมดรวมกัน = รูปใหม่</p>  | <p>53 พท. ① + พท. ② + พท. ③ + พท. ④ = พท. รูปใหม่</p> <p>แทนค่า <math>x+x+y+y = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>2x + 2y = \dots\dots\dots</math></p>   |
| <p><math>2(x+y), 2(x+y)</math></p>   | <p>54. ให้หยิบอุปกรณ์ชุดที่ 2.3 มาทำการทดลอง ดังนี้</p> <p>1. หาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูปและพิจารณาว่าสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใดบ้างที่มีพื้นที่ เท่ากัน</p> <p>พท. ① = ..... = ..... ตารางหน่วย</p> <p>พท. ③ = ..... = ..... = ..... = ..... ตารางหน่วย</p> <p>2. เอาสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูปมาประกอบกันเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่ซึ่งจะมีพื้นที่ = ..... ตารางหน่วย</p> <p>3. เปรียบเทียบสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูปกับสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่ ดังนี้</p> <p>พท. ① + พท. ② + พท. ③ + พท. ④ + พท. ⑤ + พท. ⑥ = พท. รูปใหม่</p> <p>..... + ..... + ..... + ..... + ..... + ..... = .....</p> |

|   |  |
|---|--|
| <p>พ.ท. ๒ ②, X,<br/> พ.ท. ๒ ④,<br/> พ.ท. ๒ ⑤,<br/> พ.ท. ๒ ⑥<br/> <math>y, 2x(x+2y), x, x,</math><br/> <math>y, y, y, y, 2(x+2y)</math><br/> <math>2x+4y, 2(x+2y)</math></p> | <p>55. จากการทดลองนี้เป็นการแสดงถึง การแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียล ดังนี้</p> $2x + 2y = 2(x+y)$ <p>และ <math>2x + 4y = 2(x+2y)</math></p> <p>ลองมาพิจารณาว่า ถ้าไม่ใช้วิธีการทดลอง จะแยกตัวประกอบเช่นนี้ได้อย่างไร</p> <p>โพลีโนเมียล <u>ทางซ้ายมือ</u> อยู่ในรูปผลบวกของโมโนเมียล และแต่ละโมโนเมียล นั้นมี .....เป็นตัวประกอบรวม</p> <p>โพลีโนเมียล <u>ทางขวามือ</u> นั้นได้ดึงเอาตัวประกอบรวม มาไวทางหนทางเล็บ ส่วนในวงเล็บคือ โมโนเมียล ที่เอา.....ออกแล้ว (โพลีโนเมียลที่เหลือ ได้มาจากการเอาตัวประกอบรวมนั้นไป ..... โพลีโนเมียลเดิม)</p> |
| <p>๒, ตัวประกอบรวม,<br/> หาร</p>  | <p>56. ดังนั้น การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลคือวิธีหนึ่ง สามารถทำได้ โดยการดึง ..... ออกมา ส่วน โมโนเมียลที่เหลือ..... ไว้</p>  |
| <p>ตัวประกอบรวม,<br/> เข้าวงเล็บ</p>  | <p>57. <u>การตรวจสอบคำตอบ</u></p> <p>คำตอบจะถูกต่อง ถ้าโพลีโนเมียลที่แยกตัวประกอบแล้ว (ทางขวามือ) เท่ากับโพลีโนเมียลของโจทย์ (ทางซ้ายมือ) แต่อยู่ในคนละลักษณะ</p> $2x+ 2y = 2(x+y)$  |

|   |  |
|---|--|
|   | <p>ซึ่งทำได้โดยการเอาตัวประกอบรวม.....<br/>         ในวงเล็บและโคคา ..... โพลีโนเมียล<br/>         ของโจทย์</p>  |
| <p>คุณกลับเข้าไป,<br/>         เท่ากับ</p>  | <p>58. จงแยกตัวประกอบ <math>5m+15p-10q = ?</math><br/>         พิจารณาตัวประกอบของ <math>5m = \dots\dots\dots</math><br/> <math>15p = \dots\dots\dots</math><br/> <math>10q = \dots\dots\dots</math><br/>         .....เป็นตัวประกอบรวม<br/>         ดังนั้น <math>5m+15p-10q = \dots\dots\dots</math></p> |
| <p><math>5 \times m, 3 \times 5 \times p,</math><br/> <math>2 \times 5 \times q,</math><br/> <math>5, 5(m+3p-2q)</math></p> | <p>59. เมื่อแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลได้แล้ว อ่าลิม<br/>         ตรวจคำตอบทุกครั้งเพื่อป้องกันความผิดพลาด</p>  |

หน่วยที่ 2

ชุดที่ 4

บทเรียนประกอบภาพ .

เรื่อง

การคูณไบโนเมียลด้วยไบโนเมียล

### การคูณไบโนเมียลด้วยไบโนเมียล

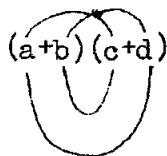
จงคูณ  $(a+b)(c+d)$  เข้าด้วยกัน

$$\begin{aligned} (a+b)(c+d) &= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d \\ &= ac + ad + bc + bd \end{aligned}$$

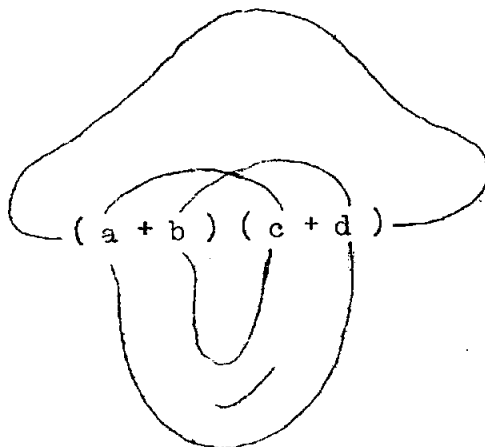
การคูณไบโนเมียลด้วยไบโนเมียล จะได้คำตอบเป็น

"ผลบวกระหว่างการคูณแต่ละตัวของไบโนเมียลหนึ่ง เข้ากับอีกไบโนเมียลหนึ่ง"

เพื่อความเข้าใจและไม่สับสนในการจับคู่กันนั้น นักเรียนอาจจะโยงเส้นในลักษณะที่เป็นรูปได้ดังนี้



และถ้ามีการสลับตำแหน่ง ก็จะได้รูปดังนี้



$$\begin{aligned} (a+b)(c+d) &= a \times c + b \times d + a \times d + b \times c \\ &= ac + bd + ad + bc \end{aligned}$$

หมายเหตุ นักเรียนจะจับคู่ใดก่อนก็ได้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณของ  $(x+1)(x+2)$

$$(x+1)(x+2)$$

$$= x \times x + x \times 2 + 1 \times x + 1 \times 2$$

$$= x^2 + 2x + x + 2$$

$$= x^2 + 3x + 2$$

$$\therefore (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$$

Ans

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณของ  $(3x-4)(x+3)$

$$(3x-4)(x+3)$$

$$= 3x \times x + 3x \times 3 + (-4) \times x + (-4) \times 3$$

$$= 3x^2 + 9x - 4x - 12$$

$$= 3x^2 + 5x - 12$$

$$\therefore (3x-4)(x+3) = 3x^2 + 5x - 12$$

Ans

จงโยงเส้นแสดงการคูณ และหาผลคูณของไบโนเมียลกับไบโนเมียล ต่อไปนี้

1.  $(x+2)(x+5) =$

2.  $(x+3)(x-4) =$

$$3. (2x+1)(x+5) =$$



$$4. (7x-3)(3x+2) =$$

จบบทเรียนหน่วยที่ 2



## เลข

$$\begin{aligned}
 1 \quad & (x+2)(x+5) \\
 & = x \times x + x \times 5 + 2 \times x + 2 \times 5 \\
 & = x^2 + 5x + 2x + 10 \\
 & = x^2 + 7x + 10
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned}
 2 \quad & (x+3)(x-4) \\
 & = x \times x + x \times (-4) + 3 \times x + 3 \times (-4) \\
 & = x^2 - 4x + 3x - 12 \\
 & = x^2 - x - 12
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned}
 3 \quad & (2x+1)(x+5) \\
 & = 2x \times x + 2x \times 5 + 1 \times x + 1 \times 5 \\
 & = 2x^2 + 10x + x + 5 \\
 & = 2x^2 + 11x + 5
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned}
 4 \quad & (7x-3)(3x+2) \\
 & = 7x \times 3x + 7x \times 2 + (-3) \times 3x + (-3) \times 2 \\
 & = 21x^2 + 14x - 9x - 6 \\
 & = 21x^2 + 5x - 6
 \end{aligned}$$

Ans

## แบบฝึกหัด

ข้อ 1. จงแยกตัวประกอบไบโนเมียลต่อไปนี้

$$1 \quad 25a^2c = 5a( \quad )$$

$$2 \quad -36xy^3 = 6xy( \quad )$$

$$3 \quad 17m^4n^5 = 17mn^2( \quad )$$

$$4 \quad 63x^2y^2z^3 = 7x^2yz( \quad )$$

$$5 \quad 147a^6b^2 = 21a( \quad )$$

ข้อ 2. จงแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลต่อไปนี้

$$1 \quad 3b-3c = \dots\dots\dots$$

$$2 \quad 8x+16y-32z = \dots\dots\dots$$

$$3 \quad 25a-30b-40c = \dots\dots\dots$$

$$4 \quad 10(m+n)-5(2m-3n) = \dots\dots\dots$$

$$5 \quad 8(3x+2y) + 16(2x+y) = \dots\dots\dots$$

ข้อ 3. จงหาผลคูณของไบโนเมียลต่อไปนี้

$$1 \quad (x+1)(x+3) = \dots\dots\dots$$

$$2 \quad (x-5)(x+7) = \dots\dots\dots$$

$$3 \quad (4x+3)(x-1) = \dots\dots\dots$$

$$4 \quad (6x-1)(3x-2) = \dots\dots\dots$$

$$5 \quad (x-2)(5x-3) = \dots\dots\dots$$

แจกแบบฝึกหัด

ข้อ 1. 1  $25a^2c = 5a(5ac)$  Ans

2  $-36xy^3 = 6xy(-6y^2)$  Ans

3  $17m^4n^5 = 17mn^2(m^3n^3)$  Ans

4  $63x^2y^2z^3 = 7x^2yz(9yz^2)$  Ans

5  $147a^6b^2 = 21a(7a^5b^2)$  Ans

ข้อ 2. 1  $3b-3c = 3b-3c$   
 $= 3(b-c)$  Ans

2  $8x+16y-32z = 8x+8x2y - 8x4z$   
 $= 8(x+2y-4z)$  Ans

3  $25a-30b-40c = 5x5a - 5x6b - 5x8c$   
 $= 5(5a-6b-8c)$  Ans

4  $10(m+n)-5(2m-3n) = 5x2x(m+n)-5x(2m-3n)$   
 $= 5 \{ 2(m+n)-(2m-3n) \}$   
 $= 5(2m+2n-2m+3n)$   
 $= 5(5n)$   
 $= 25n$  Ans

5  $8(3x+2y)+16(2x+y) = 8x(3x+2y)+8x2x(2x+y)$   
 $= 8 \{ (3x+2y)+2(2x+y) \}$   
 $= 8(3x+2y+4x+2y)$   
 $= 8(7x+4y)$  Ans

$$\begin{aligned} \text{No 3. 1 } (x+1)(x+3) &= x^2 + 3x + x + 3 \\ &= x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned} 2 \quad (x-5)(x+7) &= x^2 + 7x - 5x - 35 \\ &= x^2 + 2x - 35 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned} 3 \quad (4x+3)(x-1) &= 4x^2 - 4x + 3x - 3 \\ &= 4x^2 - x - 3 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned} 4 \quad (6x-1)(3x-2) &= 18x^2 - 12x - 3x + 2 \\ &= 18x^2 - 15x + 2 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned} 5 \quad (x-2)(5x-3) &= 5x^2 - 3x - 10x + 6 \\ &= 5x^2 - 13x + 6 \end{aligned}$$

Ans

แบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 2

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของพหุนาม  $42mn^2z^3$ ?
 

|                       |                            |
|-----------------------|----------------------------|
| ก. $(14mn)(3nz^3)$    | ง. $20mn^2z^3 + 22mn^2z^3$ |
| ข. $(2nz)(21mn^2z^2)$ | จ. $65mn^2z^3 - 23mn^2z^3$ |
| ค. $(7n)(6mn^2z^3)$   |                            |
  
2. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $21(3a-b) + 7(2a-b)$ ?
 

|              |                |
|--------------|----------------|
| ก. $7(a-2b)$ | ง. $7(7a+4b)$  |
| ข. $7(2a-b)$ | จ. $7(11a-4b)$ |
| ค. $7(3a-b)$ |                |
  
3. ข้อใดเป็นผลคูณของพหุนาม  $(y+5)(y-7)$ ?
 

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| ก. $y^2 - 2y - 10$ | ง. $y^2 - 2y - 35$ |
| ข. $y^2 + 2y - 12$ | จ. $y^2 - 2y + 49$ |
| ค. $y^2 + 2y - 14$ |                    |
  
4. ข้อใดเป็นผลคูณของพหุนาม  $(3x-1)(2x+1)$ ?
 

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| ก. $6x^2 - x + 1$  | ง. $6x^2 + 2x - 1$ |
| ข. $6x^2 + x - 1$  | จ. $6x^2 + 3x - 1$ |
| ค. $6x^2 - 2x + 1$ |                    |

## เฉลยแบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 2

1 . ง

2 . ค

3 . ก

4 . จ

## เฉลยแบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 2

1 . ก

2 . จ

3 . ง

4 . ข

### บทเรียนหน่วยที่ 3

เรื่อง: การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสอง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยใช้กฎการกระจายได้อย่างถูกต้อง
2. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยใช้กฎการจัดหมู่ได้อย่างถูกต้อง
3. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียล รูป  $x^2 + bx + c$  ได้อย่างถูกต้อง
4. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียล รูป  $ax^2 + bx + c$  ได้อย่างถูกต้อง
5. ตรวจสอบการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลได้โดยการคูณโพลีโนเมียลเข้าด้วยกัน
6. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลรูปผลต่างกำลังสองได้อย่างถูกต้อง
7. หาคำตอบผลต่างของจำนวนในใด ๆ ได้รวดเร็วขึ้น โดยอาศัยการแยกตัวประกอบผลต่างกำลังสอง
8. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
9. ตรวจสอบได้อย่างถูกต้องว่าโพลีโนเมียลใดเป็นกำลังสองสมบูรณ์
10. หาโมโนเมียลตัวกลางที่จะทำให้โพลีโนเมียลเป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
11. หาโมโนเมียลตัวสุดท้ายที่จะทำให้โพลีโนเมียลเป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
12. ทำโจทย์แบบสอบก่อนเรียนของข้อสอบย่อยได้อย่างถูกต้อง 20 %
13. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง
14. ทำโจทย์แบบสอบหลังเรียนของข้อสอบย่อยได้อย่างถูกต้อง 90 %

## หน่วยที่ 3

## บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนประกอบกิจกรรมตามลำดับชั้น ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนทำแบบสอบก่อนเรียน
2. ให้ทำการทดลองจากบัตรกิจกรรมที่ 3.1 เพื่อศึกษา การแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียล โดยใช้กฎการกระจาย
3. เมื่อการทดลองเสร็จสิ้นลง ให้ผู้บัตรเฉลยคำตอบและเปรียบเทียบผลสรุปของนักเรียนว่าถูกต้องเพียงไร
4. ให้ทำการทดลองจากบัตรกิจกรรมที่ 3.2 เพื่อศึกษา การแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูป  $x^2+bx+c$
5. เมื่อการทดลองเสร็จสิ้นลง ให้ผู้บัตรเฉลยคำตอบและเปรียบเทียบผลสรุปของนักเรียนว่าถูกต้องเพียงไร
6. ให้ทำการทดลองจากบัตรกิจกรรม 3.3 และบทเรียนแบบโปรแกรม เพื่อศึกษา การแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียลซึ่งอยู่ในรูป  $a^2-b^2$
7. เมื่อการทดลองเสร็จสิ้นลง ให้ผู้บัตรเฉลยคำตอบและเปรียบเทียบผลสรุปของนักเรียนว่าถูกต้องเพียงไร
8. ให้ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูป  $ax^2+bx+c$  โพลีโนเมียลรูปกำลังสองสมบูรณ์ และการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยใช้กฎการจัดหมู่
9. ให้ทำแบบฝึกหัด โดยตอบลงในกระดาษคำตอบ
10. ให้ทำแบบสอบหลังเรียน
11. เมื่อเสร็จแล้ว นำแบบสอบก่อนเรียน แบบฝึกหัดและแบบสอบหลังเรียน ส่งครู



แบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 3

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (×) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาน

คำตอบ

- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $21m^2 - 35m$  ?
 

|                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| ก. $7(3m^2 - 5m)$ | ง. $7m^2(3 - 5m)$ |
| ข. $7m(3m - 5m)$  | จ. $7m^2(3 - 5)$  |
| ค. $7m(3m - 5)$   |                   |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $2pq - 4p^2$  ?
 

|                   |                  |
|-------------------|------------------|
| ก. $2q(p - 2p^2)$ | ง. $p(2q - 4p)$  |
| ข. $2p(q - 2p)$   | จ. $2p(pq - 2p)$ |
| ค. $2p^2(q - 2)$  |                  |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $(3a+b)^2 + (a-b)(3a+b)$  ?
 

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| ก. $4a(3a+b)$      | ง. $(3a+b)(a-2b)$  |
| ข. $2(2a+b)(3a+b)$ | จ. $(12a^2 + 4ab)$ |
| ค. $2(a-b)(3a+b)$  |                    |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $7x - 2y^2 + 14y - xy$  ?
 

|                  |                  |
|------------------|------------------|
| ก. $(7-y)(x+2y)$ | ง. $(7-2y)(x+y)$ |
| ข. $(7+y)(x+2y)$ | จ. $(7+2y)(x-y)$ |
| ค. $(7-y)(x-2y)$ |                  |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $x^2 - 14xy + 48y^2$  ?
 

|                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| ก. $(x-12y)(x-4y)$ | ง. $(x-6y)(x-8y)$ |
| ข. $(x-12y)(x+4y)$ | จ. $(x+6y)(x-8y)$ |
| ค. $(x-16y)(x+3y)$ |                   |



หน่วยที่ 3

ชุดที่ 1

การทดลอง

เรื่อง

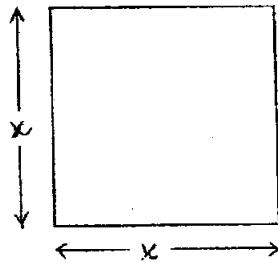
การแยกตัวประกอบพหุนามเชิงเส้นโดยใชกฎการกระจาย

การแยกตัวประกอบพหุนามเชิงเส้น ซึ่งอยู่ในรูป  $x^2 + bx + c$

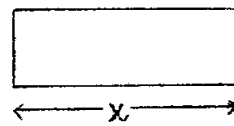
การแยกตัวประกอบพหุนามเชิงเส้น ซึ่งอยู่ในรูป  $a^2 - b^2$

### รายการอุปกรณ์

อุปกรณ์ชุดที่ 3.1 ประกอบด้วย แผ่นพลาสติกรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
ทั้งหมดจำนวน 3 แผ่น ดังนี้

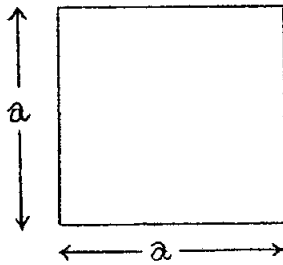


จำนวน 1 แผ่น

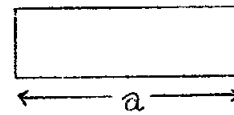


จำนวน 2 แผ่น

อุปกรณ์ชุดที่ 3.2 ประกอบด้วย แผ่นพลาสติกรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
ทั้งหมดจำนวน 4 แผ่น ดังนี้

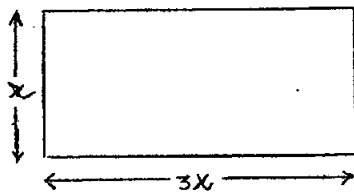


จำนวน 1 แผ่น

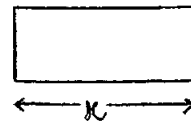


จำนวน 3 แผ่น

อุปกรณ์ชุดที่ 3.3 ประกอบด้วย แผ่นพลาสติกรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจำนวน 7 แผ่น  
ดังนี้

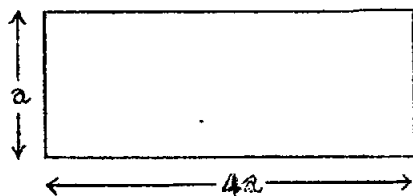


จำนวน 1 แผ่น

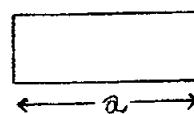


จำนวน 6 แผ่น

อุปกรณ์ชุดที่ 3.4 ประกอบด้วย แผ่นพลาสติกรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจำนวน 4 แผ่น  
ดังนี้

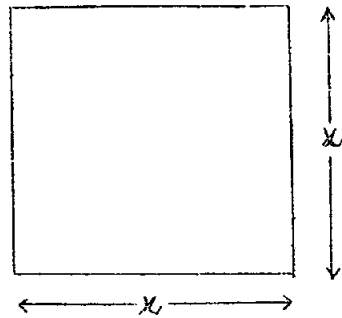


จำนวน 1 แผ่น

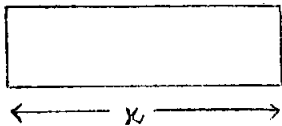


จำนวน 3 แผ่น

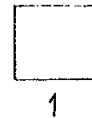
อุปกรณ์ชุดที่ 3.5 ประกอบด้วย แผ่นพลาสติกกรุปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า ทั้งหมดจำนวน 6 แผ่น ดังนี้



จำนวน 1 แผ่น

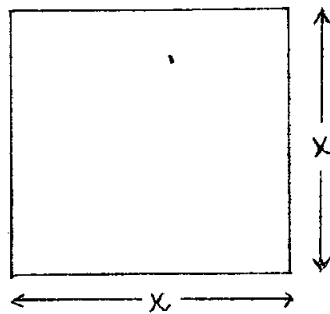


จำนวน 3 แผ่น

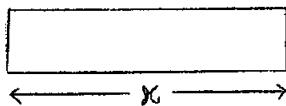


จำนวน 2 แผ่น

อุปกรณ์ชุดที่ 3.6 ประกอบด้วย แผ่นพลาสติกกรุปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า ทั้งหมดจำนวน 12 แผ่น ดังนี้



จำนวน 1 แผ่น



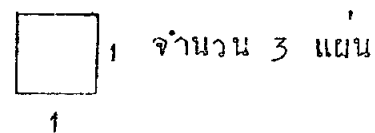
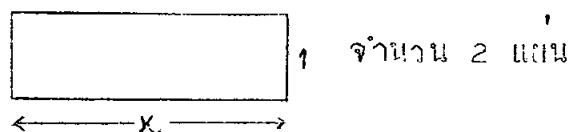
จำนวน 5 แผ่น



จำนวน 6 แผ่น

อุปกรณ์ชุดที่ 3.7 ประกอบด้วย

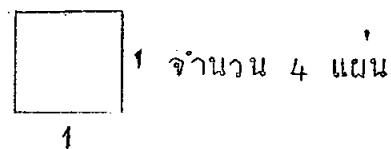
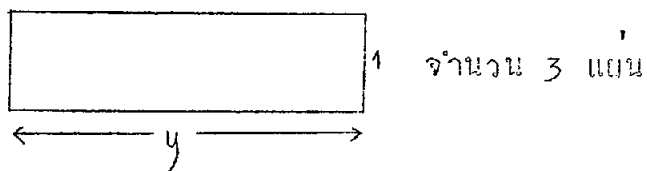
1. แผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จำนวน 1 แผ่น
2. แผ่นพลาสติกกรุปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า ทั้งหมดจำนวน 5 แผ่น ดังนี้



3. กรรไกรตัดกระดาษ 1 อัน

อุปกรณ์ชุดที่ 3.8 ประกอบด้วย

1. แผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จำนวน 1 แผ่น
2. แผ่นพลาสติกรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า ทั้งหมด  
จำนวน 7 แผ่น ดังนี้



3. กรรไกรตัดกระดาษ 1 อัน

4. แผนภาพที่ 3.1

อุปกรณ์ที่ 3.9 ประกอบด้วย

1. แผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จำนวน 1 แผ่น
2. กรรไกรตัดกระดาษ 1 อัน

### บัตรกิจกรรมที่ 3.1

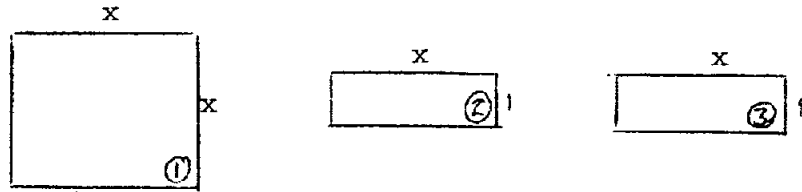
การทดลอง เรื่อง การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยใช้กฎการกระจาย  
ให้นักเรียนปฏิบัติการทดลองดังนี้

1. หยิบอุปกรณ์ชุดที่ 3.1 และชุดที่ 3.2 แล้วปฏิบัติดังนี้ทีละชุด
  - ก. หาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมแต่ละรูป โดยอาศัยกฎการหาพื้นที่
  - ข. ให้ทดลองเอารูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ เหล่านี้มาต่อเรียงกันประกอบขึ้นเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่ และหาพื้นที่สี่เหลี่ยมรูปใหม่นี้
  - ค. พื้นที่แต่ละรูปในข้อ ก มีความสัมพันธ์อย่างไรกับพื้นที่ที่เกิดขึ้นใหม่ในข้อ ข
  - ง. จดบันทึกการทดลองนี้ไว้เพื่อหาข้อสรุปต่อไป
2. หยิบอุปกรณ์ชุดที่ 3.3 และ 3.4 แล้วปฏิบัติดังนี้ทีละชุด
  - ก. หาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมแต่ละรูป โดยอาศัยกฎการหาพื้นที่
  - ข. ให้ทดลองเอารูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ เหล่านี้มาจัดในลักษณะที่วางซ้อนกันแล้วหาพื้นที่เหลือจากส่วนที่ถูกซ้อน
  - ค. พื้นที่แต่ละรูปในข้อ ข มีความสัมพันธ์อย่างไร
3. จากข้อ 1 ค ข้อ 2 ค ให้ลองยกมาพิจารณาผลสำเร็จของแต่ละข้อ โดยพิจารณาดังนี้
 

การเท่ากันในแต่ละกรณีนั้น พวกที่อยู่ทางซ้ายมือและทางขวามือเป็นเช่นไร อยู่ในรูปลักษณะเดียวกันหรือไม่ แตกต่างกันอย่างไบบ้าง
4. ผลทางขวามือนั้นเป็นลักษณะของการแยกตัวประกอบ โดยการดึงตัวร่วม
5. การทดลองนี้ เรียกว่าเป็นการแยกตัวประกอบโดยใช้กฎการกระจาย

เฉลย

1. อุปกรณชุดที่ 3.1

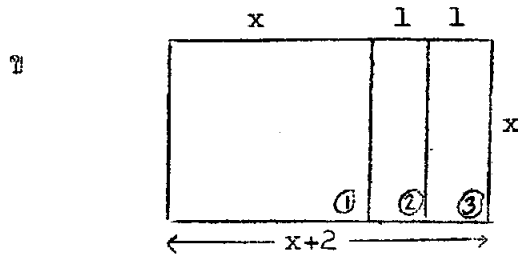


พ.ท. **a** =  $a \times b$

ก พ.ท. **จ 1** =  $x \times x = x^2$

ข พ.ท. **ข 2** =  $x \times 1 = x$

ค พ.ท. **ข 3** =  $x \times 1 = x$



ค พ.ท. **ข** รูปใหม่ =  $x(x+2)$

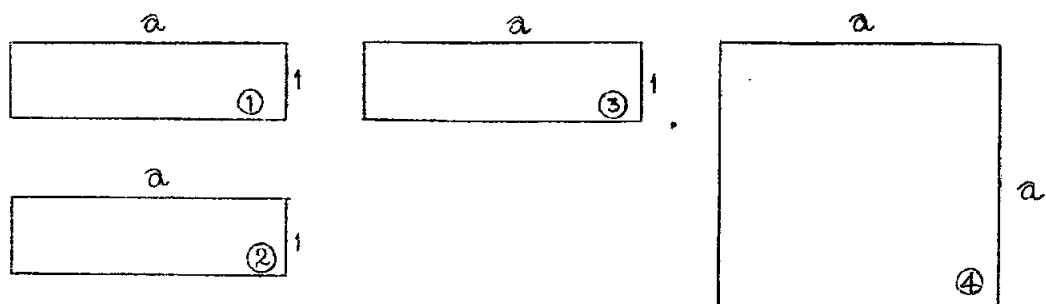
ง พ.ท. **จ 1** + พ.ท. **ข 2** + พ.ท. **ข 3** = พ.ท. **ข** รูปใหม่

$$x^2 + x + x = x(x+2)$$

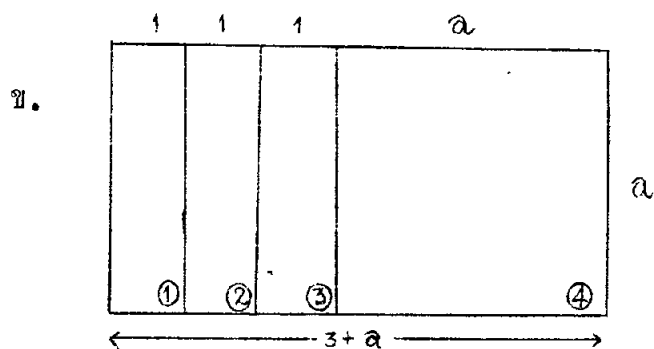
$$x^2 + 2x = x(x+2)$$



อุปกรณ์ที่ 3.2



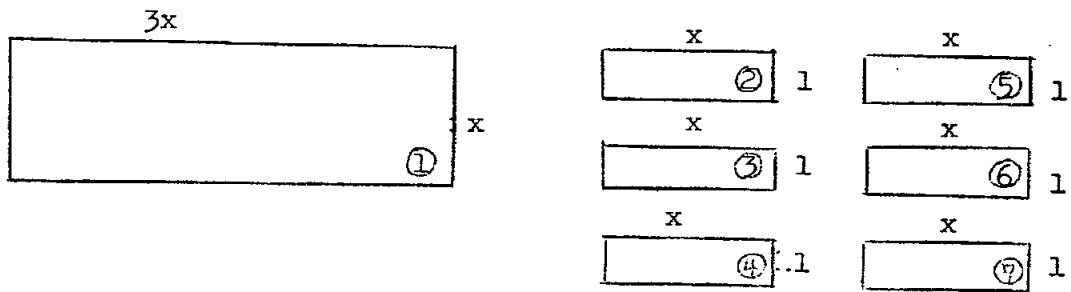
ก. พ.ท. [1] = พ.ท. [2] = พ.ท. [3] =  $a \times 1 = a$   
 พ.ท. [4] =  $a \times a = a^2$



ค. พ.ท. [รูปใหม่] =  $a(3+a)$

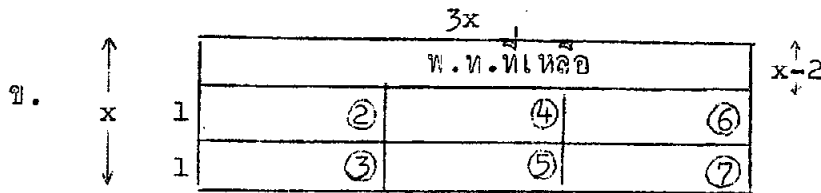
ง. พ.ท. [1] + พ.ท. [2] + พ.ท. [3] + พ.ท. [4] = พ.ท. [รูปใหม่]  
 $a + a + a + a^2 = a(3+a)$   
 $3a + a^2 = a(3+a)$

2. อุปกรณ์ที่ 3.3



ก. พ.ท. [๗] ① =  $x \times 3x = 3x^2$

พ.ท. [๗] ② = พ.ท. [๗] ③ พ.ท. [๗] ④ = พ.ท. [๗] ⑤ = พ.ท. [๗] ⑥  
 = พ.ท. [๗] ⑦ =  $x \times 1 = x$



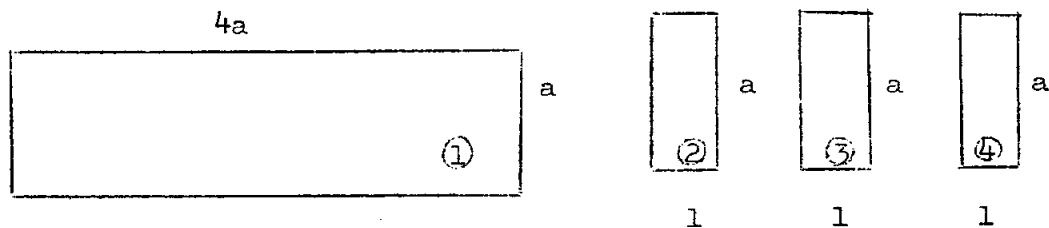
ค. พ.ท. ที่เหลือจากการถูกซ่อน =  $3x(x-2)$

ง. พ.ท. [๗] ① - พ.ท. [๗] ② - พ.ท. [๗] ③ - พ.ท. [๗] ④ - พ.ท. [๗] ⑤ - พ.ท. [๗] ⑥  
 - พ.ท. [๗] ⑦ = พ.ท. ที่เหลือ

$3x^2 - x - x - x - x - x - x$  =  $3x(x-2)$

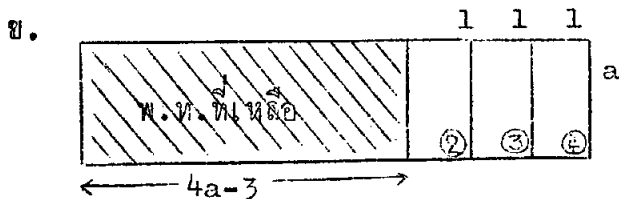
$3x^2 - 6x$  =  $3x(x-2)$

อุปกรณ์ชุดที่ 3.4



ก. พ.ท. [1] =  $4a \times a = 4a^2$

พ.ท. [2] = พ.ท. [3] = พ.ท. [4] =  $a \times 1 = a$



ค. พ.ท. ที่เหลือ =  $a(4a-3)$

ง. พ.ท. [1] - พ.ท. [2] - พ.ท. [3] - พ.ท. [4] = พ.ท. ที่เหลือ

$$4a^2 - a - a - a = a(4a-3)$$

$$4a^2 - 3a = a(4a-3)$$

3. จากข้อ 1. ง

$$x^2 + 2x = x(x+2)$$

$$3a + a^2 = a(3+a)$$

2. ง

$$3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$4a^2 - 3a = a(4a-3)$$

พหุคูณomialทางซ้ายมือ และทางขวามือมีค่าเท่ากัน แต่อยู่ในลักษณะต่างกัน

พหุคูณomialทางซ้ายมือ อยู่ในรูปผลบวกของโมนomial ซึ่งแต่ละโมนomialนั้นมีตัวประกอบรวมอยู่

พหุคูณomialทางขวามือ นั้นได้ดึงเอาตัวประกอบรวมมาไว้ข้างหน้าวงเล็บ ส่วนที่เหลือในวงเล็บคือ โมนomialที่เอาตัวประกอบรวมออกแล้ว

4. การแยกตัวประกอบพหุคูณomial หมายถึง การดึงเอาตัวประกอบรวมออก ซึ่งวิธีนี้ทำได้ โดยการเขียนพหุคูณomialแต่ละตัวในรูปของการกระจาย เพื่อพิจารณาตัวประกอบ

### บัตรกิจกรรมที่ 3.2

การทดลอง เรื่อง การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูป  $x^2+bx+c$   
ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมทดลองดังนี้

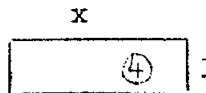
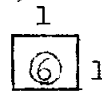
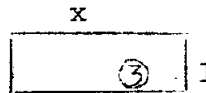
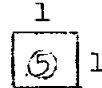
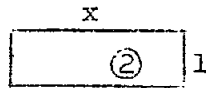
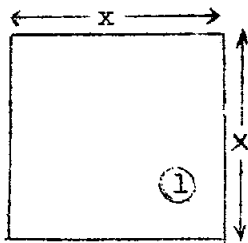
1. หยิบอุปกรณ์ชุดที่ 3.5 และชุดที่ 3.6 แล้วปฏิบัติดังนี้ทีละชุด
  - ก. หาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมแต่ละรูป โดยอาศัยกฎการหาพื้นที่
  - ข. ใ้ห้ทดลองเอารูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ เหล่านี้มาต่อเรียงกัน ประกอบขึ้นเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่ และหาพื้นที่สี่เหลี่ยมรูปใหม่
  - ค. พื้นที่แต่ละรูปในข้อ ก. มีความสัมพันธ์อย่างไรกับพื้นที่ที่เกิดขึ้นใหม่ในข้อ ข
  - ง. จดบันทึกการทดลองนี้ไว้เพื่อจะหาข้อสรุปต่อไป
2. หยิบอุปกรณ์ชุดที่ 3.7 และชุดที่ 3.8 แล้วปฏิบัติดังนี้ทีละชุด
  - ก. หาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมแต่ละรูป โดยอาศัยกฎการหาพื้นที่
  - ข. ใ้ห้ทดลองเอารูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ เหล่านี้มาจัดในลักษณะที่วางซ้อนกัน แล้วหาพื้นที่ที่เหลือจากส่วนที่ถูกซ่อน

แนะนำ ใ้ให้นักเรียนตัดพื้นที่ส่วนที่เหลือออกมา แล้วจัดรูปลักษณะว่าแหว่งนั้นให้อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (โดยตัดส่วนที่ยื่นออก แล้วนำมาเรียงต่อกับพื้นที่รูปใหญ่นั้น)

  - ค. พื้นที่ในข้อ ข มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
3. จากข้อ 1 ค ข้อ 2 ค ใ้ยกมาพิจารณาผลสำเร็จของแต่ละข้อ โดยพิจารณาทั้งนี้ การเท่ากันในแต่ละกรณีนั้น พวกที่อยู่ทางซ้ายมือและทางขวามือเป็นเช่นไรอยู่ในรูปลักษณะเดียวกันหรือไม่ แตกต่างกันอย่างไบบาง
4. ศึกษาการคูณไบนอมียาลด้วยไบนอมียาลได้จากแผนภาพ 3.1
5. เปรียบเทียบการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลรูป  $x^2+bx+c$  กับการคูณไบนอมียาลด้วยไบนอมียาล
6. ใ้ห้สรุปกฎการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลรูป  $x^2+bx+c$

เฉลย

1. อุปกรณชนิดที่ 3.5

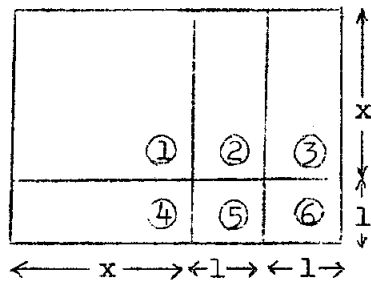


ก. พ.ท. ๑ ① =  $x \times x = x^2$

พ.ท. ๒ ② = พ.ท. ๓ ③ = พ.ท. ๔ ④ =  $x \times 1 = x$

พ.ท. ๑ ⑤ = พ.ท. ๑ ⑥ =  $1 \times 1 = 1$

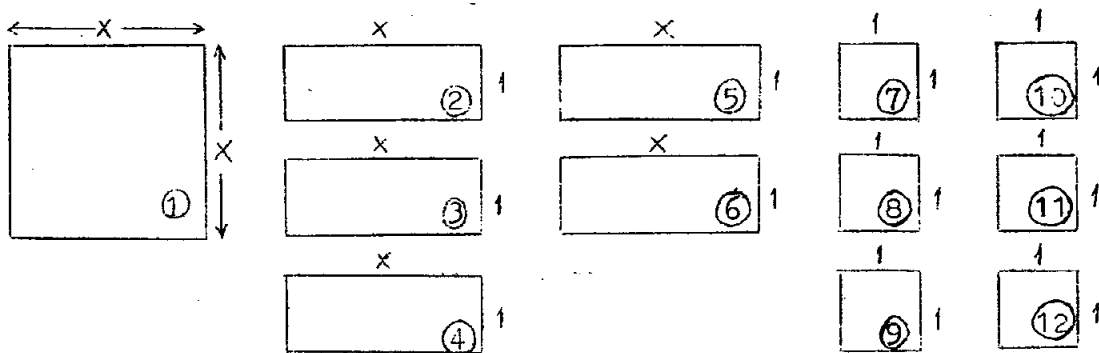
ข.



ค. พ.ท. ๒ รูปใหม่ =  $(x+1)(x+1+1)$   
 =  $(x+1)(x+2)$

ง. พ.ท. ๑ ① + พ.ท. ๒ ② + พ.ท. ๓ ③ + พ.ท. ๔ ④ + พ.ท. ๑ ⑤  
 + พ.ท. ๑ ⑥ = พ.ท. ๒ รูปใหม่  
 $x^2 + x + x + x + 1 + 1 = (x+1)(x+2)$   
 $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

รูปกรงสี่เหลี่ยม 3.6

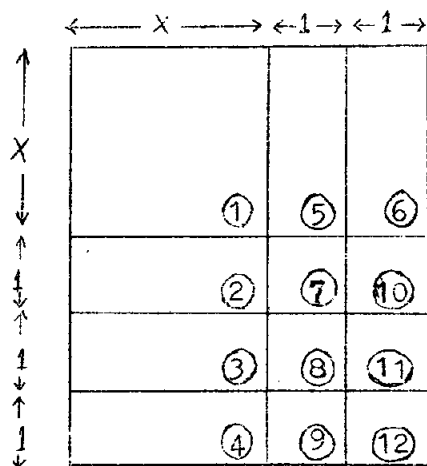


ก. พ.ท. [๑] ① =  $x \times x = x^2$

พ.ท. [๒] ② = พ.ท. [๓] ③ = พ.ท. [๔] ④ = พ.ท. [๕] ⑤ = พ.ท. [๖] ⑥ =  $x \times 1 = x$

พ.ท. [๗] ⑦ = พ.ท. [๘] ⑧ = พ.ท. [๙] ⑨ = พ.ท. [๑๐] ⑩ = พ.ท. [๑๑] ⑪ = พ.ท. [๑๒] ⑫ =  $1 \times 1 = 1$

ข.



พ.ท. [๒] รูปใหม่<sup>๑</sup> =  $(x+1+1)(x+1+1+1)$   
 =  $(x+2)(x+3)$

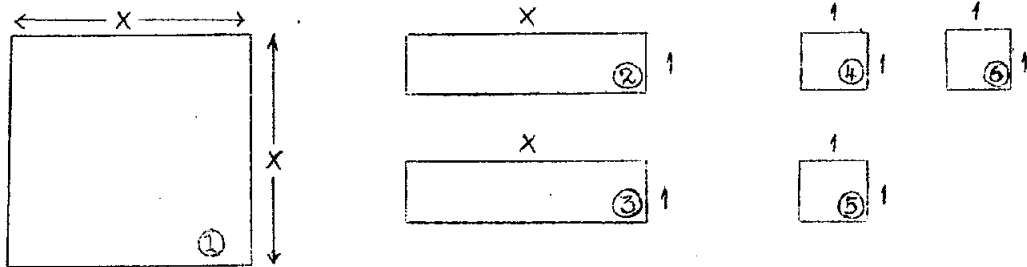
ก. พ.ท.จ ① + พ.ท.ข ② + พ.ท.ข ③ + พ.ท.ข ④ + พ.ท.ข ⑤ + พ.ท.ข ⑥ + พ.ท.จ ⑦ + พ.ท.จ ⑧ + พ.ท.จ ⑨ + พ.ท.จ ⑩ + พ.ท.จ ⑪ + พ.ท.จ ⑫

= พ.ท.ข รูปใหม่

$$x^2 + x + x + x + x + x + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = (x+2)(x+3)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

2. อุปกรณต์ที่ 3.7

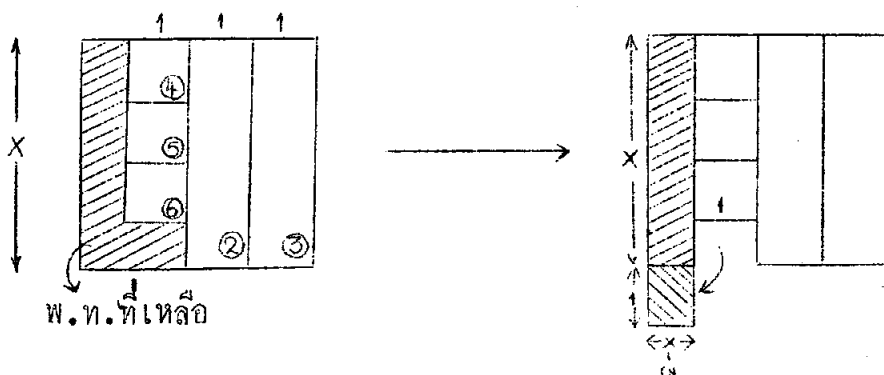


ก. พ.ท.จ ① =  $x \times x = x^2$

พ.ท.ข ② = พ.ท.ข ③ =  $x \times 1 = x$

พ.ท.จ ④ = พ.ท.จ ⑤ = พ.ท.จ ⑥ =  $1 \times 1 = 1$

ข.



พ.ท.ข ที่เหลือ =  $(x+1)(x-3)$

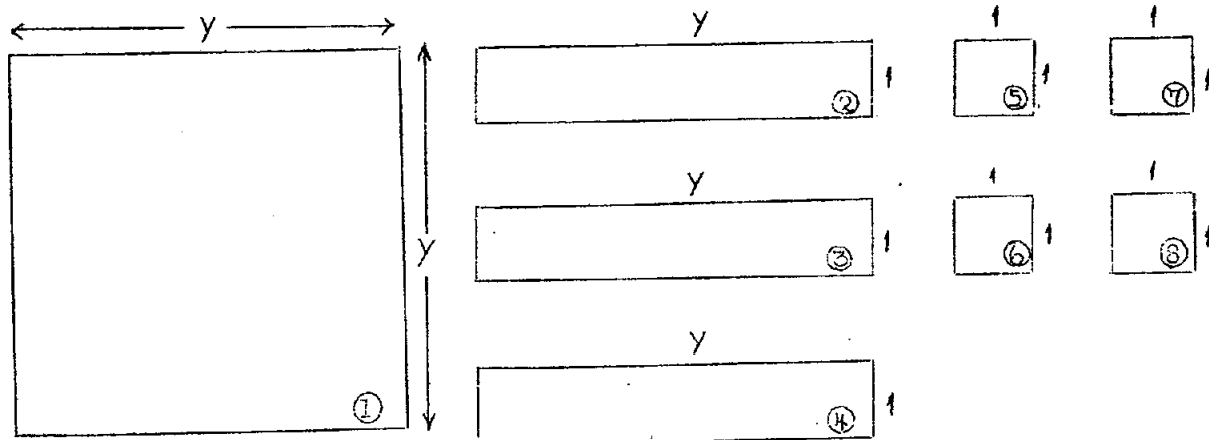
ก. พ.ท.จ ① - พ.ท.ข ② - พ.ท.ข ③ - พ.ท.จ ④ - พ.ท.จ ⑤ - พ.ท.จ ⑥ = พ.ท.ข ที่เหลือ

$$x^2 = x - x - 1 - 1 - 1 = (x+1)(x-3)$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$



รูปกรณที่ 3.8

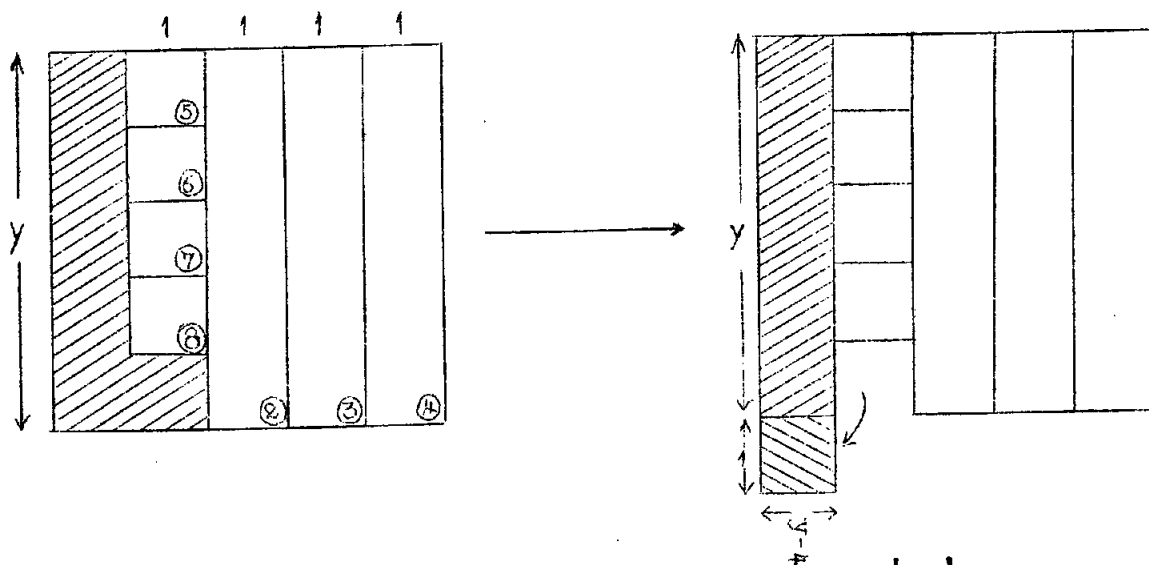


ก. พ.ท.จ ① =  $y \times y = y^2$

พ.ท.ข ② = พ.ท.ข ③ = พ.ท.ข ④ =  $y \times 1 = y$

พ.ท.จ ⑤ = พ.ท.จ ⑥ = พ.ท.จ ⑦ = พ.ท.จ ⑧ =  $1 \times 1 = 1$

ข.



พ.ท.ข ส่วนที่เหลือ =  $(y+1)(y-4)$

ค. พ.ท.จ ① - พ.ท.ข ② - พ.ท.ข ③ - พ.ท.ข ④ - พ.ท.จ ⑤ - พ.ท.จ ⑥

= พ.ท.จ ⑦ - พ.ท.จ ⑧ = พ.ท.ข ส่วนที่เหลือ

$y^2 - y - y - y - 1 - 1 - 1 - 1 = (y+1)(y-4)$

$y^2 - 3y - 4 = (y+1)(y-4)$

3. จากข้อ 1.ง

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

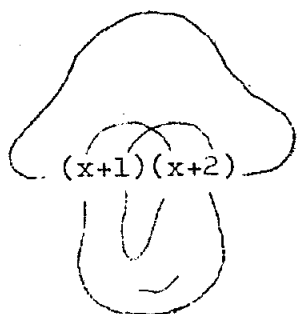
2.ง

$$x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$

จากพหุนามดีกรีสอง 3 ตัวอยู่ในลักษณะ  $x^2 + bx + c$  แยกเป็นตัวประกอบได้  
พหุนามดีกรี 2 วงเล็บคู่กัน

4. แผนภาพ 3.1

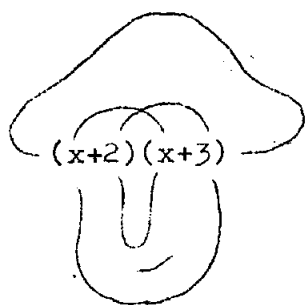
ผลคูณของไบโนเมียลกับไบโนเมียลหาได้ดังนี้



$$(x+1)(x+2)$$

$$= x^2 + 2x + x + 2$$

$$= x^2 + 3x + 2$$



$$(x+2)(x+3)$$

$$= x^2 + 3x + 2x + 6$$

$$= x^2 + 5x + 6$$

การคูณไบนอมิยัลด้วยไบนอมิยัล

ตัวแรกของแต่ละวงเล็บคูณกัน ได้เป็น ตัวแรกของโพลีโนเมียลของผลคูณ

ตัวหลังของแต่ละวงเล็บคูณกัน ได้เป็น ตัวที่สามของโพลีโนเมียลของผลคูณ

ผลบวกของตัวแรก (ของวงเล็บแรก) คูณตัวหลัง (ของวงเล็บหลัง)

กับตัวหลัง (ของวงเล็บแรก) คูณตัวแรก (ของวงเล็บหลัง) ได้เป็นตัวกลางของ

โพลีโนเมียลของผลคูณ

6. กฎการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลรูป  $x^2 + bx + c$

1. แยกตัวประกอบตัวแรก เป็นตัวแรกของแต่ละวงเล็บ

2. แยกตัวประกอบตัวสุดท้าย เป็นตัวหลังของแต่ละวงเล็บ

3. ตรวจสอบดูว่าผลบวกของตัวแรก (ของวงเล็บแรก) คูณตัวหลัง (ของวงเล็บหลัง)

กับตัวหลัง (ของวงเล็บแรก) คูณตัวแรก (ของวงเล็บหลัง) จะต้องมีค่าเท่ากับตัวกลางจึงจะถูก  
ถูกต้อง

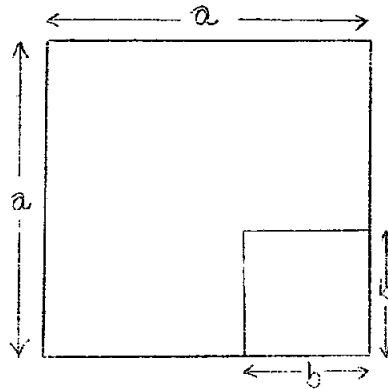
### บัตรกิจกรรมที่ 3.3

การทดลอง เรื่อง การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูป  $a^2 - b^2$   
ให้นักเรียน ปฏิบัติการทดลอง ดังนี้

1. หยิบอุปกรณ์ชุดที่ 3.9 เตรียมไว้
2. หาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมรูปใหญ่ไว้
3. ใช้กรรไกรตัดสี่เหลี่ยมรูปเล็กออก และหาควยว่าพื้นที่ส่วนที่ตัดออกไปเท่ากับเท่าไร
4. หาพื้นที่ส่วนที่เหลือจากถูกตัด  
(แนะนำ: พยายามจัดพื้นที่ที่เหลือให้อยู่ในลักษณะของรูปสี่เหลี่ยม)
5. จากข้อ 2, 3 และ 4 นักเรียนจะสรุปผลได้อย่างไร

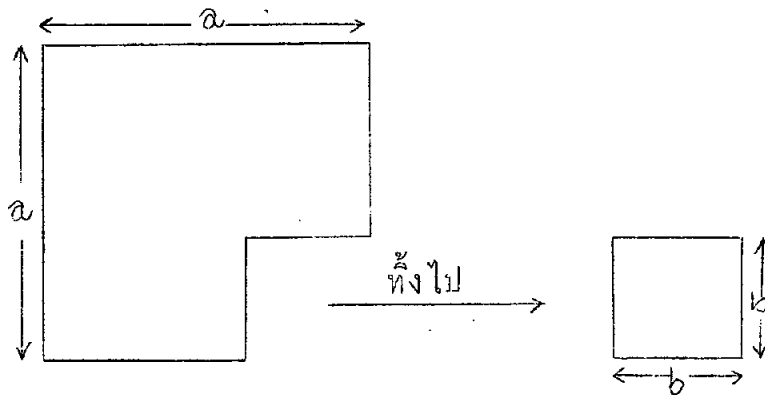
เฉลย

1. รูปกรณฑ์ 3.9

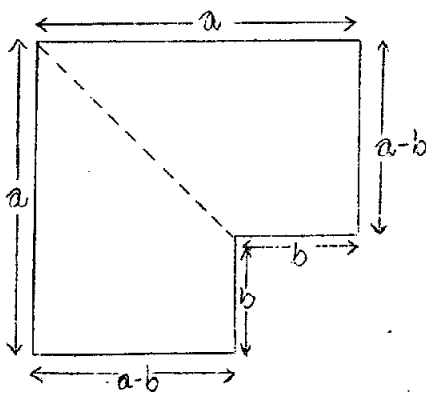


2. พ.ท.รูปใหญ่ =  $a \times a = a^2$

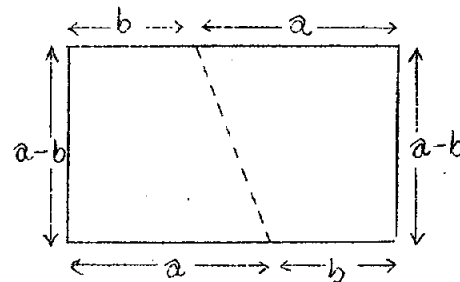
3.



4.



พ.ท.รูปเล็ก =  $b \times b = b^2$



พ.ท.รูปที่เหลือ =  $(a-b)(a+b)$

5. จาก 2, 3 และ 4 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{พ.ท.รูปใหญ่} - \text{พ.ท.รูปเล็ก} &= \text{พ.ท.รูปที่เหลือ} \\ a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) \end{aligned}$$

หน่วยที่ 3

ชุดที่ 2

บทเรียนแบบโปรแกรม

เรื่อง

การแยกตัวประกอบพหุนามเมียดซึ่งอยู่ในรูป  $a^2 - b^2$

การแยกตัวประกอบพหุนามเมียดซึ่งอยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c$

พหุนามเมียดรูปกำลังสองสมบูรณ์

และการแยกตัวประกอบพหุนามเมียดโดยใชกฎการจัดหมู่

|                                     |  |
|-------------------------------------|--|
|                                     | <p>60. จากการทดลอง สรุปการแยกตัวประกอบของผลต่างกำลังสอง ได้ดังนี้</p> <p>ตัวประกอบของ <math>a^2 - b^2 = \dots\dots\dots</math></p>   |
| $(a-b)(a+b)$                        | <p>61. ดังนั้น โพลีโนเมียลใดที่อยู่ในรูปผลต่างกำลังสอง นักเรียนจะสามารถแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลนั้นได้ทันที โดยใช้สูตรผลต่างกำลังสอง <math>a^2 - b^2 =</math></p> $(a-b)(a+b)$ $x^2 - y^2 =$ $m^2 - n^2 =$  |
| $(x-y)(x+y)$<br>$(m-n)(m+n)$        | <p>62. และในทำนองเดียวกัน</p> <p>ตัวประกอบของ <math>(2x)^2 - y^2 = (2x-y)(2x+y)</math></p> $(3p)^2 - (5q)^2 = \dots\dots\dots$ $b^2 - (4c)^2 = \dots\dots\dots$  |
| $(3p-5q)(3p+5q),$<br>$(b-4c)(b+4c)$ | <p>63. โพลีโนเมียลใดไม่อยู่ในรูปผลต่างกำลังสอง แต่สามารถจัดให้เป็นรูปผลต่างกำลังสองได้ ก็สามารถแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลนั้นโดยใช้สูตรผลต่างกำลังสองได้เช่นกัน</p> <p>ตัวอย่างเช่น <math>9m^2 - n^2 = 3m \times 3m - n^2</math></p> $= (3m)^2 - n^2$ $= \dots\dots\dots$ |

|   |  |
|---|--|
| (3m-n)(3m+n)  | <p>64. ตัวประกอบของ <math>16a^2 - 25b^2 = 4a \times 4a - 5b \times 5b</math><br/> <math>= (\dots)^2 - (\dots)^2</math><br/> <math>= \dots</math></p>   |
| <p>4a, 5b,<br/>(4a-5b)(4a+5b)</p>   | <p>65. ตัวประกอบของ <math>4x^2 - 49 = (\dots)^2 - (\dots)^2</math><br/> <math>= \dots</math></p>   |
| <p>2x, 7,<br/>(2x-7)(2x+7)</p>  | <p>66. ตัวประกอบของ <math>64c^2 - 1 = (\dots)^2 - (\dots)^2</math><br/> <math>= \dots</math></p>   |
| <p>8c, 1, (8c-1)(8c+1)</p>  | <p>67. โพลีโนเมียล <math>(m^2+n^2)-p^2</math> เป็นรูปผลต่างกำลังสองหรือไม่ .....<br/>         ดังนั้น ตัวประกอบของ <math>(m+n)^2 - p^2</math><br/> <math>= \{(m+n)-p\} \{(m+n)+p\}</math><br/> <math>= (m+n-p)(m+n+p)</math></p> |
| <p>เป็น</p>   | <p>68. โพลีโนเมียล <math>(2x-y)^2 - (3z)^2</math> เป็นรูปผลต่างกำลังสองหรือไม่ .....<br/>         ดังนั้น ตัวประกอบของ <math>(2x-y)^2 - (3z)^2 = \dots</math><br/> <math>= \dots</math></p>                                      |
| <p>เป็น,<br/><math>\{(2x-y)-3z\} \{(2x-y)+3z\},</math><br/>(2x-y-3z)(2x-y+3z)</p> | <p>69. โพลีโนเมียล <math>a^2 - (b+2c)^2</math> เป็นรูปผลต่างกำลังสองหรือไม่ .....<br/>         ดังนั้น ตัวประกอบของ <math>a^2 - (b+2c)^2 = \dots</math><br/> <math>= \dots</math></p>  |



|  |  |
|--|--|
| <p>เป็น <math>\{a-(b+2c)\} \{a+(b+2c)\}</math>,<br/> <math>(a-b-2c)(a+b+2c)</math></p>   | <p>70. สรุป นักเรียนจะใช้สูตรผลต่างกำลังสองใดก็ตามเมื่อ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. โพลีโนเมียลตัวหน้า และโพลีโนเมียลตัวหลังต่างก็อยู่ในรูป .....</li> <li>2. เครื่องหมายคั่นระหว่างโพลีโนเมียลรูปกำลังสองของตัวหน้าและตัวหลังเป็นเครื่องหมาย .....</li> </ol>   |
| <p>ยกกำลังสอง, ลบ</p>  | <p>71. สำหรับตัวประกอบของ <math>x^2+7x+6 = \dots\dots\dots</math><br/> <math>x^2-3x-4 = \dots\dots\dots</math></p>   |
| <p><math>(x+1)(x+6)</math>,<br/> <math>(x-4)(x+1)</math></p>   | <p>72. การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลรูป <math>x^2+bx+c</math> เช่น แยกตัวประกอบ <math>x^2-3x+2</math> ทำได้ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แยกตัวประกอบตัวแรก.....ออกเป็น<br/> <math>(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)</math></li> <li>2. แยกตัวประกอบตัวหลัง.....ออกเป็น<br/> <math>(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)</math></li> </ol> <p>∴ <math>x^2-3x+2 = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)</math></p> <p>การแยกตัวประกอบนี้จะถูกต้องเมื่อ<br/> <math>(\dots\dots\dots)+(\dots\dots\dots) =</math> ตัวกลางของโจทย์</p> |
| <p><math>x^2</math>, <math>(x\dots)(x\dots)</math>,<br/> <math>2</math>, <math>(\dots-2)(\dots-1)</math>,<br/> <math>x-2</math>, <math>x-1</math>,<br/> <math>(xx-1)+(xx-2) = -3x</math></p> | <p>73. จงต่อเส้นโยงที่แสดงถึงการ<u>ตรวจคำตอบ</u> ของการแยกตัวประกอบ ดังนี้</p> $x^2-6x+8 = (\dots)(\dots) = \dots\dots\dots$   |

$$(x-4)(x-2) = x^2 - 6x + 8$$

74. เค้าที่ศึกษามาเป็นการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลรูป  $x^2 + bx + c$  ที่ ส.ป.ส ของ  $x^2$  เป็น 1 ถ้า ส.ป.ส ของ  $x^2$  มากกว่า 1 คือเป็นโพลีโนเมียลที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c$  ก็สามารถทำได้เช่นเดียวกัน

$$6x^2 + 19x + 10 = (3x+5)(2x+2) \text{ _____ (1) ผิด}$$

$$= (3x+2)(2x+5) \text{ _____ (2) ถูก}$$

กรณีที่ (1) เหตุที่ผิด ทั้งนี้เพราะ .....

กรณีที่ (2) ที่ถูก ทั้งนี้เพราะ .....

กรณีที่ (1) ตรวจคำตอบแล้ว โมนีเมียลตัวกลาง  $\neq 19x$   
 กรณีที่ (2) ตรวจคำตอบแล้ว โมนีเมียลตัวกลาง  $= 19x$

75. จงแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล  $8x^2 + 22x + 15 = ?$

$$8x^2 + 22x + 15 = (\dots)(\dots)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 4x \times 2x & 5 \times 3 \end{array}$$


$$4x+5, 2x+3$$

76. จงพิจารณาว่าการแยกตัวประกอบต่อไปนี้ ถูกหรือผิดอย่างไร

$$4x^2 + 7x + 3 = (2x+3)(2x+1) \text{ _____ (1) ... เพราะ .....$$

$$= (4x+1)(x+3) \text{ _____ (2) ... เพราะ .....$$

$$= (4x+3)(x+1) \text{ _____ (3) ... เพราะ .....$$

|   |  |
|---|--|
| <p>กรณี(1),(2) ผิดเพราะถ้าแยกตัวประกอบในลักษณะดังกล่าว เมื่อตรวจคำตอบแล้ว โมโนเมียลตัวกลาง <math>\neq 7x</math>.</p> <p>กรณี(3) ถูก เพราะการแยกตัวประกอบในลักษณะเช่นนี้ เมื่อตรวจคำตอบแล้วโมโนเมียลตัวกลาง <math>=7x</math></p> | <p>77. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>4x^2+10x+6 = (\dots)(\dots)</math></li> <li><math>6x^2+x-12 = (\dots)(\dots)</math></li> <li><math>9x^2+12x+4 = (\dots)(\dots)</math></li> </ol>    |
| <p><math>4x+6</math>, <math>x+1</math>,<br/> <math>3x-4</math>, <math>2x+3</math>,<br/> <math>3x+2</math>, <math>3x+2</math></p>  | <p>78. <u>สรุปการแยกตัวประกอบพหุนาม</u> <u>พหุนามกำลังสอง</u> <u>ซึ่งอยู่ในรูป</u><br/> <math>ax^2+bx+c</math><br/>         ทำได้ตามลำดับขั้นดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>ตัวประกอบเหล่านี้อยู่ในตำแหน่งที่ถูกต้อง<br/>             เมื่อคูณกลับคืนมาแล้วมีค่าเท่ากับ พหุนาม<br/>             โจทย์</li> </ol> <p>คำตอบของการแยกตัวประกอบพหุนาม <math>ax^2+bx+c</math> จะอยู่ในรูป.....ของ<br/>         .....</p> |

|   |  |
|---|--|
| <p>แยกตัวประกอบโพลีโนเมียล<br/>ตัวแรกใส่เป็นตัวแรกของแต่ละวงเล็บ,<br/>แยกตัวประกอบโพลีโนเมียล<br/>ตัวที่สามใส่เป็นตัวหลังของแต่ละวงเล็บ,<br/>คูณ, ไปโนเมียล</p>                 | <p>79. สำหรับการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลต่อไปนี้</p> <p>(1) <math>9x^2+6x+1 = (\dots)(\dots)</math></p> <p>(2) <math>16x^2+24x+9 = (\dots)(\dots)</math></p> <p>(3) <math>4x^2-20x+25 = (\dots)(\dots)</math></p> <p>(4) <math>x^2-12x+36 = (\dots)(\dots)</math></p> <p>จะสังเกตเห็นว่าตัวประกอบของโพลีโนเมียลแต่ละข้ออยู่ในรูปตัวประกอบที่ ..... ซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้ในรูปของ ..... ได้</p>    |
| <p><math>(3x+1)(3x+1),</math><br/><math>(4x+3)(4x+3),</math><br/><math>(2x-5)(2x-5),</math><br/><math>(x-6)(x-6),</math><br/><u>เหมือนกัน</u> ทั้งสองวงเล็บ,<br/>ยกกำลังสอง</p> | <p>80. ดังนั้น จะสามารถเขียนรูปตัวประกอบของโพลีโนเมียลเหล่านี้ได้ใหม่ดังนี้</p> <p>(1) <math>9x^2+6x+1 = \dots</math></p> <p>(2) <math>16x^2+24x+9 = \dots</math></p> <p>(3) <math>4x^2-20x+9 = \dots</math></p> <p>(4) <math>x^2-12x+36 = \dots</math></p> <p>และจะเรียกโพลีโนเมียลที่สามารถทำให้อยู่ในรูปยกกำลังสองได้เช่นนี้ว่า <u>เป็นโพลีโนเมียลกำลังสองสมบูรณ์</u> (Completing the square)</p> |
| <p><math>(3x+1)^2,</math><br/><math>(4x+3)^2,</math><br/><math>(2x-5)^2,</math><br/><math>(x-6)^2</math></p>  | <p>81. โพลีโนเมียล <math>4x^2+4x+1</math> <u>เป็นกำลังสองสมบูรณ์</u> ทั้งนี้เพราะตัวประกอบของ <math>4x^2+4x+1</math></p> <p><math>= \dots</math> ซึ่งอยู่ในรูป.....</p>  |

|  |   |
|--|---|
| <p><math>(2x+1)^2</math>, ยกกำลังสอง</p>   | <p>82. โพลีโนเมียล <math>9x^2-24x+16</math> เป็นโพลีโนเมียลชนิดใด.....ทั้งนี้เพราะ.....</p>   |
| <p>เป็นโพลีโนเมียลกำลังสองสมบูรณ์, ตัวประกอบของ <math>9x^2-24x+16 = (3x-4)^2</math> ซึ่งอยู่ในรูปยกกำลังสอง</p>  | <p>83. โพลีโนเมียล <math>x^2-2x+1</math> เป็นโพลีโนเมียลชนิดใด.....<br/>ทั้งนี้เพราะ .....</p>  |
| <p>เป็นโพลีโนเมียลกำลังสองสมบูรณ์, ตัวประกอบของ <math>x^2-2x+1 = (x-1)^2</math> ซึ่งอยู่ในรูปยกกำลังสอง</p>  | <p>84. ให้นักเรียนพิจารณาโพลีโนเมียลต่อไปนี้ว่า เป็นหรือไม่เป็นโพลีโนเมียลกำลังสองสมบูรณ์</p> <p>(1) <math>25x^2+20x+4</math> .....เพราะ.....</p> <p>(2) <math>4x^2+5x+1</math> .....เพราะ.....</p> <p>(3) <math>16x^2-30x+9</math> .....เพราะ.....</p> <p>(4) <math>9x^2+12x+4</math> .....เพราะ.....</p>  |
| <p>(1) เป็น, ตัวประกอบของ <math>25x^2+20x+4 = (5x+2)^2</math></p> <p>(2) ไม่เป็น, ตัวประกอบของ <math>4x^2+5x+1 = (4x+1)(x+1)</math></p> <p>(3) ไม่เป็น, ตัวประกอบของ <math>16x^2-30x+9=(8x-3)(2x-3)</math></p> <p>(4) เป็น, ตัวประกอบของ <math>9x^2+12x+4 =(3x+2)^2</math></p> | <p>85. ผลคูณของไบโนเมียลตัวเดียวกัน</p> <p>(1) <math>(x-2)^2 = x^2-4x+4</math></p> <p>(2) <math>(2x+3)^2 = 4x^2+12x+9</math></p> <p>(3) <math>(3x+5)^2 = 9x^2+30x+25</math></p> <p>(4) <math>(4x-1)^2 = 16x^2-8x+1</math></p> <p>เปรียบเทียบ <u>ผลคูณ</u> ของไบโนเมียลกับ<u>แต่ละตัว</u> ของไบโนเมียลก่อนการคูณจะพบว่า</p> <p>(1) <math>(x-2)^2=x^2-4x+4</math> แยกละเอียดดังนี้</p> <p><math>(x)^2+2(x)(-2)+(-2)^2</math></p> <p>(2) <math>(2x+3)^2=4x^2+12x+9</math> แยกละเอียดดังนี้</p> <p><math>(2x)^2+2(2x)(3)+.....</math></p> |

|                              |   |
|------------------------------|---|
|                              | <p>(3) <math>(3x+5)^2 = 9x^2 + 30x + 25</math> แยกละเอียดได้ดังนี้<br/> <math>\dots\dots\dots + 2(3x)(5) + \dots\dots\dots</math></p> <p>(4) <math>(4x-1)^2 = 16x^2 - 8x + 1</math> แยกละเอียดได้ดังนี้<br/> <math>(4x)^2 + 2(\dots)(\dots) + (-1)^2</math></p>   |
| $3^2, (3x)^2, 5^2, (4x)(-1)$ | <p>86. จะได้ความสัมพันธ์ของตัวแรกและตัวหลังของไบโนเมียลกับผลคูณของไบโนเมียลนั้น ดังนี้</p> $(a + b)^2 = (\dots\dots\dots)^2 + \dots\dots\dots + (\dots\dots\dots)^2$  |
| $a^2 + 2ab + b^2$            | <p>87. ไบนามิกตรงกันข้าม ก็จะได้ว่า</p> $x^2 + 2xy + y^2 = \dots\dots\dots$   |
| $(x+y)^2$                    | <p>88. เมื่อหาความสัมพันธ์ได้ว่า <math>(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2</math> ดังนั้น จะสามารถหาค่าของไบโนเมียลตัวกลางได้ เมื่อโจทย์ กำหนด ไบนามิกตัวแรก และตัวสุดท้ายของพหุนามไบเนียดรูป <math>ax^2 + bx + c</math> ให้เช่น</p> <p>จงหาไบเนียดตัวกลางของ</p> <p>(1) <math>4x^2 + \dots\dots\dots + 25</math></p> <p>(2) <math>9x^2 + \dots\dots\dots + 4</math></p> <p>(3) <math>49x^2 + \dots\dots\dots + 9</math></p> <p><u>วิธีทำ</u></p> <p>(1) <math>4x^2 + \dots\dots\dots + 25 = (2x)^2 + \dots\dots\dots + (5)^2 = (\dots\dots\dots)^2</math></p> <p>(2) <math>9x^2 + \dots\dots\dots + 4 = (3x)^2 + \dots\dots\dots + (2)^2 = (\dots\dots\dots)^2</math></p> <p>(3) <math>49x^2 + \dots\dots\dots + 9 = (7x)^2 + \dots\dots\dots + (3)^2 = (\dots\dots\dots)^2</math></p> |

|   |  |
|---|--|
| $20x, (2x+5)^2,$<br>$12x, (3x+2)^2,$<br>$42x, (7x+3)^2$   | <p>89. <u>สรุปการหาโมโนเมียลตัวกลาง</u><br/>         โมโนเมียลตัวกลาง = .....</p>  |
| <p>2x ตัวประกอบตัวหนึ่งของโมโนเมียลตัวแรก X ตัวประกอบตัวหนึ่ง<br/>         ของโมโนเมียลตัวที่สาม,<br/> <math>2x \sqrt{\text{โมโนเมียลตัวแรก} \times \text{โมโนเมียลตัวที่สาม}}</math></p> | <p>90. และจากความสัมพันธ์เดียวกันนี้จะสามารถหาค่าของ<br/>         โมโนเมียลตัวที่สามได้เช่นกัน เมื่อโจทย์กำหนด<br/> <u>โมโนเมียลตัวแรกและโมโนเมียลตัวกลาง</u> ของโพลีโนเมียล<br/>         รูป <math>ax^2+bx+c</math> ให้<br/>         เช่น จงหาโมโนเมียลตัวที่สาม ของ</p> <p>(1) <math>9x^2+30x+ \dots?</math><br/>         (2) <math>16x^2+24x+ \dots?</math><br/>         (3) <math>x^2+18x+ \dots?</math><br/>         (4) <math>25x^2+30x+ \dots?</math></p> <p><u>วิธีทำ</u></p> <p>(1) <math>9x^2+30x+ \dots? \dots = (3x)^2+2(3x)(5)+ \dots</math><br/>         (2) <math>16x^2+24x+ \dots? \dots = (4x)^2+2(4x)(3)+ \dots</math><br/>         (3) <math>x^2+18x+ \dots? \dots = (x)^2+2(x)(\dots)+ \dots</math><br/>         (4) <math>25x^2+30x+ \dots? \dots = (5x)^2+2(5x)(\dots)+ \dots</math></p> |
| <p>25, 9, 9, 81, 3, 9 .</p>   | <p>91.. จากความสัมพันธ์ในกรอบข้างบน นักเรียนจะหาโมโนเมียล<br/>         ตัวที่สามที่จะทำให้โพลีโนเมียลเป็นกำลังสองสมบูรณ์ ได้<br/>         ดังนี้</p> $a^2+2ab+ \dots? \dots = (a)^2+2(a)(b)+ \dots = (a+b)^2$ <p>โมโนเมียลตัวที่สาม มีความสัมพันธ์อย่างไรกับโมโนเมียล<br/>         ตัวกลางและตัวแรก</p> <p>โมโนเมียลตัวที่สาม = .....</p>  |

|  |  |
|--|--|
| $b^2 \cdot \left( \frac{\text{ครึ่งหนึ่งของโมโนเมียลตัวกลาง}}{\text{ตัวประกอบตัวหนึ่งของโมโนเมียลตัวแรก}} \right)^2$                   | <p>92. โมโนเมียลตัวที่สาม</p> $= \left( \frac{\frac{1}{2} \times \text{โมโนเมียลตัวกลาง}}{\text{ตัวประกอบตัวหนึ่งของโมโนเมียลตัวแรก}} \right)^2$ <p>โมโนเมียลตัวที่สาม</p> $= \left( \frac{\text{โมโนเมียลตัวกลาง}}{2 \times \sqrt{\text{โมโนเมียลตัวแรก}}} \right)^2$   |
|  | <p>93. จงเติมโมโนเมียลลงในช่องว่าง</p> <p>(1) <math>x^2 + 6x + \dots = (\dots)^2</math></p> <p>(2) <math>4x^2 + \dots + 25 = (\dots)^2</math></p> <p>(3) <math>81x^2 + \dots + 16 = (\dots)^2</math></p> <p>(4) <math>100x^2 + 20x + \dots = (\dots)^2</math></p>  |
| <p>9, <math>(x+3)^2</math>,</p> <p>20x, <math>(2x+5)^2</math>,</p> <p>72x, <math>(9x+4)^2</math>,</p> <p>1, <math>(10x+1)^2</math></p> | <p>94. ในโรงงานใหญ่ ๆ ที่มีคนงานจำนวนมาก การที่จะจัดหน้าที่ย่างานของแต่ละคนลงไปในนั้น เพื่อมิให้เกิดความสับสนและยุ่งยาก ทางบริษัทก็จะต้องมีการจัดแบ่งกลุ่มคนออกเป็นพวกใหญ่ ๆ เสียก่อน เช่น พวกระดับใช้สมอง กับระดับใช้แรงงาน แล้วจึงจัดในแต่ละกลุ่มย่อยลงไปอีกที ในกลุ่มระดับใช้สมอง ก็แบ่งออกเป็นฝ่ายบริหาร ฝ่ายธุรการ และฝ่ายโรงงาน เป็นต้น</p> <p>การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล จะคำนึงถึงหลักดังกล่าวข้างต้นเช่นกัน ซึ่งจะจัดแยกโพลีโนเมียลเหล่านั้นออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ เสียก่อน แต่ในการแบ่งกลุ่มย่อยนั้นก็ต้องคำนึงถึงว่ามีลักษณะหรือคุณสมบัติอะไรร่วมกัน จึงจัดให้เป็นพวกเดียวกัน เช่น อาจมีตัวร่วม</p> |



|   |   |
|---|---|
|   | <p>ที่เหมือนกันเป็นต้น เมื่อแยกเป็นกลุ่มย่อย ๆ แล้ว ต่อไป<br/>การแยกตัวประกอบก็จะทำได้ง่ายเข้า<br/>ยกตัวอย่างการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล ดังนี้<br/>ตัวประกอบของ <math>wx+yz+wz+xy = (wx+wz)+(\dots)</math><br/><math>= w(x+z)+\dots(x+z)</math><br/><math>= (x+z)(\dots)</math></p>   |
| $xy+yz, y, w+y$   | <p>95. ตัวประกอบของ <math>5p^2+p+5pq+q = (5p^2+p)+(\dots)</math><br/><math>= p(5p+1)+q(\dots)</math><br/><math>= (\dots)(\dots)</math></p>  |
| $5pq+q, 5p+1,$<br>$(5p+1)(p+q)$                                     | <p>96. <math>4pr-2qs+4qr-2ps = (4pr+4qr)-(\dots)</math><br/><math>= \dots(p+q) \dots -(p+q)</math><br/><math>= (p+q)(\dots)</math><br/><math>= 2(p+q)(\dots)</math></p>   |
| $2ps+2qs, 4r, 2s,$<br>$4r-2s, 2r-s$                                 | <p>97. <u>สรุปการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลอีกวิธีหนึ่ง</u> จะทำได้<br/>โดยการ.....ซึ่งมีวิธีการ ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แยกโพลีโนเมียลออกเป็น ..... โดยจัดพวก<br/>ที่มี ..... ไว้ด้วยกัน</li> <li>2. คึง ..... ในแต่ละกลุ่มออก</li> <li>3. แล้วจึงคึงตัวประกอบร่วมที่เป็น..... ออกอีกครั้งหนึ่ง</li> </ol> |
| จัดหมู่, พวก ๆ , ตัวประกอบ<br>รวมเหมือนกัน, ตัวประกอบรวม,<br>วงเล็บ | จบบทเรียนหน่วยที่ 3   |

## แบบฝึกหัด

ข้อ 1 . จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ โดยใช้กฎการกระจาย

$$1. ab - a^2 = \dots\dots\dots$$

$$2. 6x + 10x^2 = \dots\dots\dots$$

$$3. 9x^2 - 18xy = \dots\dots\dots$$

$$4. my + ny - py = \dots\dots\dots$$

$$5. 3(a-b) + (a-b)(c-d) = \dots\dots\dots$$

ข้อ 2 . จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ โดยใช้กฎการจัดหมู่

$$1. ac + bd + bc + ad = \dots\dots\dots$$

$$2. mx - 2my - nx + 2ny = \dots\dots\dots$$

$$3. x^2 + 3x - xy - 3y = \dots\dots\dots$$

$$4. 7x^2 + 7x + b + bx = \dots\dots\dots$$

$$5. m^2 - nl + ml - mn = \dots\dots\dots$$

ข้อ 3 . จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$1. x^2 + 8x + 16 = \dots\dots\dots$$

$$2. 5c^2 + 13c + 5 = \dots\dots\dots$$

$$3. q^2 - 14q + 49 = \dots\dots\dots$$

$$4. m^2 - 2m + 63 = \dots\dots\dots$$

$$5. 4c^2 - 37c + 63 = \dots\dots\dots$$

$$6. a^2 + 3a - 40 = \dots\dots\dots$$

$$7. 6y^2 + y - 12 = \dots\dots\dots$$

$$8. x^2 - x - 2 = \dots\dots\dots$$

$$9. 35 - 2x - x^2 = \dots\dots\dots$$

$$10. 5b^2 - 33b - 14 = \dots\dots\dots$$

ข้อ 4. จงแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียล ต่อไปนี้

1.  $x^2 - y^2 = \dots\dots\dots$

2.  $b^2 - 4^2 = \dots\dots\dots$

3.  $m^2 - 9 = \dots\dots\dots$

4.  $25x^2 - 121z^2 = \dots\dots\dots$

5.  $(x-2y)^2 - (x-3y)^2 = \dots\dots\dots$

ข้อ 5. จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

| ข้อที่ | โพลีโนเมียล       | เป็นกำลังสองสมบูรณ์หรือไม่ | รูปที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ |
|--------|-------------------|----------------------------|---------------------------|
| 1.     | $x^2 + 12x + 36$  |                            |                           |
| 2.     | $9x^2 - 24x + 16$ |                            |                           |
| 3.     | $b^2 - 23b + 132$ |                            |                           |
| 4.     | $25 - 20a + 4a^2$ |                            |                           |
| 5.     | $2x^2 + 3x - 9$   |                            |                           |

ข้อ 6. จงหาคoefficient ของโพลีโนเมียลต่อไปนี้

1.  $(2x+5)^2 = \dots\dots\dots$

2.  $(2x-5)^2 = \dots\dots\dots$

3.  $(6x+7)^2 = \dots\dots\dots$

4.  $(7x-9)^2 = \dots\dots\dots$

5.  $(8-x)^2 = \dots\dots\dots$

ข้อ 7. จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

| ข้อที่ | โพลีโนเมียล            | รูปกำลังสองสมบูรณ์ |
|--------|------------------------|--------------------|
| 1.     | $x^2 - x \dots\dots$   | $\dots\dots\dots$  |
| 2.     | $x^2 \dots\dots + 1$   | $(x+1)^2$          |
| 3.     | $x^2 \dots\dots + 16$  | $\dots\dots\dots$  |
| 4.     | $4x^2 \dots\dots + 25$ | $(2x-5)^2$         |
| 5.     | $9x^2 + 12x + \dots$   | $\dots\dots\dots$  |

เจดอยแบบฝึกหัด

- ข้อ 1.
1.  $ab - a^2 = a \times b - a \times a$   
 $= a(b - a)$  Ans
  2.  $6x + 10x^2 = 2x \times 3 + 2x \times 5x$   
 $= 2x(3 + 5x)$  Ans
  3.  $9x^2 - 18xy = 9x \times x - 9x \times 2y$   
 $= 9x(x - 2y)$  Ans
  4.  $my + ny - py = m \times y + n \times y - p \times y$   
 $= y(m + n - p)$  Ans
  5.  $3(a - b) + (a - b)(c - d) = 3 \times (a - b) + (a - b) \times (c - d)$   
 $= (a - b)(3 + c - d)$  Ans
- ข้อ 2.
1.  $ac + bd + bc + ad = (ac + bc) + (bd + ad)$   
 $= c(a + b) + d(b + a)$   
 $= c(a + b) + d(a + b)$   
 $= (a + b)(c + d)$  Ans
  2.  $mx - 2my - nx + 2ny = (mx - nx) - (2my - 2ny)$   
 $= x(m - n) - 2y(m - n)$   
 $= (m - n)(x - 2y)$  Ans
  3.  $x^2 + 3x - xy - 3y = (x^2 + 3x) - (xy + 3y)$   
 $= x(x + 3) - y(x + 3)$   
 $= (x + 3)(x - y)$  Ans
  4.  $7x^2 + 7x + b + bx = (7x^2 + 7x) + (b + bx)$   
 $= 7x(x + 1) + b(1 + x)$   
 $= 7x(x + 1) + b(x + 1)$   
 $= (x + 1)(7x + b)$  Ans

$$\begin{aligned}
 5. \quad m^2 - nl + ml - mn &= (m^2 + ml) - (nl + mn) \\
 &= m(m+l) - n(l+m) \\
 &= m(m+l) - n(m+l) \\
 &= (m+l)(m-n)
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{array}{l}
 \sqrt{\text{Ex 3.}} \\
 1. \quad x^2 + 8x + 16 = (x+4)(x+4) = (x+4)^2
 \end{array}$$

Ans

$$2. \quad 6c^2 + 13c + 5 = (3c+5)(2c+1)$$

Ans

$$3. \quad q^2 - 14q + 49 = (q-7)(q-7) = (q-7)^2$$

Ans

$$4. \quad m^2 - 2m + 63 = (m-9)(m+7)$$

Ans

$$5. \quad 4c^2 - 37c + 63 = (4c-9)(c-7)$$

Ans

$$6. \quad a^2 + 3a - 40 = (a+8)(a-5)$$

Ans

$$7. \quad 6y^2 + y - 12 = (3y-4)(2y+3)$$

Ans

$$8. \quad x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$$

Ans

$$9. \quad 35 - 2x - x^2 = (7+x)(5-x)$$

Ans

$$10. \quad 5b^2 - 33b - 14 = (5b+2)(b-7)$$

Ans

$$\begin{array}{l}
 \sqrt{\text{Ex 4.}} \\
 1. \quad x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)
 \end{array}$$

Ans

$$2. \quad b^2 - 4^2 = (b-4)(b+4)$$

Ans

$$3. \quad m^2 - 9 = m^2 - 3^2 = (m-3)(m+3)$$

Ans

$$4. \quad 25x^2 - 121z^2 = (5x)^2 - (11z)^2 = (5x-11z)(5x+11z)$$

Ans

$$5. \quad (x-2y)^2 - (x-3y)^2 = \{(x-2y) - (x-3y)\} \{(x-2y) + (x-3y)\}$$

$$= (x-2y-x+3y)(x-2y+x-3y)$$

$$= y(2x-5y)$$

Ans

ขอ 5.

| ข้อที่ | พหุนาม        | เป็นกำลังสองสมบูรณ์หรือไม่ | รูปที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ |
|--------|---------------|----------------------------|---------------------------|
| 1      | $x^2+12x+36$  | เป็น                       | $(x+6)^2$                 |
| 2      | $9x^2-24x+16$ | เป็น                       | $(3x-4)^2$                |
| 3      | $b^2-23b+132$ | ไม่เป็น                    | —                         |
| 4      | $25-20a+4a^2$ | เป็น                       | $(5-2a)^2$                |
| 5      | $2x^2+3x-9$   | ไม่เป็น                    | —                         |

ขอ 6. 1.  $(2x+5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2$   
 $= 4x^2 + 20x + 25$  Ans

2.  $(2x-5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(-5) + (-5)^2$   
 $= 4x^2 - 20x + 25$  Ans

3.  $(6x+7)^2 = (6x)^2 + 2(6x)(7) + (7)^2$   
 $= 36x^2 + 84x + 49$  Ans

4.  $(7x-9)^2 = (7x)^2 + 2(7x)(-9) + (-9)^2$   
 $= 49x^2 - 126x + 81$  Ans

5.  $(8-x)^2 = (8)^2 + 2(8)(-x) + (-x)^2$   
 $= 64 - 16x + x^2$  Ans

ขอ 7.

| ข้อที่ | พหุนาม                  | รูปกำลังสองสมบูรณ์    |
|--------|-------------------------|-----------------------|
| 1      | $x^2 - x + \frac{1}{4}$ | $(x - \frac{1}{2})^2$ |
| 2      | $x^2 + 2x + 1$          | $(x+1)^2$             |
| 3      | $x^2 - 8x + 16$         | $(x-4)^2$             |
| 4      | $4x^2 - 20x + 25$       | $(2x-5)^2$            |
| 5      | $9x^2 + 12x + 4$        | $(3x+2)^2$            |

## แบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 3

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษ

คำตอบ

- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $3ab-12b^2$ ?
 

|                 |               |
|-----------------|---------------|
| ก. $3(ab-4b^2)$ | ง. $3b(a-4b)$ |
| ข. $b(3a-12b)$  | จ. $3b(4b-a)$ |
| ค. $3a(b-4b^2)$ |               |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $16a+20a^2$ ?
 

|                  |                |
|------------------|----------------|
| ก. $4(4a+5a^2)$  | ง. $4a(4+5a)$  |
| ข. $a(16+20a)$   | จ. $4a(4a+5a)$ |
| ค. $a^2(16a+20)$ |                |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $(p-q)^2+(2p+q)(p-q)$ ?
 

|                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| ก. $3p(p-q)$      | ง. $(p-q)(2p+3q)$ |
| ข. $2(2p+q)(p-q)$ | จ. $(3p^2-3pq)$   |
| ค. $(p-q)(3p+2q)$ |                   |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $m^2-2np-mr+3mp$ ?
 

|                  |                  |
|------------------|------------------|
| ก. $(m-n)(m+2p)$ | ง. $(2m+p)(m-n)$ |
| ข. $(m+n)(m-2p)$ | จ. $(2m-p)(m+n)$ |
| ค. $(m-n)(m-2p)$ |                  |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $36-9x-x^2$ ?
 

|                 |                  |
|-----------------|------------------|
| ก. $(4-x)(9+x)$ | ง. $(12+x)(3-x)$ |
| ข. $(9-x)(4+x)$ | จ. $(3+x)(12-x)$ |
| ค. $(6-x)(6+x)$ |                  |





เฉลยแบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 3

1. ค
2. ข
3. ก
4. ก
5. ง
6. จ
7. ง
8. ก
9. จ
10. จ
11. ง

เฉลยแบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 3

1. ง
2. ง
3. ก
4. ก
5. ง
6. ค
7. จ
8. ง
9. ข
10. ง
11. ก

## บทเรียนหน่วยที่ 4

เรื่อง การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยใช้กฎการกระจายได้อย่างถูกต้อง
2. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยใช้ศาสตร์กฎการจัดหมู่ได้อย่างถูกต้อง
3. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลรูป  $a^3 - b^3$  และ  $a^3 + b^3$  ได้อย่างถูกต้อง
4. ทำโจทย์แบบสอบก่อนเรียนของขอสอบย่อยได้ถูกต้อง 20 %
5. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง
6. ทำโจทย์แบบสอบหลังเรียนของขอสอบย่อยได้อย่างถูกต้อง 90 %

## หน่วยที่ 4

### บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนประกอบกิจกรรมตามลำดับชั้น ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนทำแบบสอบก่อนเรียน
2. ให้ทำการทดลองจากบัตรกิจกรรมที่ 4.1 เพื่อศึกษาการแยกตัวประกอบ  
พหุนามในเมียด ซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 - b^3$
3. เมื่อการทดลองเสร็จสิ้นลง ให้ผู้บัตรเฉลยคำตอบและเปรียบเทียบผลสรุป  
ของนักเรียนว่าถูกต้องเพียงไร
4. ให้ทำการทดลอง จากบัตรกิจกรรมที่ 4.2 เพื่อศึกษาการแยกตัวประกอบ  
พหุนามในเมียด ซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 + b^3$
5. เมื่อการทดลองเสร็จสิ้นลง ให้ผู้บัตรเฉลยคำตอบและเปรียบเทียบผลสรุปของ  
นักเรียนว่าถูกต้องเพียงไร
6. ให้ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามในเมียดกำลังสาม  
โดยใช้กฎการกระจายและกฎการจัดหมู่
7. ให้ทำแบบฝึกหัด โดยตอบลงในกระดาษคำตอบ
8. ให้ทำแบบสอบหลังเรียน
9. เมื่อเสร็จแล้ว นำแบบสอบก่อนเรียน แบบฝึกหัด และแบบสอบหลังเรียนส่งครู

## แบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 4

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษ

คำตอบ

- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $3p^2q - 6pq^2$ ?
 

|                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| ก. $3(p^2q - 2pq^2)$ | ง. $3pq(p - 2q)$     |
| ข. $3p(pq - 2q^2)$   | จ. $3p^2q^2(q - 2p)$ |
| ค. $3q(p^2 - 2pq)$   |                      |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $cd(2a+b) + (2a+b)^2$ ?
 

|                       |                                  |
|-----------------------|----------------------------------|
| ก. $(2a+b)(2a+b+cd)$  | ง. $(2a+b)^2 \{ cd(2a+b) + 1 \}$ |
| ข. $(2a+b)(4a+2b+cd)$ | จ. $(2a+b)^2(cd+1)$              |
| ค. $(2a+b)(cd+1)$     |                                  |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $6x^2z - 3xyz + 4x - 2y$ ?
 

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| ก. $(2x+y)(xz-2)$  | ง. $(2x-y)(3xz-2)$ |
| ข. $(xz-2)(2x-y)$  | จ. $(2x-y)(2xz+3)$ |
| ค. $(3xz+2)(2x-y)$ |                    |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $64x^3 - 27y^3$ ?
 

|                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| ก. $(4x-3y)(16x^2 + 12xy + 9y^2)$ | ง. $(4x+3y)(16x^2 - 24xy + 9y^2)$ |
| ข. $(4x+3y)(16x^2 - 12xy + 9y^2)$ | จ. $(4x-3y)(16x^2 - 24xy + 9y^2)$ |
| ค. $(4x-3y)(16x^2 + 24xy + 9y^2)$ |                                   |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $1 + 125m^3$ ?
 

|                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| ก. $(1-5m)(1+10m+25m^2)$ | ง. $(1+5m)(1-5m+25m^2)$ |
| ข. $(1+5m)(1-10m+25m^2)$ | จ. $(1+5m)(1+5m+25m^2)$ |
| ค. $(1-5m)(1+5m+25m^2)$  |                         |

หน่วยที่ 4

ชุดที่ 1

การทดลองและบทเรียนแบบโปรแกรม

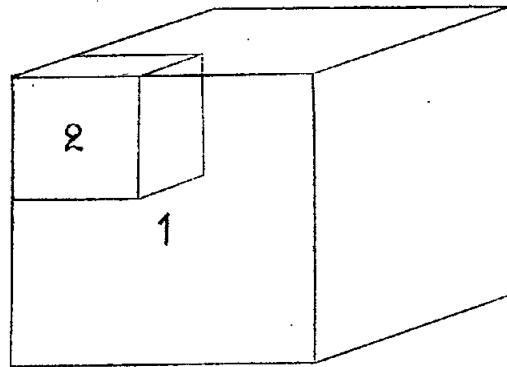
เรื่อง

การแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสาม ซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 - b^3$  และ  $a^3 + b^3$

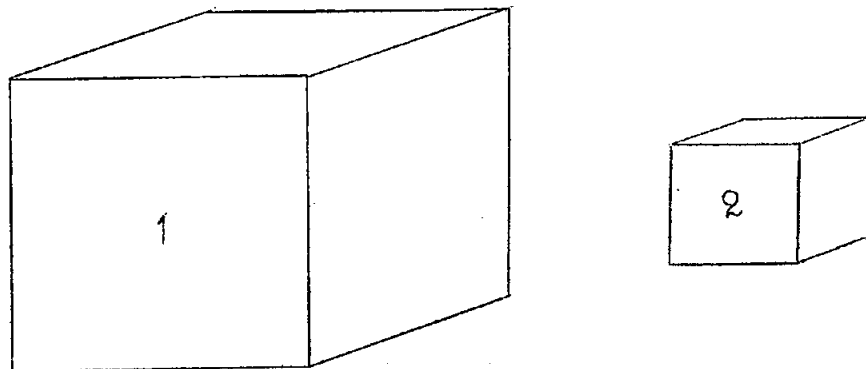
การแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสามโดยใช้อนุกรมกระจาย  
และการแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสามโดยใช้อนุกรมจัตุรัส

รายการอุปกรณ์

อุปกรณ์ชุดที่ 4.1 ประกอบด้วย กล่องพลาสติก จำนวน 1 ชุด ดังนี้



อุปกรณ์ชุดที่ 4.2 ประกอบด้วย กล่องพลาสติก จำนวน 1 ชุด ดังนี้

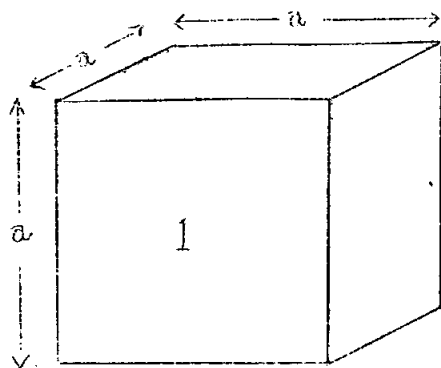


### บัตรกิจกรรมที่ 4.1

การทดลองเรื่องการแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 - b^3$   
ให้นักเรียนปฏิบัติการทดลองดังนี้

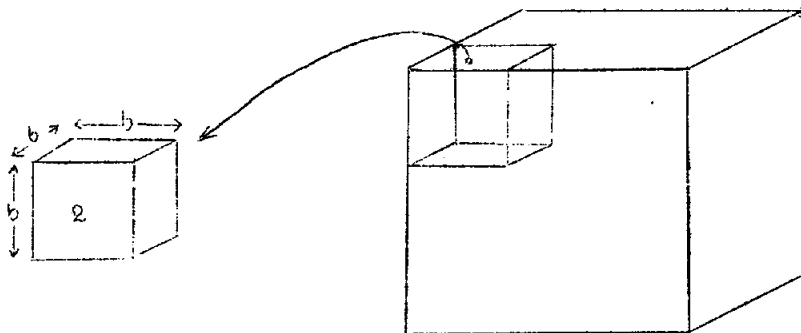
1. ทียบอุปกรณ์ชุดที่ 4.1 เตรียมไว้
2. หาปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมใบใหญ่หมายเลข 1 โดยอาศัยกฎการหาปริมาตร
3. คึงกล่องสี่เหลี่ยมหมายเลข 2 ออกมา และหาปริมาตรของกล่องที่ตั้งออกนี้
4. หาปริมาตรของส่วนที่เหลือ (ปริมาตรของกล่องที่มีเหลืออยู่ในกล่องใบใหญ่  
หมายเลข 1)  
(แนะนำ : คึงกล่องที่เหลือนั้นออกมาทั้งหมด แล้วหาปริมาตรของกล่องแต่ละใบ  
ผลบวกของปริมาตรของกล่องแต่ละใบ จะเป็นปริมาตรของส่วนที่  
เหลือ)
5. จากข้อ 2,3 และ 4 นักเรียนจงหาความสัมพันธ์ของปริมาตรกล่องใบใหญ่  
หมายเลข 1 ปริมาตรกล่องหมายเลข 2 และปริมาตรกล่องที่เหลือได้อย่างไร
6. จากข้อ 5 เมื่อทำให้เป็นรูปผลสำเร็จ จะได้สูตร  $a^3 - b^3$  มีค่าเท่ากับเท่าใด
7. ให้สรุปการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 - b^3$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. อุปกรณ์ชุดที่ 4.1

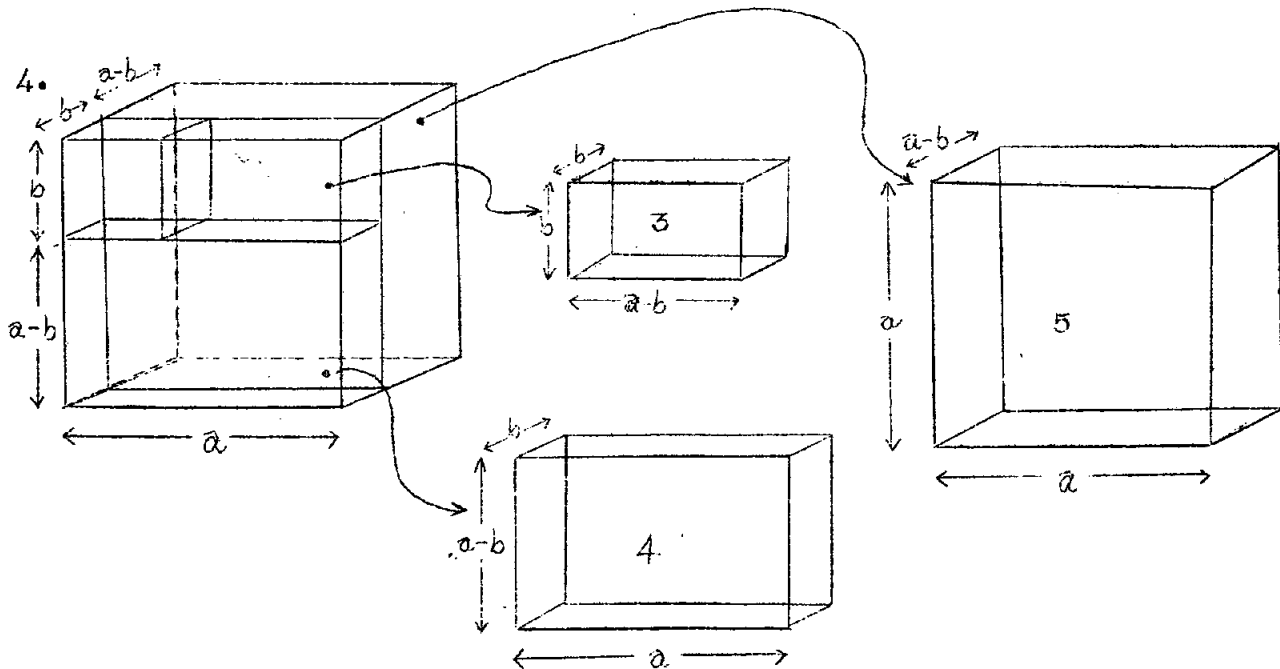


2. ปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยม = ก x ย x ส  
 ปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมหมายเลข 1 =  $a \times a \times a = a^3$

3.



ปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมหมายเลข 2 =  $b \times b \times b = b^3$





$$\begin{aligned}
 \therefore \text{ปริมาตรของส่วนที่เหลือ} &= \text{ปริมาตรของกล่องหมายเลข 3} + \text{ป } \textcircled{4} + \text{ป } \textcircled{5} \\
 &= b \times b \times (a-b) + a \times b \times (a-b) + a \times a \times (a-b) \\
 &= b^2(a-b) + ab(a-b) + a^2(a-b)
 \end{aligned}$$

5. จากข้อ 2, 3 และ 4 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของกล่องหมายเลข 1-ป } \textcircled{2} &= \text{ปริมาตรของส่วนที่เหลือ} \\
 \text{นั่นคือ } a^3 - b^3 &= b^2(a-b) + ab(a-b) + a^2(a-b)
 \end{aligned}$$

6. ทำให้เป็นรูปผลสำเร็จ

$$\begin{aligned}
 a^3 - b^3 &= b^2(a-b) + ab(a-b) + a^2(a-b) \\
 &= (a-b)(b^2 + ab + a^2) \\
 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\
 \therefore a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2)
 \end{aligned}$$

7. สูตรการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 - b^3$  จะได้อีกดังนี้

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

### บัตรกิจกรรมที่ 4.2

การทดลอง เรื่องการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 + b^3$   
ให้นักเรียนปฏิบัติการทดลองดังนี้

1. หยิบอุปกรณ์ชุดที่ 4.2 เตรียมไว้
2. หาปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมหมายเลข 1 โดยอาศัยกฎการหาปริมาตร
3. หาปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมหมายเลข 2 โดยอาศัยกฎการหาปริมาตร
4. หาปริมาตร รวม ของกล่องสี่เหลี่ยมหมายเลข 1 และหมายเลข 2

(แนะนำ: 1 คึงปริมาตรของกล่องที่อยู่ในกล่องหมายเลข 1 ออกมา

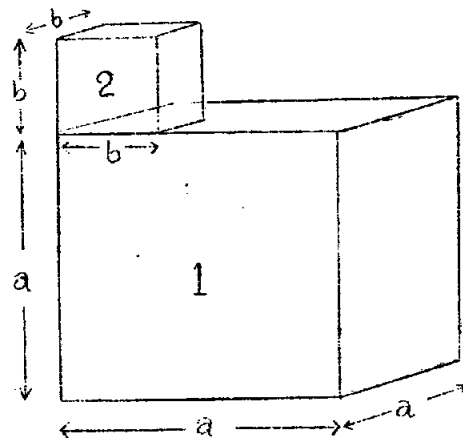
2 นำกล่องหมายเลข 2 ไปเรียงต่อเข้ากับกล่องใบที่มีส่วนกว้างและยาว  
เท่ากันกับกล่องใบนี้ แล้วหาปริมาตรทั้งหมดของกล่อง 2 ใบนี้

3 หาปริมาตรของกล่องอื่น ๆ อีกทีละใบ)

5. จากข้อ 2, 3 และ 4 นักเรียนหาความสัมพันธ์ของปริมาตรกล่องหมายเลข 1  
ปริมาตรกล่องหมายเลข 2 และปริมาตรรวมของกล่องทั้งหมดได้อย่างไร?
6. จากข้อ 5 เมื่อทำให้เป็นรูปสำเร็จของการแยกตัวประกอบ จะได้สูตร  $a^3 + b^3$   
มีค่าเท่ากับเท่าใด
7. ให้สรุปการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 + b^3$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

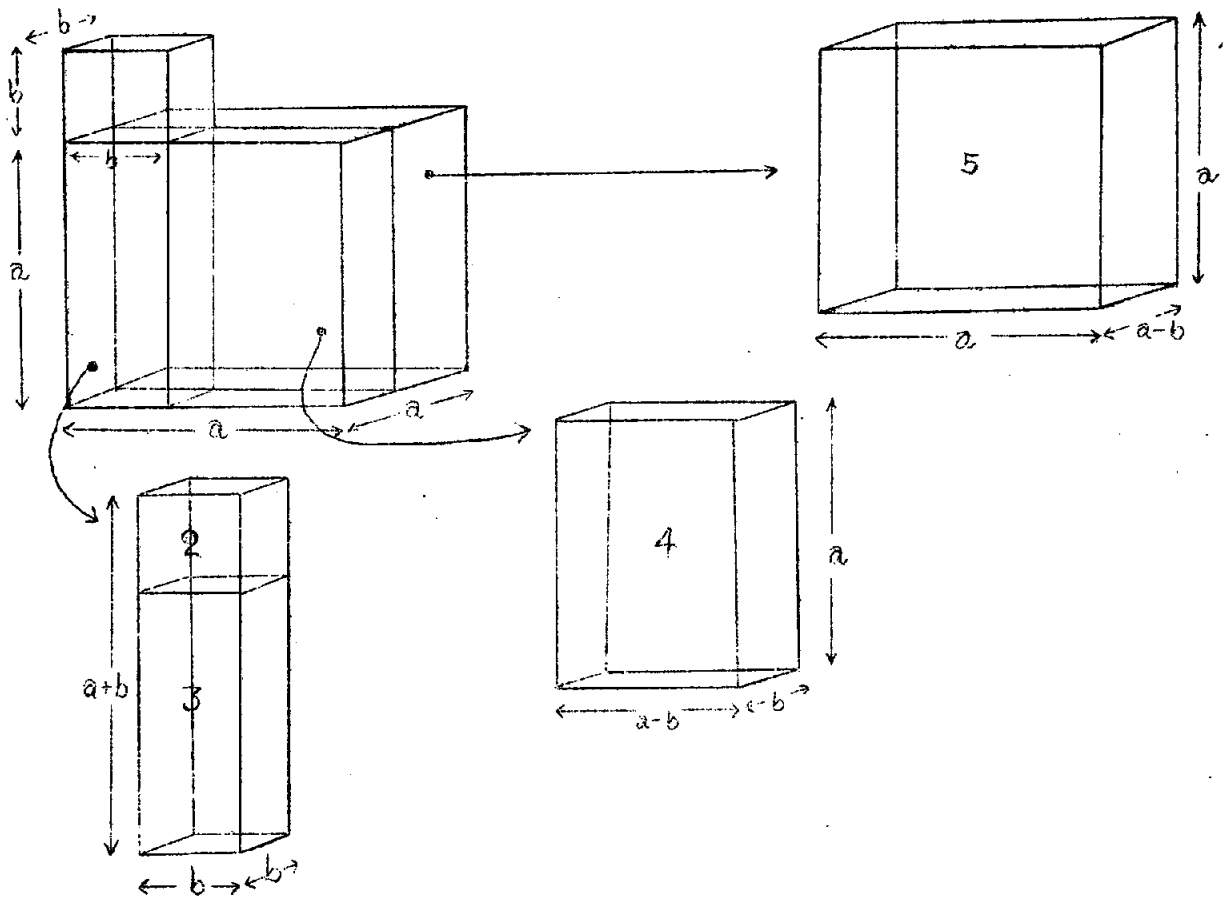
เฉลย

1. อุปกรณ์ชุดที่ 4.2



2. ปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมหมายเลข 1 =  $a \times a \times a = a^3$

3. ปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมหมายเลข 2 =  $b \times b \times b = b^3$



$$\begin{aligned} \therefore \text{ปริมาตรรวมของกล่องทั้งหมด} &= \text{ปริมาตรของกล่องหมายเลข 3+ป 4} + \text{ป 5} \\ &= b \times b \times (a+b) + a \times b \times (a-b) + a \times a \times (a-b) \\ &= b^2(a+b) + ab(a-b) + a^2(a-b) \end{aligned}$$

5. จากข้อ 2, 3 และ 4 จะได้ว่า  
ปริมาตรของกล่องหมายเลข 1 + ป 2 = ปริมาตรรวมของกล่องทั้งหมด

$$\text{นั่นคือ} \quad a^3 + b^3 = b^2(a+b) + ab(a-b) + a^2(a-b)$$

6. ทำให้เป็นรูปผลสำเร็จ

$$a^3 + b^3 = b^2(a+b) + ab(a-b) + a^2(a-b)$$

$$= b^2(a+b) + (a-b)(ab+a^2)$$

$$= b^2(a+b) + a(a-b)(a+b)$$

$$= (a+b) \{ b^2 + a(a-b) \}$$

$$= (a+b)(b^2 + a^2 - ab)$$

$$= (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

7. สรุปการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูป  $a^3 + b^3$  จะได้ดังนี้

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

|   |  |
|---|--|
|   | <p>98. จากการทดลอง สรุปการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูปผลต่างกำลังสามและผลบวกกำลังสาม ได้ดังนี้</p> <p>ตัวประกอบของ <math>a^3 - b^3 = \dots\dots\dots</math></p> <p>ตัวประกอบของ <math>a^3 + b^3 = \dots\dots\dots</math></p>   |
| $(a-b)(a^2 + ab + b^2),$<br>$(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ | <p>99. ดังนั้น พหุนามในรูปผลต่างกำลังสาม นักเรียนจะสามารถแยกตัวประกอบพหุนามในเมื่อนั้นได้ทันที โดยใช้สูตรผลต่างกำลังสาม <math>a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)</math></p> <p><math>m^3 - n^3 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>p^3 - q^3 = \dots\dots\dots</math></p>   |
| $(m-n)(m^2 + mn + n^2)$<br>$(p-q)(p^2 + pq + q^2)$  | <p>100. และ พหุนามในรูปผลบวกกำลังสาม นักเรียนจะสามารถแยกตัวประกอบพหุนามในเมื่อนั้นได้ทันที โดยใช้สูตรผลบวกกำลังสาม <math>a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)</math></p> <p><math>x^3 + y^3 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>b^3 + c^3 = \dots\dots\dots</math></p>  |
| $(x+y)(x^2 - xy + y^2),$<br>$(b+c)(b^2 - bc + c^2)$ | <p>101. และในทำนองเดียวกัน</p> <p>ตัวประกอบของ <math>(3x)^3 - y^3 = (3x-y) \{ (3x)^2 + (3x)y + y^2 \}</math></p> <p><math>= (3x-y)(9x^2 + 3xy + y^2)</math></p> <p>ตัวประกอบของ <math>(2m)^3 - n^3 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>= \dots\dots\dots</math></p> <p><math>p^3 + (5q)^3 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>= \dots\dots\dots</math></p> |

|  |   |
|--|---|
| $(2m-n)\{(2m)^2+(2m)n+n^2\},$ $(2m-n)(4m^2+2mn+n^2),$ $(p+5q)\{p^2-p(5q)+(5q)^2\},$ $(p+5q)(p^2-5pq+25q^2)$                    | <p>102. ตัวประกอบของ <math>(2b)^3-(5d)^3=(2b-5d)\{(2b)^2+(2b)(5d)+(5d)^2\}</math></p> $= (2b-5d)(4b^2+10bd+25d^2)$ $(4b)^3+(3c)^3 = \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$ $(3x)^3-(2y)^3 = \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$  |
| $(4b+3c)\{(4b)^2-(4b)(3c)+(3c)^2\},$ $(4b+3c)(16b^2-12bc+9c^2),$ $(3x-2y)\{(3x)^2+(3x)(2y)+(2y)^2\},$ $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$ | <p>103. โพลีโนเมียลดีกรีสามที่สามารถจัดให้อยู่ในรูปผลต่างหรือผลบวกกำลังสามได้ ก็สามารถแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลนั้นโดยใช้สูตรผลต่างหรือผลบวกกำลังสามได้ทันที ยกตัวอย่างเช่น</p> <p>ตัวประกอบของ <math>27b^3-c^3 = 3 \times 3 \times 3b^3 - c^3</math></p> $= 3^3b^3 - c^3$ $= (3b)^3 - c^3$ $= \dots\dots\dots$ |
| $(3b-c)(9b^2+3bc+c^2)$   | <p>104. คั้งนั้น</p> <p>ตัวประกอบของ <math>x^3+125y^3 = x^3 + 5 \times 5 \times 5y^3</math></p> $= x^3 + (\dots)^3$ $= \dots\dots\dots$   |
| $5y,$ $(x+5y)(x^2-5xy+25y^2)$  | <p>105.</p> <p>ตัวประกอบของ <math>8m^3-27n^3 = (\dots)^3 - (\dots)^3</math></p> $= \dots\dots\dots$   |

|  |  |
|--|--|
| $2m, 3n,$<br>$(2m-3n)(4m^2+6mn+9n^2)$  | 106. ตัวประกอบของ $64p^3+125q^3=(\dots)^3+(\dots)^3$<br>$= \dots\dots\dots$  |
| $4p, 5q,$<br>$(4p+5q)(16p^2-20pq+25q^2)$   | 107. สำหรับการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสาม ที่<br>ไม่ได้อยู่ในรูปผลต่างหรือผลบวกกำลังสาม เช่น<br>พหุนามดีกรีสาม $a^3-a^2$ หรือ $2x^3-8x^2y$ เป็นต้น<br>ในกรณีเช่นนี้ จะมีวิธีแยกตัวประกอบโดยใช้ <u>กฎการกระจาย</u><br>ตัวประกอบของ $m^3-m^2 = m \times m \times m - m \times m$<br>$= m \times m (\dots)$<br>$= m^2(\dots\dots)$ |
| $m-1, m-1$   | 108. ตัวประกอบของ $14xy^2+7x^2y+21x^3$<br>$= \dots\dots\dots + \dots\dots + \dots\dots$<br>$= 7x (\dots\dots)$   |
| $2 \times 7 \times x \times y \times x, 7 \times x \times x \times y,$<br>$3 \times 7 \times x \times x \times x,$<br>$2y^2+xy+3x^2$ | 109. ตัวประกอบของ $3rs(p+q)-r(p+q)^2$<br>$= 3xr \times s \times (p+q) - r \times (p+q) \times (p+q)$<br>$= r(p+q) (\dots\dots)$  |
| $3^a-p-q$  | 110. <u>สรุปการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสามโดยใช้กฎการกระจาย</u><br>๑. เขียนพหุนามดีกรีสามแต่ละตัวในรูปของ.....<br>๒. คึง ..... ที่มากที่สุดออก<br>๓. พหุนามดีกรีสามที่คึงตัวประกอบรวมออกแล้วให้.....ไว้<br>๔. ตรวจสอบคำตอบโดยการ .....  |

|  |   |
|--|---|
| <p>การกระจาย, ตัวประกอบรวม,<br/>เข้าวงเล็บ,<br/>คูณตัวประกอบรวมนั้นกลับเข้า<br/>ไปในวงเล็บ</p>                     | <p>111. ส่วนการแยกตัวประกอบพหุนามเมียดคือวิธีสามอีกวิธีหนึ่ง<br/>คือเอามาจัดเป็นหมู่ ๆ เสียก่อน โดยคำนึงว่า พหุนามเมียด<br/>ที่จัดอยู่ในหมู่เดียวกัน จะต้องมี ..... ร่วมกันแล้วจึง<br/>จะแยกตัวประกอบต่อไป เช่น</p> <p>ตัวประกอบของ <math>3xzb+6yzb+9xzc+18yzc</math><br/> <math>= (3xzb+6yzb)+(\dots\dots)</math><br/> <math>= \dots(x+2y)+\dots(x+2y)</math><br/> <math>= (x+2y)(\dots\dots)</math><br/> <math>= \dots\dots\dots</math></p> |
| <p>ตัวประกอบ,<br/><math>9xzc+18yzc, 3zb,</math><br/><math>9zc, 3zb+9zc,</math><br/><math>3z(b+3c)(x+2y)</math></p> | <p>112. ตัวประกอบของ <math>x^3+y^3+xy^2+x^2y</math><br/> <math>= (x^3+\dots)+(y^3+\dots)</math><br/> <math>= \dots(x+y)+\dots(x+y)</math><br/> <math>= (x+y)(\dots\dots)</math></p>   |
| <p><math>x^2y, xy^2, x^2, y^2,</math><br/><math>x^2+y^2</math></p>   | <p>113. ตัวประกอบของ <math>m^2-5m^2n-8n+40n^2 = (m^2-5m^2n)+(\dots)</math><br/> <math>= (m^2-5m^2n)-(\dots)</math><br/> <math>= m^2(1-5n)-\dots\dots</math><br/> <math>= \dots\dots\dots</math></p>   |
| <p><math>-8n+40n^2, 8n-40n^2,</math><br/><math>8n(1-5n),</math><br/><math>(1-5n)(m^2-8n)</math></p>                | <p>114. <u>สรุปการแยกตัวประกอบพหุนามเมียดคือวิธีสามโดยใช้กฎการ</u><br/><u>จัดหมู่</u> ทำได้ดังนี้</p> <p>๑. แยกพหุนามเมียดออกเป็น.....โดยจัดพวกที่มี.....<br/>เหมือนกันไว้ คอยกัน</p> <p>๒. คึง .....ในแต่ละกลุ่มออก</p> <p>๓. แล้วคึงตัวประกอบรวมที่เป็น.....ออกอีกครั้งหนึ่ง</p>  |
| <p>พวก ๆ, ตัวประกอบรวม,<br/>ตัวประกอบรวม, วงเล็บ</p>   | <p>จบบทเรียนหน่วยที่ 4</p>  |



## แบบฝึกหัด

ข้อ 1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ โดยใช้กฎการกระจาย

$$1. a^2c + b^2c = \dots\dots\dots$$

$$2. c^3 - c^2 = \dots\dots\dots$$

$$3. m^3 + 3m^2n - 9mn^2 = \dots\dots\dots$$

$$4. 18x^2y - 12xy^2 + 6y^3 = \dots\dots\dots$$

$$5. 5a(p+4q)^2 + (p+4q)^3 = \dots\dots\dots$$

ข้อ 2. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ โดยใช้กฎการจัดหมู่

$$1. p^2 - 3pq + 4q^2 = \dots\dots\dots$$

$$2. mn - xyz - nxy + mz = \dots\dots\dots$$

$$3. a^3 - b^3 + ab^2 - a^2b = \dots\dots\dots$$

$$4. bxy - x - 1 + by = \dots\dots\dots$$

$$5. 2xn^2 + 4yn^2 - xm - 2ym = \dots\dots\dots$$

ข้อ 3. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$1. 1 + b^3 = \dots\dots\dots$$

$$2. c^3 + 2^3 = \dots\dots\dots$$

$$3. 2^3d^3 - 3^3 = \dots\dots\dots$$

$$4. 125x^3 - 343 = \dots\dots\dots$$

$$5. 27p^3 + q^3 = \dots\dots\dots$$

เฉลยแบบฝึกหัด

- ข้อ 1.
- $$1. \quad a^2c + b^2c = a^2c + b^2c$$

$$= c(a^2 + b^2) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$2. \quad c^3 - c^2 = c^2c - c^2 \times 1$$

$$= c^2(c-1) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$3. \quad m^3 + 3m^2n - 9mn^2 = m \times m^2 + m \times 3mn - m \times 9n^2$$

$$= m(m^2 + 3mn - 9n^2) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$4. \quad 18x^2y - 12xy^2 + 6y^3 = 6y \times 3x^2 - 6y \times 2xy + 6y \times y^2$$

$$= 6y(3x^2 - 2xy + y^2) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$5. \quad 5a(p+4q)^2 + (p+4q)^3 = 5a \times (p+4q)^2 + (p+4q)(p+4q)^2$$

$$= (p+4q)^2(5a + p+4q) \quad \underline{\text{Ans}}$$
- ข้อ 2.
- $$1. \quad p^2 - 3p^2q - 4q + 12q^2 = (p^2 - 3p^2q) - (4q - 12q^2)$$

$$= p^2(1 - 3q) - 4q(1 - 3q)$$

$$= (1 - 3q)(p^2 - 4q) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$2. \quad mn - xyz - nxy + mz = (mn + mz) - (xyz + nxy)$$

$$= m(n+z) - xy(z+n)$$

$$= m(n+z) - xy(n+z)$$

$$= (n+z)(m-xy) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$3. \quad a^3 - b^3 + ab^2 - a^2b = (a^3 - a^2b) + (ab^2 - b^3)$$

$$= a^2(a-b) + b^2(a-b)$$

$$= (a-b)(a^2 + b^2) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$4. \quad bxy - x - 1 + by = (bxy + by) - (x + 1)$$

$$= by(x+1) - (x+1)$$

$$= (x+1)(by-1) \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad 2xn^2 + 4yn^2 - xm - 2ym &= (2xn^2 + 4yn^2) - (xm + 2ym) \\
 &= 2n^2(x+2y) - m(x+2y) \\
 &= (x+2y)(2n^2 - m)
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned}
 103. \quad 1. \quad 1 + b^3 &= 1^3 + b^3 \\
 &= (1+b)(1^2 - 1 \times b + b^2) \\
 &= (1+b)(1 - b + b^2)
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned}
 2. \quad c^3 + 2^3 &= (c+2)(c^2 - c \times 2 + 2^2) \\
 &= (c+2)(c^2 - 2c + 4)
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned}
 3. \quad 2^3d^3 - 3^3 &= (2d)^3 - 3^3 \\
 &= (2d-3) \{ (2d)^2 + (2d) \times 3 + 3^2 \} \\
 &= (2d-3)(4d^2 + 6d + 9)
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned}
 4. \quad 125x^3 - 343 &= (5x)^3 - 7^3 \\
 &= (5x-7) \{ (5x)^2 + (5x) \times 7 + 7^2 \} \\
 &= (5x-7)(25x^2 + 35x + 49)
 \end{aligned}$$

Ans

$$\begin{aligned}
 5. \quad 27p^3 + q^3 &= (3p)^3 + q^3 \\
 &= (3p+q) \{ (3p)^2 - (3p) \times q + q^2 \} \\
 &= (3p+q)(9p^2 - 3pq + q^2)
 \end{aligned}$$

Ans

## แบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 4

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกตองที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นตัวยประกอบของพหุนาม  $2xy^2 - 6x^2y$  ?
 

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| ก. $2x^2y^2(x-3y)$ | ง. $2y(xy-3x^2)$   |
| ข. $2xy(y-3x)$     | จ. $2(xy^2-3x^2y)$ |
| ค. $2x(y^2-3xy)$   |                    |
  
2. ข้อใดเป็นตัวยประกอบของพหุนาม  $(3p-q)^2 + st(3p-q)$  ?
 

|                               |                       |
|-------------------------------|-----------------------|
| ก. $(3p-q)^2\{(1+st(3p-q))\}$ | ง. $(3p-q)(3p-q+st)$  |
| ข. $(3p-q)^2(1+st)$           | จ. $(3p-q)(6p-2q+st)$ |
| ค. $(3p-q)(1+st)$             |                       |
  
3. ข้อใดเป็นตัวยประกอบของพหุนาม  $2abc + 9b - 6a - 3b^2c$  ?
 

|                    |                        |
|--------------------|------------------------|
| ก. $3bc(2a-3b)$    | ง. $(3a-2b)(bc+3)$     |
| ข. $(2a-3b)(bc-3)$ | จ. $(2a-3b)(bc-6a+9b)$ |
| ค. $(bc-3)(2a+3b)$ |                        |
  
4. ข้อใดเป็นตัวยประกอบของพหุนาม  $8a^3 - 125b^3$  ?
 

|                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| ก. $(2a+5b)(4a^2 - 10ab + 25b^2)$ | ง. $(2a-5b)(4a^2 + 20ab + 25b^2)$ |
| ข. $(2a-5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)$ | จ. $(2a-5b)(4a^2 - 20ab + 25b^2)$ |
| ค. $(2a+5b)(4a^2 - 20ab + 25b^2)$ |                                   |
  
5. ข้อใดเป็นตัวยประกอบของพหุนาม  $216x^3 + 1$  ?
 

|                              |                             |
|------------------------------|-----------------------------|
| ก. $(6x+1)(36x^2 - 12x + 1)$ | ง. $(6x-1)(36x^2 + 6x + 1)$ |
| ข. $(6x-1)(36x^2 + 12x + 1)$ | จ. $(6x+1)(36x^2 + 6x + 1)$ |
| ค. $(6x+1)(36x^2 - 6x + 1)$  |                             |

## เฉลยแบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 4

1. ง
2. ก
3. ค
4. ก
5. ง

## เฉลยแบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 4

1. ข
2. ง
3. ข
4. ข
5. ค

## บทเรียนหน่วยที่ 5

เรื่อง การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลที่มีดีกรีสูงกว่าสาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยใช้กฎการกระจายได้อย่างถูกต้อง
2. เปลี่ยนรูปโพลีโนเมียลที่มีดีกรีสูง ๆ เป็นรูปดีกรีสองหรือดีกรีสามได้อย่างถูกต้อง
3. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยทำให้เป็นดีกรีสองหรือดีกรีสามได้อย่างถูกต้อง
4. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยจับบางส่วนให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
5. ทำโจทย์แบบสอบก่อนเรียนของขอสอบย่อยได้ถูกต้อง 20%
6. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง
7. ทำโจทย์แบบสอบหลังเรียนของขอสอบย่อยได้อย่างถูกต้อง 90 %

หน่วยที่ 5  
บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนประกอบกิจกรรมตามลำดับชั้น ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนทำแบบสอบก่อนเรียน
2. ให้ศึกษามทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลที่มีดีกรีสูงกว่าสาม
3. ให้ทำแบบฝึกหัด โดยตอบลงในกระดาษคำตอบ
4. ให้ทำแบบสอบหลังเรียน
5. เมื่อเสร็จแล้วนำแบบสอบก่อนเรียน แบบฝึกหัด และแบบสอบหลังเรียนส่งครู





หน่วยที่ 5

ชุดที่ 1

บทเรียนแบบโปรแกรม

เรื่อง

การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยใชกฎกระจาย

การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยทำให้อยู่ในรูปคี่กรีสองหรือคี่กรีสสาม

และการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลโดยจับบางส่วนให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

|   |   |
|---|---|
|   | <p>115. การแยกตัวประกอบพหุนามที่มีดีกรีสูง ๆ (สูงกว่า 3) วิธีขั้นต้นที่จะทำได้ คือ วิธีแยกตัวประกอบโดยใช้ <u>กฎการกระจาย</u></p> <p>ตัวประกอบของ <math>t^5 + t^6 = t^5 \times 1 + t^5 \times t</math><br/> <math>= t^5(\dots\dots)</math></p>   |
| <p>1+t</p>  | <p>116. ตัวประกอบของ <math>21x^4y^2 + 42x^5y = \dots\dots + \dots\dots</math><br/> <math>= 3 \times 7 x^4y(\dots\dots)</math><br/> <math>= (\dots\dots)(\dots\dots)</math></p>  |
| <p><math>3 \times 7 x^4 y \times y,</math><br/> <math>3 \times 7 x^4 y \times 2x,</math><br/> <math>y+2x, 21x^4y(y+2x)</math></p> | <p>117. ตัวประกอบของ <math>x^2y(x+y-3z)^2 + xy(x+y-3z)^3</math><br/> <math>= xy(x+y-3z)^2 \times x + \dots\dots\dots</math><br/> <math>= xy(x+y-3z)^2(\dots\dots\dots)</math><br/> <math>= (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)</math></p>  |
| <p><math>xy(x+y-3z)^2 \times (x+y-3z),</math><br/> <math>x+x+y-3z,</math><br/> <math>xy(x+y-3z)^2(2x+y-3z)</math></p>             | <p>118. <u>สรุปการแยกตัวประกอบพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสาม</u><br/> <u>โดยการใชกฎการกระจาย</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>เขียนพหุนามแยกแต่ละตัวในรูปของ.....</li> <li>ดึง ..... ที่มากที่สุดออก</li> <li>พหุนามที่ดึงตัวประกอบรวมออกแล้วให้.....<br/> .....ไว้</li> <li>ตรวจคำตอบโดยการ .....</li> </ol> |

การกระจาย, ตัวประกอบรวม,  
เซตวงเล็บ, คูณตัวประกอบ  
รวมนั้นกลับเข้าไปในวงเล็บ

119. ในบางครั้งที่การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสูง ๆ  
ถ้าสามารถแปลงดีกรีเหล่านั้นให้เป็นดีกรีสองหรือ ดีกรี  
สามได้ ก็จะสามารถแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลนั้นได้  
โดยใช้สูตรการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสอง  
หรือดีกรีสามได้ทันที ดังนั้นจึงควรมาศึกษาเรื่องการ  
ยกกำลังให้เข้าใจเสียก่อน

การคูณกันของจำนวนเดียวกันที่มีกำลังต่างกัน

$$3^2 \times 3^3 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 3^5$$

$$2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^7$$

$$5^4 \times 5^6 = (5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5) = 5^{10}$$

$$8^2 \times 8^{10} = (8 \times 8) \times (8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8) = 8^{12}$$

พิจารณากำลังของการคูณกันของจำนวนนั้นกับ

กำลังของผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณ

$$3^2 \times 3^3 = 3^5 \text{ นั่นคือ } 3^{2+3}$$

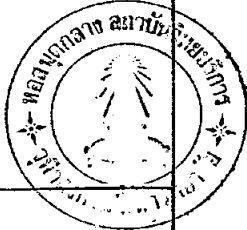
$$2^3 \times 2^4 = 2^7 \text{ นั่นคือ } 2^{3+4}$$

$$5^4 \times 5^6 = 5^{10} \text{ นั่นคือ } \dots\dots\dots$$

$$8^2 \times 8^{10} = 8^{12} \text{ นั่นคือ } \dots\dots\dots$$

การคูณกันของจำนวนเดียวกันที่มีกำลังต่างกัน  
ผลลัพธ์จะมีค่าเท่ากับจำนวนนั้นที่มีกำลังเป็น.....

(ผลบวก, ผลต่าง, ผลคูณหรือผลหาร) ของกำลังเดิม

|  |  |                 |                          |                    |                     |                    |                     |                 |                     |
|--|--|-----------------|--------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| <p><math>5^{4+6}, 8^{2+10}</math>,<br/>ผลบวก</p>   | <p>120. จงหาค่าต่อไปนี้</p> $7 \times 7^4 = 7 \cdots = 7^5$ $9^4 \times 9^2 = \dots\dots\dots$ $23^8 \times 23^3 = \dots\dots\dots$ $50^{12} \times 50^5 = \dots\dots\dots$   |                 |                          |                    |                     |                    |                     |                 |                     |
| <p><math>7^{1+4}, 9^{4+2} = 9^6</math>,<br/><math>23^{8+3} = 23^{11}, 50^{12+5} = 50^{17}</math></p> | <p>121. การยกกำลังของจำนวนยกกำลัง</p> $(2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^6$ $(3^3)^4 = 3^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3 = (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 3^{12}$ $(5^2)^5 = 5^2 \times 5^2 \times 5^2 \times 5^2 \times 5^2 = (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5) = 5^{10}$ $(6^3)^2 = 6^3 \times 6^3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$   |                 |                          |                    |                     |                    |                     |                 |                     |
| <p><math>(6 \times 6 \times 6) \times (6 \times 6 \times 6)</math>,<br/><math>6^6</math></p>         | <p>122. พิจารณาความสัมพันธ์ของการยกกำลังของจำนวนยกกำลัง กับ กำลังของผลลัพธ์</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="padding-right: 20px;"><math>(2^2)^3 = 2^6</math></td> <td>นั่นคือ <math>2^{2 \times 3}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;"><math>(3^3)^4 = 3^{12}</math></td> <td>นั่นคือ <math>3^{\dots}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;"><math>(5^2)^5 = 5^{10}</math></td> <td>นั่นคือ <math>5^{\dots}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;"><math>(6^3)^2 = 6^6</math></td> <td>นั่นคือ <math>6^{\dots}</math></td> </tr> </table> | $(2^2)^3 = 2^6$ | นั่นคือ $2^{2 \times 3}$ | $(3^3)^4 = 3^{12}$ | นั่นคือ $3^{\dots}$ | $(5^2)^5 = 5^{10}$ | นั่นคือ $5^{\dots}$ | $(6^3)^2 = 6^6$ | นั่นคือ $6^{\dots}$ |
| $(2^2)^3 = 2^6$  | นั่นคือ $2^{2 \times 3}$   |                 |                          |                    |                     |                    |                     |                 |                     |
| $(3^3)^4 = 3^{12}$   | นั่นคือ $3^{\dots}$  |                 |                          |                    |                     |                    |                     |                 |                     |
| $(5^2)^5 = 5^{10}$   | นั่นคือ $5^{\dots}$  |                 |                          |                    |                     |                    |                     |                 |                     |
| $(6^3)^2 = 6^6$  | นั่นคือ $6^{\dots}$  |                 |                          |                    |                     |                    |                     |                 |                     |
| <p><math>3^{3 \times 4}, 5^{2 \times 5}, 6^{3 \times 2}</math></p>                                   | <p>123 การยกกำลังของจำนวนยกกำลังจะมีค่าเท่ากับจำนวนนั้นที่มีกำลังเป็น (ผลบวก, ผลต่าง, ผลคูณ หรือ ผลหาร) ของการยกกำลังกับกำลังของจำนวนนั้น</p>  |                 |                          |                    |                     |                    |                     |                 |                     |

|  |  |
|--|--|
| <p>เฉลย</p>                                    | <p>124. จงหาค่าต่อไปนี้</p> $(4^2)^2 = \dots\dots\dots$ $(7^4)^3 = \dots\dots\dots$ $(10^4)^2 = \dots\dots\dots$ $(25^2)^8 = \dots\dots\dots$  |
| <p><math>4^4, 7^{12}, 10^8, 25^{16}</math></p> | <p>125. <u>การเปลี่ยนโมนอเมียลคี่กรีสอง ๆ ให้เป็นคี่กรีสองหรือคี่กรีสาม</u></p> <p>สามารถที่จะเปลี่ยนโมนอเมียลคี่กรีสอง ๆ ให้เป็นคี่กรีสองหรือคี่กรีสามได้ โดยอาศัยความรู้เรื่องการคูณกันของจำนวนเดียวกันที่มีกำลังต่างกัน และการยกกำลังของจำนวนยกกำลัง</p> <p>ถ้าจะเปลี่ยน <math>2^4</math> ให้อยู่ในรูปกำลังสอง ได้ดังนี้</p> $2^4 \text{ แยกได้เป็น } 2^2 \times 2^2 = (2^2)^2$ <p>หรือเปลี่ยน <math>2^8</math> ให้อยู่ในรูปกำลังสอง ได้ดังนี้</p> $2^8 \text{ แยกได้เป็น } 2^4 \times 2^4 = (2^4)^2$ <p>หรือเปลี่ยน <math>3^6</math> ให้อยู่ในรูปกำลังสอง ได้ดังนี้</p> $3^6 \text{ แยกได้เป็น } 3^3 \times 3^3 = (3^3)^2$ <p>และอาจจะเปลี่ยน <math>3^6</math> ให้อยู่ในรูปกำลังสาม ได้ดังนี้</p> $3^6 \text{ แยกได้เป็น } 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3^2)^3$ <p>ดังนั้น</p> $2^4 \text{ เปลี่ยนให้อยู่ในรูปกำลังสองได้ } = (2^2)^2$ $2^8 \text{ เปลี่ยนให้อยู่ในรูปกำลังสองได้ } = (2^4)^2$ $3^6 \text{ เปลี่ยนให้อยู่ในรูปกำลังสองได้ } = (3^3)^2$ <p>และ <math>3^6</math> เปลี่ยนให้อยู่ในรูปกำลังสามได้ <math>= (3^2)^3</math></p> |

เปลี่ยน  $3^9$  ให้อยู่ในรูปกำลังสามได้ =  $(\dots)^3$   
 เปลี่ยน  $4^{12}$  ให้อยู่ในรูปกำลังสองได้ =  $(\dots)^2$   
 เปลี่ยน  $4^{12}$  ให้อยู่ในรูปกำลังสามได้ =  $(\dots)^3$   
 เปลี่ยน  $a^{10}$  ให้อยู่ในรูปกำลังสองได้ =  $(\dots)^2$

$3^3, 4^6, 4^4, a^5$

126. จงเติมโมนอเมียลลงในช่องว่างให้ได้ความสมบูรณ์

| จำนวนยกกำลัง | เป็นรูปกำลังสอง | เป็นรูปกำลังสาม |
|--------------|-----------------|-----------------|
| $7^6$        | $(7^3)^2$       | $(7^2)^3$       |
| $5^9$        | -               | .....           |
| $x^{12}$     | .....           | .....           |
| $(2y)^{10}$  | .....           | .....           |
| $b^8$        | .....           | .....           |
| $(3c)^{15}$  | .....           | .....           |

$(5^3)^3, (x^6)^2, (x^4)^3,$   
 $\{(2y)^5\}^2, -, (b^4)^2, -,$   
 $-, \{(3c)^5\}^3$

127. การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลที่มีดีกรีสูง ๆ เพื่อให้สะดวกและง่ายเข้า จะต้องเปลี่ยนดีกรีของโพลีโนเมียลนั้นให้เป็นรูปดีกรีสองหรือดีกรีสาม แล้วจึงแยกตัวประกอบโดยอาศัยสูตรการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสองหรือดีกรีสามได้ทันที เช่น

การแยกตัวประกอบของ  $a^4 - b^4$

$$a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2$$

$$= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

$$= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$$

|  |  |
|--|--|
|  | <p>จงแยกตัวประกอบของ <math>x^6-y^6</math></p> $x^6-y^6 = (x^3)^2-(y^3)^2$ $= (x^3-y^3)(x^3+y^3)$ $= \dots\dots\dots$ <p>หรือ <math>x^6-y^6 = (x^2)^3-(y^2)^3</math></p> $= (x^2-y^2) \{ (x^2)^2+(x^2)(y^2) + (y^2)^2 \}$ $= \dots\dots\dots$ |
| $(x-y)(x+y)(x^2+xy+y^2)$<br>$(x^2-xy+y^2),$<br>$(x-y)(x+y)(x^4+x^2y^2+y^4)$                    | <p>128. จงแยกตัวประกอบของ <math>m^9-n^9</math></p> $m^9+n^9 = (\dots)^3+(\dots)^3$ $= \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$   |
| $m, n, (m^3+n^3) \{ (m^3)^2 - (m^3)(n^3) + (n^3)^2 \},$<br>$(m+n)(m^2-mn+n^2)(m^6-m^3n^3+n^6)$ | <p>129. จงแยกตัวประกอบของ <math>p^6-q^4</math></p> $p^6-q^4 = (\dots)^2-(\dots)^2$ $= \dots\dots\dots$   |
| $p, q,$<br>$(p^3-q^2)(p^3+q^2)$  | <p>130. จงแยกตัวประกอบของ <math>c^6-d^9</math></p> $c^6-d^9 = \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$   |
| $(c^2)^3-(d^3)^3$<br>$(c^2-d^3)(c^4+c^2d^3+d^6)$   | <p>131. จงแยกตัวประกอบของ <math>x^4-(2y)^2</math></p> $x^4-(2y)^2 = \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$   |

|  |   |
|--|---|
| $\frac{(x^2)^2 - (2y)^2}{(x^2 - 2y)(x^2 + 2y)}$                | <p>132. จงแยกตัวประกอบของ <math>27m^6 + (4n)^3</math></p> $27m^6 + (4n)^3 = \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$  |
| $\frac{(3m^2)^3 + (4n)^3}{(3m^2 + 4n)(9m^4 - 12m^2n + 16n^2)}$ | <p>133. จงแยกตัวประกอบของ <math>25a^8 - 9b^{10}</math></p> $25a^8 - 9b^{10} = \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$  |
| $\frac{(5a^4)^2 - (3b^5)^2}{(5a^4 - 3b^5)(5a^4 + 3b^5)}$       | <p>134. <u>การแยกตัวประกอบพหุนามในเมียมัลโดยจัดบางส่วนให้</u><br/> <u>เป็นกำลังสองสมบูรณ์</u> (โดยการเพิ่มโมโนเมียมัลเข้าไป)</p> <p>ก. พหุนามในเมียมัลรูป <math>x^2 + bx + c</math> หรือ <math>x^4 + bx^2 + c</math><br/> การแยกตัวประกอบจะแยกออกได้เป็นสองวงเล็บ<br/> ดังนี้</p> $x^2 + 17x + 60 = (x + 12)(x + 5)$ $x^4 + 17x^2 + 60 = (x^2 + 12)(x^2 + 5)$ <p>แต่สำหรับ <math>x^4 + x^2 + 1</math> ไม่สามารถจะแยกตัวประกอบได้<br/> เพราะ <math>x^4 + x^2 + 1 \neq (x^2 + 1)(x^2 + 1)</math><br/> ซึ่งในกรณี <math>(x^2 + 1)(x^2 + 1)</math> โมโนเมียมัลตัวกลาง<br/> <math>= 2x^2</math></p> <p>จะเห็นว่า <math>x^4 + x^2 + 1</math> ที่มีโมโนเมียมัลตัวกลางเป็น <math>x^2</math><br/> ไม่สามารถแยกตัวประกอบได้ แต่ถ้าโมโนเมียมัล<br/> ตัวกลางเป็น <math>2x^2</math> ก็จะสามารถแยกตัวประกอบได้ทันที<br/> ดังนั้น ในการแยกตัวประกอบ <math>x^4 + x^2 + 1</math> จะทำได้<br/> ถ้าเพิ่มโมโนเมียมัลตัวกลางเข้าไป ซึ่งวิธีนี้เรียกว่า<br/> <u>การแยกตัวประกอบโดยการเพิ่ม โมโนเมียมัลตัวกลาง</u></p> $x^4 + x^2 + 1 = x^4 + x^2 + 1 + x^2 - x^2$ $= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2$ $= (x^2 + 1)(x^2 + 1) - x^2$ |



|   |  |
|---|--|
|   | $= (x^2+1)^2 - x^2$ $= (x^2+1-x)(x^2+1+x)$ <p>หมายเหตุ เมื่อเพิ่มโมโนเมียลใดๆเข้าไป เพื่อให้ให้<br/>         โจทย์มีค่าเท่าเดิมจะต้องหักออกด้วยจำนวนที่เท่ากันนั้น</p>   |
|   | <p>135. นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบ <math>a^4+3a^2b^2+4b^4</math><br/>         ได้โดยตรงหรือไม่.....</p>  |
| <p>ไม่สามารถแยกได้โดยตรง</p>  | <p>136. นักเรียนจะสามารถแยกตัวประกอบ <math>a^4+3a^2b^2+4b^4</math><br/>         ได้ ถ้าเพิ่มโมโนเมียลตัวกลางเข้าไป(ย้อนกลับ<br/>         ไปศึกษาการหาโมโนเมียลตัวกลางในหน่วยที่ 3<br/>         อีกครั้งหนึ่ง) โมโนเมียลตัวกลางที่ต้องการ คือ<br/>         ..... ดังนั้นต้องเพิ่มเข้าไป .....</p> $a^4+3a^2b^2+4b^4 = a^4+3a^2b^2+4b^4+.....$ $= (.....)-(.....)$ $= (.....)^2-(.....)^2$ $= .....$   |
| $4a^2b^2, a^2b^2$ $a^2b^2-a^2b^2, a^4+4a^2b^2+4b^4,$ $a^2b^2, a^2+2b^2, ab,$ $(a^2-ab+2b^2)(a^2+ab+2b^2)$ | <p>137. ในการเพิ่มโมโนเมียลตัวกลางนี้ บางครั้งเมื่อหา<br/>         โมโนเมียลตัวกลางจากโมโนเมียลตัวแรกและตัวที่<br/>         สามของโจทย์ที่หามาแล้วจะเพิ่มเข้าไปเท่ากับตัวที่<br/>         ต้องการนั้นทีเดียว(และไม่ลืมหักออกเท่าจำนวนที่ใส่<br/>         เข้าไป) จึงเอาโมโนเมียลตัวกลางที่โจทย์ให้หักลบ<br/>         กับที่เพิ่มเข้าไปอีกตัวหนึ่ง เช่น</p> <p>การแยกตัวประกอบของ <math>9x^4-15x^2+1</math></p> $9x^4-15x^2+1 = 9x^4-15x^2+1-\underline{6x^2}+\underline{6x^2}$ |

|  |   |
|--|---|
|  | $= (9x^4 - 6x^2 + 1) - 15x^2 + 6x^2$ $= (9x^4 - 6x^2 + 1) - (9x^2)$ $= (\dots)^2 - (\dots)^2$ $= \dots$   |
| $3x^2 - 1, 3x,$<br>$(3x^2 - 3x - 1)(3x^2 + 3x - 1)$  | <p>138. จงแยกตัวประกอบของ <math>x^4 - 19x^2y^2 + 25y^4</math></p> $x^4 - 19x^2y^2 + 25y^4 = x^4 - 19x^2y^2 + 25y^4 + \dots$ $= (\dots) - (\dots)$ $= (\dots)^2 - (\dots)^2$ $= \dots$   |
| $10x^2y^2 - 10x^2y^2,$<br>$x^4 - 10x^2y^2 + 25y^4, 9x^2y^2,$<br>$x^2 - 5y^2, 3xy,$<br>$(x^2 - 3xy - 5y^2)(x^2 + 3xy - 5y^2)$ | <p>139. ข. <u>เพิ่มโมโนเมียลตัวที่สาม</u></p> <p>พหุนามในรูป <math>x^2 + bx + c</math> ที่โมโนเมียลตัวที่สามมีค่ามาก ๆ เช่น <math>x^2 - 4x - 480</math> จะเห็นว่า ตัวประกอบของ 480 นั้นมีได้หลายกรณีซึ่งจะต้องเสียเวลามากในการนำมาทดลองว่าตัวใดจึงจะเป็นตัวประกอบของ 480 ที่ถูกต้องในพหุนามนี้ แต่จะง่ายเข้าถ้าจะทำได้โดยเพิ่มโมโนเมียลตัวที่สามเข้าไป เพื่อให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์</p> <p>ในกรณีนี้พหุนามเพิ่มที่จะทำให้ <math>x^2 - 4x</math> เป็นกำลังสองสมบูรณ์ คือ .....</p> <p>และเพื่อให้ค่าคงเดิม อย่าลืมที่จะ.....</p> <p>ด้วยจำนวนที่เพิ่มเข้าไปนั้น</p> |

|   |   |
|---|---|
|   | <p>ตั้งนั้น</p> $x^2 - 4x - 480 = x^2 - 4x + \dots - 480 - \dots$ $= (x-2)^2 - 484$ $= (x-2)^2 - (\dots)^2$ $= (\dots)(\dots)$ $= (\dots)(\dots)$   |
| $2^2$ , หักออก, $2^2$ , 4,<br>22, $x-2-22, x-2+22,$<br>$x-24, x+20$ | <p>140. จงแยกตัวประกอบของ <math>x^2 - 26x + 165</math></p> $x^2 - 26x + 165 = x^2 - 26x + \dots + 165 - \dots$ $= (\dots)^2 - (\dots)$ $= (\dots)^2 - (\dots)^2$ $= (\dots) (\dots)$  |
| $13^2, 169, x-13, 4, x-13,$<br>$2, x-11, x-15$                      | <p>141. จงแยกตัวประกอบของ <math>x^2 + 4x - 221</math></p> $x^2 + 4x - 221 = x^2 + 4x + \dots - 221 - \dots$ $= (\dots)^2 - (\dots)$ $= (\dots)^2 - (\dots)^2$ $= (\dots) (\dots)$   |
| $4, 4, x+2, 225,$<br>$x+2, 15, x-13, x+17$                          | <p>142. ในกรณีที่สัมประสิทธิ์ <math>x^2</math> มีค่ามากกว่า 1<br/>ให้นักเรียนทำพหุนาม <math>3x^2 + 11x</math> เป็นรูป<br/>กำลังสองสมบูรณ์</p> $3x^2 + 11x = 3x^2 + 11x + \dots - \dots$ $5x^2 - 23x = 5x^2 - 23x + \dots - \dots$ |

|  |  |
|--|--|
| $\left(\frac{11x}{2\sqrt{3}}\right)^2, \left(\frac{11x}{2\sqrt{3}}\right)^2,$ $\left(\frac{23x}{2\sqrt{5}}\right)^2, \left(\frac{23x}{2\sqrt{5}}\right)^2$           | <p>113. โมโนเมียลตัวที่เพิ่มเข้าไปนี้ จะเห็นว่าส่วนติดอยู่ในราก และค่าที่อยู่ภายใต้รากล้นเป็นค่าของสัมประสิทธิ์ <math>x^2</math> ฉะนั้น เพื่อที่จะไม่ให้มีจำนวนรากติดอยู่ก็จะทำได้โดยทำสัมประสิทธิ์ <math>x^2</math> ให้มีค่าเป็น ..... เสียก่อน</p>   |
| <p>1</p>   | <p>114. การทำสัมประสิทธิ์ <math>x^2</math> ให้มีค่าเป็น 1</p> $5x^2 - 2x - 7 = \frac{5}{5} (5x^2 - 2x - 7)$ $= 5 \left( \frac{5x^2}{5} - \frac{2x}{5} - \frac{7}{5} \right)$ $= 5 \left( x^2 - \frac{2x}{5} - \frac{7}{5} \right)$ <p>(สัมประสิทธิ์ <math>x^2</math> มีค่าเป็น 1 )</p> $= 5 \left( x^2 - \frac{2x}{5} + \dots - \frac{7}{5} - \dots \right)$ $= 5 \left\{ (\dots)^2 - (\dots) \right\}$ $= 5 \left\{ (\dots)^2 - (\dots)^2 \right\}$ $= 5 (\dots) (\dots)$ $= (\dots) (\dots)$ |
| $\left(\frac{1}{5}\right)^2, \left(\frac{1}{5}\right)^2, x - \frac{1}{5},$ $\frac{36}{25}, x - \frac{1}{5}, \frac{6}{5},$ $x - \frac{7}{5}, x + 1,$ $5x - 7, x + 1.$ | <p>115. จงแยกตัวประกอบของ <math>6x^2 - 13x + 6</math></p> $6x^2 - 13x + 6 = 6(\dots)$ $= 6 \left( x^2 - \frac{13x}{6} + \dots + 1 - \dots \right)$ $= 6 \left\{ (\dots)^2 - (\dots) \right\}$ $= 6 \left\{ (\dots)^2 - (\dots)^2 \right\}$ $= 6 (\dots) (\dots)$ $= 2(\dots) \times 3(\dots)$ $= (\dots) (\dots)$  |

$$x^2 - 13x + 1, \left(\frac{13}{12}\right)^2,$$

$$\left(\frac{13}{12}\right)^2, x - \frac{13}{12}, \frac{25}{144},$$

$$\frac{5}{12}, x - \frac{3}{2}, x - \frac{2}{3},$$

$$2x - 3, 3x - 2$$

146. สรุปการแยกตัวประกอบพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสามโดยการเพิ่มโมโนเมียล (สำหรับพหุนามมีดีกรีรูป  $ax^2+bx+c$  หรือ  $ax^4+bx^2+c$ )

1. ถ้าพหุนามมีดีกรีใดไม่สามารถแยกตัวประกอบโดยตรงเป็นสองวงเล็บได้ ให้เพิ่ม ..... เข้าไป
2. ถ้าพหุนามมีดีกรีที่โมโนเมียลตัวที่สามมีค่ามากๆ หรือแยกออกได้เป็นหลายกรณีให้เพิ่ม ..... เข้าไป (กรณีนี้ถ้าสัมประสิทธิ์  $x^2$  มีค่ามากกว่า 1 จะต้องทำสัมประสิทธิ์ให้เป็น 1 เสียก่อน)
3. ใช้สูตรการเพิ่มโมโนเมียลตัวกลาง และโมโนเมียลตัวที่สามที่จะทำให้พหุนามมีดีกรีเป็นกำลังสองสมบูรณ์ดังนี้  
 โมโนเมียลตัวกลาง = .....  
 โมโนเมียลตัวที่สาม = .....
4. แยกตัวประกอบพหุนามมีดีกรีที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ และจัดพหุนามมีดีกรีที่เหลือให้อยู่ในรูปกำลังสอง
5. แยกตัวประกอบพหุนามมีดีกรีโดยใช้สูตรผลต่างกำลังสอง

โมโนเมียลตัวกลาง,  
 โมโนเมียลตัวที่สาม

$$2x\sqrt{\text{โมโนเมียลตัวแรก}}$$

$$\times \sqrt{\text{โมโนเมียลตัวที่สาม}}$$

$$\left(\frac{\text{โมโนเมียลตัวกลาง}}{2x\sqrt{\text{โมโนเมียลตัวแรก}}}\right)^2$$

จบบทเรียนหน่วยที่ 5

แบบฝึกหัด

ข้อ 1. จงแยกตัวประกอบพหุนามในเมฆต่อไปนี้โดยใช้กฎการกระจาย

1.  $a^5 - 2a^4 = \dots\dots\dots$
2.  $x^6 - x^5y + xy^5 = \dots\dots\dots$
3.  $2a^4b - 4a^3b^2 + 6a^2b^3 = \dots\dots\dots$
4.  $9pqr - 9p^2q^2r + 27p^2qr^2 = \dots\dots\dots$
5.  $xy(x^2 - 2y + z) - 3z^2(x^2 - 2y + z) = \dots\dots\dots$

ข้อ 2. จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

| ข้อที่ |                           | รูปผลสำเร็จของกิริของพหุนามในเมฆ |
|--------|---------------------------|----------------------------------|
| 1.     | $2^2x^2 \cdot 2^3$        | .....                            |
| 2.     | $(-x)^3 \cdot (-x)^5$     | .....                            |
| 3.     | $(a+2c)^2 \cdot (a+2c)^3$ | .....                            |
| 4.     | $(2^5)^3$                 | .....                            |
| 5.     | $(y^6)^2$                 | .....                            |

ข้อ 3. จงเปลี่ยนกำลังของพหุนามในเมฆต่อไปนี้

| ข้อที่ |            | รูปกำลังสอง | รูปกำลังสาม |
|--------|------------|-------------|-------------|
| 1.     | $2^8$      | .....       | .....       |
| 2.     | $7^6$      | .....       | .....       |
| 3.     | $(-a)^4$   | .....       | .....       |
| 4.     | $25a^8b^2$ | .....       | .....       |
| 5.     | $27m^9n^6$ | .....       | .....       |

ข้อ 4. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$1. a^3b^6 - 343c^3 = \dots\dots\dots$$

$$2. 4m^8 - n^4 = \dots\dots\dots$$

$$3. a^6 - b^6 = \dots\dots\dots$$

ข้อ 5. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$1. 4x^4 + 11x^2 + 9 = \dots\dots\dots$$

$$2. 3x^4 + 27x^2 + 42 = \dots\dots\dots$$

แจกแบบฝึกหัด

- ข้อ 1.
- $$a^5 - 2a^4 = a \times a^4 - 2 \times a^4$$

$$= a^4(a-2) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$x^6 - x^5 y + x y^5 = x x x^5 - x \times x^4 y + x \times y^5$$

$$= x(x^5 - x^4 y + y^5) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$2a^4 b - 4a^3 b^2 + 6a^2 b^3 = 2a^2 b \times a^2 - 2a^2 b \times 2ab + 2a^2 b \times 3b^2$$

$$= 2a^2 b(a^2 - 2ab + 3b^2) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$9pqr - 9p^2 q^2 r + 27p^2 q r^2 = 9pqr \times 1 - 9pqr \times pq + 9pqr \times 3pr$$

$$= 9pqr(1 - pq + 3pr) \quad \underline{\text{Ans}}$$
  - $$xy(x^2 - 2y + z) - 3z^2(x^2 - 2y + z) = xy \times (x^2 - 2y + z) - 3z^2 \times (x^2 - 2y + z)$$

$$= (x^2 - 2y + z)(xy - 3z^2) \quad \underline{\text{Ans}}$$

ข้อ 2

| ข้อที่ |                            | รูปผลสำเร็จของคี่หรือของโพล์โนเมียล |
|--------|----------------------------|-------------------------------------|
| 1.     | $2^2 \times 2^3$           | $2^{2+3} = 2^5$                     |
| 2.     | $(-x)^3 \times (-x)^5$     | $(-x)^{3+5} = x^8$                  |
| 3.     | $(a+2c)^2 \times (a+2c)^3$ | $(a+2c)^{2+3} = (a+2c)^5$           |
| 4.     | $(2^5)^3$                  | $2^{5 \times 3} = 2^{15}$           |
| 5.     | $(y^6)^2$                  | $y^{6 \times 2} = y^{12}$           |



ข้อ 3

| ข้อที่ |            | รูปกำลังสอง    | รูปกำลังสาม   |
|--------|------------|----------------|---------------|
| 1.     | $2^8$      | $(2^4)^2$      | —             |
| 2.     | $7^6$      | $(7^3)^2$      | $(7^2)^3$     |
| 3.     | $(-a)^4$   | $\{(-a)^2\}^2$ | —             |
| 4.     | $25a^8b^2$ | $(5a^4b)^2$    | —             |
| 5.     | $27m^9n^6$ | —              | $(3m^3n^2)^3$ |

ข้อ 4

$$\begin{aligned}
 1. \quad a^3b^6 - 343c^3 &= (ab^2)^3 - (7c)^3 \\
 &= (ab^2 - 7c) \{ (ab^2)^2 + (ab^2)(7c) + (7c)^2 \} \\
 &= (ab^2 - 7c)(a^2b^4 + 7ab^2c + 49c^2) \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad 4m^8 - n^4 &= (2m^4)^2 - (n^2)^2 \\
 &= (2m^4 - n^2)(2m^4 + n^2) \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad a^6 - b^6 &= (a^3)^2 - (b^3)^2 \\
 &= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2) \\
 &= (a - b)(a + b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

ข้อ 4  $a^6 - b^6$

$$\begin{aligned}
 &= (a^2)^3 - (b^2)^3 \\
 &= (a^2 - b^2) \{ (a^2)^2 + (a^2)(b^2) + (b^2)^2 \} \\
 &= (a - b)(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\
 &= (a - b)(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4 + a^2b^2 - a^2b^2) \\
 &= (a - b)(a + b)(a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2) \\
 &= (a - b)(a + b) \{ (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \} \\
 &= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) \\
 &= (a - b)(a + b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$105 \quad 1. \quad 4x^4 + 11x^2 + 9$$

$$= 4x^4 + 11x^2 + 9 + x^2 - x^2$$

$$= 4x^4 + 12x^2 + 9 - x^2$$

$$= (2x^2 + 3)^2 - (x)^2$$

$$= (2x^2 + 3 - x)(2x^2 + 3 + x)$$

$$= (2x^2 - x + 3)(2x^2 + x + 3)$$

Ans

$$2. \quad 3x^4 + 27x^2 + 42$$

$$= 3(x^4 + \frac{27}{3}x^2 + \frac{42}{3})$$

$$= 3(x^4 + 9x^2 + 14)$$

$$= 3\left\{x^4 + 9x^2 + 14 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2\right\}$$

$$= 3\left\{(x^2 + \frac{9}{2})^2 + \frac{14 - 81}{4}\right\}$$

$$= 3\left\{(x^2 + \frac{9}{2})^2 + \frac{56 - 81}{4}\right\}$$

$$= 3\left\{(x^2 + \frac{9}{2})^2 - \frac{25}{4}\right\}$$

$$= 3\left\{(x^2 + \frac{9}{2})^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2\right\}$$

$$= 3\left(x^2 + \frac{9-5}{2}\right)\left(x^2 + \frac{9+5}{2}\right)$$

$$= 3\left(x^2 + \frac{4}{2}\right)\left(x^2 + \frac{14}{2}\right)$$

$$= 3(x^2 + 2)(x^2 + 7)$$

Ans

## แบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 5

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) กับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษ

คำตอบ

- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $4m^2n^3 + 8m^2n^2 - 12m^4n$ ?
 

|                           |                              |
|---------------------------|------------------------------|
| ก. $4m^2n^2(n+2-3m^2)$    | ง. $4n(m^2n^2+2m^2n-3m^4)$   |
| ข. $4m^2n(n^2+2n-3m^2)$   | จ. $4(m^2n^3+2m^2n^2-3m^4n)$ |
| ค. $4m^2(n^3+2n^2-3m^2n)$ |                              |
- ข้อใดเป็นรูปกำลังสองของพหุนาม  $16x^2y^8z^{10}$ ?
 

|                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| ก. $(16xyz)^2$       | ง. $(4xy^4z^5)^2$   |
| ข. $(16x^2y^4z^5)^2$ | จ. $(4x^2y^4z^5)^2$ |
| ค. $(4x^2y^2z^2)^2$  |                     |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $b^6 - c^9$ ?
 

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| ก. $(b^2 - c^3)(b^4 + b^2c^3 + c^6)$ | ง. $(b^3 - c^6)(b^6 + b^3c^6 + c^{12})$ |
| ข. $(b^3 - c^2)(b^6 + b^3c^2 + c^4)$ | จ. $(b^6 - c^3)(b^{12} + b^6c^3 + c^6)$ |
| ค. $(b^3 - c^3)(b^6 + b^3c^3 + c^6)$ |   |
- ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $x^4 - 7x^2y + y^4$ ?
 

|   |   |
|---|---|
| ก. $(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$ | ง. $(x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)$ |
| ข. $(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$ | จ. $(x^2 + 6xy + y^2)(x^2 - 6xy + y^2)$ |
| ค. $(x^2 + 4xy + y^2)(x^2 - 4xy + y^2)$ |   |

## เฉลยแบบสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 5

1. ง
2. ก
3. ข
4. ข

## เฉลยแบบสอบหลังเรียน หน่วยที่ 5

1. ข
2. ง
3. ก
4. ข

## แบบฝึกหัดรวม

ตอนที่ 1 จงเขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดเป็นโมนomial ?

ก.  $-3c^{-4}$

ง.  $\frac{1}{4} a^2 c^3$

ข.  $\frac{a}{c}$

จ.  $a + b + c$

ค.  $2 + c^2$

2. ข้อใดเป็นโมนomialคล้าย ?

ก.  $x^2, 3x^3$

ง.  $4y^3z, 3y^4z$

ข.  $5x^2y, 10xy^2$

จ.  $17xy, 18y$

ค.  $\frac{2}{3}x^2yz, -8x^2yz$

3. ข้อใดไม่เป็นที่โนomial ?

ก.  $3(a - 2b + c)$

ง.  $\frac{a^2}{2c} - a$

ข.  $\frac{4}{5}a^2 + 1$

จ.  $\frac{3a + 5b}{3}$

ค.  $19ab^2c^2$

4. ข้อใดเป็นจำนวนเฉพาะ ?

ก. 7

ง. 10

ข. 8

จ. 15

ค. 9

5. ข้อใดเป็นดีกรีของพหุนomial  $3x^2 + x^4 - 2x^3 + x + 6$  ?

ก. 10

ง. 4

ข. 9

จ. 3

ค. 5

ตอนที่ 2 จงทำให้เป็นผลสำเร็จพร้อมทั้งแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. จงหาผลสำเร็จของ  $p^3+p^2q+2p^3-4q^2+pq^2+q^2-3pq^2+5p^2q$  ?
2. จงหาผลคูณของ  $(x+9)(x-4)$  ?
3. จงหาผลคูณของ  $(5x-3)(2x-7)$  ?
4. จงแยกตัวประกอบของ  $b^2-b^2c$  ?
5. จงแยกตัวประกอบของ  $3(2p+3q)^2-r(2p+3q)$  ?
6. จงแยกตัวประกอบของ  $3m^3-m^2(5m+1)$  ?
7. จงแยกตัวประกอบของ  $x^2y(p-q-r)+2x(p-q-r)$  ?
8. จงแยกตัวประกอบของ  $3ab+3cd-bc-9ad$  ?
9. จงแยกตัวประกอบของ  $a^2+16ab+63b^2$  ?
10. จงแยกตัวประกอบของ  $y^2+y-2$  ?
11. จงแยกตัวประกอบของ  $2c^2+11c+5$  ?
12. จงแยกตัวประกอบของ  $16+70m-9m^2$  ?
13. จงแยกตัวประกอบของ  $9-49p^2$  ?

14. จงแยกตัวประกอบของ  $(x+y)^2 - (x-y)^2$  ?
15. ข้อใดต่อไปนี้คือเป็นกำลังสองสมบูรณ์ เพราะเหตุใด ?
- ก.  $16x^2 - 30x + 9$
- ข.  $25x^2 + 10x + 1$
16. จงหาผลคูณของ  $(3r-7)^2$  ?
17. จงหาตัวประกอบรวมของ  $x^2 - 4y^2$  กับ  $(x-2y)^2$  ?
18. จงแยกตัวประกอบของ  $(4b)^3 - 1$  ?
19. จงแยกตัวประกอบของ  $p^3 + 729$  ?
20. จงแยกตัวประกอบของ  $64a^3 - (2a-1)^3$  ?
21. จงเปลี่ยน  $31a^8 b^6$  ให้เป็นรูปกำลังสอง ?
22. จงแยกตัวประกอบของ  $x^3 + 8y^6$  ?
23. จงแยกตัวประกอบของ  $r^5 s^4 - 16r$  ?
24. จงแยกตัวประกอบของ  $25x^4 + 26x^2 + 9$  ?
25. จงแยกตัวประกอบของ  $16x^2 - 9y^2 + 4x - 3y$  ?

### เฉลยแบบฝึกหัดรวม

ตอนที่ 1

1. ง
2. ค
3. ง
4. ก
5. ง

ตอนที่ 2

$$\begin{aligned}
 1. \quad p^3 + p^2q + 2p^3 - 4q^2 + pq^2 + q^2 - 3pq^2 + 5p^2q &= (p^3 + 2p^3) + (p^2q + 5p^2q) + (pq^2 - 3pq^2) + (q^2 - 4q^2) \\
 &= 3p^3 + 6p^2q - 2pq^2 - 3q^2 \quad \underline{\text{Ans.}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad (x+9)(x-4) &= x^2 - 4x + 9x - 36 \\
 &= x^2 + 5x - 36 \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad (5x-3)(2x-7) &= 10x^2 - 35x - 6x + 21 \\
 &= 10x^2 - 41x + 21 \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad b^2 \div b^2 c &= b^2 \times 1 - b^2 \times c \\
 &= b^2(1-c) \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad 3(2p+3q)^2 - r(2p+3q) &= 3(2p+3q) \times (2p+3q) - r \times (2p+3q) \\
 &= (2p+3q) \{ 3(2p+3q) - r \} \\
 &= (2p+3q)(6p+9q-r) \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad 3m^3 - m^2(5m+1) &= 3m \times m^2 - m^2 \times (5m+1) \\
 &= m^2 \{ 3m - (5m+1) \} \\
 &= m^2(3m - 5m - 1) \\
 &= m^2(-2m-1) \quad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 7. \quad x^2y(p-q-r)+2x(p-q-r) &= xy \cdot x(p-q-r)+2 \cdot x(p-q-r) \\
 &= x(p-q-r)(xy+2) \qquad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad 3ab+3cd-bc-9ad &= (3ab-bc)-(9ab-3cd) \\
 &= b(3a-c)-3d(3a-c) \\
 &= (3a-c)(b-3d) \qquad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{หรือ } 3ab+3cd-bc-9ad &= (3ab-bc)+(3cd-9ad) \\
 &= b(3a-c)+3d(c-3a) \\
 &= b(3a-c)+3d(-3a+c) \\
 &= b(3a-c)-3d(3a-c) \\
 &= (3a-c)(b-3d) \qquad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$9. \quad a^2+16ab+63b^2 = (a+9b)(a+7b) \qquad \underline{\text{Ans}}$$

$$10. \quad y^2+y-2 = (y+2)(y-1) \qquad \underline{\text{Ans}}$$

$$11. \quad 2c^2+11c+5 = (2c+1)(c+5) \qquad \underline{\text{Ans}}$$

$$12. \quad 16+70m-9m^2 = (2+9m)(8-m) \qquad \underline{\text{Ans}}$$

$$\begin{aligned}
 13. \quad 9-49p^2 &= (3)^2-(7p)^2 \\
 &= (3-7p)(3+7p) \qquad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14. \quad (x+y)^2-(x-y)^2 &= \{(x+y)-(x-y)\}\{(x+y)+(x-y)\} \\
 &= (x+y-x+y)(x+y+x-y) \\
 &= 2y \cdot 2x \\
 &= 4xy \qquad \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

15. ก  $16x^2 - 30x + 9$  =  $(8x-3)(2x-3)$  ไม่เป็นกำลังสองสมบูรณ์  
 ข  $25x^2 + 10x + 1$  =  $(5x+1)(5x+1) = (5x+1)^2$  เป็นกำลังสองสมบูรณ์ Ans
16.  $(3r-7)^2$  =  $(3r)^2 + 2(3r)(-7) + (-7)^2$   
 =  $9r^2 - 42r + 49$  Ans
17.  $x^2 - 4y^2$  =  $(x)^2 - (2y)^2$   
 =  $(x-2y)(x+2y)$   
 $(x-2y)^2$  =  $(x-2y)(x-2y)$   
 $\therefore (x-2y)$  เป็นตัวประกอบรวมของ  $x^2 - 4y^2$  กับ  $(x-2y)^2$  Ans
18.  $(4b)^3 - 1$  =  $(4b)^3 - (1)^3$   
 =  $(4b-1) \{ (4b)^2 + (4b)(1) + (1)^2 \}$   
 =  $(4b-1)(16b^2 + 4b + 1)$  Ans
19.  $p^3 + 729$  =  $(p)^3 + (9)^3$   
 =  $(p+9)(p^2 - p \times 9 + 9^2)$   
 =  $(p+9)(p^2 - 9p + 81)$  Ans
20.  $64a^3 - (2a-1)^3$  =  $(4a)^3 - (2a-1)^3$   
 =  $\{ (4a) - (2a-1) \} \{ (4a)^2 + (4a)(2a-1) + (2a-1)^2 \}$   
 =  $(4a - 2a + 1)(16a^2 + 8a - 4a + 2a^2 - 4a + 1)$   
 =  $(2a+1)(18a^2 + 1)$  Ans
21.  $21a^8 b^6$  =  $(9a^4 b^3)^2$  Ans
22.  $x^3 + 8y^6$  =  $(x)^3 + (2y^2)^3$   
 =  $(x+2y^2) \{ x^2 - x \times 2y^2 + (2y^2)^2 \}$   
 =  $(x+2y^2)(x^2 - 2xy^2 + 4y^4)$  Ans

$$\begin{aligned}
23. \quad r^5 s^4 - 16r &= r(r^4 s^4 - 16) \\
&= r\{(r^2 s^2)^2 - (4)^2\} \\
&= r(r^2 s^2 - 4)(r^2 s^2 + 4) \\
&= r\{(rs)^2 - (2)^2\}(r^2 s^2 + 4) \\
&= r(rs - 2)(rs + 2)(r^2 s^2 + 4) \quad \underline{\text{Ans}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
24. \quad 25x^4 + 26x^2 + 9 &= 25x^4 + 26x^2 + 9 + 4x^2 - 4x^2 \\
&= 25x^4 + 30x^2 + 9 - 4x^2 \\
&= (5x^2 + 3)^2 - 4x^2 \\
&= (5x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\
&= (5x^2 + 3 - 2x)(5x^2 + 3 + 2x) \\
&= (5x^2 - 2x + 3)(5x^2 + 2x + 3) \quad \underline{\text{Ans}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
25. \quad 16x^2 - 9y^2 + 4x - 3y &= (16x^2 - 9y^2) + (4x - 3y) \\
&= \{(4x)^2 - (3y)^2\} + (4x - 3y) \\
&= (4x - 3y)(4x + 3y) + (4x - 3y) \\
&= (4x - 3y) \times (4x + 3y) + (4x - 3y) \times 1 \\
&= (4x - 3y)(4x + 3y + 1) \quad \underline{\text{Ans}}
\end{aligned}$$

## ประวัติผู้เขียน

นางสาวโสพร โภยสมบูรณ์ เกิดเมื่อวันที่ 22 กุมภาพันธ์ 2497 จบการ  
ศึกษาวิทยาศาสตร์บัณฑิต (ศึกษาศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เมื่อปีการศึกษา 2518

